

Dynamisk analyse av Vulkan bro for horisontal og vertikal ganglast

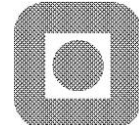
Lars Martin Gundersen Hofgaard
Kristoffer Selmer

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: Juni 2012

Hovedveileder: Anders Rönquist, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



Masteroppgave for stud. techn. Lars Martin Hofgaard og Kristoffer Selmer, våren 2012

Dynamisk analyse av Vulkan bro for horisontal og vertikal ganglast *Dynamic Analysis of the Vulkan Bridge for horizontal and vertical Pedestrian Loads*

“Livlige” broer er et fenomen som har vært mye undersøkt de siste 10 årene. Tidligere studier og regler har i all hovedsak behandlet svingninger i vertikalplanet pga. gangtrafikk. De to nå så kjente broene: Millennium (London) og Solférino (Paris), bygd i henholdsvis 1999 og 2000, ble begge stengt etter åpningsdagen pga store horisontale svingninger. Svingningene har siden blitt dempet med en rad ulike dempningstiltak. Denne store mediedekningen igangsatte ny forskning innen området for menneskeinduserte svingninger.

I oppgaven skal studentene ta for seg Vulkan gangbro. Hensikten med oppgaven er å gi innsikt i de dynamiske vurderingene som kreves for denne typen av prosjektering og evaluere ved hjelp av målinger konstruksjonens respons. Det bør etableres en grundig forståelse av det spesielle krav som denne typen av laster medfører og hvilke regelverk som kan benyttes for å vurdere konstruksjonsresponsen. Studentene må derfor også sette seg inn i den konstruktive virkemåten og kvantifisere de dynamiske egenskapene som kan forventes.

Oppgaven deles opp i to deler; en litteraturstudie for å etablere "state-of-the-art" innen området, og en del som tar seg for den valgte broen med tilhørende kontroller og målinger. Studentene kan selv vektlegge og prioritere tidsbroken mellom de to delene. Oppgaven kan tenkes å inkludere noen av punktene under i tillegg til de punkter studentene selv velger.

Litteratur studie, State-of-the-art:

- Hvilke regler/standarder finnes, f. eks, NS-EN, ISO, BS, Canada, etc.?
- Hvilke lastmodeller er foreslått i litteraturen?
- Hva er det teoretiske grunnlaget for ulike last/respons modeller?
- Hvilke mulige tiltak kan benyttes ved betydlige vibrasjoner

Case studie:

- Numerisk modell, f. eks Abaqus.
- Dynamiske egenskaper som egenfrekvenser og -moder etableres.
- Kontroller med håndberegninger
- Kontroll ved måling
- Benytt last/beregningsmodeller fra litteraturen.
- Evaluere respons og vurder eventuelle tiltak.
- Alternativ utformning og konsekvenser

Oppgaven utføres i henhold til retningslinjer for utførelse av hovedoppgaven ved Institutt for konstruksjonsteknikks gitt på instituttets hjemmesider.

Faglærer: Anders Rønnquist og Ole Øiseth, NTNU

Besvarelsen skal leveres til Institutt for konstruksjonsteknikk innen 11. juni 2012

Sammendrag

Vulkan bro åpnet i desember 2010 og det er siden da registrert merkbare vertikale svingninger fra ganglast. Målinger utført på broen tilsier at egenfrekvensene fra både første vertikal- og første torsjonsmode ligger i nærheten av frekvensområdet til ganglast. Dette er i litteraturen anslått til å ligge fra 1,4 Hz for sakte gange til 2,4 Hz ved hurtig gange, med en tilnærmet gjennomsnittsverdi på 2 Hz for normal gange. Broens horisontale egenfrekvens ligger utenfor det tilsvarende området for horisontalretningen, som er fra 0,7 Hz - 1,2 Hz, og er derfor ikke et problemområde for Vulkan bro. Egenfrekvensene er målt til 2,05 Hz for vertikalmoden, 2,7 Hz for torsjonsmoden og 4 Hz for horisontalmoden.

De ulike standardene og retningslinjene har forskjellige metoder for å anslå akselerasjonene til en konstruksjon. Dynamiske svingeproblemer fra ganglast er imidlertid et tema som er lite diskutert i dagens standarder. I Eurokodene er det kun angitt en metode for å anslå akselerasjon fra ganglast i Eurokode 5. Disse formlene gir varierende verdier ved sammenligning med de målte akselerasjonene på Vulkan bro. Metodene i BS 5400, Ontario Highway Bridge Design Code og Statens vegvesens håndbok 185 er tilnærmet like. Alle disse gir lave akselerasjonsverdier sammenlignet med de målte. ISO 10137 angir en mer rasjonell metode for å forutsi akselerasjonene til en konstruksjon. Alle de ulike standardene er forenklinger av Fourierserier, mens ISO 10137 bruker Fourierseriene fullt ut for å representere ganglast. ISO 10137 har også strengere krav til maksimale akselerasjoner, og er den eneste standarden som tilsier at det skal være svingeproblemer på Vulkan bro.

Ganglastmodelleringen er et stort usikkerhetsmoment og er her tilpasset for at FEM-modellen, etablert i Abaqus, skal gi like responsverdier som målingene. Det viser seg at den beste ganglastmodelleringen for Vulkan bro er en forenklet trekantamplitude knyttet til punktlaster langs broen.

Ulike tiltak for å bedre svingeproblemene er modellert og undersøkt i Abaqus-modellen. De beste blant de utprøvde tiltakene er å installere massedempere eller montere skråstag som støtter opp broen. Massedempere kalibrert mot vertikalmoden gir i modellen akselerasjoner som tilfredstiller kravene i standardene, og skråstag på siden av broen gir enda lavere akselerasjonsverdier. Skråstag kun på den ene siden av broen er også et effektivt tiltak.

Abstract

The Vulkan bridge opened in December 2010 and since then users of the bridge have noticed vertical vibrations due to pedestrian loading. Measurements carried out on the bridge show that both the first vertical and the first torsional mode have natural frequencies that coincide with the frequency range of walking. Existing literature suggest that this range is to be found between 1,4 Hz for walking at a slow pace and 2,4 Hz for walking at a fast pace, with an approximately average value of 2 Hz for walking at a normal pace. The horizontal natural frequency of the bridge is outside the corresponding range, which is from 0,7 Hz to 1,2 Hz, and is therefore not treated in this thesis. The natural frequencies are measured to be 2,05 Hz for the vertical mode, 2,7 Hz for the torsional mode and 4 Hz for the horizontal mode.

The building codes and guidelines regarding the topic have different methods of estimating the acceleration of a construction. However, the dynamic vibration problems due to pedestrian loading are not a primary concern in the building codes. Among the Eurocodes, a method to estimate the acceleration from pedestrian loading can only be found in Eurocode 5. These formulas produce acceleration values that don't match the values measured on the Vulkan bridge. The methods that can be found in BS 5400, *Ontario Highway Bridge Design Code* and *Statens vegvesens håndbok 185* are quite similar. They also estimate acceleration values that are lower than the once measured for the bridge. ISO 10137 has a more rational method of predicting the acceleration values of a bridge. The building codes all use a simplification of the Fourier series, while ISO 10137 calculates the pedestrian load based on complete Fourier series. ISO 10137 also presents stricter requirements for maximum acceleration and is therefore the only building code that requires further analysis of the dynamic vibration issues at Vulkan bridge.

Modeling loading from pedestrian traffic is challenging. In this thesis, the modeling of the pedestrian load is adjusted in order to make the established FEM-model produce response values that correspond to the once measured. This work resulted in concentrated point loads placed along the bridge with simplified time dependent amplitudes in the shape of triangles.

Different attempts of resolving the dynamic vibration problems have been modeled and tested out in Abaqus. The two best measures that were found are to install tuned mass dampers, or support the construction with bars on the side of the bridge. In the FEM-model, mass dampers tuned to obtain optimal damping in the vertical mode give acceleration values that satisfy the requirements in the building codes. Supporting bars on both sides of the bridge obtain even lower values. The possibility of supporting the bridge on only one side is also tested, and this can also be used as an effective measure for solving the vibration problems that arise on the Vulkan bridge.

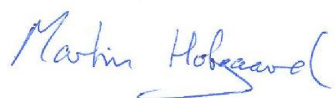
Forord

Denne masteroppgaven er skrevet som avsluttende arbeid til studie ved Institutt for konstruksjonsteknikk, våren 2012 på NTNU. Oppgaven er utført etter avtale med Johs. Holt AS og har fokus på Vulkan bro i Oslo.

Arbeidet med oppgaven har vært utfordrende og lærerikt, og det er til tider brukt mye tid på modelleringsprogrammet Abaqus. I tillegg er det brukt mye tid på å sette seg inn i forskjellige standarder og regler fra flere land, og teori rundt forskjellige tiltak til forbedringer av dynamiske problemer.

Vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder, Anders Rönquist, som alltid har vært tilgjengelig med gode råd og veiledning. I tillegg har Ole Andre Øiseth vært behjelpelig under modelleringen. Vi ønsker også å rette en takk til Johs. Holt AS, ved Gunnar Egset, Per Norum Larsen og Arne Christensen, som har bistått med valg av oppgave og økonomisk støtte til utførelsen av målinger. Aspelin Ramm AS har også vært behjelpelig med tegninger, forsidebilde, latt oss utføre målinger på broen og hjulpet til med det praktiske rundt disse målingene.

Trondheim, 10. juni 2012



Martin Hofgaard



Kristoffer Selmer

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	i
Abstract	iii
Forord	v
Innledning	1
I Teori	3
1 Konstruksjonsdynamikk	5
1.1 Løsningsmetode for SDOF-modell	6
1.2 Løsningsmetode for MDOF-modell	6
2 Dynamisk last fra gangtrafikk	9
2.1 Vertikalkomponent	9
2.2 Horisontalkomponent	10
2.3 Sammensatt gange	11
2.4 Synkronisering/lock in	11
3 Standarder	13
3.1 Eurokoden	13
3.1.1 Eurokode 0 og 1	13
3.1.2 Eurokode 5	14
3.1.2.1 Vertikalsvingning	14
3.1.2.2 Horisontalsvingning	14
3.1.3 Eurokode 2 og 3	15
3.2 BS 5400	15
3.2.1 Forenklet løsning av vertikalsvingning	15
3.2.2 Generell løsning av vertikalsvingning	17
3.2.3 Horisontalsvingning	18
3.3 Statens vegvesens håndbok 185	18
3.3.1 Vertikalsvingning	18
3.3.2 Horisontalsvingning	19
3.4 Ontario Highway Bridge Design Code	20
3.5 En mer avansert formel for akselerasjon	20
3.6 ISO 10137	21
3.7 Oppsummering	22

4	Fourieranalyse	25
4.1	Fourierserier	25
4.1.1	Fourierserier og Fourierkoeffisienter	25
4.1.2	Fourierutvidelse	26
4.1.3	Fourierkoeffisientene i litteraturen	27
4.2	Spektralestimering	28
4.2.1	Fouriertransformasjon	29
4.2.2	Welchs metode	30
4.2.3	Burgs metode	31
5	Tiltak for å redusere den dynamiske responsen	33
5.1	Endre systemets stivhet eller masse	33
5.2	Øke dempingen i systemet	34
5.3	Endre systemets design	34
5.4	Kalibrerte massedempere	34
5.4.1	Prinsipp	34
5.4.2	Dynamisk respons etter innføring av en kalibrert massedemper med utgangspunkt i den Hartogs løsning	35
5.5	Viskøse dempere	37
5.6	Kalibrert søyleformet væskedemper	38
5.7	Tabell for oppsummering av ulike dempere	40
II	Case	41
6	Informasjon om Vulkan bro	43
6.1	Overslag av egenfrekvens	44
7	Abaqus-modellen	47
7.1	Valget av Abaqus	47
7.2	Modellering av broen	47
7.2.1	Tredekket	48
7.2.2	Elementnett	49
7.2.3	Grensebetingelser	50
7.3	Resultater egenfrekvenser	50
7.3.1	Vertikal	50
7.3.2	Torsjon	51
7.3.3	Horisontal	51
7.4	Modellering av ganglast i Abaqus	51
8	Akselerasjonsmålinger av Vulkan bro	53
8.1	Bestemme egenfrekvenser og egenmoder	53
8.1.1	Vertikal	53
8.1.2	Torsjon	55
8.1.3	Horisontal	55
8.2	Dempingsforholdet	56
8.2.1	Dempingsforholdet til den vertikale moden	58
8.2.2	Dempingsforholdet til torsjonsmoden	59
8.3	Resultater fra ganglast	60

8.4	Feilkilder	61
9	Sammenligning av resultatene med standardene	63
9.1	Kontroll mot akselerasjonsgrensene i standardene	64
9.1.1	Eurokoden	64
9.1.2	BS 5400	64
9.1.3	Statens vegvesens håndbok 185	65
9.1.4	Ontario Highway Bridge Design Code	65
9.1.5	ISO 10137	66
9.2	Beregne akselerasjon ut i fra standardene	66
9.2.1	Eurokode 5	66
9.2.2	Statens vegvesens håndbok 185	67
9.2.3	ISO 10137	68
9.3	Diskusjon	69
10	Tilpassing av modell	71
10.1	Materialegenskaper	71
10.2	Rayleigh-demping	72
10.3	Tilpassing av ganglastmodellering i Abaqus	73
10.4	Ganglast i Abaqus	74
10.5	Diskusjon	75
11	Vurderte tiltak for å redusere den dynamiske responsen av Vulkan bro	77
11.1	Endre systemets stivhet eller masse	78
11.2	Betong	79
11.3	Skråstag	80
11.4	Vaier	82
11.5	Kalibrert massedemper	84
11.5.1	Forklaring av resultatene	84
11.5.2	Massedemper tilknyttet vertikalmoden	85
11.5.2.1	En massedemper på midten tilknyttet den vertikale moden	85
11.5.2.2	Massedempere på begge sider tilknyttet vertikalmoden . .	86
11.5.3	Massedempere tilknyttet torsjonsmoden	87
11.5.4	Installasjon av massedempere både for vertikal- og torsjonsmoden .	87
11.5.5	Installere en massedemper som er kalibrert mellom modene	88
11.5.6	Senke torsjonsfrekvensen	89
11.6	Diskusjon	90
12	Oppsummering	93
13	Konklusjon	95
14	Forslag til videre arbeid	97
	Vedlegg	103
A	Oppsett akselerasjonsmålinger	105
A.1	Problemer med målingene	105
A.2	Oppsett 1	105

A.2.1	Hoppe midt på broen	106
A.2.2	Puls kvartpunktet	106
A.3	Oppsett 2	106
A.4	Oppsett 3	106
A.5	Oppsett 4	107
B	Modellere ganglast i Abaqus	109
B.1	Matlabkode som genererer vertikale amplitudefiler	109
B.2	Matlabkode som genererer horisontale amplitudefiler	110
B.3	Inputfiler som gjør at Abaqus kan lese amplitudefilene	111
B.4	Eksempel amplitudefil	112
B.5	Eksempel cload-fil	113
C	Matlabkoder brukt til å behandle måledata	115
D	Flomberegninger	119
E	Eksempel på akselerasjoner med og uten massedemer	125

Figurliste

2.1	Kraftkurver fra ganglast i vertikal-, tverrgående og langsgående retning [34]	10
2.2	Kraftkurver vertikalkomponent fra ganglast for ulike frekvenser [13]	10
2.3	Sammensatt gange [27]	11
3.1	Koeffisientene k_{vert} og k_{hor} i Eurokode 5	15
3.2	Konfigurasjonsfaktoren C i BD 3701 [11]	16
3.3	Konfigurasjonsfaktor K i BD 3701 [11]	16
3.4	Dynamisk faktor som funksjon av spennvidde og dempingsforhold fra BS 5400 [12]	17
3.5	Faktoren K fra håndbok 185 [35]	19
3.6	Dynamisk lastfaktor fra håndbok 185 [35]	19
3.7	Dynamisk lastfaktor for en fotgjenger [20]	20
3.8	Grunnkurve for vertikal- (til venstre) og horisontalretning (til høyre) fra ISO 10137 [19]	21
4.1	Fourierkoeffisienter hentet fra Kerr [21]	28
4.2	Hammingfunksjonen i tids- og frekvensområdet [10]	31
5.1	Prinsipp massedemper [4]	35
5.2	Responsamplitude ved bruk av massedemper med ulike dempingsforhold	37
5.3	Illustrasjon av en kalibrert søyleformet væskedemper [13]	38
6.1	Geometri Vulkan bro [7]	43
6.2	Variasjon av egenfrekvens mot spennvidde for Vulkan bro	45
7.1	Stålkonstruksjonen til Vulkan bro	48
7.2	Inndeling av tredekkets elementnett i Abaqus	50
7.3	Bilde av det ene opplageret på østsiden av broen	50
7.4	Første vertikale mode fra Abaqus	51
7.5	Første torsjonsmode fra Abaqus	51
7.6	Første horisontale mode fra Abaqus	51
7.7	Tilnærming av ganglast benyttet i Abaqus	52
8.1	Horisontal og vertikal plassering av akselerometer	53
8.2	Første vertikale egenfrekvens med Fourieramplitude, Welch metode og Burgs metode	54
8.3	Koherensfunksjon og fasevinkel mellom sensor 3 og 6 ved fri vertikal svingning	55
8.4	Koherensfunksjon og fasevinkel mellom sensor 3 og 6 ved torsjon	55
8.5	Ristemaskin benyttet til å kartlegge den horisontale egenfrekvensen	56

8.6	Spektraltetthet til sensor 2 ved bruk av horisontal ristemaskin. Funnet med Burgs metode.	56
8.7	Eksempelgraf dempingsforhold, hentet fra sensor 5, oppsett 3	57
8.8	Half-power bandwidth-metode [14]	58
9.1	Amplitude benyttet for å tilnærme den dynamiske delen av ganglast i tilknytning til ISO 10137	69
10.1	Masse- og stivhetsrelatert demping til venstre, Rayleigh-demping til høyre. [14]	72
10.2	Endring av ganglast benyttet i Abaqus	74
11.1	Endring av egenfrekvenser ved å tilføre ekstra masse	78
11.2	Skråstag på vestsiden av broen	81
11.3	Forenklet modell etter innføring av vaier (markert med rødt).	83
A.1	Oppsett 1: Akselerasjonsmålinger sett fra sør	105
A.2	Oppsett 2: Akselerasjonsmålinger sett fra sør	106
A.3	Oppsett 3: Akselerasjonsmålinger sett fra sør	107
A.4	Oppsett 4: Akselerasjonsmålinger sett fra sør	107
E.1	Akselerasjoner med og uten massedemper for referansegruppen	125
E.2	Akselerasjoner med og uten massedemper belastet med 2,2 Hz	126
E.3	Akselerasjoner med og uten massedemper belastet med 2,65 Hz	126

Tabelliste

3.1	Logaritmisk dekrement og dempingsforhold fra BS 5400	17
3.2	Oppsummering av akselerasjonskravene fra de ulike standardene/ retningslinjene	23
4.1	Fourierkoeffisienter i litteraturen	27
5.1	Oppsummering av ulike dempere	40
6.1	Dimensjoner på broens bjelker og avstivere	43
7.1	Materiallegenskaper til stål	48
7.2	Treegenskaper benyttet i modellen [17]	49
8.1	Dempingsforholdet til den vertikale moden	59
8.2	Dempingsforholdets variasjon i forhold til fart, vertikalmoden	59
8.3	Dempingsforholdet til torsjonsmoden	59
8.4	Dempingsforholdets variasjon i forhold til fart, torsjonsmoden	60
8.5	Maksimal akselerasjoner ved målinger av gangtrafikk	60
9.1	Maksimal målte akselerasjoner i horisontal- og vertikalretning	63
9.2	Akselerasjonskrav for 2,05 Hz og 2,7 Hz i ISO 10137 [19]	66
10.1	Oversikt over egenfrekvenser fra målinger og modell	72
10.2	Maksimal akselerasjoner fra forskjellige ganglastmodeller	75
11.1	Oppsett referansegruppe på elleve personer	78
11.2	Betongegenskaper [29]	79
11.3	Modellens egenfrekvenser etter innføring av ulike betongdekker	79
11.4	Egenfrekvenser etter innføring av skråstag med radius 25 mm	81
11.5	Akselerasjoner med skråstag	82
11.6	Akselerasjoner fra den forenklete modellen når utsatt for ganglast på egenfrekvensene	82
11.7	Forklaring på oppsett av resultater etter innføring av massedemper	84
11.8	Akselerasjoner med massedemper knyttet til vertikalmoden	85
11.9	Akselerasjoner med massedemper på begge sider knyttet til vertikalmoden	86
11.10	Akselerasjoner med massedempere knyttet til torsjonsmoden	87
11.11	Akselerasjoner med massedempere knyttet til torsjons- og vertikalmoden	88
11.12	Akselerasjoner med massedempere kalibrert for 2,4 Hz	89
11.13	Akselerasjoner fra referansegruppen etter installasjon av massedemper på systemet med 10 000 kg ekstra masse	90

Innledning

De senere årene har forbedrede materialegenskaper endret designet til gangbroer. De forbedrede egenskapene har gjort det mulig å bygge slankere konstruksjoner og større spennvidder, noe som har gjort nye gangbroer mer estetiske enn tidligere. Som et resultat av dette har egenfrekvensene blitt lavere, slik at de er mer utsatt for dynamisk last i form av gangtrafikk. Dersom broen kun er designet med tanke på statiske laster, vil det på grunn av dynamiske utfordringer kunne oppstå både vertikale og horisontale svingeproblemer. Millenium Bridge er et kjent eksempel som har tvunget frem mer fokus på dynamikk i en prosjekteringssituasjon.

Oppgaven er delt i to hoveddeler. Først kommer en teoridel, som i form av et litteraturstudie legger grunnlaget for det som benyttes i den andre delen. Case-delen er knyttet til Vulkan bro, som ligger i Oslo og har utfordringer knyttet til vertikale vibrasjoner.

Teoridelen av oppgaven inneholder en kort introduksjon til konstruksjonsdynamikk, hvor løsningsmetoder for dynamiske problemer blir diskutert. Deretter vil det bli gitt en innføring i den dynamiske lasten som oppstår ved gangtrafikk og utfordringer rundt synkronisering mellom menneske og konstruksjon. Oppgaven vil videre undersøke hvilke regler og retningslinjer som finnes for prosjektering av gangbroer i dag i form av et litteraturstudie. Oppgaven tar også for seg ulike retningslinjer og standarder fra andre land, og sammenligner dette med de nasjonale reglene. Deretter kommer en del som tar for seg Fourieranalyse, ettersom mange av standardene tar utgangspunkt i Fourierserier i utledningen av sine regler og retningslinjer. Teoridelen avsluttes med å se på forskjellige tiltak som kan redusere den dynamiske responsen til en konstruksjon.

Vulkan gangbro ble åpnet i desember 2010. Broen går over Akerselva og knytter området Vulkan sammen med Grünerløkka. Dette er et område med utviklingsplaner som vil oppleve stor vekst i fremtiden. Etter åpningen av broen er det registrert merkbare vertikale svingninger som kan oppfattes ubehagelig for de passerende. Oppgaven tar for seg en dynamisk analyse av broen og det er etablert en FEM-modell. Det er også utført målinger på den aktuelle broen. Disse målingene vil brukes til å validere den etablerte FEM-modellen, og til å kontrollere broen mot regelverket i de ulike standardene. Oppgaven omfatter også mulige tiltak for å forbedre dagens situasjon, og flere alternative løsninger på broens svingeproblemer vil undersøkes og testes ut ved hjelp av FEM-modellen.

Del I

Teori

Kapittel 1

Konstruksjonsdynamikk

Konstruksjonsdynamikk beskriver et systems oppførsel når det utsettes for dynamiske laster. Dynamiske laster blir påført systemet som en funksjon av tid, og dette gir responsfunksjoner for konstruksjonen som også er avhengige av tid. Responsen finnes ved hjelp av en dynamisk analyse med utgangspunkt i en differensialligning med likevekt mellom treghetskraften, dempingskraften og stivetskraften og den eksterne kraften [14]:

$$F_i + F_c + F_s = f(t) \quad (1.1)$$

hvor: F_i er treghetskraften til massen knyttet til systemets akselerasjonen
 F_c er dempingskraften til systemet som er knyttet til systemets fart
 F_s er systemets stivetskraft, og er en funksjon av systemets forskyvning og stivhet
 $f(t)$ er den eksterne kraften

Dette gir bevegelsesligningen:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t) \quad (1.2)$$

hvor: m er massen til det dynamiske systemet
 c er dempingsforholdet
 k er stivheten
 u er forskyvningen

Alle strukturer vil i virkeligheten ha uendelig mange frihetsgrader. Dette vil i praksis tilnærmes ved hjelp av et endelig antall noder som beskriver frihetsgradene. Bevegelsesligningen vil fortsatt være gjeldene, forskjellen er at den nå er uttrykt på matriseform med n frihetsgrader [14]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}(t) \quad (1.3)$$

I de neste avsnittene vil det bli presentert to forskjellige metoder for å løse det dynamiske problemet. Først beskrives en numerisk metode for å løse systemet med en frihetsgrad (SDOF), før modalanalyse blir fremstilt for å løse systemer med flere frihetsgrader (MDOF).

1.1 Løsningsmetode for SDOF-modell

Ved bruk av en numerisk metode vil det bli funnet en tilnærmet løsning på problemet. Dette er den mest generelle løsningsmetoden for å finne responsen fra dynamiske systemer. Metoden går ut på å tilfredsstille dynamisk likevekt ved ulike punkter i tid. En mye brukt numerisk metode er Newmarkmetoden, en metode som er ubetinget stabil i lineære problemer. Fra denne metoden kommer også trapesmetoden, som benytter gjennomsnittlig akselerasjon over tidssteget. Dette er en implisitt metode, noe som er best for problemer knyttet til konstruksjonsdynamikk. Implisitt metode krever at det løses et sett med ligninger ved hvert steg, ettersom ligningene tar utgangspunkt i informasjon fra samme tidssteg som det som beregnes. Ved å anta at τ beskriver en verdi av tiden t innenfor tidssteget Δt , altså at $0 \leq \tau \leq \Delta t$ hvor $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, vil antagelsen om konstant gjennomsnittlig akselerasjon gi: [26]

$$\ddot{u}(\tau) = \frac{1}{2}(\ddot{u}_{n+1} + \ddot{u}_n) \quad (1.4)$$

Med startbetingelsen $\dot{u}(\tau) = \dot{u}_n$ og $u(\tau) = u_n$ ved $\tau = 0$:

$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}_n + \frac{\tau}{2}(\ddot{u}_{n+1} + \ddot{u}_n) \quad (1.5)$$

$$u(\tau) = u_n + \tau\dot{u}_n + \frac{\tau^2}{4}(\ddot{u}_{n+1} + \ddot{u}_n) \quad (1.6)$$

Ved å se på tilfellet hvor $\tau = \Delta t$, altså ved tidssteget $n + 1$, utledes følgende ligningssett, også kalt trapesmetoden [26]:

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \frac{1}{2}\Delta t(\ddot{u}_{n+1} + \ddot{u}_n) \quad (1.7)$$

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t\dot{u}_n + \frac{1}{4}\Delta t^2(\ddot{u}_{n+1} + \ddot{u}_n) \quad (1.8)$$

1.2 Løsningsmetode for MDOF-modell

For å bestemme egenfrekvensene og svingeformene til et system kan en analyse av modene utføres. Analysen inkluderer egenverdiproblemet og løsningsmetoder for dette. I tillegg kan analysen benyttes til å finne den dynamiske responsen til et MDOF-system utsatt for en ekstern kraft. [14]

Egenfrekvensene er de frekvensene systemet svinger naturlig med om det er utsatt for en kraft/forstyrrelse. Egenfrekvensene er en viktig del av konstruksjonsdynamikken og de finnes ved å løse egenverdiproblemet. Det gjøres ved hjelp av å analysere systemets moder. En mode er systemets deformasjon ved en konkret frekvens. Et system har altså like mange moder som egenfrekvenser. For å finne egenfrekvensene løses

egenverdiproblemet når det ikke er påsatt noen ytre kraft, og dempingen i systemet er neglisjert ($C = 0$). Dette gir kun reelle løsninger. [14]

Med utgangspunkt i en enkel harmonisk svingning, her en sinusfunksjon, blir utførelsen slik [14]:

$$\mathbf{u} = \phi_n \sin(\omega_n t), \quad \ddot{\mathbf{u}} = -\omega_n^2 \phi_n \sin(\omega_n t) \quad (1.9)$$

Innsatt i bevegelsesligningen for naturlige svingninger:

$$\mathbf{K} \phi_n = \omega_n^2 \mathbf{M} \phi_n \quad (1.10)$$

Ligningen har ikke-triviell løsning hvis:

$$\det [\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M}] = 0 \quad (1.11)$$

Denne ligningen har n reelle løsninger for ω_n , og disse er systemets egenfrekvenser. Hver av disse egenfrekvensene har en tilhørende egenvektor, også kalt egenmode. Ut i fra de ikke-trivielle løsningene er det mulig å finne alle modene til systemet. [14]

Med alle systemets egenskaper definert, og egenfrekvenser og egenmoder bestemt fra egenverdiproblemet, vil det være mulig å beregne systemets dynamiske respons. Først blir responsen fra hver enkelt mode funnet ved hjelp av følgende ligning [14]:

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = f_n(t) \quad (1.12)$$

hvor:

$$\begin{aligned} M_n &= \phi_n^T \mathbf{M} \phi_n \\ K_n &= \phi_n^T \mathbf{K} \phi_n \\ C_n &= \phi_n^T \mathbf{C} \phi_n \\ f_n(t) &= \phi_n^T \mathbf{f}(t) \end{aligned}$$

Deretter kan systemets totale respons defineres som en kombinasjon av bidragene fra alle enkeltmodene [14]:

$$u(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n q_n \quad (1.13)$$

I praksis benyttes modalanalyse i sammenheng med elementmetoden (FEM). FEM-modellen bygges opp ved å bruke kjente verdier for geometrien og materialegenskapene til systemet. Deretter benyttes modellen til å finne egenskapene som representerer den venstre siden av bevegelsesligningen, altså stivhet, masse og dempningsforhold. For å kunne løse bevegelsesligningen gjenstår det dermed å kunne beskrive den påsatte lasten, $f(t)$, matematisk. Dette vil bli nærmere undersøkt senere i oppgaven, men en innledning til den dynamiske lasten fra gangtrafikk presenteres i kapittel 2.

Kapittel 2

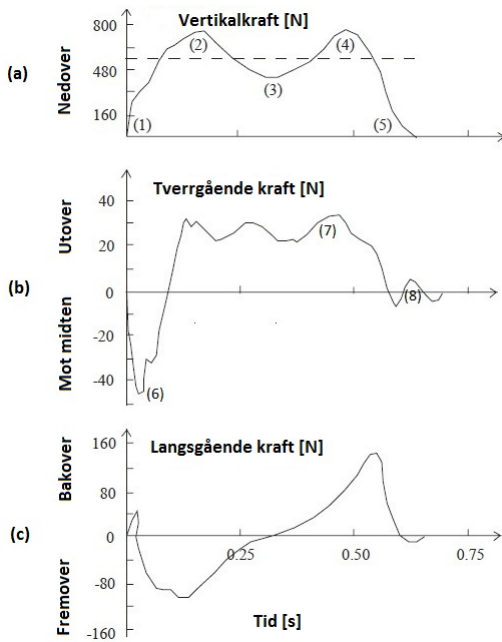
Dynamisk last fra gangtrafikk

Gangtrafikk genererer en kompleks lastsituasjon siden lasten varierer både i tid og rom. Ulike personer skaper i tillegg ulik ganglast, som i hovedsak er avhengig av personens vekt, gangfrekvens og ganghastighet. Det vil derfor være vanskelig å simulere ganglasten fra fotgjengere korrekt. Ganglast fra personer deles gjerne opp i en vertikalkomponent og en horisontalkomponent, hvor den horisontale igjen kan deles opp i en langsgående og en tverrgående komponent. [27]

Det har blitt utført flere studier på ganglast og muligheten til å kvantifisere kreftene fra gangtrafikk. De fleste av disse har fokusert på den vertikale delen av kreftene, men det har i de senere årene blitt mer fokus på at også de horisontale kreftene kan skape store problemer. Spesielt etter åpningen av London Millennium Bridge og Solferino Bridge i Paris i henholdsvis 2000 og 1999 har denne problemstillingen vokst. Figur 2.1 viser et eksempel på de tre kraftkomponentenes lastforløp med tiden fra en gående person. Kurvene viser kraftforløpet for et skritt, fra foten treffer bakken til foten løftes fra bakken. Formen på disse kraftkurvene er bekreftet gjennom flere undersøkelser. [27]

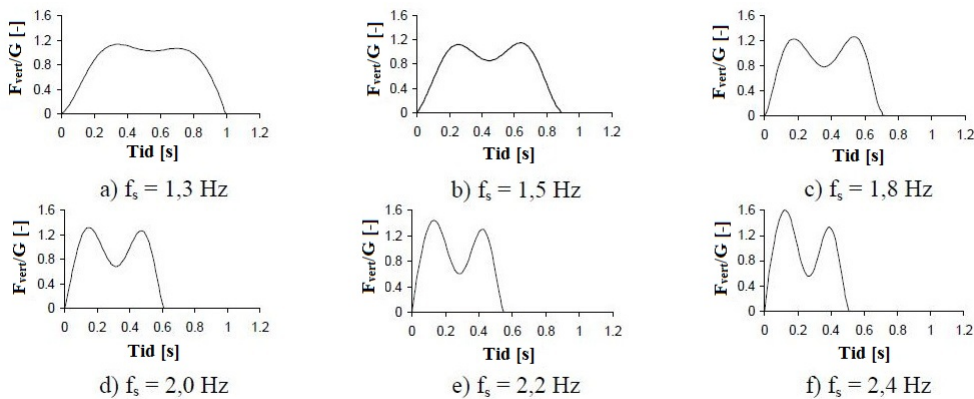
2.1 Vertikalkomponent

Kraftkurven for den vertikale komponenten er karakterisert ved to topper, som vist i figur 2.1 (a). Denne formen viser seg å være generell for både forskjellige mennesker og forskjellige ganghastigheter. Amplituden vil derimot være avhengig av personens vekt og gangfrekvens. Kurven starter med en høy impuls kraft i det helen treffer bakken (1). Den første toppen (2) representerer personens vekt, pluss et bidrag fra personens bevegelsesmengde. Deretter kommer et lokalt minimum (3) når personen bøyer kneet, svinger frem det andre beinet og legger vekten over på dette. Den siste toppen (4) oppstår når personen sparker fra med tærne og til slutt løfter foten vekk fra bakken (5). Denne formen oppstår ved gange, mens en karakteristisk kurve for løping gjerne kun vil ha en topp. Dette er fordi foten lander flatt på bakken ved løping, noe som får punkt (2) og (4) til å gli inn i hverandre. [21]



Figur 2.1: Kraftkurver fra ganglast i vertikal-, tverrgående og langsgående retning [34]

En gjennomsnittlig gange har to steg per sekund, noe som gir en vertikal kraftkomponent med frekvens på 2 Hz. Sakte gange har gjerne en frekvens i området 1,4 – 1,7 Hz, mens hurtig gange finnes i området 2,2 – 2,4 Hz. Dette gir et totalt frekvensområde på 1,4 – 2,4 Hz, med en omtrentlig gjennomsnittsverdi på 2 Hz. Figur 2.2 viser oversikt over forskjellige vertikale kraftkurver ved forskjellige gangfrekvenser. [15]



Figur 2.2: Kraftkurver vertikalkomponent fra ganglast for ulike frekvenser [13]

2.2 Horisontalkomponent

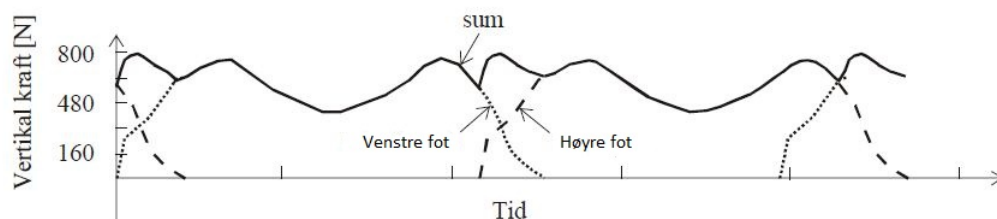
Til tross for at de horisontale komponentene ikke er av samme styrke som den vertikale, vil de kunne være skyld i mange av de største dynamiske problemene tilknyttet gangbroer. Kraftkurvene for de horisontale komponentene er vist i figur 2.1 (b) og (c). Den langsgående komponenten (c) er ofte lite interessant i prosjekteringsammenheng,

da dette sjelden er et problemområde på gangbroer. Den tverrgående komponenten kan derimot i visse tilfeller skape store problemer, ettersom mennesker vil være meget sensitive til sideveis forstyrrelse, en bevegelse som kan føre til usikkerhet hos brukere. Formen på kurven til den tverrgående komponenten er vist i figur 2.1 (b) og er karakterisert ved en startamplitude (6) når helen treffer bakken. Deretter kommer den andre maksimale amplituden (7) når foten er flat på bakken, før siste amplitude (8) oppstår når tærne forlater bakken. [34]

Den tverrgående horisontale komponenten vil ha en frekvens som er halvparten av den vertikale, altså vil frekvensene befinne seg i området 0,7 – 1,2 Hz. Dette er fordi komponenten endrer retning fra den ene foten til den andre ved normal gange, mens kurvene for den vertikale komponenten er tilnærmet like for begge føtter. Den langsgående komponenten har derimot tilnærmet samme frekvensområde som den vertikale. [15]

2.3 Sammensatt gange

Hvis det antas at mennesker alltid tar identiske skritt med høyre og venstre fot, kan resultatene fra et skritt settes sammen og brukes til å beskrive belastningen fra gangtrafikk. Den fiktive modellen inneholder en gjentakelse av et enkelt skritt, men med en viss tidsperiode hvor begge føttene berører bakken samtidig. Hvis det antas en gangfrekvens på 2 Hz, vil den andre foten treffe bakken etter 0,5 sekunder, altså vil begge føttene være samtidig i bakken i 0,1 sekund. Det er også utført en del forsøk hvor ikke bare lasten fra en fot er målt, men også lasten fra flere sammenhengende skritt er funnet. Dette har resultert i vertikale kraftkurver tilsvarende figur 2.3. Det viser seg her at kraftkurvene fra høyre og venstre fot er nærmest identiske, og at tilnærmingen beskrevet ovenfor derfor ikke er urimelig. Summen av kraftkurvene fra hver fot viser seg også å være tilnærmet periodisk med gjennomsnittlig periode lik den gjennomsnittlige stegfrekvensen. Dette kan brukes ved modellering av ganglast, og ved å anta perfekt periodisitet fåes kraftkurver som vist i figur 2.3. [27]



Figur 2.3: Sammensatt gange [27]

2.4 Synkronisering/lock in

En viktig forutsetning for forsøkene som er beskrevet er at de alle har blitt utført på stive og ubevegelige overflater. Det viser seg at resultatene fra disse forsøkene ikke

direkte kan overføres til gangoverflater som er fleksible. Årsaken til dette er at fleksible overflater vil begynne å vibrere ved ganglast, og konstruksjonens dynamiske oppførsel vil ha innvirkning på personens gange. Ved å bruke lastmodeller fra stive konstruksjoner kan den dynamiske responsen til en fleksibel konstruksjon bli overestimert. Dette skyldes at kraftamplituden synker betydelig når konstruksjonen nærmer seg resonans. Dette kan igjen skyldes at mennesker er følsomme ovenfor bevegelser og vil naturlig prøve å tilpasse seg konstruksjonens bevegelser. En person som beveger seg på en konstruksjon med betydelige vibrasjoner vil derfor ubevisst prøve å minimere vibrasjonene ved å innrette seg etter konstruksjonens bevegelser. Dette gjøres ved å endre enten gangfrekvensen eller ganghastigheten, og hindrer at personen mister balansen. Noen bevis for dette fenomenet er imidlertid ikke dokumentert. En konsekvens av dette er likevel at modellering av ganglast på fleksible overflater ikke kan utføres uten å ta hensyn til konstruksjonens dynamiske respons. Interaksjonen mellom mennesker og den dynamiske responsen av en konstruksjon er vanskelig å modellere, og fører derfor til at lastmodeller for ganglast er krevende å konstruere. [36]

Effekten av synkronisering mellom menneske og konstruksjon blir betydelig større ved økning av antall mennesker. Selv om menneskene i utgangspunktet går med vilkårlige frekvenser, vil de gradvis koordinere seg inn mot samme frekvens som broens bevegelse. Denne menneskelige adferden gjør at de dynamiske kreftene blir påført i konstruksjonens egenfrekvens, noe som fører til resonans og tilhørende økende bevegelse i konstruksjonen. Dette fenomenet kalles "lock in". Jo flere mennesker som beveger seg synkronisert, jo større blir også dette problemet. Det var en slik effekt som gjorde at for eksempel Millennium Bridge og Solferino Bridge måtte stenge etter kun to dager. Heldigvis vil bevegelsene etter hvert bli så store at menneskene må stoppe opp fordi de ikke lenger klarer å gå. Dermed kan ikke fenomenet utvikle seg videre og bevegelsene stopper opp. [9]

I tilfellene med Millennium Bridge og Solferino Bridge var det den horisontale synkroniseringen som var problemet, men også i vertikalretningen vil en slik effekt kunne oppstå. Likevel har det ikke til nå blitt registrert noen tilfeller hvor dette har hatt betydning. Dette skyldes at mennesker er mer tolerante ovenfor vertikale bevegelser enn horisontale. I tillegg vil mennesker ha en naturlig dempning i sine ledd og ben som vil absorbere noe av de vertikale vibrasjonene. [9]

Flere forsøk har blitt gjort innenfor synkronisering mellom menneske og konstruksjon, med utgangspunkt i forskjellige case-studier av broer. Selv om det er mange forskjeller i resultatene, er de enige på flere punkter. Så snart amplituden til bevegelsen blir stor nok, vil ikke lenger bevegelsesmønstre være tilfeldige, og en type synkronisering oppstår. Både modeller med kritisk akselerasjon og kritisk antall personer er fremstilt, men kritisk akselerasjon vil være mest relevant i et prosjekteringsperspektiv. Dette er fordi akselerasjonen har sammenheng med hva personer faktisk føler, mens en modell med kritisk antall personer vil være avhengig av posisjonering og organisering av de gitte menneskene på broen. [9]

Kapittel 3

Standarder

Dette kapitlet vil undersøke hvilke regler og retningslinjer som er tilgjengelig i de ulike standardene i dag. Eurokoden, BS 5400, ISO 10137, *Ontario Highway Bridge Design Code* og Statens vegvesens håndbok 185 vil undersøkes. I tillegg vil en mer rasjonell og detaljert formel for akselerasjon beskrives. Kapitlet avsluttes med en oppsummering av de ulike standardene.

3.1 Eurokoden

Temaet vibrasjoner av gangbroer har vært omtalt og uavklart lenge. Informasjon om dette temaet vil derfor finnes i flere av Eurokodene, men mye av denne informasjonen er mangelfull. I denne seksjonen gjøres likevel et forsøk på å legge frem hva de ulike Eurokodene sier om temaet.

3.1.1 Eurokode 0 og 1

I Eurokode 1, Del 2, defineres modeller for prosjektering av jernbane-, bil- og gangbroer. Kapittel 5.7 er viet til dynamiske lastmodeller for ganglast. Det beskrives at ganglast i nærheten av broens egenfrekvens kan forårsake resonans. Kontroll av vertikalsvingninger bør undersøkes dersom de vertikale egenfrekvensene er i området 1-3 Hz, mens kontroll av horisontalsvingninger bør undersøkes i området 0,5-1,5 Hz. Eurokode 1 sier videre at egnede modeller for ganglast og komfortkriterier bør defineres. Det oppgis at det nasjonale tillegget i Eurokode 0 kan definere lastmodeller og komfortkriterier for dette. Det kan imidlertid være vanskelig å finne denne informasjonen, ettersom den ikke finnes i det nasjonale tillegget, men i *Endringsblad A1 - Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*. Kravene for akselerasjon i bruksgrensetilstand er: [30,31]

$a \leq 0,7 \text{ m/s}^2$ for vibrasjoner i vertikalretning

$a \leq 0,2 \text{ m/s}^2$ for vibrasjoner i horisontalretning ved normalt bruk

$a \leq 0,4 \text{ m/s}^2$ for vibrasjoner i horisontalretning ved spesialtilfeller der det er uvanlig mange mennesker på broen

3.1.2 Eurokode 5

Eurokode 5, del 2 handler om prosjektering av trebroer. I kapittel 7.3.1 i Eurokode 5 beskrives vibrasjoner forårsaket av fotgjengere. Her gjelder akselerasjonskravene gitt i Eurokode 0, som beskrevet over. Det er også gitt anbefalte verdier for dempingsforholdet, ζ , om dette ikke er kjent [32]:

$\zeta = 0,015$ for konstruksjoner uten knutepunkter

$\zeta = 0,010$ for konstruksjoner med knutepunkt

I tillegg B i EN 1995-2 er det gitt en enkel måte å regne ut akselerasjonen på et system utsatt for ganglast, både for vertikal- og horisontalsvingning. Formlene for vertikal- og horisontalsvingning er gjengitt i henholdsvis kapittel 3.1.2.1 og 3.1.2.2, og gjelder for fritt opplagte bjelker [32]. Det er i tillegg gitt at tilsvarende regler vil komme i EN 1991-2. Standard Norge, ved Steinar Leivestad, sier derimot i en mail at det ikke er noen nær forestående revisjon av EN 1991-2.

3.1.2.1 Vertikalsvingning

Når en person kryssen broen er vertikalakselerasjonen gitt ved [32]:

$$a_{vert,1} = \begin{cases} \frac{200}{M\zeta}, & f_{vert} \leq 2,5Hz \\ \frac{100}{M\zeta}, & 2,5Hz < f_{vert} \leq 5,0Hz \end{cases} \quad (3.1)$$

hvor: M er den totale massen til broen, gitt ved ml
 l er broens lengde [m]
 m er masse per lengde [kg/m]
 ζ er dempingsforholdet
 f_{vert} er den aktuelle vertikale egenfrekvensen

Krysser flere personer broen, er akselerasjonen gitt ved [32]:

$$a_{vert,n} = 0,24a_{vert,1}nk_{vert} \quad (3.2)$$

hvor: n er antall personer; 13 for en gruppe mennesker og 0,6A for en gjevn strøm
 A er broens areal [m^2]
 k_{vert} er en koeffisient gitt i figur 3.1

Løper en person over broen, finnes akselerasjonen ved [32]:

$$a_{vert,1} = \frac{600}{M\zeta}; \quad 2,5 < f_{vert} \leq 3,5 \quad (3.3)$$

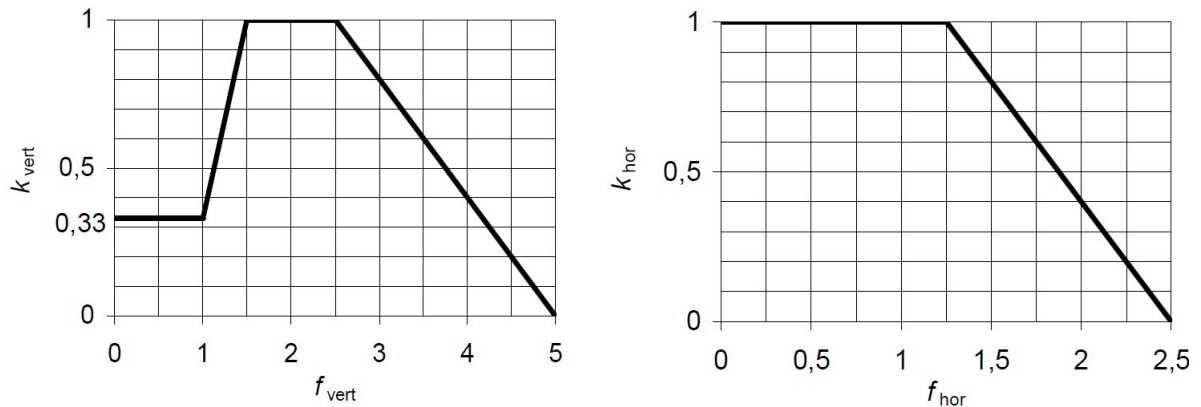
3.1.2.2 Horisontalsvingning

For en person som krysser broen, er horisontalakselerasjonen gitt ved [32]:

$$a_{hor,1} = \frac{50}{M\zeta} \quad (3.4)$$

Krysser flere personer broen, er akselerasjonen gitt ved ligning 3.5, hvor k_{hor} er gitt i figur 3.1 [32]:

$$a_{hor,n} = 0,24a_{hor,1}nk_{hor} \quad (3.5)$$



Figur 3.1: Koeffisientene k_{vert} og k_{hor} i Eurokode 5

3.1.3 Eurokode 2 og 3

Verken betong- eller stålstandardene sier noe tilsvarende det som står i Eurokode 5. Standard Norge, ved Steinar Leivestad opplyser om at stålstandarden sier at broen skal lages så stiv at det ikke blir noe problem, mens betongdelen gir enda mindre veiledning til tema. Dette er derfor ikke undersøkt nærmere i oppgaven.

3.2 BS 5400

Den britiske standarden BS 5400 gjelder stål-, betong-, og komposittbroer. Her finnes regler for prosjektering av gangbroer og kontroll av svingninger. Til hver av delene i BS 5400 finnes det en BD-standard. Disse standardene implementerer innholdet i BS 5400, men avviker på noen områder.

3.2.1 Forenklet løsning av vertikalsvingning

Tillegg C i BS 5400 Part 2 omhandler *Vibration serviceability requirements for foot and cycle track bridges*. Her er det definert en prosedyre for kontroll av gangbroer der den laveste vertikale egenfrekvensen er under 5 Hz. Er den laveste frekvensen over 5 Hz er det ikke nødvendig å foreta noen kontroll. Kravet er at den vertikale akselerasjonen skal være under [12]:

$$a \leq 0,5\sqrt{f_0} [m/s^2] \quad (3.6)$$

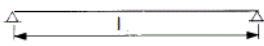
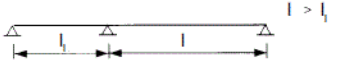
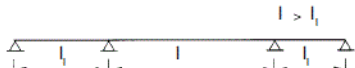
Den maksimale vertikale akselerasjonen beregnes ved formel 3.7 . Er egenfrekvensen over 4 Hz, reduseres akselerasjonen lineært fra null til 70 % reduksjon ved 5 Hz [12].

$$a = 4\pi^2 f_0^2 \gamma_s K \psi \quad [m/s^2] \quad (3.7)$$

f_0 er broens laveste egenfrekvens. Denne finnes ved formel 3.8, der vekten av fotgjengere er ekskludert [12].

$$f_0 = \frac{C^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EIg}{M}} \quad (3.8)$$

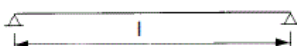

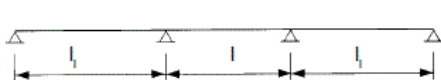
hvor: g er akselerasjonen fra tyngdekraften [m/s^2]
 l er spennets lengde [m]
 E er elastisitetsmodulen [kN/m^2]
 I er andre ordens arealmoment [m^4]
 M er vekten per enhetslengde til tverrsnittet midt på broen [kN/m]
 C er en konfigurasjonsfaktor, gitt i figur 3.2

Bridge configuration	Ratio l/l_1	C
	-	π
	0.25	3.70
	0.50	3.55
	0.75	3.40
	1.00	π
	0.25	4.20
	0.50	3.90
	0.75	3.60
	1.00	π

Figur 3.2: Konfigurasjonsfaktoren C i BD 3701 [11]

γ_s er den statiske nedbøyningen i midtspennet gitt ved en vertikal punktlast på 0,7 kN.

K er en konfigurasjonsfaktor som avhenger av antall spenn og innbyrdes spennviddeforhold. Dette hentes fra figur 3.3.

Bridge configuration	Ratio l/l_1	K
	-	1.0
	-	0.7
	1.0	0.6
	0.8	0.8
	0.6 or less	0.9

Figur 3.3: Konfigurasjonsfaktor K i BD 3701 [11]

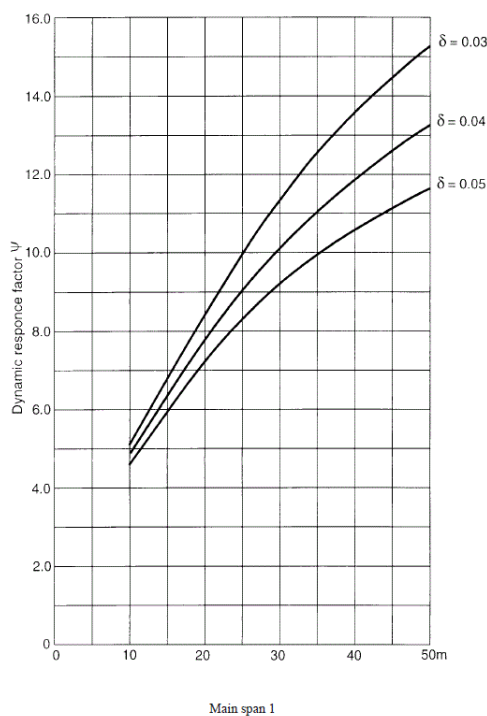
ψ er en dynamisk lastfaktor. Denne avhenger av dempingsforholdet og spennvidden. I BD 5400 er det oppgitt anbefalte verdier for det logaritmiske dekrementet, δ , dersom dette ikke er kjent [12]. Dempingsforholdet, ζ , finnes tilnærmet ved å dele det logaritmiske

dekrementet på 2π . Anbefalinger for det logaritmiske dekkementet og dempingsforholdet er gitt i tabell 3.1.

Tabell 3.1: Logaritmisk dekkement og dempingsforhold fra BS 5400

	δ	ζ
Stål med asfaltdekke	0,03	0,048
Komposittstål eller betong	0,04	0,064
Forspent betong	0,05	0,080

Den dynamiske lastfaktoren, ψ , finnes fra figur 3.4.



Figur 3.4: Dynamisk faktor som funksjon av spennvidde og dempingsforhold fra BS 5400 [12]

3.2.2 Generell løsning av vertikalsvingning

Dersom broens geometri ikke passer inn i noen av de tre spesialtilfellene i figur 3.3, anbefales det å finne den maksimale akselerasjonen ved å utsette broen for en pulserende kraft, F , som beveger seg over broen i en fart v_t . Kraften F er gitt ved ligning 3.9 [12].

$$F = 180 \sin(2\pi f_0 T) \text{ [N]} \quad (3.9)$$

$$v_t = 0,9 f_0 \text{ [m/s]} \quad (3.10)$$

T er gitt i sekunder. Her gjelder også at akselerasjonen reduseres lineært fra null til 70 % reduksjon fra 4-5 Hz.

3.2.3 Horisontalsvingning

I BS 5400 er det kun definert en prosedyre for å kontrollere vertikale svingninger. Horisontale svingninger er ikke beskrevet. I BD 37/01, en revidert utgave av BS 5400, er det derimot oppgitt at hvis gangbroer har horisontale egenfrekvenser under 1,5 Hz, må de kontrolleres. Noen prosedyre for å kontrollere dette er derimot ikke oppgitt. [11]

3.3 Statens vegvesens håndbok 185

Det er to utgaver av håndbok 185 tilgjengelige hos Statens vegvesen per juni 2012. Disse er håndbok 185 bruprosjektering (2009) og håndbok 185 bruprosjektering - Eurokodeutgave (2011). I den nye eurokodeutgaven er reglene gitt i kapittel 3.3.1 og 3.3.2 fjernet. I stedet refereres det til NS-EN 1991-2, punkt 2.7/NA 5.7. Dette er beskrevet i kapittel 3.1.1. Her legges likevel kapitlene fra 2009-utgaven frem, da de ansees som relevant for oppgaven.

3.3.1 Vertikalsvingning

Statens vegvesens håndbok 185 oppgir kun en forenklet løsning for gangbroer med opptil tre spenn. I følge håndbok 185 skal svingeømfintlige gangbroer dimensjoneres slik at referanseakselerasjonen, a_r , oppfyller kravet i ligning 3.11. Gangbroer med første egenfrekvens lavere enn 6 Hz er regnet som svingeømfintlige [35].

$$a_r \leq 0,25f^{0,7782} [m/s^2] \quad (3.11)$$

Referanseakselerasjonen, a_r , kan tilnærmet bestemmes som vist i ligning 3.12 [35].

$$a_r = 4\pi^2 f^2 W_s K \psi r \quad (3.12)$$


Dette er en tilsvarende formel som den i BS 5400, med noen små forandringer. Mens det i BS 5400 reduseres lineært fra null til 70 % reduksjon fra 4-5 Hz, korrigeres det her ved korreksjonsfaktoren r [35]:

$$r = \begin{cases} 1,0 & ; f \leq 4 \\ 3,0 - f/2 & ; 4 < f < 6 \\ 0,0 & ; f \geq 6 \end{cases} \quad (3.13)$$

Når det gjelder konfigurasjonsfaktoren, K , er verdiene veldig like de i BS 5400, men avviker noe. Verdiene for K i håndbok 185 vises i figur 3.5.

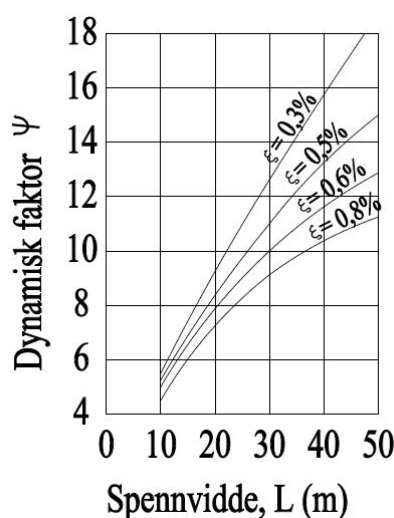
Den dynamiske lastfaktoren, ψ , finnes på samme måte som i BS 5400 fra en graf som avhenger av dempingsforholdet og spennvidden, som vist i figur 3.6. Dersom mer nøyaktige

d/L	K	
	2 spenn	3 spenn
1,0	0,70	0,60
0,8	0,92	0,82
0,6	0,96	0,92
0,4	0,96	0,92
0,2	0,95	0,92



Figur 3.5: Faktoren K fra håndbok 185 [35]

verdier ikke dokumenteres, anbefaler HB 185 et dempingsforhold i området 0,5 – 0,8 % for stålkonstruksjoner. [35]



Figur 3.6: Dynamisk lastfaktor fra håndbok 185 [35]

3.3.2 Horisontalsvingning

Har broen en horisontal egenfrekvens i området 0,5-1,3 Hz, skal broen i følge håndbok 185 kontrolleres for personinduserte horisontale svingninger. Dette gjøres ved å beregne kritisk antall personer som går over broen etter formel 3.14 [35]:

$$N_L = \frac{8\pi f \zeta M}{k} \quad (3.14)$$

hvor: N_L er antall gående personer jevnt fordelt over broen, som kan gi uakseptable horisontale horisontale vibrasjoner
 ζ er dempingsforholdet i reell verdi
 f er horisontal egenfrekvens [Hz]
 M er modal bromasse [kg]
 k er 300 Ns/m (forholdstall; indusert kraft/hastighet)

Tallet på kritisk antall personer, N_L , sammenlignes med mulig antall personer fordelt jevnt utover broen. Hvor mange personer som kan fordeles utover broen er overlatt til de

prosjekterende av broen.

3.4 Ontario Highway Bridge Design Code

I *Ontario Highway Bridge Design Code* er det gitt et krav for referanseakselerasjonen til en gangbro. Kravet er gitt i ligning 3.15 [5]. Fremgangsmåten for å finne a_r er tilsvarende den gitt i både BS 5400 og Statens vegvesens håndbok 185, og beskrives dermed ikke i detalj i denne oppgaven.

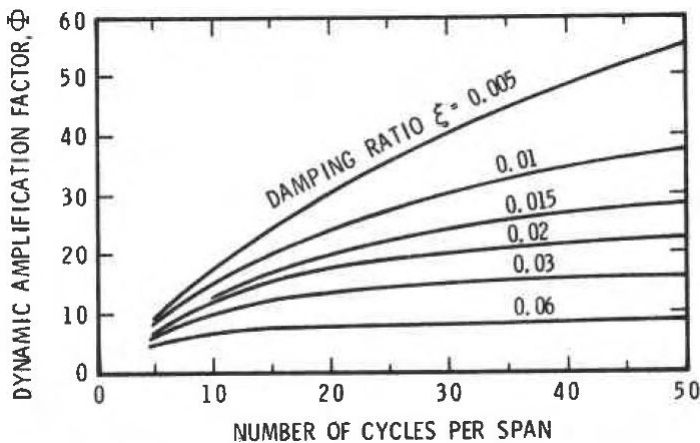
$$a_r \leq 0,25f^{0,78} \text{ [m/s}^2\text{]} \quad (3.15)$$

3.5 En mer avansert formel for akselerasjon

En mer rasjonell og detaljert formell for akselerasjon er gitt i *Dynamic Loading and Response of Footbridges* [20]. Formelen er noe modifisert i forhold til de presentert i BS 5400, håndbok 185 og *Ontario Highway Bridge Design Code*.

$$a_r = 4\pi^2 f^2 \gamma_s \alpha \Phi \quad (3.16)$$

hvor: f er broens laveste egenfrekvens
 γ_s er statisk nedbøying ved 700 N
 α er Fourierkoeffisienten til den relevante harmoniske svingningen
 Φ er dynamisk lastfaktor for en fotgjenger, hentet fra figur 3.7



Figur 3.7: Dynamisk lastfaktor for en fotgjenger [20]

Denne metoden tar hensyn til Fourierkoeffisientene for ganglast til hver mode. Disse koeffisientene finnes også for løping. Med denne formelen vil det også være mulig å finne den dynamiske responsen til modene med høyere orden.

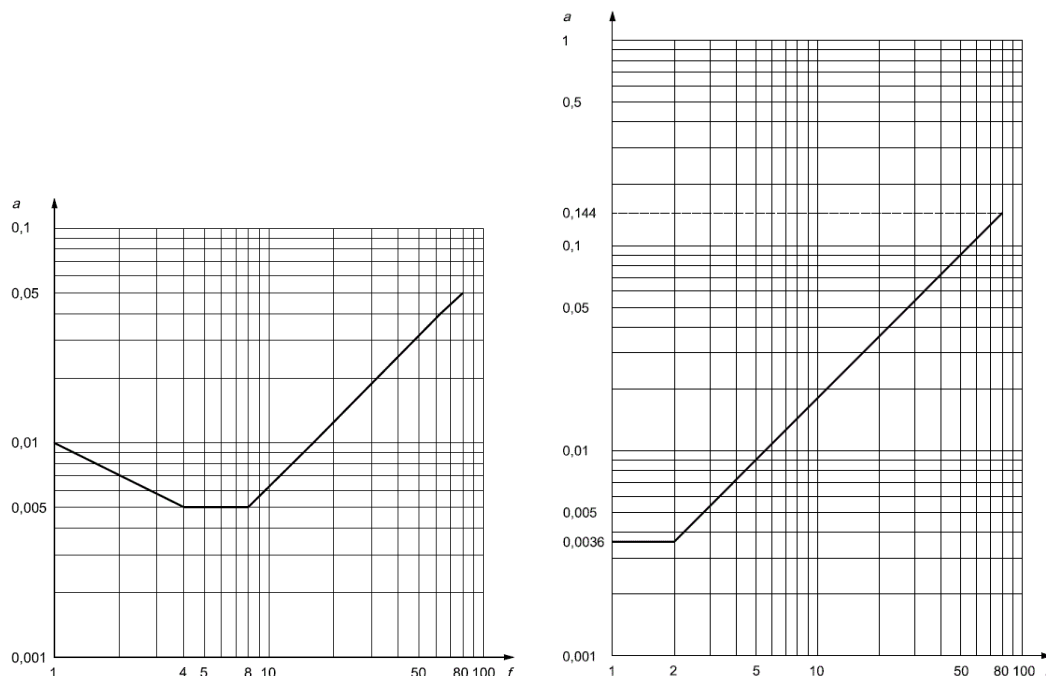
Som nevnt er denne metoden for å estimere akselerasjon veldig lik de omtalt i BS 5400 og håndbok 185. Ved nærmere undersøkelse viser det seg at forskjellen ligger i

Fourierkoeffisienten, α . I kapittel 3.2.2 beskrives det at BS 5400 anbefaler å benytte en pulserende kraft på 180 N dersom broen ikke passer inn i spesialtilfellene. For å finne den statiske nedbøyningen benyttes 700 N. Dette gir en α -verdi lik $180/700 = 0,257$. Ved å lese av Φ i figur 3.7 og multiplisere den med 0,257 gir dette samme verdi som den avleste ψ i figur 3.4 og 3.6. Dersom en α -verdi på 0,257 benyttes er altså de ulike metodene helt like.

3.6 ISO 10137

Retningslinjene i ISO 10137 er utviklet av *International Organization for Standardization*. Hensikten med retningslinjene er å presentere prinsippene for å forutse konstruksjonens vibrasjoner i prosjekteringsfasen. Retningslinjene anslår også om vibrasjonene er akseptable, både i nye og eksisterende konstruksjoner. Anbefalingene gitt i ISO 10137 er for bruksgrensetilstanden til konstruksjonen, og er derfor ikke knyttet opp mot sikkerheten. [19]

I tillegg C i ISO 10137 er det gitt grunnkurver for akselerasjon i vertikal- og horisontalretning plottet mot frekvens. I vertikalretning er det angitt at verdiene for akselerasjonen ikke skal overstige 60 ganger verdiene i grunnkurven i figur 3.8. Står derimot en eller flere personer stille, gjelder i stedet faktoren 30. Dette er fordi folk som står stille er mer ømfintlige mot vibrasjoner enn folk i bevegelse. Akselerasjoner i horisontalretning bør ikke overstige 60 ganger verdiene i grunnkurven gitt i figur 3.8. [19]



Figur 3.8: Grunnkurve for vertikal- (til venstre) og horisontalretning (til høyre) fra ISO 10137 [19]

ISO 10137 forklarer at prosjekteringen av en gangbro bør avhenge av trafikkgrunnlaget for broen. Det er anbefalt å ta hensyn til følgende scenarioer:

- En person som går over broen
- En gjennomsnittlig flyt av fotgjengere (8-15 personer)
- En kraftig strøm av fotgjengere (betydelig mer enn 15 personer)
- Begivenheter som fører til uvanlig bruk av broen (når dette er relevant)

I tillegg A i ISO 10137 beskrives det at den dynamiske kraften fra en person som går over broen kan uttrykkes ved en Fourierserie. Uttrykkene for vertikal- og horisontalretningen er gitt ved ligning 3.17 og ligning 3.18 [19].

$$F_v(t) = Q(1 + \sum_{n=1}^k \alpha_{n,v} \sin(2\pi nft + \phi_{n,v})) \quad (3.17)$$

$$F_h(t) = Q(1 + \sum_{n=1}^k \alpha_{n,h} \sin(2\pi nft + \phi_{n,h})) \quad (3.18)$$

hvor: $\alpha_{n,v}$ og $\alpha_{n,h}$ er de numeriske koeffisientene til den n-te moden i vertikal- og horisontalretning. Verdier for disse er gitt i kapittel 4.1.3.
 Q er den statiske ganglasten
 f er frekvensen til den pulserende lasten
 $\phi_{n,v}$ og $\phi_{n,h}$ er den tilhørende fasevinkelen til den n-te moden i vertikal- og horisontalretning
 k er antall harmoniske svingninger som karakteriserer kraften

Det oppgis i ISO 10137 at det kan tas hensyn til flere personer ved en koordineringsfaktor C [19]:

$$F(t)_N = f(t) * C(N) \quad (3.19)$$

Hvis personene er ukoordinerte blir faktoren C [19]:

$$C(N) = \frac{\sqrt{N}}{N} \quad (3.20)$$

3.7 Oppsummering

Det er i dette kapitlet beskrevet regler for dimensjonering av gangbroer hentet fra fem ulike standarder og håndbøker. Felles for disse er at akselerasjon er den dimensjonerende faktoren i bruksgrensetilstand i forbindelse med prosjektering av gangbroer. De ulike kravene for akselerasjon er forklart i tabell 3.2:

Tabell 3.2: Oppsummering av akselerasjonskravene fra de ulike standardene/retningslinjene

Standard	Akselerasjonskrav [m/s^2]
Eurokode	Vertikalretning: 0,7 Horisontalretning ved normal bruk: 0,2 Spesialtilfeller horisontalretning: 0,4
BS 5400	$a \leq 0,5\sqrt{f_0}$
Statens vegvesens HB 185	$a \leq 0,25f^{0,7782}$
Ontario Highway Bridge Design Code	$a \leq 0,25f^{0,78}$
ISO 10137	Vertikalretning: 0,42 ved 2 Hz, 0,35 ved 3 Hz og 0,30 ved 4-8 Hz Horisontalretning: 0,216 ved 2 Hz, 0,33 ved 3 Hz

BS 5400, *Ontario Highway Bridge Design Code* og Statens vegvesens håndbok 185 er som tidligere nevnt veldig like. Det er kun små variasjoner i hvordan de ulike faktorene i formlene beskrives. Formelene er forenklinger av virkeligheten. I avsnitt 3.5 beskrives en mer avansert formel for å finne akselerasjonen. Denne ligner mye på de tre beskrevet over, men er mer rasjonell. Det er fordi denne metoden tar hensyn til alle Fourierkoeffisientene for ganglast. Ved å benytte en α -verdi på 0,257 i den mer avanserte formelen vil denne gi like akselerasjoner som de enklere metodene.

I BS 5400 er det også gitt en generell løsning for å finne akselerasjonen. Her er det oppgitt en formel for kraften, F , og ut i fra denne kraften skal akselerasjonen beregnes. Denne formelen er det første leddet i en Fourierserie, på samme måte som formel 3.17 og 3.18 i ISO 10137. I ISO 10137 er imidlertid det generelle uttrykket for en Fourierserie oppgitt, hvor flere ledd er tatt hensyn til. Fourierserier vil sees nærmere på i kapittel 4.

Kapittel 4

Fourieranalyse

Det er senere i oppgaven benyttet Fourieranalyse under arbeidet med tidsseriene fra målingene som ble utført på Vulkan bro. I tillegg til at Fourierserier er grunnlaget for mye innen spektralestimering blir også dette mye brukt i utviklingen av standardene. Dette kapitlet inneholder derfor en del teori innenfor Fourieranalyse. Først vil Fourierserier bli presentert og deretter kommer en oversikt over temaet spektralestimering.

4.1 Fourierserier

Modellene i de forskjellige standardene er utviklet med bakgrunn i Fourierserier. For å få en større forståelse av hvordan modellene er lagt opp vil dette delkapitlet inneholde en kort innledning til temaene Fourierserier og Fourierkoeffisienter. Deretter vil det bli forklart kort hvordan Fourierserier kan utvikles fra kompliserte tidshistorier. Fourierkoeffisientene fra forskjellige forsøk og målinger vil også bli presentert i slutten av delkapitlet.

4.1.1 Fourierserier og Fourierkoeffisienter

Fourierserier er en del av temaet Fourieranalyse. Det begynte med franskmannen Jean Baptiste Joseph Fourier som oppdaget at varmestrømning gjennom objekter oppførte seg som bølger. Han fant også ut at disse bølgene var periodiske og kunne beskrives som en kombinasjon av sinus- og cosinusbølger [21]. Med utgangspunkt i disse observasjonene kan en komplisert bølge derfor brytes ned i forskjellige komponenter og uttrykkes ved en uendelig trigonometrisk serie på formen [23]:

$$F(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t) + a_2 \cos(2\omega t) + b_2 \sin(2\omega t) + \dots + a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \quad (4.1)$$

En mer kompakt versjon av serien blir dermed den standard Fourierserien:

$$F(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)) \quad (4.2)$$

Sinus- og cosinusbølger som vibrerer en gang per periode sies å vibrere med den grunnleggende frekvensen. De resterende bølger vibrerer med en faktor av den grunnleggende frekvensen. En sinusbølge som vibrerer to ganger per periode vil for eksempel bli beskrevet som den andre harmoniske svingningen. [21]

Fourier utviklet også et sett med ligninger for å kunne finne Fourierkoeffisientene a_0 , a_n og b_n [23]:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad (4.3)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt, \quad (4.4)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt. \quad (4.5)$$

hvor: a_0 = vertikalforskyvning av bølgen fra null
 a_n = n'te harmoniske cosinusbølge
 b_n = n'te harmoniske sinusbølge
 T = perioden til funksjonen

4.1.2 Fourierutvidelse

En diskret Fourierutvidelse er en komplisert tidshistorie som er dekomponert i sinus- og cosinusbølger. Er målingene av tidshistorien gjort ved en viss frekvens, vil alle de forskjellige bølgekomponentene kunne forutsies. Dette gjøres ved å beregne Fourierkoeffisientene, for deretter å erstatte disse med Fourierserier. [21]

Metoden tar for seg et komplisert, gjentakende signal bestående av flere cosinus- og sinusbølger. Det er som regel vanskelig å identifisere at disse individuelle bølger finnes i signalet, så det vil være nødvendig å utføre en Fourieranalyse. For å finne Fourierkoeffisientene benyttes en metode der det gjentakende signalet deles opp i mindre deler. På denne måten vil arealet under kurven kunne beregnes, og ved å dividere dette arealet med perioden T , vil koeffisienten a_0 være definert. Nøyaktigheten vil avhenge av hvor mange deler signalet deles i. Jo flere deler, jo mer nøyaktig. [21]

For å kunne bestemme de resterende koeffisientene vil signalet bli multiplisert med cosinus- og sinusbølger. Med utgangspunkt i at signalet er bygget opp av tre cosinusbølger og tre sinusbølger, vil koeffisientene a_1 , a_2 og a_3 bestemmes ved at signalet multipliseres med en cosinusbølge på formen $\cos(n * 2\pi ft)$ hvor n er henholdsvis 1, 2 og 3. Etter hver multiplikasjon vil verdiene for koeffisientene bli funnet på samme måte som ved a_0 . Tilsvarende vil koeffisientene b_1 , b_2 og b_3 bli estimert ved å multiplisere signalet med sinusbølgen $\sin(n * 2\pi ft)$. En fin oppdeling av signalet vil også her være av stor betydning for å oppnå et nøyaktig resultat. [21]

Den beskrevde metoden gjør at koeffisientene vil være avhengig av start- og sluttiden til signalet. Likevel vil resultatene bli like etter at delene er satt sammen til en prediksjon av det originale signalet. Det vil derfor for et periodisk signal finnes et uendelig antall Fourierkoeffisienter som tilsammen representerer samme løsning. Det finnes derfor en enklere måte å beskrive Fourierserien for å unngå unødvendig forvirring. Denne metoden benytter seg av en ny variabel, d_n , og en fasevinkel, ϕ_n : [21]

$$F(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin(n\omega t + \phi_n) \quad (4.6)$$

Koeffisienten d_n har følgende relasjon til a_n og b_n :

$$d_n = \sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2} \quad (4.7)$$

Verdien på d_n vil dermed være den samme, uavhengig av hvilken del av signalet som blir benyttet.

Fasevinkelen ϕ_n vil kunne beregnes ut i fra ligningen:

$$\phi_n = \tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \quad (4.8)$$

hvor ϕ_n er fasevinkelen til sinusbølgen i radianer. [21]

4.1.3 Fourierkoeffisientene i litteraturen

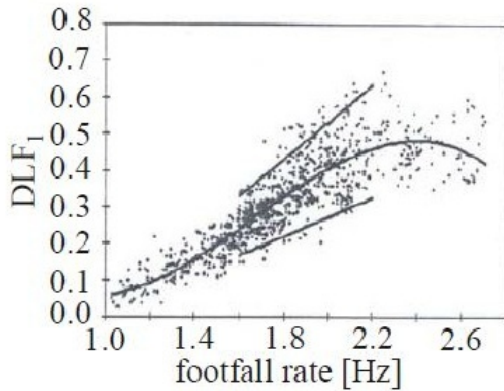
Fourierkoeffisientene som benyttes i forskjellige modeller er funnet av flere forfattere ved hjelp av målinger [27]. Koeffisientene representerer de forskjellige dynamiske lastfaktorene og kan variere fra forsøk til forsøk. Dette skyldes at kreftene som oppstår på grunn av gangtrafikk er avhengig av forskjellige faktorer, blant annet ganghastighet, fysiske egenskaper til personen som påfører kreftene og type sko personen benytter. Ettersom det er et stort antall varierende faktorer som påvirker resultatene av testene, vil det også være naturlig at de forskjellige testene resulterer i varierende lastkoeffisienter. [16]

Et lite utvalg av Fourierkoeffisientene fra forskjellige forfattere er listet opp i tabell 4.1. Alle er mer eller mindre frekvensavhengige, og koeffisientene er da regnet ut med en frekvens på 2 Hz. I tillegg vises de aktuelle koeffisientene fra ISO 10137.

Tabell 4.1: Fourierkoeffisienter i litteraturen

Kilde	Frekvens [Hz]	1. koeff	2. koeff	3. koeff	4. koeff
Kerr [21]	2	0,41	0,07	0,20	0,05
Setra, Bachmann [9, 18]	2	0,40	0,10	0,10	
Synpex [13]	2	0,32	0,44	0,18	0,03
ISO 10137 [19]	2	0,37	0,10	0,06	0,06

Kerr benytter seg av en frekvensavhengig funksjon for å finne første koeffisient. Denne er vist i figur 4.1, hvor frekvensen er gitt langs x-aksen, mens verdiene på koeffisienten hentes fra y-aksen.



Figur 4.1: Fourierkoeffisienter hentet fra Kerr [21]

Synpex benytter seg av disse frekvensavhengige funksjonene [13]:

1. $coeff = 0,0115f_s^2 + 0,2803f_s - 0,2902$
2. $coeff = 0,0669f_s^2 + 0,1067f_s - 0,0417$
3. $coeff = 0,0247f_s^2 + 0,1149f_s - 0,1518$
4. $coeff = -0,0039f_s^2 + 0,0285f_s - 0,0082$

Første Fourierkoeffisient fra ISO 10137 er frekvensavhengig, og ligningen for denne er [19]:

$$1. coeff = 0,37(f_s - 1)$$

Den oppgitte funksjonen fra ISO er for gange og er gyldig i frekvensområdet 1,2 Hz - 2,4 Hz.

4.2 Spektralestimering

Spektralestimering er en generell beskrivelse av å estimere spektraltettheten til et vilkårlig signal basert på et endelig antall observasjoner. Spektraltettheten beskriver frekvensinnholdet til et signal og gjør det mulig å identifisere periodisitet i signalet ved å finne topper ved disse frekvensverdiene. Nøyaktigheten til estimeringen er relatert til antall observasjoner. Dette vil si at flere observasjoner gir en mer nøyaktig fremstilling av resultatet. I tillegg består signalene ofte av forstyrrelser som må tas hensyn til. [10]

Det finnes to hovedkategorier innen spektralestimering: ikke-parametriske metoder og parametriske metoder. De ikke-parametriske metodene bygger direkte på Fouriertransformasjon av de observerte signalene, og er som regel ikke like nøyaktige når det kun er registrert et lite antall observasjoner. Disse metodene legger til grunn at den underliggende stokastiske prosessen har en viss struktur som kan beskrives med et lite antall parametere. De parametriske metodene unngår å bruke Fouriertransformasjon direkte, men baserer seg heller på å finne en tilpasset modell for de observerte signalene, og deretter estimere parametere som støtter denne modellen. Disse metodene estimerer i motsetning til ikke-parametriske metoder spektraltettheten uten å anta at det finnes en underliggende struktur. [10]

Fouriertransformasjon, Welchs metode og Burgs metode blir gjennomgått i kapittel 4.2.1-4.2.3. Alle disse metodene er implementert i Matlab, og det er derfor viktig å få kjennskap til teorien bak disse metodene før de blir benyttet i programmet.

4.2.1 Fouriertransformasjon

Fouriertransformasjon (FT) brukes for å avbilde en funksjon inn i en annen funksjon ved hjelp av integrasjon. Fouriertransformasjon kan brukes til å flytte seg fra et tidsområde og inn i et frekvensområde, og FT er derfor ideell for behandling av tidsserier. Diskret Fouriertransformasjon (DFT) er en matematisk enklere form av Fouriertransformasjon [28]. Den er i tillegg mer relevant ved behandling av signaler og spektre, siden inngangsdataene ofte er tidsserier. En Fouriertransformasjon av et kontinuerlig tidssignal $x(t)$ kan defineres som [28]:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (4.9)$$

For å kunne bevege seg begge veier, altså for å kunne forflytte seg tilbake til tidsområdet fra frekvensområdet, er det nødvendig å definere den inverse Fouriertransformasjonen. Dette er spesielt nyttig i systemidentifikasjon, hvor det kan være behov for å bevege seg begge veier. Invers Fouriertransformasjon er definert som:

$$\tilde{X}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega t} dt \quad (4.10)$$

DFT skifter ut det uendelige integralet i Fouriertransformasjonen med en endelig sum, og uttrykket blir:

$$X(\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n)e^{-i\omega_k t_n} \quad (4.11)$$

hvor: $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$

For praktiske formål kan kun de harmoniske komponentene brukes, og dermed blir den nye tilnærmingen av uttrykket [33]:

$$x(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N X_k(\omega_k, t) \quad (4.12)$$

hvor: $\omega_k = k\Delta\omega$
 $\Delta\omega = 2\pi/T$
 T er lengden av $x(t)$

og de harmoniske komponentene er gitt ved:

$$X_k(\omega_k, t) = c_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \quad (4.13)$$

hvor: $c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ er amplituden
 $\varphi_k = \tan^{-1}(b_k/a_k)$

og konstantene a_k og b_k er gitt ved:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(\omega_k t) dt \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(\omega_k t) dt \end{aligned} \quad (4.14)$$

I praktiske utførelser av DTF brukes som regel "Fast" Fouriertransformasjon (FFT). Denne transformasjonsmetoden avhenger primært av lengden N , og gir nøyaktig det samme resultatet som DFT, men med enklere og raskere utregning. Det er også denne metoden Matlab har implementert som funksjonen "fft". [28]

4.2.2 Welchs metode

Welchs metode er karakterisert som en ikke-parametrisk metode. Metoden er en modifisert utgave av Bartletts metode, som også er kjent som metoden for gjennomsnittlig spektraltetthet. Bartletts metode deler opp sekvensen i K antall segmenter, som ikke overlapper hverandre, med lengde L . Deretter brukes Fouriertransformasjon på alle de små segmentene, før de settes sammen igjen. Metoden kan dermed defineres som: [10]

$$X_{snitt}(\omega) = \frac{1}{K} \sum_{m=0}^{K-1} X^{(m)}(\omega) \quad (4.15)$$

hvor den harmoniske delen er beskrevet som:

$$X^{(m)}(\omega) = \frac{1}{L} \left| \sum_{N=0}^{L-1} c_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \right|^2 \quad (4.16)$$

Welchs metode benytter to modifikasjoner til Bartletts metode. Den første modifikasjonen er at Welchs metode benytter seg av overlappende segmenter med lengde D ($D \neq L$). Den andre er at det i tillegg benyttes en "window"-funksjon som sørger for at de overlappende segmentene passer sammen. Disse funksjonene sørger for at segmentene går mot null på begge sider. På denne måten oppnås en kontinuerlig funksjon uten sprang mellom segmentene. Dermed kan Welchs metode defineres som: [10]

$$X_W(\omega) = \frac{1}{K} \sum_{m=0}^{K-1} X^{(m)}(\omega) \quad (4.17)$$

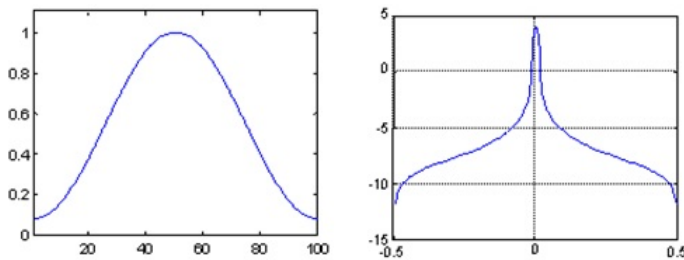
hvor den modifiserte harmoniske delen er:

$$X^{(m)}(\omega) = \frac{1}{LU} \left| \sum_{N=0}^{L-1} c_k w(n) \cos(\omega_k t + \varphi_k) \right|^2 \quad (4.18)$$

og U er definert som:

$$U = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} w^2(n) \quad (4.19)$$

Hvis det benyttes et begrenset antall observasjoner i estimeringen av spekter, tilsvarer det å multiplisere signalet i tidsområdet med en rektangulær “window”-funksjon. Deretter benyttes dette til å løse de tettliggende sinuskurvene i signalet. For å få et bedre resultat kan det benyttes andre enn rektangulære funksjoner og tilpasse disse til det aktuelle signalet. Ulempen med dette er at det kan resultere i redusert oppløsning i spektraltettheten. Det finnes flere forskjellige former av “window”-funksjoner. De mest kjente er Hamming, Hann, Bartlett, Blackman og Kaiser [10]. I denne oppgaven er det brukt Hamming som “window”-funksjon for Welchs metode, figur 4.2 beskriver denne i henholdsvis tids- og frekvensområdet.



Figur 4.2: Hammingfunksjonen i tids- og frekvensområdet [10]

Fordelen med Welchs metode er at den er god på situasjoner der det er mange observasjoner. Bruk av “window”-funksjoner fører ofte til at det introduseres overflødig informasjon, men hvis det benyttes andre enn rektangulære funksjoner, blir disse ulempene borte. Ulempen med metoden er ved stor oppdeling av signalet, hvor det kan oppstå unøyaktigheter på grunn av dårlig oppløsning i spektraltettheten. Nøyaktigheten i oppdelingen må derfor veies mot oppløsningen til resultatet. [8]

4.2.3 Burgs metode

Burgs metode er en parametrisk metode for å estimere spektraltettheten. Den benytter seg av en lineær autoregressiv (AR) filtermodell av en gitt orden for å finne spekteret til signalet [3]. Ordenen angir hvor mange ledd det skal være med i den autoregressive modellen, altså hvor mange AR-parametere som skal tas hensyn til. En generell lineær AR-prosess er matematisk definert som [10]:

$$x(n) + a_1 x(n-1) + \dots + a_p x(n-p) = v(n) \quad (4.20)$$

hvor: $v(n)$ er en hvit støy-prosess med varians s^2
 a_i er AR-parametere

Et ledd i serien kan estimeres ved hjelp av en lineær vektet sum av de tidligere leddene i serien. Disse vektete leddene er de autoregressive koeffisientene. Dermed kan den statistiske karakteristikken til signalet modelleres ved å benytte seg av lineære AR-filtre. Burgs metode bruker disse filtrene sammen med minste kvadraters metode for å minimere den gjennomsnittlige prediksjonsfeilen. Deretter blir spektraltettheten beregnet ut i fra frekvens- og responsinnholdet i prediksjonsfiltrene. [3]

Fordelene med Burgs metode er at den gir gode resultater i situasjoner hvor det er få observerte signaler og at den alltid produserer en stabil modell. Den er også god på signaler hvor det er tette sinuskurver med liten grad av forstyrrelser. I tillegg er den beregningsmessig effektiv. Signaler med høy grad av forstyrrelser kan derimot føre til feil i estimerer av spektraltettheten ved bruk av Burgs metode. [8]

Kapittel 5

Tiltak for å redusere den dynamiske responsen

Dersom den dynamiske responsen til en konstruksjon er større enn ønskelig, vil det være nødvendig å gjennomføre tiltak for å unngå dette. Det er gunstig å gjennomføre disse tiltakene i prosjekteringsfasen, slik at det aldri blir et problem. Er konstruksjonen allerede bygget vil det fortsatt være mulig å gjennomføre tiltak for å redusere den dynamiske responsen. I dette kapittelet vil alternative tiltak fremlegges, både til prosjekteringsfase og til ferdige konstruksjoner.

5.1 Endre systemets stivhet eller masse

For å forbedre de dynamiske egenskapene til et system er det ønskelig å øke egenfrekvensene, slik at de ikke lenger befinner seg i det kritiske området. Dette er tradisjonelt gjort ved å øke stivheten til systemet [12]. Egenfrekvensen til et system er alltid proporsjonal med kvadratroten av stivheten, og omvendt proporsjonal med kvadratroten av massen, som vist i formel 5.1. Ved å doble stivheten til systemet vil altså egenfrekvensen øke med ca. 1,4. Denne sammenhengen gjør at det kan være vanskelig å endre egenfrekvensene, da en økning av stivheten gjerne også resulterer i en økning av systemets masse.

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (5.1)$$

Hvis den nest laveste egenfrekvensen er tilstrekkelig høy, kan det være aktuelt å minke stivheten eller øke systemets masse, slik at den laveste egenfrekvensen blir lavere enn det kritiske området. Dette er imidlertid sjeldent en anbefalt løsning, da systemet vil bli mer fleksibelt og den statiske nedbøyningen vil øke. Muligheten til å modifisere stivheten er gjerne begrenset på en eksisterende konstruksjon. [9]

5.2 Øke dempingen i systemet

Ved å øke dempingen til systemet vil akselerasjonene på systemet minke. Et effektivt tiltak for å øke dempingen til et system er å ha boltede forbindelser i stedet for sveisede, da friksjonen her vil bidra til demping. Bruk av et elastisk kunststoff på overflater eller ved opplagere vil kunne bidra til å dempe responsen av en gangbro. Et eksempel på dette kan være fuger. Det er imidlertid viktig å huske på at bruk av elastiske kunststoffer vil kreve vedlikehold, ettersom egenskapene vil degenerere med tiden. Bruken av vaiere i et nettingmønster i rekkverket vil også kunne redusere responsen, på grunn av friksjon mellom vaiere. [16]

5.3 Endre systemets design

Ved å endre systemets design vil dynamiske problemer enkelt kunne løses. Er det for eksempel mulig å støtte en bro midt i det aktuelle spennet, vil problemet kunne fjernes. Dette er imidlertid en løsning som varierer mye fra situasjon til situasjon. Ofte vil det også være begrensninger på dette, fra arkitekt, kommune eller lignende. Generelt er det også vanskelig å endre designet drastisk etter at konstruksjonen er bygget.

5.4 Kalibrerte massedempere

Kalibrerte massedempere er den mest populære formen for massedempere [15], og består av en masse som er knyttet til systemet ved hjelp av en fjær, med en tilknyttet demper. Disse er designet slik at de splitter den kritiske frekvensen inn i to nye frekvenser på hver sin side av den kritiske frekvensen. Best effekt oppnås dersom de to nye frekvensene får like store amplituder. På denne måten vil massedemperne sørge for å redusere vibrasjonen i stor grad. Dette gjelder riktignok kun om konstruksjonen er utsatt for en belastning med frekvens i nærheten av den kritiske frekvensen. Ettersom massedempers masse gjerne er mye lavere enn konstruksjonens masse, kompenserer de med en mye større forskyvning. Det er verdt å merke seg at en kalibrert massedemper kun vil redusere responsen ved denne frekvensen. Det må altså installeres massedempere for alle kritiske egenfrekvenser. [9]

5.4.1 Prinsipp

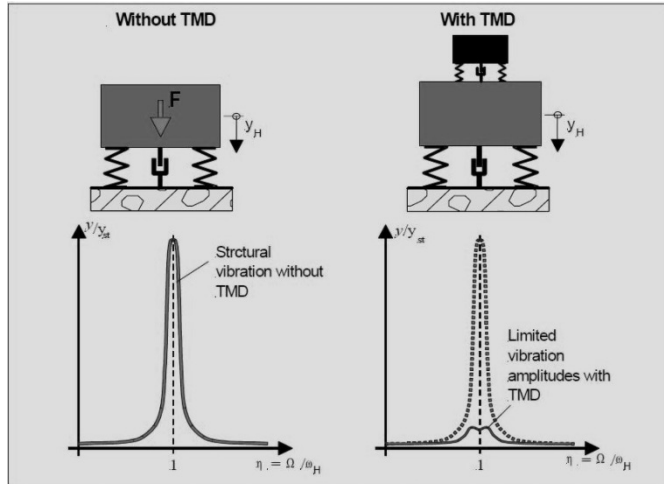
For å vise prinsippet bak kalibrerte massedempere, brukes et system med én frihetsgrad. Systemet er utsatt for en harmonisk last. Ved å innføre en ekstra masse, vil systemets amplitude kunne reduseres betraktelig, som vist i figur 5.1. Dette beskrives matematisk på følgende måte:

$$M\ddot{y}_1(t) + C\dot{y}_1(t) + Ky_1(t) = C\dot{y}_2(t) + Ky_2(t) + P(t) \quad (5.2)$$

$$m\ddot{y}_2(t) + C\dot{y}_2(t) + Ky_2(t) = -m\ddot{y}_1(t) \quad (5.3)$$

Dette gir uttrykket:

$$(M + m)\ddot{y}(t) + C\dot{y}_1(t) + Ky_1(t) = -m\ddot{y}_2(t) + P(t) \quad (5.4)$$



Figur 5.1: Prinsipp massedemper [4]

5.4.2 Dynamisk respons etter innføring av en kalibrert massedemper med utgangspunkt i den Hartogs løsning

den Hartogs løsning er en vanlig løsning for å kalibrere en massedemper [14]. Løsningen antar at systemet har null demping ($C=0$) før innføringen av en massedemper. Med denne antakelsen er det mulig å bestemme de optimale egenskapene til den kalibrerte massedemperen. Forholdet mellom den dynamiske responsen og den statiske nedbøyningen er gitt ved [9]:

$$A = \frac{y_{1max}}{y_{1stat}} = \sqrt{\frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + (2\zeta_d\alpha\beta)^2}{[(\alpha^2 - \beta^2)(1 - \beta^2) - \alpha^2\beta^2\mu]^2 + (2\zeta_d\alpha\beta)^2(1 - \beta^2 - \beta^2\mu)}} \quad (5.5)$$

hvor: y_{1max} er maksimal dynamisk respons

y_{1stat} er statisk nedbøyning

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n}$$

$$\omega_n^2 = \frac{K}{M}$$

$$\alpha = \frac{\omega_{demp}}{\omega_n}$$

$$\omega_{demp} = \frac{k}{m}$$

$$\mu = \frac{m}{M}$$

$$\zeta_d = \frac{c}{2m\omega_d}$$

den Hartogs løsning gir den optimale frekvensen til en kalibrert massedemper ved [9]:

$$f_d = \frac{f_n}{1 + \mu} \quad (5.6)$$

Det optimale dempingsforholdet fra den Hartogs løsning er gitt ved [9]:

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (5.7)$$

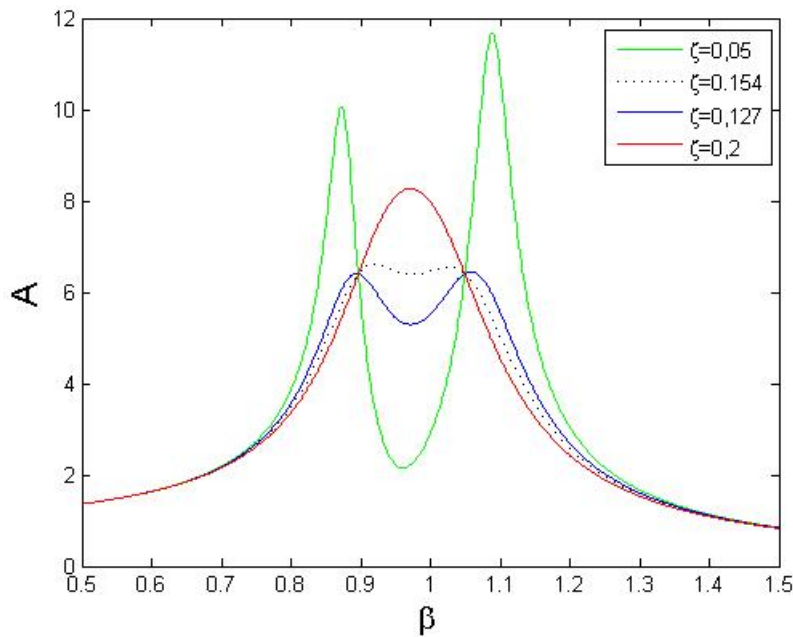
Fjærstivheten k og dempingskonstanten c til den kalibrerte massedemperen er gitt ved [13, 15]:

$$k = (2\pi f_d)^2 m \quad (5.8)$$

$$c = 2m(2\pi f_d)\zeta_{opt} \quad (5.9)$$

Dempingsforholdet til massedemperen vil ha stor betydning for oppførselen til systemet. Ved en massedemper som veier 5 % av systemets masse, vil det optimale dempingsforholdet gitt fra ligning 5.7 være 0,127. Figur 5.2 viser responsamplituden med den Hartogs optimale dempingsforhold og dempingsforhold som er høyere og lavere enn det optimale dempingsforholdet. Ved den Hartogs optimale dempingsforhold er akselerasjonene noe høyere for de nye egenfrekvensene enn for den opprinnelige. Ved å benytte dempingsforholdet som vist i formel 5.10 blir derimot akselerasjonene like for de tre frekvensene [22]. Det optimale dempingsforholdet blir da 0,154 i stedet for 0,127. Dette er vist ved den prikkete linjen i figur 5.2.

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{\mu}{2(1 + \mu)}} \quad (5.10)$$



Figur 5.2: Responsamplitude ved bruk av massedemper med ulike dempingsforhold

5.5 Viskøse dempere

Viskøse dempere brukes til å fjerne vibrasjoner ved hjelp av et viskøst materiale, enten fast eller flytende. En måte å gjøre dette på er ved hjelp av en vibrasjonsdemper som bruker et stempel til å omdanne energien i systemet til varme. Her brukes et veldig viskøst materiale, for eksempel silikon, som blir deformert og forskøvet. En annen form for viskøs demper er å la stempelet presse væsken gjennom en trangere åpning. Når væsken passerer åpningen vil energi forsvinne fra systemet i form av varme. Det vil være mulig å ta ut veldig mye energi på denne måten om beregningen og installasjonen er nøyaktige.

Det er en viktig forskjell på de to alternativene. Ved å presse sammen et viskøst materiale, vil resultatet være avhengig av viskositeten til materialet. Effektiviteten til alternativet der væsken presses gjennom en trangere åpning er derimot mest avhengig av væskens densitet. De siste alternativet er derfor minst følsomt for temperaturendringer [9, 15].

Plasseringen til en viskøs demper må være mellom to konstruksjonsdeler som varierer i respons. Effekten blir bedre om denne differansen er stor. Plassering mellom et dekke og en søyle kan for eksempel være ideelt. Forskyvningene i forbindelse med gangbroer er små. For å oppnå den ønskede effekten må demperene derfor være effektive helt ned på millimeternivå. Dette kan være veldig vanskelig å oppnå med viskøse dempere [9, 15].

Det er vanlig å beskrive demperens oppførsel ved hjelp av en differensialligning av orden κ [9]:

$$f(t) + \lambda^\kappa \frac{d^\kappa f}{dt^\kappa}(t) = C_0 \frac{dx}{dt}(t) \quad (5.11)$$

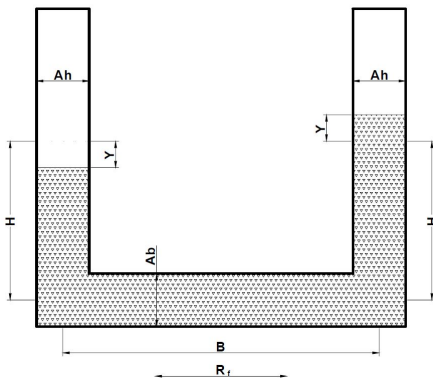
hvor: $f(t)$ er den påsatte kraften på stempelet

$x(t)$ er stempelets forskyvning
 C_0 er dempingsfaktoren ved null frekvens
 λ er relaksasjonstid
 κ er demperens orden

Disse parameterne er gjerne funnet eksperimentielt. Det er vanlig å sette $\lambda = 0$, slik at systemet er lineært. Dette gjøres for å gjøre analysen enklere [9]. Denne oppgaven går ikke nærmere inn på bruken av denne differensialligningen.

5.6 Kalibrert søyleformet væskedemper

Ved en kalibrert massedemper er det satt på en ekstra masse på systemet, som er kalibrert til å fungere best mulig. Ved en kalibrert søyleformet væskedemper er den ekstra massen byttet ut med væske. Væsken oppfører seg på samme måten som en ekstra masse, og kan på samme måte som massedempere kalibreres til å fungere best mulig. En variant av kalibrert søyleformet væskedemper er å plassere væsken i et u-formet rør, som vist i figur 5.3. Denne formen for demper lar seg også kombinere med en viskøs demper, ved at det legges inn en trangere åpning i den horisontale delen av røret [15].



Figur 5.3: Illustrasjon av en kalibrert søyleformet væskedemper [13]

De samme prinsippene gjelder for en kalibrert søyleformet væskedemper som for en kalibrert massedemper. Med bakgrunn i den Hartogs løsning har Hochrainer beregnet den optimale kalibreringen av en kalibrert søyleformet væskedemper. [15, 25]

Forholdet mellom væsken og konstruksjonens masse er gitt ved: [15, 25]

$$\mu^* = \frac{\mu}{\kappa^2 + \mu(\kappa^2 - 1)} \quad (5.12)$$

hvor μ er forholdet mellom massene, og κ er den geometriske koeffisienten gitt ved:

$$\kappa = \frac{B + 2H \cos(\beta)}{L_{eff}} \quad (5.13)$$

hvor:

$$L_{eff} = 2H + \frac{A_H}{A_B}B \quad (5.14)$$

Verdien til κ må være konstant. Verdien er anbefalt å være så høy som mulig, men under 0.8 for å unngå ikke-lineæritet i væsken. β er vinkelen til søylene ($\pi/2$ når de er vertikale).

Den optimale frekvensen til den kalibrerte søyleformede væskedemperen er gitt ved: [15,25]

$$f_n^* = \frac{f_n}{\sqrt{1 + \mu^*(1 - \kappa^2)}} \quad (5.15)$$

hvor f_n er den optimale frekvensen til den kalibrerte massedemperen.

Verdiene for H og B er gitt ved: [15, 25]

$$B = \frac{2g \sin(\beta)}{(f_n^* \omega_n)^2} \kappa - 2H \cos(\beta) \quad (5.16)$$

$$H = \frac{B + 2H \cos(\beta)}{2\kappa} - \frac{A_H}{A_B}B \quad (5.17)$$

Det er verdt å merke seg at ved tilfellet der $A_H = A_B$ og $\beta = \pi/2$, som figur 5.3 viser, kan løsningen på H og B finnes direkte.

$A_H = A_B$ finnes ved: [15, 25]

$$(A_H B + A_H 2H) \gamma_{v\text{æske}} = M \mu^* \quad (5.18)$$

$$A_H = A_B = \frac{M \mu^*}{(B + 2H) \gamma_{v\text{æske}}} \quad (5.19)$$

hvor: M er konstruksjonens masse
 $\gamma_{v\text{æske}}$ er væskens densitet

5.7 Tabell for oppsummering av ulike dempere

Tabell 5.1: Oppsummering av ulike dempere

Type demper	Bruk i forbindelse med gangbroer	Fordeler	Ulemper
Kalibrert massedemper	Mye brukt	Enkle i bruk	Demper kun en mode, må ta hensyn til ekstra masse, krever vedlikehold
Viskøs demper, vibrasjonsdemper	Lite brukt	Demper flere moder	Senitiv mot temperaturforskjeller, ikke-lineære beregninger
Viskøs demper, trangere åpning	Lite brukt	Uavhengig av temperatur, demper flere moder	Krever ikke-lineære beregninger
Kalibrert søyleformet væskedemper	Veldig lite brukt	Kan kombineres med viskøs demper	Må ta hensyn til ekstra masse, krever vedlikehold

Del II

Case

Kapittel 6

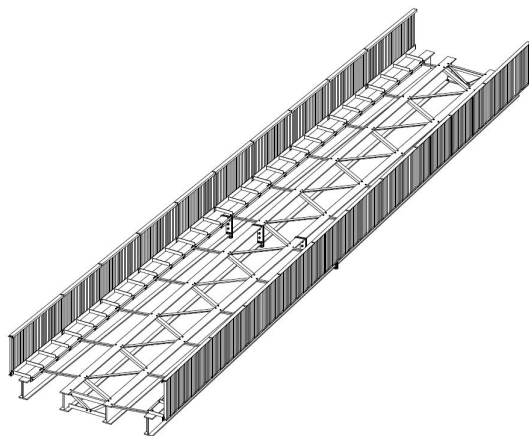
Informasjon om Vulkan bro

Vulkan ligger sentralt i Oslo, mellom St. Hanshaugen i vest og Grünerløkka i øst, og er en bydel i stor vekst. Vulkan gangbro ble åpnet i desember 2010. Broen går over Akerselva, og knytter bydelen til Grünerløkka. Etter åpningen har brukerne av broen registrert merkbare vertikale svingninger. Svingningene gjør at den kan føles ubehagelig å benytte.

Broen er 28 meter lang og består av fire 28 meter lange HEB 600-bjelker. Disse bjelkene består av to deler som er boltet sammen midt på broen. Bjelkene er knyttet sammen av leddede stivere i stål og et tredekke over. Tredekket er 0,1 meter tykt og festet på tvers av broens lengderetning. Spennet mellom de to midterste HEB-bjelkene er 1,6 meter langs hele broens lengde. De ytterste HEB-bjelkene skrår gradvis innover, fra et spenn på 1,6 meter ved den ene enden til 0,8 meter ved den andre. Et rekkverk i stål er satt opp langsmed begge sider av broen. Dimensjoner på hovedbjelkene og avstivere er oppgitt i tabell 6.1. Broens geometri uten tredekke vises i figur 6.1.

Tabell 6.1: Dimensjoner på broens bjelker og avstivere

	Profiltype
Hovedbjelker	HEB 600
Skråstivere	L 120x80x8
Sidestivere	L 80x80x8



Figur 6.1: Geometri Vulkan bro [7]

6.1 Overslag av egenfrekvens

Egenfrekvensen til konstruksjoner blir i dag som oftest regnet ut ved hjelp av elementmetodeprogrammer. Det er likevel valgt å foreslå en rask håndberegning av egenfrekvensen til Vulkan gangbro ved hjelp av enkle bjelkeformler. Hensikten med denne fremstillingen er å vise at det ved dagens design opplagt vil være fare for at det kan oppstå uønskede vertikale vibrasjoner når broen er utsatt for gangtrafikk. Utregningen er gjort med utgangspunkt i en av broens HEB-bjelker, og regnes som en fritt opplagt bjelke med én frihetsgrad. Dette representerer en forenklet modell av systemet. Likevel vil dette gi en god indikasjon på den første vertikale egenfrekvensen til broen, da tredekket er det eneste som i betydelig grad sørger for samvirke av konstruksjonen. Vekten til tredekket er tatt med i utregningen, mens egenskapene er utelatt. Resultatet av denne forenklingen er fremstilt i figur 6.2, som viser sammenheng mellom egenfrekvens og lengde på broen.

Formelen for egenfrekvensen er da [9];

$$\omega_n = \frac{n^2\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho s}} \quad (6.1)$$

$$f_n = \frac{n^2\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho l}} \quad (6.2)$$

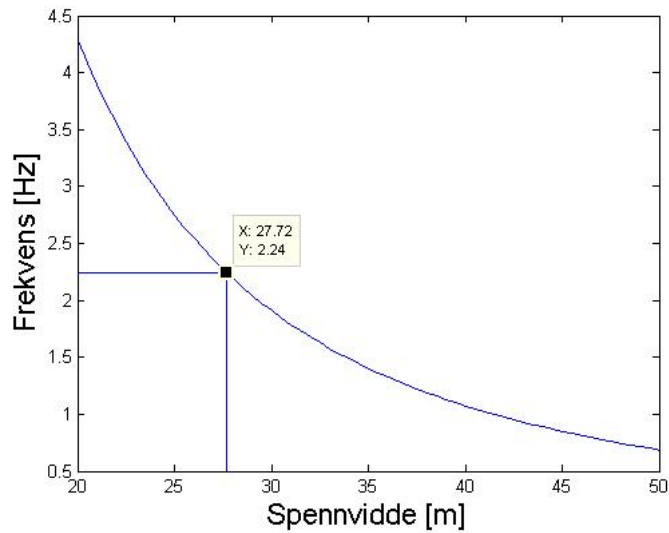
hvor den tilhørende egenmoden er [9]:

$$v_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (6.3)$$

hvor: f_n er broens egenfrekvens i tilknytning til mode n
 L er broens spennlengde
 ρl er broens masse per løpemeter

Egenfrekvensen blir ut i fra formel 6.4:

$$f_n = \frac{\pi}{2 * (27,72m)^2} \sqrt{\frac{210E^9 \frac{N}{m^2} * 1710E^{-6}m^4}{300kg/m}} = 2,24 Hz \quad (6.4)$$



Figur 6.2: Variasjon av egenfrekvens mot spennvidde for Vulkan bro

Figur 6.2 viser endringen i egenfrekvens som funksjon av spennvidde, med utgangspunkt i formel 6.2. Her kommer det tydelig frem at broens lengde på 27,72 meter vil være i et kritisk område med tanke på å være utsatt for vertikale svingninger. Basert på denne forenklingen ville broens konstruksjon vært utenfor det kritiske området dersom den hadde vært kortere enn 20 meter. Den første svingemoden ville derimot også vært utenfor kritisk område dersom konstruksjonen var tilstrekkelig lang. Dette vil derimot by på problemer når det kommer til kapasiteten til broen. Ved en slik konstruksjon åpner det seg også muligheter for at de andre svingemodene har egenfrekvenser i kritisk område.

Kapittel 7

Abaqus-modellen

I denne oppgaven er det etablert en FEM-modell i programmet Abaqus. Dette er gjort for å kartlegge broens oppførsel før det er utført målinger på Vulkan bro, som beskrives i kapittel 8. Oppbyggingen av modellen presenteres i dette kapittelet.

7.1 Valget av Abaqus

Abaqus er et kraftig elementmetodeprogram. Programmet kan brukes til en rekke ulike analyser, blant annet dynamiske og statiske. Abaqus består av tre steg, en preprocessor, en prosessor, og en postprocessor [1].

Preprocessoren Abaqus/CAE gjør det mulig å utvikle inputfiler grafisk, noe som gir et senket brukergrensesnitt. Processoren er steget hvor Abaqus løser problemet numerisk. Dette kan gjøres enten implisitt eller eksplisitt. I denne oppgaven er det valgt å kjøre implisitte analyser, da det er ideelt til statiske og dynamiske problemer med lave frekvenser [26]. Postprocessoren er steget hvor resultatene evalueres. Resultatene evalueres gjerne ved hjelp av visualiseringsmodulen [1].

Valget av programmet Abaqus er gjort på grunnlag av flere faktorer. De viktigste er:

- Tilgangen til programmet gjennom NTNU
- Programmet er godt egnet til å gjennomføre dynamiske analyser
- Programmet kan benyttes til å gjennomføre 3D-analyser

7.2 Modellering av broen

Broen er modellert i to ulike deler, hvor delene inneholder henholdsvis stålkonstruksjonen og tredekket. I denne oppgaven er det valgt å ikke beskrive i detalj hvordan modellen er etablert, da det antas at leseren har kunnskap om hvordan slike programmer fungerer. Modelleringen er likevel kort forklart nedenfor, og alle viktige antakelser er beskrevet. Dette er gjort med en detaljeringsgrad som skal være tilstrekkelig til at leseren skal være i stand til å gjenskape modellen på egenhånd.

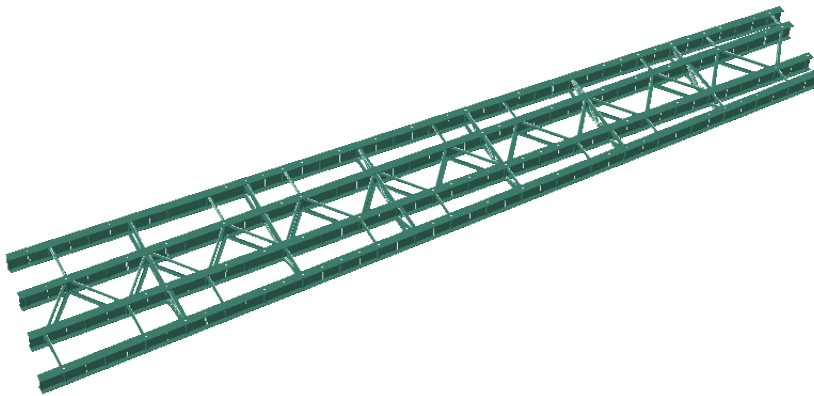
Stålkonstruksjonen er modellert med bjelkeelementer under delen “3D-Deformable-Wire”. HEB 600-bjolkene er definert i et plan. De midterste bjolkene er tegnet ved hjelp av “linear pattern”, slik at noder til å koble stiverne til HEB-bjolkene blir definert. De tilsvarende nodene for de to ytterbjolkene, som skrår innover, er definert ved hjelp av hjelpelinjer og splittfunksjonen.

Stiverne er definert 0,27 meter under og over planet til HEB-bjolkene, slik at de får korrekt plassering under flensene til bjolkene. Broens stivere er festet med en bolt i hver ende, altså leddet. I Abaqus er dette gjort ved hjelp av “Constraints-Coupling”, og ved å holde fast U1-, U2- og U3-retning. Stålkonstruksjonen fra Abaqus er vist i figur 7.1.

Materialegenskapene til stålet som er brukt i denne oppgaven er vist i tabell 7.1.

Tabell 7.1: Materialegenskaper til stål

Densitet [kg/m^3]	Youngs modul [GPa]	Poissons tall
7800	210	0.3



Figur 7.1: Stålkonstruksjonen til Vulkan bro

7.2.1 Tredekket

Tredekket er modellert som “3D-Deformable-Shell”. Matematisk ligger skallet i en høyde 0.3 meter over HEB-bjolkene. Tykkelsen på ti cm er lagt inn under “Section: Homogeneous”.

Tredekket er skrudd ned i de øvre flensene på HEB-bjolkene. For å knytte tredekket sammen med bjolkene i denne avstanden er det etablert 0.3 meter lange bjelker med tilnærmet ingen densitet og veldig høy stivhet. På denne måten er modellen knyttet sammen uten at det påvirker egenfrekvensen.

Siden tre kan regnes som et ortotropisk materiale, det vil si at det har tre plan for materialsymmetri som står vinkelrett på hverandre, må stivheten defineres med ni uavhengige variabler. Dette krever bruk av et lokalt koordinatsystem der fiberretningen på treet defineres som L-retningen, tangenten til årringene defineres som T-retningen, mens normalen til årringene defineres som den radielle R-retningen [17].

Koordinatsystemet er dermed gitt i sylinderkoordinater, men det er vanlig å forenkle til et kartesisk koordinatsystem ved å si at åringene gjennom tretverrsnittet er tilnærmet uten kurvatur. Dermed: L-retning = X-retning, R-retning = Y-retning og T-retning = Z-retning. Denne forenklingen forutsetter at tretverrsnittene er hentet lengst mulig unna sentrum i trestammen.

For dette tredekket orienterer materialets X-retning seg i modellens Y-retning, materialets Y-retning samsvarer med modellens X-retning mens Z-retningen er identisk lik for både materiale og modell.

Materialdata for norsk gran er gitt i tabell 7.2:

Tabell 7.2: Treegenskaper benyttet i modellen [17]

ρ [kg/m ³]	E_{LL} [MPa]	E_{RR} [MPa]	E_{TT} [MPa]	ν_{LR}	ν_{Lt}	ν_{RT}	G_{LR} [MPa]	G_{LT} [MPa]	G_{TR} [MPa]
390	10900	640	420	0,39	0,49	0,64	580	590	26

Siden tredekket er laget av planker lagt i modellens Y-retning, men er modellert som en kontinuerlig plate, må verdiene modifiseres for å representere virkeligheten. Følgende endringer gjøres:

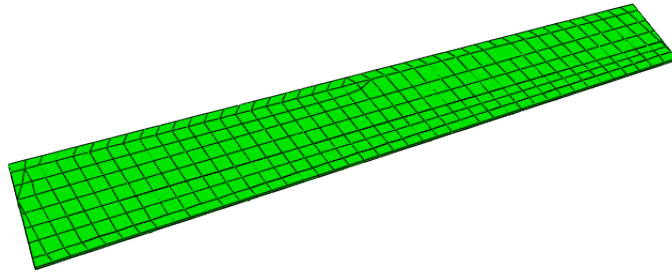
- E_{RR} settes til 1 (tilnærmet 0) ettersom gapet mellom plankene vil hindre plankene i å bidra til motstand mot rotasjon om modellens Y-akse.
- G_{LT} og G_{LR} settes til 1 (tilnærmet 0) da gapet mellom, samt festene til, plankene gjør det urimelig å anta at plankene vil bidra til motstand mot skjærdeformasjon av modellens XY- og XZ-plan.

7.2.2 Elementnett

Tredekkets inndeling av elementnett er viktig. Elementnettet må etableres slik at nodene blir liggende slik at de to delene av modellen kan knyttes sammen. Elementnettet må altså treffe de masseløse stiverne som knytter tredekket med HEB-bjelkene, da tredekket er skrudd ned i disse. Nodene i tredekkets elementnett blir også benyttet i forbindelse med å simulere ganglast. Nodene som benyttes til dette må ligge like langt fra hverandre for at dette skal bli korrekt (se kapittel 7.4 for detaljer).

Elementnettet er delt inn i fem deler ved hjelp av "Partition Face: Sketch". Slik blir dekket delt inn i to deler som ligger utenfor de ytterste HEB-bjelkene, og tre deler som hver er mellom bjelkene. Skallet er tildelt et elementnett med global størrelse 0.66 meter, da dette er avstandene mellom de vertikale masseløse stiverne. Det er foretatt en kontroll av at modellen er delt opp fint nok ved å kontrollere at resultatene er like når finere elementnett benyttes.

Ved hjelp av to sett av noder og "Tie"-funksjonen i Abaqus er tredekket festet til bjelkene. En toleranse av posisjonen på 0.01 meter er lagt inn for at alle nodene skal treffe. Figur 7.2 viser inndelingen av tredekket.



Figur 7.2: Inndeling av tredekkets elementnett i Abaqus

7.2.3 Grensebetingelser

De fire HEB-bjelkene er holdt fast i U1-, U2- og U3-retning på venstre side av modellen. På høyre side er kun U2- og U3-retning holdt fast, for å unngå tvangskrefter. Figur 7.3 viser et bilde av opplageret under en av HEB-bjelkene.



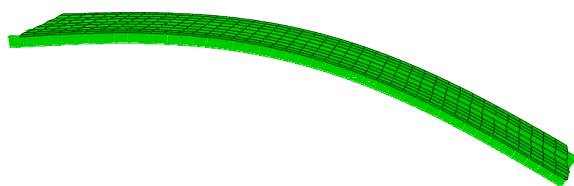
Figur 7.3: Bilde av det ene opplageret på østsiden av broen

7.3 Resultater egenfrekvenser

Resultatene fra Abaqus-modellen er brukt i planleggingen av målingene. Derfor er det her valgt å kort presentere de viktigste egenfrekvensene og -modene som det vil bli fokusert mest på under målingene. Disse er den første vertikale moden, den første torsjonsmoden og den første horisontale moden.

7.3.1 Vertikal

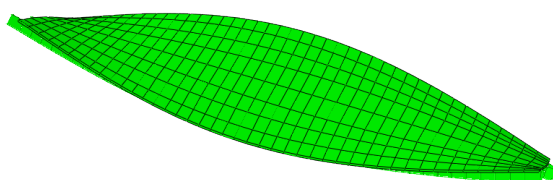
Den første vertikale moden er funnet til å ha en egenfrekvens på 2.33 Hz. Moden er vist i figur 7.4.



Figur 7.4: Første vertikale mode fra Abaqus

7.3.2 Torsjon

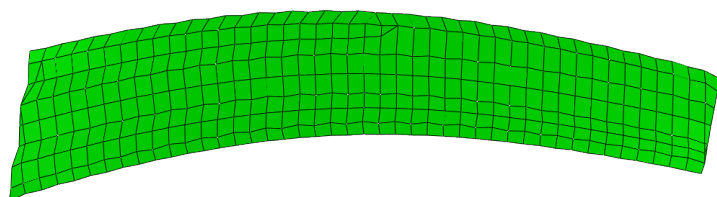
Torsjonsmoden har i Abaqus-modellen en egenfrekvens på 2.69 Hz. Moden er vist i figur 7.5.



Figur 7.5: Første torsjonsmode fra Abaqus

7.3.3 Horisontal

Den første horisontale moden er i modellen funnet til å ha en egenfrekvens på 3.59 Hz. Moden er vist i figur 7.6.

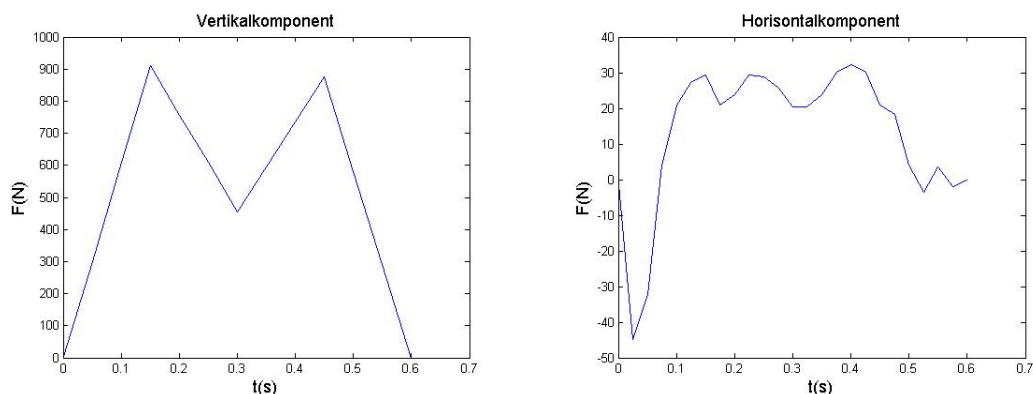


Figur 7.6: Første horisontale mode fra Abaqus

7.4 Modellering av ganglast i Abaqus

For å kunne kjøre dynamiske analyser av Vulkan bro er det viktig å modellere ganglast på en realistisk måte. I denne oppgaven er det valgt å tilnærme ganglast ved hjelp av

konsentrerte laster langs broens lengde. Hver av disse lastene er tilegnet en tidsavhengig amplitude, som varierer slik et steg gjør. Dette er gjort på grunnlag av et steg med frekvens på 2 Hz, som beskrevet i kapittel 2. Tilnærmingene brukt i Abaqus er vist i figur 7.7.



Figur 7.7: Tilnærming av ganglast benyttet i Abaqus

Det er imidlertid veldig tungvint å utvikle disse inputfilene grafisk i Abaqus. Det må da etableres en egen last med en egen amplitude til hvert steg over broen. Disse inputfilene er derfor etablert på forhånd og implementert i Abaqus, slik at all informasjonen vedrørende en persons passering av broen ligger i to inputfiler, en for horisontalkomponenten og en for vertikalkomponenten. Disse inputfilene er generert ved hjelp av Matlab. Først er amplitudene generert, som vist i vedlegg B. For at disse skal kunne leses som inputfiler av Abaqus, må de være bygget opp etter et bestemt oppsett. Til dette er Matlab-filen i vedlegg B benyttet. Hver av amplitudefilene er til slutt inkludert i en cload-fil. Cload-filene tilegner en enkel tidsavhengig amplitude til en last, som igjen blir tilegnet en konkret node. Et eksempel på en cload-fil er gitt i vedlegg B.

Kapittel 8

Akselerasjonsmålinger av Vulkan bro

For å kartlegge egenskapene til Vulkan bro er det i denne oppgaven utført akselerasjonsmålinger på broen. Målingene ble logget ved hjelp av en datalogger av typen Spider 8 og seks akselerometre av typen B12/500 fra HBM. Akselerasjonsverdiene ble logget med en frekvens på 50 Hz. Det ble benyttet fire ulike oppsett av akselerometrene. Dette er beskrevet nærmere i vedlegg A. Akselerometrene ble festet ytterst på broen ved hjelp av magneter, som vist i figur 8.1. De viktigste Matlabkodene som er benyttet for å kartlegge broens egenskaper er finnes i vedlegg C.



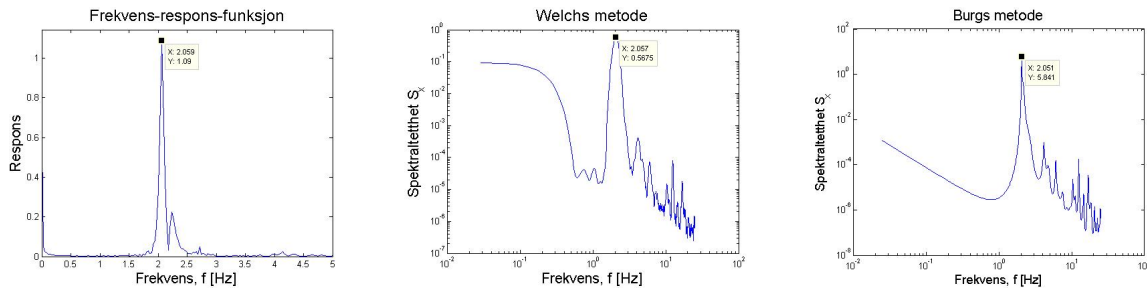
Figur 8.1: Horisontal og vertikal plassering av akselerometer

8.1 Bestemme egenfrekvenser og egenmoder

8.1.1 Vertikal

For å bestemme den første vertikale egenfrekvensen til broen ble den eksitert ved hjelp av at seks personer hoppet på broen, slik at den ble satt i bevegelse. Deretter sluttet de å hoppe slik at broen gikk over til å svinge fritt. Ved hjelp av FFT, Welch metode og Burgs metode, som beskrevet i kapittel 4, ble egenfrekvensen bestemt. Den første vertikale egenfrekvensen ble dermed identifisert som 2.05 Hz. Dette kommer også frem av figur 8.2, som viser forskjellig spekteranalyse av sensor 3 i den aktuelle tidsserien.

For å bestemme egenfrekvensens tilhørende mode ble det benyttet en koherensfunksjon. Denne er også implementert i Matlab og metoden går ut på å estimere sammenhengen C_{xy} mellom to inputsignaler, x og y. Dette gir en frekvensavhengig funksjon med verdier



Figur 8.2: Første vertikale egenfrekvens med Fourieramplitude, Welch metode og Burgs metode

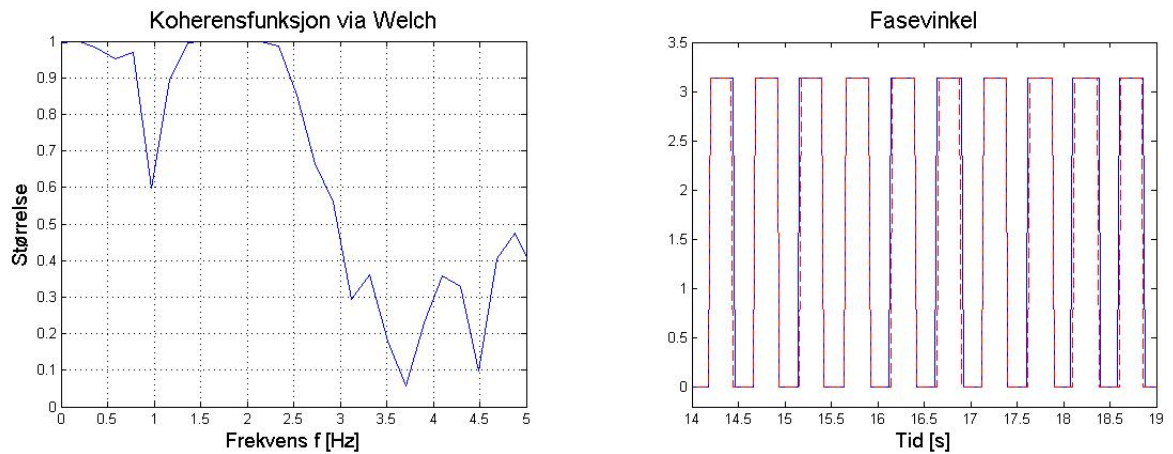
mellom 0 og 1 som beskriver hvor godt x stemmer overens med y ved de gitte frekvensene. Verdien 1 beskriver perfekt sammenheng, mens 0 viser til tilfellet hvor det ikke finnes noen sammenheng mellom signalene. Metoden er definert som [2]:

$$C_{xy}(f) = \frac{|P_{xy}(f)|^2}{P_{xx}(f)P_{yy}(f)} \quad (8.1)$$

hvor: P_{xx} og P_{yy} er spektraltettheten til x og y
 P_{xy} er krysspekteret til x og y

I tillegg til denne metoden er det nødvendig å identifisere fasevinkelen for å kunne se sammenhengen mellom oppførselen til de forskjellige punktene på broen. Dette er nødvendig for å vite hvilke bevegelser koherensfunksjonen beskriver. For eksempel vil to punkter som beveger seg likt, men motsatt av hverandre, stemme godt overens ved bruk av metoden beskrevet over. Ved å se på fasevinkelen til de to punktene vil det være mulig å identifisere at det ene punktet beveger seg opp, mens det andre beveger seg ned. MatLab har implementert en funksjon som finner fasevinkelen til et signal, og ved å plote vinklene fra de to aktuelle punktene sammen blir det mulig å bestemme bevegelsesmønstre.

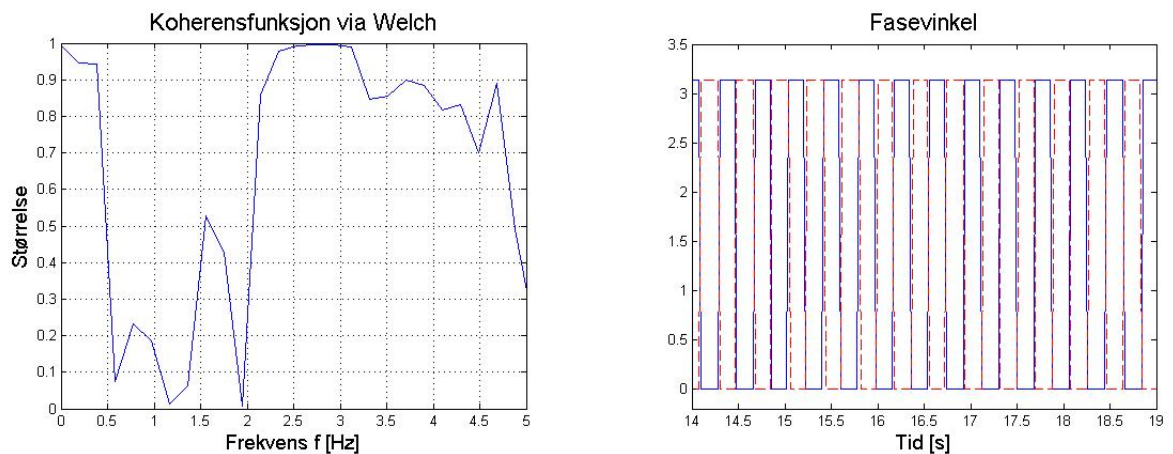
Ved å se på samme måleserie som ble benyttet til å identifisere egenfrekvensen, vil den tilhørende koherensfunksjonen bli som vist i figur 8.3. Denne viser sammenhengen mellom sensor 3 og 6, altså de to vertikale sensorene plassert midt på broen, men på hver sin side. I figur 8.3 er også fasevinklene til de to punktene plottet mot tid. Ut i fra figuren er det tydelig at det er god sammenheng i bevegelsene til de to punktene i området rundt 2 Hz. I tillegg viser fasevinklene at bevegelsene til disse punktene også er like på dette tidspunktet. Dermed vil det være naturlig å anta at den identifiserte egenfrekvensen på 2.05 Hz er den første vertikale egenfrekvensen.



Figur 8.3: Koherensfunksjon og fasevinkel mellom sensor 3 og 6 ved fri vertikal svingning

8.1.2 Torsjon

Tilsvarende metoder ble benyttet til å finne den første torsjonsfrekvensen. Denne gangen hoppet seks mennesker på siden av broen for å få broen til å svinge fritt. Dermed ble egenfrekvensen identifisert som 2.7 Hz. Den tilhørende koherensfunksjonen og fasevinklene er vist i figur 8.4. Her er det tydelig bra sammenheng mellom bevegelsene i området rundt 2.5 - 3 Hz, men fasevinklene i dette tilfellet er ikke like. Det betyr at bevegelsene til de to punktene er like, men de beveger seg i motsatt retning. Altså vil det ene punktet bevege seg oppover mens det andre beveger seg nedover. Dette tilsvarer en torsjonsbevegelse og derfor vil denne moden tilhøre den første torsjonsfrekvensen.



Figur 8.4: Koherensfunksjon og fasevinkel mellom sensor 3 og 6 ved torsjon

8.1.3 Horisontal

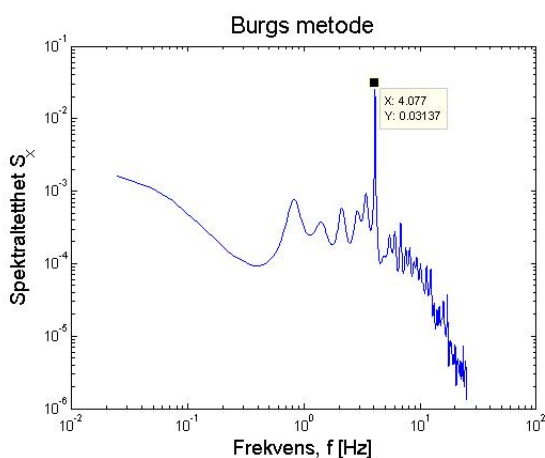
På bakgrunn av at Abaqus-modellens laveste horisontale egenfrekvens lå rundt 3 Hz, ble det gjort et forsøk på å finne broens laveste horisontale egenfrekvens. I forbindelse med disse målingene ble broen eksitert ved hjelp av en ristemaskin, som vist i figur 8.5. Det var

imidlertid ikke like enkelt å kartlegge denne egenfrekvensen, da responsen var vesentlig mindre enn ved de vertikale målingene.



Figur 8.5: Ristemaskin benyttet til å kartlegge den horisontale egenfrekvensen

Ved å benytte ristemaskinen var det mulig å variere den dynamiske lastens frekvens, og på den måten føle seg frem til når lasten var i nærheten av egenfrekvensen. Det ble kjørt flere målinger med en liten forskjell i lastens frekvens. Ved å kontrollere akselerasjonene ved de ulike frekvensene, var det mulig å hente ut et relativt nøyaktig resultat for egenfrekvensen. Den første horisontale egenfrekvensen ble funnet til å ligge på rundt 4 Hz. Dette kommer blant annet frem i spektralitetten funnet fra Burgs metode, se figur 8.6. Figuren viser spektralitetten til sensor 2 ved bruk av ristemaskinen og har en tydelig topp som gir egenfrekvens på ca. 4 Hz.



Figur 8.6: Spektralitetthet til sensor 2 ved bruk av horisontal ristemaskin. Funnet med Burgs metode.

8.2 Dempingsforholdet

Den mest nøyaktige måten å bestemme dempingsforholdet til de ulike modene, er å studere den frie tilbakegangen av broens svingninger etter at den er satt i bevegelse [13]. I denne oppgaven er måleseriene der broen er satt i bevegelse ved hjelp av hopping benyttet. Tilbakegangen er studert etter hopping midt på broen og hopping på nord- og sørsiden av broen. Dette er gjort for å finne dempingsforholdet både ved den vertikale moden og ved torsjonsmoden. Dempingsforholdet er funnet ved hjelp av å plukke ut

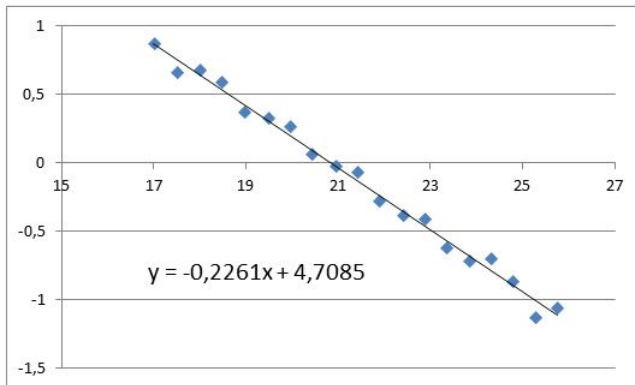
akselerasjonstoppene ved hjelp av en Matlabkode. Akselerasjonstoppene er plottet logaristmisk, slik at den tilnærmede funksjonen blir lineær i stedet for eksponentiell, som vist i formel 8.2 og 8.3, og i figur 8.7.

$$Y = A_0 e^{(-nt)} \quad (8.2)$$

$$y = \ln(A_0) - nt \quad (8.3)$$

Dempingsforholdet finnes da ved:

$$\zeta = \frac{n}{\omega_n} \quad (8.4)$$

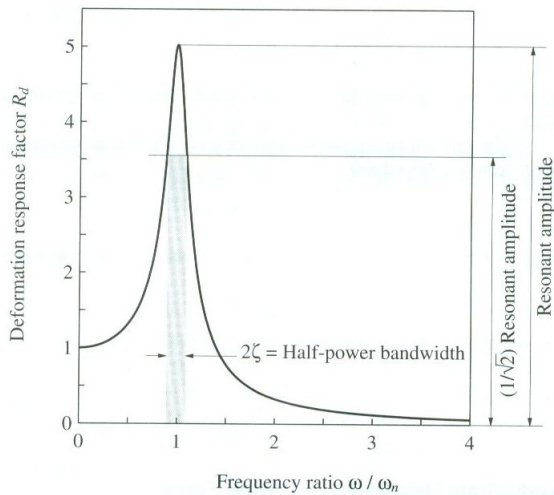


Figur 8.7: Eksempelgraf dempingsforhold, hentet fra sensor 5, oppsett 3

I oppgaven er det også valgt å studere variasjon i dempingsforholdet mot variasjon i broens svingehastighet. Dette er gjort ved å dele opp den frie tilbakegangen av svingninger i flere deler, for så å finne dempingsforholdet for de ulike delene. Farten blir da tilnærmet ved hjelp av snittakselerasjonen i dette området, og finnes ved å dele snittakselerasjonen på f_n , som vist i formel 8.5. Til dette er det valgt å benytte den tidsserien med minst forstyrrelser i forbindelse med målingene der det ble hoppet midt på broen og på siden av broen. Trenden i resultatene er imidlertid den samme i tidsseriene med noe mer forstyrrelser.

$$\bar{v} = \frac{\bar{a}}{f_n} \quad (8.5)$$

For å kontrollere resultatene er dempingsforholdet også undersøkt ved hjelp av Half-power bandwidth-metoden. Denne metoden gjør det mulig å finne dempingen fra en vibrasjonstest uten å vite hvilke krefter som har blitt påført. Metoden tar utgangspunkt i frekvens-respons-kurven til systemet og resonansamplituden. Figur 8.8 viser hvordan metoden er definert. [14]



Figur 8.8: Half-power bandwidth-metode [14]

Med utgangspunkt i at den dynamiske responsfaktoren skal være lik $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ganger resonansamplituden, blir uttrykket [14]:

$$\frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2 + [2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})]^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (8.6)$$

Med antagelsen om små ζ vil uttrykket kunne skrives om til:

$$\zeta = \frac{\omega_b - \omega_a}{2\omega_n} \quad (8.7)$$

hvor: ζ er dempingen
 ω_n er egenfrekvensen
 ω_a og ω_b er frekvensen ved $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ganger resonansamplituden på hver sin side av resonansen

Bruk av Half-power bandwidth-metoden krever litt forsiktighet. Hvis frekvens-responskurven har for få punkter, vil det kunne oppstå unøyaktighet i resultatene. Metoden er avhengig av at kurven representerer virkeligheten godt nok til at ikke bredden på resonansstoppen blir unøyaktig og dermed igjen gir unøyaktige verdier for dempingen.

8.2.1 Dempingsforholdet til den vertikale moden

De to beste måleseriene fra oppsett 3 der folk hopper midt på broen er benyttet for å finne dempingsforholdet til den vertikale moden. Tilsammen gir dette åtte resultater det er mulig å bestemme dempingsforholdet ut i fra, da sensor 1, 3, 5 og 6 måler vertikale akselerasjoner på dette oppsettet. Dempingsforholdet varierer noe på de ulike sensorenes resultater og på de to måleseriene. Resultatene er gitt i tabell 8.1.

Tabell 8.1: Dempingsforholdet til den vertikale moden

Maks	0,0186
Min	0,0167
Snitt	0,0176
Standardavvik	$5,864E^{-4}$
Realtivt standardavvik	3,3 %

Dempingsforholdet i tabell 8.1 er funnet ut i fra samme tidsområdet for alle sensorene. Dette er gjort for å sikre at en eventuell variasjon av dempingsforholdet mot tid er lik for alle modene.

For å undersøke dempingsforholdets variasjon i forhold til fart benyttes syv akselerasjonstopper til hver beregning. Resultatene vises i tabell 8.2. Dempingsforholdet til denne moden ser ut til å være høyere for lavere hastigheter.

Tabell 8.2: Dempingsforholdets variasjon i forhold til fart, vertikalmode

Hastighet [m/s]	0,66	0,329	0,163
Dempingsforhold	0,0176	0,0150	0,0261

For å ha noe å sammenligne det utregnede dempningsforholdet med er også Half-power bandwidth-metoden benyttet. Ved disse utregningene er hele tidsserien brukt, ikke bare den delen som består av helt frie svingninger. Dette er for å få flere punkter på frekvens-respons-kurven, og dermed sikre et bedre resultat. Resultatet fra sensor 6 på den samme tidsserien som er benyttet ovenfor kan sees på som representativt for denne metoden. Der ble dempingsforholdet 0,01816, altså ganske likt som resultatene i tabell 8.1.

8.2.2 Dempingsforholdet til torsjonsmoden

For å finne torsjonsmodens dempingsforhold ble det samme tidsområdet for de ulike sensorene benyttet. Resultatene vises i tabell 8.3.

Tabell 8.3: Dempingsforholdet til torsjonsmoden

Maks	0,0190
Min	0,0144
Snitt	0,0169
Standardavvik	0,0017
Realtivt standardavvik	10 %

For å undersøke dempingsforholdets variasjon i forhold til fart benyttes syv akselerasjonstopper til hver beregning. Resultatene vises i tabell 8.4. I forbindelse med denne moden viser resultatene at dempingsforholdet er lavere ved lavere hastigheter. Dette er motsatt av hva som er funnet i tilknytning til vertikalmoden.

Tabell 8.4: Dempingsforholdets variasjon i forhold til fart, torsjonsmode

Hastighet [m/s]	0,22	0,097	0,048
Dempingsforhold	0,0202	0,0156	0,0160

Her er dempingsforholdet også utregnet ved hjelp av Half-power bandwith-metoden. Her ble sensor 6 på tidsserien hvor folk hopper på nordsiden av broen plukket ut som representativ for dempingsforholdet utregnet med denne metoden. Dempingsforholdet ble da regnet ut til å være 0,0158. Dette er i samme området funnet i tabell 8.3.

8.3 Resultater fra ganglast

I forbindelse med målingene er det også undersøkt hvor stor den maksimale akselerasjonen er ved de seks sensorene. Til disse målingene blir oppsett 3 benyttet, som vist i vedlegg A. Akselerasjonene er undersøkt for passering midt på broen og på både nord- og sørsiden av broen. Dette er gjort for en og to personer, både gående og joggende. I tillegg til dette ble det målt akselerasjoner i forbindelse med grupper på seks og ti personer som krysset broen. Det er verdt å merke seg at sensor 2 og 4, som måler de horisontale akselerasjonene, leverer resultater med veldig mye støy. Disse måleresultatene blir ikke benyttet, og er markert med en strek i tabell 8.5. Ved å studere fasevinkelen til målingene kommer det frem at alle målingene provoserer vertikalmoden, med unntak av når broen er utsatt for jogging på nord- og sørsiden av broen. Dette gjelder også målingene der en gruppe på seks og ti personer krysser broen.

Tabell 8.5: Maksimale akselerasjoner ved målinger av gangtrafikk

Oppsett 3	Sensor 1 Vert. [m/s^2]	Sensor 2 Hor. [m/s^2]	Sensor 3 Vert. [m/s^2]	Sensor 4 Hor. [m/s^2]	Sensor 5 Vert. [m/s^2]	Sensor 6 Vert. [m/s^2]
En midt på	0,49	0,06	0,83	0,09	0,65	0,73
En nordsiden	0,52	0,06	0,86	0,10	0,64	0,78
En sørsiden	0,50	0,07	0,77	0,09	0,60	0,69
To midt på	0,35	-	0,61	-	0,47	0,48
To sørsiden	0,47	-	0,46	-	0,41	0,55
To nordsiden	0,30	-	0,41	-	0,40	0,25
En joggende midt på	0,24	0,05	0,28	-	0,25	0,18
En joggende nordsiden	0,99	0,18	1,34	0,28	1,07	1,43
En joggende sørsiden	0,97	0,17	1,55	0,32	1,21	1,42
To joggende midt på	0,46	0,06	0,63	0,10	0,63	0,35
To joggende nordsiden	1,69	0,28	2,40	0,50	1,78	2,57
To joggende sørsiden	1,80	0,28	2,49	0,52	1,90	2,64
Gruppe på seks personer	0,57	0,14	0,78	0,18	0,71	0,65
Gruppe på ti personer	0,52	0,08	0,78	-	0,70	0,63

8.4 Feilkilder

Måleutstyret som ble benyttet under målingene ble testet og kalibrert to uker før målingene. Her ble alt utstyret koblet opp og merket, slik at kalibreringen skulle stemme ved montering på broen. Likevel ble sensor 4 og 5 forvekslet og koblet feil under målingene. Dette skal i utgangspunktet ikke ha mye å si, ettersom alle de benyttede sensorene var identiske og skal i teorien oppføre seg helt likt. Resultatene fra de aktuelle sensorene viser seg også å være gode nok til å benyttes videre. Likevel kan det være en feilkilde som er verdt å bemerke, spesielt ved bruk av de spesifikke målingene fra disse to sensorene.

Under målingene ble det etterhvert oppdaget at resultatene var litt unøyaktige, selv med en loggefrekvens på 50 Hz. Grunnen til dette var at sensorene hadde blitt kalibrert til å operere i et akselerasjonsområde fra -50 m/s^2 til $+50 \text{ m/s}^2$. Etter å ha justert dette området til -3 m/s^2 til $+3 \text{ m/s}^2$ ble de resterende målingene bedre, ettersom sensorene registrerte akselerasjonene mer nøyaktig. De første målingene viste seg å gi unøyaktige frekvenser, og de er derfor ikke benyttet i vurderinger av broens egenskaper. De maksimale og kritiske akselerasjonene som er beskrevet i blant annet kapittel 8.3 er alle fra målinger gjort etter justeringen av sensorene.

Utstyret ble i begynnelsen kun nullstilt ved behov mellom de forskjellige målingene. Etterhvert ble det et større behov for å nullstille utstyret mellom hver måling. Det er uvisst hvorfor dette utviklet seg slik det gjorde, men resultatene vil uansett ikke ha blitt berørt av dette, da de relative akselerasjonene fortsatt stemmer. Dette kan observeres i noen av måleresultatene ved at de ikke starter på null, eller at de har en trend som øker eller minker gjennom målingen.

Kapittel 9

Sammenligning av resultatene med standardene

Ut i fra de målte verdiene på akselerasjon, gitt i kapittel 8.3, vil resultatene kontrolleres mot kravene gitt i de ulike kodene som er beskrevet i kapittel 3. Her benyttes maksimal akselerasjon i vertikal-, og horisontalretning, uavhengig av hvilken sensor resultatene er hentet fra. Disse resultatene er gitt i tabell 9.1. I kapittel 9.2 beregnes akselerasjonene på Vulkan bro ut i fra standardene, og nøyaktigheten kontrolleres mot de faktisk målte verdiene.

Tabell 9.1: Maksimale målte akselerasjoner i horisontal- og vertikalretning

	Vertikal [m/s^2]	Horisontal [m/s^2]
En person midt på	0,83	0,09
En person nordsiden	0,86	0,10
En person sørsiden	0,77	0,09
To personer midt på	0,61	-
To personer sørsiden	0,55	-
To personer nordsiden	0,41	-
En person joggende midt på	0,28	0,05
En person joggende nordsiden	1,43	0,28
En person joggende sørsiden	1,55	0,32
To personer joggende midt på	0,63	0,10
To personer joggende nordsiden	2,57	0,50
To personer joggende sørsiden	2,64	0,52
Gruppe på seks personer	0,71	0,18
Gruppe på ti personer	0,70	0,08

9.1 Kontroll mot akselerasjonsgrensene i standardene

9.1.1 Eurokoden

Som beskrevet i kapittel 3.1.1 er akselerasjonskravene for bruksgrensetilstand $0,7 \text{ m/s}^2$ i vertikalretning, $0,2 \text{ m/s}^2$ i horisontalretning og $0,4 \text{ m/s}^2$ i spesialtilfeller der det er uvanlig mange mennesker på broen.

I følge Eurokoden skal ikke de horisontale akselerasjonene kontrolleres om ikke egenfrekvensene ligger mellom 0,5-1,5 Hz. Her velges det likevel å undersøke målingene mot kravene gitt i Eurokoden. Resultatene fra tabell 9.1 viser at akselerasjonene i horisontalretning stort sett er under kravet på $0,2 \text{ m/s}^2$. Det er kun resultatene av at en eller to personer jogger på nord- eller sørsiden av broen som er over de anbefalte verdiene. Dette er målinger hvor broen tydelig ble satt i stor bevegelse, og må kunne betraktes som et spesialtilfelle, hvor kravet er $0,4 \text{ m/s}^2$. Målingen fra to personer som jogger på sidene overskrider også dette. Resultatene fra grupper på seks og ti personer er derimot betydelig lavere, og ligger på henholdsvis $0,18 \text{ m/s}^2$ og $0,08 \text{ m/s}^2$. De horisontale akselerasjonene er med andre ord stort sett innenfor kravene, og målingene tyder på at akselerasjonskravene ikke vil overskrides ved normalt bruk.

I vertikalretning skal akselerasjonene i følge Eurokoden kontrolleres mellom 1-3 Hz. Med egenfrekvenser på 2,05 Hz og 2,7 Hz må altså dette kontrolleres for broen. Resultatene viser at akselerasjonene er for høye på flertallet av målingene. Når en person krysser broen alene er det registrert resultater fra $0,77$ - $0,86 \text{ m/s}^2$. Grupper på seks og ti personer viser akselerasjon i grenseland for hva som er tillatt. Målinger fra personer som jogger er på det meste $2,64 \text{ m/s}^2$. At to personer jogger på siden kan i noe grad regnes som en måling som provoserer respons i broen, men $2,64 \text{ m/s}^2$ er likevel veldig mye over kravet på $0,7 \text{ m/s}^2$. Resultatene viser at de vertikale akselerasjonene i bruksgrensetilstand ofte vil overskride kravene gitt i Eurokoden.

9.1.2 BS 5400

I BS 5400 er det som nevnt i kapittel 3.2 gitt at horisontalakselerasjon ikke skal kontrolleres om egenfrekvensen er over 1,5 Hz. Noen metode for å kontrollere dette er heller ikke gitt [12].

I vertikalretning skal akselerasjoner kontrolleres dersom egenfrekvensene er under 5 Hz. Kravet for akselerasjon er gitt i ligning 3.6, og gjentatt under [12]:

$$a \leq 0,5\sqrt{f_0} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Kravet er avhengig av egenfrekvensen, altså hvilken mode som blir provosert. Jo høyere egenfrekvensen er, jo høyere akselerasjoner tillates. Målingen som opplagt provoserer torsjonsmoden kontrolleres derfor mot en egenfrekvens på 2,7 Hz, resten mot 2,05 Hz. Hvilke målinger som provoserer hvilken mode kontrolleres ved hjelp av Burgs metode, Welchs metode og Fouriertransformasjon. Metodene viser at målingene hvor det joggtes på siden av broen er de eneste som kan kontrolleres med hensyn på en egenfrekvens på

2,7 Hz. De godkjente akselerasjonsverdiene fra BS 5400 for 2,05 Hz og 2,7 Hz er gitt i ligning 9.1 og 9.2.

$$a_{2,05} \leq 0,5\sqrt{2,05} = 0,72 [m/s^2] \quad (9.1)$$

$$a_{2,7} \leq 0,5\sqrt{2,7} = 0,82 [m/s^2] \quad (9.2)$$

De målte akselerasjonsverdiene ved jogging er altså altfor høye. Verdiene ellers er noe for høye når en person krysser broen, mens de er i grenseland når en gruppe krysser broen.

9.1.3 Statens vegvesens håndbok 185

Har broen en horisontal egenfrekvens mellom 0,5-1,3 Hz, skal broens horisontale svingninger kontrolleres [35]. Måten dette gjøres på er beskrevet i kapittel 3.3.2, og går ut på å beregne kritisk antall personer på broen. Det er valgt å ikke gå nærmere inn på dette i denne oppgaven.

De vertikale akselerasjonene skal kontrolleres dersom egenfrekvensene er under 6 Hz [35]. Tillat akselerasjon er gitt ved:

$$a_r \leq 0,25f^{0,7782} [m/s^2]$$

Tillat akselerasjon er på samme måte som i BS 5400 avhengig av egenfrekvensen, bare at kravet er strengere. Begrunnelsen for hvilke målinger som er knyttet til hvilke krav er også den samme som gitt i kapittel 9.1.2. Akselerasjonskravene er gitt i ligning 9.3 og 9.4:

$$a_{2,05} \leq 0,25 * 2,05^{0,7782} = 0,44 [m/s^2] \quad (9.3)$$

$$a_{2,7} \leq 0,25 * 2,7^{0,7782} = 0,54 [m/s^2] \quad (9.4)$$

I følge kravene til håndbok 185 er det liten tvil om at de vertikale akselerasjonene på broen er for høye. Med unntak av en målingen der en person krysser broen ved å jogge midt på er alle akselerasjonene over tillatte verdier.

9.1.4 Ontario Highway Bridge Design Code

Ontario Highway Bridge Design Code har som nevnt i kapittel 3.4 samme krav for akselerasjonsverdier som håndbok 185, og følgelig er de målte akselerasjonene for høye.

9.1.5 ISO 10137

De tillatte verdiene for akselerasjon ved 2,05 Hz og 2,7 Hz er gitt i tabell 9.2 [19]. Sammenlignet med kravene i ISO 10137 er alle de vertikale akselerasjonene for høye. De målte horisontale akselerasjonene er under kravene, med unntak av målingene av at en og to personer jogger på nord- og sørsiden av broen.

Tabell 9.2: Akselerasjonskrav for 2,05 Hz og 2,7 Hz i ISO 10137 [19]

	2,05 Hz	2,70 Hz
Vertikalretning [m/s^2]	0,42	0,36
Vertikalretning med folk som står stille [m/s^2]	0,21	0,18
Horisontalretning [m/s^2]	0,22	0,30

9.2 Beregne akselerasjon ut i fra standardene

Det er gitt ulike måter å beregne akselerasjonene på en gangbro når den er belastet med gangtrafikk. Vulkan bro vil kontrolleres opp mot disse metodene. Først vil disse metodene følges slavisk uten å ta hensyn til kjennskapen til Vulkan bro, deretter vil tilpasninger gjøres på bakgrunn av arbeidet med broen. Eurokode 5 sin metode undersøkes, selv om denne er knyttet til trekonstruksjoner. Metoden i BS 5400, *Ontario Highway Bridge Design Code* og Håndbok 185 vil også undersøkes. Da disse metodene er såpass like, velges det kun å undersøke Håndbok 185, ettersom denne anses som mest relevant i Norge. Metodene vil kun undersøkes i vertikalretning. I dette kapitlet er kun ligningene oppgitt, uten for mye forklaring, da metodene er nøyaktig beskrevet i kapittel 3.

9.2.1 Eurokode 5

Når en person krysser broen er akselerasjonen gitt ved ligning 9.5 [32]. Ettersom frekvensen til ganglast er under 2,5 Hz gjelder den øverste formelen. Er ikke dempingsforholdet kjent, skal dette settes til 0,010 for en konstruksjon med knutepunkter [32]. Både dette og det målte dempingsforholdet på 0,018 benyttes her. Broens masse er funnet i Abaqus, og rundes av til 32 000 kg. Resultatene regnet ut i formel 9.6 og 9.7 er vesentlig lavere enn de faktiske verdiene målt på broen. Ved å bruke det anbefalte dempingsforholdet er svaret nærmere enn ved å bruke det målte. Det er tydelig at resultatene ut i fra denne formelen gir for lavere akselerasjoner. For at tilnærmingen skal treffe de målte akselerasjonene på rundt $0,8 m/s^2$ må det benyttes et dempingsforhold på 0,0078.

$$a_{vert,1} = \begin{cases} \frac{200}{M\zeta}; & f_{vert} \leq 2,5 Hz \\ \frac{100}{M\zeta}; & 2,5 Hz < f_{vert} \leq 5,0 Hz \end{cases} \quad (9.5)$$

$$a_{vert,1,\zeta=0,01} = \frac{200}{32E^3 * 0,01} = 0,625 m/s^2 \quad (9.6)$$

$$a_{vert,1,\zeta=0,018} = \frac{200}{32E^3 * 0,018} = 0,347 m/s^2 \quad (9.7)$$

Krysser flere personer broen, er akselerasjonen gitt ved ligning 9.8 [32]. At flere personer krysser broen sammenlignes med målingen av at en gruppe på seks og ti personer krysser broen. Resultatene her er for høye. Med å benytte 0,018 som dempingsforhold er resultatet for en gruppe nærmere det faktisk målte resultatet, med $1,08 m/s^2$ mot $0,7 m/s^2$. Dette er derimot med å benytte akselerasjonen for en person som regnet ut via standarden. Benyttes den faktisk målte akselerasjonen for en person blir svaret hele $2,5 m/s^2$.

$$a_{vert,n} = 0,24a_{vert,1}nk_{vert} \quad (9.8)$$

$$a_{vert,n,\zeta=0,01} = 0,24 * 0,625 * 13 * 1 = 1,95 m/s^2 \quad (9.9)$$

$$a_{vert,n,\zeta=0,018} = 0,24 * 0,347 * 13 * 1 = 1,08 m/s^2 \quad (9.10)$$

Løper en person over broen, finnes akselerasjonen ved ligning 9.11 [32]. Fra målingene kommer det frem at løping på siden av broen provoserer torsjonsmoden. Denne har en egenfrekvens på 2,7 Hz og passer godt inn i ligningen. Løsningen med dempingsforhold på 0,01 blir noe for høyt, men det korrekte dempingsforholdet gir $1,04 m/s^2$ mot de målte verdiene på rundt $1,5 m/s^2$.

$$a_{vert,1} = \frac{600}{M\zeta}; \quad 2,5 < f_{vert} \leq 3,5 \quad (9.11)$$

$$a_{vert,\zeta=0,01} = \frac{600}{32E^3 * 0,01} = 1,88 m/s^2 \quad (9.12)$$

$$a_{vert,\zeta=0,018} = \frac{600}{32E^3 * 0,018} = 1,04 m/s^2 \quad (9.13)$$

Sammenlignet med målingene av Vulkan bro gir fremgangsmåten i Eurokode 5 for lave verdier når det korrekte dempingsforholdet benyttes. Resultatene er derimot både for høye og for lave sammenlignet med de målte akselerasjonene når 0,01 benyttes som dempingsforhold. Utregningene kan ikke sies å treffe godt for Vulkan bro, og at resultatene er for lave er langt fra gunstig. Det kan derimot diskuteres om metoden kan benyttes for andre materialer, da den som tidligere nevnt gjelder trekonstruksjoner.

9.2.2 Statens vegvesens håndbok 185

Som beskrevet i kapittel 3.3.1 er referanseakselerasjonene i håndbok 185 tilnærmet ved ligning 9.14. For frekvenser under 4 Hz settes r lik 1, og for et spenn er verdien til K satt til 1. Nedbøyingen regnes ut ved å sette en last på 700 N, slik håndboken sier. Fra enkle bjelkeligninger blir denne nedbøyingen $2,16E^{-4} m$. Ved å konservativt benytte et dempingsforhold på 0,005 blir den dynamiske lastfaktoren satt til $\psi = 11$. I figur 3.6 er

det ikke mulig å lese av verdien ψ ved et dempingsforhold på 0,018. Ved hjelp av figur 3.7 og en α -verdi på 0,257 anslås verdien den dynamiske lastfaktoren å kunne settes til $\psi = 5,5$ for et dempingsforhold på 0,018.

$$a_r = 4\pi^2 f^2 W_s K \psi r \quad (9.14)$$

$$a_{2,05,\zeta=0,005} = 4\pi^2 * 2,05^2 * 2,16E^{-4} * 11 = 0,39 \text{ m/s}^2 \quad (9.15)$$

$$a_{2,05,\zeta=0,018} = 4\pi^2 * 2,05^2 * 2,16E^{-4} * 5,5 = 0,19 \text{ m/s}^2 \quad (9.16)$$

Akselerasjonene funnet fra håndbok 185 er langt lavere enn hva de faktiske akselerasjonene på Vulkan bro er. Selv ved å benytte et dempingsforhold så lavt som 0,005 gir dette kun $0,39 \text{ m/s}^2$, noe som er rundt halvparten av de målte akselerasjonene. Benyttes derimot det målte dempingsforholdet gir ikke håndboken stort mer enn en tredjedel av de målte akselerasjonene. Benyttes i stedet den mer avanserte lastmodellen, kan α -verdien justeres. Ved et dempingforhold på 0,018 må α settes lik 1 for å få korrekte akselerasjoner. Den høyeste Fourierkoeffisienten i tabell 4.1 er 0,41, noe som indikerer at heller ikke denne metoden vil anslå korrekte akselerasjoner for Vulkan bro.

9.2.3 ISO 10137

ISO 10137 beskriver at den dynamiske kraften fra en person kan uttrykkes ved en Fourierserie, vist ved formel 9.17. Dette gjelder både for vertikal- og horisontalretning, men her kontrolleres kun vertikalretning siden problemene er knyttet til denne retningen. Det er ikke oppgitt noen videre beskrivelse av hvordan dette skal kontrolleres for det enkelte tilfelle. I BS 5400 er det oppgitt at broen kan kontrolleres for en pulserende kraft som beveger seg over broen, som vist i formel 9.18. Dette tilsvarer lasten fra det første leddet i ISO 10137, bare at $Q * \phi_{1,v}$ er satt til 180 N.

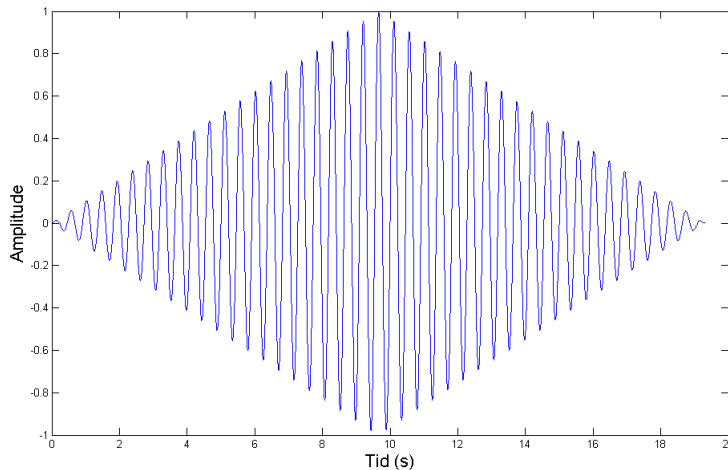
$$F_v(t) = Q \left(1 + \sum_{n=1}^k \alpha_{n,v} \sin(2\pi n f t + \phi_{n,v}) \right) \quad (9.17)$$

$$F = 180 \sin(2\pi f_0 T) \quad (9.18)$$

I kontrollen utført her benyttes kun den første koeffisienten, vist i tabell 4.1, Q er satt lik 1150 N. Dette anses som nøyaktig nok og det er i tillegg ikke mulig å ta hensyn til flere koeffisienter uten å også ta hensyn til fasevinklene. Lasten er påført i Abaqus-modellen ved en punktlast med tilhørende amplitude midt på modellen. Denne amplituden er generert i Matlab. For å simulere at en person går over broen, og ikke kun står på midten og gynger, er kraften variert over tid slik at kraften har en faktor 1 på midten og 0 på siden. Dette ansees som nøyaktig nok for å få et inntrykk av akselerasjonene. Amplituden er vist i figur 9.1.

Ved å gi kraften en frekvens på 2,2 Hz blir akselerasjonene på broen $0,47 \text{ m/s}^2$ og $0,57 \text{ m/s}^2$ på nord- og sørsiden, noe som er rundt 60 prosent av de målte akselerasjonene. Det er også gjort et forsøk der lastenes variasjon over tid er utelatt. Dette gir akselerasjoner på $0,60 \text{ m/s}^2$ og $0,70 \text{ m/s}^2$, noe som også er for lavt i forhold til de målte akselerasjonene.

Flere personer skal i følge ISO 10137 tas hensyn til ved at lasten multipliseres med en faktor \sqrt{N}/N , såfremt de ikke er synkroniserte. De målte akselerasjonene på Vulkan bro er noe høyere når en person krysser broen sammenlignet med en gruppe på seks og ti personer. Ut i fra måleresultatene er det altså ingenting som underbygger denne sammenhengen.



Figur 9.1: Amplitude benyttet for å tilnærme den dynamiske delen av ganglast i tilknytning til ISO 10137

9.3 Diskusjon

Sammenlignet med standardene er det liten tvil om at de målte akselerasjonene på broen er høyere enn anbefalingene. Dette er derimot informasjon som ikke vil være tilgjengelig i en prosjekteringsfase av en ny bro. For å på forhånd kunne anslå akselerasjonene benyttes de ulike metodene presentert i kapittel 9.2.

Metoden i Eurokode 5 gjelder i utgangspunktet kun trekonstruksjoner, og det kan diskuteres hvorvidt denne i det hele tatt kan benyttes. De anslåtte akselerasjonene herfra stemmer heller ikke godt overens med målingene på Vulkan bro.

Statens vegvesens håndbok 185 sin metode leverer gjennomgående for lave resultater sammenlignet med målingene. Formelen herfra benytter den statiske nedbøyingen fra en last på 700 N midt på broen. Personen tilknyttet målingene i denne oppgaven er tyngre enn dette, og ved å benytte 1 100 N resulterer dette i akselerasjoner på rundt $0,6 \text{ m/s}^2$ med et dempingsforhold på 0,005. Dette er imidlertid også lavere enn de faktiske målingene. Hovedhensikten med håndboken er å kunne forutsi om akselerasjonene på broen vil bli for høye eller ikke. Ved å gjøre dette slik håndboken beskriver er svaret at akselerasjonene ikke vil være for høye. Dette er ikke gunstig i et prosjekteringsperspektiv.

Ved å tilnærme ganglasten som en Fourierserie, slik ISO 10137 beskriver, blir også akselerasjonene lavere enn de målte. Denne metoden gir imidlertid høyere akselerasjoner

enn kravene gitt i ISO 10137, slik at ytterligere kontroller vil være nødvendig. Dette er et langt bedre svar enn hva håndbok 185 gir, hvor det ikke er noen indikasjon på at akselerasjonene vil være for høye. Benyttes akselerasjonsgrensene i Eurokoden sammen med metoden gitt i ISO 10137, vil heller ikke dette være innenfor kravene.

Alle de undersøkte metodene gir for lave akselerasjoner sammenlignet med de målte verdiene på Vulkan bro. Dette er uheldig, da de i utgangspunktet bør være konservative og dermed heller gi noe for høye akselerasjonsverdier. Det presiseres at metodene kun er sammenlignet med Vulkan bro, og de bør kontrolleres mot flere broer før en generell slutning rundt deres nøyaktighet kan trekkes.

Kapittel 10

Tilpassing av modell

For å kunne benytte Abaqus-modellen i det videre arbeidet med broen, er modellen tilpasset resultatene fra målingene slik at den tilsvarer virkeligheten bedre. Dermed er det mulig å bruke modellen til å gjøre endringer og modellere tiltak for broen. Det er vanskelig å få en teoretisk modell til å stemme med virkeligheten, da det er mange faktorer som spiller inn. For eksempel er ikke materialegenskapene nødvendigvis som oppgitt og konstruksjonen vil heller ikke alltid bli bygget nøyaktig lik tegningene. Justeringene av modellen er derfor gjort blant annet på bakgrunn av observasjoner gjort under målingene. Det er i første omgang fokusert på å få de vertikale svingningene og torsjonsmoden til å stemme med virkeligheten. Den horisontale egenfrekvensen ligger utenfor de kritiske områdene til standardene, beskrevet i kapittel 3, og er derfor ikke tatt hensyn til ved tilpassing av modellen.

10.1 Materialelegenskaper

Modellering av tredekker er generelt vanskelig. Her er det mange faktorer som spiller inn, og det kan være vanskelig å gjenskape de egenskapene et tredekke har i en teoretisk skallmodell. Det er utført flere forsøk på å tilpasse tredekket, men det viser seg at egenskapene som er valgt opprinnelig gir det beste resultatet. Den eneste endringen av tredekket er at densiteten er økt, da det viste seg at 390 kg/m^3 var noe lavt. Store norske leksikon oppgir at densiteten til norsk gran er på 470 kg/m^3 [6], og for at modellen skal treffe virkeligheten best mulig, er denne densiteten justert opp til 500 kg/m^3 .

For å ta hensyn til eventuell ekstra vekt i blant annet knutepunkter midt under broen er densiteten til stålet noe endret. Dette gjelder stålet som er brukt i de to midterste HEB-bjolkene. Her er densiteten satt opp fra $7\,800 \text{ kg/m}^3$ til $8\,700 \text{ kg/m}^3$. Selv etter disse justeringene stemmer ikke egenfrekvensene fra modellen helt med resultatene fra virkeligheten. For å få en modell som tilsvarer broen enda bedre er det derfor gjort ytterligere endringer på stivhet og densitet. På de to ytterste bjolkene og på stålet som er brukt til avstiving er stivheten satt opp fra 210 MPa til 220 MPa . I tillegg er densiteten til de to ytterste HEB-bjolkene satt ned til $7\,500 \text{ kg/m}^3$. Stivheten på bjolkene i midten er også satt ned til 185 MPa . Dette er gjort for å få modellen til å oppføre seg så likt broen som mulig. Med disse justeringene av modellen vil egenfrekvensene bli på 2.20 Hz og 2.65 Hz for henholdsvis den første vertikale moden og den første torsjonsmoden. Oversikt

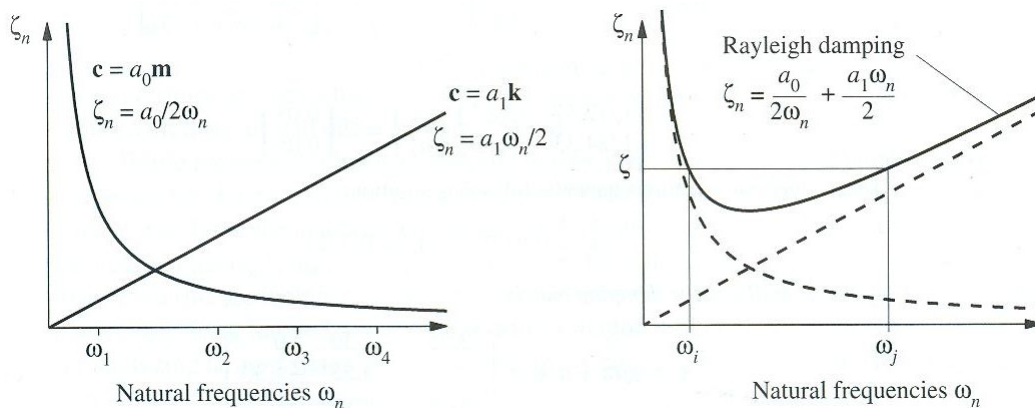
over egenfrekvensene er gitt i tabell 10.1. De tilsvarende egenfrekvensene fra målingene er funnet til 2.05 Hz og 2.7 Hz. Dermed har modellens egenfrekvenser en feil på omtrent 7 % og 2 %, og antas derfor å være tilstrekkelig lik virkeligheten.

Tabell 10.1: Oversikt over egenfrekvenser fra målinger og modell

	Modell før justering	Resultat fra målinger	Modell etter justering
Første vertikale mode	2.33 Hz	2.05 Hz	2.20 Hz
Første torsjonsmode	2.69 Hz	2.70 Hz	2.65 Hz

10.2 Rayleigh-demping

Rayleigh-demping er benyttet for å legge den utregnede dempingen inn i Abaqus-modellen. Denne formen for demping er satt sammen av en masserelatert og en stivhetsrelatert demping, og er en realistisk form for demping ettersom den gir ulike dempingsforhold i de forskjellige modene. En annen fordel er at dempingsforholdet øker med høyere frekvenser, noe som fører til en effektiv eliminering av responsen til de høye modene. Metoden er vist i figur 10.1, hvor masse- og stivhetsrelatert demping er vist til venstre, mens Rayleigh-demping er vist i grafen til høyre. [14]



Figur 10.1: Masse- og stivhetsrelatert demping til venstre, Rayleigh-demping til høyre. [14]

Uttrykket for dempingsmatrisen i Rayleigh-demping er definert som [14]:

$$\mathbf{c} = a_0 \mathbf{m} + a_1 \mathbf{k} \quad (10.1)$$

med dempingsforholdet for den n 'te moden:

$$\zeta_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (10.2)$$

a_0 og a_1 har enheter på henholdsvis s^{-1} og s . Disse koeffisientene kan bestemmes ut i fra ζ_i og ζ_j , som er dempingsforholdene til de respektive modene, i og j . Ved å uttrykke ligning 10.2 på matriseform er det mulig å løse for koeffisientene a_0 og a_1 [14]:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix} \quad (10.3)$$

Abaqus benytter koeffisientene a_0 og a_1 som inndataverdier for dempingen. Ved å benytte dempningsforholdene utregnet i kapittel 8.2 og ligningene beskrevet ovenfor, blir verdiene på koeffisientene:

$$a_0 = 0,0246$$

$$a_1 = 0,0029$$

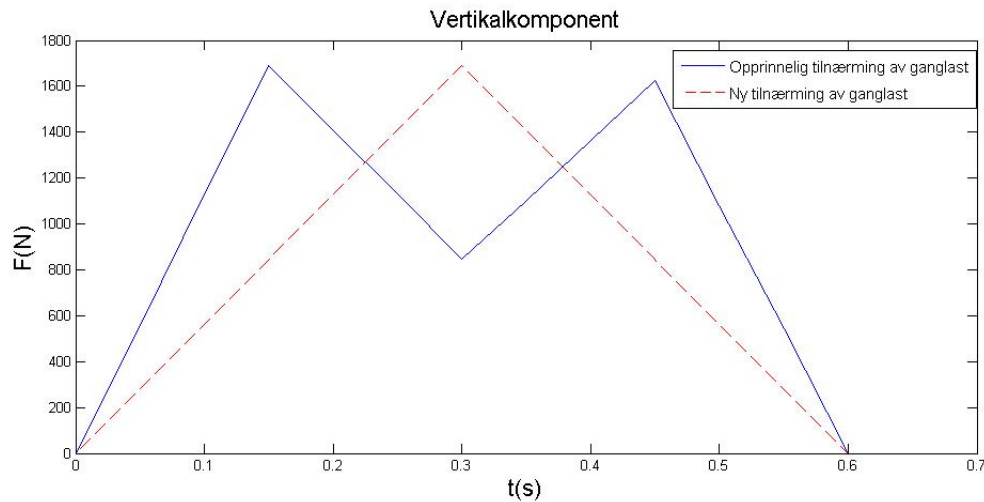
Dette er dermed lagt inn under materialeegenskaper i Abaqus og blir benyttet videre i oppgaven.

10.3 Tilpassing av ganglastmodellering i Abaqus

Ved å modellere ganglast som beskrevet i kapittel 7.4, blir akselerasjonene i Abaqus mye lavere enn de målte verdiene. Det er snakk om verdier under ti prosent av de målte verdiene. På bakgrunn av dette er det utført kontroller for å sikre at modelleringen av broen ikke avviker for mye fra virkeligheten. Først er det utført en dynamisk analyse der alle densitetene er satt tilnærmet lik null. Dermed blir den dynamiske analysen tilnærmet lik en statisk analyse. Resultatene herfra er kontrollert opp i mot enkle bjelkeformeler. Nedbøyingen midt på broen er kontrollert mot ligning 10.4, der broen er forenklet til fire HEB 600-bjelker. Det er både i Abaqus og håndberegningene brukt en last på 1 200 N. Resultatet fra Abaqus er 0,44 mm, mens håndberegningen gir 0,37 mm, noe som stemmer godt med hverandre.

$$w = \frac{PL^3}{48EI} = \frac{1200 \text{ N} * (27720 \text{ mm})^3}{48 * 210E^3 \text{ MPa} * 4 * 1710E^6 \text{ mm}^4} = 0,37 \text{ mm} \quad (10.4)$$

Det er også forsøkt å påføre en sinuslast med periode på 2,2 Hz midt på broen. Dette skal simulere målingen der personer hopper midt på broen, og gir verdier som stemmer godt med de målte verdiene. Dermed er det naturlig å mistenke at det er modelleringen av ganglasten som gir feil resultater. Som beskrevet i kapittel 2.4 kan ikke resultatene fra disse forsøkene direkte overføres til gangoverflater som er fleksible. Derfor er det gjort et forsøk på å endre tilnærmingen av ganglasten. Dette er gjort ved en forenklet trekantlast uten økt total energi, som vist i figur 10.2. Resultatet er at en trekantlast med et grunnlag på 1 300 N er den beste tilnærmingen, og dette er derfor brukt videre i oppgaven. En mer omfattende forklaring og diskusjoner rundt problemet med å modellere ganglast finnes i kapittel 10.4.



Figur 10.2: Endring av ganglast benyttet i Abaqus

10.4 Ganglast i Abaqus

Under arbeidet med tilpassingen av modellen ble det oppdaget at modelleringen av ganglasten var en av de største usikkerhetsfaktorene. Som nevnt i kapittel 2.4 er det krevende å lage gode lastmodeller for gangtrafikk, ettersom interaksjonen mellom mennesker og den dynamiske responsen til en konstruksjon er en komplisert situasjon. Vertikal synkronisering er i utgangspunktet en vanskelig effekt, og å få til en lastmodell som tar hensyn til dette er meget omfattende.

For å sette lys på hvor vanskelig det er å modellere ganglast korrekt er det i dette delkapittelet presentert resultater fra forskjellige metoder å modellere ganglasten på. Det er kun fokusert på den vertikale kraftkomponenten i modelleringen, da det horisontale kraftbidraget ikke er et problemområde for Vulkan bro. All ganglastmodellering tar utgangspunkt i en gangfrekvens på 2.2 Hz, da dette er egenfrekvensen til den første vertikale moden til modellen. Det er også i alle tilfellene modellert en person, med en tyngde på 1 300 N, som går midt på broen. Dette er gjort for å gjøre det mulig å direkte sammenligne resultatene fra de ulike metodene å modellere ganglast på.

Utgangspunktet for modelleringen er beskrevet i kapittel 7.4. Denne tar utgangspunkt i teorien fra kapittel 2, og skulle vært en rimelig tilnærming av gangtrafikk. Med en gangfrekvens på 2.2 Hz skulle denne lastmodellen treffe godt på broens resonans, men det viser seg at akselerasjonene fra denne modellen er alt for lave. En av årsakene til dette kan ligge i modellens overlapp mellom skrittene. Fra teorien i kapittel 2 er det beskrevet at det skal være et overlapp på 0.1 sekund hvor begge føttene er samtidig i bakken. Dette gjelder for en gangfrekvens på 2 Hz, og omregnet til en frekvens på 2.2 Hz vil denne overlappen bli på omtrent 0.09 sekunder. Dette overlappet fører til at bevegelsen til broen ikke blir helt jevn, da kraften fra den andre foten ødelegger for bevegelsen skapt av den første foten. Denne effekten fører til at broen aldri vil treffe resonans helt, og følgelig blir akselerasjonene lavere enn de målte verdiene.

En måte å bedre dette på er å modellere ganglasten på samme måte, men uten det beskrevne overlappet. I praksis betyr det at den andre foten ikke treffer bakken før på

samme tidspunkt som den første foten løftes fra bakken. Ved bruk av den nye lastmodellen i analysene oppnår broen akselerasjoner som er betydelig nærmere de virkelige akselerasjonene, men det er fortsatt et betydelig avvik mellom akselerasjonene fra modellen og de virkelige. Igjen oppnår ikke modellen resonans, noe som fører til for små akselerasjoner. Dette kan skyldes at lastmodellen er litt for komplisert for den teoretiske modellen, da den tar hensyn til både kreftene fra når helen treffer bakken og når foten sparker fra. Disse hendelsene er beskrevet ved to lokale maksimumspunkter på kraftfunksjonen for gange, og vil kunne være årsak til at broen ikke oppnår resonans. De to punktene vil ødelegge for broens jevne bevegelse, ettersom det andre punktet kommer på et tidspunkt hvor broen allerede har begynt å svinge tilbake. Dermed drepes resonansen, og akselerasjonene blir for lave.

En utprøvd lastmodell er derfor å forenkle den allerede beskrevde lastmodellen. Dette er gjort ved å kun la ganglasten opptre som en trekantlast, men ikke øke den totale energien. På denne måten oppnår analysene resonans, men kun hvis lastmodellen er uten overlapp mellom skrittene. I følge teorien beskrevet i kapittel 2 tilsvarer dette en tilnærmet lastmodell for løping. Ved bruk av den forenklete trekantmodellen uten overlapp mellom skrittene oppnår modellen tilsvarende akselerasjoner som målingene gir. De maksimale akselerasjonene fra de forskjellige modellene er oppsummert i tabell 10.2, hvor målepunktene er plassert på nord- og sørsiden av midten av broen.

Tabell 10.2: Maksimale akselerasjoner fra forskjellige ganglastmodeller

Maksimale akselerasjoner [m/s^2]	Orginal modell		Forenklet trekantmodell	
	Med overlapp	Uten overlapp	Med overlapp	Uten overlapp
Nord	0.11	0.39	0.58	0.76
Sør	0.12	0.45	0.69	0.90

Grunnlaget som den opprinnelige lastmodellen er basert på kommer fra teorier og forsøk utført på stive og ubevegelige overflater. Dette kan ikke direkte overføres til gangoverflater som er fleksible, og er en av grunnene til at denne modellen ikke gir korrekte resultater. Interaksjonen mellom mennesker og dynamisk respons fra konstruksjoner er som tidligere nevnt vanskelig å modellere, siden det blant annet finnes synkroniseringseffekter som oppstår når et menneske opplever at overflaten beveger seg. I tillegg vil forskjellige mennesker ha forskjellig gange, og forsøkspersonen som ble brukt under målingene kan ha hatt en gange som avviker fra teorien. Forsøkspersonen var også klar over at det ble utført målinger på bakgrunn av hans gange, noe som ubevisst kan ha ført til en unormal gange. Til slutt må det også nevnes at modellen som er laget av broen tydeligvis er veldig følsom for endringer. Det vil si at små endringer i lasten har mye å si for responsen, spesielt rundt resonansresponsen. Derfor er det viktig at lastmodellen treffer broens resonans, slik at akselerasjonene blir tilsvarende de målte. Det er på bakgrunn av dette valgt å benytte seg av den forenklete trekantlasten som lastmodell for videre arbeid, da denne gir de mest virkelighetsnære resultatene.

10.5 Diskusjon

For å få modellen til å tilsvare virkeligheten bedre er det gjort en del antagelser og endringer. Det er vanskelig å si hvilke konsekvenser dette har, men forandringene vil

kunne påvirke resultatene noe, selv om endringene i utgangspunktet er gjort for å bedre modellens nøyaktighet mot virkeligheten. Hovedmålet med tilpassingen har vært å få egenfrekvensene til å stemme. Dette kan ha gått på konsekvens av modellens evne til å representere broens respons, ettersom det er gjort endringer både i modellens stivhet og masse. Disse endringene er innenfor fornuftige grenser, og en tilpassing av ganglasten er i tillegg gjort for å få riktig respons i broen. Det er ikke gjort betydelige endringer i ganglastmodelleringen, slik at det er naturlig å anta at nøyaktigheten til responsen fra modellen er god nok til å benytte i videre analyser.

Det har kun vært fokus på den vertikale delen av broens svingninger. Dette skal i utgangspunktet ikke ha mye å si for resultatet, ettersom den horisontale egenfrekvensen ligger utenfor kritisk område. Likevel er det verdt å nevne at det kan oppstå unøyaktigheter i modellen når det kun fokuseres på vertikal- og torsjonsmoden.

Modellen har som beskrevet tidligere omtrentlig avvik på 7 % og 2 % på henholdsvis den vertikale egenfrekvensen og torsjonsegenfrekvensen. Dette er antatt å være en tilstrekkelig god nok tilnærming av virkeligheten, men det bør tas hensyn til disse avvikene ved bruk av resultatene. Det at modellen ikke er nøyaktig lik virkeligheten vil kunne føre til at feil forplanter seg videre i oppgaven, men modellen vil være god nok for å teste ut virkningen av ulike tiltak på broen.

Kapittel 11

Vurderte tiltak for å redusere den dynamiske responsen av Vulkan bro

I kapittel 5 er det beskrevet flere tiltak som kan redusere den dynamiske responsen til en bro. I dette kapitlet vil noen av disse tiltakene knyttes direkte opp mot Vulkan bro. Først undersøkes en løsning med å øke broens masse tilstrekkelig, slik at broens egenfrekvenser senkes utenfor kritisk område. Deretter vil effekten av å endre broens masse og stivhet ved å erstatte tredekket med et betongdekke kontrolleres. To forslag der broens geometri endres legges også frem. De to alternativene er å installere skrâstag under broens ender eller å spenne opp en vaier under broen, som vil bidra med ekstra stivhet uten betydelig endring av broens masse. Muligheten for å redusere broens dynamiske respons i form av en eller flere massedempere vil også undersøkes.

Når ganglasten modelles i dette kapitlet er det med 2,20 Hz og 2,65 Hz som utgangspunkt, da dette er lastene som vil gi størst akselerasjoner i modellen. Med eventuelle endringer av modellen, slik at egenfrekvensene flyttes, vil det kontrolleres for 2,20 Hz og 2,65 Hz, samt de nye kritiske frekvensene, såfremt egenfrekvensene er innenfor hva som anses som relevant. Dette vil diskuteres nærmere i hvert enkelt tilfelle.

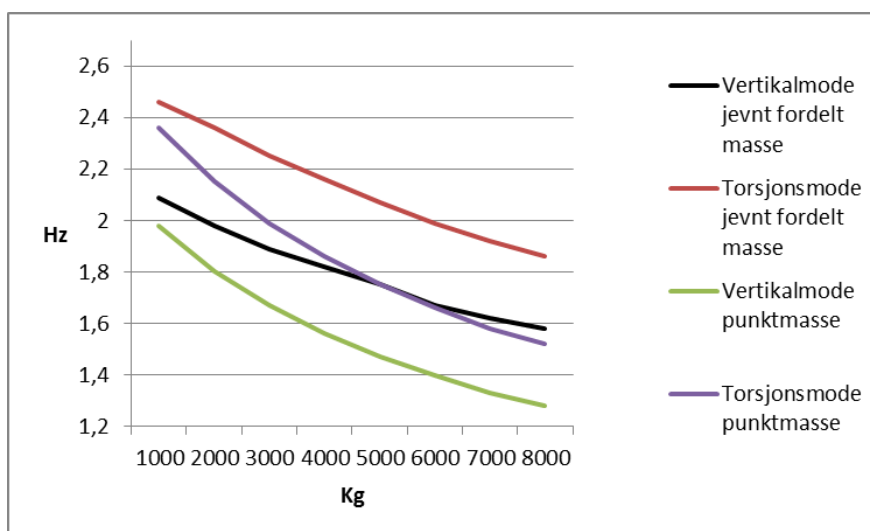
I tillegg til å kontrollere broen direkte opp mot belastning med samme frekvens som de kritiske egenfrekvensene kontrolleres tiltakene mot en referansegruppe på elleve personer. Dette gjøres for å få et inntrykk av hvordan tiltakene fungerer når broen blir belastet av mange personer. Fire av personene går midt på broen, mens fire går på nordsiden og tre på sørsiden. De ulike personenes frekvens og starttid er gitt i tabell 11.1, der tiden forteller når personen begynner å gå på broen.

Tabell 11.1: Oppsett referansegruppe på elleve personer

Personens plassering	Frekvens [Hz]	Starttid [s]
Nord	2,4	0,83
Nord	1,9	3,68
Nord	2,3	6,73
Nord	1,8	10,29
Midt	2,2	0
Midt	2,0	2,75
Midt	1,8	4,72
Midt	2,1	7,85
Sør	2,3	0
Sør	2,0	1,75
Sør	2,1	6,66

11.1 Endre systemets stivhet eller masse

Siden broen allerede er bygget vil det være vanskelig å endre systemets stivhet uten å endre designet. Det er derimot mulig å endre massen til broen. Ved å legge til mer masse på broen vil egenfrekvensene senkes. Senkes disse nok vil de havne på undersiden av det kritiske området for gangbroer. På modellen er det både forsøkt å legge til en punktmasse midt på de fire HEB-bjelkene og legge til jevnt fordelt masse langs HEB-bjelkene. Endringene av egenfrekvensen vises i figur 11.1. Horisontalmodus endring vises ikke siden denne fortsatt er over 2 Hz når det tilføres 8000 kg på hver bjelke. Det er ikke utført kontroller av akselerasjoner i Abaqus for denne løsningen siden det skal såpass mye masse til for å endre egenfrekvensene. Konstruksjonens kapasitet eller heller ikke kontrollert. En løsning der det kun legges til ekstra masse på de ytterste HEB-bjelkene slik at torsjon- og vertikalmodus egenfrekvenser nærmer seg hverandre, for så å løse problemet ved hjelp av en massedemper, legges frem i kapittel 11.5.6.



Figur 11.1: Endring av egenfrekvenser ved å tilføre ekstra masse

11.2 Betong

Et tiltak for å forbedre broens svingeproblemer vil kunne være å bytte ut tredekket med betong. All betong som blir benyttet i denne oppgaven har egenskaper som beskrevet i tabell 11.2. Armeringen til betongen er for enkelhets skyld ikke modellert, da det antas at denne ikke har stor innvirkning på resultatene som er relevant for denne oppgaven.

Tabell 11.2: Betongegenskaper [29]

Betongtype	E-modul [MPa]	Densitet [kg/m^3]	Tverrkontraksjonstall
B35	34	2 500	0.2

Ved å bytte ut hele tredekket med betong vil broen både bli tyngere og få et stivere dekke. Dekket vil også oppføre seg som en skive, og på denne måten elimineres de horisontale bevegelsene, mens de vertikale reduseres. Et betongdekke av tilsvarende tykkelse som tredekket, altså 10 cm, vil gi en reduksjon av den første vertikale egenfrekvensen, mens frekvensen som tilhører den første torsjonsmoden vil bli noe høyere. De nye egenfrekvensene blir da henholdsvis 1.98 Hz og 3.02 Hz. Torsjonsmoden ligger dermed utenfor frekvensområdet til normal gange, beskrevet i kapittel 2, mens vertikalmoden fortsatt ligger i faresonen. Derfor er også et betongdekke som er 15 cm tykt undersøkt. Resultatene fra denne modelleringen blir på 1.84 Hz og 3.31 Hz, altså enda bedre enn med et dekke på 10 cm. Resultatene er oppsummert i tabell 11.3, hvor også resultatene fra et 20 cm betongdekke er presentert. Det vil selvfølgelig være utfordringer knyttet til riss og oppsprekking ved bevegelse av et så tynt og langt betongdekke, men disse utregningene tar ikke hensyn til dette. Disse beregningene illustrerer kun hva et betongdekke vil kunne ha å si for broens svingeproblemer.

Tabell 11.3: Modellens egenfrekvenser etter innføring av ulike betongdekker

Egenfrekvenser	Orginalt tredekke	10 cm betong	15 cm betong	20 cm betong
Vertikal	2.20 Hz	1.98 Hz	1.84 Hz	1.74 Hz
Torsjon	2.65 Hz	3.02 Hz	3.31 Hz	3.75 Hz

Ettersom de forskjellige betongdekkenes vertikale egenfrekvenser fortsatt er innenfor kritisk område er det utført analyser med modellert gangtrafikk. Akselerasjonene som er undersøkt kommer fra at en person går over på midten av broen. Den maksimale akselerasjonen endres fra rundt $0.8 m/s^2$ på den originale modellen, til $0.11 m/s^2$ ved bruk av et 10 cm tykt betongdekke. Dette er en betydelig reduksjon, men det er viktig å påpeke at disse registrerte akselerasjonene kommer fra modellert gangtrafikk på resonansfrekvensen til den opprinnelige konstruksjonen og er derfor ikke spesielt relevant for videre undersøkelse. Akselerasjonene øker nemlig kraftig ved resonans. Endres den modellerte ganglasten til en frekvens som er lik egenfrekvensen til den modifiserte konstruksjonen, 1.98 Hz, oppnås en akselerasjon på $0.55 m/s^2$. Dermed vil altså ikke den tidligere nevnte reduksjonen være like betydelig lenger, men kun en liten endring av denne gangfrekvensen vil føre til mindre akselerasjoner igjen. En endring av gangfrekvensen til 2 Hz, altså en endring på omtrent 1 %, vil føre til 13 % reduksjon av den maksimale akselerasjonen. Dette viser at frekvens-responsfunksjonen er bratt ved resonans og at resonans er et ekstremt enkelttilfelle, men det må likevel tas hensyn til.

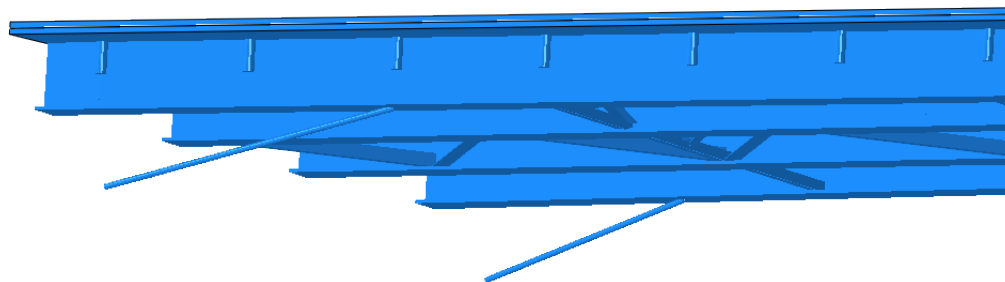
Derfor er det videre kun undersøkt hvordan de modifiserte modellene reagerer på resonansfrekvensen, da dette er dimensjonerende.

Modellen med et 15 cm tykt betongdekke gir en maksimal akselerasjon på 0.47 m/s^2 ved en ganglast på modellens egenfrekvens på 1.84 Hz. Tilsvarende vil et 20 cm tykt betongdekke ha en maksimal akselerasjon på 0.4 m/s^2 . Selv ikke dette gir nok reduksjon til å tilfredsstille de strengeste akselerasjonskravene gitt i Statens vegvesens håndbok 185, se kapittel 3.3. Et tynt betongdekke vil dermed føre til en nedgang i den maksimale akselerasjonen som oppstår ved gange i resonansfrekvensen til konstruksjonen, men ikke nødvendigvis nok til å tilfredsstille akselerasjonskravene gitt i standardene. Det kan derfor diskuteres hvor hensiktsmessig det er å bytte ut det originale tredekket med et betongdekke, da det fører til noe bedring, men ikke en definert løsning på konstruksjonens svingeproblemer. Spesielt vil de høye akselerasjonene ved resonans fortsatt være til stede med et betongdekke. Hvis et eventuelt betongdekke skal fungere som et tiltak må det sørge for at egenfrekvensene flytter seg nok til at de blir liggende utenfor de kritiske områdene til normal gange.

11.3 Skråstag

En løsning for å forbedre broens egenskaper er å installere stag som støtter opp under broen. For å ikke forstyrre livet i Akerselva er det ikke mulig å konstruere noe som går ned i elven. Derfor må avstivingen skje på siden av broen. Det er tatt hensyn til vannstanden ved en eventuell 200-års flom, som er på 4,7 meter i området hvor Vulkan bro ligger. Flomvurderingsrapporten fra Statkraft Grøner ligger vedlagt i vedlegg D. Med utgangspunkt i disse beregningene vil det være 0,6 meter fri høyde under broen som kan benyttes til utbedring av broen.

For å illustrere effekten av å stive opp broen med skråstag er det modellert leddede stålstag med en radius på 25 mm på begge sider av broen. Disse er festet i betongveggen 0,6 meter under underkanten av HEB-bjelkene. Betongveggen fungerer som oppleggsplate for HEB-bjelkene og er 0,6 meter bred. Derfor er stålstagene festet i en avstand på 0,6 meter fra bjelkenes ender. Med tanke på at både broen og betongveggene på begge sider skrår litt, er det noe forskjellig lengde på stagene. Dette er gjort for at de skal støtte opp broen på samme akse. Denne aksene er 2,5 meter fra betongveggen for det lange staget og 2 meter for det korte. Det er på begge sider av broen valgt å støtte opp de ytterste HEB-bjelkene, slik at både den vertikale moden og torsjonsmoden vil forbedres. Utførelsen på vestsiden av broen er vist i figur 11.2.



Figur 11.2: Skråstag på vestsiden av broen

De nye egenfrekvensene fra den forbedrede modellen er vist i tabell 11.4. Her er det tydelig at skråstagene har stor innvirkning på egenskapene til broen, da de nye egenfrekvensene er betydelig høyere. Forbedringen kommer av at spennet til broen nå er redusert, i tillegg til at stagene fungerer som nye opplager til broen. Det nye spennet til broen blir på 22,4 meter, og ved å benytte dette i formel 6.2 i kapittel 6.1 blir den anslåtte vertikale egenfrekvensen på 3,41 Hz. Ved i tillegg ta hensyn til at stagene fører til en noe stivere opplagsbetingelse er det ikke urimelig at egenfrekvensen til den nye Abaqus-modellen blir 3,56 Hz. Det er også prøvd ut løsninger med større tverrsnitt på stagene, noe som igjen fører til stivere stag og opplagsbetingelser mer tilsvarende innspennte løsninger. Dette fører til høyere egenfrekvenser, og bekrefter at de antakelsene som er gjort ovenfor stemmer. Det er valgt å gå videre med stag med radius på 25 mm, da dette godt nok illustrerer resultatene av tiltaket.

Tabell 11.4: Egenfrekvenser etter innføring av skråstag med radius 25 mm

	Opprinnelig modell	Skråstag
Vertikal	2,20 Hz	3,56 Hz
Torsjon	2,65 Hz	4,67 Hz

Siden egenfrekvensene fortsatt ligger innenfor de områdene som er definert som kritiske i mange av standardene, er det gjort analyser for å finne akselerasjonene til den nye modellen. Akselerasjonene er funnet ved ganglast på midten og på siden av broen, i tillegg til referansegruppen på 11 personer. Resultatene er gitt i tabell 11.5, hvor akselerasjonene fra den originale modellen er oppgitt i parentes. Her kommer det tydelig frem at skråstag er et effektivt tiltak for å forbedre broens egenskaper. Akselerasjonene som oppstår er betydelig mindre enn tidligere, og alle tilfellene er innenfor de strengeste kravene gitt i kapittel 3.

Tabell 11.5: Akselerasjoner med skråstag

	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,20 Hz	0,03 (0,76)	0,03 (0,90)
2,65 Hz	0,13 (1,46)	0,03 (1,20)
11 stk	0,34 (1,65)	0,20 (2,30)

Det er også prøvd ut hvilken effekt det vil ha å bare montere skråstag på østsiden av broen. Dette er gjort av praktiske årsaker, da det på denne siden er enkelt å gå under broen og det i tillegg er en eksisterende betongvegg som antas sterk nok til å ta i mot kreftene fra de to stagene. Resultatene vil åpenbart ikke være like effektive som ved å montere skråstag på begge sider, men fra et praktisk og økonomisk ståsted kan det være en interessant løsning.

Ved å ta bort de to stagene på vestsiden mister broen symmetrien som oppstod tidligere. Dette fører til at det oppstår en ny egenfrekvens, som er en blanding av torsjonsmoden og den horisontale moden. Denne nye moden har en egenfrekvens på 3,43 Hz, og vil i praktisk sammenheng være høyere enn det kritiske området for gangtrafikk. Den horisontale delen vil ikke ha betydning i dette frekvensområdet, da det kritiske området for horisontale bevegelser er, som beskrevet i kapittel 2, maksimalt i overkant av 1 Hz. Den første vertikale moden og den rene torsjonsmoden vil ha egenfrekvenser på henholdsvis 2,93 Hz og 3,63 Hz, og er derfor også utenfor det mest kritiske området. For å kontrollere broens respons er det kjørt en analyse med referansegruppen på 11 personer. Dette ga maksimale akselerasjoner på $0,46 m/s^2$ på nordsiden og $0,28 m/s^2$ på sørsiden. Disse akselerasjonene er under kravene oppgitt i kapittel 3, og en løsning med to skråstag på østsiden av broen vil derfor også være et effektivt tiltak for å bedre broens dynamiske egenskaper.

11.4 Vaier

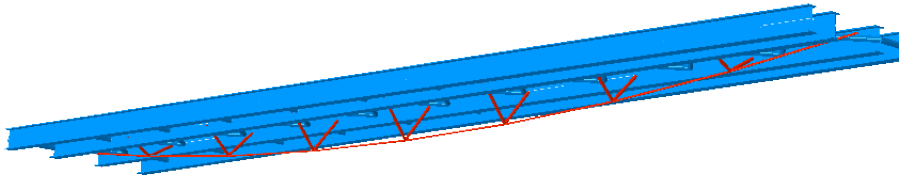
Et utprøvd tiltak for å forbedre Vulkan bro er å endre designet ved å spenne opp en vaier på undersiden av broen. Denne vil føre til høyere stivhet i konstruksjonen gjennom den geometriske stivheten til kabelen. For å teste ut denne løsningen i Abaqus er det laget en forenklet modell med fire HEB-bjelker med stivere mellom. Modellen er tilpasset slik at den har tilsvarende egenfrekvenser som den opprinnelige modellen. Egenfrekvensene og akselerasjonene som oppstår ved å sende ett menneske over midten og siden av broen er oppgitt i tabell 11.6. Personens vekt er justert for å få tilsvarende akselerasjoner som i den opprinnelige modellen og er oppgitt i parentes i tabellen.

Tabell 11.6: Akselerasjoner fra den forenklete modellen når utsatt for ganglast på egenfrekvensene

Frekvens [Hz]	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,18 (650 N)	0,82	0,82
2,65 (800 N)	1,36	1,30

Vaieren er festet i begge endene av broen og henger på det laveste en meter under broen. Dette er under den frie høyden ved en eventuell 200-års flom, beskrevet i vedlegg D, men

for å få til en effekt fra vaieren er det ikke tatt hensyn til dette her. Fra broen og ned til vaieren er det skråstag av stål som er festet momentstivt i broen, mens vaieren er fri til å bevege seg i lengderetningen til broen. En illustrasjon av modellen er vist i figur 11.3, hvor den påbygde delen er markert med rødt. Vaieren er modellet som bjelkeelementer av typen B33 med en radius på 25 mm, mens skråstagen er sirkulære med en radius på 40 mm.



Figur 11.3: Forenklet modell etter innføring av vaier (markert med rødt).

For å få strammet opp vaieren i modellen er det brukt temperatur. Dette er gjort i steget før Abaqus regner ut egenfrekvensene, og temperaturen er definert gjennom “Predefined field”. Materialet er gitt en termisk ekspansjonskoeffisient, α , på $1,2 \cdot 10^{-5}$ per Kelvin [24]. For at vaieren skal strammes nok til å ha innvirkning på konstruksjonens stivhet, må den tilegnes en teoretisk temperatur på -300 grader. Med en E-modul på 210 GPa blir spenningene i vaieren:

$$\sigma = \alpha T * E = 1,2 * 10^{-5} / K * 300 K * 210000 MPa = 756 MPa \quad (11.1)$$

Dette er en høy spenning, men likevel er den godt innenfor hva vaiere med høy strekkfasthet tåler, ettersom høyfast konstruksjonsstål kan ha en strekkfasthet på rundt 800 MPa [24]. Med disse forutsetningene blir den oppspente modellens nye egenfrekvenser på 2,35 Hz og 2,66 Hz for henholdsvis den vertikale moden og torsjonsmoden. Dette er en liten forbedring for den vertikale moden, men det meste kommer fra de påbygde skråstagen. Den vertikale egenfrekvensen til modellen uten oppspente vaier er nemlig 2,30 Hz, noe som betyr at den geometriske stivheten bidrar lite til den totale stivheten.

Med en så liten forandring i egenfrekvensene er virkningen av tiltaket minimal. I tillegg vil det kreve mye arbeid for å få til en oppspenning av vaieren til ønsket spenningsnivå, og det er derfor av liten praktisk interesse å gå videre med tiltaket. Vaieren er også spent opp i en høyde som er under den frie høyden til en eventuell 200-års flom, og tiltaket antas dermed å ikke kunne forsvares hverken økonomisk eller praktisk. Derfor er heller ikke akselerasjonsanalyser gjennomført på den modifiserte modellen.

11.5 Kalibrert massedemper

Som beskrevet i kapittel 5.4 vil en kalibrert massedemper splitte den kritiske egenfrekvensen inn i to nye egenfrekvenser på hver side av den opprinnelige egenfrekvensen. den Hartogs løsning er utgangspunktet for installasjonen av en kalibrert massedemper på broen. Denne løsningen tar som beskrevet i kapittel 5.4.2 utgangspunkt i at det opprinnelig er null demping i konstruksjonen. Som beskrevet i kapittel 8.2 er dempingsforholdet på Vulkan bro i underkant av to prosent. Antakelsen i den Hartogs løsning er dermed ikke urimelig å benytte, ettersom oppgaven er mer opptatt av å undersøke om massedemper er et godt tiltak eller ikke. I tillegg er en nøyaktig analytisk løsning for et slikt system veldig komplisert. Maurer Schöne, en produsent av massedempere, ved Oliver Benicke, anbefaler at massedemperene kalibreres mot kun en mode, slik at problemet i hvert fall reduseres. Oppgaven undersøker om en massedemper vil være tilstrekkelig, eller om flere er nødvendig.

Massedemperen er i Abaqus modellert som en plate. Platens densitet varieres etter ønske. Denne knyttes til resten av modellen ved hjelp av fire fjærer og dempere i platens hjørner. Egenskapene til massedemperen er da funnet fra ligning 5.6-5.9.

11.5.1 Forklaring av resultatene

Det er forsøkt flere ulike oppsett av massedempere. For alle oppsettene er broen belastet med ganglast på de opprinnelige egenfrekvensene til vertikal- og torsjonsmoden, i tillegg til de nye egenfrekvensene som oppstår som en konsekvens av at massedemperen splitter egenfrekvensene. For hvert oppsett er broen også kontrollert for referansegruppen på elleve personer. Resultatene fra de ulike endringene er beskrevet i tabeller. Alle de oppgitte resultatene er maksimal akselerasjon fra den gitte situasjonen. Akselerasjonene fra de vertikale modene er gitt først, deretter kommer referansegruppen, og til slutt akselerasjonene fra torsjonsmoden, som vist i tabell 11.7. Tallene i parentes er resultatene fra den opprinnelige Abaqus-modellen uten massedempere. Resultatene knyttet til de vertikale modene kommer fra belastning midt på broen, mens torsjonsmodene er belastet på broens nordside.

Tabell 11.7: Forklaring på oppsett av resultater etter innføring av massedemper

$\mu = \frac{\text{vekt massedempere}}{\text{vekt broen}}$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
Vertikal egenfrekvens uten massedemper	(0,76)	(0,90)
Nye vertikale egenfrekvenser		
Referansegruppe på elleve personer	(1,65)	(2,30)
Egenfrekvens torsjon uten massedemper	(1,46)	(1,20)
Nye egenfrekvenser torsjon		

11.5.2 Massedemper tilknyttet vertikalmoden

11.5.2.1 En massedemper på midten tilknyttet den vertikale moden

Modellens totale masse er 32 772 kg. Ved å installere en massedemper med fem prosent av broens masse, vil denne da veie 1 639 kg. Dette gir den kalibrerte massedemperen egenskaper som beregnet i ligning 11.2-11.5. Det er også forsøkt det samme med en massedemper med syv og tre prosent av broens masse. Utregningen av stivheten og dempingen er ikke gitt for tilfellene videre i oppgaven. Ved å installere en massedemper med disse egenskapene blir de nye egenfrekvensene 1,86 Hz og 2,45 Hz i stedet for 2,2 Hz.

$$f_d = \frac{f_n}{1 + \mu} = \frac{2,2}{1 + 0,05} = 2,095 \text{ Hz} \quad (11.2)$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{\mu}{2(1 + \mu)}} = \sqrt{\frac{0,05}{2(1 + 0,05)}} = 0,154 \quad (11.3)$$

$$k = (2\pi f_d)^2 m = (2\pi * 2,095)^2 * 1639 = 283697 \text{ N/m} \quad (11.4)$$

$$c = 2m(2\pi f_d)\zeta_{opt} = 2 * 1638,6 * (2\pi * 2,095) * 0,154 = 6654 \text{ N s/m} \quad (11.5)$$

De maksimale akselerasjonene når broen er utsatt for ganglast etter installasjon av en massedemper er gitt i tabell 11.8. Broen belastes med en person midt på, en person på siden og med referansegruppen på 11 personer. Installasjonen av massedemperen sørger for at akselerasjonene i forbindelse med vertikalmoden reduseres betydelig. De nye akselerasjonene er godt innenfor hva kravene i regelverket tilsier. Akselerasjonene i forbindelse med torsjonsmoden er noe lavere etter installasjonen av massedemperen, men fortsatt godt over de anbefalte verdiene.

Tabell 11.8: Akselerasjoner med massedemper knyttet til vertikalmoden

$\mu = 0,3$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]	$\mu = 0,05$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,20 Hz	0,15 (0,76)	0,17 (0,90)	2,20 Hz	0,12 (0,76)	0,14 (0,90)
2,41 Hz	0,18	0,25	2,45 Hz	0,14	0,21
1,93 Hz	0,20	0,21	1,86 Hz	0,15	0,16
11 stk	1,35 (1,65)	1,64 (2,30)	11 stk	1,31 (1,65)	1,42 (2,30)
2,62 Hz	1,50 (1,46)	1,15 (1,20)	2,61 Hz	1,42 (1,46)	1,06 (1,20)

$\mu = 0,07$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,20 Hz	0,11 (0,76)	0,12 (0,90)
2,48 Hz	0,13	0,15
1,80 Hz	0,13	0,14
11 stk	1,27 (1,65)	1,34 (2,30)
2,60 Hz	1,32 (1,46)	0,97 (1,20)

Som nevnt i kapittel 8 viser målingene at det kun er jogging på siden som provoserer torsjonsmoden. All ganglast provoserer altså vertikalmoden. På bakgrunn av dette undersøkes det om en massedemper som splitter den vertikale moden vil være nok til å dempe akselerasjonene i alle tilfeller, med unntak av jogging på siden. Etter nærmere undersøkelse viser det seg derimot at dette ikke stemmer. Ved å simulere at en rekke personer krysser broen ved hjelp av referansegruppen er det tydelig at begge modene blir provosert. Dette ender med akselerasjoner i området rundt $1,5 \text{ m/s}^2$. Selv om en massedemper vil være effektiv når det er lite gangtrafikk, også om personer går på siden av broen, er ikke dette en ideell løsning i tilfeller der det er mye trafikk på broen. Det er riktignok langt bedre enn resultatene uten massedemper, som gir akselerasjoner på $2,3 \text{ m/s}^2$.

11.5.2.2 Massedempere på begge sider tilknyttet vertikalmoden

I stedet for å installere en massedemper midt under broen, installeres en massedemper på hver side som til sammen har samme vekt, stivhet og demping som en massedemper midt under. Resultatene er oppgitt i tabell 11.9 og viser at dette er langt mer effektivt. Akselerasjonene knyttet til de vertikale modene er tilsvarende som tidligere, mens akselerasjonene knyttet til torsjonsmodene og referansegruppen er merkbart lavere. Selv om massedemperne er kalibrert mot vertikalmoden, vil de også ha en positiv effekt i tilknytning til torsjonsmoden. Dette er fordi plasseringen av massedemperne gjør at torsjonsmoden blir redusert, selv om demperne er kalibrert mot en annen frekvens.

Tabell 11.9: Akselerasjoner med massedemper på begge sider knyttet til vertikalmoden

$\mu = 0,3$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]	$\mu = 0,05$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,20 Hz	0,15 (0,76)	0,17 (0,90)	2,20 Hz	0,13 (0,76)	0,14 (0,90)
2,41 Hz	0,19	0,23	2,46 Hz	0,15	0,16
1,94 Hz	0,20	0,21	1,86 Hz	0,15	0,17
11 stk	1,35 (1,65)	1,26 (2,30)	11 stk	1,20 (1,65)	1,08 (2,30)
2,65 Hz	0,87 (1,46)	0,67 (1,20)	2,65 Hz	0,68 (1,46)	0,49 (1,20)
2,04 Hz	0,28	0,15	1,96 Hz	0,30	0,12
2,73 Hz	0,84	0,58	2,76 Hz	0,64	0,40

$\mu = 0,07$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,20 Hz	0,11 (0,76)	0,12 (0,90)
2,49 Hz	0,14	0,17
1,80 Hz	0,13	0,15
11 stk	1,07 (1,65)	0,96 (2,30)
2,65 Hz	0,61 (1,46)	0,35 (1,20)
1,89 Hz	0,23	0,13
2,77 Hz	0,55	0,33

11.5.3 Massedempere tilknyttet torsjonsmoden

For å redusere de maksimale akselerasjonene knyttet til torsjonsmoden er det installert massedempere på begge sider av broen. Dette er gjort på bakgrunn av at forsøk i Abaqus tilsier at det gir en bedre dempingseffekt enn å kun ha en massedemper på den ene siden. Dette er også anbefalt av Maurer Schöne, ved Oliver Benicke, som produserer massedempere. Installasjonen av massedempere på siden av broen sørger for at akselerasjonene til torsjonsmoden blir betydelig reduserte, og de nye akselerasjonene er under de anbefalte kravene i de ulike regelverkene. I tillegg reduseres de vertikale akselerasjonene, men ikke like mye som ved massedempere kalibrert mot vertikalmoden. Akselerasjonene til referansegruppen forblir høye, og dempes langt dårligere enn når massedempere er kalibrert mot vertikalmoden.

Table 11.10: Akselerasjoner med massedempere knyttet til torsjonsmoden

$\mu = 0,03$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]	$\mu = 0,05$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,20 Hz	0,16 (0,76)	0,19 (0,90)	2,20 Hz	0,12 (0,76)	0,13 (0,90)
2,05 Hz	0,40	0,46	1,98 Hz	0,32	0,36
2,74 Hz	0,31	0,37	2,78 Hz	0,11	0,11
11 stk	2,03 (1,65)	2,07 (2,30)	11 stk	1,91 (1,65)	1,55 (2,30)
2,65 Hz	0,45 (1,46)	0,25 (1,20)	2,65 Hz	0,37 (1,46)	0,19 (1,20)
2,32 Hz	0,35	0,26	2,22 Hz	0,38	0,28
2,90 Hz	0,55	0,25	2,95 Hz	0,46	0,20

$\mu = 0,07$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,2 Hz	0,09 (0,76)	0,10 (0,90)
1,92 Hz	0,25	0,28
2,8 Hz	0,08	0,07
11 stk	1,59 (1,65)	1,28 (2,30)
2,65 Hz	0,38 (1,46)	0,16 (1,20)
2,14 Hz	0,25	0,18
2,97 Hz	0,31	0,13

11.5.4 Installasjon av massedempere både for vertikal- og torsjonsmoden

Det er forsøkt å installere tre massedempere på broen, hvor en midt på demper vertikalmoden og to på siden demper torsjonsmoden. Dette er gjort med utgangspunkt i den Hartogs løsning, selv om denne i utgangspunktet kun gjelder for en frihetsgrad [9]. Dette gir høyere akselerasjoner enn å kun installere massedempere på siden kalibrert mot en mode. Resultatene vises i tabell 11.11.

Table 11.11: Akselerasjoner med massedempere knyttet til torsjons- og vertikalmoden

$\mu = 0,03$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]	$\mu = 0,05$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,65 Hz	0,57 (1,46)	0,35 (1,20)	2,65 Hz	0,52 (1,46)	0,25 (1,20)
2,43 Hz	0,22	0,25	2,35 Hz	0,55	0,34
2,82 Hz	0,39	0,26	2,87 Hz	0,55	0,25
11 stk	1,92 (1,65)	1,76 (2,30)	11 stk	1,85 (1,65)	1,50 (2,30)
2,20 Hz	0,15 (0,76)	0,16 (0,90)	2,20 Hz	0,11 (0,76)	0,14 (0,90)
1,98 Hz	0,12	0,13	1,91 Hz	0,22	0,24
2,29 Hz	0,15	0,19	2,28 Hz	0,11	0,14
2,73 Hz	0,15	0,14	2,77 Hz	0,14	0,14

$\mu = 0,07$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,65 Hz	0,48 (1,46)	0,21 (1,20)
2,29 Hz	0,48	0,21
2,89 Hz	0,58	0,23
11 stk	1,65 (1,65)	1,35 (2,30)
2,20 Hz	0,09 (0,76)	0,11 (0,90)
1,86 Hz	0,19	0,21
2,26 Hz	0,14	0,13
2,80 Hz	0,12	0,11

11.5.5 Installere en massedemper som er kalibrert mellom modene

Ved å kalibrere massedemperne for en frekvens på 2,4 Hz, altså mellom de to egenfrekvensene, er det undersøkt om begge modene kan dempes ved hjelp av massedempere på hver sin side av broen. Tabell 11.12 viser at akselerasjonene fra dette oppsettet reduseres, men de reduseres mindre sammenlignet med en massedemper som er rettet mot en mode.

Table 11.12: Akselerasjoner med massedempere kalibrert for 2,4 Hz

$\mu = 0,03$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]	$\mu = 0,05$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,20 Hz	(1,46)	0,35 (1,20)	2,20 Hz	0,11 (0,76)	0,12 (0,90)
2,00 Hz	0,29	0,32	1,93 Hz	0,22	0,25
2,54 Hz	0,15	0,13	2,58 Hz	0,14	0,15
11 stk	1,66 (1,65)	1,55 (2,30)	11 stk	1,44 (1,65)	1,22 (2,30)
2,65 Hz	0,65 (0,76)	0,49 (0,90)	2,65 Hz	0,60 (1,46)	0,35 (1,20)
2,18 Hz	0,28	0,23	2,09 Hz	0,35	0,22
2,79 Hz	0,65	0,41	2,77 Hz	0,55	0,34

$\mu = 0,07$	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
2,20 Hz	0,09 (0,76)	0,10 (0,90)
1,87 Hz	0,18	0,20
2,61 Hz	0,13	0,14
11 stk	1,19 (1,65)	1,06 (2,30)
2,65 Hz	0,51 (1,46)	0,26 (1,20)
2,00 Hz	0,24	0,17
2,85 Hz	0,50	0,25

11.5.6 Senke torsjonsfrekvensen

I kapittel 11.1 er det undersøkt hvilken effekt det vil ha å legge på ekstra masse på broen. Ved å kun legge til masse på de to ytterste HEB-bjolkene vil torsjonsmoden senkes betydelig mer enn vertikalmoden, slik at torsjons- og vertikalfrekvensen nærmer seg hverandre. Blir disse tilstrekkelig nærme hverandre vil den optimale kalibreringen av massedempere være den samme for de to ulike modene.

Ved å legge på 5 000 kg på hver av de ytterste HEB-bjolkene, uten innføring av massedempere, blir akselerasjonene fra referansegruppen på elleve personer noe redusert. Ved tilfellet der det legges på 3 000 kg blir akselerasjonene langt høyere. Dette kommer av at begge modenes egenfrekvenser ligger i området for vanlig ganglast, og referansegruppens belastning provoserer dermed broen nærmere resonans.

For at massedempere skal ha den ønskede effekten, bør ikke utgangspunktet før installasjonen være dårligere enn det opprinnelig er. Systemet med ekstra masse bør altså gi lavere akselerasjoner enn det opprinnelige systemet uten den ekstra massen. Dermed er løsningen med 5 000 kg ekstra masse det beste utgangspunktet for installasjon av massedempere. De maksimale akselerasjonene fra dette systemet er gitt i tabell 11.13. Resultatene viser at denne løsningen har de laveste akselerasjonene målt mot referansegruppen. Akselerasjonene er imidlertid kun rundt 20 % lavere enn ved å installere to massedempere kalibrert mot vertikalmoden i det opprinnelige systemet. Dette vil også være en langt vanskeligere løsning i praksis, og derfor er denne løsningen kun kontrollert mot referansegruppen.

Tabell 11.13: Akselerasjoner fra referansegruppen etter installasjon av massedemper på systemet med 10 000 kg ekstra masse

μ	Nord [m/s^2]	Sør [m/s^2]
3 %	1,65	1,67
5 %	1,00	0,65
7 %	0,95	0,63

11.6 Diskusjon

Referansegruppen som er benyttet under testene av de forskjellige tiltakene består av 11 personer. Det er som tidligere nevnt vanskelig å simulere gangtrafikk og synkronisering mellom mennesker, slik at referansegruppen vil ikke nødvendigvis representere 11 personer i virkeligheten. Denne gruppen er først og fremst brukt som et hjelpemiddel for å teste ut de forskjellige tiltakene og sammenligne både resultater før og etter tiltakene, samt sammenligne de forskjellige tiltakene.

Det er gjennomgående benyttet maksimale akselerasjoner for å kontrollere de ulike tiltakene. Dette kan i enkelttilfeller representere den totale tidsserien dårlig. Akselerasjonene i tilknytning til referansegruppen varierer for eksempel mye, og er ikke så høye over lange tidsperioder. Akselerasjonene som følge av at en person krysser broen på midten og på siden er mye jevnere. Dette illustreres i vedlegg E, der akselerasjoner med og uten massedemper brukes som eksempel.

I dette kapitlet er det undersøkt løsninger for å redusere broens dynamiske respons. Løsningene går enten på å endre broens stivhet, masse eller geometri, eller innføre dempingstiltak ved bruk av blant annet massedempere. Ved å legge på ekstra masse er det mulig å endre broens egenfrekvenser. Dette er imidlertid en teoretisk løsning, og det er heller ikke gjort noen kontrollberegninger på broens kapasitet. For at denne løsningen skal ha en merkbar effekt må det legges på rundt 20 tonn masse midt på broen, noe som både er en upraktisk og urealistisk løsning.

En annen utprøvd løsning er å bytte ut tredekket med betong. Denne løsningen virker i utgangspunktet som den enkleste, rent teoretisk, men til gjengjeld er det utfordrende å gjennomføre i praksis. I tillegg virker det som om et betongdekke ikke helt har den ønskede effekten. Dette kan skyldes at modellen ikke representerer en god nok fremstilling av løsningen, blant annet vil det være samvirkeeffekter mellom stålet og betongen som vil være gunstig. Det er heller ikke modellert armering i betongen, noe som kan ha litt innvirkning på egenskapene. Fra et praktisk ståsted vil det også være utfordringer ved å konstruere et tynt og langt betongdekke. Dekket skal fungere som en stiv plate, og det vil kunne oppstå problemer knyttet til riss og oppsprekking i betongen, grunnet bevegelser i broen. Et betongdekke må derfor flytte egenfrekvensene tilstrekkelig mye, slik at de er utenfor problemområdet, samt fører til mye mindre bevegelser i broen.

To tiltak for å endre broens geometri er også utprøvd. Det mest effektive tiltaket er å montere skråstag på begge sider av broen. Disse vil føre til et kortere spenn, samt at opplagerne nå vil oppføre seg mer likt en fast innspent løsning. Både løsningen med skråstivere på begge sider av broen, samt bare på den ene siden er utprøvd. Den beste

løsningen er naturlig nok å stive opp begge sider av broen, da dette skaper en symmetri i broens konstruksjon og fører til en kortere spennvidde. Utfordringene ved denne løsningen vil være å feste skrånstiverne i betongveggen. Her må det undersøkes om betongen tåler de kreftene som oppstår, blant annet om det er lagt inn tilstrekkelig med armering for å hindre eventuelle riss som kan oppstå. På vestsiden av broen er veggen også utformet som en type murvegg, slik at det må undersøkes om denne er tilstrekkelig god nok til å ta i mot de nødvendige kreftene.

Den andre løsningen som går på å endre broens geometri er å benytte den geometriske stivheten til en vaier for å øke den totale stivheten. Dette viser seg derimot å være en lite effektiv løsning. I tillegg til å tilføre lite stivhet til konstruksjonen vil en slik løsning kreve mye endringer av den opprinnelige broen ved at det må monteres mange skrånstivere på undersiden langs hele broen. Det vil heller ikke være mulig å lage forankringer som sørger for å ta opp den nødvendige kraften fra vaieren. Denne løsningen vurderes derfor som lite gjennomførbar, både praktisk og økonomisk.

Ved å installere massedempere på broen vil akselerasjonene som følge av gangtrafikk kunne reduseres vesentlig. Plasseringsmessig er det tydelig at massedemperne bør plasseres midt på broen på begge sider, både med tanke på vertikal- og torsjonsmoden. Forsøket med å installere massedempere knyttet til begge modene er ingen god løsning, i hvert fall ikke om de er kalibrert med utgangspunkt i den Hartogs løsning. De aktuelle løsningene vil da være å kalibrere demperne enten mot vertikal- eller torsjonsmoden. Kalibreringen mot vertikalmoden gir naturlig nok noe lavere resultater når folk går midt på broen, men også lavere akselerasjoner i tilknytning til referansegruppen. Ut i fra målingene, som er beskrevet i kapittel 8, kommer det frem at det som oftest er vertikalmoden som provoseres. Når denne kalibreringen også gir best resultater i tilknytning til referansegruppen, fremstår dette som det beste oppsettet av massedempere.

Sammenlignes de forskjellige tiltakene med hverandre er det klart at det kun er to av dem som er aktuelle løsninger. Massedemperne vil redusere den dynamiske responsen, men disse krever en del kalibrering og deler av tredekket må tilpasses og fjernes før installasjon. En enklere, og muligens billigere, løsning vil være å montere skrånstag. Dette krever litt undersøkelser av eksisterende konstruksjon, men det må ikke brukes mye tid på kalibrering og tilpassing. Å kun montere skrånstag på den ene siden av broen vil være økonomisk og praktisk, men effekten vil også reduseres. Likevel fremstår dette som den beste av de utprøvde løsningene.

Kapittel 12

Oppsummering

Problemene rundt dynamisk respons fra ganglast er generelt sett dårlig håndtert i de ulike standardene og retningslinjene. Eurokoden er mangelfull og gir lite informasjon om temaet. Det er ikke oppgitt noen form for krav eller veiledning i hverken betong- eller stålstandarden. I trestandarden er det derimot angitt en metode for å anslå akselerasjoner. Det er imidlertid vanskelig å vite hvor relevant denne er ved bruk av andre materialer. Ved å benytte de oppgitte formlene i forbindelse med Vulkan bro gir de også upresise akselerasjonsverdier, både for høye og for lave. Dette er lite gunstig i en prosjekteringssammenheng, hvor de ansvarlige skal finne ut om den gitte konstruksjonen tilfredsstillende kravene eller ikke. Eurokoden oppgir også konkrete akselerasjonskrav, hvor det er gitt hva som er akseptable verdier i forskjellige situasjoner. Det kan imidlertid være vanskelig å finne denne informasjonen, da den ligger et annet sted enn der det er referert til.

BS 5400, *Ontario Highway Bridge Design Code* og Statens vegvesens håndbok 185 bygger på det samme, og er relativt like. I tillegg er det i oppgaven gitt en mer avansert formel for å regne ut akselerasjon, som også er lik når en α -verdi på 0,257 benyttes. Derfor er det lagt størst fokus på håndbok 185 som ansees som mest relevant i Norge. Her oppgis formler for å regne ut akselerasjonene, og det finnes også krav til hvor høye akselerasjonene kan være. Regnes disse akselerasjonene ut i forbindelse med Vulkan bro, blir de alt for lave i forhold til de målte verdiene. Dette er lite gunstig, og usikkerheten rundt temaet kan være en av grunnene til at disse formlene ikke lenger er med i den nye utgaven av håndboken. I stedet overlates det til de prosjekterende å selv kontrollere dette. Det henvises også til Eurokoden for mer informasjon, men Eurokoden er generelt mangelfull innen temaet.

ISO 10137 oppgir en mer rasjonell metode for å kunne anslå konstruksjonens vibrasjoner. Denne metoden går ut på å bruke Fourierserier til å representere ganglasten generert fra en person. Det er imidlertid ikke oppgitt noen forklaringer på hvordan dette skal utføres, og metoden krever derfor mer fra den prosjekterende. I oppgaven er det gjort en forenkling hvor kun den første Fourierkoeffisienten er tatt med, og lasten er påført midt på broen med en amplitude som skal representere en ganglast. Dette gir for lave akselerasjoner i forhold til de målte. En positiv side ved ISO 10137 er at akselerasjonskravene er strengere enn de som finnes i både Eurokoden og Statens vegvesens håndbok 185. Dermed vil det være mulig å forutse at akselerasjonene blir for store og gjøre grep på konstruksjonen for å unngå dette. Det at både Eurokode 5 og håndbok 185 gir godkjente akselerasjoner for Vulkan bro ved å følge deres egne retningslinjer er ikke gunstig.

De utførte målingene på Vulkan bro viser at både vertikal- og torsjonseigenfrekvensen ligger innenfor det kritiske området for ganglast. Den horisontale egenfrekvensen ligger imidlertid ikke i det kritiske området, og er derfor ikke tatt hensyn til ved tilpassing av den etablerte FEM-modellen.

Det å kunne forutse den dynamiske responsen fra ganglast er en stor utfordring, spesielt i nærheten av konstruksjonens resonans. Det er vanskelig å konstruere gode lastmodeller ettersom det er mange effekter å ta hensyn til. De fleste forsøkene som er gjort i forbindelse med ganglast er utført på faste og ubevegelige underlag. Det er ikke mulig å benytte disse resultatene direkte på en konstruksjon som beveger seg, da den vibrerende konstruksjonen vil ha innvirkning på personens gange. I tillegg oppstår det synkroniseringseffekter mellom konstruksjonen og personene, og jo flere personer som synkroniserer seg, jo vanskeligere er det å modellere. Det er etter målinger på broen modellert en ganglast som er justert for å gi lik respons som virkeligheten, men dette vil ikke være mulig i en prosjekteringsituasjon hvor broen ikke er bygget. Den opprinnelige ganglastmodelleringen gir veldig lave akselerasjonsverdier, og det viser seg at metoden gitt i ISO 10137 representerer den faktiske ganglasten bedre.

På bakgrunn av målingene er det foreslått forskjellige tiltak for å bedre situasjonen på Vulkan bro. Disse tiltakene er konstruert inn i modellen som er tilpasset målingene. De to beste tiltakene er å installere massedempere eller støtte opp broen på sidene med skråstag. Ved en eventuell installasjon av massedempere vil det være mest gunstig å fokusere på å dempe ut vertikalmoden. Dette gir den beste effekten i Abaqus, noe som kommer av at det ved normal gange kun er den vertikale moden som blir provosert. I tillegg er det analytisk vanskelig å kalibrere massedempere som demper ut flere moder. Den mest gunstige plasseringen er å ha en demper på hver side av broen.

Den andre løsningen er å installere skråstag som støtter opp broen. Det er forsøkt å støtte opp broen på begge sider, samt å kun støtte opp på den ene siden. Løsningen med skråstag på begge sider gir naturlig nok bedre resultater, men den forenklete løsningen vil kunne være gunstig både økonomisk og praktisk. Det er ikke lagt stor vekt på å vurdere den økonomiske siden ved tiltakene, og heller ikke den praktiske utførelsen er diskutert. Likevel ansees løsningen med skråstag på den ene siden som mest realistisk.

Kapittel 13

Konklusjon

De forskjellige standardene og retningslinjene har generelt lite informasjon om gangbroer og dynamiske problemer knyttet til gangtrafikk. De oppgitte formlene gir ikke riktige akselerasjonsverdier sammenlignet med målingene utført på Vulkan bro, og kravene til maksimale akselerasjoner varierer mye. De aller fleste formlene er forenklinger som er gjort med utgangspunkt i Fourierserier, og ingen av disse forutsier responsen riktig i forbindelse med Vulkan bro. De målte verdiene viser at både den vertikale moden og torsjonsmoden ligger i kritisk område for ganglast.

Ganglastmodellering er et vanskelig tema som krever god forståelse av effektene som oppstår ved ganglast på en vibrerende konstruksjon. Spesielt i området nær resonans vil det være utfordrende å lage gode lastmodeller. Ved å kunne sammenligne responsen med de målte verdiene er det i oppgaven funnet en forenklet måte å modellere ganglast, og denne er benyttet til å teste ut forskjellige tiltak. De to beste av de beskrevne tiltakene er å installere massedempere eller montere skrånstøt på broen. Dette fører til betydelige reduksjoner i akselerasjonene og ansees som gjennomførbare forbedringer for Vulkan bro.

Kapittel 14

Forslag til videre arbeid

Opggaven trekker frem to aktuelle løsninger for svingeproblemene på Vulkan bro, installasjon av massedempere og skråstag. Det vil være aktuelt å gå videre med disse løsningene og undersøke i hvilken grad løsningene vil kunne gjennomføres i praksis. Det økonomiske aspektet av de ulike løsningene bør også vurderes.

Ganglastmodellering i tilknytning til vibrerende underlag har vist seg å være komplisert, og bør undersøkes nærmere. Litteraturen bygger i stor grad på undersøkelser utført på faste underlag, som dårlig lar seg overføre til vibrerende underlag.

Løsningen gitt i ISO 10137 tar utgangspunkt i at lasten bør påføres i form av en Fourierserie, hvor Fourierkoeffisientene stammer fra forsøk. Informasjon rundt koeffisientenes bakgrunn er mangelfull. Dette bør undersøkes nærmere, og eventuelt bør flere forsøk utføres for å styrke grunnlaget bak koeffisientene.

Metoden i ISO 10137 krever at det modelleres en Forierserie som beveger seg over konstruksjonen for å kunne anslå akselerasjonene fra ganglast. Dette krever at den prosjekterende har god kunnskap rundt FEM-modellering. En forenklet metode, der det for eksempel holder med å påføre en dynamisk konsentrert last midt på broen, vil gjøre det enklere for den prosjekterende. I så fall bør det kontrolleres opp mot måldata fra et stort antall gangbroer. Dette gjelder også de forenklete metodene gitt blant annet i håndbok 185.

Litteraturliste

- [1] *Getting Started with Abaqus: Interactive Edition. 2. Abaqus Basics.*
- [2] *MathWorks. Magnitude squared coherence. Sitert 16.04.2012*
<http://www.mathworks.se/help/toolbox/signal/ref/mscohere.html>.
- [3] *MathWorks. PSD using Burg method MatLab. Sitert 21.03.2012*
<http://www.mathworks.se/help/toolbox/signal/ref/pburg.html>.
- [4] *Maurer Söhne: Tuned Mass Dampers, Technical Information and Products. Sitert 14.03.2012*
<http://www.maurer.co.uk/doc/TMD-INfo-28072003.pdf>.
- [5] *Ontario Highway Bridges Design Code, 1983.*
- [6] *Store norske leksikon. Gran - egenskaper. Sitert 14.05.2012*
<http://snl.no/gran/egenskaper>.
- [7] *Tegninger fra Åkrene Mek. Verksted AS 2010.*
- [8] *University of Southern California. Signal Processing Toolbox. Parametric Methods 2004. Sitert 21.03.2012*
<http://sipi.usc.edu/manuals/matlab701/toolbox/signal/spectr9a.html>.
- [9] *Technical guide footbridges - assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading. Technical report, French association of civil engineering, 2006.*
- [10] *Afshin Sepehri Arash Komae. Spectral Estimation. Sitert 21.03.2012*
http://afshin.sepehri.info/projects/ADSP/SpectralEstimation/spectral_estimation.htm.
- [11] *BSI. BD 37/01 Loads For Highway Bridges.*
- [12] *BSI. BS 5400-2 Steel, Concrete and Composite Bridges Part 2. Specification for Loads.*
- [13] *C. Heinemeyer C.Butz, M Feldmann. Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges. Technical report, European Commission, 2008.*
- [14] *Anil K. Chopra. Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering. Pearson Education Inc., 2007.*
- [15] *Andreas Keil Mike Schlaich Christiane Butz, Christoph Heinemeyer. Design of Footbridges - Guideline, 2008.*

-
- [16] Andreas Keil Mike Schlaich Christoph Henemayer, Christiane Butz. Design of lightweight footbridges for human induced vibration. Technical report, European Commission, 2009.
- [17] Kristian B Dahl. *Mechanical properties of clear wood from Norway spruce*. PhD thesis, NTNU, 2009.
- [18] Florian Deischl Hugo Bachmann, Walter J. Ammann. *Vibration Problems in Structures - Practical Guidelines*. Birkhäuser, 1995.
- [19] The International Organization for Standardization. *ISO 10137 Bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations*.
- [20] G Pernicia J. H. Rainer and D. E. Allen. Dynamic loading and response of footbridges. Technical report, National Research Council Canada - Institute for Research in Construction, 1986.
- [21] S. C. Kerr. *Human induced loading on staircases*. PhD thesis, University Collage London, 1998.
- [22] Steen Krenk. Frequency analysis of the tuned mass damper. *Journal of Applied Mechanics*, 72, 2005.
- [23] Erwin Kreyszig. *Advanced Engineering Mathematics*. John Wiley & Sons, Inc, 2006.
- [24] Per Kr. Larsen. *Dimensjonering av Stålkonstruksjoner*. Tapir Akademiske Forlag, 2009.
- [25] Franz Ziegler Michael Reiterer. Combined seismic activation of a sdof-building with a passive tld attached. Technical report, 2004.
- [26] M. Plesha R. Witt R. Cook, D. Malkus. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. John Wiley & Sons, Inc, fourth edition, 2002.
- [27] P. Reynolds S. Zivanovic, A. Pavic. Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. *Journal of Sound and Vibration*, 279:69, 2005.
- [28] Julius O. Smith. *Mathematics of the Discret Fourier Transform (DTF)*. W3K Publishing, 2007.
- [29] Svein Ivar Sørensen. *Betongkonstruksjoner*. Tapir Akademiske Forlagk, 2010.
- [30] Standard Norge. *Endingsblad A1 - Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner. NS-EN 1990:2002/A1:2005+NA:2010*.
- [31] Standard Norge. *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner - Del 2: Trafikklast på bruer. NS-EN 1991-2:2003*.
- [32] Standard Norge. *Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner - Del 2: Bruer. NS-EN 1995-2:2004*.
- [33] Einar Strømmer. *Theory of Bridge Aerodynamics*. Springer, 2010.
- [34] J.O. Galante T. P. Andriacchi, J. A. Ogle. Walking speed as a basis for normal and abnormal gait measurements. *Journal of Biomechanics*, 10:8, 1977.
-

-
- [35] Bruseksjonen teknologiavdelingen. *Statens vegvesens Håndbok 185 - Bruprosjektering*. Vegdirektoratet, 2009.
- [36] J.M.W. Brownjohn V. Racic, A. Pavic. Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: Literature review. *Journal of Sound and Vibration*, 326:49, 2009.
-

Vedlegg

Vedlegg A

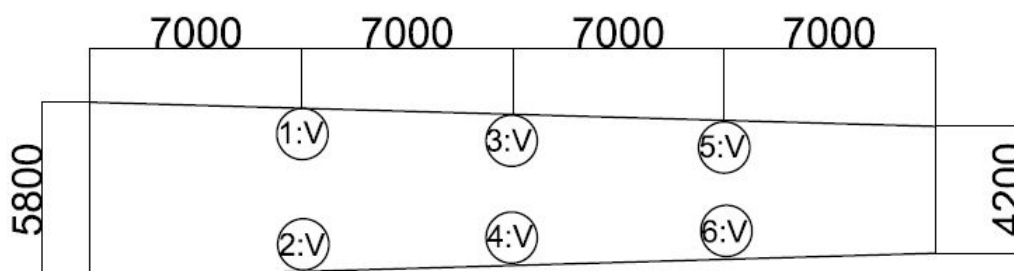
Oppsett akselerasjonsmålinger

A.1 Problemer med målingene

Noen av resultatene fra målingen er hakkete. Dette ble først oppdaget etter at det hadde blitt utført en god del målinger. Resultatene fra oppsett 1 og 2, beskrevet under, er derfor hakkete. Verdiene er riktige, men grafene blir noe hakkete da det er få registrerte verdier. Akselerasjonsområdet ble justert fra ± 500 til $\pm 2,5 \text{ m/s}^2$. På oppsett 3 er det utført målinger både før og etter justeringen. Dette oppsettet er derfor delt inn i "før justering" og "etter justering". Oppsett 4 er kun etter justering.

Det er også verdt å nevne at sensor 4 og 5 ble feilkoblet, slik at sensor 4 er kalibrert mot sensor 5 og motsatt. Dette kan forklare at disse sensorene til tider gir merkelige resultater.

A.2 Oppsett 1



Figur A.1: Oppsett 1: Akselerasjonsmålinger sett fra sør

Under oppsett 1, som figur A.1 viser, er alle akselerometrene satt til å måle i vertikalretningen. Hensikten med dette er å kartlegge de vertikale egenfrekvensene og egenmodene.

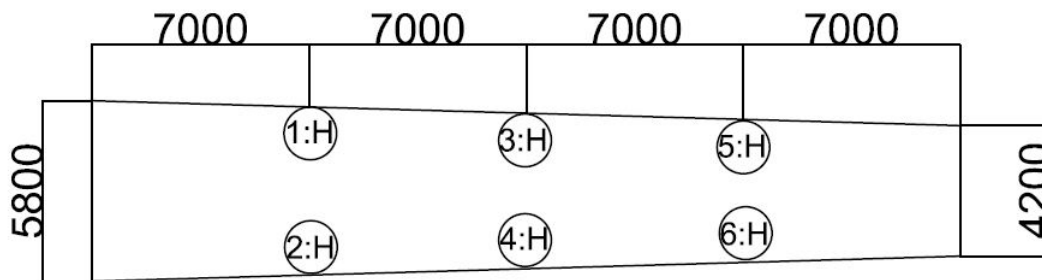
A.2.1 Hoppe midt på broen

Seks personer hoppet midt på broen, altså 14 meter fra broens ende. Dette ble utført både med hopping på sør- og nordsiden av broen, og midt på broen. Etter at broen var satt i bevegelse sluttet personene å hoppe, slik at broen fikk svinge fritt.

A.2.2 Puls kvartpunktet

Det ble utført måling av at en person satt broen i bevegelse ved hjelp av en enkel impuls, ved å slå det ene benet hardt ned i brodekket. Dette ble gjort 7 meter inn fra vestsiden av broen, midt på.

A.3 Oppsett 2

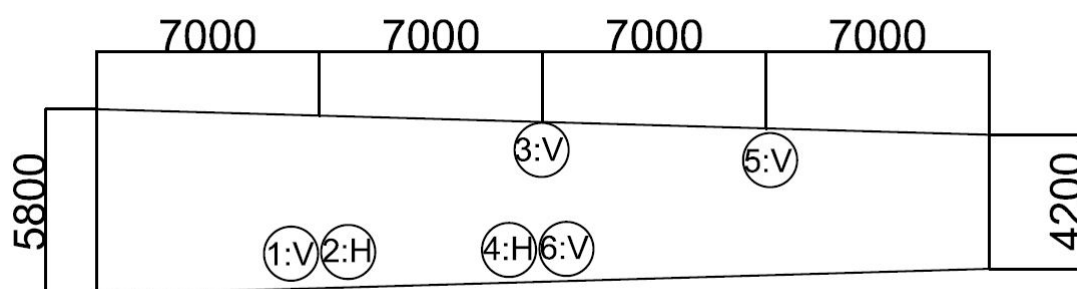


Figur A.2: Oppsett 2: Akselerasjonsmålinger sett fra sør

I oppsett 2, som vist i figur A.2, er alle sensorene satt i horisontalretning. Dette er gjort for å finne den horisontale egenfrekvensen til broen. I forbindelse med disse målingene ble broen satt i bevegelse ved hjelp av en ristemaskin. Ristemaskinen ble plassert på broens midtpunkt, altså midt på broen 14 m fra enden.

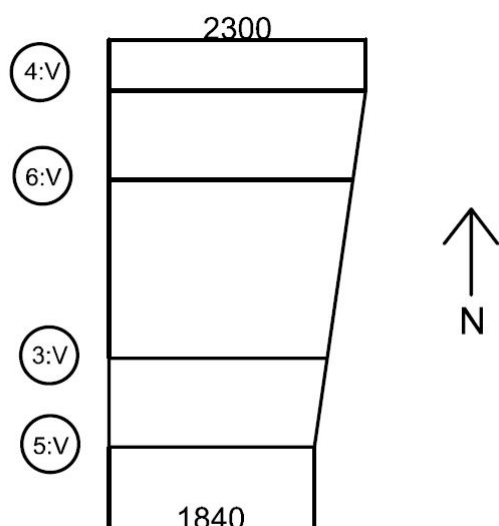
A.4 Oppsett 3

Oppsett 3 er, som vist i figur A.3, gitt ved fire vertikale og to horisontale akselerometre. Dette oppsettet ble brukt til å måle respons av ganglast, for en og to personer, respons av en og to personer ved jogging, samt en gruppe mennesker på seks og ti personer som gikk over broen. Personene gikk og jogget på nordsiden, sørsiden og midt på broen. Etter justeringen av frekvensområdet ble det også utført nye målinger av at broen ble eksitert ved hjelp av hopping.



Figur A.3: Oppsett 3: Akselerasjonsmålinger sett fra sør

A.5 Oppsett 4



Figur A.4: Oppsett 4: Akselerasjonsmålinger sett fra sør

Det ble foretatt målinger der fire sensorer er plassert som vist på figur A.4, for å måle i vertikalretning. Plasseringen på nordsiden er 2,3 meter unna oppleggspunktet på østsiden av broen, og 1,84 meter på sørsiden. Sensorene er plassert direkte på HEB-bjelkene på undersiden av broen for å undersøke forskjeller mellom dem. Målingene som ble utført her var hopping midt på broen, på samme måte som beskrevet i oppsett 1. Resultatene fra disse målingene ga derimot ingen entydig indikasjon om bjelkenes bevegelse, og er derfor ikke benyttet videre i oppgaven.

Vedlegg B

Modellere ganglast i Abaqus

B.1 Matlabkode som genererer vertikale amplitudefiler

```
clear all
close all
clc
frekvens=2.18;
noder=50;
k=1300; %kraft i [N]
dt=0.5/frekvens;
t=0:dt:25;
q=zeros(length(t),noder);

n=1;
for i=1:noder
    q(n,i)=0;
    q(n+1,i)=1.3*k;
    q(n+2,i)=0*k;

    n=n+2; %tid mellom skritt
end

t=0:dt:size(q,1);

%inputfil_funker_v(t,q,1,'C:\Users\Martin\Desktop\Inputfiler')
inputfil_funker_v(t,q,2.18,'C:\Users\Kristoffer\Desktop\Inputfiler')
```

B.2 Matlabkode som genererer horisontale amplitudefiler

```
clear all
close all
clc

noder=50;
k=1500; %kraft i [N]
dt=0.01893939;
t=0:dt:20;
q=zeros(length(t),noder);

n=1;
for i=1:noder
    q(n,i)=0;
    q(n+1,i)=-0.064*k;
    q(n+2,i)=-0.046*k;
    q(n+3,i)=0.0057*k;
    q(n+4,i)=0.030*k;
    q(n+5,i)=0.039*k;
    q(n+6,i)=0.042*k;
    q(n+7,i)=0.030*k;
    q(n+8,i)=0.034*k;
    q(n+9,i)=0.042*k;
    q(n+10,i)=0.041*k;
    q(n+11,i)=0.037*k;
    q(n+12,i)=0.029*k;
    q(n+13,i)=0.029*k;
    q(n+14,i)=0.034*k;
    q(n+15,i)=0.043*k;
    q(n+16,i)=0.046*k;
    q(n+17,i)=0.043*k;
    q(n+18,i)=0.030*k;
    q(n+19,i)=0.026*k;
    q(n+20,i)=0.006*k;
    q(n+21,i)=-0.005*k;
    q(n+22,i)=0.005*k;
    q(n+23,i)=-0.003*k;
    q(n+24,i)=0;
    if mod(i,2)==0
        q(:,i)=q(:,i)*-1;
    else
        q(:,i)=q(:,i);
    end

    n=n+24; %tid mellom skritt
end

t=0:dt:size(q,1);
% inputfil_funker_h(t,q,2,'C:\Users\Martin\Desktop\Inputfiler')
inputfil_funker_h(t,q,2,'C:\Users\Kristoffer\Desktop\Inputfiler')
```

B.3 Inputfiler som gjør at Abaqus kan lese amplitudefilene

```
function []=Generate_Input_file(t,qq,V,Mappe)
fw = fopen([Mappe '\\Amplitudes_V' num2str(V) '.inp'],'wt');
for n=1:size(qq,2)

fprintf(fw,['*****
*****' '\n']);
    fprintf(fw,['**                               Node ' num2str(n) '\n']);

fprintf(fw,['*****
*****' '\n']);

    fprintf(fw,['*AMPLITUDE,DEFINITION=TABULAR,TIME=STEP TIME, NAME=FH'
num2str(n) '\n']);
    for tt=1:size(qq,1)
        fprintf(fw,'%4.4f, \t\t',t(1,tt));
        if tt/4==round(tt/4)
            fprintf(fw,'%4.4f \n',qq(tt,n));
        else
            fprintf(fw,'%4.4f, \t\t',qq(tt,n));
        end
    end
    fprintf(fw, '\n');

end
fclose(fw);
```

```
function []=Generate_Input_file(t,qq,V,Mappe)
fw = fopen([Mappe '\\Amplitudes_V' num2str(V) '.inp'],'wt');
for n=1:size(qq,2)

fprintf(fw,['*****
*****' '\n']);
    fprintf(fw,['**                               Node ' num2str(n) '\n']);

fprintf(fw,['*****
*****' '\n']);

    fprintf(fw,['*AMPLITUDE,DEFINITION=TABULAR,TIME=STEP TIME, NAME=FV3_'
num2str(n) '\n']);
    for tt=1:size(qq,1)
        fprintf(fw,'%4.4f, \t\t',t(1,tt));
        if tt/4==round(tt/4)
            fprintf(fw,'%4.4f \n',qq(tt,n));
        else
            fprintf(fw,'%4.4f, \t\t',qq(tt,n));
        end
    end
    fprintf(fw, '\n');

end
fclose(fw);
```


B.5 Eksempel cload-fil

```
***** Loads *****
*INCLUDE, INPUT=C:\Users\Kristoffer\Desktop\Amplitudes_V1.inp
** *****Point 1*****
*CLOAD, AMPLITUDE=FV1
Part-4-1.180, 3, -1
*CLOAD, AMPLITUDE=FV2
Part-4-1.306, 3, -1
*CLOAD, AMPLITUDE=FV3
Part-4-1.307, 3, -1
*CLOAD, AMPLITUDE=FV4
Part-4-1.308, 3, -1
*CLOAD, AMPLITUDE=FV5
Part-4-1.309, 3, -1
*CLOAD, AMPLITUDE=FV6
Part-4-1.310, 3, -1
*CLOAD, AMPLITUDE=FV7
Part-4-1.311, 3, -1
*CLOAD, AMPLITUDE=FV8
Part-4-1.312, 3, -1
*CLOAD, AMPLITUDE=FV9
Part-4-1.313, 3, -1
*CLOAD, AMPLITUDE=FV10
Part-4-1.314, 3, -1
```

```
|
|
|
```


Vedlegg C

Matlabkoder brukt til å behandle måledata

```
clear all
close all
clc

%Henter akselerasjonsverdier fra Excelark
A = xlsread('hoppe midt på kl_15_00.xlsx','A1:G15000');

t=A(:,1);
dt=t(2)-t(1);
fs=1/dt;

x1=A(:,2);
x2=A(:,3);
x3=A(:,4);
x4=A(:,5);
x5=A(:,6);
x6=A(:,7);

%% Plotter akselerasjonen fra de forskjellige sensorene
figure
plot(t,x1)
figure
plot(t,x2)
figure
plot(t,x3)
figure
plot(t,x4)
figure
plot(t,x5)
figure
plot(t,x6)
```

```
%% Bestemmer egenmoder ved koherens og fasevinkel
figure
mscohere(x3,x6,[],[],[],50) % Koherensestimat via Welch (siste tall er
samplingsfrekvens)
axis([0 5 0 1])
title('Koherensfunksjon via Welch','FontSize',16)
xlabel('Frekvens, f [Hz]','FontSize',14)
ylabel('Størrelse','FontSize',14)

fase3=angle(x3);
fase6=angle(x6);

figure
plot(t,fase3)
hold on
plot(t,fase6,'r--')
title('Fasevinkel','FontSize',16)
xlabel('Tid [s]','FontSize',14)
axis([14 19 -0.2 3.5])

%% Fourieramplitude
X=x3;
fs = 1/dt;
nyqf=fs/2;
n = length(X);
f=linspace(0,nyqf,n/2);

%FFT av signalet
aVf = X;
fftaVf=2*(fft(aVf))/n;
ak = (imag(fftaVf(1:n/2)));
bk = (real(fftaVf(1:n/2)));
ck = sqrt(ak.^2 + bk.^2);

%Plotter frekvens-respons-kurven
figure
plot(f,ck);
axis([0 5 0 1.05*max(ck)]);
grid on
xlabel('Frekvens, f [Hz]','FontSize',14)
ylabel('ck','FontSize',14)
title('Frekvens-respons-funksjon','FontSize',16)
```

```
%% Estimat av spektraltettheten ved bruk av Welchs metode

N=length(t); % Antall elementer i vektorene
Fs=1/(t(2)-t(1)); % Samplingsfrekvens
nfft=1*N; % Antall elementer brukt i FFT

Hs=spectrum.welch('Hamming',N/1,99); % Definerer "window"-funksjonen,
antall "window", prosent overlapp
h3=psd(Hs,x3,'NFFT',nfft,'Fs',Fs);
h6=psd(Hs,x6,'NFFT',nfft,'Fs',Fs);

figure
loglog(h3.Frequencies,1/(2*pi)*h3.Data,'r')
hold on
loglog(h6.Frequencies,1/(2*pi)*h6.Data,'b')
title('Welchs metode','FontSize',16)
xlabel('Frekvens, f [Hz]','FontSize',14)
ylabel('Spektraltetthet S_x','FontSize',14)

%% Estimat av spektraltettheten ved bruk av Burgs metode

N=length(t); % Antall elementer i vektorene
Fs=1/(t(2)-t(1)); % Samplingsfrekvens
order5=60;
order6=60;

Hs5=spectrum.burg(order5);
Hs6=spectrum.burg(order6);
h5=psd(Hs5,x3,'Fs',Fs);
h6=psd(Hs6,x6,'Fs',Fs);

figure
loglog(h5.Frequencies,1/(2*pi)*h5.Data,'r')
hold on
loglog(h6.Frequencies,1/(2*pi)*h6.Data,'b')
title('Burgs metode','FontSize',16)
xlabel('Frekvens, f [Hz]','FontSize',14)
ylabel('Spektraltetthet S_x','FontSize',14)
```

Vedlegg D

Flomberegninger



556102 Vannlinjeberegning for Akerselva, strekning 2: Nedre Foss - Bjørvika

Vedlegg Resultater fra vannlinjeberegningene
E-8

Vulkan

Vurdering av flom

Flomsoneutvalget har i sin stortingsmelding nr 42 (1996-97) angitt sikkerhet i forhold til aktuell bruk. Det vises til NVEs anbefalinger og for boliger, mindre industribygg og andre bygninger av liknende verdi anbefales en sikkerhet mot flommer med et gjennomsnittsintervall på 100 år. For enklere bygninger som garasjer, lagerskur, med mer anbefales sikkerhet for flommer med gjentaksintervaller på 20-50 år

Behbyggelsen på Vulkanområdet er delvis trukket ut i elva. Utenfor Vulkan finner vi ~~kote~~^{tværrprofil} 31 nederst ved brua og ~~kote~~^{tværr} 33 opp ved idrettshallen som normal koter i elva. Flomsonekart fra Vann- og avløpsetaten viser at de to nederste byggene er utsatt for flom opp på kjellermuren allerede ved en 10-års flom som innebærer en vannstandsøkning på 2,7-2,9m. I forhold til gardsplassene vi imidlertid ikke selv en 200-års flom med en vannstandsøkningen på 4,5-4,7 m være problematisk. Konklusjonen er at man må være forsiktig med etablering av virksomhet i kjeller, men har stor frihet i etablering av virksomhet på og over gardsplassnivå. Det forutsettes at konstruksjoner ned i elva tåler flommene.

010205/Ole Falk Frederiksen

Organisering av resultatene

Dette vedlegget inneholder beregningsresultatene for alle tverrprofilene som er brukt i beregningene. Det er lagt ved resultater for følgende flommer:

1. 10-års flom
2. 20-års flom
3. 50-års flom
4. 100-års flom
5. 200-års flom

Forklaring til tabellene

Tabellene viser resultater for hvert tverrprofil. Teksten er på engelsk. Begrepene som brukes er forklart under:

- *River station*: Nummeret på tverrprofilet. Plassering og nummerering av tverrprofilene er vist på flomsonekartene i vedlegg 2.
- *Q total*: Vannføringen i tverrprofilet (m^3/s)
- *WS Elev (water surface elevation)*: Vannstanden i tverrprofilet (moh)
- *E.G. Elevation (energy grade elevation)*: Energinivået i tverrprofilet = vannstand + hastighetshøyde (moh).
- *Vel chnl (velocity channel)*: Midlere vannhastighet i hovedløpet (m/s)
- *Froude # Chl (Froude number in channel)*: Froude tallet i elva (hovedløpet). Froude tallet er et dimensjonsløst tall, som blant annet brukes til å avgjøre om strømmingen er overkritisk eller underkritisk.



Statkraft Grøner

556102 Vannlinjeberegning for Akerseiva, strekning 2: Nedre Foss - Bjårvika

River Sta		Q Total (m ³ /s)	W.S. Elev (m)	E.G. Elev (m)	Vel Chnl (m/s)	Froude # Chl (-)
31.1	100-års flom	79.2	4.22	4.3	1.28	0.22
31.1	200-års flom	92.6	4.52	4.62	1.38	0.22
31.2	10-års flom	33.7	2.75	2.83	1.31	0.28
31.2	20-års flom	45.7	3.16	3.26	1.48	0.29
31.2	50-års flom	59.1	3.62	3.74	1.61	0.29
31.2	100-års flom	79.2	4.2	4.35	1.82	0.3
31.2	200-års flom	92.6	4.49	4.68	2.03	0.32
32	10-års flom	33.7	2.87	2.91	0.92	0.2
32	20-års flom	45.7	3.29	3.34	1.04	0.21
32	50-års flom	59.1	3.75	3.81	1.13	0.21
32	100-års flom	79.2	4.36	4.43	1.24	0.21
32	200-års flom	92.6	<u>4.67</u>	4.75	1.32	0.21
32.2	10-års flom	33.7	2.88	2.95	1.2	0.25
32.2	20-års flom	45.7	3.3	3.38	1.35	0.26
32.2	50-års flom	59.1	3.76	3.85	1.44	0.25
32.2	100-års flom	79.2	4.37	4.47	1.56	0.25
32.2	200-års flom	92.6	<u>4.68</u>	4.79	1.66	0.26
33	10-års flom	33.7	2.94	3.02	1.34	0.29
33	20-års flom	45.7	3.36	3.46	1.51	0.3
33	50-års flom	59.1	3.82	3.94	1.64	0.3
33	100-års flom	79.2	4.41	4.56	1.81	0.3
33	200-års flom	92.6	<u>4.73</u>	4.89	1.92	0.31
33.2	10-års flom	33.7	2.81	3.24	3.02	0.74
33.2	20-års flom	45.7	3.17	3.7	3.37	0.75
33.2	50-års flom	59.1	3.59	4.18	3.59	0.73
33.2	100-års flom	79.2	4.14	4.83	3.88	0.71
33.2	200-års flom	92.6	<u>4.4</u>	5.18	4.16	0.73
33.3	10-års flom	33.7	3.59	4.37	3.94	0.99
33.3	20-års flom	45.7	3.95	4.89	4.34	0.99
33.3	50-års flom	59.1	4.31	5.41	4.71	0.98
33.3	100-års flom	79.2	4.8	6.1	5.15	0.98
33.3	200-års flom	92.6	5.1	6.52	5.41	0.98
33.4	10-års flom	33.7	4.07	4.84	3.91	1
33.4	20-års flom	45.7	4.43	5.35	4.27	0.98
33.4	50-års flom	59.1	4.8	5.85	4.6	0.97
33.4	100-års flom	79.2	5.29	6.51	4.99	0.96
33.4	200-års flom	92.6	5.57	6.91	5.24	0.96
33.5	10-års flom	33.7	5.92	6.37	2.99	

4

Om flomsonekartene

Flomsonekartene viser det arealet (flomsonen) som vi forventer vil bli oversvømt under flom. Kartene bygger i hovedsak på:

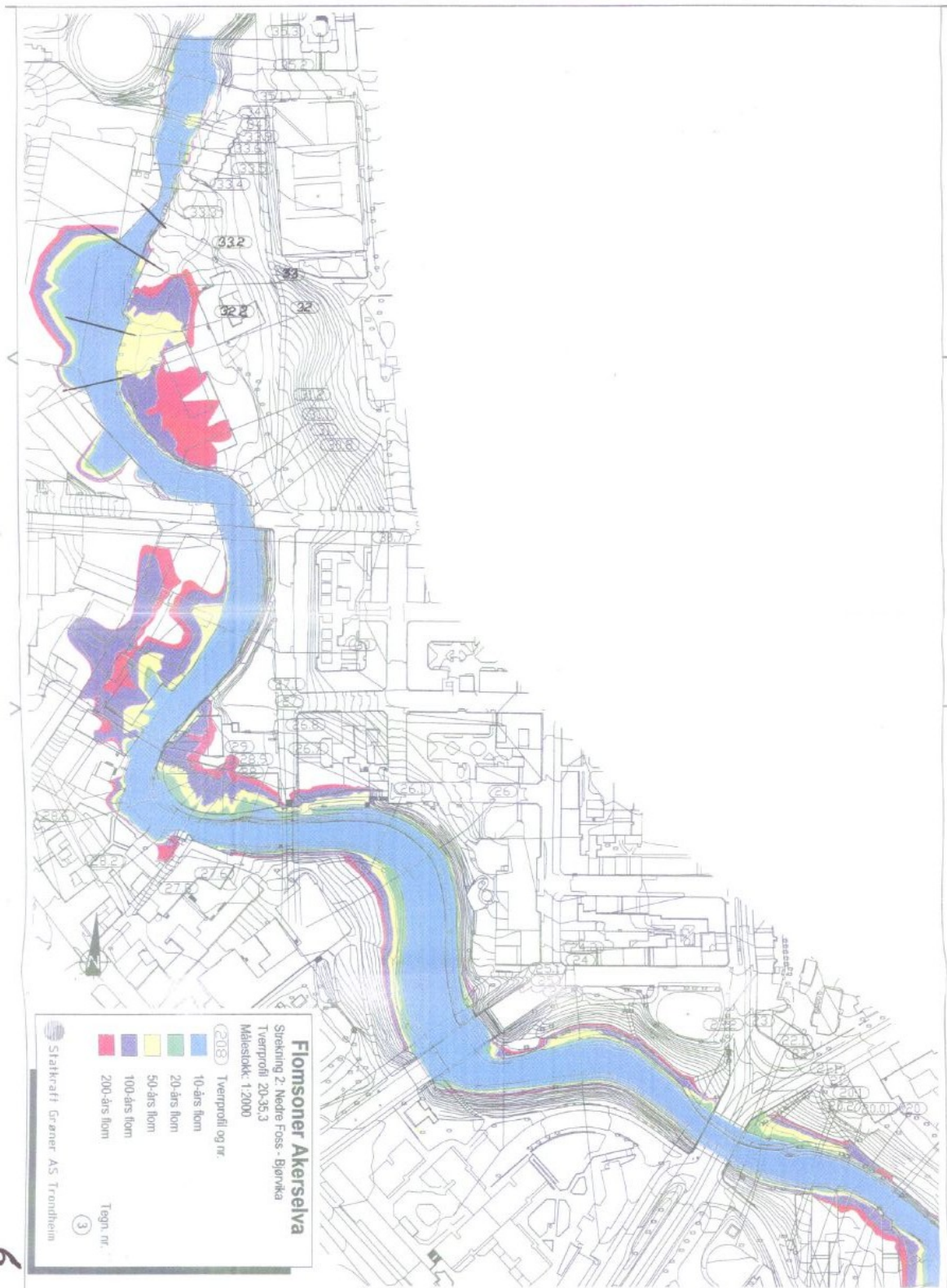
1. Vannstandene for hver flom. Vannstandene har vi funnet ved hjelp av vannlinjeberegningene, og er beregnet for hvert tverrprofil.
2. Terrenghøydene, som er basert på digitale kart, og innmåling av tverrprofiler.

En flomsone beregnes i flere trinn:

1. Først beregnes vannflaten ved å interpolere lineært mellom vannstandene i hvert tverrprofil.
2. Så beregnes terrengoverflaten ved hjelp av høydekurver, terrengpunkter og andre høydedata på terrengets overflate.
3. Til slutt legges vannflaten og terrengoverflaten over hverandre, og flomsonegrense trekkes der de skjærer hverandre.

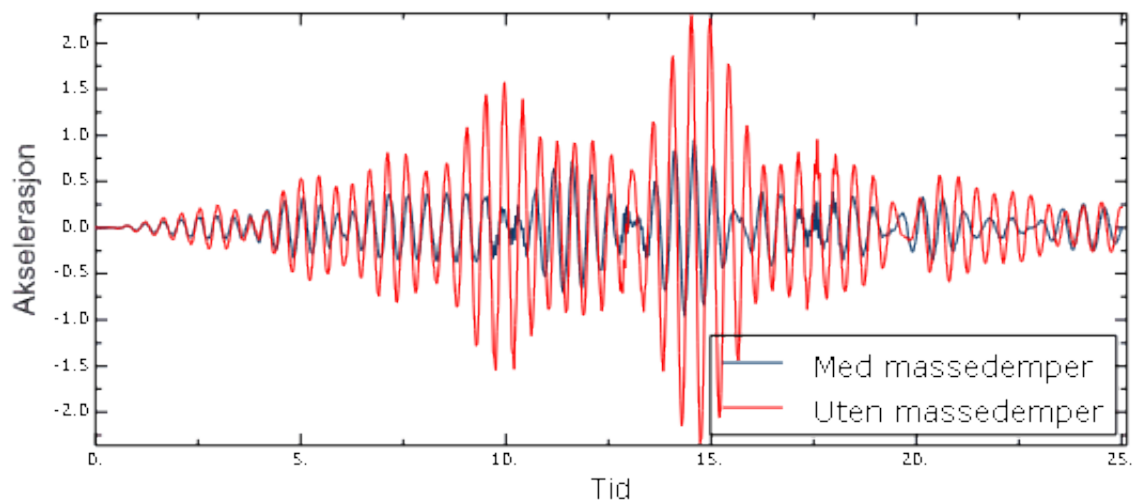
Ved bruk av flomsonekartene er det viktig å være klar over følgende:

1. Flomsonekartene har større usikkerhet enn det som følger av vannlinjeberegningene alene. Det skyldes usikkerhet knyttet til høydegrunnlaget. De største problemene oppstår på flate områder, fordi det er langt mellom høydekurvene, og fordi små endringer av høyden vil gi store endringer av oversvømt areal. Flomsonekartet er ofte dårlig definert i områder med tett bebyggelse, fordi her mangler kartet høydekurver.
2. Arealet er vist som oversvømt dersom beregnet vannstand er høyere enn terrenget. I områder med tett bebyggelse er det ofte bygninger som hindrer vannet å flomme inn over et område, men slike områder er allikevel vist som oversvømte, fordi det er vanskelig å avgjøre om vannet vil nå inn i området eller ikke. Her bør man bruke de beregnede vannstandene for å vurdere flomfaren.
3. Vedlegg 3 viser resultatene fra vannlinjeberegningen. Der kan du finne vannstander og andre opplysninger for hvert tverrprofil.
4. Det er sikrere å bruke de beregnede vannstandene for å avgjøre om en konstruksjon er flomutsatt, enn å bruke flomsonekartet.
5. Flomsonen er vist gjennomgående forbi bruer og lignende, selv om broens overbygning ikke er oversvømt, og alt vannet renner under broen.
6. I øvre halvdel av strekningen kan hastighetene bli store, noe som kan føre til bølger som når vesentlig høyere enn den vannstanden som er beregnet. Se kapittel 5 for mer opplysninger.

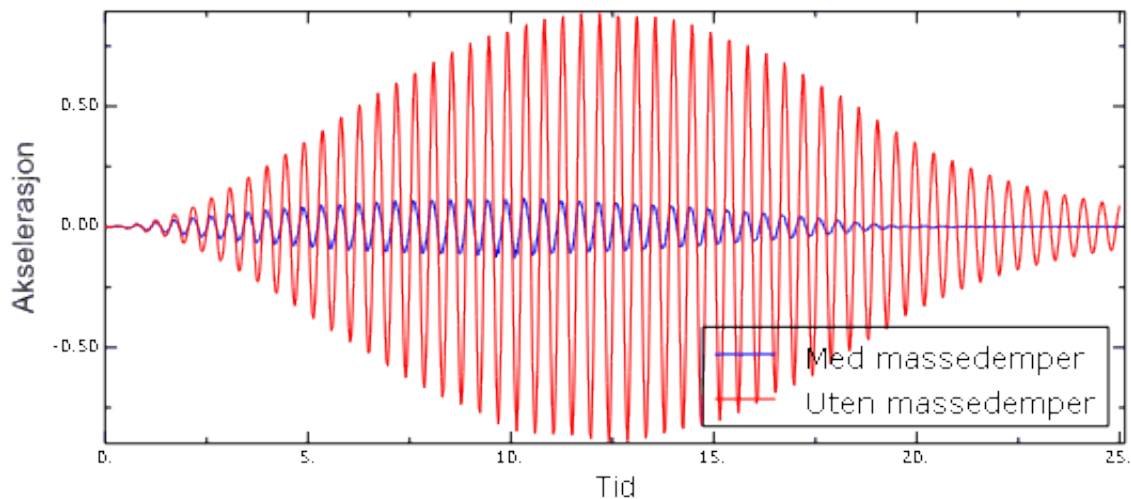


Vedlegg E

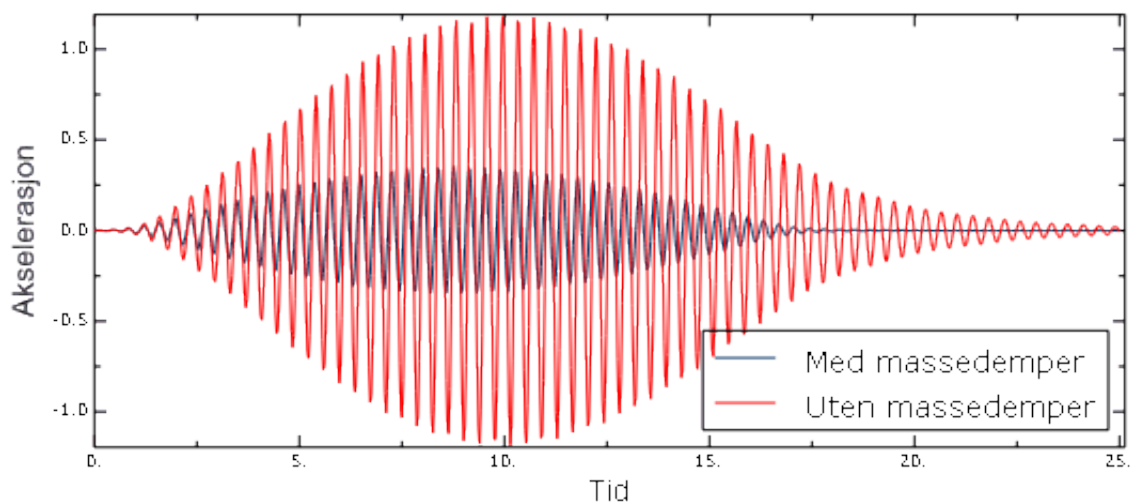
Eksempel på akselerasjoner med og uten massedemper



Figur E.1: Akselerasjoner med og uten massedemper for referansegruppen



Figur E.2: Akselerasjoner med og uten massedemper belastet med 2,2 Hz



Figur E.3: Akselerasjoner med og uten massedemper belastet med 2,65 Hz