

Konstruksjonsanalyse av bjelke-/platebruer av betong

Effekter av horisontalkurvatur, forspenning
og trafikklast

Mads Lunde
Sondre Nilsen

Bygg- og miljøteknikk (2 årig)

Innlevert: Juni 2012

Hovedveileder: Terje Kanstad, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk

MASTEROPPGAVE 2012

FAGOMRÅDE: Betongbruer

DATO: 11. juni 2012

ANTALL SIDER: 131

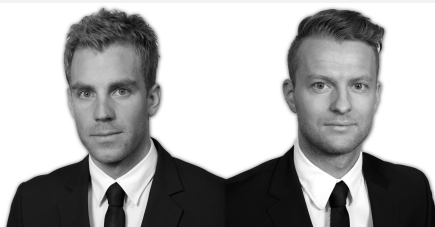
TITTEL:

Konstruksjonsanalyse av bjelke-/platebruer av betong Effekter av horisontalkurvatur, forspenning og trafikklast

Structural Analysis of Concrete Beam/Slab Bridges Effects of horizontal curvature, prestressing and traffic loads

UTFØRT AV:

Mads Lunde



Sondre Nilsen

SAMMENDRAG:

Rapporten omhandler modellering og analyse av trespenns horisontalkurve bjelke-/platebruer av betong etter bjelke- og skallteori, med følgende problemstilling: **Hvilke ulikheter i lastvirkninger gir valget av beregningsmetode for bjelke-/platebruer av betong når effekter av horisontalkurvatur, forspenning og trafikklast betraktes?**

Det etableres beregningsmodeller etter bjelke- og skall(/plate)teori i henholdsvis beregningsprogrammene NovaFrame og Diana. Gjennom rapporten presenteres teorigrunnlaget, forutsetninger og ulikhetene mellom de to beregningsmetodene. Videre presenteres hovedprinsippene bak beregningsmodellene, samt respektive modelleringsprosesser i beregningsprogrammene. Ut fra resultatene de to beregningsteoriene gir, etableres dessuten en metode for beregning og sammenlikning av armeringsbehov.

De ulike beregningsmodellene analyseres og det etableres et sammenlikningsgrunnlag mellom lastvirkningene torsjons- og bøyemoment. Sammenlikningen og drøftingen avdekker betydningsfulle forskjeller mellom de to beregningsmetodene. Dette fremgår spesielt av avvikene mellom torsjonsmomentene, og det bevises blant annet at bjelkeberegningene (utført i NovaFrame) gjør betydningsfulle forenklinger.

Det konkluderes til slutt med at de to beregningsmetodene gir vesentlige forskjeller i lastvirkningene. Dette gjelder i særskilt grad for torsjonsmomentene, som avviker i svært stor grad. Når det gjelder ulikheter i bøyemomenter, anses disse som moderate. Forskjeller i lastvirkninger gjenspeiles i beregnet armeringsbehov. Analysene viser dessuten at effekten av horisontalkurvegraden er svært tydelig ved betraktning av ulikhetene i torsjonsmomentene.

FAGLÆRER: Terje Kanstad

VEILEDERE: Terje Kanstad, Max Hendriks, Håvard Johansen (Statens vegvesen)

UTFØRT VED: Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet, NTNU, Institutt for konstruksjonsteknikk

Sammendrag


Rapporten omhandler modellering og analyse av trespenns horisontalkurve bjelke-/platebruer av betong etter bjelke- og skallteori, med følgende problemstilling: **Hvilke ulikheter i lastvirkninger gir valget av beregningsmetode for bjelke-/platebruer av betong når effekter av horisontalkurvatur, forspenning og trafikklast betraktes?**

Det etableres beregningsmodeller etter bjelke- og skall(/plate)teori i henholdsvis beregningsprogrammene NovaFrame og Diana. Gjennom rapporten presenteres teorigrunnlaget, forutsetninger og ulikhetene mellom de to beregningsmetodene. Videre presenteres hovedprinsippene bak beregningsmodellene, samt respektive modelleringsprosesser i beregningsprogrammene. Ut fra resultatene de to beregningsteoriene gir, etableres dessuten en metode for beregning og sammenlikning av armeringsbehov.

De ulike beregningsmodellene analyseres og det etableres et sammenlikningsgrunnlag mellom lastvirkningene torsjons- og bøyemoment. Sammenlikningen og drøftingen avdekker betydningsfulle forskjeller mellom de to beregningsmetodene. Dette fremgår spesielt av avvikene mellom torsjonsmomentene, og det bevises blant annet at bjelkeberegningene (utført i NovaFrame) gjør betydningsfulle forenklinger.

Det konkluderes til slutt med at de to beregningsmetodene gir vesentlige forskjeller i lastvirkningene. Dette gjelder i særskilt grad for torsjonsmomentene, som avviker i svært stor grad. Når det gjelder ulikheter i bøyemomenter, anses disse som moderate. Forskjeller i lastvirkninger gjenspeiles i beregnet armeringsbehov. Analysene viser dessuten at effekten av horisontalkurveveradien er svært tydelig ved betraktning av ulikhetene i torsjonsmomentene.

Abstract

 This master thesis revolves around modeling and structural analysis of horizontally curved concrete beam/slab bridges, based on beam and shell theory respectively, with the following topic question: **When it comes to load actions - and when effects of horizontal curvature, prestressing and traffic loads are considered - what kind of differences appear?**

Calculation models based on beam and shell (plate) theory are established in NovaFrame and Diana (analysis software) respectively. Furthermore, a review of the theoretical foundation, preconditions and differences between the two calculation models is made. The main principles of the calculation models, as well as the respective modeling processes in NovaFrame and Diana, are presented. From the results given by the two theories, a method for calculating and comparing required reinforcement is developed.

The two different calculation models are analyzed, and a basis of comparison of the load actions (bending moment and torsion moment) is made. The comparison and the accompanying discussion reveal significant differences between the calculation methods. This appears particularly in the deviations of the torsion moment. Among others, it is also proven that significant simplifications are made in the calculations for beam theory (in NovaFrame).

When it comes to load effects, it is concluded that the two calculation methods give significant differences. This applies especially for the torsion moments, which differ in a very large extent. When it comes to the differences in bending moment, these are considered as moderate. Furthermore, the differences in load actions are reflected by the calculated requirement of reinforcement. When various torsion moments are considered, analyzes also proves that the effect of horizontal curvature is very much evident.

Forord

Denne rapporten er utført som masteroppgave ved *Institutt for konstruksjonsteknikk* ved NTNU, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet. Arbeidet med rapporten har pågått over vårsemesteret 2012.

Under utførelsen har vi mottatt veiledning fra både internt og eksternt hold: i hovedsak henholdsvis fra ressurspersoner ved NTNU og Statens vegvesen. I den sammenheng ønsker vi å rette en stor takk til Terje Kanstad (faglærer/veileder NTNU), Max Hendriks (veileder NTNU) og Håvard Johansen (veileder Statens vegvesen). I tillegg ønsker vi å takke Thomas Reed (Statens vegvesen) og Lars Narvestad (Aas-Jakobsen) for nytt veiledning.

Trondheim, juni 2012

Mads Lunde

Sondre Nilsen

Innhold

Figurliste.....	8
Tabelliste.....	10
Innledning.....	11
Problemstilling, bakgrunn, mål og formål	11
Problemstilling	11
Bakgrunn.....	11
Mål og formål.....	12
Rapportens oppbygning	12
Eksisterende aktuell litteratur	12
1 Referansekonstruksjon	13
1.1 Referansekonstruksjon	13
1.2 Referansetilfeller	15
1.3 Omfang	15
2 Litteraturstudie og forutsetninger	17
2.1 Beregning og dimensjonering av brukonstruksjoner	17
2.2 Linjeføring	18
2.2.1 Dimensjoneringsklasse.....	18
2.2.2 Horisontalkurveradius, R_h	18
2.2.2.1 Geometri	19
2.2.2.2 Virkningen av horisontalkurvatur	19
2.2.3 Overhøyde, e	21
2.2.4 Valg av referansetilfeller	21
2.2.5 Tverrprofil.....	23
2.3 Brugeometri og materialer	24
2.3.1 Brugeometri	24
2.3.1.1 Brutype.....	24
2.3.2 Materialer	24
2.3.2.1 Betong.....	24
2.3.2.2 Slakkarmering	25
2.3.2.3 Spennstål	25
2.4 Laster	25
2.4.1 Egenlast	25
2.4.1.1 Betongkonstruksjoner	25
2.4.1.2 Belegning (slitelag)	26
2.4.1.3 Brurekkverk	26
2.4.2 Trafikklast på vegbruer	26
2.4.2.1 Vertikallaster – karakteristiske verdier	28
2.4.3 Forspenning (spennkraft)	31
2.4.3.1 Tap av spennkraft.....	32
2.4.4 Andre laster	33
2.4.5 Lastkombinasjon og lastfaktorer.....	34
2.5 Landkarløse bruer og grensebetingelser	35

3	Analysestrategi og beregningsmetoder.....	37
3.1	Generelt.....	37
3.2	Grunnleggende forutsetninger for konstruksjonsanalysen	38
3.3	Bjelketeori	38
3.3.1	Euler-Bernoulli bjelketeori.....	39
3.3.2	Torsjon i bjelker.....	40
3.3.3	Torsjonsarealmomentet for et bjelketverrsnitt.....	42
3.4	Plate- og skallteori	43
3.4.1	Plateoppførsel	43
3.4.2	Skallteori.....	45
3.4.3	Skallelementer basert på Mindlin teori (degenererte volumelementer)	46
3.5	Generelle likheter og forskjeller	50
3.6	Sammenlikning av resultater	50
3.7	Dimensjonering av tverrsnitt.....	54
3.7.1	Armeringsbehov etter skivemetoden og trykkfeltsteori.....	54
3.7.1.1	Skivemetoden.....	54
3.7.1.2	Trykkfeltsteori	56
3.7.1.3	Kontroll av betongtrykkspenninger i trykkfeltet.....	57
3.7.1.4	Nødvendig minstearmering	58
4	Modellering og analyse	59
4.1	Forutsetninger.....	59
4.1.1	Effekt av forspenning	59
4.1.2	Tap av forspenning.....	60
4.1.3	Trafikklast, lastkombinasjoner og kombinasjonsfaktorer.....	60
4.2	NovaFrame	63
4.2.1	Modellering og analyse.....	63
4.2.2	Verifikasjon.....	70
4.2.2.1	Sjekk av likevekt.....	70
4.2.2.2	Geometri	70
4.2.2.3	Egenvekt	71
4.3	Diana.....	77
4.3.1	Modellering og analyse.....	77
4.3.2	Verifikasjon.....	87
4.3.2.1	Geometri	87
4.3.2.2	Materialdata og fysiske egenskaper	89
4.3.2.3	Laster.....	90
5	Resultater.....	91
5.1	Bøyemoment	92
5.1.1	Bøyemoment: egenlast	92
5.1.2	Bøyemoment: lastkombinasjon 1	93
5.1.3	Bøyemoment: lastkombinasjon 2	94
5.1.4	Bøyemoment: lastkombinasjon 3	95
5.2	Torsjonsmoment.....	96
5.2.1	Torsjonsmoment: egenlast	96
5.2.2	Torsjonsmoment: lastkombinasjon 1.....	97
5.2.3	Torsjonsmoment: lastkombinasjon 2.....	98
5.2.4	Torsjonsmoment: lastkombinasjon 3.....	99
5.3	Resultater armeringsbehov etter skivemetoden og trykkfeltsteori. 100	
6	Sammenlikning og drøfting.....	102
6.1	Bjelkeberegning (NovaFrame).....	102
6.1.1	Bøyemomenter.....	102
6.1.2	Torsjonsmomenter.....	103

6.2 Skallberegning (Diana)	103
6.2.1 Bøyemomenter.....	103
6.2.2 Torsjonsmomenter.....	104
6.3 Bjelkeberegning (NovaFrame) kontra skallberegning (Diana)	105
6.3.1 Bøyemomenter.....	105
6.3.1.1 Drøfting.....	107
6.3.2 Torsjonsmomenter.....	108
6.3.2.1 Drøfting.....	110
6.4 Armeringsbehov	112
6.5 Oppsummering av sammenlikning og drøfting	114
Konklusjon	115
Forslag til videre arbeid	116
Litteratur	117
Vedlegg	119
Vedlegg 1: Tekniske data for referansekonstruksjon.....	120
Vedlegg 2: Forenklet metode for beregning av tidsavhengige tap av forspenning.....	121
Vedlegg 3: Komplette resultater lastvirkninger.....	126
Vedlegg 4: Komplette resultater armeringsberegning.....	130

Figurliste

Figur 1.1: Sammenfattet data for referansekonstruksjonen	13
Figur 1.2: Referansekonstruksjonens tverrsnitt (alle mål i mm)	14
Figur 1.3: Oppriss av bru utbrettet - med mål, aksenummer, profil- og kotehøyder (alle mål i mm)	14
Figur 1.4: Lengdesnitt som viser plassering av spennarmering (alle mål i mm)	15
Figur 1.5: Referansetilfeller	15
Figur 2.1: Eksempel på sammensetning av ulike elementer i horisontalkurvaturen	19
Figur 2.2: Geometri for sirkulært horisontalkurvert bru	19
Figur 2.3: Virkning av horisontalkurvatur	20
Figur 2.4: Krefter som virker på kjøretøy ved kjøring i kurve	21
Figur 2.5: Prosjekteringstabell for dimensjoneringsklasse S4 fra tabell C.6 [3]	22
Figur 2.6: Tverrprofil S4; 10 m vegbredde [3]	23
Figur 2.7: Tverrprofil for spesifikk brukonstruksjon	23
Figur 2.8: Beregningsmessig inndeling av kjørefelt for referansekonstruksjonen	28
Figur 2.9: Eksempel på lastfeltinndeling for et generelt tilfelle - etter figur 4.1 [10]	28
Figur 2.10: Detaljer lastmodell 1 (* for $w_1 = 3,00$ m) - etter figur 4.2a [10]	29
Figur 2.11: Lastmodell 2. Figur 4.3 [7]	31
Figur 3.1: 3-dimensjonalt Euler-Bernoulli bjelkeelement	39
Figur 3.2: Torsjonsdeformasjoner	40
Figur 3.3: Torsjonsmomentets fordeling ved innspenning	41
Figur 3.4: Oppdeling av tverrsnitt for bestemmelse av torsjonsarealmomentet (alle mål i mm)	43
Figur 3.5: Tverrkontraksjonsspenninger ved plateeffekt	44
Figur 3.6: Resulterende krefter for et skallelement	45
Figur 3.7: Etablering av Mindlin skallelement	47
Figur 3.8: Frihetsgrader for 8-nodet skallelement	47
Figur 3.9: Eksempler på deformasjonstilstander for skallelement	48
Figur 3.10: Resultater i tverrsnitt etter bjelke- og skallberegning	51
Figur 3.11: Skallresultater benyttet i skivemetoden	52
Figur 3.12: Etablering av sammenlikningsgrunnlag for armeringsberegning	53
Figur 3.13: Skallkrefter og ekvivalente skivekrefter	55
Figur 3.14: Sammenhengen mellom ytre og indre krefter i et risset armert skiveelement	56
Figur 4.1: Trafikklastposisjoner, lastintensitet og kombinasjonsfaktorer	62
Figur 4.2: NovaFrame - skjermdump av tverrsnitt brubane med supplerende forklaring	64
Figur 4.3: NovaFrame - skjermdump som viser overflatemodell av referansekonstruksjonen	65
Figur 4.4: NovaFrame - detaljer fra modelleringsprosessen	66
Figur 4.5: NovaFrame - skjermdump som viser modelleringen av spennarmeringen	67
Figur 4.6: NovaFrame - modellering av trafikklast for maks bøyemoment for referansetilfelle 1 (se også figur 4.1)	68
Figur 4.7: Plassering av spennarmering i seks påfølgende snitt i NovaFrame	71
Figur 4.8: Etablert system for verifikasjon	71
Figur 4.9: Fastholdingstilstanden	72
Figur 4.10: Løsning for tosidig innspent bjelke	72
Figur 4.11: Momentdiagram for partikulærløsningen	73
Figur 4.12: Frigjøringstilstanden	73
Figur 4.13: Momentdiagram for komplementærløsningen	74
Figur 4.14: Momentdiagram for totalløsningen	74
Figur 4.15: Momentdiagram fra NovaFrame	75
Figur 4.16: Grensebetingelser ved bruender og søyler i NovaFrame og ved håndberegning	76
Figur 4.17: Diana - modellert geometri	78

Figur 4.18: Diana – fysisk tverrsnitt.....	79
Figur 4.19: Diana - tverrsnittet før og etter innføring av eksentrisiteter	79
Figur 4.20: Diana – elementnett (brudekke) over søyler og valgte elementtyper.....	80
Figur 4.21: Diana – fullstendig elementnett	81
Figur 4.22: Diana - modellert spennarmering	82
Figur 4.23: Diana - grensebetingelser skivesøyle og søyle (innspenne)	83
Figur 4.24: Diana - grensebetingelse mellom brudekke og søyler (forskyvningen kobles)	84
Figur 4.25: Diana - lokale elementakser (Y i lengderetningen; X vinkelrett på).....	84
Figur 4.26: Diana - kommando gir flatelast på 5.4 kN/m ² på kjørefelt 1 i spenn 2	85
Figur 4.27: Diana - resultat fra lastkombinasjon 1: fordelt bøyemoment i lengderetning midt i spenn 2 (43,5 m) for bru 4 (spenningsgrunnlaget er vist i figur 4.30)	87
Figur 4.28: Bru 4 (r = 275 m) grafisk fremstilt (NB! Eksentrisitetene til deler av brutverrsnittet visualiseres ikke av programmet, som begrunnet tidligere i kapitlet)	88
Figur 4.29: Deformasjon av bru 4 (r = 275 m) utsatt for egenlast (maks forskyvning i global Z-retning: 29,4 mm; skalert opp 150 ganger)	89
Figur 4.30: Spenninger fra lastkombinasjon 1, midt i spenn 2 (43,5 m) for bru 4 (Diana definerer trykk som negativt). Disse spenningene er grunnlaget for momentgrafene presentert i figur 4.27.....	89
Figur 5.1: Resultat: bøyemoment; egenlast – bjelkeberregning (NF).....	92
Figur 5.2: Resultat: bøyemoment; egenlast – skallberregning (Diana)	92
Figur 5.3: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 1 – bjelkeberregning (NF).....	93
Figur 5.4: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 1 – skallberregning (Diana)	93
Figur 5.5: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 2 – bjelkeberregning (NF).....	94
Figur 5.6: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 2 – skallberregning (Diana)	94
Figur 5.7: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 3 – bjelkeberregning (NF).....	95
Figur 5.8: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 3 – skallberregning (Diana)	95
Figur 5.9: Resultat: torsjonsmoment; egenlast – bjelkeberregning (NF).....	96
Figur 5.10: Resultat: torsjonsmoment; egenlast – skallberregning (Diana).....	96
Figur 5.11: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 1 – bjelkeberregning (NF)	97
Figur 5.12: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 1 – skallberregning (Diana).....	97
Figur 5.13: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 2 – bjelkeberregning (NF)	98
Figur 5.14: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 2 – skallberregning (Diana).....	98
Figur 5.15: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 3 – bjelkeberregning (NF)	99
Figur 5.16: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 3 – skallberregning (Diana).....	99
Figur 6.1: Sammenlikning: bøyemoment; egenlast – bru 4.....	105
Figur 6.2: Sammenlikning: bøyemoment; lastkombinasjon 2 – bru 1.....	106
Figur 6.3: Sammenlikning: bøyemoment; lastkombinasjon 3 – bru 1.....	107
Figur 6.4: Sammenlikning: torsjonsmoment; egenlast – bru 1.....	108
Figur 6.5: Sammenlikning: torsjonsmoment; lastkombinasjon 2 – bru 4.....	109
Figur 6.6: Sammenlikning: torsjonsmoment; lastkombinasjon 3 – bru 4.....	110
Figur 6.7: Grensebetingelser for modifisert (t.v.) og ordinær (t.h.) modell i Diana	111

Tabelliste

Tabell 2.1: Valg av dimensjoneringsklasse fra tabell C.2 [3]	18
Tabell 2.2: Materialeegenskaper og partialfaktor for betong B45	24
Tabell 2.3: Materialeegenskaper og partialfaktor for armeringsstål B500NC	25
Tabell 2.4: Materialeegenskaper og partialfaktor for spennstål 1860	25
Tabell 2.5: Minstekrav til belegningsvekter i kjørebane ved dimensjonering av bruer med brudekker i betong, stål eller tre - etter tabell 2.3 [1]	26
Tabell 2.6: Antall og bredde av lastfelt - etter tabell 4.1 [10]	27
Tabell 2.7: Lastmodell 1 - karakteristiske verdier	29
Tabell 2.8: Laster på brukonstruksjon	33
Tabell 2.9: Verdier av ψ -faktorer for vegbruer - etter tabell NA.A2.1 [9]	34
Tabell 2.10: Dimensjonerende verdier for laster (STR/GEO) (Sett B) - etter tabell NA.A2.4 [9] ...	34
Tabell 2.11: Dimensjonerende verdier for laster, der verdier gitt i henhold til tabell 2.10	35
Tabell 4.1: NovaFrame – verifikasjon av tverrsnittsverdier	70
Tabell 4.2: Bøyemomenter generert av NovaFrame sammenliknet med verdier beregnet for hånd	75
Tabell 4.3: Diana – test av konvergens elementnett	81
Tabell 4.4: Kontroll av opplagerkrefter	90
Tabell 5.1: Resultat: armeringsbehov snitt 1; lastkombinasjon 1	100
Tabell 5.2: Resultat: armeringsbehov snitt 2; lastkombinasjon 2	100
Tabell 5.3: Resultat: armeringsbehov snitt 3; lastkombinasjon 3	101
Tabell 6.1: Konsekvenser av ulike grensebetingelser	112

Innledning

Rapporten tar for seg beregningsmetoder av horisontalkurverte og forspente bjelkeplatebruer av betong ved påsatt trafiklast. Beregningene gjøres i henhold til bjelketeori og skallteori (plateteori); ved bruk av henholdsvis beregningsprogrammene NovaFrame og Diana. Respektive lastvirkninger generert av disse programmene (teoriene) studeres og sammenliknes. Spesifikke lastvirkninger som studeres i rapporten er bøye- og torsjonsmoment. Bakgrunnen for dette fremgår senere i rapporten.

Det er tatt utgangspunkt i en faktisk brukonstruksjon, som i rapporten omtales som referansekonstruksjon. Videre presentasjon av denne foretas i neste kapittel. Effekten av horisontalkurvaturen analyseres videre gjennom å variere referansekonstruksjonens horisontalkrumningsradius.

Det ses også nærmere på armeringsbehov i enkelte snitt på bakgrunn av nevnte resulterende lastvirkninger.

Problemstilling, bakgrunn, mål og formål

Problemstilling

Hvilke ulikheter i lastvirkninger gir valget av beregningsmetode for bjelke-/platebruer av betong når effekter av horisontalkurvatur, forspenning og trafikklaster betraktes?

Bakgrunn

Ved beregning av bjelkeplatebruer av betong, er bruk av bjelketeori (rammeprogram) vanlig bransjepraksis: som oftest utføres globalanalyse ved bjelketeori, mens lokale områder kontrolleres etter plate-/skallteori (elementmetodeprogram). Statens vegvesen etterlyste videre et studie av ulikhetene i lastvirkning mellom de to teoriene. På bakgrunn av tidligere masteroppgaver og eksisterende kunnskap, eksisterte det et behov for å se studere disse ulikhetene tilknyttet en mer kompleks brutype; i dette tilfellet en trespenns platebru med horisontalkrumning. Samtidig eksisterte det et ønske om å undersøke graden av ulikheter mellom de forskjellige beregningsmetodene

ved betraktning av effekter som horisontalkurveradius, forspenning og (usymmetrisk) trafikklast.

Mål og formål

Hovedmålet med rapporten er å kunne gi en god fremstilling av ulikhetene i lastvirkninger som de to respektive teoriene medfører, samt effektene av horisontalkurvatur, forspenning og trafikklast. Samtidig er det delmål om å studere resulterende armeringsbehov.

Rapportens oppbygning

Rapportens hoveddel består av seks kapitler:

1 Referansekonstruksjon og referansetilfeller: Her presenteres referansekonstruksjonen og valgte referansetilfeller (etter variert horisontalkurveradius).

2 Litteraturstudie og forutsetninger: I dette kapitlet presenteres temaer tilknyttet referansekonstruksjonen – oftest gitt av veiledninger, normaler, forskrifter og standarder – som er av særlig relevans for å danne forutsetninger for modellering og analyse.

3 Analysestrategi og beregningsmetoder: Her beskrives hovedprinsippene og forutsetningene for analysene og teoriene benyttet i denne rapporten.

4 Modellering og analyse: I dette kapitlet beskrives selve modellerings- og analyseprosessene i beregningsprogrammene NovaFrame og Diana, samt nødvendige forutsetninger som gjøres. I tillegg foretas det verifikasjon av modellene.

5 Resultater: Her presenteres resultater fra modellering og konstruksjonsanalysen.

6 Sammenlikning og drøfting: Sist i hoveddelen sammenliknes og drøftes verdiene gitt i resultatkapitlet

Etter hoveddelen presenteres rapportens **konklusjon**, etterfulgt av **litteraturliste** og **vedlegg**.

Eksisterende aktuell litteratur

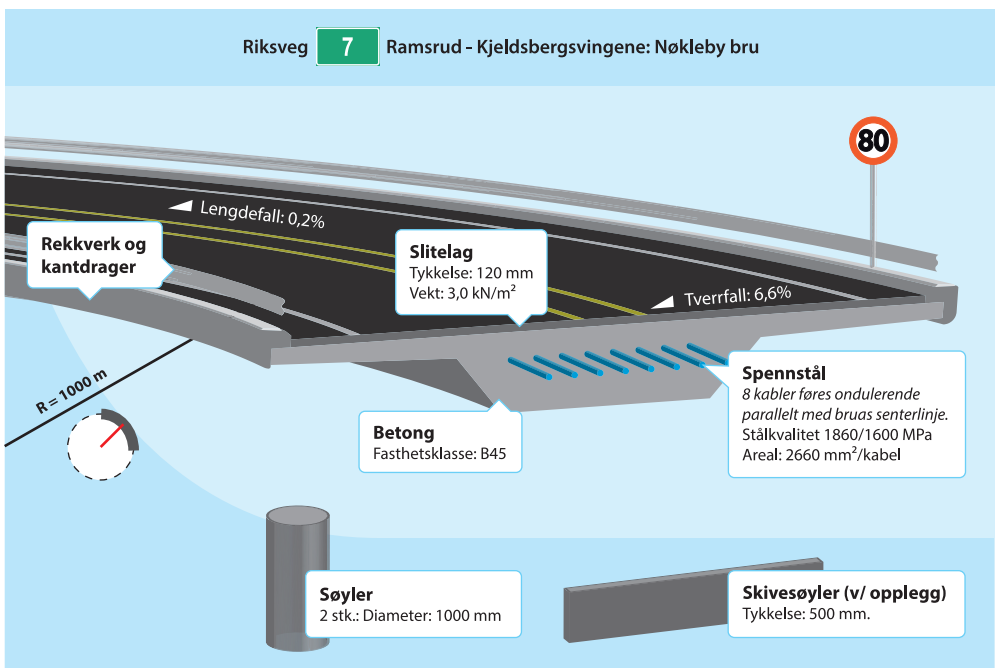
Eksisterende aktuell litteratur som kan relateres til denne rapportens problemstilling er i hovedsak eurokoder¹ og håndbøker utgitt av Statens vegvesen. For ytterligere spesifisering av litteratur henvises det til rapportens litteraturliste.

¹ Eurokoder er en felles europeisk serie standarder for prosjektering av byggverk og dokumentasjon av produkters bæreevne/styrke til konstruksjonsformål.

1 Referansekonstruksjon

I dette kapitlet foretas en kortfattet presentasjon av **referansekonstruksjonen**, altså den spesifikke brukonstruksjonen det er tatt utgangspunkt i gjennom rapporten. Det vil si at rapportens problemstilling da også besvares på grunnlag av modellering og analyse av nettopp denne. I tillegg presenteres ulike tilfeller der horisontalkurveradiusen endres fra referansekonstruksjonen. Disse tilfellene omtales som **referansetilfeller** og danner det endelige sammenlikningsgrunnlaget.

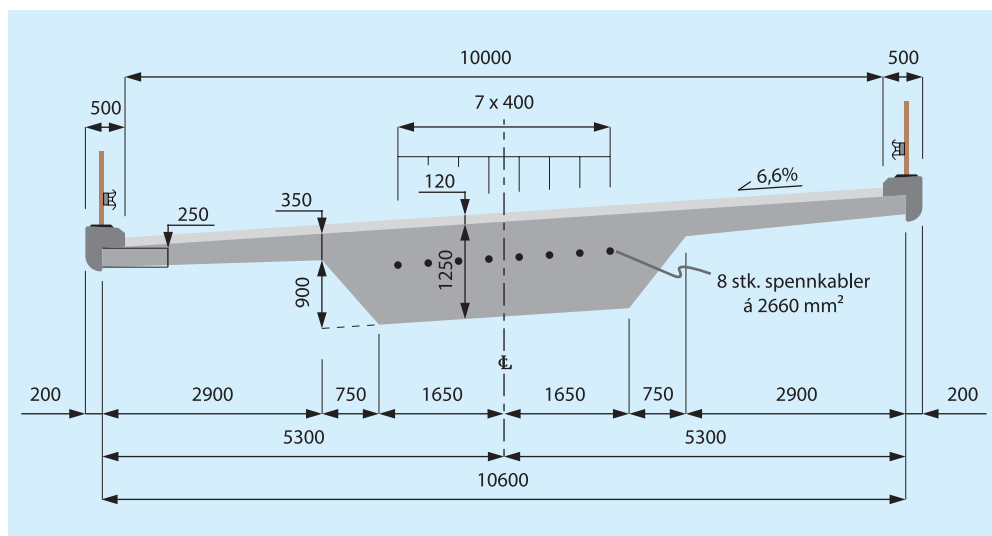
1.1 Referansekonstruksjon



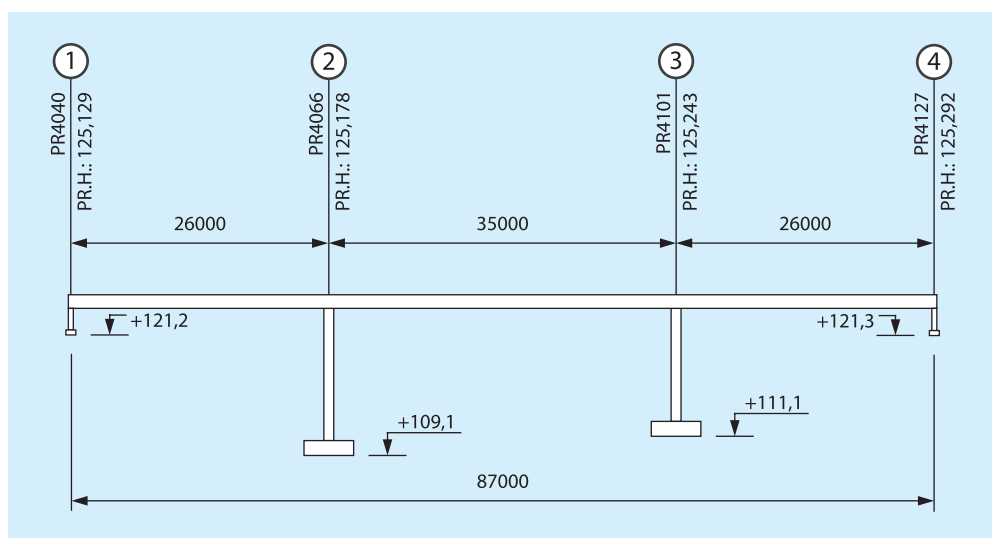
Figur 1.1: Sammenfattet data for referansekonstruksjonen

Den spesifikke brua som studeres, er Nøkleby bru på riksvei 7 mellom Ramsrud og Kjeldsbergsvingene ved Hønefoss på Ringerike. Denne ble ferdigstilt og åpnet i 2011.

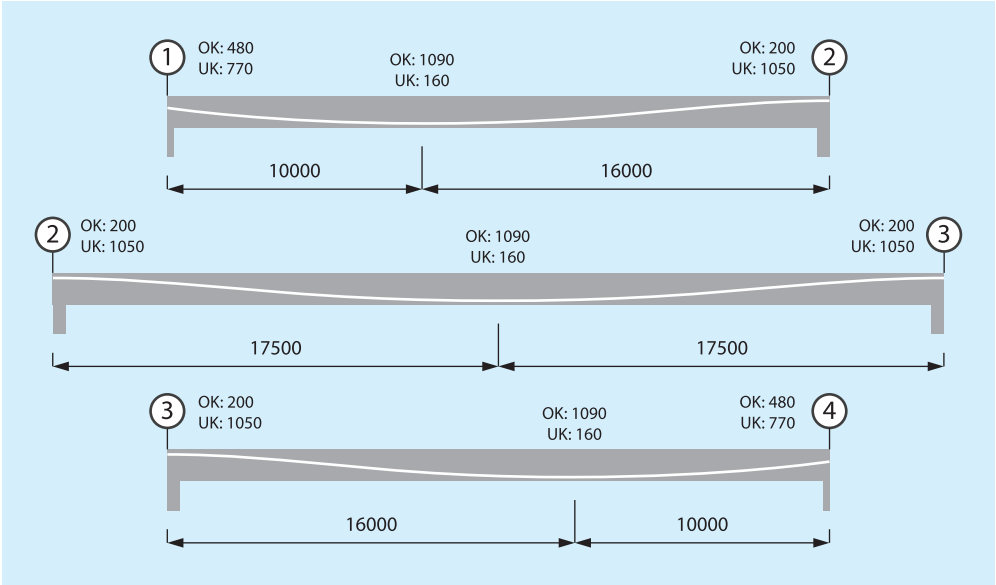
Nøkleby bru er en 87 meter lang spennarmert (etteroppspent) trespenns bjelke-/platebru i betong. Ytterspennene er på 26 meter, mens midtspennet måler 35 meter. Brua er horisontalkurvert med en radius på 1000 m og har en overhøyde (tverrfall) på 6,6 prosent. I tillegg har brua et stigningstall i lengderetning på 0,2 prosent (fra akse 1 mot akse 4). Spennarmeringen består av åtte kabler som føres ondulerende parallelt med bruas senterlinje. Den aktuelle brua er en såkalt landkarløs bru, der endene er utført som korte skivesøyler innspent i bunnen, mens de to søylene er støpt monolittisk til overbygning og innspent i bunnen. Figur 1.2, 1.3 og 1.4 viser de viktigste detaljene, mens mer detaljerte tekniske data er gitt i vedlegg 1.



Figur 1.2: Referansekonstruksjonens tverrsnitt (alle mål i mm)



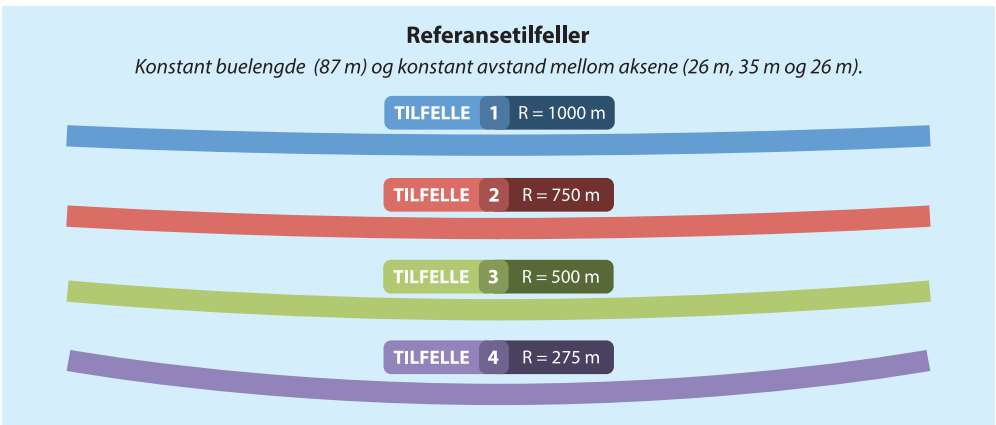
Figur 1.3: Oppriss av bru utbrettet - med mål, aksenummer, profil- og kotehøyder (alle mål i mm)



Figur 1.4: Lengdesnitt som viser plassering av spennarmering (alle mål i mm)

1.2 Referansetilfeller

For å studere effekten av ulike horisontalkurveradier, tillegges det tre tilfeller der radiusen endres fra referansekonstruksjonen. Grunnlaget for modellering og analyse består dermed av fire referansetilfeller: referansekonstruksjonen ($r = 1000$ m) og tre tilfeller variert ut fra denne. De fire referansetilfellene presenteres i figur 1.5. Bakgrunnen for valg av referansetilfeller vil fremgå av neste kapittel (spesielt av 2.2.4).



Figur 1.5: Referansetilfeller

1.3 Omfang

Når det kommer til modellering og analyse av referansekonstruksjonen og referansetilfellene omtalt gjennom de forrige sidene, er det svært mange aspekter som kan studeres. I de neste avsnittene omtales de mest grunnleggende temaer, og tilhørende avgrensninger som naturlig må gjøres.

Grensetilstand: ferdigtilstand bruddgrense

Brukonstruksjoner skal i utgangspunktet dimensjoneres for bruddgrensetilstander og bruksgrensetilstander. Prinsipper for dette er gitt i NS-EN 1990, spesielt kapittel 3. For referansekonstruksjonen i denne rapporten velges det imidlertid å studere lastvirkninger kun i bruddgrensetilstanden. Brukonstruksjonen bygges i ulike faser (byggetilstander), men her velges det å kun se på lastvirkninger i ferdigtilstanden.

Lastvirkninger: bøye- og torsjonsmoment

Det velges å betrakte lastvirkningene bøye- og torsjonsmoment. Bakgrunnen for dette ligger i antatte effekter av horisontalkurvatur, der særlig torsjonsmomentet antas være «nøkkelvirkning». Sammenhengen mellom horisontalkurvatur og de nevnte lastvirkninger vil fremgå av neste kapittel.

Armeringsbehov

For å studere hva eventuelle ulikheter i lastvirkninger utgjør i en dimensjonerings situasjon, ses det på armeringsbehov i enkelte snitt. I rapporten er det valgt å se på snittene hvor lastvirkningene er dominerende – for referansetilfellene 1 og 4, som her er horisontalkurveradiens ytterpunkter.

Brukonstruksjonen er i utgangspunktet dimensjonert etter tidligere Norske Standarder, og ikke etter gjeldende eurokoder. I denne rapporten vil derimot problemstillingen besvares etter modellering, dimensjonering og analyse gjennomført etter bestemmelser fra eurokodene.

I det neste kapitlet omhandles og utdypes temaer tilknyttet referansekonstruksjonen som er av særlig relevans for å danne forutsetninger for modellering og analyse.

2 Litteraturstudie og forutsetninger

I dette kapitlet presenteres temaer tilknyttet referansekonstruksjonen som er av særlig relevans for å danne forutsetninger for modellering og analyse.

2.1 Beregning og dimensjonering av brukonstruksjoner

Beregning og dimensjonering av brukonstruksjoner gjøres i henhold til Norsk Standard, med håndbøker utgitt av Statens vegvesen som supplement der det ikke er spesielle regler².

Per dags dato opererer Statens vegvesen med to forskjellige utgaver av *Håndbok 185 Bruprosjektering*. Bakgrunnen for dette fremgår av Statens vegvesens notat³ av 15.07.2011 og på bakgrunn av overgangen til eurokoder. I notatet heter det at Vegdirektoratet har funnet det hensiktsmessig å lage en midlertidig utgave av håndbok 185, der aktuelle eurokoder er innarbeidet i håndboken. Den eksisterende utgave har status som normativ. Den midlertidige utgaven har ikke vært på offentlig høring og har derfor bare formelt status som veileder. Det formelle grunnlaget for prosjektering m.m. vil ligge i dagens håndbok og eurokodene. Men sammenstillingen i den midlertidige utgaven vil kunne lette det daglige arbeidet ved planlegging, prosjektering m.m.

Det formelle grunnlaget for prosjektering, kontroll og godkjenning av bruer, ferjekaier og andre bærende konstruksjoner i det offentlige vegnettet er derfor håndbok 185 utgave oktober 2009 sammen med eurokodene. Trafikksikkerhet-, miljø- og teknologiavdelingen anbefaler imidlertid at håndbok 185, eurokodeutgave 2011 legges til grunn for all bruprosjektering. Eurokodene skal uansett legges til grunn ved all prosjektering [1].

² Trafikklast på bruer med spennvidde over 500 meter og på ferjekaier er ikke dekket av Eurokode, og Statens vegvesen vil fortsatt ha behov for et eget regelverk for slike konstruksjoner.

³ Tittel notat: Bestemmelser for overgang til Eurokoder ved prosjektering av bruer, ferjekaier og andre konstruksjoner i tilknytning til veganlegg.

2.2 Linjeføring

Jfr. innledningen, er horisontalkurveradien her en variabel parameter som skal være med på å danne et sammenlikningsgrunnlag. Sammenhengen mellom vegtype og de nevnte parameterne er gitt i statens vegvesens håndbok 017 [3] Veg- og gateutforming del C, med håndbok 265 Linjeføringsteori (veiledning) [4] som grunnlagsmateriale. Som det fremgår av de to nevnte håndbøkene, inngår det langt flere parametere i linjeføringsteorien enn de som behandles her. Disse faller imidlertid utenfor rapportens tema, og tas derfor ikke i betraktning.

Den gitte brukonstruksjonen i denne rapporten, har en krumningsradius på 1000 meter og en overhøyde på 6,6.

2.2.1 Dimensjoneringsklasse

Parameterne horisontalkurveradius og overhøyde varierer med dimensjoneringsklasse for vegtype, som er gitt av Statens vegvesen i deres håndbok 017 [3]. Inndelingen i dimensjoneringsklasser er vist i tabell 2.1. Denne tabellen viser ni dimensjoneringsklasser for stamveger. Hver dimensjoneringsklasse har prosjekteringstabeller som gir krav til enkeltelementene i linjeføringen (relevant for rapporten: horisontalkurveradius og overhøyde). Dimensjoneringskravene forutsetter for øvrig våt, men ren og isfri vegbane.

Valg av dimensjoneringsklasse avhenger av ÅDT⁴, fartsgrense, og vegtype. For den spesifikke brukonstruksjonen i denne rapporten, er henholdsvis ÅDT 5000, 80 km/t og stamveg gjeldende parametere. På bakgrunn av disse, kan dermed dimensjoneringsklasse S4 leses ut av tabell 2.1.

ÅDT	0-1500				1500-4000				4000-8000		8000-12000		12000-20000			> 20000		
Fartsgrense	50	60	80	90	50	60	80	90	60	80	60	90	60	80	100	60	80	100
Stamveger		S1	S2	S3		S1	S2	S3	S1	S4	S1	S5	S6	S7	S8	S6	S7	S8
- Vegbredde		7,5	8,5	8,5		7,5	8,5	8,5	8,5	10	8,5	12,5	16	19	19	16	19	22

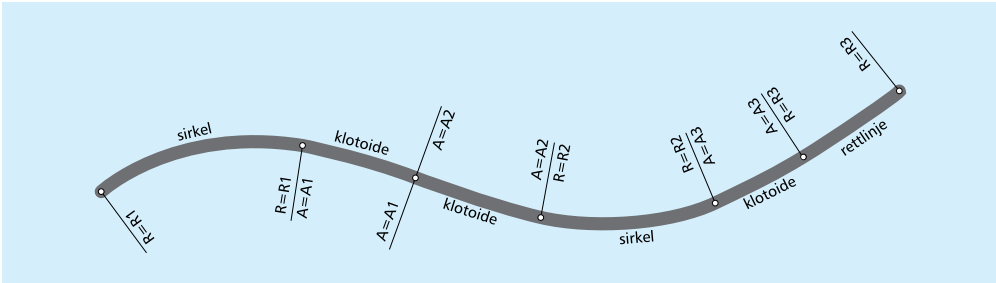
Tabell 2.1: Valg av dimensjoneringsklasse fra tabell C.2 [3]

2.2.2 Horisontalkurveradius, R_h

Vegen utgjør en romkurve, og det er sammensetningen av enkeltelementene som bestemmer romkurven. Romkurven skal være jevn og rytmisk, og skal være formet slik at den gir trafikantene god visuell informasjon om vegens geometri og videre forløp. Detaljer om og bakgrunnsstoff for vegers linjeføring er beskrevet i håndbok 265 Linjeføringsteori [4].

Ved konstruksjon av vegens horisontalkurvatur brukes elementene rettlinje, sirkel og klotoide (se figur 2.1). For den gitte brukonstruksjonen er imidlertid kun sirkelkurve benyttet. Sirkelen er en geometrisk kurve med konstant krumning, som gir konstant sidekraft på kjøretøyet ved jevn fart.

⁴ ÅDT (årsdøgnetrafikk), det totale antall kjøretøy som passerer et snitt på en veg i løpet av ett år, dividert med 365.



Figur 2.1: Eksempel på sammensetning av ulike elementer i horisontalkurvaturen

Dessuten gir jevn krumning også god optisk ledning. En veg som består av kurver med liten variasjon i kurveradius og kurvelengde, innbyr til sikker kjøring og gir en estetisk god veglinje dersom den for øvrig passer inn i landskapet. Krumning større enn 0,1 ($R < 10$ m), blir bare brukt ved utforming av trafikkøyer, hjørneavrundingar etc.

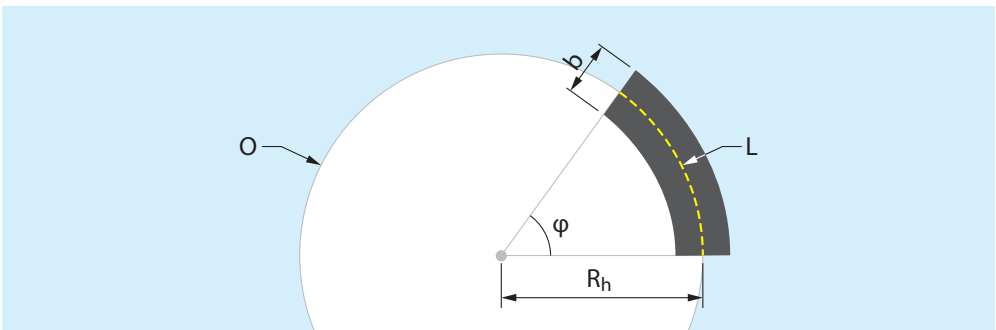
Minste horisontalkurve bestemmes ut fra ønsket om likevekt mellom kreftene som virker på kjøretøyet.

2.2.2.1 Geometri

Linjeføringsgeometrien til en horisontalkurvert bru der sirkelkurve benyttes, er bygget på elementene horisontalkrumningsradius, buelengde og åpningsvinkel. Sammenhengene mellom disse er vist i figur 2.2 og gjennom likning 2.1:

$$L = \frac{2\pi R_h \cdot \varphi}{360^\circ} \quad (2.1)$$

der L er bruas lengde, det vil si buelengden til senterlinjen, φ er åpningsvinkelen og R_h er horisontalkrumningsradiusen.



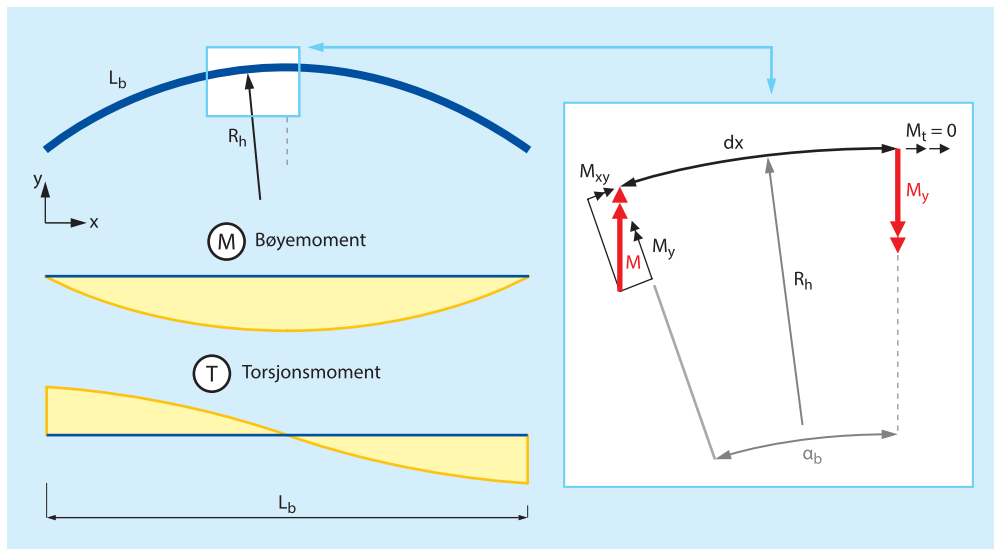
Figur 2.2: Geometri for sirkulært horisontalkurvert bru

2.2.2.2 Virkningen av horisontalkurvatur

Dette avsnittet tar for seg oppførselen til en horisontalkurvert bjelke og forklarer kort hvordan bøye- og torsjonsmomentet avhenger av hverandre og horisontalradien. Selv om teorien er basert bjelkeoppførsel, kan det likevel trekkes paralleller til oppførselen til et brudekke.

Vertikallaster på horisontalkurverte bjelker gir generelt en interaksjon mellom bøye- og torsjonsmoment langs lengderetningen. Denne samhandlingen er normalt

liten ved store horisontalkurveradier [5]. For å se nærmere på dette, tas det utgangspunkt i en fritt opplagt ettspenns bjelke, som vist i figur 2.3.



Figur 2.3: Virkning av horisontalkurvatur

Siden bjelkens tyngdepunkt i xy -planet og eventuelle vertikallaster vil ha en «arm» i forhold til en rett linje mellom oppleggene, vil det oppstå torsjonsmomenter langs bjelkeaksen. I figur 2.3 er det tatt et utsnitt av bjelken til venstre for midtaksen. I midtsnittet oppstår det naturlig nok ikke torsjonsmoment ($M_t = 0$; på grunn av symmetrien), men kun bøyemomenter. Utsnittet som studeres i figuren må være i likevekt. Altså må bøyemomentet M_y på høyresiden være i likevekt med torsjons- og bøyemomentet på venstresiden. Kombinasjonen av effektene på venstresiden kan sees på som et moment M som er i likevekt med momentet M_y i midtsnittet. Torsjonsmomentet M_{xy} vil alltid virke om bjelkens lengdeakse, altså tangentielt ved horisontalkurvatur, mens bøyemomentet M_y vil virke om en akse ortogonalt på denne. Relasjonen mellom bøye- og torsjonsmomentet gir diagrammer som vist i figuren.

Sammenhengen mellom bøye- og torsjonsmoment og virkningen av disse er også avhengig av bjelkens horisontalkurveradius. Dersom det studeres et utsnittet dx av et element med horisontalkurveradius R_h , kan man ved krav om likevekt og innføring av forskyvnings-/krumningsrelasjon, gi bøye- og torsjonsmoment ved følgende formler [5]:

$$M_x = -EI_y \left(\frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{\theta}{R_h} \right) \quad (2.2)$$

$$M_{xy} = -GI_t \left(\frac{d\theta}{dx} + \frac{1}{R_h} \frac{dw}{dx} \right) \quad (2.3)$$

der

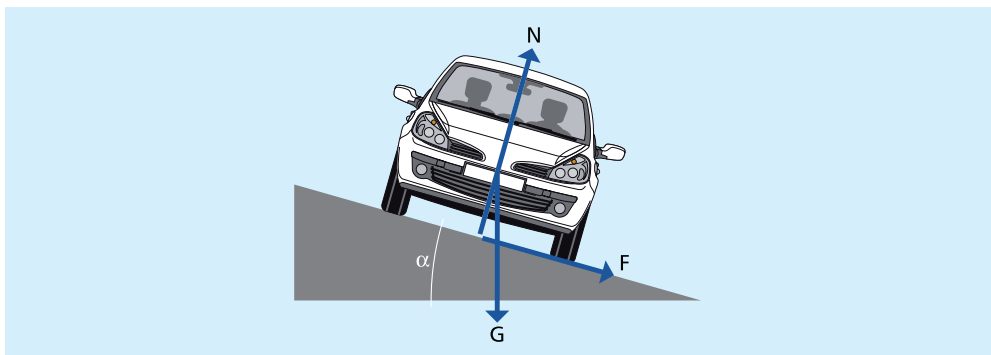
R_h er horisontalkrumningsradiusen
 w er vertikal forskyvning

$\frac{dw}{dx}$	er endring i vertikal forskyvning
θ	er torsjonsvinkelen (endring i rotasjonen ϕ per lengdeenhet: $d\phi/dx$)
$\frac{d^2w}{dx^2}$	er bjelkehelling (krumning)
EI_y	er bøyestivhet
GI_t	er torsjonsstivhet

For utledning av likning 2.2 og 2.3 henvises det til avsnitt 9.3 i [5]. Som det fremgår av de to likningene, er både bøyemomentet og torsjonsmomentet avhengig av elementets horisontalkurveradius R_h . Det eksisterer altså en interaksjon mellom disse momentene og horisontalkurveradien. Ved beregning av bøyemoment, er det likevel vanlig praksis å analysere bjelken som en rett bjelke med lengde tilsvarende buelengden. Dette er en tilnærming som vanligvis er veldig god og nøyaktig i de fleste tilfeller. Beregning av torsjonsmomentet kan likevel ikke forenkles på samme måte, da det avhenger sterkt av horisontalkurveradien [6].

2.2.3 Overhøyde, e

Kjørebansens tverrfall (helning på tvers av vegens lengdeakse) i forbindelse med en kurve betegnes som overhøyde. I kurver motvirker tverrfallet sidekrefter på kjøretøyet i tillegg til at avrenning skal ivaretas. Sidekreftene tas delvis opp ved at kurven får helning på tvers av lengderetningen. Resten av kreftene som virker på kjøretøyet, må tas opp ved sidefriksjon (se figur 2.4). Hovedregelen er at ensidig fall (overhøyde) skal brukes i kurver.



Figur 2.4: Krefter som virker på kjøretøy ved kjøring i kurve

Maksimal overhøyde e_{maks} fremgår av prosjekteringstabellene for hver dimensjoneringsklasse i håndbok 017. Maksimal overhøyde er satt til 8 prosent. Overhøyden må ikke være så stor at langsomtgående kjøretøy sklir sidevegs på glatt føre.

2.2.4 Valg av referansetilfeller

Under 2.2.1 (Dimensjoneringsklasse) er det argumentert for at vegen på den spesifikke brukonstruksjonen skal dimensjoneres etter dimensjoneringsklasse S4. Jfr. håndbok 017 [3], skal da prosjekteringstabell C.6 i den samme håndboken - gjengitt i figur 2.5 - benyttes for å hente ut parametere.

	$R_h^{2)}$	Horisontalkurvaturparametre						Vertikalkurvaturparametre					
		Nabokurve		Klotoide	Siktlengde			$R_{v,høg}$	$R_{v,lav}$	Overhøyde	Stigning	Res. fall	
		Min	Maks	Min	Stopp	Δst	Forbi	Min	Min	e	Maks	Maks	Min
1)	225	225	350	140	145	14	450	4 200	2 100	8,0	6	10	2
	250	250	400	140	145	14	450	4 200	2 100	8,0	6	10	2
Vegnorsmalstandard	275	275	550	140	145	14	450	4 200	2 100	8,0	6	10	2
	300	275	1000	140	145	14	450	4 200	2 100	8,0	6	10	2
	350	275		150	145	14	450	4 200	2 100	8,0	6	10	2
	400	275		160	145	14	450	4 200	2 100	8,0	6	10	2
	450	275		170	145	14	450	4 200	2 100	8,0	6	10	2
	500	275		180	145	14	450	4 200	2 100	8,0	6	10	2
	550	275		195	155	15	450	5 100	2 300	8,0	6	10	2
	600	280		200	155	15	450	5 100	2 300	8,0	6	10	2
	700	290	INTER- POLERES	220	155	15	450	5 100	2 300	8,0	6	10	2
	800	290		225	155	15	450	5 100	2 300	7,5	6	10	2
	900	290		230	155	15	450	5 100	2 300	7,0	6	10	2
	1 000	300		235	155	15	450	5 100	2 300	6,5	6	10	2
	1 200	300		240	155	15	450	5 100	2 300	5,6	6	10	2
	1 400	300		240	155	15	450	5 100	2 300	4,7	6	10	2
1 600	300		240	155	15	450	5 100	2 300	3,7	6	10	2	
$\geq 1 750$	300		240	155	15	450	5 100	2 300	3,0	6	10	2	

1) Bruk av tabellverdiene fravikbehandles som bør-krav.
2) Ved $R_h > 2 500$ bør takfall benyttes ($e = -3\%$ i ytterkurve).

Figur 2.5: Prosjekteringsstabell for dimensjoneringsklasse S4 fra tabell C.6 [3].

I figuren er aktuelle parameterkolonner (horisontalkurveradius R_h og overhøyde e) fremhevet. I tillegg er valgte referansetilfeller (radier på 275 m, 500 m, 750 m og 1000 m) markert med fargekoder. Bakgrunnen for valg av de fire referansetilfellene er som følger:

TILFELLE 1 $R = 1000$ m

Referansekonstruksjonen har en horisontalkurveradius på 1000 m og faller da naturlig som et valgt tilfelle.

TILFELLE 4 $R = 275$ m

Denne horisontalkurveradiusen er valgt som et ytterpunkt i forhold til tilfelle 1 (1000 m). Det er også den minste horisontalkurveradiusen man kan regne med og samtidig unngå at tabellverdiene fravikbehandles som bør-krav, jfr. merknad 1) i figur 2.5.

TILFELLE 2 $R = 750$ m

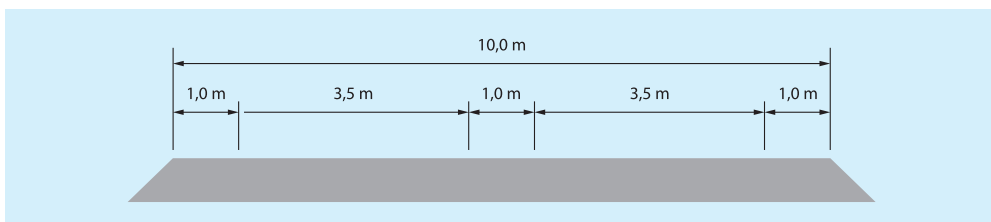
TILFELLE 3 $R = 500$ m

Disse tilfellene er valgt som «mellomstasjoner» mellom ytterpunkttilfellene 1 og 4 - for å kunne studere effektene mer trinnsvis.

Årsaken til at det ikke er valgt tilfeller hvor horisontalkurveradien er større enn ved referansekonstruksjonen (1000 m), er at ved så store radier ville effektene av krumning blitt mindre og mindre synlige, da brua ville nærmet seg tilnærmet helt rett.

2.2.5 Tverrprofil

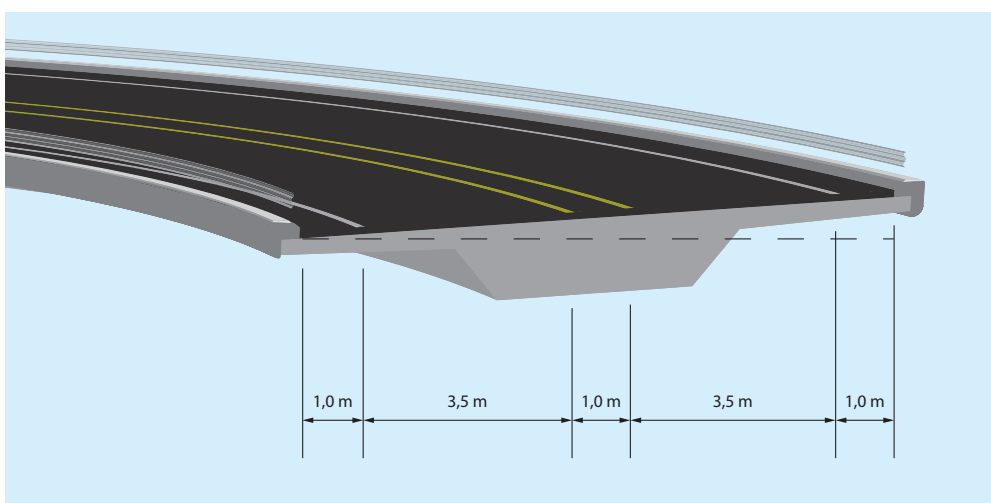
Som håndbok 185 [1] tilsier, skal valg av tverrprofil for bruer foretas i henhold til håndbok 017 Veg- og gateutforming [3]. Jfr. denne håndboken, skal veg etter dimensjoneringsklasse S4 bygges med tverrprofil som vist i figur 2.6.



Figur 2.6: Tverrprofil S4; 10 m vegbredde [3]

Kjørefeltene skilles med 1 m bred midtmerking. Merkingen består av to sperrelinjer med en avstand på 1 m mål fra senter av hver linje. Strekkninger hvor forbikjøring tillates merkes med vanlig midtlinje [3]. Kjørefeltbredder, fri bredde mellom rekkverk osv. skal føres uendret over brua. Minstebredden mellom rekkverk som avgrenser kjørebanelen skal være 7,5 m for tofeltsveg og 6,5 m for etfeltsveg [3].

For den spesifikke brukonstruksjonen i denne rapporten, har brutverrsnittet en total bredde på 11 m. Bredden kantdrager på begge sider er 0,5 m. Det gir kjørebanelbredde på 10 m, altså i tråd med håndboken. Det antas at det ikke er tillatt med forbikjøring på brua. Dermed vil tverrmålene være som vist i figur 2.7.



Figur 2.7: Tverrprofil for spesifikk brukonstruksjon

Antall beregningsmessige kjørefelt (og kjørefeltbredde) for påsetting av trafikklast vil imidlertid ikke nødvendigvis samsvare med reelle fysiske mål gitt i dette avsnittet. Dette behandles nærmere under 2.4.2 (Trafikklast på vegbruer).

2.3 Brugeometri og materialer

2.3.1 Brugeometri

Tverrsnittet er utformet med en massiv del på midten, flankert av vinger på kantene (se figur 1.2 for detaljfigur). Dette er en løsning som blant annet minker egenvekten, og gir et bedre estetisk uttrykk. Øvrig brugeometri er gitt i kapittel 1.

2.3.1.1 Brutype

Statens vegvesens håndbok 129 [7] gir en veiledning om blant annet hvordan registrering av bruer og andre byggverk i riks- og fylkesvegnettet skal utføres og hvordan bruer skal identifiseres. Her gis det brutypebetegnelser, og følgelig benyttes disse for å betegne gjeldende brutype for referansekonstruksjonen. Jfr. håndbokens punkt 4.3.2 regnes brua som bjelke-/platebru dersom:

$$1 < \frac{b}{H} \leq 5 \quad (2.4)$$

der

b er minste bredde i underkant av platen

H er største tykkelse

Angitte verdier for referansekonstruksjonen gir:

$$1 < \left[\frac{b}{H} = \frac{3300 \text{ mm}}{1250 \text{ mm}} = 2,64 \right] \leq 5$$

Brua kan dermed betegnes som en bjelke-/platebru. En mer detaljert betegnelse gis i henhold til den nevnte håndbokens vedlegg - og brutypens fulle betegnelse blir: **Bjelke-/platebru, massiv, med vinger** (byggverkskode 233) [7].

2.3.2 Materialer

2.3.2.1 Betong

For referansekonstruksjonen er betongens fasthetsklasse gitt som B45. Det gjelder for både brubane, søyler, fundament og landkar. Materialelegenskaper og partialfaktor er fastsatt i NS-EN 1992-1-1 [11] og gjengis i tabell 2.2.

Betong B45	
Partialfaktor for betong	$\gamma_c = 1,5$
Betongens karakteristiske sylindertykkfasthet etter 28 døgn	$f_{ck} = 45,0 \text{ MPa}$
Dimensjonerende betongtrykkfasthet	$f_{cd} = \alpha_{cc} \times (f_{ck} / \gamma_c) = 25,5 \text{ MPa}$
Middelverdi av betongens sylindertykkfasthet	$f_{cm} = 53,0 \text{ MPa}$
Middelverdi av betongens aksialtrekkfasthet	$f_{ctm} = 3,8 \text{ MPa}$
Betongens karakteristiske aksialtrekkfasthet - 5%-fraktil	$f_{ctk,0.05} = 2,7 \text{ MPa}$
Betongens karakteristiske aksialtrekkfasthet - 95%-fraktil	$f_{ctk,0.95} = 4,9 \text{ MPa}$
Sekantmodul, elastisitetsmodul for betong	$E_{cm} = 36 \text{ GPa}$

Tabell 2.2. Materialelegenskaper og partialfaktor for betong B45

2.3.2.2 Slakkarmering

For referansekonstruksjonen er slakkarmeringens fasthetsklasse gitt som B500NC. Materialegenskaper og partialfaktor er fastsatt i NS-EN 1992-1-1 [11] og gjengis i tabell 2.3.

Armeringsstål B500NC	
Partialfaktor for armeringsstål og spennstål	$\gamma_s = 1,15$
Armeringens karakteristiske flytegrense	$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$
Armeringens dimensjonerende flytegrense	$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 434,8 \text{ MPa}$

Tabell 2.3. Materialegenskaper og partialfaktor for armeringsstål B500NC

2.3.2.3 Spennstål

Referansekonstruksjonens spennstål består av åtte etteroppspente kabler som føres ondulerende parallelt med bruas senterlinje med senteravstand på 400 mm. Hver kabel har et tverrsnittsareal på 2660 mm². Stålkvaliteten som er gitt, er i henhold til den nå ugyldige NS 3473, og gis som $f_B/f_{0,2} = 1860/1670 \text{ MPa}$ – henholdsvis spennstålets karakteristiske strekkfasthet og spennstålets karakteristiske 0,2%-strekkgrense.

Aktuelle materialegenskaper og faktorer i henhold til NS-EN 1992-1-1 [11] tilknyttet denne stålkvaliteten gis i tabell 2.4.

Spennstål 1860	
Partialfaktor for armeringsstål og spennstål	$\gamma_s = 1,15$
Spennstålets karakteristiske strekkfasthet	$f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$
Spennstålets strekkfasthet	$f_p = f_{pk} / \gamma_s = 1617,4 \text{ MPa}$
Spennstålets karakteristiske 0,1%-strekkgrense	$f_{p0,1k} = 1600 \text{ MPa}$
Spennstålets 0,1%-strekkgrense	$f_{p0,1} = f_{p0,1k} / \gamma_s = 1391,3 \text{ MPa}$
Dimensjonerende verdi for spennstålets elastisitetsmodul	$E_p = 195\,000 \text{ MPa}$

Tabell 2.4. Materialegenskaper og partialfaktor for spennstål 1860

Ytterligere detaljer tilknyttet aktuelt spennstålet, er gitt i vedlegg 1.

2.4 Laster

I de kommende avsnittene vil det presenteres ulike aktuelle laster for den spesifikke brukonstruksjonen. Dertil vil det presenteres bestemmelser med hensyn til beregning av karakteristiske laster i henhold til håndbok 185, eurokodeutgave [1]. I denne håndboken er det tillegg gitt særskilte forskriftsbestemmelser for trafikklast, i henhold til NS-EN 1991-2 [10]. Til slutt i dette delkapitlet vil det foretas en oppsummering, i tillegg til presentasjon av ulike laster som ikke tas hensyn til og årsaker til dette.

2.4.1 Egenlast

Som egenlast regnes tyngden av alle permanente deler av konstruksjonen. Denne virker som en permanent jevnt fordelt last.

2.4.1.1 Betongkonstruksjoner

For betongkonstruksjoner skal det benyttes verdier av egenlast avhengig av anvendt betongtype og armeringsmengde [1]. Jfr. 2.3.2.1 (Betong), er betongens fasthetsklasse

for referansekonstruksjonen gitt som B45. Det gjelder for både brubane, kantdragere, søyler, fundamenter og skivesøyler. Dersom det ikke blir foretatt nøyaktigere beregninger basert på målt tyngdetetthet av betongmaterialet, skal tyngdetettheten av armert og spennarmert normalvektbetong ikke settes lavere enn $25,0 \text{ kN/m}^3$ [1]. På bakgrunn av dette, settes dermed den karakteristiske egenlasten for betong til **$25,0 \text{ kN/m}^3$** .

2.4.1.2 Belegning (slitelag)

I egenlasten skal det alltid regnes med vekten av en belegning på brudekket i tillegg til det prosjekterte tverrsnitt. Krav til vekt av belegningen er gitt i [1], mens valg av belegningsklasse for brudekket er behandlet i pkt. 7.3.2 [1].

Valg av belegningsvekt skal fastlegges i hvert enkelt tilfelle slik at framtidige egenlastsituasjoner blir dekket. Flere forhold skal vurderes; så som brutype, spennvidder, type brubredde, trafikkmengde, vedlikehold og økonomi. I tabell 2.5 nedenfor er det gitt minimumskrav for valg av belegningsvekter i kjørebane, avhengig av spennvidder og ÅDT, for brudekker i betong, stål og tre.

ÅDT	Spennvidde l [m]			
	$l \leq 10$	$10 < l \leq 35$	$35 < l \leq 200$	$l > 200$
< 2000	5,0 kN/m ² (200 mm)	2,5 kN/m ² (100 mm)	2,0 kN/m ² (80 mm)	2,0 kN/m ² (80 mm)
≥ 2000		3,0 kN/m ² (120 mm)	2,5 kN/m ² (100 mm)	2,0 kN/m ² (80 mm)

Tabell 2.5: Minstekrav til belegningsvekter i kjørebane ved dimensjonering av bruer med brudekker i betong, stål eller tre - etter tabell 2.3 [1]

Referansekonstruksjonen har en ÅDT på 5000. Den består av tre spenn, der ytterspenene og midtspennet måler henholdsvis 26 m og 35 m. I henhold til tabell 2.5, blir **belegningstykkelsen 120 mm** og egenlasten $g_{bel} = 3,0 \text{ kN/m}^2$. Referansekonstruksjonen er i utgangspunktet dimensjonert etter tidligere standarder for en belegningstykkelse på 90 mm, men erstattes altså her med revidert verdi fra eurokoder. Vekten av slitelaget er imidlertid fortsatt den samme.

Hele brudekket er utsatt for belegningsvekten, det vil si bredden av alle kjørefeltene. I dette tilfellet har brutverrsnittet en total bredde på 11 m. På hver kant er det imidlertid en kantdrager med ytterrekkeverk på 0,5 m. Dette gir en føringsbredde på 10 m for egenlasten fra belegningen.

2.4.1.3 Brurekkverk

Standard stålrekkeverk er benyttet for referansekonstruksjonen, og egenvekten for dette antas til å være **100 kg/m** .

2.4.2 Trafikklast på vegbruer

Med trafikklast forstås belastningen i vertikal og horisontal retning på kjørebane, skulder, gangbane, sykkelbane og midtdeler fra så vel fotgjengere som de lette og tunge kjøretøyer som kan belaste konstruksjonen uten spesielle restriksjoner. I denne rapporten tas det imidlertid **kun hensyn til trafikkbelastningen i vertikal retning**. Bakgrunnen for dette gis senere (2.4.4 Andre laster). De horisontale trafikklastene som det da velges å ses bort i fra, omfatter bremse- og akselerasjonskrefter, samt sentrifugale og andre tverrgående krefter

Forskrift for trafikkklaster, kapittel 3 i [1], gjelder som minimumskrav ved dimensjonering av vegbruer og definerer størrelsen på de trafikkklaster som skal legges til grunn ved dimensjonering av vegbruer, gangbruer og ferjeleier i det offentlige vegnett. Forskriften forutsetter dimensjonering etter partialfaktormetoden; de angitte laster er å oppfatte som karakteristiske verdier. Jfr. forskriften, er trafikkklaster for vegbruer gitt i NS-EN 1991-2 [10].

Virkeområde: Lastmodeller og tilhørende regler er ment å dekke alle forutsigbare trafikk situasjoner (dvs. trafikkforhold i begge retninger på alle kjørefelt på grunn av veitrafikk) som skal tas hensyn til ved dimensjonering.

Modeller for vegtrafikkklaster: Laster som følge av veitrafikk, bestående av biler, lastebiler og spesialkjøretøy (f.eks. for industriell transport), gir opphav til vertikale og horisontale, statiske og dynamisk krefter. Lastmodellene beskriver ikke faktiske laster, men har blitt valgt og justert slik at deres effekter representerer effekten tilsvarende faktisk trafikk i de europeiske land i år 2000.

Lasttilfeller: De faktiske belastninger på vegbruer er resultat av ulike typer kjøretøy og fotgjengere. Kjøretøytrafikk kan variere fra bru til bru, avhengig trafikklaster sammensetning (f.eks. prosent av lastebiler), tettheten (for eksempel gjennomsnittlig antall kjøretøy per år), forhold (f.eks. køfrekvens), sannsynlige ekstremtilfeller av tunge kjøretøy og deres aksellast, og, hvis relevant, bæreevnebegrensning angitt ved veiskilt. Disse forskjellene bør tas i betraktning gjennom bruken av lastmodeller tilpasset plasseringen av en bru (f.eks. valg av justeringsfaktorer α og β definert i 4.3.2 [10] for LM1 og i 4.3.3 [10] for LM2 henholdsvis).

Inndeling av kjørebanebredde i lastfelt: Kjørebanebredden w skal måles mellom fortauskanter eller mellom de indre grensene for rekkverk eller annen fysisk hindring. Bredden w_1 av lastfelt på en kjørebane og det største mulige (heltall) antall n_1 av slike felt på kjørebane er definert i tabell 2.6.

Kjørebanebredde w	Antall kjørefelt	Kjørefeltbredde w_1	Bredde av resterende område
$w < 5,4$ m	$n_1 = 1$	3 m	$w - 3$ m
$5,4 \text{ m} \leq w < 6$ m	$n_1 = 2$	$w/2$	0
$6 \text{ m} \leq w$	$n_1 = \text{Int}(w/3)$	3 m	$w - (3 \times n_1)$

MERK For eksempel, for en kjørebanebredde lik 11m, $n_1 = \text{Int}(11/3) = 3$, og bredden av resterende område er $11 - (3 \times 3) = 2$ m

Tabell 2.6: Antall og bredde av lastfelt - etter tabell 4.1 [10]

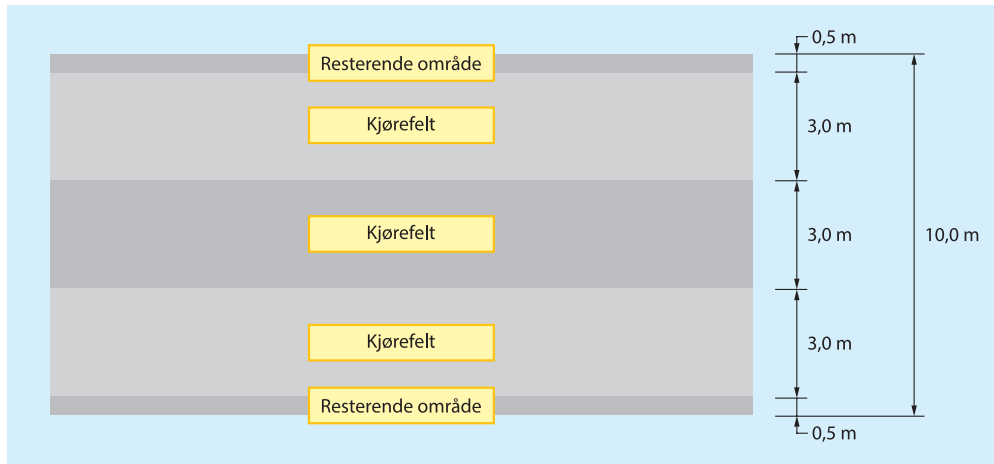
Som beskrevet under 2.2.5 (Tverrprofil), vil kjørebane for referansekonstruksjonen bestå av to felt, som hver har en bredde på 3,5 m. I tillegg vil midtmerkingen, samt de to skuldrene ha en bredde på 1 m. Dette gir til sammen en kjørebanebredde w på 10 meter. Jfr. tabell 2.6 blir det imidlertid **tre beregningsmessige kjørefelt** n_1 á kjørefeltbredde w_1 på 3 meter:

$$w = 10 \text{ m} \rightarrow 6 \text{ m} \leq w \rightarrow n_1 = \text{Int}\left(\frac{w}{3}\right) = \text{Int}\left(\frac{10}{3}\right) = 3$$

mens beregningsmessig bredde av resterende område blir:

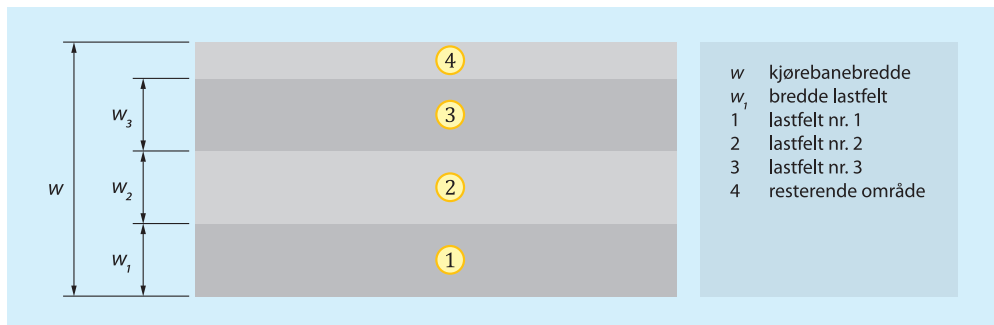
$$w - 3 \cdot n_1 = 10 - 3 \cdot 3 = 1 \text{ m}$$

Bredden av hver vegskulder settes da til $(1 \text{ m} / 2) = 0,5 \text{ m}$. Den beregningsmessige inndelingen av kjørefelt blir dermed som vist i figur 2.8.



Figur 2.8: Beregningsmessig inndeling av kjørefelt for referansekonstruksjonen

Plassering og nummerering av lastfelt for dimensjonering: Plassering av lastfeltene skal ikke nødvendigvis relateres til nummereringen av disse. Ved trafikkklaster er de ulike lastfeltene som regel belastet med varierende laster. På bakgrunn av dette, nummereres feltene etter grad av ugunstig lastvirkning. Dette illustreres for et generelt tilfelle i figur 2.9.



Figur 2.9: Eksempel på lastfeltinndeling for et generelt tilfelle - etter figur 4.1 [10]

Trafikklast plasseres altså på brua i ugunstigste stilling i lengderetning og i tverretning innenfor den tilgjengelige føringsavstanden. Trafikklasten beskrives ved hjelp av ekvivalentlaster, dvs. lastmodeller som dekker virkningen av visse tunge kjøretøytyper omgitt av en blanding av lette og tunge kjøretøyer.

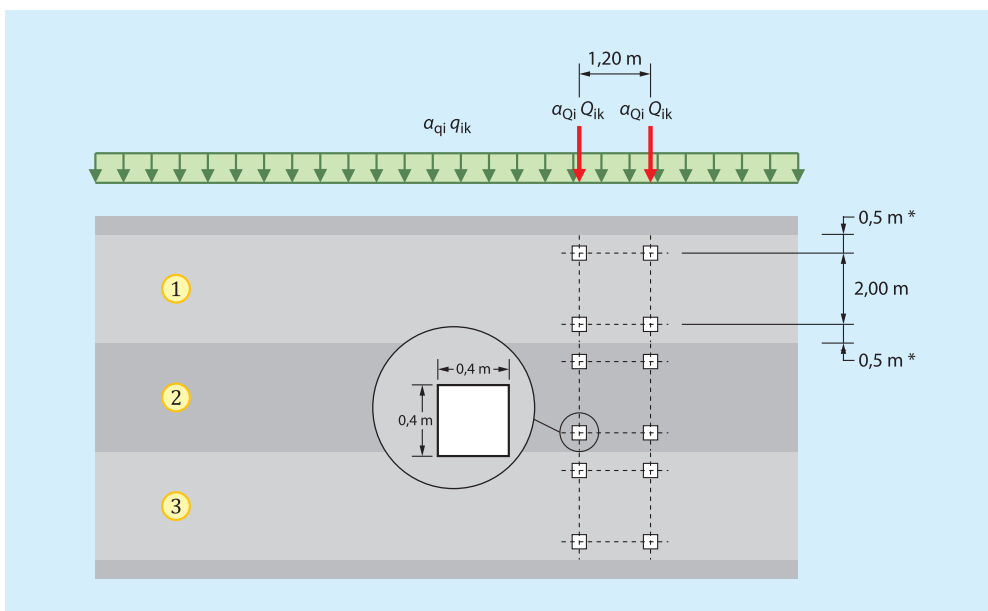
2.4.2.1 Vertikallaster – karakteristiske verdier

NS-EN 1991-2 [10] deler opp trafikklastene i fire ulike lastmodeller, som har til hensikt å gjengi ulike typer trafikksituasjoner best mulig. Disse vil presenteres fortløpende nedenfor.

Lastmodell 1 (LM1)

Lastmodell 1 består av konsentrerte laster med dobbel aksling (boggilast) og jevnt

fordelte laster, og brukes for globale og lokale analyser. Detaljer for denne lastmodellen er vist i figur 2.9.



Figur 2.10: Detaljer lastmodell 1 (* for $w_l = 3,00$ m) - etter figur 4.2a [10]

For beregning av globale lastvirkninger gjelder LM1 med angitte lastverdier for bruer med største spennvidde opptil 500 m (se tabell 2.7). For bruer med større spennvidder vil det for det enkelt prosjekt kunne være definert andre lastverdier og eventuelt modifisert modell.

Plassering	Tandemsystem TS	UDL system
	Aksellaster Q_{ik} (kN)	q_{ik} (kN/m ²)
Lastfelt nr. 1	300	9
Lastfelt nr. 2	200	2,5
Lastfelt nr. 3	100	2,5
Andre lastfelt	0	2,5
Resterende område (q_{rk})	0	2,5

Tabell 2.7. Lastmodell 1 - karakteristiske verdier

NS-EN 1991-2 [10] gir anledning til å forandre alle lastverdier gjennom det nasjonale tillegget. Jfr. dette, skal følgende korreksjonsfaktorer benyttes;

NS-EN 1991-2 NA.4.3.2(3):

$$\alpha_{Qi} = 1,0 \quad \text{for} \quad i = 1, 2 \text{ og } 3$$

og

$$\alpha_{q1} = 0,6$$

$$\alpha_{qi} = 1,0 \quad \text{for} \quad i > 1$$

$$\alpha_{qr} = 1,0$$

De nasjonale verdiene for LM1 er altså forholdsvis like Eurokodens opprinnelige LM1, bortsett fra den jevnt fordelte lasten i lastfelt nr. 1 som har en korreksjonsfaktor på 0,6.

- Jevnt fordelte laster:

- Lastfelt nr. 1:

$$\alpha_{q1} \cdot q_{1k} \rightarrow 0,6 \cdot 9,0 \text{ kN/m}^2 = \mathbf{5,4 \text{ kN/m}^2}$$

- Lastfelt nr. 2:

$$\alpha_{q2} \cdot q_{2k} \rightarrow 1,0 \cdot 2,5 \text{ kN/m}^2 = \mathbf{2,5 \text{ kN/m}^2}$$

- Lastfelt nr. 3:

$$\alpha_{q3} \cdot q_{3k} \rightarrow 1,0 \cdot 2,5 \text{ kN/m}^2 = \mathbf{2,5 \text{ kN/m}^2}$$

- Resterende område:

$$\alpha_{qr} \cdot q_{rk} \rightarrow 1,0 \cdot 2,5 \text{ kN/m}^2 = \mathbf{2,5 \text{ kN/m}^2}$$

- Konsentrerte laster:

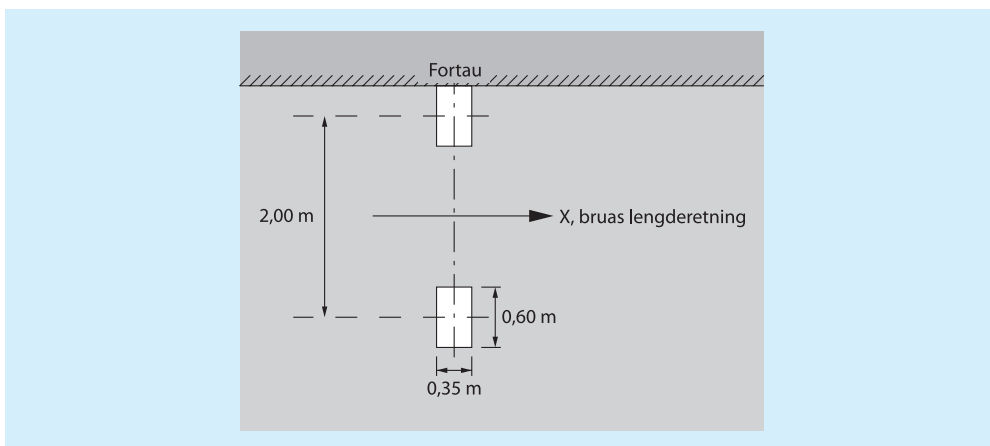
$$\alpha_{Qi} \cdot Q_{ik} = (2 \cdot \alpha_{Q1} \cdot Q_{1k}) + (2 \cdot \alpha_{Q2} \cdot Q_{2k}) + (2 \cdot \alpha_{Q3} \cdot Q_{3k})$$

$$\rightarrow (2 \cdot 1,0 \cdot 300 \text{ kN}) + (2 \cdot 1,0 \cdot 200 \text{ kN}) + (2 \cdot 1,0 \cdot 100 \text{ kN}) = \mathbf{1200 \text{ kN}}$$

NS-EN 1991-2 [19] gir også forenklete, alternative regler for lastmodell 1, men jfr. standardens punkt NA.4.3.2(6) skal ikke disse brukes med mindre det er angitt for det enkelte prosjekt, noe det antas å ikke være for den spesifikke brukonstruksjonen.

Lastmodell 2 (LM2)

Lastmodell 2 består av en enkelt aksellast lik **400 kN** som kan plasseres hvor som helst i kjørebanelen. Der det er relevant, kan det benyttes bare ett hjul med 200 kN. Lastverdien for norsk LM2 er den samme som Eurokode angir. Lastmodellen er mest aktuell for lokale beregninger, men kan også brukes for globale beregninger. For spennvidder i størrelsesorden 3-7 m kan LM2 være ugunstigere enn LM1.



Figur 2.11: Lastmodell 2. Figur 4.3 [7].

Lastmodell 3 (LM3)

Lastmodell 3 består av ett sett av aksellaster og representerer modeller for spesialkjøretøyer. Denne lastmodellen og dens bruksvilkår kan fastsettes i det enkelte prosjekt [10]. LM3 brukes for globale og lokale beregninger. Lastmodellen **neglisjeres** imidlertid for den spesifikke brukonstruksjonen, da det antas at brua ikke skal dimensjoneres for spesialkjøretøy.

Lastmodell 4 (LM4)

Lastmodell 4 er en jevnt fordelt last lik 5 kN/m^2 og framstiller en menneskemengde, og brukes for globale beregninger. Bruken av LM4 kan defineres for det enkelt prosjekt når det er aktuelt å dimensjonere for en menneskemengde. I likhet med lastmodell 3, **neglisjeres** også lastmodell 4 for den spesifikke brukonstruksjonen, da den kun er ment for kjøretøy - og ikke gående.

2.4.3 Forspenning (spennkraft)

Lastvirkningen av forspenning er sammensatt av last som virker direkte på den oppspente konstruksjonsdelen og indirekte virkninger (tvangskrefter) som opptrer ved forspenning av statisk ubestemte konstruksjoner [1]. Beskrivelse, materialelegenskaper og partialfaktor for aktuelt spennstål er gitt under 2.3.2.3.

Største spenning påført spennkabel $\sigma_{p,max}$ er gitt i NS-EN 1992-1-1 [11] pkt. 5.10.2.1(1):

$$\sigma_{p,max} = \min \{k_1 \cdot f_{pk}; k_2 \cdot f_{p0,1k}\} \quad (2.5)$$

der verdiene av k_1 og k_2 finnes i standardens nasjonale tillegg, hvor de settes til henholdsvis 0,8 og 0,9. Spennstålets karakteristiske strekkfasthet f_{pk} og spennstålets karakteristiske 0,1%-strekkgrense $f_{p0,1k}$ er angitt under 2.3.2.3 (Spennstål) - som henholdsvis 1860 MPa og 1600 MPa. Dette gir, etter likning 2.5, en største påførte spenning på:

$$\begin{aligned} \sigma_{p,max} &= \min \{0,8 \cdot 1860 \text{ MPa}; 0,9 \cdot 1600 \text{ MPa}\} \\ &= \min \{1488 \text{ MPa}; 1440 \text{ MPa}\} = \mathbf{1440 \text{ MPa}} \end{aligned}$$

2.4.3.1 Tap av spennkraft

Den målte jekkraften ved oppspenningen vil av forskjellige årsaker reduseres noe. Denne reduksjonen kan betegnes spennkrafttap. Ved bestemmelse av deformasjonslaster på grunn av forspenning skal det, jfr. [1] pkt. 2.6.2, tas hensyn til friksjons- og låsetap (umiddelbare tap) ved forspenningen og tidsavhengige virkninger av svinn, kryp og relaksasjon. Disse tapene av spennkraft skal beregnes etter NS-EN 1992-1-1 [11].

Tidsavhengige tap

De tidsavhengige tapene på grunn av kryp, svinn og relaksasjon i spennarmeringen bestemmes etter forenklet metode, angitt som uttrykk 5.46 i [11] pkt. 5.10.6(2). Uttrykket er gjengitt i likning 2.6 nedenfor.

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0)]} \quad (2.6)$$

Beregninger, antakelser og spesifiseringer presenteres i sin helhet i vedlegg 2. Resultatet av disse gir en spenningsendring (spenntap) på **166,3 MPa** per kabel, hvilket tilsvarer et tap av spennkraft på **11,55 prosent**. Spenningen og oppspenningskraften etter tidsavhengige tap (før tidsuavhengige tap) per kabel blir deretter bestemt i henholdsvis som likning 2.7 og 2.8:

$$\sigma_{p,etter\ c+s+r} = \sigma_{p,max} - \Delta\sigma_{p,c+s+r} \quad (2.7)$$

$$\sigma_{p,etter\ c+s+r} = 1440 \text{ MPa} - 166,3 \text{ MPa} = \mathbf{1273,7 \text{ MPa}}$$

$$P_{etter\ c+s+r} = A_p \cdot \sigma_{p,etter\ c+s+r} \quad (2.8)$$

$$P_{etter\ c+s+r} = 2660 \text{ mm}^2 \cdot 1273,7 \text{ MPa} = \mathbf{3388,042 \text{ kN}}$$

Umiddelbare tap

Friksjonstap: Tap på grunn av friksjon i etteroppspente kabler beregnes ut fra uttrykk 5.45 i [11] pkt. 5.10.5.2, som er gjengitt som likning 2.9 nedenfor.

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{max} \cdot (1 - e^{-\mu(\theta+kx)}) \quad (2.9)$$

der

- θ er summen av vinkelendringene over en avstand x
- μ er friksjonskoeffisienten mellom spennkabelen og kabelkanalen
- k er en utilsiktet vinkelendring for innvendige spennkabler (per lengdeenhet), også kalt *Wobble*-faktor
- x er avstanden langs spennkabelen fra punktet der forspenningskraften er lik P_{max} (kraften i den aktive enden under oppspenning)

Friksjonskoeffisienten μ og faktoren k gis i den aktuell europeiske godkjenningen, og antas, på bakgrunn av tilsvarende konstruksjoner, til å være:

$$\mu = 0,2 \frac{1}{\text{rad.}} \quad \text{og} \quad k = 0,001 \frac{1}{\text{m}}$$

Låsetap: Det skal tas hensyn til tap som skyldes inntrekking av låsekilene i forankringsenheten ved låsing av forankringen etter oppspenning, samt deformasjoner i selve forankringen [185]. Verdier for inntrekk av låsekilene (engelsk: *wedge draw in*) skal gis i den europeiske tekniske godkjenningen, og antas, også her på bakgrunn av tilsvarende konstruksjoner, til å være: 5 mm.

Årsaken til at det her kun foretas direkte håndberegninger for de tidsavhengige tapene av spennkraft – og ikke de umiddelbare – vil fremgå av 4.1 (Forutsetninger).

2.4.4 Andre laster

Det finnes flere typer laster som kan vurderes ved analyse av brukonstruksjoner. Disse presenteres i [1] og er gjengitt noe modifisert i tabell 2.8. Laster det er valgt å ta hensyn til og som er behandlet i de tidligere avsnittene, er markert i tabellen.

Laster	
Permanente laster	Deformasjonslaster
Egenlast (tyngde)	Oppspenning (spennkraft)
Vanntrykk, permanent del	Tap av spennkraft
Jordtrykk	Svinn, kryp
	Setninger
	Tvang fra bygge- eller installasjonsmetode
Variable laster	Ulykkeslaster
Trafikklast	Påkjøringslast fra kjøretøy
Vertikale krefter	Påseilingslast fra skip
Horisontale krefter	Påkjøringslast fra jernbanetrafikk
Støt-/fortøyningslast fra ferje	Kabelbrudd
Variabel ballast og utstyrsvekt	Fallende gjenstander
Variabel last i midlertidige faser	Eksplisjon
Friksjon	Brann
Snø, vind, bølger, vanntrykk (variabel del), last fra variasjon i vannets tetthet, is, temperatur, jordskjelv	Laster forårsaket av skred

Tabell 2.8. Laster på brukonstruksjon

Det er kun valgt å ta hensyn til egenlast (permanent last), vertikal trafikklast (som dominerende variabel last) og oppspenning (spennkraft; deformasjonslast), samt tap av spennkraft. Dette er delvis gjort for å avgrense rapporten - og lastene er valgt ut fra hva som antas å gi de største lastvirkningene (i rapporten: bøy- og torsjonsmoment).

Som det ses av tabell 2.8, tas det ikke hensyn til effekt av deformasjonslastene kryp og svinn i betongen. I en dimensjoneringsprosess skal disse i utgangspunktet inkluderes. Grunnen til at disse da neglisjeres her, ligger i det faktum at det er en usikkerhet i om de to beregningsprogrammene (NovaFrame og Diana) prosesserer

disse ved samme metode, og derfor eventuelt ville bidratt til å skape et ugyldig sammenlikningsgrunnlag.

2.4.5 Lastkombinasjon og lastfaktorer

Kombinasjon- og lastfaktorer for vegbruer, som brukes på forspenning, trafikk- og egenlastene i bruddgrensetilstanden, er gitt i det nasjonale tillegget i NS-EN 1990 (endringsblad A1) [9], hvor tabell NA.A2.1 og tabell NA.A2.4 er av særlig viktighet for aktuelt tilfelle.

I tabell 2.9 nedenfor, som henviser til tabell NA.A2.1 [9], leses det ut aktuell(e) ψ -faktor(er).

Påvirkning	Symbol	ψ_0	ψ_1	ψ_2	$\psi_{1,infq}$	
Trafikkklaster (se NS-EN 1991-2, tabell 4.4)	Boggilast (BL)	0,7	0,7	0,2/0,5	0,8	
	gr1a (LM1 + laster på gangbaner/fortau)	Jevnt fordelt last (JFL)	0,7	0,7	0,2/0,5	0,8
		Horisontale laster	0,7	0,7	0,2/0,5	0,8
		Laster på gangbaner/fortau	0,7	0,7	0,2/0,5	0,8
	gr1b (enkel aksling)		0,7	0,7	0,2/0,5	0,8
	gr2 (horisontale krefter)		0,7	0,7	0,2/0,5	0,8
	gr3 (laster på gangbaner/fortau)		0,7	0,7	0,2/0,5	0,8
	gr4 (LM4 - Laster fra ansamling av mennesker)		0,7	0,7	0,2/0,5	0,8
	gr5 (LM3 - Spesialkjøretøyer)		-	-	-	-

Tabell 2.9: Verdier av ψ -faktorer for vegbruer - etter tabell NA.A2.1 [9]

$\psi_0 = 0,7$ er faktor for kombinasjonsverdi for en variabel påvirkning for bruddgrensetilstand og blir således benyttet videre. Tabell 2.10 viser fremgangsmåten for å finne kombinasjonsfaktorer. Her inngår den nevnte ψ -faktoren.

Vedvarende og forbigående situasjoner	Permanente laster		For-spennning	Dominerende variabel last (*)	Øvrige variable laster (*)
	Ugunstig	Gunstig			
(Likning 6.10a)	$\gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_P P$	$\gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1}$	$\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$
(Likning 6.10b)	$\xi_j \gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_P P$	$\gamma_{Q,1} Q_{k,1}$	$\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$

(*) Variable laster er de som er oppført i tabellene NA.A2.1 til NA.A2.3

Tabell 2.10: Dimensjonerende verdier for laster (STR/GEO) (Sett B) - etter tabell NA.A2.4 [9]

Tabell 2.10 refererer til ligning 6.10a og 6.10b i [9]. Lastkombinasjoner for vedvarende eller forbigående dimensjonerende situasjoner uttrykkes som det minst gunstige av de to uttrykkene.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \\ \sum_{j \geq 1} \xi_j \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \end{array} \right.$$

der:

- " + " betyr "kombinert med";
- Σ betyr "kombinert virkning av";
- ξ er en reduksjonsfaktor for ugunstige permanent laster G.

Verdiene definert i NS-EN 1990 for disse faktorene er:

- $\gamma_{Gj,sup} = 1,35$ for permanent last
- $\gamma_{Gj,inf} = 1,0$ for permanent last
- $\xi = 0,89$ for egenvekt
- $\gamma_P = 0,9/1,1$ jfr. NS-EN 1992-1-1 punkt NA.2.4.2.2 settes lastfaktoren for forspenning lik 0,9 eller 1,1 dersom dette er ugunstigere.
- $\gamma_Q = 1,35$ for vegtrafikk fra kjøretøyer og fotgjengere, hvis ugunstig (0 hvis gunstig).
- $\gamma_Q = 1,50$ for øvrige variable laster, hvis ugunstig (0 hvis gunstig).

Som det fremgår av 2.4 (Laster), er trafikklaster den dominerende variable last for referansekonstruksjonen. Dermed settes $\gamma_{Q,1} = 1,35$. I tabell 2.11 presenteres endelige faktorer i henhold til tabell 2.10.

Vedvarende og forbigående situasjoner	Permanente laster		For-spennning	Dominerende variabel last
	Ugunstig	Gunstig		
(Likning 6.10a)	$1,35 \times G_{kj,sup}$	$1,0 \times G_{kj,inf}$	$0,9 \times P$ el. $1,1 \times P$	$1,35 \times 0,7 \times Q_{k,1} = 0,945 \times Q_{k,1}$
(Likning 6.10b)	$0,89 \times 1,20 \times G_{kj,sup} = 1,35 \times G_{kj,sup}$	$1,0 \times G_{kj,inf}$	$0,9 \times P$ el. $1,1 \times P$	$1,35 \times Q_{k,1}$

Tabell 2.11: Dimensjonerende verdier for laster, der verdier gitt i henhold til tabell 2.10

Summen av verdiene for de respektive tabellradene representerer henholdsvis standardens ligning 6.10a og 6.10b, heretter kalt tilfelle a og tilfelle b, hvor den minst gunstige blir dimensjonerende lastkombinasjon. Hvilke lastkombinasjoner som blir gjeldende vil fremgå av kapittel 4.

Som tidligere nevnt, skal problemstillingen besvares på bakgrunn av resultater for bruddgrensetilstanden. Det er derfor ikke aktuelt å gå inn på faktorer som gjør seg gjeldende i bruksgrensetilstanden. Det understrekes imidlertid at det i en enhver dimensjoneringsprosess er av stor viktighet å studere virkninger også i bruksgrensetilstanden.

2.5 Landkarløse bruer og grensebetingelser

Som nevnt i kapittel 1, er referansekonstruksjonen en såkalt landkarløs bru. Landkarløse bruer, også omtalt som fugefrie eller landkarfrie bruer (engelsk: *integral bridges*), karakteriseres ved at de er uten fugekonstruksjon og at landkarvinger er støpt i ett (monolittisk) med overbygningens endetverrbærer. Fugefrie bruende kan understøttes av søyler, veggstøyle, skiver, peler osv. avhengig av grunnforhold. For referansekonstruksjonen er de fugefrie endene understøttet av korte skivesøyler innspent i bunnen. Opplegget kan plasseres under endetverrbæreren eller litt inn

under overbygningen slik at enden blir utkraget. Forbindelsen mellom over- og underbygning kan utformes monolittisk, med betongledd eller med lager [1]. Som nevnt tidligere, er forbindelsen mellom under- og overbygning monolittisk utformet for referansekonstruksjonen. De siste årene (per 2012) har utformingen av flerspenns bruer tendensert mot lange og kontinuerlige landkarløse brukonstruksjoner. Fordelene med disse er blant annet bedre kjørekomfort og redusert kostnads- og vedlikeholdsnivå, da ekspansjonsfugene forsvinner.

I avsnittet ovenfor er det gitt beskrivelse av utforming av bruende og tilhørende grensebetingelser. For de to søylene (akse 3 og 4) gjelder tilnærmet samme betingelser. Søylene støpes monolittisk til overbygningen, og søylene er innspent i bunnen. Hvordan grensebetingelsene modelleres fremgår av kapittel 4.

3 Analysestrategi og beregningsmetoder

Ved prosjektering og dimensjonering av en brukonstruksjon, må konstruksjonen analyseres slik at den med sikkerhet kan motstå og opprettholde sin virkning ut fra de påkjenninger og belastninger den tenkt kan utsettes for. Denne analyseprosessen kan gjennomføres ved hjelp av ulike typer beregningsteorier og metoder. I dette kapitlet beskrives hovedprinsippene og forutsetningene for analysene og teoriene benyttet i denne rapporten.

3.1 Generelt

Beregning og analyse av brukonstruksjoner gjøres, i likhet med andre typer konstruksjoner, ved å etablere en matematisk beregningsmodell av den faktiske konstruksjonen. Beregningsmodellens oppgave er å gi virkningene (responsen) de påførte påkjenningene (belastningen) forårsaker. Modellen bør på best mulig måte representere konstruksjonens virkelige oppførsel. For de mer komplekse problemene finnes det vanligvis ingen «fasit» for hvordan denne beregningsmodellen bør etableres. I NS-EN 1990 (Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner) [8] punkt 5.1.1 stilles det krav til at konstruksjonsanalysen skal utføres med egnede beregningsmodeller, basert på etablert konstruksjonsteori og praksis. Det vil altså si at man står forholdsvis «fritt» i valg av metode for påvisning av konstruksjonens stabilitet, styrke og stivhet. Generelt vil valg av beregningsmetode være basert på konstruksjonens geometri og virkemåte, samt ønsket grad av nøyaktighet. De vanligste beregningsmetodene skiller seg fra hvilke teorier de er basert på (bjelke-, plate-, skallteori etc.).

Konstruksjonsanalyse av bruer er i dag stort sett basert på bruk av programvare, hvor det grovt sett skilles mellom ramme- og elementmetodeprogrammer. Programmene etablerer beregningsmodeller ved å dele opp konstruksjonen i mindre «biter» eller såkalte elementer med ulike egenskaper basert på benyttet beregningsteori. Rammeprogrammene modellerer konstruksjonen ved å benytte seg av stav- og bjelkeelementer i 1-, 2- eller 3-dimensjoner. De mer kompliserte elementprogrammene har et større utvalg av elementer og man kan

benytte både bjelke-, plate-, skall- og volumelementer. Begge programvaretypene har til felles at de (som oftest) er basert på forskyvningsmetoden og er etablert med utgangspunkt i matrisestatikk. Det vil si at de gir responsen fra en påkjenningen ut fra stivhetsrelasjonen i systemet, og forskyvningene som oppstår i de ulike frihetsgradene ut fra en lastsituasjon. For et 1-dimensjonalt problem kan matrisestatikken gi den «eksakte» løsningen, men ved innføring av flere dimensjoner og ulike elementtyper, vil selve elementanalysen kunne gi tilnærminger. Valgt beregningsmetode trenger nødvendigvis ikke å være *enten eller*; men også *både og* [13]. Et eksempel kan være at globale analyser utføres med et rammeprogram, før lokale snitt behandles i et elementmetodeprogram. Det er dessuten en relativt vanlig bransjepraksis at rammeprogrammer benyttes for å fastsette tverrsnitt og laster i et forprosjekt, før et elementmetodeprogram benyttes for lokal dimensjonering under detaljprosjektering.

Som presentert under rapportens innledning, er det mål om å kunne gi en god fremstilling av ulikhetene i lastvirkninger som de to respektive teoriene medfører. For en generell bjelke-/platebru tilsvarende referansekonstruksjonen, er det vanlig praksis å benytte rammeprogrammer basert på bjelketeori for analyse av problemet. Men som brutypespesifikasjonen tilsier, har en bjelke-/platebru også en viss platevirkning. Og i tillegg til at horisontalkrumningen gjør konstruksjonen og lastvirkningene mer komplekse, stilles det spørsmål ved om analyse basert på bjelketeori er tilstrekkelig. For å se nærmere på eventuelle ulikheter, utføres det derfor beregninger basert på både bjelke- og skallteori - i henholdsvis et 3D-rammeprogram (NovaFrame) og et elementmetodeprogram (Diana). Begge analysemetodene har sine fordeler og ulemper: Platemodellering med skallelementer er en krevende og avansert analyse som gir resultater med høy nøyaktighet. Bjelketeorien, på sin side, forutsetter visse forenklinger som beregningsmessig gjør det hele en del enklere, dog med en lavere grad av nøyaktighet.

3.2 Grunnleggende forutsetninger for konstruksjonsanalysen

De grunnleggende forutsetningene for analyser og beregninger i denne rapporten er gitt i henhold til bestemmelsene i NS-EN 1992-1-1 [11] punkt 5.4 og i NS-EN 1992-2 [12] punkt 5.5(105). Dette innebærer følgende betingelser for dimensjonering og beregning av lastvirkninger i både bruks- og bruddgrensesituasjoner:

- lineært elastisk og homogent materiale (sammenhengen mellom spenninger og tøyninger er rettlinjet og reverserbar)
- små forskyvninger (likevekt og kompatibilitet på den opprinnelige udeformerte geometrien)
- lastvirkning basert på lineær elastisk beregning med middelverdien av elastisitetsmodulen og urisset tverrsnitt
- ingen omfordeling av momenter (bør ikke utføres for horisontalkurvebrudekker)

3.3 Bjelketeori

Begrepet bjelketeori spenner vidt og omhandler i hovedsak ulike teorier for beregning av respons i en bjelke. En bjelke er et konstruksjonselement som kjennetegnes ved at bøyedeforrasjonene er dominerende i forhold til aksial- og skjærdeformasjonene. De mest kjente bjelketeoriene som benyttes i dag er Euler-Bernoulli, Timoshenko og Mindlin-Reissner. Alle disse har sine ulike fordeler og ulemper, og det finnes ingen fasit

for hvilken som gir mest nøyaktig resultat. Geometri, dimensjoner, materialer, beregningsverktøy og ønskede resultatvariabler spiller inn for hva slags teori som bør benyttes. Det er videre valgt å fokusere på den delen av bjelketeorien som danner grunnlaget for beregningsprogrammet NovaFrame; nemlig Euler-Bernoulli bjelketeori.

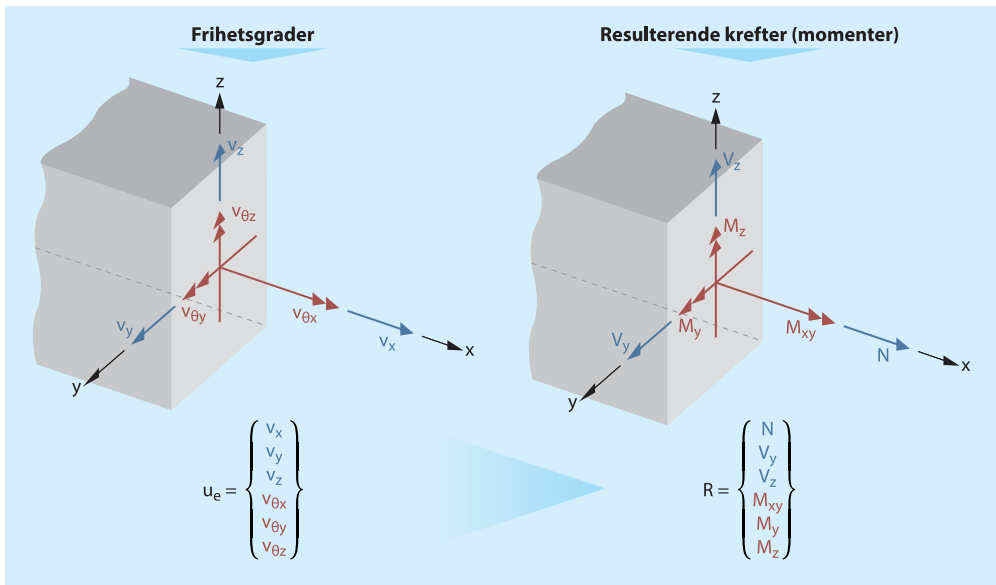
3.3.1 Euler-Bernoulli bjelketeori

Begrepet Euler-Bernoulli teori er synonymt med vanlig bjelketeori eller teknisk bjelketeori. Denne teorien forutsetter følgende [13]:

- lineær teori (små forskyvninger, lineært elastisk og homogent materiale)
- deformasjonen i henhold til Naviers hypotese (plane tverrsnitt normalt på bjelkeaksen forblir plane og normale på bjelkeaksen)
- normalspenningene på tvers av bjelken (σ_z) neglisjeres.

Beregningsverktøyet NovaFrame (se 4.2 NovaFrame) benytter romlige (3D) bjelkeelementer basert på denne teorien. Generelt vil dette si at det ses bort i fra skjærdeformasjoner (skjærtøyninger). Programmet har imidlertid en innebygd korreksjon for dette. Videre er det valgt å ikke se nærmere på denne effekten, da teorien bak er forholdsvis omfattende. Det viktigste for rapportens hensikt er vissheten om at denne effekten er tatt med. Det kan imidlertid nevnes at effekten ikke inkluderes dersom *Poisson*-forholdet ν settes lik 0 i beregningsprogrammet.

Et romlig bjelkeelement har til sammen 12 frihetsgrader; seks for hver endenode (knutepunkt). Elementet kan generelt være utsatt for bøyning om to ortogonale akser (x og y) og ha vridning om sin egen akse (torsjon), i tillegg til aksialdeformasjoner. Frihetsgradene for hver node er tre translasjoner (v_x , v_y og v_z) og tre rotasjoner ($v_{\theta x}$, $v_{\theta y}$ og $v_{\theta z}$) – henholdsvis i og om de lokale aksene. Med utgangspunkt i frihetsgradene og stivhetsrelasjonene i systemet, kombinert med tverrsnittsegenskapene (A , E , I), gir forskyvningsmetoden en 12×12 elementstivhetsmatrise. Dersom elementstivhetsmatrisene kombineres til en global stivhetsmatrise og det innføres en lastvektor gir, dette seks resulterende krefter (momenter) som vist i figur 3.1.

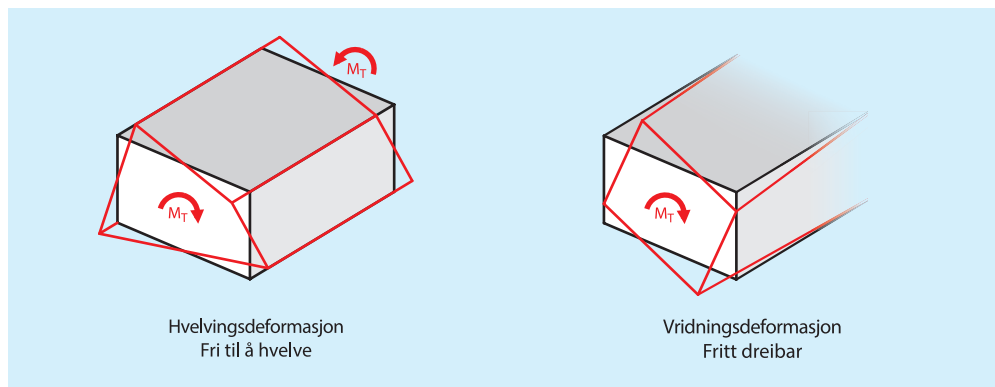


Figur 3.1: 3-dimensjonalt Euler-Bernoulli bjelkeelement

Beregningsteorien forutsetter at elementene har et dobbeltsymmetrisk tverrsnitt med noder (knutepunkter) i arealsenteret (på nøytralaksen), men det kan benyttes tverrsnittsegenskaper tilsvarende den faktiske geometrien tilknyttet hvert enkelt element. NovaFrame genererer verdier for tverrsnittsegenskapene tilknyttet valgt geometri og inkluderer disse automatisk. Siden beregningene er basert på et dobbeltsymmetrisk tverrsnitt, vil det ikke være noen kobling mellom aksialkraften og bøyemomentet. I tillegg vil areal- og skjærsenteret være sammenfallende; derav ingen kobling mellom skjærkreftene og torsjonsmomentet [13]. Disse betingelsene, i sammenheng med forutsetningen om at plane tverrsnitt forblir for blir plane (Naviers hypotese), medfører at det ses bort i fra hvelvingstorsjon (aksielle forskyvninger på grunn av vridning). For beregninger av torsjonsmomentet blir det altså kun tatt hensyn til Saint-Venant torsjon. Dette fenomenet forklares nærmere i neste avsnitt.

3.3.2 Torsjon i bjelker

Når en bjelke utsettes for usymmetriske laster eller påføres laster med en eksentrisitet fra skjærsenteret, vil det oppstå deformasjoner i tverrsnittet. Disse deformasjonene fører med seg spenninger (tverrskjær) og et resulterende torsjonsmoment. Torsjonsmoment i et bjelketverrsnitt vil generelt være en sammensatt respons av de to effektene Saint-Venant torsjon og hvelvingstorsjon. Fordelingen mellom Saint-Venant og hvelvingstorsjon er avhengig av tverrsnittsgeometri og randbetingelser. Vanligvis vil responsen være summen av de to bidragene [14]. Saint-Venant torsjon vil si at bjelken er fri til å få vridning om lengdeaksen (se figur 3.2), noe som kun medfører skjærspenninger i tverrsnittet. Hvelvingstorsjon oppstår når tverrsnittet er forhindret (ved for eksempel innspenning) fra å få hvelvings- og vridningsdeformasjoner, som vist i figur 3.2. Dette gjør det hele mer komplekst siden det da oppstår forskyvninger i lengdeaksen og det oppstår både normal- og skjærspenninger [15].



Figur 3.2: Torsjonsdeformasjoner

Torsjonsbidraget fra hvelving kan i utgangspunktet gi lokalt økt stivhet mot torsjon, avhengig av innspenningsforholdet (grensebetingelsene). Dette eventuelle stivhetsbidraget blir, som omtalt i forrige avsnitt, ikke tatt med i beregningene i NovaFrame.

Torsjonsmomentet basert på Saint-Venant torsjon kan generelt finnes etter følgende formel [15]:

$$M_{xy,ST} = GI_t \cdot \theta \quad (3.1)$$

der

GI_t er torsjonsstivheten

θ er torsjonsvinkelen (endring i rotasjonen ϕ per lengdeenhet: $d\phi/dx$)

Torsjonsmoment på grunn av hvelvingstorsjon kan generelt finnes etter denne formelen [15]:

$$M_{xy,H} = -EC_w \frac{d^3\phi}{dx^3} \quad (3.2)$$

der

C_w er tverrsnittskonstanten for hvelving

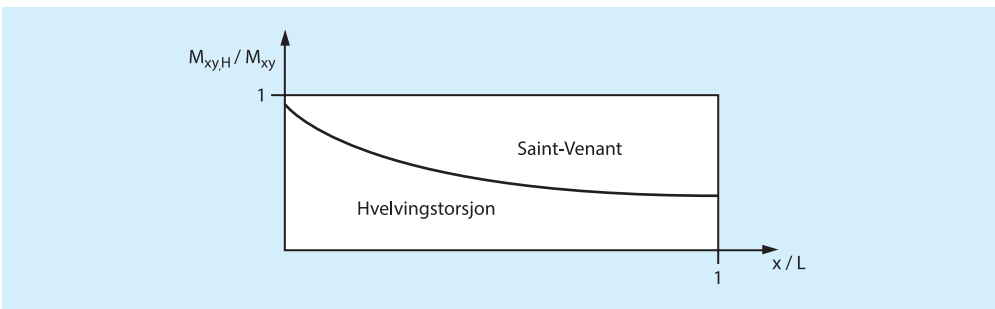
$\frac{d\phi}{dx}$ er endring i torsjonsvinkel

For en generell stav med hvelvingsforhindret opplagring (for eksempel innspent) opptas torsjonsmomentet M_{xy} dels ved Saint-Venant torsjon og dels ved hvelvingstorsjon, og likevekt gir [15]:

$$M_{xy} = -EC_w \frac{d^3\phi}{dx^3} + GI_t \cdot \theta \quad (3.3)$$

Denne likningen (3.3) er i utgangspunktet kun gyldig dersom det ikke oppstår normalkraft eller bøyemoment, da disse virkningene vil gi et bidrag til torsjonsmomentet som kalles Wagner-effekten [15]. Likevel gir likning 3.3 en indikasjon på hvordan beregningene av torsjonsmoment i en bjelke foretas.

For en generell bjelke innspent i én ende og fri i den andre, gis fordeling som vist i figur 3.3.



Figur 3.3: Torsjonsmomentets fordeling ved innspenning

Hvelvingstorsjon gir normalt store normalspenninger og små skjærspenninger, mens Saint-Venant torsjon (fri til å få vridning) kun gir skjærspenninger, jfr. deformasjonsformene illustrert i figur 3.2.

Siden analysen i NovaFrame er basert på beregning av torsjonsmoment etter Saint-Venant teori, er det derfor valgt å ikke gå nærmere inn på beregningene og parameterne bak hvelvingstorsjon. For torsjonsberegning etter Saint-Venant teori ses det av likning 3.1 at denne avhenger av torsjonsarealmomentet I_t (Saint-Venant

torsjonskonstant). Denne konstanten kan bestemmes etter anerkjente metoder for de fleste tverrsnitt, men NovaFrame gjøre ikke dette automatisk. Derfor er det i kommende avsnitt sett nærmere på denne konstanten og hvordan beregningen av den foretas.

3.3.3 Torsjonsarealmomentet for et bjelketverrsnitt

Torsjonsarealmomentet (også kalt Saint-Venant torsjonskonstant) er en parameter som fastsetter tverrsnittets evne til å motstå torsjon, basert på at det kun oppstår skjærspenninger i planet (Saint-Venant torsjon). I NovaFrame settes torsjonsarealmomentet I_t som standard lik det polare arealmomentet ($I_x + I_y$), men med en mulighet til å korrigere verdien med en skaleringsfaktor k . En torsjonskonstant tilsvarende det polare arealmomentet vil i utgangspunktet kun være gyldig for sirkulære tverrsnitt. For et vinge-/flenstverrsnitt tilsvarende referansekonstruksjonens, må derfor verdien korrigeres. Det vil si at torsjonsarealmomentet må beregnes manuelt, for å så benytte korreksjonsfaktoren k til å korrigere standardverdien mot den beregnede. Beregningsgangen er generelt en forholdsvis enkel prosess så lenge tverrsnittet har simpel geometri. Referansekonstruksjonen har dog et noe komplekst tverrsnitt med innvendige hjørner. Dette gjør prosessen mer komplisert, siden det er vanskelig å analysere hvordan torsjonsskjærstrømmen vil opptre i dette tilfellet. Det finnes en rekke komplekse beregningsmetoder (se bl.a. [5]), men generelt er det vanlig praksis og tilstrekkelig tilfredsstillende å forenkle disse. For tverrsnitt tilsvarende referansekonstruksjonens er det vanlig å dele opp tverrsnittet i elementer med standard geometri og summere de ulike bidragene. Innenfor Saint-Venant teorien finnes det tilnærmede formler for massive tverrsnitt uten innvendige hjørner (triangler, sirkler, ellipser osv.). Generelt kan torsjonsstivheten finnes ved likning 3.4 [5]:

$$I_t = \frac{A^4}{40} \cdot I_p \quad (3.4)$$

der

A er tverrsnittsareal

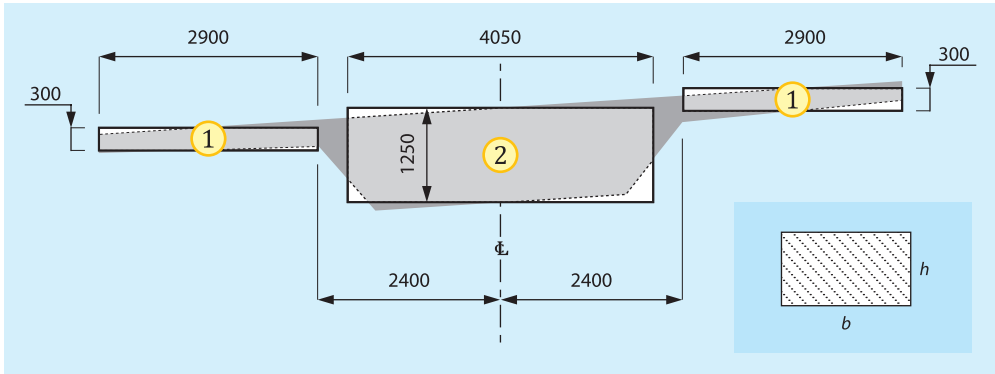
I_p er det polare arealmoment

For rektangulære tverrsnitt gjelder imidlertid følgende [5]:

$$b < 5h \rightarrow I_t = \frac{3b^3 \cdot h^3}{10(b^2 + h^2)} \quad (3.5)$$

$$b > 5h \rightarrow I_t = \frac{b \cdot h^3}{3} \quad (3.6)$$

Referansekonstruksjonens torsjonsarealmomentet beregnes på bakgrunn av beskrivelsen og likningene ovenfor. Som vist i figur 3.4, deles referansekonstruksjonens tverrsnitt opp i tre deler som tilnærmes som rektangulære.



Figur 3.4: Oppdeling av tverrsnitt for bestemmelse av torsjonsarealmomentet (alle mål i mm)

Del ① har $b > 5h \rightarrow I_t$ beregnes etter likning 3.8:

$$I_{t,1} = \frac{2900 \text{ mm} \cdot (300 \text{ mm})^3}{3} = 2,6100 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

Del ② har $b < 5h \rightarrow I_t$ beregnes etter likning 3.7:

$$I_{t,2} = \frac{3 \cdot (4050 \text{ mm})^3 \cdot (1250 \text{ mm})^3}{10 \cdot ((4050 \text{ mm})^2 + (1250 \text{ mm})^2)} = 2,1667 \cdot 10^{12} \text{ mm}^4$$

Det totale torsjonsarealmomentet til tverrsnittet settes tilnærmet lik summen av bidraget fra de tre delene:

$$I_t \approx 2 \cdot I_{t,1} + I_{t,2} = (2 \cdot 2,6100 \cdot 10^{10} + 2,1667 \cdot 10^{12}) \text{ mm}^4 = 2,2189 \cdot 10^{12} \text{ mm}^4$$

Standard beregning av torsjonsarealmomentet i NovaFrame gir:

$$I_{t,NF} = k_{It} \cdot (I_x + I_y) = 1,0 \cdot (1,079 \cdot 10^{12} + 3,531 \cdot 10^{13}) \text{ mm}^4 = 3,539 \cdot 10^{13} \text{ mm}^4$$

For å korrigere torsjonsarealmomentet beregnet av NovaFrame $I_{t,NF}$ til utregnet verdi I_t , benyttes skaleringsfaktoren k_{It} :

$$I_{t,NF} = k_{It} \cdot (I_x + I_y) = I_t \rightarrow k_{It} = \frac{I_t}{(I_x + I_y)} = \frac{2,2189 \cdot 10^{12} \text{ mm}^4}{3,539 \cdot 10^{13} \text{ mm}^4} = 0,0627$$

Se avsnitt 4.2.1 for hvordan denne verdien anvendes i NovaFrame.

3.4 Plate- og skallteori

3.4.1 Plateoppførsel

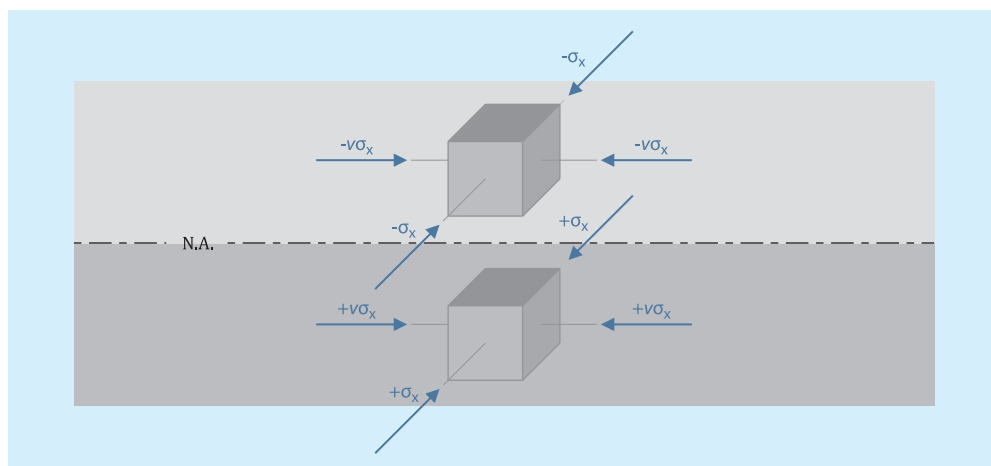
En plate er definert som et konstruksjonselement hvor tykkelsen er «mye» mindre enn geometrien i de andre retningene. For referansekonstruksjonen er avstanden mellom støttepunktene (grensebetingelsene) store i forhold til tykkelsen. Tverrsnittet er dessuten bredt og brudekket kan betraktes som en plate. I likhet med en bjelke, bærer

en plate vertikallaster som bøyning, men i tillegg til bøyemoment i lengderetninger, tar en plate også opp laster sideveis gjennom bøyning i tverretninger. Beregninger etter ordinær plateteori gir bøye- og torsjonsmomenter i to retninger, samt to tverrskjærkrefter og én skjækraft. En generell plateberegning vil med andre ord ikke ta hensyn til eventuelle normalkrefter i planet. For en brukonstruksjon med forspenning og hvor stivheten (forskyvningene) i planet er avgjørende, vil ikke ren plateteori gi tilstrekkelig tilfredsstillende beregningsmetode. **For å inkludere koblingen mellom platevirkningen og normalkreftene i planet må det derfor benyttes skallteori.** Skallteori kan ses på som en videreutvikling av plateteorien, der det tas hensyn til både membran- og bøyekrefter - altså en kombinasjon av skive- og platevirkning. Skallteori forbindes vanligvis med buede konstruksjoner, men denne beregningsteorien er også vanlig å benytte for plane konstruksjonselementer. Alle typer konstruksjoner som har liten tykkelse i forhold til de andre dimensjonene kan modelleres med skallelementer [17].

Ved beregning etter plate- og skallteori, der lineær elastisk oppførsel forutsettes (se avsnitt 3.2), vil det ved platebøyning oppstå en effekt som hindrer tverrkontraksjon i planet. Denne effekten gir økt stivhet i forhold til det som er vanlig ved ordinær bjelketeori. Dersom det studeres en plate under ren bøyning, vil det oppstå trykkspenninger over nøytralaksen og strekkspenninger under nøytralaksen, som vist i figur 3.5. Materialet over nøytralaksen vil forsøke å «vokse» i bredden, mens det vil forsøke å «trekke seg sammen» under nøytralaksen. Siden platens utbredelse (bredden) er «stor» vil det oppstå tverrkontraksjonsspenninger, avhengig av *Poissons* forhold ν . Denne effekten tas hensyn til i beregningene av bøyemomentene ved at elastisitetsmodulen E korrigeres som i likning 3.7 [16]:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (3.7)$$

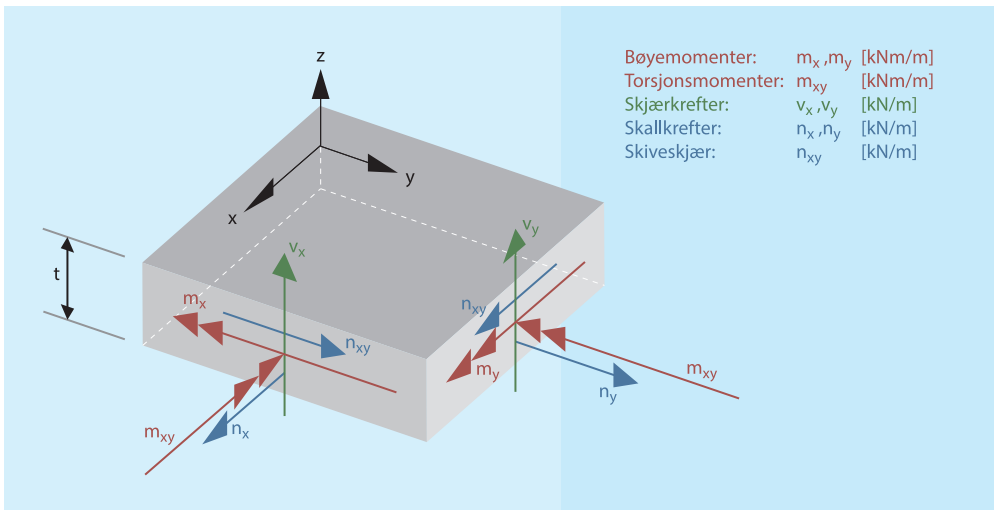
Hvordan denne effekten inkluderes i beregningene av bøyemoment blir omhandlet videre under avsnitt 3.4.3. I neste avsnitt forklares de viktigste aspektene innenfor skallteorien.



Figur 3.5: Tverrkontraksjonsspenninger ved plateeffekt

3.4.2 Skallteori

Som nevnt i forrige avsnitt, må det benyttes skallteori for å kunne ta hensyn til normalkreftene som oppstår i brukonstruksjonen. Denne teorien kan anses som en modifikasjon av plateteorien, der det tas hensyn til koblingen mellom normalkreftene i planet og bøyeeffektene. Beregninger etter skallteori gir direkte åtte spenningsresultater for ett element; to bøyemomenter, ett torsjonsmoment, to tverrskjærkrefter og tre normalkrefter [17], som vist i figur 3.6. Alle kreftene (momentene) har enhet per lengde.



Figur 3.6: Resulterende krefter for et skallelement

Klassisk skallteori er basert på kompliserte ligninger, hvor det innføres forutsetninger og antakelser for å gjøre det hele løsbart. For håndregning har dette medført mange ulike formuleringer for et skallproblem. Innenfor elementmetoden er imidlertid problemene rundt løsbareheten eliminert og det er kun enkelte forutsetninger som gir tilnærmingen. Det finnes generelt tre metoder/teorier for skallmodellering innen elementmetoden [14]:

1. *Kombinerte elementer*: Skallflaten modelleres av en samling plane elementer dannet ved kombinerende av membran-/skiveelementer og bøyings-/plateelementer. Denne metoden gir ingen kobling mellom membran- og bøyekreftene.
2. *Love-Kirchhoff teori (klassisk tynnskallteori)*: Skalltykkelsen er her så liten ($t/L < 1/10$) at den antas som neglisjerbar: spenninger og tøyninger er små. En normal til midtflaten før deformasjon, forblir rett og normal på midtflaten under deformasjonen. Det medfører at skjærdeformasjoner ikke inkluderes.
3. *Mindlin skallteori (degenererte volumelementer)*: Elementene kan betraktes som spesielle former for massive (3D-)elementer med spesielle egenskaper som tillater liten utstrekning i den ene retningen. Tverrskjær (skjærdeformasjoner) inkluderes i henhold til Mindlin-Reissner teori.

Valg av skallteori og tilknyttet elementtype innenfor elementmetoden vil i hovedsak være basert på konstruksjonens geometri og virkning. For referansekonstruksjonen

blir det naturlig å få med koblingen mellom bøyning og normalkrefter. I tillegg er det i analyseverktøyet Diana krav til at etteroppspent armering ikke skal være bundet til de omliggende elementene (*NOBOND option*). Denne egenskapen er kun tilgjengelig for Mindlin skallelementer i programmet [19]. Valget av skallteori faller dermed naturlig på Mindlin. Det blir under avsnitt 4.3.1 forklart nærmere hva slags type Mindlin skallelementer som benyttes i modelleringen av referansetilfellene. Før dette, blir det i neste avsnitt gått noe nærmere inn på Mindlin skallteori.

3.4.3 Skallelementer basert på Mindlin teori (degenererte volumelementer)

Modelleringen av referansekonstruksjonen i elementprogrammet Diana, blir på bakgrunn av de foregående avsnittene, utført ved å benytte såkalte Mindlin skallelementer. Teorien bak denne type elementer forklares noe nærmere i dette avsnittet, hvor det er tatt utgangspunkt i teorigrunnlaget i [18] og [19].

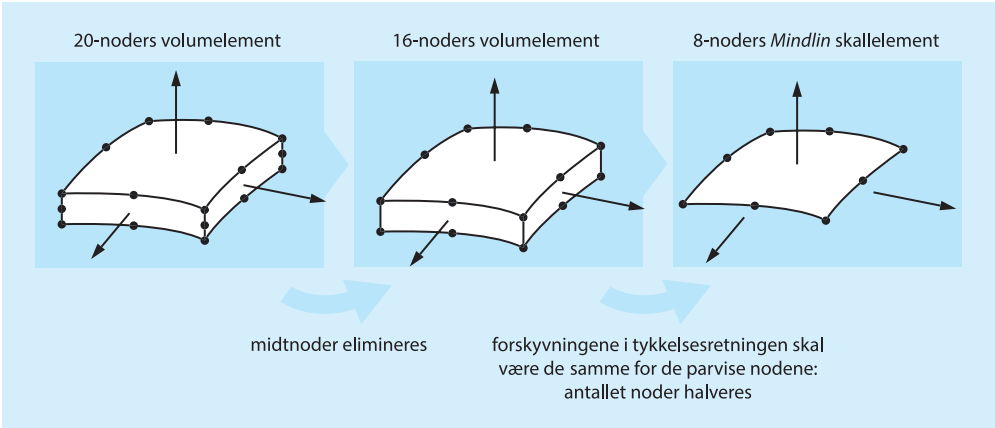
Mindlin skallteori kalles også tykkskallteori eller kontinuumsbasert skallformulering. Elementtypen er ofte forbundet med buede konstruksjoner, men kan fint benyttes også for flate/plane konstruksjoner. Bakgrunnen for betegnelsen tykkskallteori ligger i implementeringen av skjærdeformasjoner i beregningene. Videre er det viktig å presisere at tykkelsen ikke nødvendigvis trenger å være stor: Mindlin skallelementer kan også benyttes for en plate definert som tynn, hvor skjærdeformasjonen generelt er neglisjerbare. Effekten av skjærtøyninger (skjærdeformasjoner) som oppstår i elementet avhenger av tykkelsen. Tykkskallformuleringen har generelt en tendens til å være mer nøyaktig enn tynnskallteorien - også for tynne plater - men stivheten kan i noen tilfeller bli noe stor for veldig tynne plater [20]. Som en generell regel sies det at tykkplateeffekten kommer når forholdet mellom tykkelse og spennvidde blir større enn 1/10 [21].

Et *Mindlin* skallelement er basert på et degenerert 3-dimensjonalt volumelement hvor det innføres følgende hypoteser [18] [19]:

- en normal på skallflatens midtplan forblir rett under deformasjon, men ikke nødvendigvis normal på flaten
- normalspenningene vinkelrett på flaten tvinges til å være lik null ($\sigma_z = 0$)

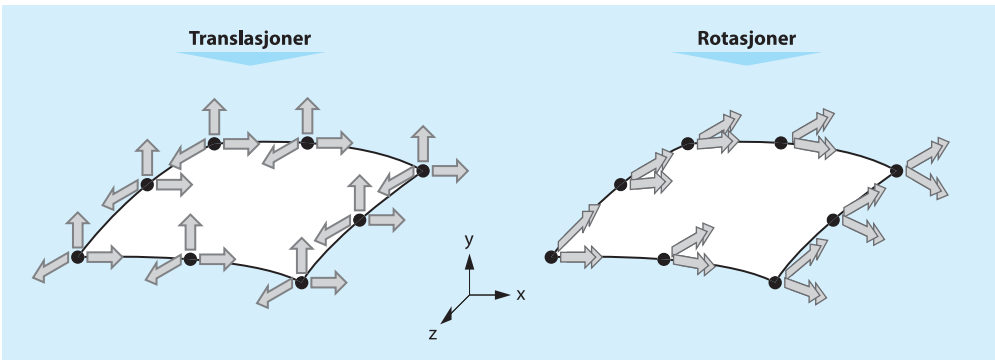
Den første forutsetningen er også kjent som Mindlin-Reissner hypotesen. Denne er gjeldende innenfor både bjelke-, plate- og skallteori og medfører at skjærdeformasjoner (tøyinger) inkluderes. Den andre hypotesen er en forutsetning innenfor plate- og skallteori og gir en plan spenningstilstand.

Om tar man for seg et 20-noders volumelement som degenereres (se figur 3.7) til et skallelement, elimineres først midtnodene slik at en normal på midtflaten kan være rett (Mindlin-Reissner). Deretter sies det at forskyvningene i tykkelsesretningen skal være de samme for de parvise nodene. Dette medfører at antallet noder kan halveres og plasseres i midtplanet, hvilket resulterer i et 8-noders Mindlin skallelement.



Figur 3.7: Etablering av *Mindlin* skallelement

Elementet har åtte noder i skallets midtplan, der hver enkelt node har fem frihetsgrader: tre translasjoner og to rotasjoner definert i de globale retningene (se figur 3.8). De grunnleggende variablene i et *Mindlin* skallelement er translasjonene u_i og rotasjonene ϕ_i . Ut fra disse beregnes tøyninger, Cauchy spenninger⁵ og generaliserte krefter (momenter). Fremgangsmåten og de mest grunnleggende forutsetningene forklares videre.



Figur 3.8: Frihetsgrader for 8-nodet skallelement.

For en gitt belastning, vil beregninger i henhold til elementmetoden gi forskyvninger som oppstår i elementenes noder. For hver node etableres en forskyvningsvektor u_e som beskriver forskyvningene i de respektive frihetsgradene:

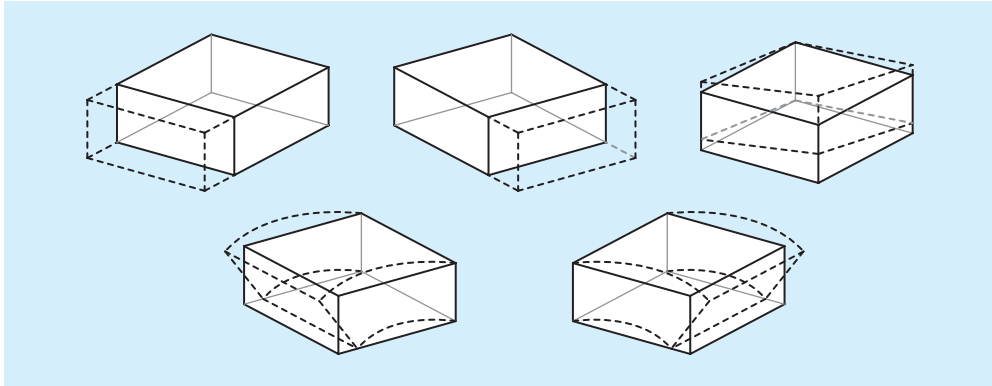
$$u_e = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

⁵ Cauchy spenninger (sanne spenninger): $\sigma = \frac{F}{A}$

De globale forskyvningene for hver enkelt node medfører tøyninger (deformasjoner) lokalt i elementet (se figur 3.9). De lokale elementtøyningene finnes ved å derivere de globale forskyvningene i tillegg til å transformere dem til elementets/nodenes lokale akser, som vist i likning 3.9:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = T_{\varepsilon} \cdot \begin{Bmatrix} \partial u_x / \partial X \\ \partial u_y / \partial Y \\ \partial u_z / \partial Z \\ \partial u_x / \partial Y + \partial u_y / \partial X \\ \partial u_y / \partial Z + \partial u_z / \partial Y \\ \partial u_z / \partial X + \partial u_x / \partial Z \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

der T_{ε} er transformasjonsmatrise fra global XYZ til lokal xyz



Figur 3.9: Eksempler på deformasjonstilstander for skallelement

De lokale tøyningene $\hat{\varepsilon}$ beregnes for et sett med punkter internt i hvert element. Disse integrasjonspunktene eller såkalte *Gauss*-punkter er fordelt over planene og tykkelsen. Antallet punkter vil variere noe for forskjellige typer elementer. Ved hjelp av ulike metoder for numerisk integrasjon, interpoleres eller ekstrapoleres det frem et sett av tøyninger for hvert enkelt integrasjonspunkt. Generelt vil tøyningene (ε_{xx} , ε_{yy} og γ_{xy}) variere lineært over høyden, mens tverrskjærtøyningene (γ_{yz} og γ_{zx}) tvinges til å være konstante i tykkelsesretningen.

Ved å innføring av materialloven for lineært elastisk materiale (*Hooks lov*: $\sigma = E\varepsilon$) og videre korrigering for plateeffekten (se avsnitt 3.4.1), kan spenningene i hvert enkelt integrasjonspunkt finnes ut fra tøyningsvektoren i likning 3.9. Spenningsmatrisen blir da som følger:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} = \sigma_{yx} \\ \sigma_{yz} = \sigma_{zy} \\ \sigma_{zx} = \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E' & \nu E' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nu E' & E' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

der

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{og} \quad G^* = \frac{5G}{6}$$

Ved innføring av den modifiserte skjærmodulen G^* i likning 3.10 tas det hensyn til at skjærtøyningene beregnes som konstante i tykkelsesretningen, mens de i utgangspunktet opptrer som en parabel [18]. Som standard benytter Diana en reduksjonsfaktor for skjær på 17 prosent (5/6).

Det fremkommer at også den andre forutsetningen for et Mindlin skallelement inkluderes (som tidligere forutsatt i avsnittet). Dette skjer ved at normalspenningen ut av planet tvinges til å være lik null ($\sigma_{zz} = 0$).

Fra spenningene finnes spenningsresultantene ved hjelp av integrasjonsformlene (likning 3.11-3.16) og man får de resulterende kreftene og momentene gitt som per lengdeenhet.

Bøye- og torsjonsmomenter:

$$m_{xx} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xx} \cdot z \, dz \quad m_{yy} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{yy} \cdot z \, dz \quad m_{xy} = m_{yx} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xy} \cdot z \, dz \quad (3.11-3.13)$$

Skallkrefter:

$$n_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xx} \, dz \quad n_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{yy} \cdot z \, dz \quad n_{xy} = n_{yx} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xy} \, dz \quad (3.14-3.16)$$

Spenningsresultanter:

$$m = \begin{Bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} = m_{yx} \end{Bmatrix} \quad f = \begin{Bmatrix} n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{xy} = n_{yx} \\ q_{xz} \\ q_{yz} \end{Bmatrix} \quad (3.17-3.18)$$

Det som er presentert under dette avsnittet er en kort gjennomgang av hvordan *Mindlin* skallelementer er utviklet og hvordan elementprogrammet *Diana* beregner de resulterende skallkreftene (momentene). For grundigere utledning henvises det til bakgrunnsteorien i [18] og [19]. Valg av spesifikt Mindlin skallelement som benyttes i analysen i *Diana* behandles nærmere under 4.3.1. Videre er det viktig å presisere at det finnes noen ulemper/farar ved benyttelse av elementer etter Mindlin teori. Siden membran- og bøyedeformasjonene er koblet, kan det oppstå såkalt membranlåsning⁶ og skjærlåsning. Disse effektene kan medføre unøyaktige resultater. Det finnes likevel metoder for å unngå problemene: Ved å benytte flate elementer oppstår ikke membranlåsning og ved å benytte redusert integrasjon⁷ kan skjærlåsningen elimineres [18].

⁶ Uttrykket membranlåsning henviser til forhøyet stivhet i forbindelse med bøyning. Ikke alle elementer lider av defekten, men hos de elementene som opplever membranlåsning skyldes dette at de ulike tøyningssleddene kobles på en uheldig måte. Dette betyr at nodeforskyvninger som bare skal føle motstand i bøyemodus også føler membrankrefter. På grunn av at membranstivheten er mye høyere en bøyestivheten så oppviser elementet ingen respons i bøyning [18].

⁷ Integrasjonsregel én gang lavere enn full integrasjon. Kan medføre mykere elementoppførsel [18].

3.5 Generelle likheter og forskjeller

Hittil i kapittelet har det blitt foretatt en enkel presentasjon av grunnlaget og forutsetningene for bjelke- og skallteorien benyttet for rapportens beregninger. Disse metodene har imidlertid noen generelle likheter og forskjeller som presiseres nærmere i dette avsnittet.

Likheter

De alminnelige likhetene mellom metodene ligger stort sett i forutsetningene som settes for teoriene:

- lineært elastisk teori og homogent materiale
- deformasjonene er små
- ingen normalspenninger i z-retning

Forskjeller

Dersom det ses bort i fra de grunnleggende likhetene, finnes det aspekter som klart skiller metodene fra hverandre. Selve beregningsmodellene bygges opp på to forskjellige måter:

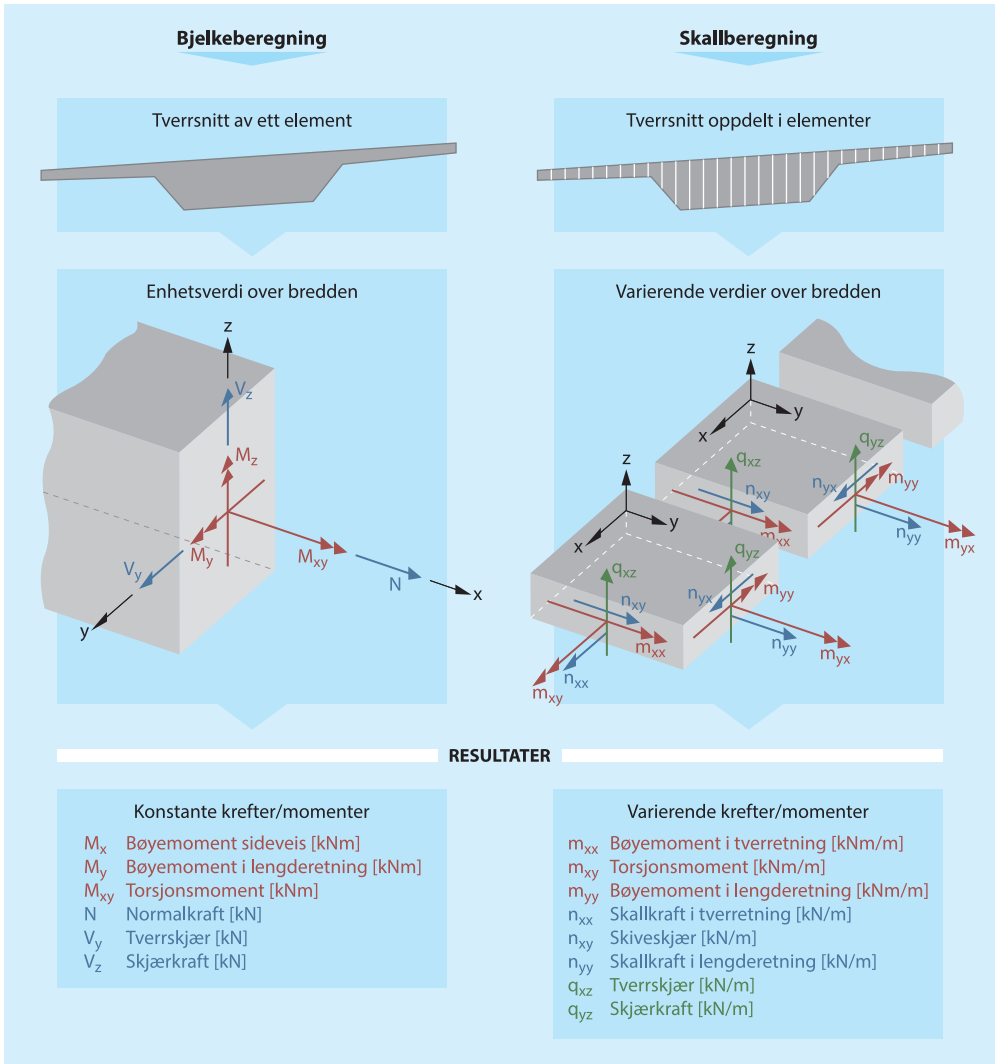
Bjelkemodellen er geometrisk enkel og har få kinematiske frihetsgrader, mens skallmodellen er mye mer kompleks og har et vesentlig større antall kinematiske frihetsgrader. De kinematiske frihetsgradene benyttes for å kunne representere konstruksjonens virkelige oppførsel på best mulig måte. For bjelkemodellen innebærer dette et av de fundamentale kravene, som sier at tverrsnittet ikke kan deformeres i sitt eget plan (bredden). Derav gir bjelkemodellen konstante verdier for hvert enkelt snitt gjennom lengderetningen. Dette er en forenkling av den virkelige tilstanden, hvor spenningen over tverrsnittet vil variere. Skallmodellen tar hensyn til denne variasjonen over bredden ved å «dele opp» tverrsnittet i flere elementer, slik at det oppnås variable verdier over tverrsnittet. Dette medfører også at skallmodellen tar hensyn til platevirkningen (se 3.4.1), som gir økt stivhet.

Som omtalt under avsnitt 3.3.1, blir beregningene av torsjonsmomenter for bjelkemodellen noe forenklet, siden beregningene kun er basert på *Saint-Venant* torsjonsteori - og ikke tar med eventuelle bidrag fra hvelvingstorsjon. For platemodellen finnes torsjonsmomenter ved å integrere opp tverrskjærspenningene over tverrsnittshøyden. Disse spenningene kommer fra den virkelige kinematikken i modellen og vil ta hensyn til eventuelle stivheter for fastholding og liknende.

Et av nøkkelspørsmålene er dermed om tilnærmingen bjelketeorien gjør, både for beregningen av bøyemomentet som konstante verdier og ved kun å ta hensyn til *Saint-Venant* torsjon, gir tilstrekkelig nøyaktighet.

3.6 Sammenlikning av resultater

De to beregningsmetodene (bjelke-/skallberegninger) har klare ulikheter, hvilket er omtalt i forrige avsnitt, samt tidligere i kapitlet. Dette medfører at resultatene ikke kan sammenliknes direkte og det må innføres noen antakelser/forutsetninger for sammenlikning. Generelt er prinsippene for hvordan beregningsmodellene/teoriene gir resultater nokså forskjellige. Som illustrert i figur 3.10 gir bjelkeberegningen enhetsverdier per snitt, mens skallberegningen gir varierende verdier over bredden.

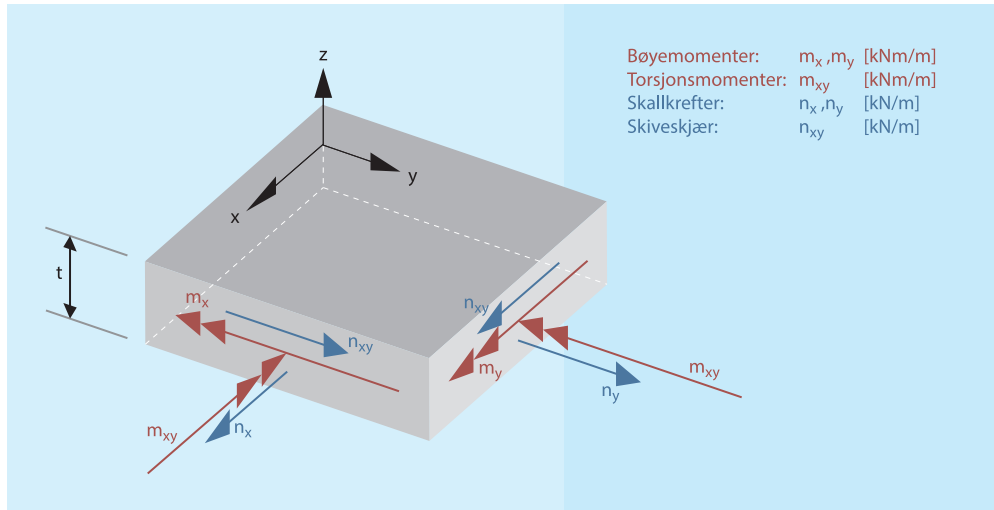


Figur 3.10: Resultater i tverrsnitt etter bjelke- og skallberegning

Ved studering av snitt (se figur 3.10), gir bjelkemodellen ett element over hele tverrsnittsbredden. For skallmodellen vil beregningsmodellen være «oppdelt» i flere elementer over den tilsvarende bredden. Som tidligere omtalt er det valgt å se på ulikheter i bøye- og torsjonsmomentet for alle referansekonstruksjonen og samtlige referansetilfeller. Det er videre valgt å basere denne sammenlikningen på enhetlige verdier per snitt. Disse finnes direkte for bjelkemodellen, mens det for skallmodellen oppnås en enhetsverdig verdi ved å integrere opp de varierende verdiene for bøye- og torsjonsmoment over bredden. Denne integrasjonen kan gjøres siden verdiene m_{yy} og m_{xy} (se figur 3.10) oppstår på og i selve planet, og vil variere over bredden. Hvordan det gjøres forklares nærmere under avsnittet om modellering i Diana (se 4.3.1).

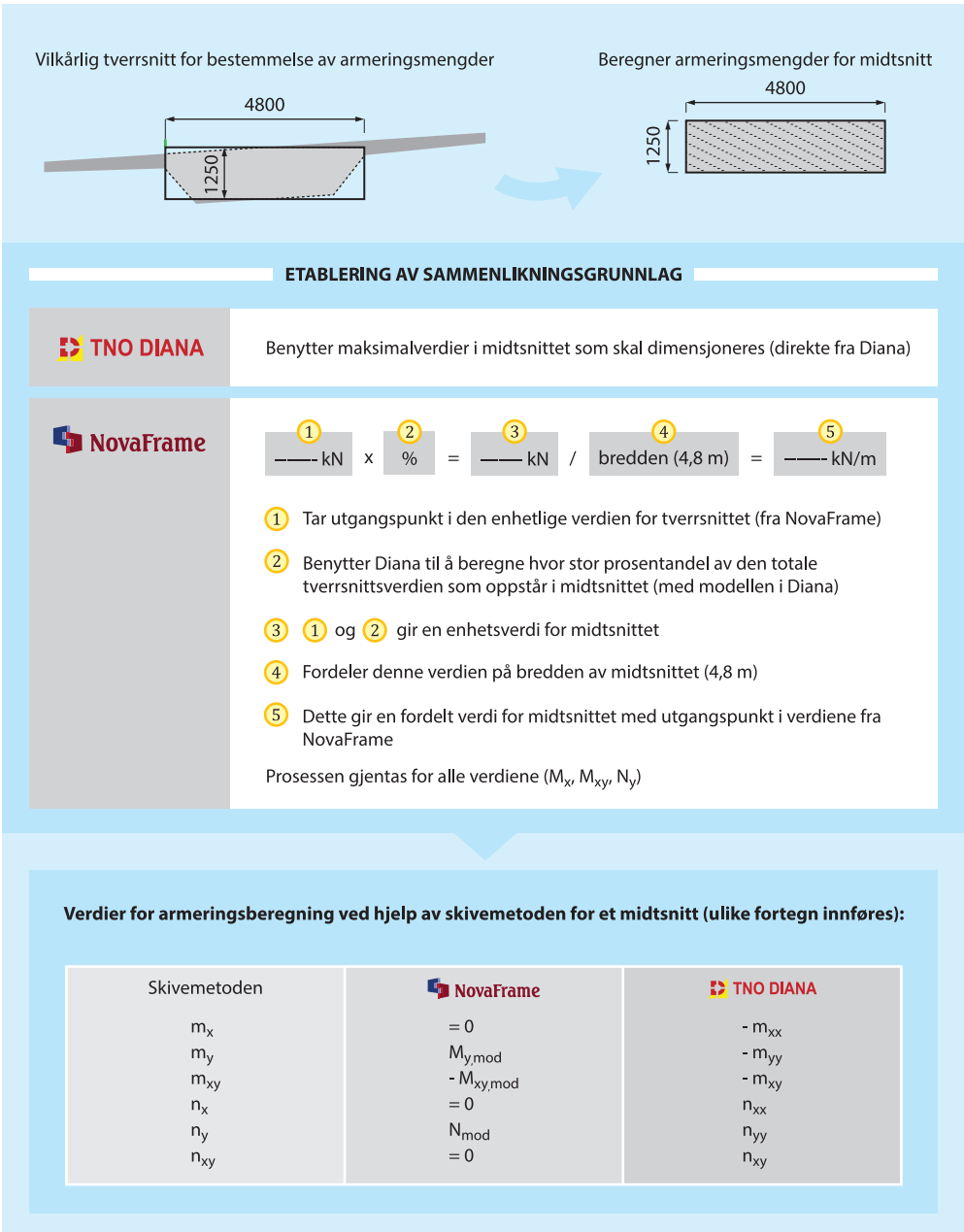
I rapporten foretas det også armeringsberegninger av enkelte tverrsnitt i konstruksjonen (se avsnitt 1.3), for å kunne studere eventuelle forskjeller lastvirkningene vil medføre i armeringsmengder. Denne prosessen er utført etter skivemetoden (se 3.7.1.1), hvor det benyttes totalt seks skallresultater for

dimensjonering av et snitt for moment og skallkrefter. For å kunne sammenlikne eventuelle forskjeller i armeringsmengder for begge beregningsmetodene, må det derfor etableres et sammenlikningsgrunnlag. Dette gjøres ved å ta utgangspunkt i verdiene skivemetoden krever. Disse er vist i figur 3.11.



Figur 3.11: Skallresultater benyttet i skivemetoden

Skivemetoden legger til grunn seks fordelte verdier (per lengdeenhet) for beregningene. Skallmodellen gir verdier direkte for det snittet som ønskes dimensjonert, men for resultatene fra bjelkemodellen må det utvikles et sammenlikningsgrunnlag. Skivemetoden har sin fordel i at den kan beregne armeringsmengder for gitte deler i tverrsnittet. Armeringsberegningene i denne rapporten er valgt å konsentreres om midtdelen av tverrsnittet, hvor mesteparten av bøye- og torsjonsmomentet tas opp. Vingene på tverrsnittet tar i hovedsak opp normalkrefter, og det er gjennomført korrigeringer for å benytte respektive verdier for midtsnittet for bjelkemodellen. Prosessen som gjennomføres for armeringsberegning av et snitt er illustrert i figur 3.12.



Figur 3.12: Etablering av sammenlikningsgrunnlag for armeringsberegning

Figuren viser sammenhengen mellom verdiene. Det bemerkes at bøyemomentet og skallkraften på tvers, samt skiveskjærkraften settes lik null for bjelke modellen, siden denne ikke gir noen sammenlignbare verdier for disse. Sammenlikningsmodellen kan sies å være reel for skallmodellen, siden skivemetoden er beregnet på verdier direkte fra en skallmodell. For bjelke modellen blir dette noe tilnærmet, da en bjelkeberegning ikke tar hensyn til virkninger i tverretning. For referansekonstruksjonen vil likevel de

dominerende lastvirkningene inkluderes; bøyemoment og normalkraft i lengderetningen, samt torsjonsmoment.

Det bør også nevnes at sammenlikningsmetoden som her er etablert ikke er «allmenn» praksis, men at den for rapportens hensikt gir en god antydning av ulikheter i armeringsmengde etter de to beregningsmetodene. I det neste avsnittet forklares dimensjoneringsmetoden og prosessen bak bestemmelsen av armeringsmengder nærmere.

3.7 Dimensjonering av tverrsnitt

I en analyse- og dimensjoneringsprosess må de ugunstige lastvirkningene kombineres i ulike sett med dimensjonerende verdier for forskjellige snitt i konstruksjonen. Disse snittene må deretter dimensjoneres for, og med sikkerhet kunne motstå, påkjenningene. For rapportens to ulike beregningsmetoder for lastvirkninger, er det naturlig å studere hva eventuelle avvik vil medføre i armeringsmengder. Det er derfor valgt å ta ut enkelte snitt i konstruksjonen og dimensjonere disse. I en ordinær beregningssituasjon vil de to beregningsmetodene gi to ulike dimensjoneringsprosesser. Beregning av lastvirkning etter bjelketeori vil normalt medføre dimensjonering av referansekonstruksjonens tverrsnitt som en bjelke eller en T-bjelke - med visse antakelser om effektive områder og fordeling av kreftene (momenter). For verdier fra en skallberegning benyttes som oftest metoder som deler lastvirkningen opp i «lag». Statens vegvesens håndbok 185 [1] angir i punkt 5.3.4.1.4.1 at dimensjonering av krefter i et plan kan gjøres etter en indre kraftmodell som tilfredsstillende likevektsbetingelser og geometriske betingelser for tøyninger i det lokale området. Punktet sier også at dimensjonering av plater og skall kan baseres på krefter som virker i planet og at man ved samtidig virkende momenter og membrankrefter kan dele opp konstruksjonen i lag, der lastvirkningen opptas som membrankrefter. I rapporten er det valgt å basere armeringsberegningene på dette prinsippet, og det er valgt å kun dimensjonere for bøye- og torsjonsmomenter og normalkrefter. Beregning av nødvendig armeringsbehov er på bakgrunn av dette beregnet etter skivemetoden og trykkfeltsteori.

3.7.1 Armeringsbehov etter skivemetoden og trykkfeltsteori

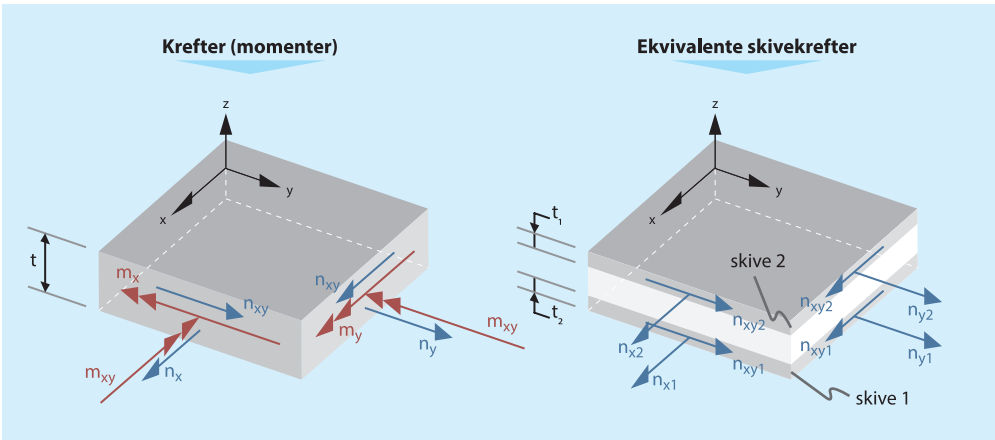
Som beskrevet i forrige avsnitt, er det valgt å dimensjonere snitt etter skivemetoden og trykkfeltsteori for de to beregningsmodellene, mens det under 3.6 ble etablert et sammenlikningsgrunnlag for verdier fra de to beregningsmetodene.

Skivemetoden kalles også membranmetoden eller «*two layered approach*» og er en metode som ikke tar hensyn til skjærkrefter. Metoden innebærer visse forenklinger og benyttes ofte som en metode for forhåndsbestemmelse av armering for momenter og normalkrefter. For rapportens formål vil metoden likevel gi en tilfredsstillende indikasjon på hvordan de reelle armeringsmengder ville blitt. I en ordinær dimensjoneringsprosess benyttes ofte verdiene fra skivemetoden som inndata i mer eksakte dimensjoneringsberegninger, utført etter for eksempel sandwich- eller iterasjonsmetoden.

3.7.1.1 Skivemetoden

Skivemetoden kan normalt benyttes for dimensjonering av ulike snitt - eller deler av et tverrsnitt der lastvirkninger beregnet fra en skallmodell tas i betraktning. Det vil si at skivemodellen kan benyttes til å dimensjonere enkeltpartier i en konstruksjon, og ikke nødvendigvis hele tverrsnittet, slik som er vanlig praksis ved bjelkedisjonering. Skivemetoden tar utgangspunkt i krefter (momenter) fra en skallberegning og

overfører disse til skivekrefter som virker på to individuelle skiver: én i toppen og én i bunn av snittet (se figur 3.13).



Figur 3.13: Skalkrefter og ekvivalente skivekrefter

Hver av skivene dimensjoneres uavhengig av hverandre ved hjelp av trykkfeltsteori. Tykkelsen av skivene må «velges» og resultatene er strekt avhengige av dette. Beregningsgangen for skivemetoden forklares videre i korthet; for utdypende litteratur og utledninger henvises det til [17]. De ekvivalente skivekreftene finnes ved følgende uttrykk:

Skive 1:

$$n_{x1} = k_1 n_x + \frac{m_x}{z} \quad n_{y1} = k_1 n_y + \frac{m_y}{z} \quad n_{xy1} = k_1 n_{xy} + \frac{m_{xy}}{z} \quad (3.19-3.21)$$

Skive 2:

$$n_{x2} = k_2 n_x - \frac{m_x}{z} \quad n_{y2} = k_2 n_y - \frac{m_y}{z} \quad n_{xy2} = k_2 n_{xy} - \frac{m_{xy}}{z} \quad (3.22-3.24)$$

der

k_1 er en fordelingsfaktor som er avhengig av «valgt» tykkelse t_1 og t_2

Ut fra likevekt av skivekreftene i én retning (x eller y) kan følgende bevises:

$$k_1 = \frac{(h-t_2)}{2h-t_1-t_2} \quad k_2 = 1 - k_1 \quad (3.25-3.26)$$

For å bestemme skivetykkelsene t_1 og t_2 , benyttes følgende prosedyre:

1. Forsøker $t_1 = t_2 = h/2$ som gir $k_1 = k_2 = 0,5$ og $z = h/2$
2. Beregner ekvivalente skivekrefter etter likning 3.19-3.24

3. Beregner største hovedkraft i skivene (homogen, isotropt, lineært elastisk):

$$n_{11}^i = \frac{n_{xi} + n_{yi}}{2} + \sqrt{\left(\frac{n_{xi} - n_{yi}}{2}\right)^2 + n_{xyi}^2} \quad (\text{for } i = 1, 2 - \text{skive 1 og 2}) \quad (3.27)$$

$n_{11}^i < 0$ (trykk) risser ikke skiven, $n_{11}^i > 0$ (strekk) skiven risser

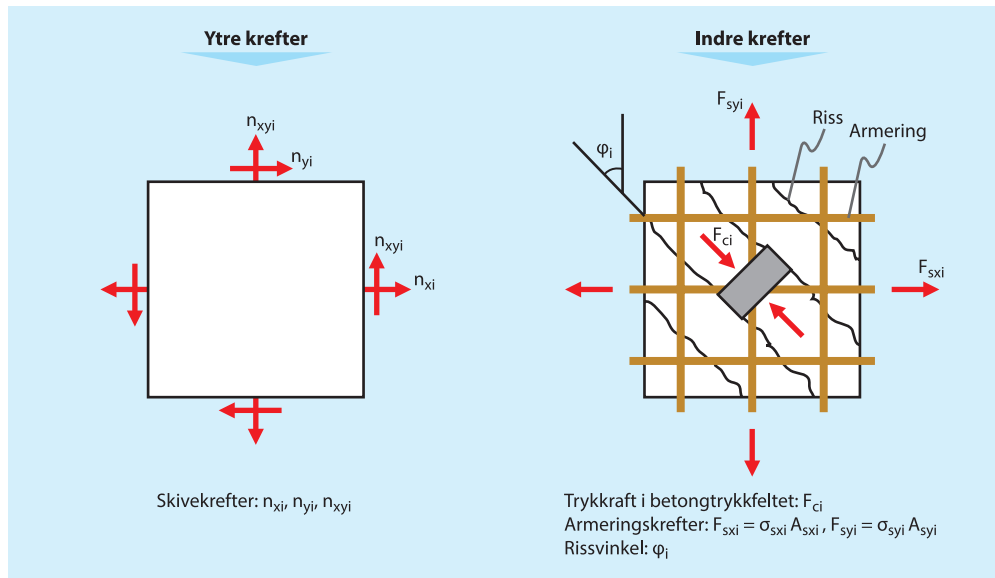
4. Dette medfører tre ulike utfall for skivetykkelse:
- Begge skivene er urisset:
 $\rightarrow t_1 = t_2 = 0,5h$ og $z = h - 0,5(t_1 + t_2)$
 - Begge skivene er risset:
 $\rightarrow t_1 = t_2 = 2c \rightarrow k_1 = k_2 = 0,5$ og $z = h - 2c$
 - En skive risset og en urisset:
 $\rightarrow t_1 = 2c$ og $t_2 = h/2$ (eller motsatt)
 $\rightarrow k_1 = \frac{0,25h}{0,75h - c}$ og $k_2 = 1 - k_1 \rightarrow z = h - 0,5(t_1 + t_2)$

5. Ved risset skive beregnes nye ekvivalente skivekrefter med nye tykkelser

Når ekvivalente skivekrefter er oppnådd kan de to skivene dimensjoneres uavhengig av hverandre ved hjelp av trykkfeltsteori.

3.7.1.2 Trykkfeltsteori

Trykkfeltsteori tar utgangspunkt i likevektstilstander for et risset, armert skiveelement, og gir sammenhengen mellom ytre og indre krefter i en bruddgrensesituasjon - som vist i figur 3.14.



Figur 3.14: Sammenhengen mellom ytre og indre krefter i et risset armert skiveelement

I en bruddgrensesituasjon vil det oppstå riss med en vinkel φ_i som vist i figur 3.14. Betongtrykkdiagonalene mellom rissene utgjør såkalte trykkfelt. Ved benyttelse av

likevektsbetingelser kan sammenhengen mellom de indre og ytre kreftene påvises [17]:

$$F_{ci} = \frac{n_{xyi}}{\sin\varphi_i \cdot \cos\varphi_i} \quad (3.28)$$

$$F_{sxi} = n_{xi} + n_{xyi} \cdot \tan\varphi_i \quad (3.29)$$

$$F_{syi} = n_{yi} + n_{xyi} \cdot \cot\varphi_i \quad (3.30)$$

Som det fremgår av likning 3.28-3.30, må rissvinkelen være kjent for å kunne bestemme de indre kreftene i betongen og armeringen. Når denne er funnet, kan man bestemme de nødvendige armeringsmengdene i de to ortogonale retningene, samt kontrollere betongen i trykk. Bestemmelse av rissvinkelen kan gjøres etter flere metoder basert på ønsket utnyttelse av armeringen. Det er i rapportens beregninger valgt å benytte en metode som gir flyting i armeringen i begge retninger. Dette betyr full utnyttelse av armeringen, derav en duktil oppførsel - hvilket er et «økonomisk» valg. Rissvinkelen finnes ved følgende formel [17]:

$$\tan^2\varphi_i + \left(\frac{n_{xi}}{n_{xyi}} - \frac{n_{yi}}{n_{xyi}} \cdot \frac{A_{sxi}}{A_{syi}} \right) \cdot \tan\varphi_i - \frac{A_{sxi}}{A_{syi}} = 0 \quad (3.31)$$

Løsningen av andregradslikningen fra likning 3.31 gir røtter for $\tan\varphi_i$, og dermed to rissvinkler φ_i (en positiv og en negativ). Rissvinkelen velges etter fortegnet til skiveskjæret n_{xyi} : positiv n_{xyi} gir positiv φ_i og omvendt.

Når rissvinkel er kjent, benyttes likning 3.29 og 3.30, for å beregne henholdsvis F_{sxi} og F_{syi} . Deretter fastsettes armeringsmengdene etter:

$$A_{sxi} = \frac{F_{sxi}}{f_{yd}} \quad A_{syi} = \frac{F_{syi}}{f_{yd}} \quad (3.32-3.33)$$

3.7.1.3 Kontroll av betongtrykkspenninger i trykkfeltet

Opptredende betongtrykkraft F_c finnes etter likning 3.28, og gir en betongtrykkspenning på:

$$\sigma_c = \frac{F_{ci}}{t_i} \quad (3.34)$$

I henhold til NS-EN 1992-1-1 [11] punkt 6.5.2(2), bør den dimensjonerende fastheten i opprissede trykksoner reduseres, og maksimal betongspenning må ikke overstige:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 v' f_{cd} \quad (3.35)$$

der

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$$

3.7.1.4 Nødvendig minstearming

Det er i rapportens beregninger valgt å basere nødvendig minstearming på metoden i NS-EN 1992-1-1 [11] – og ikke metoden som finnes i NS-EN 1992-2. Det settes i punkt NA.9.2.2.1(1) i NS-EN 1992-1-1 [11] krav til minste tiltatte armeringsmengde:

$$A_{s,min} = 0,26 \left(\frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \right) b_t d \geq 0.0013 b_t d \quad (3.36)$$

der b_t i bergning for fordelte armeringsmengder blir en enhetsbredde 1, og $d = h - c$

4 Modellering og analyse

I dette kapitlet beskrives selve modellerings- og analyseprosessene i *NovaFrame* og *Diana*, samt nødvendige forutsetninger som gjøres. I tillegg foretas det verifikasjon av modellene.

4.1 Forutsetninger

Før modellering og analyse presenteres for de to respektive programvarene, er det nødvendig å gå gjennomgå noen viktige forutsetninger.

4.1.1 Effekt av forspenning

Når forspenningen av spennkablene gir laster til konstruksjonen, vil resulterende krefter og momenter som genereres betraktes som en kombinasjon av primær- og sekundæreffekter (tvangskrefter) [1].

Primæreffekter betraktes som last som virker direkte på den oppspente konstruksjonsdelen; den består av moment-, skjær- og aksialkrefter generert av direkte påsetting av spennkraften.

Sekundæreffekter er indirekte virkninger (tvangskrefter) som oppstår når systemet er statisk ubestemt og fastholdningspunkter forhindrer den forspente konstruksjonen fra fri nedbøyning ved påsatt forspenning. Disse sekundæreffektene kan utledes fra flere metoder, der bruk av ekvivalente laster er den mest vanlige. For fritt opplagte konstruksjoner, kan konstruksjonen bevege seg fritt ved påsatt forspenning og ingen tvangskrefter vil oppstå. For kontinuerlige systemer vil mellomopplegg fastholde konstruksjonen mot vertikal bevegelse, og sekundære momenter og skjærkrefter vil oppstå [22].

Referansekonstruksjonen er statisk ubestemt og kontinuerlig. På bakgrunn av avsnittene ovenfor vil det dermed være naturlig å ta hensyn til både primær- og sekundæreffekter (tvangskrefter) ved beregning av effekt av forspenning. Hvordan dette tas hensyn til under modelleringen i *NovaFrame*, presenteres under 4.2.1. I *Diana* inkluderes imidlertid begge effektene automatisk og det gis derfor heller ingen videre beskrivelse av en tilsvarende fremgangsmåte for dette beregningsprogrammet.

4.1.2 Tap av forspenning

Fremfor at digitale verktøy (her: i form av *NovaFrame* og *Diana*) beregner de **tidsavhengige** tapene av forspenning, foretrekkes det å benytte en forenklet metode for beregning av tidsavhengige tap på grunn av kryp, svinn og relaksasjon i spennarmeringen. Bakgrunnen for dette valget, er at fremgangsmåten for beregningen av disse tapene er avvikende mellom de to programvarene. Disse automatiske beregningene ville dermed gitt ulike forutsetninger for analysene og et delvis ugyldig sammenlikningsgrunnlag.

De tidsavhengige tapene av spennkraft bestemmes derfor etter forenklet metode, som angitt i 2.4.3.1 - og presentert i sin helhet i vedlegg 2. Resultatet av disse gir en spenningsendring (spenntap) på **166,3 MPa** per kabel og en spenning og oppspenningskraft etter tidsavhengige tap på henholdsvis **1273,7 MPa** (likn. 2.7) og **3388,042 kN** (likn. 2.8). Hvordan disse verdiene benyttes under modelleringen, presenteres under 4.2 og 4.3.

I motsetning til tidsavhengig tap, beregnes **umiddelbare** tap av spennkraft (tidsuavhengig) automatisk av de to programmene, da metodene er sammenfallende. Se også 2.4.3.1 for detaljer.

4.1.3 Trafikklast, lastkombinasjoner og kombinasjonsfaktorer

Litteratur og forutsetninger for beregning av trafikklast er gitt under 2.4.2 (Trafikklast på vegbruer). I *NovaFrame* finnes det integrerte metoder tilpasset disse angitte bestemmelser i Eurokoden. Dette er derimot ikke tilfelle i *Diana*, og for å oppnå en mest mulig gyldig sammenlikningsplattform er derfor følgende strategi valgt:

- *NovaFrame* benyttes til å generere ugunstigste trafikklast (gitt av LM1/LM2) etter ugunstigste lastkombinasjon med tilhørende kombinasjonsfaktorer (se 2.4.5). Fremgangsmåten for dette forklares ikke videre i detalj, da det faller utenfor rapportens formål.
- Lastvirkninger: Det genereres lasttilfeller for trafikklastplasseringer som gir **største og minste bøyemoment**, samt **største torsjonsmoment**⁸. Disse settes da deretter som tre ordinære statiske lasttilfeller i både *NovaFrame* og *Diana*, med tilhørende kombinasjonsfaktorer.

Nedenfor angis trafikklastposisjoner, lastintensitet og kombinasjonsfaktorer for de tre snittene for hvor det oppstår størst og minst bøyemoment og størst torsjonsmoment. Denne informasjonen er også sammenfattet og illustrert gjennom figur 4.1

Største bøyemoment (LM1) – lastkombinasjon 1 - figur 4.1 a)

NovaFrame viser at største bøyemoment vil oppstå i midtsnittet (feltmoment). Trafikklastplasseringen som gir størst bøyemoment i dette snittet består av:

- *Konsentrerte laster* à 2 x 300 kN påsatt midt i ytre kjørefeltets tvær- og lengderetning. Midtre og indre kjørefelt belastes med konsentrerte laster à henholdsvis 2 x 200 kN og 2 x 100 kN påsatt i samme posisjon som for ytre kjørefelt.
- *Jevnt fordelt last* over hele kjørebanebredden, som i lengderetning kun virker over midtspennet (mellom akse 3 og 4). Flatelasten har en intensitet 5,4

⁸ Største og minste torsjonsmoment er tilnærmet like store, men med motsatt fortegn - og ugunstigste posisjoner for trafikklast er omvendt symmetriske (ved hvert opplegg). Derfor studeres kun ett tilfelle for største/minste torsjonsmoment.

kN/m² i ytre felt og 2,5 kN/m² i de andre kjørefeltene, samt i de såkalte resterende områder.

- Kombinasjonsfaktorer (ULSa): egenlast: 1,35; spennstål; 0,9; trafikklast: 0,945.

Minste bøyemoment (LM1) – lastkombinasjon 2 - figur 4.1 b)

NovaFrame viser at minste bøyemoment vil oppstå i snittet over støtte akse 3 (mot akse 2, støttemoment). Trafikklastplasseringen som gir minst bøyemoment i dette snittet består av:

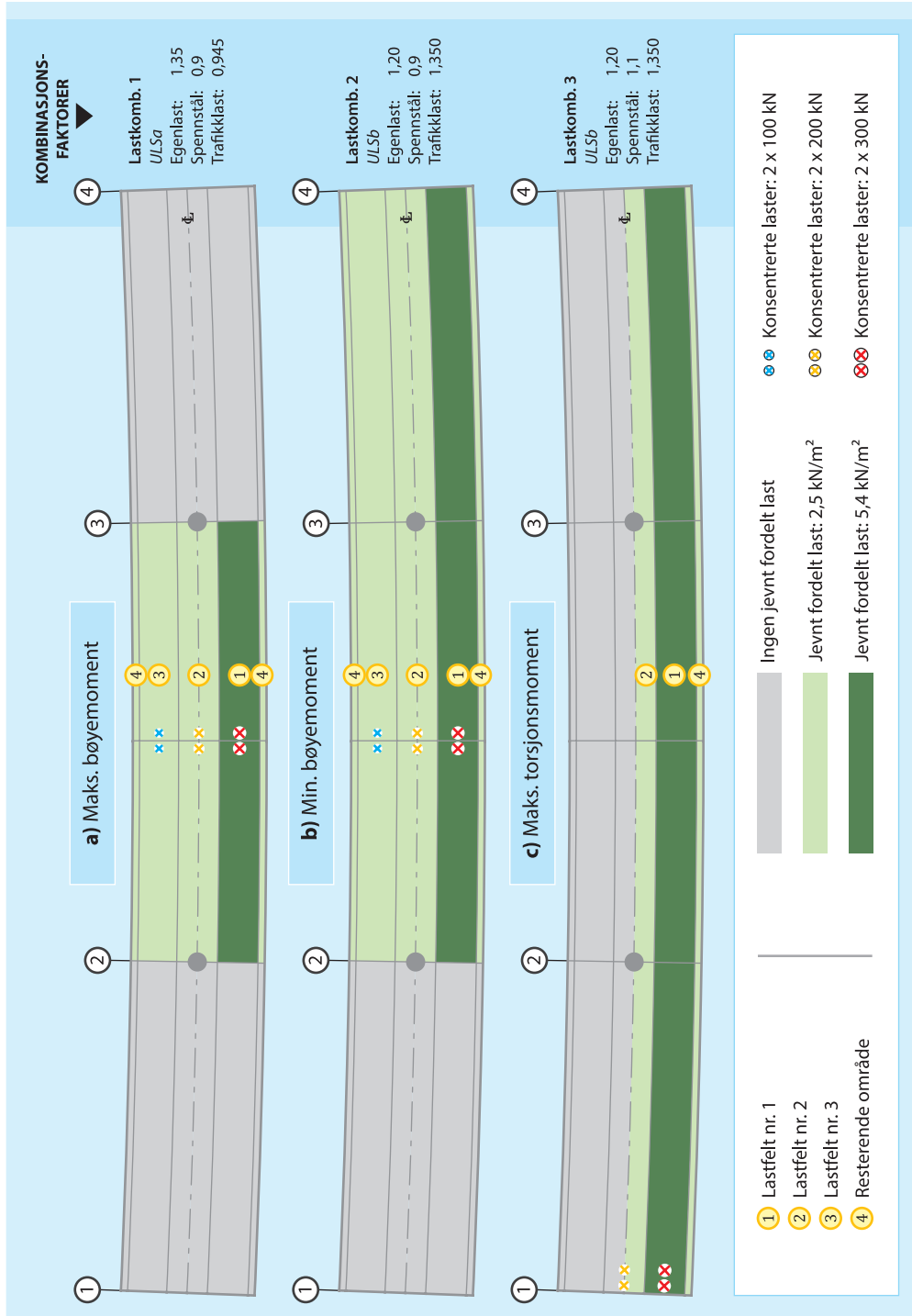
- Konsentrerte laster á 2 x 300 kN påsatt midt i ytre kjørefeltets tverr- og lengderetning. Midtre og indre kjørefelt belastes med konsentrerte laster á henholdsvis 2 x 200 kN og 2 x 100 kN påsatt i samme posisjon som for ytre kjørefelt.
- Jevnt fordelt last over hele kjørebanebredden, som i lengderetning virker over midtspennet og siste sidespenn (mellom akse 2 og 4). Flatelasten har en intensitet 5,4 kN/m² i ytre felt og 2,5 kN/m² i de andre kjørefeltene, samt i de såkalte resterende områder.
- Kombinasjonsfaktorer (ULSb): egenlast: 1,20; spennstål; 0,9; trafikklast: 1,350.

Største torsjonsmoment (LM1) – lastkombinasjon 3 - figur 4.1 c)

NovaFrame viser at største torsjonsmoment vil oppstå i snittet over støtte akse 1 (endeopplegg). Trafikklastplasseringen som gir størst torsjonsmoment består av:

- Konsentrerte laster á 2 x 300 kN påsatt midt i ytre kjørefeltets tverr- og lengderetning. Midtre kjørefelt belastes med konsentrerte laster á 2 x 200 kN påsatt i samme posisjon som for ytre kjørefelt.
- Jevnt fordelt last over halve kjørebanebredden, som i lengderetning virker over hele bruas lengde (mellom akse 1 og 4). Flatelasten har en intensitet 5,4 kN/m² i ytre kjørefelt og 2,5 kN/m² i halvparten midtre kjørefeltbredde, samt i det såkalte resterende området ytterst.
- Kombinasjonsfaktorer (ULSb): egenlast: 1,20; spennstål; 1,1; trafikklast: 1,350.

I de to neste kapitlene - der resultater, sammenlikning og drøfting presenteres - er det disse tre lastkombinasjonene, samt et lasttilfelle hvor kun egenlasten er påsatt, som legges til grunn. Det er derfor verdt å merke seg disse.



Figur 4.1: Trafikklastposisjoner, lastintensitet og kombinasjonsfaktorer

4.2 NovaFrame

NovaFrame er et generelt lineært 3D-rammeprogram for beregning av konstruksjoner belastet med statiske og dynamiske laster. Programmet er basert på bjelketeori (se avsnitt 3.3) og det har et bredt analysespekter, som i kombinasjon med et enkelt brukergrensesnitt gjør programmet til et allsidig verktøy for et bredt utvalg rammeanalyseoppgaver. Programmet er spesielt godt egnet for brukonstruksjoner, men er like egnet for analyse av grunnleggende modeller. NovaFrame genererer automatisk en tekstfil med komplette modelldata, og kan kjøres som selvstendig Windows-program eller som integrerte moduler i Miks Manager. I denne rapporten benyttes NovaFrame versjon 5. NovaFrame er for øvrig utviklet av Aas-Jakobsen og er et anerkjent beregningsverktøy innen bruprosjektering i Norge.

Det bør også nevnes at en programvare ved navn NovaDesign kan benyttes sammen med NovaFrame. NovaDesign er et program for dimensjonering av betongtverrsnitt og jobber sammen med NovaFrame mot en felles database som gjør det mulig å utveksle data og benytte NovaDesign som et automatisk post-prosesserings-verktøy for NovaFrame. I denne rapporten er det imidlertid valgt studere lastvirkningene i NovaFrame, som for rapportens formål anses et tilstrekkelig verktøy for å besvare problemstillingen.

I de neste avsnittene gjennomgås modelleringsprosessen i NovaFrame. Deler av gjennomgangene er gitt i henhold til NovaFrames brukermanual [23], mens annet er gitt på bakgrunn av Statens vegvesens introduksjon til programmet [25].

4.2.1 Modellering og analyse

NovaFrames såkalte *Frame window* benyttes for å modellere konstruksjonen, analysere den og generere resultater. Disse verktøyene går henholdsvis under navnene *Preprocess*, *Solve* og *Postprocess*. Fremgangsmåten for modelleringen i NovaFrame vil bli beskrevet kortfattet og kun essensielle punkter vil bli behandlet. Under *Preprocess* bygges modellen. Her finnes det flere seksjoner og underfaner for inndata.

Material- og dimensjoneringsparametere

Alle tverrsnitt er tilordnet materialtype og tilhørende dimensjoneringsparametere – under henholdsvis *Material properties* og *Design parameters*. Gjeldende materialtyper for referansekonstruksjon er presentert under 2.3.2 (Materialer) og følgelig også tilordnet i henhold til dette. Dimensjoneringsparametere er tilordnet, etter valg i NovaFrame, i henhold til NS-EN 1992-1-1 [11].

Det er imidlertid én dimensjoneringsparameter som fravikes fra standardverdier oppgitt i NovaFrame: skaleringsfaktoren for torsjonsstivhet k_{it} settes til 0,0627 (standard: 1,0). Bakgrunnen for dette er gitt i 3.3.3 (Torsjonsarealmoment for et bjelkesnitt).

Referanselinjer

Modellen defineres ved hjelp av referanselinjer. Dette er en naturlig metode å benytte i NovaFrame når det jobbes med bruer med en definert veglinje. En referanselinje er en geometrisk linje som kan tilknyttes et vilkårlig tverrsnitt, og defineres under *Preprocess/Reference lines*. Det er bygget opp fem referanselinjer, i tillegg til referanselinje 0, som ikke er en geometrisk linje, men en abstrakt linje hvor tverrsnitt samles. De fem referanselinjene er veglinje og fire vertikale referanselinjer. Selve brutverrsnittet tilknyttes referanselinjen for veglinjen (her: referanselinje nr. 1), mens søyletverrsnitt tilknyttes referanselinjene langs akse 2 og 3 (her: hhv. referanselinje nr.

20 og 30) og skivesøyle tilknyttes referanselinjene i akse 1 og 4 (her: hhv. referanselinje nr. 10 og 40).

Akser: Akser er ikke nødvendig å definere i NovaFrame, men etableres for å gjøre modellen mer oversiktlig og nodeutsettingen enklere. Akser etableres i samsvar med tegningsgrunnlag, der såkalte *stations* etableres i henhold til konstruksjonens profilnumre.

Horisontalgeometri: Veglinjens horisontalgeometri vil variere med horisontalkurveradiusen og er derfor også ulik mellom referansetilfellene. Et sett med koordinater (punkter på sirkelkurven) genereres ut fra valgt radius.

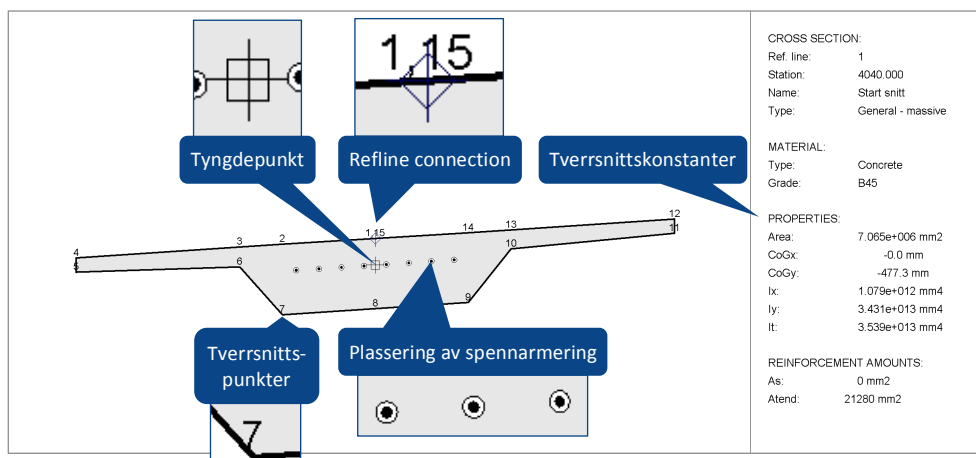
Vertikalgeometri: Stigningstallet i bruas lengderetning er på 0,2 prosent (fra akse 1 mot akse 4) for alle referansetilfeller. Et sett med koordinater (punkter på en rett linje, angitt som *type 1*), som dermed er felles for alle referansetilfeller genereres ut fra dette stigningstallet, og danner veglinjens vertikalgeometri.

Søylar: Siden akser er definert, kan søylene plasseres i disse og danne vertikale referanselinjer. Det angis bl.a. eksentrisitet (her: 0) fra senterlinjen og kotehøyde i underkant søyle. Disse verdiene er felles for alle referansetilfeller. Valgt *type 2* angir at søyleposisjon settes ut fra aksenummer og at søyletopp kalkuleres automatisk.

Tverrsnitt

Tverrsnitt defineres ved hjelp av *Preprocess/Sections*, der alle elementer gis et tverrsnitt og tilknyttes materialparametere. Tverrsnitt for søylar og fundamenter er henholdsvis rektangulære og sirkulære og disse tverrsnittene kan da defineres gjennom forhåndsdefinerte tverrsnitt: *Massive predefined*. Dimensjonene til disse gis under *Dimensions* og er konstante for alle referansetilfeller.

Siden ingen forhåndsdefinerte tverrsnitt kan representere brubanen, velges såkalt *Massive general* tverrsnittstype. Dette tverrsnittet tilknyttes referanselinje for veglinje fra start til slutt. Under *Points* angis et koordinatsett som danner brubanens tverrsnitt (se figur 4.2). Referansekonstruksjonen har et tverrfall på 6,6 prosent, men siden brubanens tverrfall er relatert til horisontalkurveradiusen og dermed vil variere med denne, vil også tverrsnittet variere mellom referansetilfellene.



Figur 4.2: NovaFrame - skjerm dump av tverrsnitt brubane med supplerende forklaring

Referanselinjekobling: Punktet som ligger i senterlinjen av brutverrsnittet i overkant brubane (punkt 1/15), er koblingspunktet mellom tverrsnitt og referanselinje og er

gjeldende for alle referansetilfeller. Dette punktet er definert under *Refline Connection* og er i overensstemmelse med referansekonstruksjonens kotehøyder og geometri.

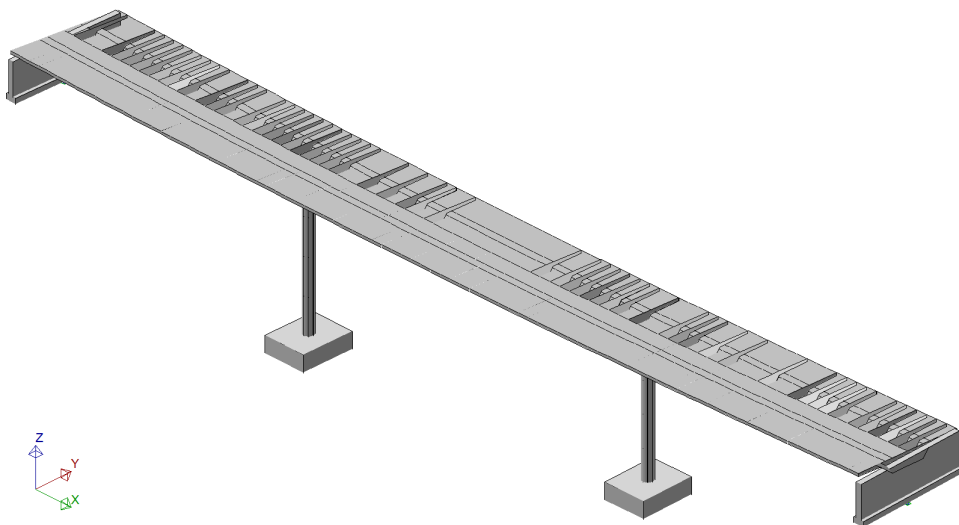
Modellgeometri

Under *Preprocess/Build model geometry* gis all informasjon om noder og elementer. Figur 4.4 på neste side gir en visuell fremstilling av hva som behandles i de kommende avsnittene.

Noder og elementer: For brubanen angis noder etter metode *Axis2*. Det vil si at det spesifiseres et antall elementer mellom hver akse. Elementenes lengde avhenger da av lengden mellom aksene. Noder etableres slik at det plasseres én node per løpemeter langs brubanen. Siden bruas lengde er 87 meter, etableres dermed like mange elementer, hvilket anses som tilstrekkelig. Nodene nummereres stigende fra akse 1 mot akse 4, fra 100 til 187 med inkrementverdi på 1, mens elementnummereringen løper fra 101 til 187 med inkrementverdi på 1. Node- og elementutsettingen er felles for alle referansetilfeller.

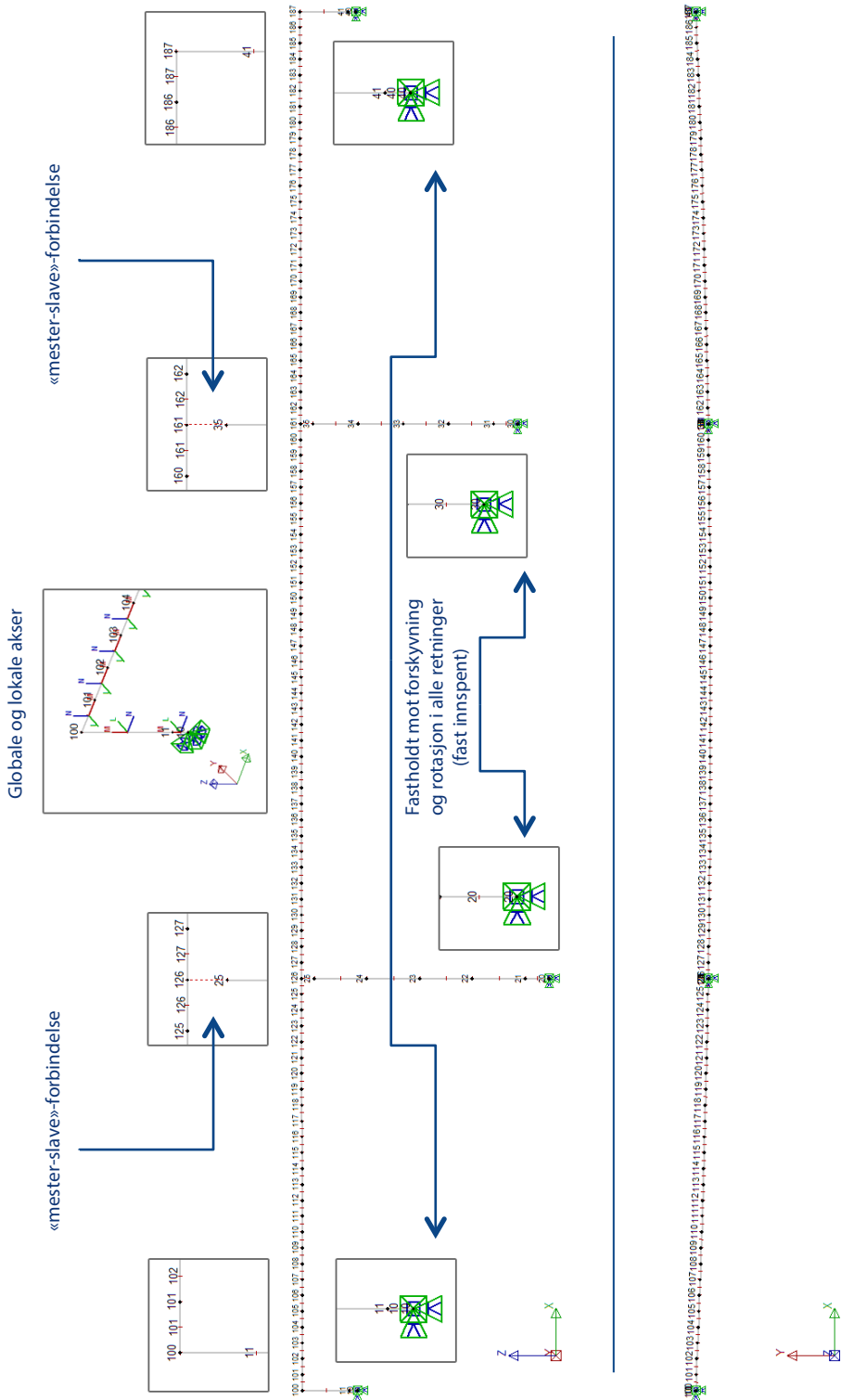
Grensebetingelser: *Boundaries* benyttes for å beskrive grensebetingelser og for å definere «mester-slave»-koblinger. «Mester-slave»-kobling⁹ benyttes her når søyler og overbygning støpes monolittisk, altså mellom søyletopp akse 3 og 4 og brubane. En «mester-slave»-forbindelse er en enkel metode for modellering av en stiv forbindelse. Jfr. [25] bør en slik kobling benyttes når søyler og overbygning støpes monolittisk, hvilket altså er tilfellet for referansekonstruksjonen. Siden den aktuelle brua er en såkalt landkarløs bru med korte skivesøyler på endene, kobles disse skivesøylene direkte til brubanen ved hjelp av felles noder (her: nodenummer 100 og 187). I tillegg modelleres bunn av de fire søylefundamentene som fast innspennte. Grensebetingelsene blir stående uendret mellom referansetilfellene.

Figur 4.3 viser overflatemodell av referansekonstruksjonen på gjeldende stadium i modelleringsprosessen, mens figur 4.4 på neste side viser flere detaljer.



Figur 4.3: NovaFrame - skjermdump som viser overflatemodell av referansekonstruksjonen

⁹ En «master-slave»-forbindelse er en enkel metode for modellering av en stiv forbindelse. Rotasjonen av «slave»-noden vil være lik rotasjonen av «mester»-noden. Forskyvningen av «slave»-nodene vil være lik forskyvningen av «mester»-noden pluss rotasjonen av «mester»-noden multiplisert med avstanden mellom «mester»- og «slave»-noder [23].



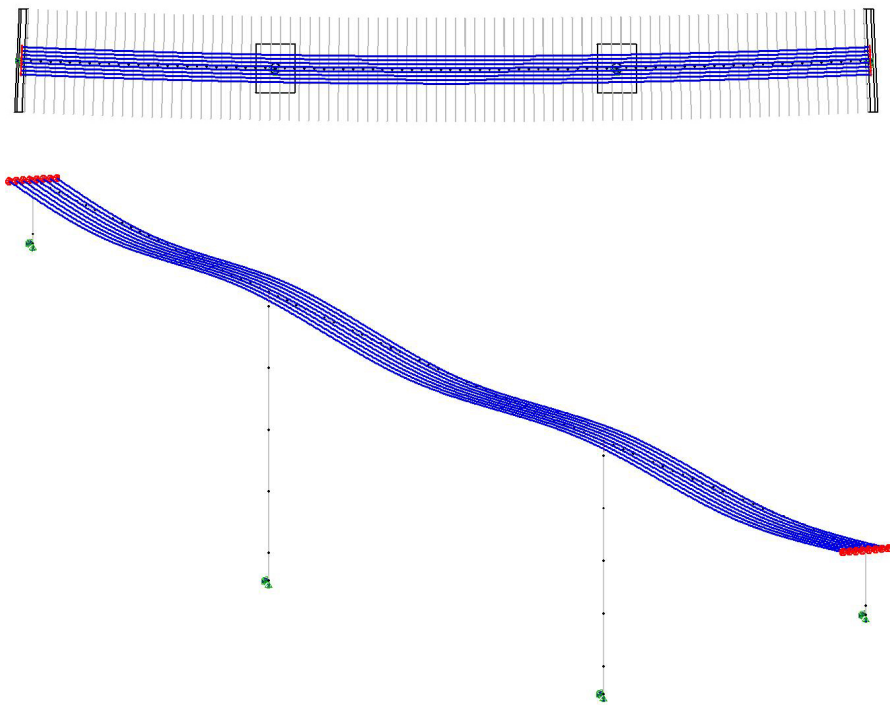
Figur 4.4: NovaFrame - detaljer fra modellingsprosessen

Spennstål

Under *Preprocess/Tendons* defineres spennkabler. For den aktuelle brukonstruksjonen er de åtte spennkablene etteroppspent og angis dermed i henhold til dette. Det angis videre verdier for kabelstørrelse, kabelrørdiameter og injiseringsmassens fasthet. Spennkablene kan grupperes i kabelgruppe(r) under *Group data*, men i dette tilfellet, hvor det kun er snakk om åtte kabler, anses ikke dette som noen nevneverdig forenkling av modelleringsprosessen.

Under *Geometry type* fastsettes hvordan kablene skal plasseres i tverrsnittet. De åtte spennkablene angis å følge referanselinjen for brubanen. Posisjoneringen i tverrsnittet settes i forhold til tverrsnittspunkt 1 (senter overkant overbygning, se figur x.x), som da også vil fungere som origo for kabelkoordinatene. Dette gjelder alle referansetilfeller.

Under *Geometry* fastsettes posisjonen til hver enkelt kabel - i både tverr- og lengderetning i henhold til tegningsgrunnlag. Kablenes eksentrisitet angis i *L*- og *N*-retning - tilsvarende global *Y*- og *Z*-retning for brukonstruksjonen. *L*- og *N*-eksentrisiteten vil variere mellom referansetilfellene, siden brutverrsnittet endres mellom disse. Spennkablene føres ondulerende i lengderetning. Hver enkelt spennkabel er bygd opp av seks segmenter: fire såkalt *Inner curve type (type 2)*, omsluttet av *Start curve type (type 1)* og *End curve type (type 3)*, henholdsvis fra akse 1 og mot akse 4. Kablene danner da en jevn kurve uten skarpe knekker. For den aktuelle brukonstruksjonen stilles det krav til rett linje på kabel ved forankringer, hvilket da ivaretas med *type 1* og *type 3 curve type*.



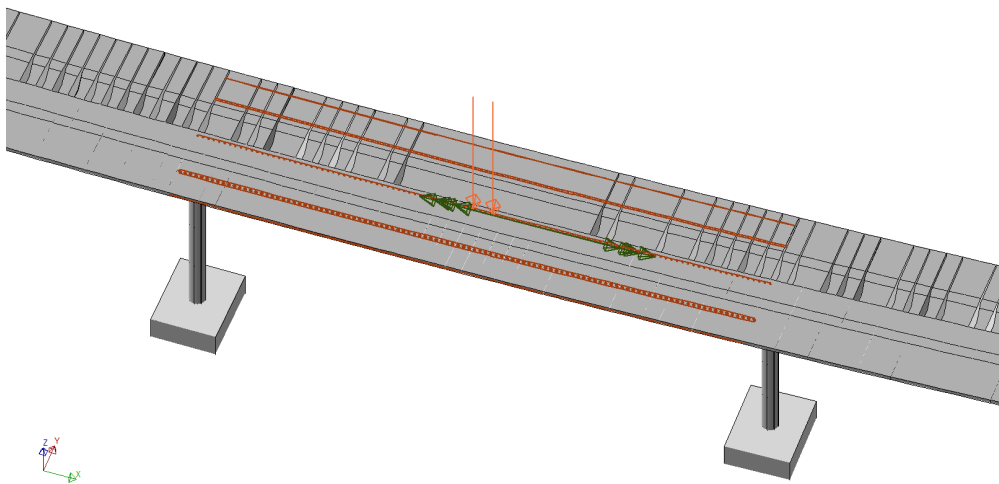
Figur 4.5: NovaFrame - skjermdump som viser modelleringen av spennarmeringen

Parametere for spenntap angis under *Loss parameters*. Friksjons- og Wobble-koeffisienter og kileforflytning (*engelsk: wedge draw in*) er parametere som benyttes for å beregne umiddelbare (tidsuavhengige) tap av spennkraft. Verdiene for disse parameterne er gitt under 2.4.3.1 og angis deretter. Parametere som benyttes for å beregne de tidsavhengige tapene av spennkraft (kryp, svinn og relaksasjon), kan også angis under *Loss parameters*, men som begrunnet i 4.1.2 velges det å vike fra denne normale prosedyren: Interne beregninger i NovaFrame overkjøres her ved å angi kabelspenning etter tidsavhengig tap direkte under materialegenskapene (*Material properties/Tendons*) for spennarmeringen.

Laster

Under *Preprocess/Load data* angis alle laster, samt hvilke elementer de enkelte laster skal virke på. Som det vil fremgå av de neste avsnittene, vil det i dette tilfellet kun angis ordinære statiske laster (*Loads*). I tillegg til egenvekt, som ikke trenger noen nærmere beskrivelse - bortsett fra at kantdrager og rekkverk modelleres som linjelast - gis det kommandoer for trafikklast og spennarmering:

Trafikklast: NovaFrame har et inndataområde spesifikt tilpasset trafikklast (*Traffic Loads*), men som beskrevet under 4.1.3 (Trafikklast, lastkombinasjoner og kombinasjonsfaktorer), angis trafikklast som ordinær last i den endelige modellerings- og analyseprosessen. Disse ordinære lasttilfellene er generert av NovaFrame med det formål å representere ugunstige lastplassering ved ugunstigste last- og kombinasjonsfaktorer. Trafikklastene angis som ordinære lasttilfeller ved en kombinasjon av konsentrerte laster, linjelaster og momenter. De konsentrerte lastene tilsvarende direkte de konsentrerte lastene gitt av Eurokoden. Disse lastene kan imidlertid ikke gis eksentrisitet i NovaFrame. Derfor settes det på momenter som representerer lastenes eventuelle eksentrisiteter (se figur 4.6). Dette er av særlig viktighet for å oppnå mest mulig realistiske torsjonsmomenter. Linjelastene representerer flatelast i kjørefelt og plasseres midt i aktuelt feltet. For linjelast kan eksentrisiteten angis direkte i programmet og det etableres derfor heller ikke momenter for å representere eksentrisiteten.



Figur 4.6: NovaFrame - modellering av trafikklast for maks bøyemoment for referansetilfelle 1 (se også figur 4.1)

Spennarmering: Spennarmering er allerede definert, men i lastvinduet angis ytterligere verdier:

- Det angis hvilke tidsuavhengige tap (kryp, svinn, relaksasjon) som skal inkluderes ved beregning av kabeltøyning. Men som begrunnet i 4.1.2 (Tap av forspenning) og i siste avsnitt under avsnittet som om handler modellering av spennstål i NovaFrame, beregnes disse tapene ved alternativ metode og disse ekskluderes dermed (settes til 000) når lastdata skal angis for spennarmeringen.
- Oppspenningsstadium angis som at all definert oppspenning aktiveres.
- I tillegg angis det hvilke krefter som benyttes for å beregne tøyninger. Som begrunnet i 4.1.1 (Effekt av forspenning), tas det hensyn til både primæreffekter og tvangskrefter.

Under *Loads* finnes det også kommandovinduer for deformasjonslastene kryp og svinn. Men som nevnt i 2.4.4 (Andre laster) se det bort fra disse i denne rapporten.

Kjøring av analyse

Under *Solve* er det to alternativer for kjøring av analyse: *Solve* og *Solve analysis*. Siden det ikke er snakk om byggefaser for referansekonstruksjonen (kun ferdigstilanden), velges *Solve*, som kjører én enkelt analyse. På bakgrunn av hvilke laster som er påsatt, velges det å kjøre *Static analysis: Ordinary Loads*. Som tidligere begrunnet er trafikklast angitt under ordinær last, og selv om det finnes alternativ *Static analysis: Traffic loads* tas derfor ikke denne med i analysen. Det presiseres likevel at en analyse inkludert *Static analysis: Traffic loads* er kjørt på forhånd.

Lastkombinasjoner

Under *Postprocess/Loadcombinations* opprettes lastkombinasjoner. Dette er et meget sentralt skritt på vegen mot de endelige resultatene.

Ordinary load combinations: Dette kommandovinduet er godt egnet for samling av tidligere oppsplittede lasttilfeller som følge av trinnvis utbygging. I denne rapporten studeres imidlertid referansekonstruksjonen kun i ferdigtilstand. Likevel grupperes enkelte lasttilfeller for oversiktighetens skyld. Ingen lastfaktorer gis her, og det er derfor kun foreløpig snakk om lastgruppering – ikke last kombinerings.

Sort Combination: Her settes lastkombinasjonene sammen ved bruk av kombinasjonsmetoder som *add*, *worst*, *if* osv. Lastkombinasjonene angis med last- og kombinasjonsfaktorer i henhold til 2.4.5 (Lastkombinasjon og lastfaktorer) og 4.1.3 (Trafikklast og kombinasjonsfaktorer). Ugunstigste lastkombinasjoner med tilhørende faktorer som gir største og minste bøyemoment og største torsjonsmoment er presentert under nevnte 4.1.3. *Sort Combination* bygges da opp for å «oppnå» disse tre tilfellene. Grensetilstanden som studeres er bruddgrensetilstanden, og dette angis da for de forskjellige kombinasjonene. Avslutningsvis knyttes kombinasjonene til *Sort combination line*, som i utgangspunktet har som funksjon å finne ugunstigste lastkombinasjon for hvert enkelt element ut fra flere angitte kombinasjoner. Her er som nevnt disse kombinasjonen allerede kjent, og *Sort combination line* fungerer kun som en «plassholder».

NB! Ovenstående fremgangsmåte for *Lodcombinations* kan fremstå som noe uortodoks hva gjelder NovaFrame. Det understrekes derfor at «normal» prosedyre er gjennomført på forhånd, slik at «*worst case*»-tilfeller allerede er kjent. Det anses imidlertid utenfor rapportens formål å beskrive gangen i dette.

4.2.2 Verifikasjon

4.2.2.1 Sjekk av likevekt

I NovaFrame finnes det en innebygd funksjon for likevektssjekk av modellen (*Postprocess/List results/Equilibrium check*). Denne kan kjøres for angitte lasttilfeller og/eller lastkombinasjoner. Dette er en lite krevende prosess og kjøres dermed for alle lasttilfeller og lastkombinasjoner for samtlige av referansetilfellene. Resultatene av disse viser at krav til likevekt oppfylles for alle tilfeller, da de påsatte lastene tilsvarer reaksjonskreftene (motsatt rettet). Dette gir en grunnleggende verifikasjon av modellen.

For egenlast av brubanen viser likevektssjekken at påsatt last (her: egenlast) og reaksjonskrefter (oppleggskrefter) er på henholdsvis -15366 kN og 15366 kN, og likevekt er dermed verifisert. NovaFrame angir et tverrsnittsareal (verifisert i 4.2.2.2) for brubanen på $7,065 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$. Dersom dette arealet multipliseres med betongens egentynge og bruas lengde skal resultatet tilsvare de nevnte reaksjonskreftene, hvilket verifiseres av uttrykket nedenfor:

$$\underbrace{\text{Tverrsnittsareal}}_{\text{brubane}} \cdot \underbrace{\text{Egentynge}}_{\text{betong}} \cdot \underbrace{\text{bru-}}_{\text{lengde}} = 7,065 \text{ m}^2 \cdot 25 \text{ kN/m}^3 \cdot 87 \text{ m} = 15366 \text{ kN}$$

4.2.2.2 Geometri

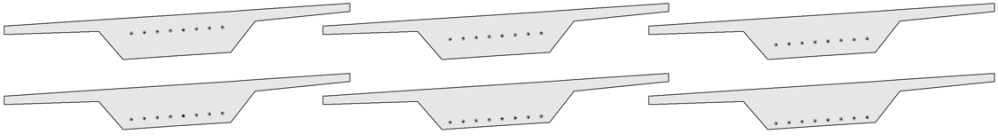
Noder og elementer: Referanselinjer, akser, noder og elementer kontrolleres grafisk gjennom sjekk av profilnumre i henhold til tegningsgrunnlag, kotehøyder og angitte inkrementverdier.

Tverrsnitt: Siden brutverrsnittet er konstant over hele brulengden kontrolleres det grafisk at koordinatene er identiske i forhold til referanselinjen for veglinje for de forskjellige snittene. Tverrsnittskonstanter som areal og arealmomenter kontrolleres opp mot håndberegninger for et forenklet tverrsnitt, og tabell 4.1 nedenfor verifiserer verdiene lest ut av NovaFrame.

	NovaFrame	Håndberegning	Avvik
Tverrsnittsareal A	$7,065 \times 10^6 \text{ mm}^2$	$7,028 \times 10^6 \text{ mm}^2$	0,53%
Arealmoment I_x	$1,079 \times 10^{12} \text{ mm}^4$	$9,933 \times 10^{11} \text{ mm}^4$	7,94%
Arealmoment I_y	$3,431 \times 10^{13} \text{ mm}^4$	$3,503 \times 10^{13} \text{ mm}^4$	2,11%

Tabell 4.1: NovaFrame – verifikasjon av tverrsnittsverdier

Armeringsplassering: Siden brubanen modelleres med horisontalkurveradius, samt fall i både lengde- og tverretning i NovaFrame, er det viktig å påse at spennarmeringen ligger riktig i de forskjellige snittene. I NovaFrame benyttes funksjonen *Step to view sections* for å verifisere at spennarmeringen er riktig plassert i den enkelt snittene (se figur 4.7). Dette er altså verifisert grafisk.



Figur 4.7: Plassering av spennarmering i seks påfølgende snitt i NovaFrame

4.2.2.3 Egenvekt

Kontroll av egenvekt er en god verifikasjon på at geometri- og tverrsnittsparametre er korrekte. For å gjennomføre en slik verifikasjon benyttes forskyvningsmetoden, også kalt likevektsmetoden eller stivhetsmetoden. Metoden kan benyttes både for håndregning og datamaskinprogram. I dette avsnittet benyttes imidlertid håndberegning, med det formål å verifisere gyldigheten av modell og resultater for NovaFrame. Det studeres et altså tilfelle med brubanens egenlast som eneste lastvirkning. Det benyttes et forenklet system for håndberegningene. Ved manuelle beregninger er det hensynet til mengden av kompleksiteten på selve regnearbeidet som er avgjørende for valg av metode. Det er derfor essensielt å dra nytte av alle forenklinger som kan redusere omfanget av regnearbeidet uten å påføre resultatene uakseptable feil. Følgende forenklinger foretas:

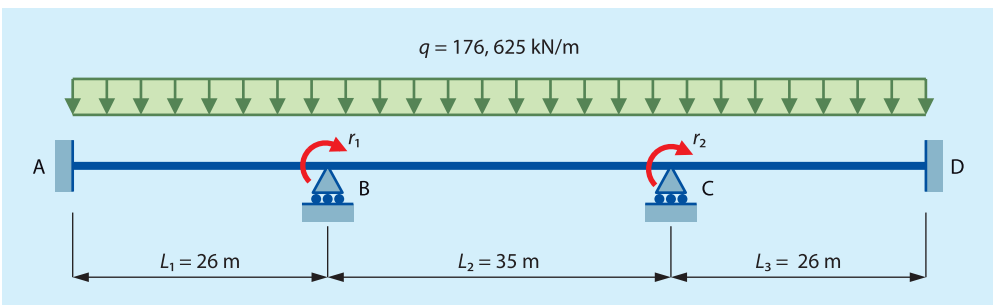
- deformasjonene på grunn av både aksial- og skjærkrefter neglisjeres; det tas kun hensyn til bøyedeformasjonene
- de to monolittisk innstøpte og bunninnspente søylene erstattes med glidelagre
- bruendene modelleres som direkte fast innspente i stedet for bunninnspente skivesøyler
- horisontalkurvatur neglisjeres

De nevnte forenklinger gir feil som antas å være godt innenfor de feilmarginer som kan aksepteres.

I systemet som etableres (se figur 4.8), tilsvarer punkt A, B, C og D henholdsvis brukonstruksjonens akse 1, 2, 3 og 4. Overbygningen har et tverrsnittsareal på $10,6 \text{ m}^2$, som multiplisert med betongens egentynge på 25 kN/m^3 gir en linjelast på $175,625 \text{ kN/m}$. Denne linjelasten utgjør systemets ytre belastning.

$$q_{\text{egenlast}} = 7,065 \text{ m}^2 \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 176,625 \text{ kN/m}$$

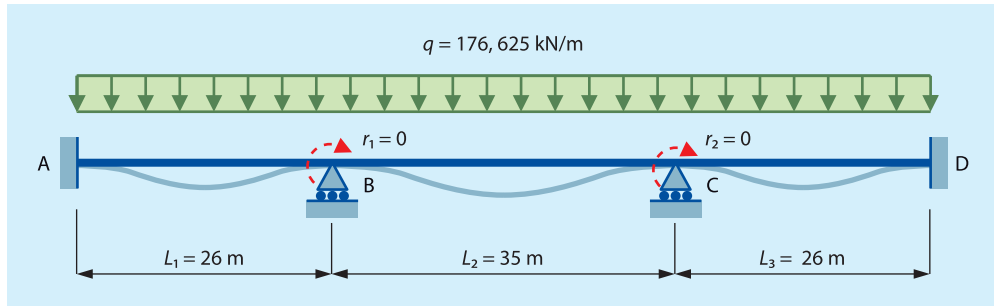
Det etableres to kinematiske frihetsgrader (her: ukjente rotasjonsvinkler), der rotasjonen over opplegg B og C defineres som henholdsvis frihetsgrad r_1 og r_2 .



Figur 4.8: Etablert system for verifikasjon

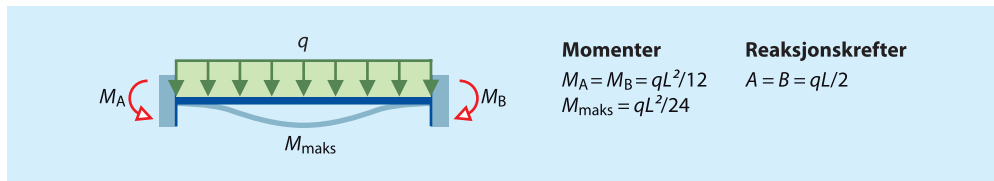
Partikulærløsningen (fastholdingstilstanden)

Det dannes et kinematisk bestemt grunnsystem, der alle ukjente fastholdes, hvilket betyr: $r_1 = r_2 = 0$.



Figur 4.9: Fastholdingstilstanden

Problemet som fremkommer er tre enkle tosidig innspente bjelker, og løsningen på dette problemet, den såkalte partikulærløsningen, er enkel og tas fra tabell- eller formelverk (se figur 4.10).



Figur 4.10: Løsning for tosidig innspent bjelke

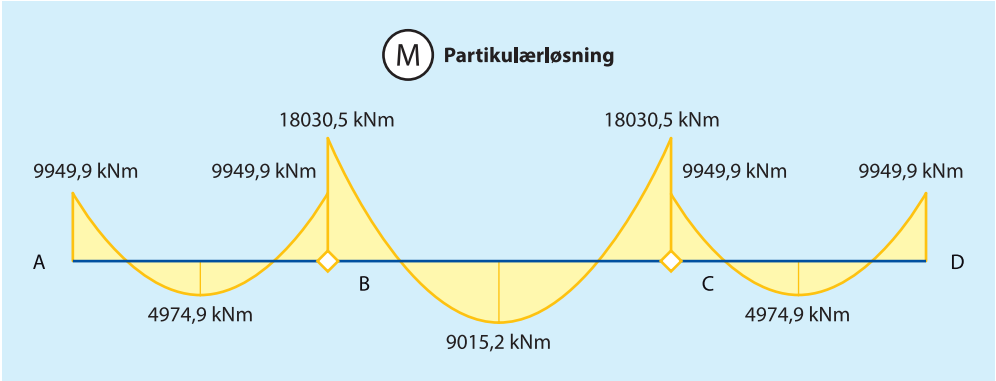
For å opprettholde null rotasjon krever partikulærløsningen et sett av «fiktive fastholdingskrefter» over opplegg B og C. Resulterende lastvektor er:

$$R = R^k - R^0 \quad (4.1)$$

der R^k er kraft/moment som virker direkte i frihetsgrad og R^0 er fastholdingskrefter/-momenter (når $r_i = 0$). Innsatte verdier gir følgende resulterende lastvektor:

$$R = 0 - \begin{bmatrix} R_1^0 \\ R_2^0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{BA}^0 - R_{BC}^0 \\ R_{CB}^0 - R_{CD}^0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{qL_1^2}{12} - \frac{qL_2^2}{12} \\ \frac{qL_2^2}{12} - \frac{qL_3^2}{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8080,6 \\ -8080,6 \end{bmatrix} \text{ kNm}$$

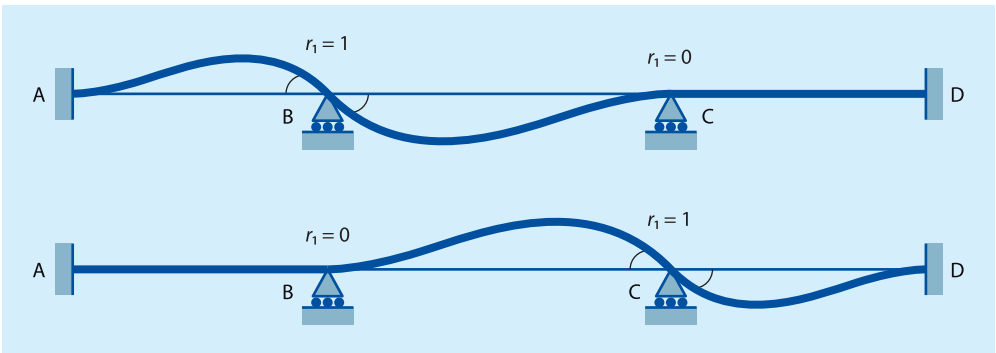
Partikulærløsningens momentdiagram fremgår av figur 4.11. Momentdiagrammer tegnes med ordinat på strekksiden; positiv M gir strekk i underkant.



Figur 4.11: Momentdiagram for partikulærløsningen

Komplementærløsningen (frigjøringstilstanden)

For å bli kvitt de «fiktive fastholdingskreftene» fra partikulærløsningen, påsettes momenter etter tur i motsatt retning, som vist i figur 4.12.



Figur 4.12: Frigjøringstilstanden

Stivhetsmatrisen kan da skrives som:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11}^{BA} + K_{11}^{BC} & K_{12}^{BC} \\ K_{21}^{CB} & K_{22}^{CB} + K_{22}^{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L_1} + \frac{4EI}{L_2} & \frac{2EI}{L_2} \\ \frac{2EI}{L_2} & \frac{4EI}{L_2} + \frac{4EI}{L_3} \end{bmatrix}$$

Innsatte verdier gir endelig stivhetsmatrise:

$$K = \begin{bmatrix} 0,268 & 0,057 \\ 0,057 & 0,268 \end{bmatrix} EI$$

Stivhetsrelasjonen er gitt som:

$$[K][r] = [R] \quad (4.2)$$

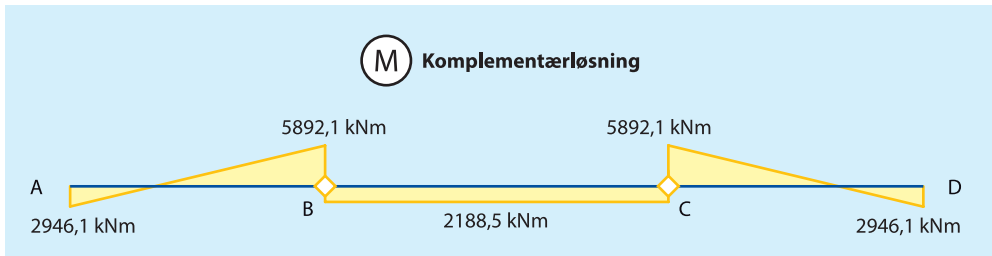
Innsatte verdier gir rotasjonene r_i :

$$\begin{bmatrix} 0,268 & 0,057 \\ 0,057 & 0,268 \end{bmatrix} EI \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8080,6 \text{ kNm} \\ -8080,6 \text{ kNm} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} r_1 = 38299,6 \\ r_2 = -38299,6 \end{bmatrix}$$

Tilbakesubstitusjon gir etter

$$R_i = \sum_{j=1}^n K_{ij} \cdot r_j \quad (4.3)$$

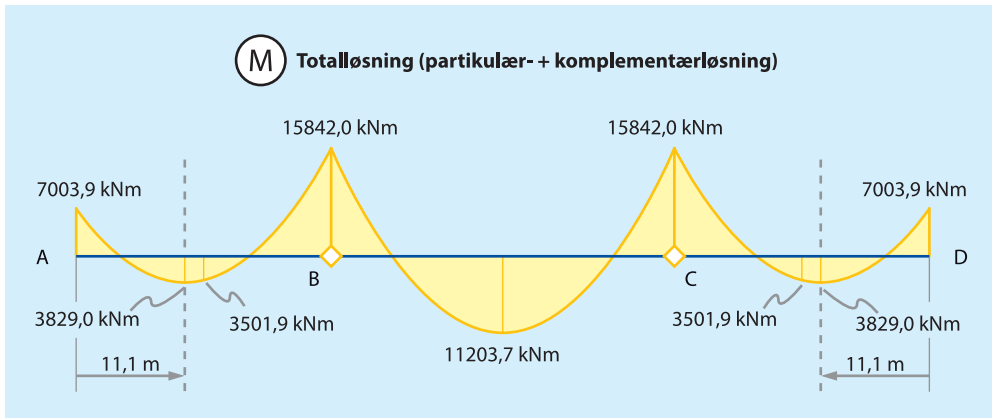
komplementærløsningens momentdiagram, vist i figur 4.13.



Figur 4.13: Momentdiagram for komplementærløsningen

Totalløsningen (partikulær- + komplementærløsningen)

Summen av de to delløsningene er løsningen på det opprinnelige problemet – de fiktive fastholdingskreftene forsvinner når krefter som er like store, men motsatt rettet, summeres. Legg merke til den utstrakte bruk av superposisjonsprinsippet (enkelteffekter isoleres og deres virkninger summeres). Endelig momentdiagram gis i figur 4.14.

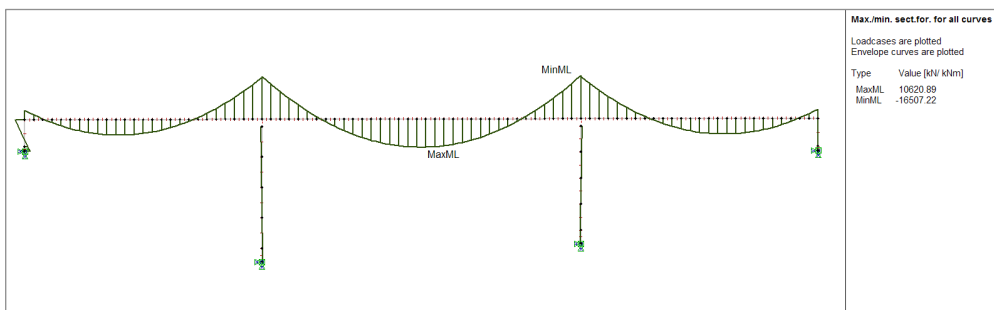


Figur 4.14: Momentdiagram for totalløsningen

Håndberegningene er verifisert ved hjelp av rammeprogrammet Focus 2D Konstruksjon¹⁰, som - for identisk modell - gir tilnærmet eksakt samme bøyemomenter som ved håndberegningen.

¹⁰ Focus 2D Konstruksjon er et 2-dimensjonalt rammeprogram

Sammenlikning med resultater fra NovaFrame:



Figur 4.15: Momentdiagram fra NovaFrame

Momentresultatene som genereres av NovaFrame (se figur 4.15) – selvfølgelig også her modellert med kun brubanens egenvekt - settes opp mot resultatene fra håndberegningene (se tabell 4.2):

	Bøyemoment [kNm]								
	Akse 1 (A)	Maks felt	Midt (AB)	Akse 2 (B)	Maks felt	Akse 3 (C)	Midt (CD)	Maks felt	Akse 4 (D)
NovaFrame	-3611,1	5799,8	5169,7	-16343,7	10620,9	-15970,7	5145,9	5784,7	-3587,6
Håndberegninger	-7003,9	3829,0	3501,9	-15842,0	11203,7	-15842,0	3501,9	3829,0	-7003,9
Avvik	-48,44%	33,98%	32,26%	3,07%	-5,49%	0,81%	31,95%	33,81%	-95,23%

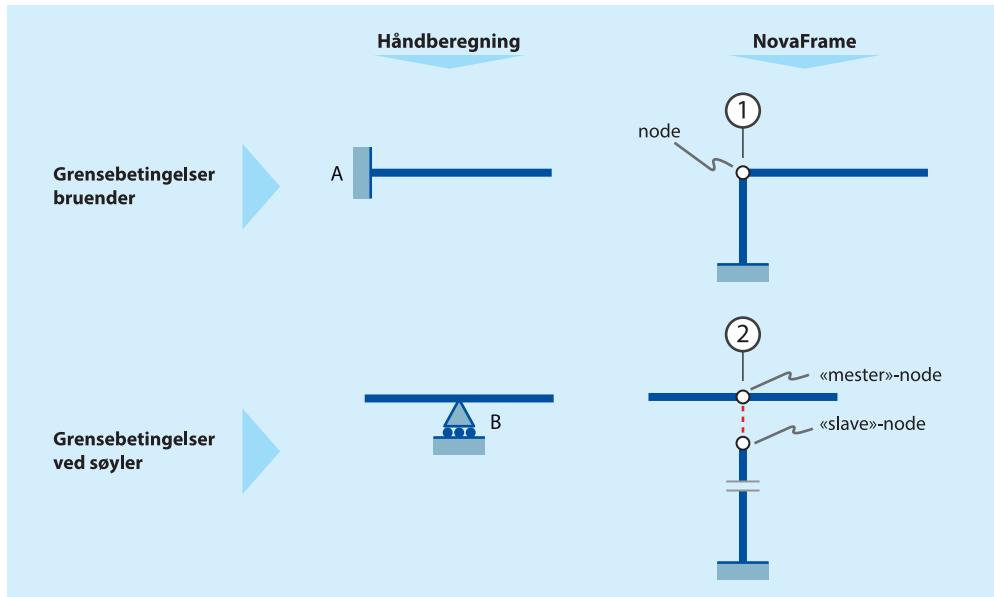
Tabell 4.2: Bøyemomenter generert av NovaFrame sammenliknet med verdier beregnet for hånd

Som det fremgår av tabellen, er det svært små avvik mellom resultatene i midtspennet (støttemoment over søyler og feltmoment). Derimot fremkommer det relativt store avvik mellom bøyemomentene i de to sidespennene; særlig ved de to endeoppleggene, hvor håndberegningene gir et tilnærmet dobbelt så stort bøyemoment enn hva som er tilfellet i NovaFrame. Dette er likevel som forventet, hvilket går nærmere inn på i de kommende avsnittene.

I NovaFrame er de to respektive søylene (ved akse 2(B) og 3(C)) koblet til brubanen ved hjelp av en såkalt «mester-slave»-forbindelse (se figur 4.16), som er en enkel metode for modellering av en stiv forbindelse. Jfr. [25] bør en slik kobling benyttes når søyler og overbygning støpes monolittisk, hvilket er tilfellet for referansekonstruksjonen.

Referansekonstruksjonen er som tidligere nevnt en såkalt landkarløs bru med korte bunninnspente skivesøyler på endene. I NovaFrame er koblingen mellom bruenden og bunninnspent skivesøyle utført som en regulær nodekobling (se figur 4.16). I håndberegningene er imidlertid bruendene modellert som direkte fast innspente – som en del av forenklingsprosessen. Teoretisk, vil dette dermed resultere i en betraktelig større stivhet ved bruendene, og dermed også større et bøyemoment, hvilket altså fremkommer av resultatene i tabell 4.2. Derimot antas det at grensebetingelsene ved søyler gir tilnærmede like stivheter for NovaFrame-modellen og systemet etablert for håndberegning, noe som de nokså sammenfallende momentresultatene viser. **Denne verifikasjonen anses derfor som gyldig for**

midtspennet, altså mellom akse 2 og 3 (punkt B og C). Resultatene i dette området er videre såpass sammenfallende at de regnes som verifiserte.



Figur 4.16: Grensebetingelser ved bruender og søyler i NovaFrame og ved håndberegning

4.3 Diana

DIsplacement method **AN**ALyser er, som navnet tilsier, et 3-dimensjonalt multifunksjonelt elementmetodeprogram basert på forskyvningsmetoden. Programmet er spesielt kraftig utviklet innenfor betong- og geotekniske analyser. Bruksområdet er i hovedsak beregninger og analyse av bruer, demninger, offshorekonstruksjoner og tunneler. Programmet kan blant annet gjennomføre lineære, ikke-lineære og dynamiske analyser. Diana har vært under utvikling ved institutt for beregningsmekanikk ved TNO Building and Construction Research i Nederland siden 1972. Programmet er mye brukt til forsknings- og analyseformål ved tekniske universiteter over hele verden. I denne rapporten benyttes Diana versjon 9.4.4.

DIANA kan etablere beregningsmodeller basert på et ulike typer elementer, slik som bjelker (rett og buet), membraner, plater, skall og fjærer. Alle disse elementene kan kombineres i en elementmodell. Programmet har også spesielle elementer som benyttes til å modellere ulike typer armering i betongkonstruksjoner.

4.3.1 Modellering og analyse

Modellering av brukonstruksjoner i Diana er en tidkrevende og omfattende prosess. Gjennom dette avsnittet forklares de viktigste valgene, prinsippene og metodene tilknyttet modelleringen. Prosessen i Diana kan generelt deles opp i tre deler: først etableres beregningsmodellen (*Preprocess*) i et grafisk brukergrensesnitt kalt iDiana, der det etableres en .dat-fil. Deretter utføres selve analysen på bakgrunn av denne filen, før man til slutt kan hente ut resultater (*Postprocess*) i samme brukergrensesnitt man etablerte modellen. Programmet er basert på bruk av ulike batch-kommander¹¹ for å utføre oppgaver og prosesser.

Forutsetninger

Det foretas enkelte forenklinger av den reelle brukonstruksjonen for å gjøre modelleringsprosessen i Diana noe enklere. Blant annet modelleres brudekket som flatt, og derav ingen overhøyde eller stigningstall. I tillegg forenkles tverrsnittsgeometrien noe, hvilket vil fremgå senere i denne modelleringsbeskrivelsen.

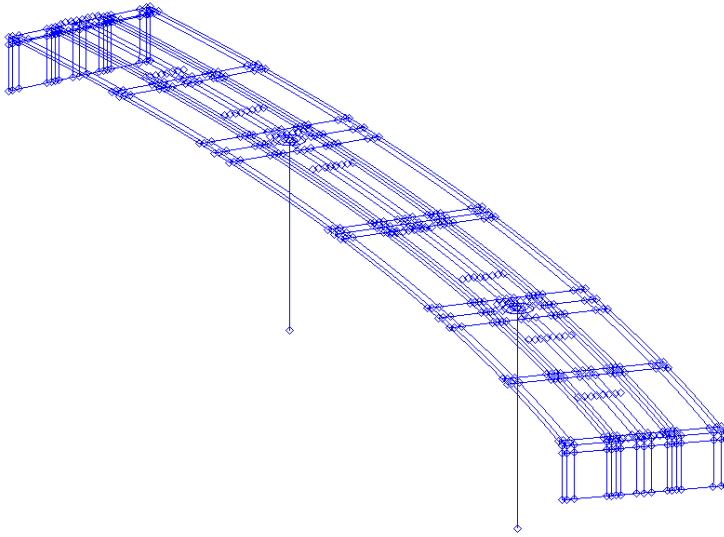
Geometri

Geometrien til referansetilfellene etableres i utgangspunktet ved å definere geometriske former. Dette gjøres ved å benyttes batch-kommandoer som definerer plassering, størrelser og sammenhenger. Noen eksempler på kommandoer er vist nedenfor:

```
GEOMETRY POINT P21 -42707.08 -274092.49 0.00
GEOMETRY LINE STRAIGHT L43 P14 P40
GEOMETRY LINE ARC L145 P12 P29 P0
GEOM LINE CIRCLE P93 500.00 XY
```

I figur 4.17 vises også geometrien til referansekonstruksjonen etablert av punkter, linjer, buer og sirkler. Referansekonstruksjonen er blant annet modellert av 462 punkter som igjen definerer 672 linjer (buede og rette).

¹¹ Batch-kommandoer: enkle programmeringskommandoer



Figur 4.17: Diana – modellert geometri

Når geometrien er fastsatt, må det defineres de ulike flater (*surfaces*) i modellen. Disse flatene er de som senere deles opp i elementer. Totalt deles geometrien opp i 310 flater (*surfaces*). Årsaken til at det etableres relativt mange flater, er at hver enkeltflate får egne geometriske og fysiske egenskaper. På grunn av varierende tverrsnittstykkelser må det benyttes et stort antall flater i tverretningen for å tilnærme den virkelige geometrien. Dessuten ligger det en fordel i å ha mange flater, siden det gis flere muligheter for lastplassering, da laster kan defineres på hver enkelt flate.

Materialer og egenskaper

De definerte flatene (*surfaces*) og linjene (søylene) tilknyttes ulike materialparametere og fysiske egenskaper. Materialeegenskapene er omtalt under avsnitt 2.3.2 og defineres ved følgende kommandoer:

```
PROPERTY MATERIAL MA1 ELASTIC ISOTROP 36000 0.2
```

elastisk isotropt materiale med $E_{cm} = 36000$ MPa og $\nu = 0,2$

```
PROPERTY MATERIAL MA1 MASS DENSITY 2.54842E-06 0
```

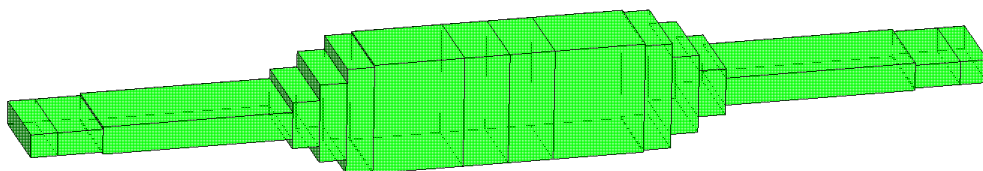
densitet: $2.5484 \cdot 10^{-6}$ kg/mm³ = 25 kN/m³

```
PROPERTY ATTACH ALL MA1
```

alle flater tilknyttes det definerte materialet

De fysiske egenskapene til de ulike delene må også defineres. Alle elementene i brudekket defineres som *skall* og tilknyttes egenskapen *flat*. Siden tykkelsene i tverretningen varierer, må det defineres en rekke ulike tykkelser. Ved definering av de fysiske størrelsene, bestemmes disse ut fra midtflat. For brukonstruksjonen tverrsnitt blir dette som vist i figuren 4.18. Typiske kommandoer:

```
PROPERTY PHYSICAL FY1 GEOMETRY CURVSHEL THREGULR 264
PROPERTY PHYSICAL FY1 FLAT12
```



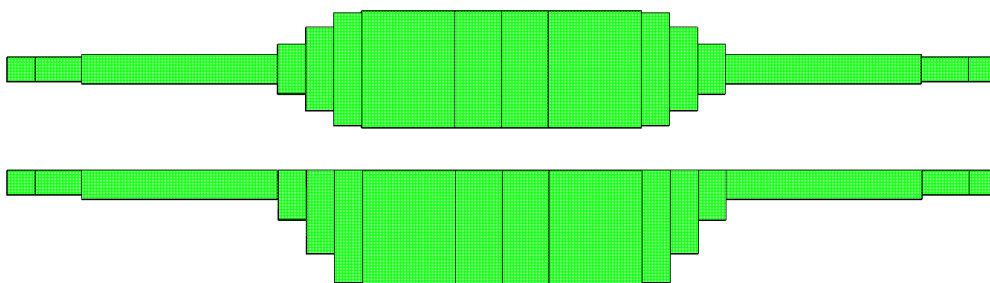
Figur 4.18: Diana – fysisk tverrsnitt

Dette er ikke et representativt tverrsnitt for referansekonstruksjonen. Tverrsnittet må være plant i overkant for at vingene skal ha tiltenkte funksjon. Får å oppnå dette må de de ulike flatene med forskjellige tykkelser «forflyttes». Dette gjøres i Diana ved å innføre såkalte eksentrisiteter - som utføres ved såkalte inndatafiler som knyttes til de ulike geometriene. Her defineres kommandoen:

```
ECCENT 0.0 0.0 2.250E+01
```

eksempel på 22,5 mm eksentrisitet i global Z-retning

Disse inndatafilene leses av programmet når beregningsfilen etableres. Derfor kan ikke tverrsnittsgeometrien vises grafisk i Diana med innførte eksentrisitet. Prosessen illustreres imidlertid i figur 4.19.



Figur 4.19: Diana - tverrsnittet før og etter innføring av eksentrisiteter

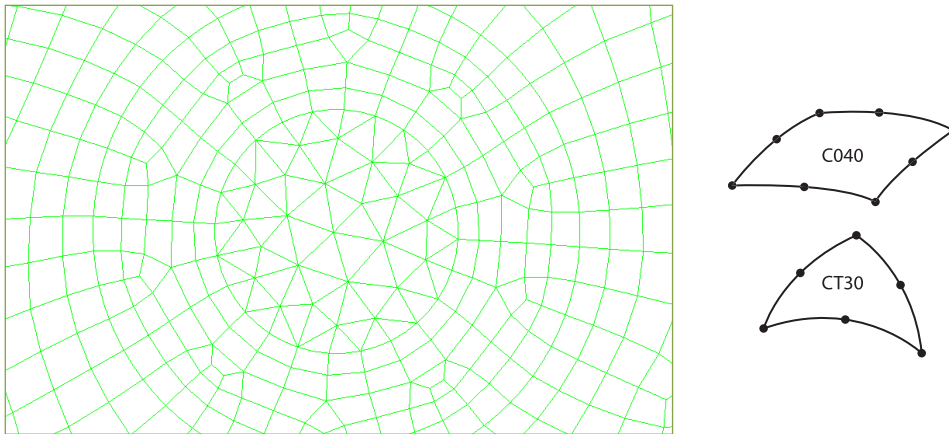
For søylene og skivesøylene defineres materialegenskapene og de fysiske størrelsene etter samme metode som for brudekket. Det bevises under avsnitt 4.3.2.2 at tverrsnittet blir som illustrert.

¹² Innføres ved hjelp av inputfiler for respektive geometrier.

Elementvalg brudekke

Som det presenteres i kapittel 3, er det nødvendig å benytte skallelementer for å modellere brudekket, siden det oppstår både plate- (bøyning) og membranvirkninger (normalkrefter). Ved betraktning av brudekket, er dette en plan konstruksjonsdel. I utgangspunktet ville det da vært naturlig å benyttet flate skallelementer. Men denne typen elementer inkluderer ikke koblingen mellom plate- og membranvirkningen. Disse kan derfor ikke kombineres med forspenning. Det er derfor benyttet såkalte Mindlin skallelementer, definert som flate. Teorien bak Mindlin-elementene er gitt under avsnitt 3.4.3.

Mindlin-elementene kommer i ulike typer og fasonger. **For rapportens modeller er det benyttet 8-nodede isoparametriske elementer (betegnet CQ40S) – se også figur 4.20 – til store deler av brudekket og skivesøylene. Innenfor de sirkulære områdene rundet søylene er det benyttet 6-nodede trekantelementer (betegnet CT30S), siden disse representerer sirkulæreformer bedre (se figur 4.20).** Bakgrunnen for at akkurat denne typen Mindlin-elementer velges, er at disse ikke utsettes for skjærlåsing¹³. I tillegg kan elementet representere de krumme sidene bedre, da de har høyere ordens formfunksjoner. Elementene har 2x2 integrasjonspunkter i tre plan innen hvert element. Det vil si at det beregnes spenninger i totalt 12 punkter per element. De to typene skallelementer som er benyttet i brudekket er illustrert i figur 4.20.



Figur 4.20: Diana – elementnett (brudekke) over søyler og valgte elementtyper

Elementvalg søyler

For å implementere den reelle stivheten til søylene, modelleres disse i sin fulle lengde. Søylene modelleres med 3-dimensjonale rette bjelkeelementer som tilknyttes referansekonstruksjonens geometri (sirkulære tverrsnitt med diameter på 1000 mm). Elementene som her benyttes defineres av Diana som L12BE. Dette er 2-nodede elementer med totalt 12 frihetsgrader (tre translasjoner og tre rotasjoner i hver node).

Mesh (elementnett)

Modellen deles opp i elementer ut fra de tidligere definerte flatene (*surfaces*). Denne oppdelingen kalles *mesh* eller elementnett, og gjøres ut fra ulike matematiske algoritmer som forutsettes. Generelt vil nøyaktigheten av resultatene øke med redusert

¹³ koblingen mellom bøy- og membranvirkningene kan medføre skjærlåsing, som gir unøyaktige resultater

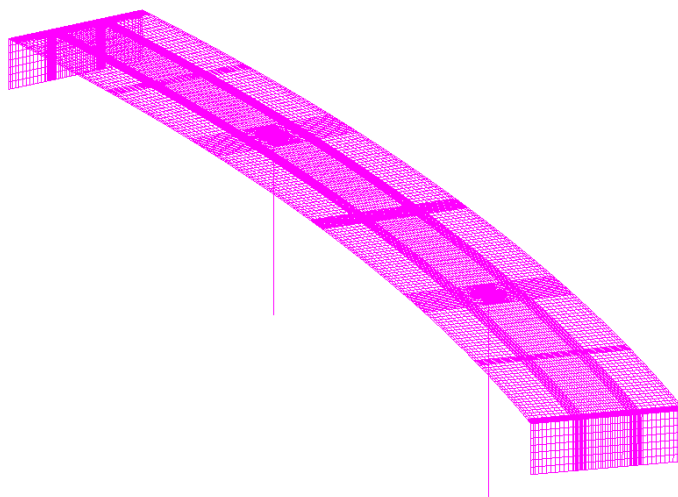
elementstørrelse. Årsaken til dette er at modellen «får» flere frihetsgrader, som kan beskrive den reelle oppførselen mer eksakt. Etter ønske kan modellen deles inn veldig fint, men dette gir mange små elementer. Dette fører igjen med seg at selve analysen kan ta veldig lang tid. Det gjelder derfor å finne en balanse som gir nøyaktig nok resultater og tar kortest mulig tid. For å finne denne balansen benyttes en noe forenklet modell av referansekonstruksjonen, der ulike oppdelinger testes for å finne et elementnett som gir presise nok resultater. Resultatene fra denne undersøkelsen er presentert i tabell 4.3.

Test-modell	Antall elementer	CPU-tid [sek]	Maks ned-bøyning [mm]	Største lokale bøyemoment [kNm/m]	Minste lokale bøyemoment [kNm/m]	Totalt bøyemoment på tvers i midtspenn* [kN]	Totalt torsjonsmoment på tvers i midtspenn* [kN]
1	4367	27	-29,17	4616,80	-1721,54	-6172,15	10,72
2	11163	89	-29,17	4591,08	-1721,05	-6234,46	3,87
3	15876	143	-29,17	4591,46	-1721,07	-6259,44	3,16
4	22259	240	-29,17	4581,43	-1721,06	-6260,25	3,09
5	33179	406	-29,17	4580,76	-1720,99	-6262,85	3,07

* Integret over bredden

Tabell 4.3: Diana – test av konvergens elementnett

På bakgrunn av resultatene presentert i tabell 4.3, er det valgt å anvende elementtettheten som er benyttet i testmodell 3 for de videre analysene. Som man ser av resultatene er avvikene til modell 5 små (2,9 prosent for torsjonsmomentet). Derav er det lite å hente ved å benytte et finere *mesh*. For referansekonstruksjonen gir dette totalt omtrent 15876 elementer (se figur 4.21). Som man ser av figuren, er elementinndelingen noe varierende. Noen steder er det valgt å benytte finere elementinndeling. Årsaken til dette er at endringer i tverrsnittstørrelser og områder hvor store lastvirkninger oppstår bør modelleres finere. Dette er derfor gjort i ulike deler av konstruksjonen



Figur 4.21: Diana – fullstendig elementnett

Nøyaktigheten ved resultatene er ikke bare avhengig av elementstørrelsene, men også elementenes fasonger og størrelsesforhold. For å kontrollere disse parameterne, finnes det en innebygd funksjon i Diana som verifiserer samtlige elementer. Denne testen sjekker blant annet kontroll av sideforhold, maks/min tillatt vinkel, midtnodeforskyvning og fysiske størrelser.

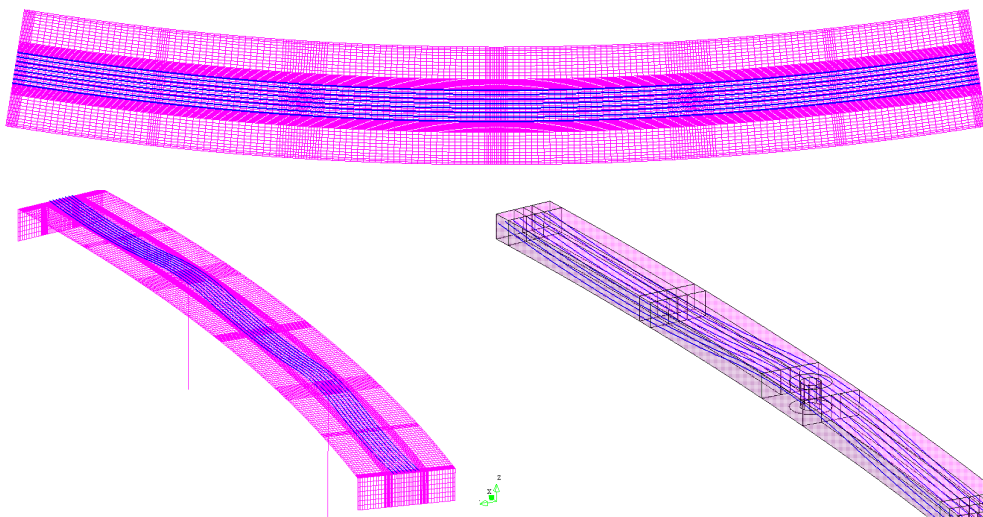
Spennarmering

Referansekonstruksjonens spennarmering består av åtte etteroppspente kabler som føres ondulerende i bruas lengderetning (omtalt bl.a. under avsnitt 2.3.2.3). I Diana må hver enkelt spennkabel modelleres ved å definere geometriske punkter som knyttes til parabelformede armeringselementer. Hver spennkabel angis først som tre parabelformede armeringselementer som deretter defineres som en sammenhengende spennkabel fra den ene bruenden til den andre. Spennkabelen tilknyttes material- og fysiske egenskaper etter verdier fastsatt i avsnitt 2.3.2.3. I tillegg må spennkablene tilknyttes den fysiske egenskapen *NOBOND*. Dette innebærer at spennkabelen ikke er forbundet til det omliggende materialet, og gir dermed heller ingen ekstra stivhet til elementene eller konstruksjonen. Spennarmeringens virkning inkluderes ved at det gis eksterne belastninger på hvert enkelt element som innehar spennkabelen. Belastningen eller oppspenningen av kablene gis som eksterne laster på endene av spennkablene. Som omtalt under avsnitt 4.1.2 beregnes de tidsavhengige tapene etter en forenklet metode. Utførte beregninger (se avsnitt 2.4.3) fastsetter oppspenningskraften etter tidsavhengige tap til 3388,042 kN (likning 2.8). De tidsuavhengige (umiddelbare) tapene beregnes av programmet etter fastsatte parametere fra 2.4.3. Et eksempel på kommando for oppspenningskraft blir som følger:

```
PROPERTY LOADS POSTTENS OPPSPEN1 2 TENDON1 3388042 3388042 5 5 0.2 1.00E-05
```

oppspenningskraft: 3388042 N; låsetap: 5 mm;
friksjonskoeffisient μ : - 0.2/rad, Wobble-faktor: 1.00E-05/mm

I figur 4.22 presenteres modelleringen av spennarmeringen slik det fremstår visuelt.



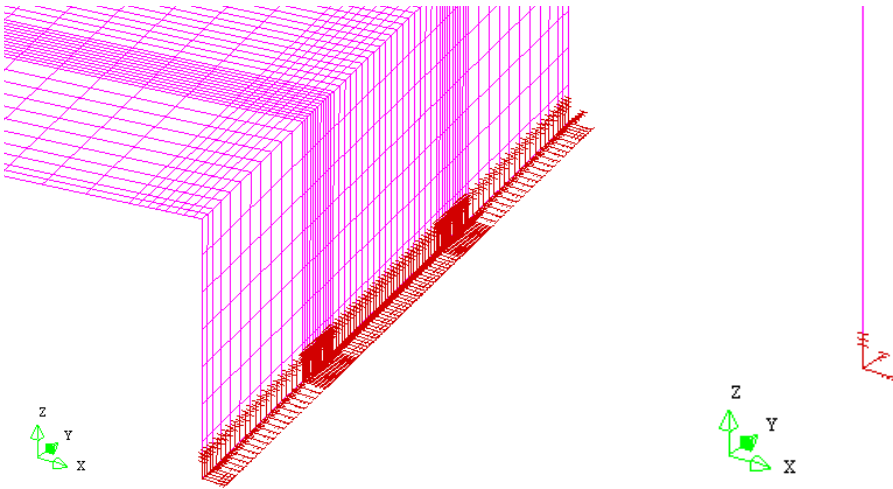
Figur 4.22: Diana - modellert spennarmering

Grensebetingelser/opplager

Grensebetingelsene i Diana innføres ved å definere betingelser for noder alene eller kombinert i sett. For referansekonstruksjonen er det fire ytre grensebetingelser. Disse forekommer i bunn av skivesøylene og søylene. Det er her antatt fullstendig innspenning, altså forutsettes det ingen rotasjon eller forskyvning i disse punktene. Grensebetingelsene defineres med kommandoer, som for eksempel følgende:

```
PROPERTY LOADS POSTTENS OPPSPEN1 2 TENDON1 3388042 3388042 5 5 0.2 1.00E-05
```

fullstendig innspenning (*encastre*) av punkt P500 som er bunnen av søyle akse 2 (26 m)

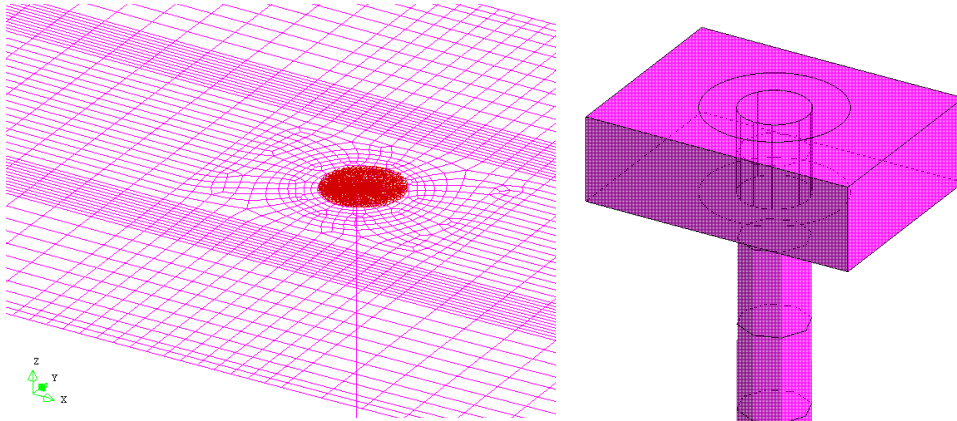


Figur 4.23: Diana - grensebetingelser skivesøyle og søyle (innspente)

Det er også benyttet en type grensebetingelse for å forbinde søylene til brudekket. Her benyttes kommandoen *MPC* (*multi-point constrain*). Denne forbinde alle nodene i brudekket som er innenfor søylens diameter, til noden på søylens topp. Nodene sammenkobles slik at translasjonene er koblet, men ikke rotasjonene. Det vil si at brudekket ikke «overfører» noe moment til søylene og vice versa. Likevel er forskyvningene (translasjonene) koblet slik at stivheten i søylen kobles til brudekket. Kommandoen som benyttes er som følger:

```
PROPERTY BOUNDARY MPC RBEAM CO4 SØYTV P93 PINNED
```

SØYTV - sett som definerer flaten i brudekket over søyle topp venstre.
SØYTV kobles til punkt P93 - topp søyle



Figur 4.24: Diana - grensebetingelse mellom brudekke og søyler (forskyvningen kobles)

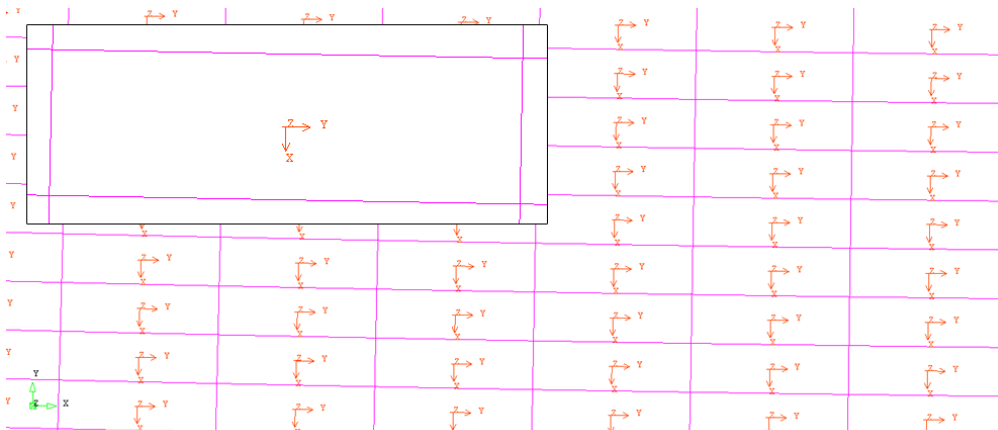
Akser

Resultatene fra en skallmodell presenteres etter elementenes lokale akser. Siden referansekonstruksjonen er horisontalkurvert må de lokale aksene derfor følge konstruksjonens krumning. Dette må defineres ved å etablere et lokalt koordinatsystem. Ved benyttelse av kommandoen *CYLINDRIC* kan man i Diana etablere et lokalt system og koble samtlige elementer til dette.

```
CONSTRUCT COORDSYS CYLINDRIC CC1 P0 PZ0 PX0
PROPERTY ATTACH BRUDEKK COORDSYS CC1
```

konstruerer et sylindrisk koordinatsystem basert på bestemte punkter og kobler systemet til alle elementer i brudekket

Dette medfører at de lokale *Y*-aksene konsekvent er parallelle med kurvaturen og bruens senterlinje. *X*-aksen står alltid ortogonalt på *Y*-aksen, i retning mot yttersiden av brudekket. *Z*-aksen defineres i tykkelsesretningen. I figur 4.25 presenteres dette grafisk.



Figur 4.25: Diana - lokale elementakser (*Y* i lengderetningen; *X* vinkelrett på)

Laster

Alle laster som skal virke på modellen må defineres før analysen. Generelt kan det modelleres inn laster som virker på ulike flater eller i fastsatte punkter. Programmet har videre en egen funksjon for å beregne egenlasten til selve konstruksjonen fra den fastsatte densiteten. Følgende kommando inkluderer dette:

```
PROPERTY LOADS GRAVITY EGENLAST 1 ALL -9.81 Z
```

Flatelaster for slitelag defineres som fastsatt i avsnitt 2.4.1.2. For kantdragerne beregnes egenlasten ut fra den fysiske geometrien og vekten av rekkverket (se 2.4.1.3) inkluderes. Denne belastningen defineres som en flatelast som virker på hver sin ytterkant av brudekket. Kommandoen blir som følger:

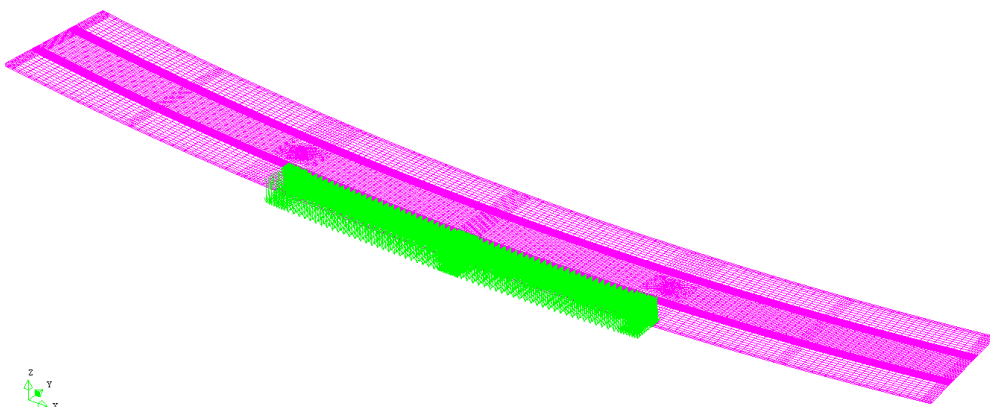
```
PROPERTY LOADS PRESSURE KANT2 3 KANTDR2 -0.019274 Z
```

Lasten *KANT2* på -0.019274 N/mm^2 ($=-19.274 \text{ kN/m}^2$) virker i *Z*-retning på flaten *KANTDR2* (et sett av flater; *surfaces*)

Som omtalt under avsnitt 4.1.3, fastsettes trafikklastene og kombinasjonene ut fra forhåndsregninger i NovaFrame. De ulike flate- og punktlaster som utgjør de enkelte trafikklastene må defineres hver for seg over sine respektive områder og punkter (noder) i Diana. Dette gjøres ved å definere lastintensiteter over ulike områder, som for eksempel:

```
PROPERTY LOADS PRESSURE LS2V1 6 S2V1 -5.4000E-03 Z
```

Last *LS2V1* på *S2V1* (sett med flater) med intensitet $5.4000E-03 \text{ N/mm}^2$ ($=5.4 \text{ kN/m}^2$)
LS2V1: last spenn 2, vegbane 1 - *S2V1*: spenn 2, vegbane 1



Figur 4.26: Diana - kommando gir flatelast på 5.4 kN/m^2 på kjørefelt 1 i spenn 2

Figur 4.1 tidligere i kapitlet viser de ulike tilfellene for trafikklast. Alle flate- og punktlaster (nodelaster) defineres i Diana med intensiteter som denne figuren viser. Videre blir disse koblet i ulike sett - som utgjør en trafikklastsituasjon.

Etter at alle lastene er fastsatt i programmet, må de kombineres for å gi de ulike lastsituasjonene. Dette gjøres ved å benytte *MeshEdit*¹⁴, der man kan skalere og kombinere alle tidligere definerte laster i ulike lastkombinasjoner. Det benyttes lastfaktorer som beskrevet under avsnitt 4.1.3 og som vist i figur 4.1.

Analyse

Når hele modellen er definert, kan en analyse-fil (.dat-fil) skrives av programmet. Denne filen inneholder alt modellen omfatter av geometri, elementinfo, laster og kombinasjoner etc. Denne filen kan deretter kjøres av et eget analyseprogram. Her defineres først ønsket analyse til *STRUCTURAL LINEAR STATIC*. Deretter velges hvilke resultater man ønsker beregnet (*Output*). For rapportens formål velges her følgende resultater:

```
DISPLA TOTAL TRANSL GLOBAL (Forskyvninger i noder i globale retninger)
DISPLA TOTAL ROTATI GLOBAL (Rotasjoner i noder i globale retninger)
FORCE REACTI TRANSL GLOBAL (Opplagerreaksjoner i globale retninger)
STRESS TOTAL CAUCHY LOCAL (Cauchy spenninger i lokale akser)
STRESS TOTAL DISMOM LOCAL (Fordelt (distributed) moment i lokale akser)
STRESS TOTAL DISFOR LOCAL (Fordelt (distributed) krefter i lokale akser)
```

Selve analysen utføres automatisk av Diana. Deretter etableres en postprosess-fil som åpnes i det samme brukergrensesnittet som modellen ble definert i. Fra denne filen kan man ta ut resultatene.

Resultater (postprosess)

Når analysen er gjennomført, åpnes resultatmodellen hvor man kan ta ut resultater og se på virkninger. Siden resultatene i en skallmodell generelt forekommer etter elementenes lokale akser, kan man ikke ta ut verdiene direkte. Bøye- og torsjonsmomentene i ulike tverrsnitt kan bestemmes ved å betrakte fordeling i tverretningen av brudekket. Dette gjøres ved å definere ulike tverrgående linjer forskjellige steder i brua. Disse linjene kan være definert mellom to noder, eller som linjer av elementer. For rapportens resultater er det valg å definere linjer av elementer, siden dette øker nøyaktigheten, da verdiene i *Gauss*-punktene benyttes. Prosessen med å finne resultater starter med å definere disse elementlinjene:

```
CONSTRUCT LINE ELEMENTS TVRM2 LIST [element nummere]
```

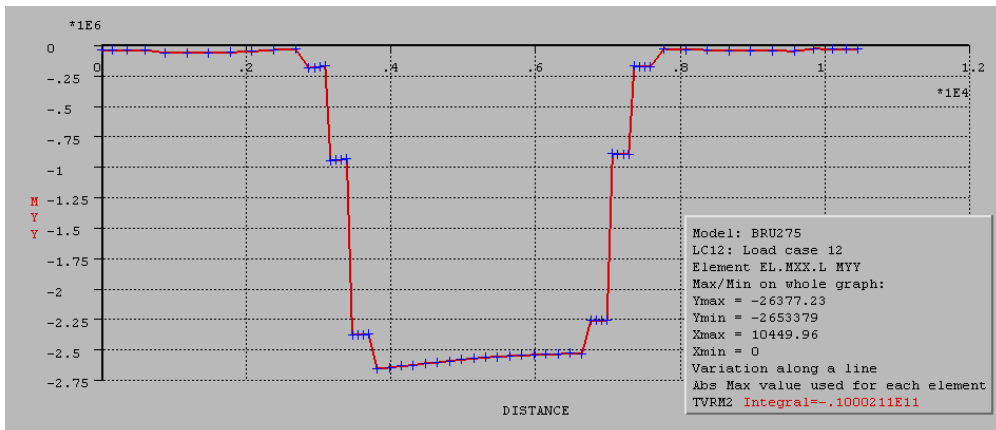
Denne kommandoen definerer en linje av elementer som kalles *TVRM2* (tverr midtspenn 2; 43,5 m).

Slike linjer defineres mange steder gjennom konstruksjonen. Disse linjene kan brukes til å tegne grafer for ulike lastvirkninger. Man velger ønsket lastkombinasjon og resultat før man kan benytte kommandoen:

```
PRESENT GRAPH LINE TVR435
```

som gir skjermbilde vist i figur 4.27 neste side.

¹⁴ MeshEdit: Tilleggsprogram jobber samhandler med Diana



Figur 4.27: Diana - resultat fra lastkombinasjon 1: fordelt bøyemoment i lengderetning midt i spenn 2 (43,5 m) for bru 4 (spenningsgrunnlaget er vist i figur 4.30)

Grafen viser det fordelte bøyemomentet basert på (absolutte) maksimalverdier fra hvert element i tverretningen midt i midtspennet (43,5 m). Det er også inkludert en funksjon som integrerer opp den totale verdien. Figur 4.27 viser «TVRM2 Integral = -.1000211E11» - som tilsvarer 10002,11 kNm. Som vist i vedlegg 3, er dette resultatet for gjeldende snitt for bru 4 ($r = 275$ m); lastkombinasjon 1.

Denne prosessen er gjennomført for å finne alle enkeltverdiene fra Diana, som gis i vedlegg 3.

Generering av de ulike brutilfellene

Etableringen av en komplett beregningsmodell i Diana er en tidkrevende prosess. Avsnittet forklarer noen av metodene og kommandoene som benyttes. Tar man for seg en komplett beregningsmodell, er denne etablert ved hjelp av omtrent 2400 kommandolinjer. Siden rapporten tar for seg referansetilfeller der det kun er enkelte parametere som skiller de ulike tilfellene, er det valgt å etablere et regneark i Microsoft Excel¹⁵, som genererer alle kommandolinjene. Regnearket fastsetter kommandolinjene ut fra valgt horisontalkurveradius, men kan også benyttes til å endre andre inndata som tykkelser, elementinndeling, materialdata, laster etc. Når valgte parametere er definert i regnearket, kan man lagre dette som en inndata-fil¹⁶ som kan leses av Diana. Når denne filen leses av Diana, genereres modellen automatisk.

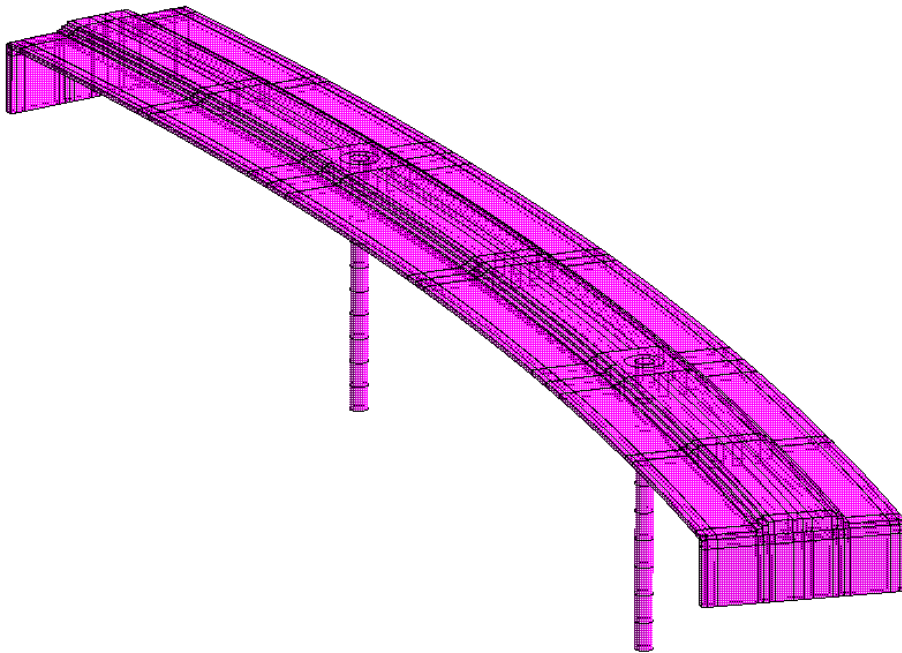
4.3.2 Verifikasjon

4.3.2.1 Geometri

For de modellerte brutilfellene kontrolleres geometrien til ulike punkter i brudekket. I tillegg kan man grafisk se at geometri og størrelser blir som forutsatt.

¹⁵ elektronisk vedlegg

¹⁶ bat- fil som kan leses av Diana (run-commando file)



Figur 4.28: Bru 4 ($r = 275$ m) grafisk fremstilt (NB! Eksentrisitetene til deler av brutvernsnittet visualiseres ikke av programmet, som begrunnet tidligere i kapitlet)

Tverrsnitt: Figur 4.18 tidligere i kapitlet viser referansekonstruksjonens tverrsnittet modellert i Diana. Som man ser av figuren, er dette noe tilnærmet det virkelige. For å kontrollere at avvikene ikke er for store sammenliknes det benyttede arealet mot det eksakte:

beregnet areal:	eksakt areal:	→	avvik
7 066 200 mm ²	7 065 000 mm ²		0,017 %

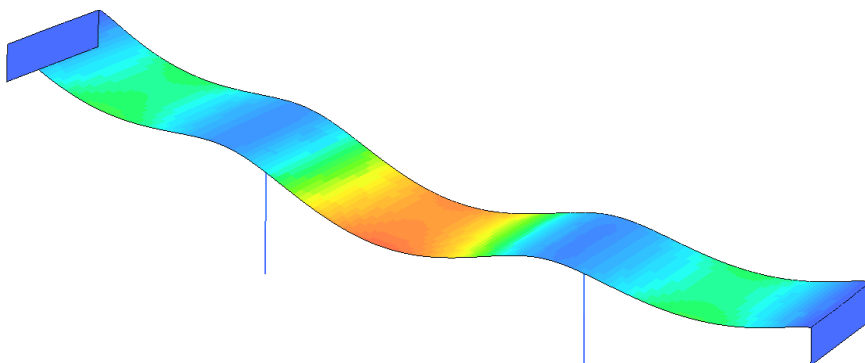
Verdiene viser et avvik på under én prosent. Denne forskjellen er med andre ord neglisjerbar og utgjør ingen feilkilde.

Noder og elementer: Nodene genereres automatisk av programmet etter elementinndelingen. Elementnettet kontrolleres visuelt ved å kontrollere at det er jevnt fordelt og at det ikke er noen uordinære former på elementene. I tillegg utførers en automatisk kvalitetssjekk (*quality check*) av Diana (omtalt under avsnitt 4.3.1).

Armeringsplassering: Armeringsplasseringen kontrolleres visuelt i programmet. Dette omfatter både avstander, form og plassering.

Akser: Som omtalt under forrige avsnitt, er det avgjørende for resultatgenereringen at de lokale elementaksene er riktig definert. Dette kontrolleres visuelt ved å vise retningene (se figur 4.25). Kontrollen gjøres både i forkant og etterkant av utført analyse.

Grensebetingelser: Modellens grensebetingelser kontrolleres visuelt som vist i figur 4.23. I tillegg kontrolleres disse ved å studere deformasjonsformen etter gjennomført analyse (se figur 4.29).



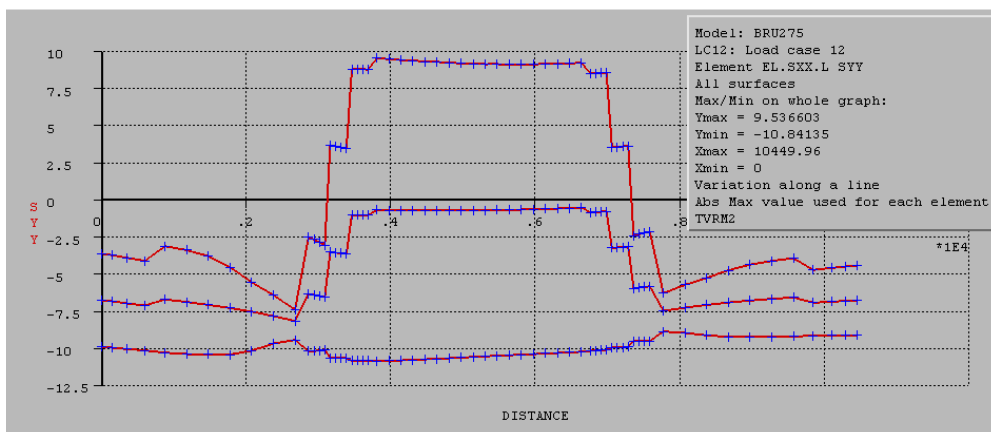
Figur 4.29: Deformasjon av bru 4 ($r = 275\text{ m}$) utsatt for egenlast (maks forskyvning i global Z-retning: 29,4 mm; skalert opp 150 ganger)

Skjermbildet i figur 4.29 og forskyvningsverdiene viser tydelig at søylenes funksjoner er opprettholdt.

4.3.2.2 Materialdata og fysiske egenskaper

Alle fastsatte materialdata og fysiske egenskaper kontrolleres mot de referansekonstruksjonens virkelige verdier. I tillegg visualiseres områder med ulike egenskaper, slik at man enkelt kan observere at disse er definert riktig. Kontroll av de fysiske tykkelsene gjøres ved å benytte funksjonen *Hidden Shade Physical* i Diana, noe vises i figur 4.28.

Som tidligere presisert, kan ikke innføringen av de ulike tverrsnittsdelenes eksentrisiteter visualiseres av Diana. Dette kontrolleres derfor ved å ta for seg spenningsresultatene. Figur 4.30 viser spenningene i lokal y-retning – som for øvrig grunnlaget for momentresultatet vist i figur 4.27 - for et gitt snitt utsatt for bøyemoment med trykk i overkant. Den tilnærmet rette grafen lengst ned i diagrammet representerer spenningene i topp av brudekket. De to andre grafene representerer spenningene i midtflaten og i bunn av hver geometriykkelse. Som det ses av resultatene, er begge vingene til tverrsnittet fullstendig under trykk (definert negativt i Diana). Dette beviser at eksentrisiteten er modellert korrekt: hvis ikke ville tverrsnittet vært dobbeltsymmetrisk og vingene ville hatt nøytralaksen i sine midtplan.



Figur 4.30: Spenninger fra lastkombinasjon 1, midt i spenn 2 (43,5 m) for bru 4 (Diana definerer trykk som negativt). Disse spenningene er grunnlaget for momentgrafene presentert i figur 4.27.

4.3.2.3 Laster

Det er valgt å kontrollere konstruksjonens egenlast for å verifisere at denne er korrekt. Dette gjøres ved å dele opp brudekket etter tykkelser. Hver enkelt del har en indre og ytre buelengde, med tilhørende horisontalkurveradier. Volumet av brudekket finnes videre ved:

$$V = \sum_i \left(\frac{(b_i \cdot r_i - b_{i+1} \cdot r_{i+1})}{2} \right) \cdot t_{FY} = 614.759 \text{ m}^3$$

der

- b_i er indre buelengde
- b_{i+1} er ytre buelengde
- r_i er indre horisontalkurveradius
- r_{i+1} er ytre horisontalkurveradius
- t_{FY} er fysisk tykkelse

Tyngdetettheten er i avsnitt 2.4.1.1 fastsatt til 25,0 kN/m³. Dette gir egenlasten

$$F = 614.759 \text{ m}^3 \cdot 25,0 \text{ kN/m}^3 = 15368,98 \text{ kN}$$

som kontrolleres mot opplagerkreftene som oppstår i konstruksjonen. Resultatene gis i tabell 4.4.

	Skivesøyle (0 m)	Søyle (26 m)	Søyle (61 m)	Skivesøyle (26 m)
Opplagerkraft [kN]	1906,84	5745,22	5769,50	1947,75

Tabell 4.4: Kontroll av opplagerkrefter

Totalt gir dette 15369,31 kN, hvilket tilsvarer et avvik på 0,02 prosent i forhold til beregnet verdi. Altså er den beregnede egenlasten tilsvarende den som programmet genererer.

Andre lastkombinasjoner kontrolleres generelt ved studering av deformasjonsmønsteret. I tillegg sammenliknes opplagerkreftene mellom de to beregningsprogrammene (NovaFrame og Diana), slik at det verifiseres at påførte laster er samsvarende.

5 Resultater

I første del av dette kapitlet blir resultatene fra de to beregningsmodellene presentert. For å gjøre dette mest mulig oversiktlig, er det i hovedsak valgt å presentere diagrammer basert på talldata som foreligger komplett i **vedlegg 3**. Presentasjonen er først foretatt etter lastvirkning (bøye- og torsjonsmoment). Deretter vises resultatene for de ulike lastkombinasjonene for de to respektive beregningsmetodene. Dette gir til sammen 16 resultatdiagrammer over de kommende sidene. I hvert enkelt diagram blir resultatene for de fire ulike referanse-/brutilfellene (bru 1-4) visualisert. Hvert diagram vises dessuten sammen med en tabell hvor noen ekstremalverdier fra momentdiagrammene angis.

I den andre delen av kapitlet blir resultatene fra armeringsberegningene for de ulike snittene presentert. Komplette resultater fra disse finnes i **vedlegg 4**.

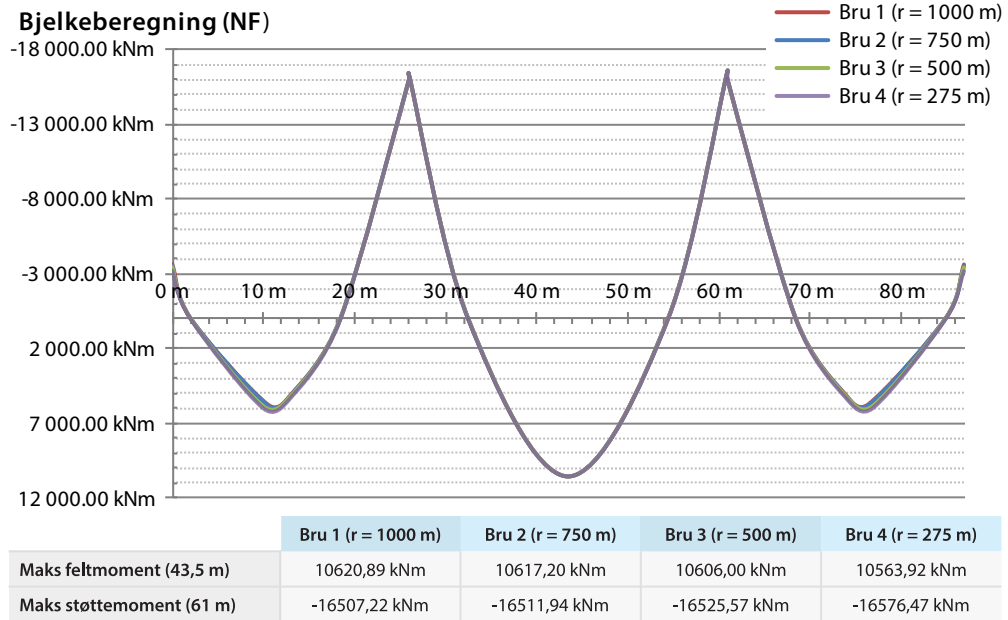
Fortegniskonvensjon

De to beregningsprogrammene som benyttes definerer fortegn ulikt. Resultatene i denne rapporten presenteres ut fra normal praksis, der:

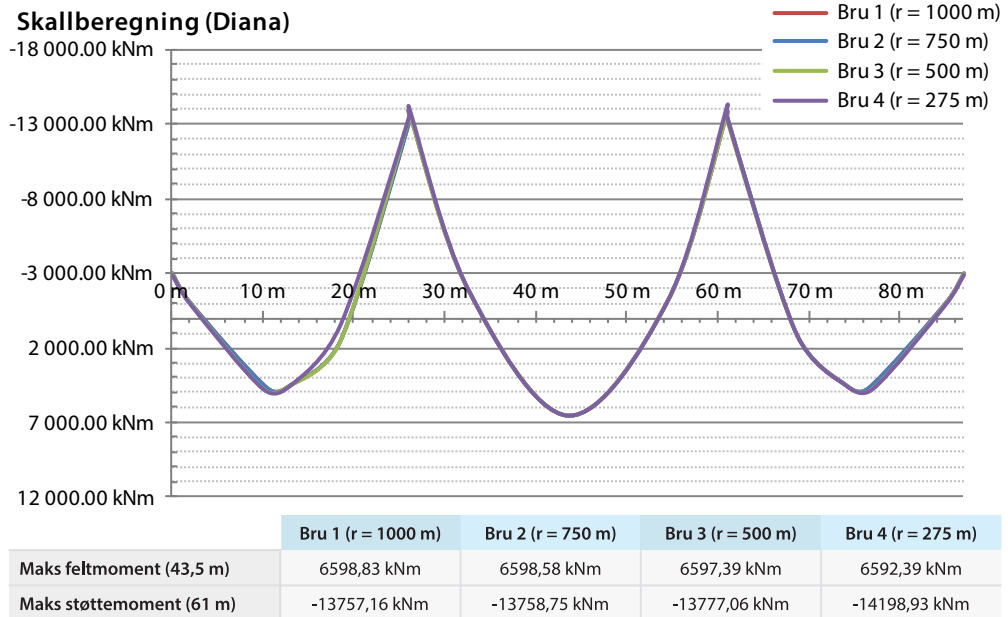
- positivt bøyemoment (+) gir strekk i underkant og «tegnes» på strekksiden
- positivt torsjonsmoment (+) har pilretning i bruens lengdeakse (fra akse 1 mot akse 4) med vridning etter høyrehåndsregel

5.1 Bøyemoment

5.1.1 Bøyemoment: egenlast

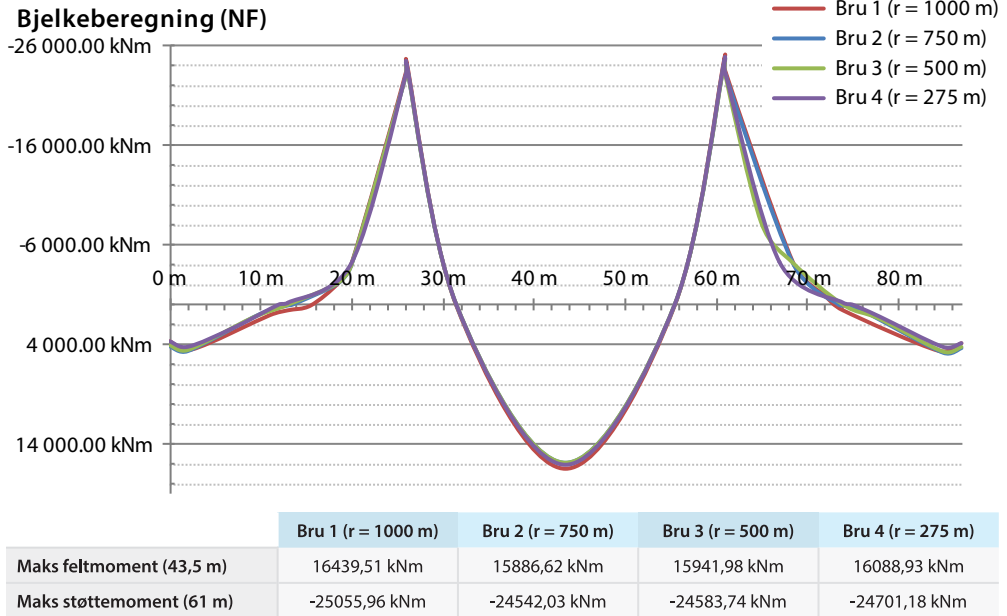


Figur 5.1: Resultat: bøyemoment; egenlast – bjelkeberegning (NF)

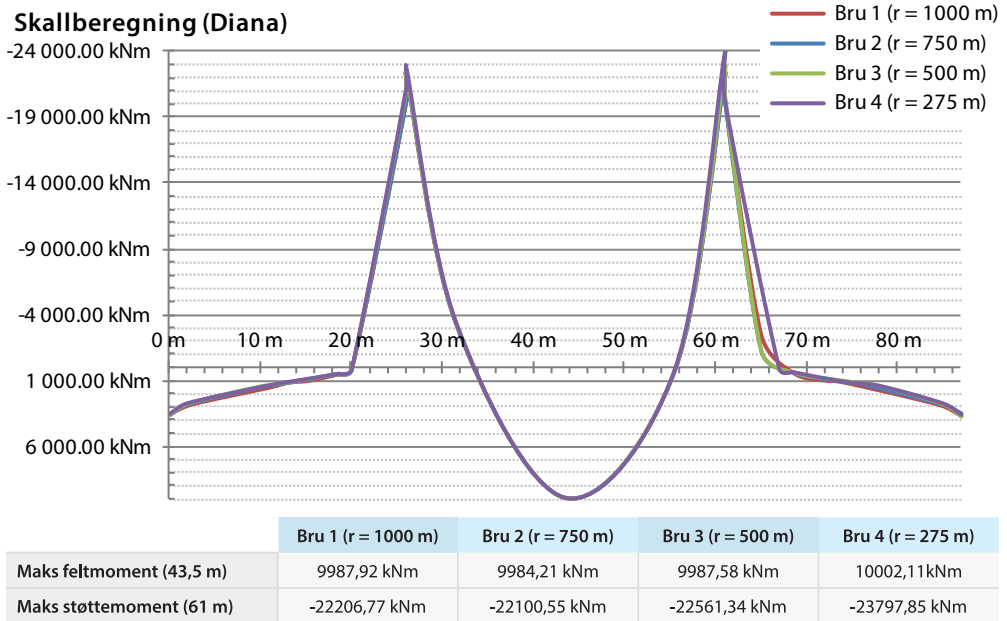


Figur 5.2: Resultat: bøyemoment; egenlast – skallberegning (Diana)

5.1.2 Bøyemoment: lastkombinasjon 1

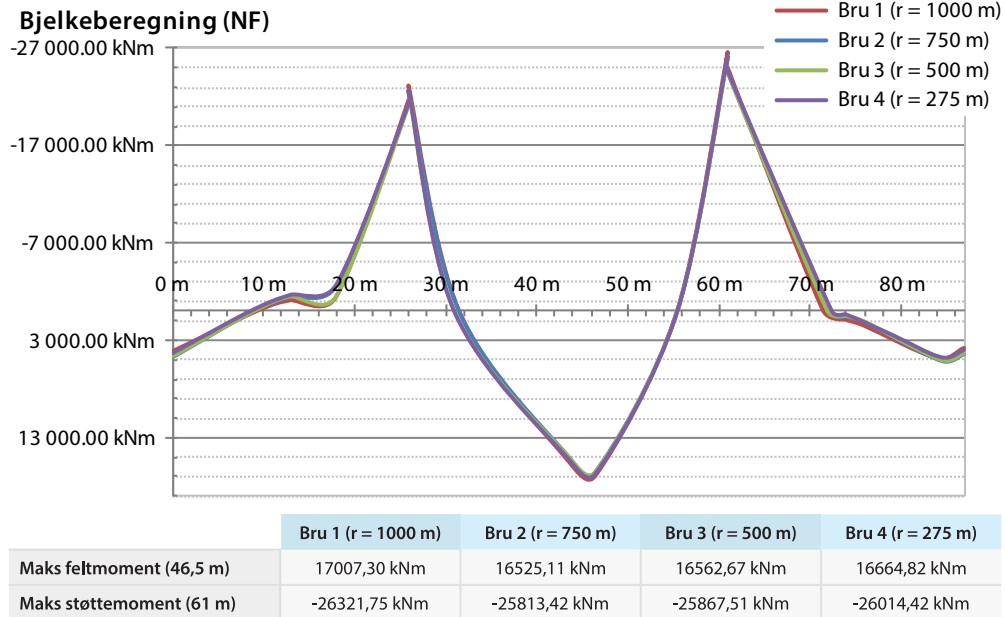


Figur 5.3: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 1 – bjelkeberegning (NF)

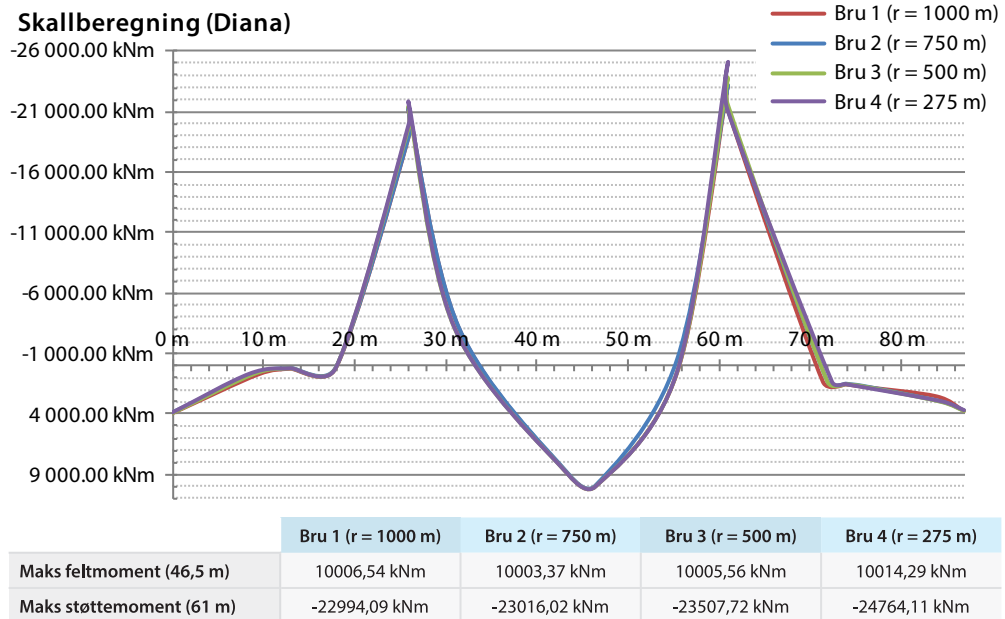


Figur 5.4: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 1 – skallberegning (Diana)

5.1.3 Bøymoment: lastkombinasjon 2

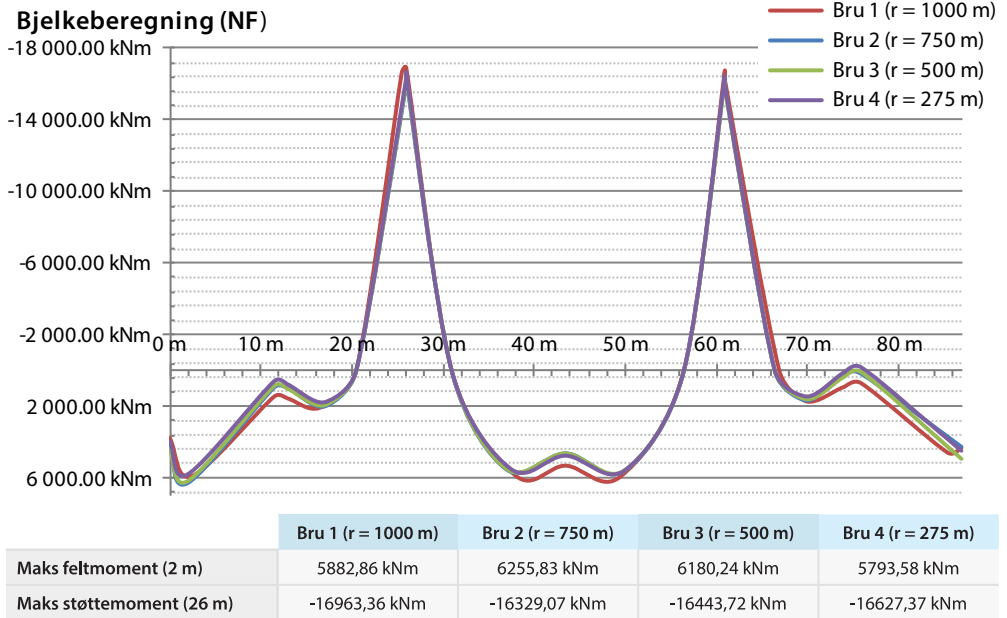


Figur 5.5: Resultat: bøymoment; lastkombinasjon 2 – bjelkeberegning (NF)

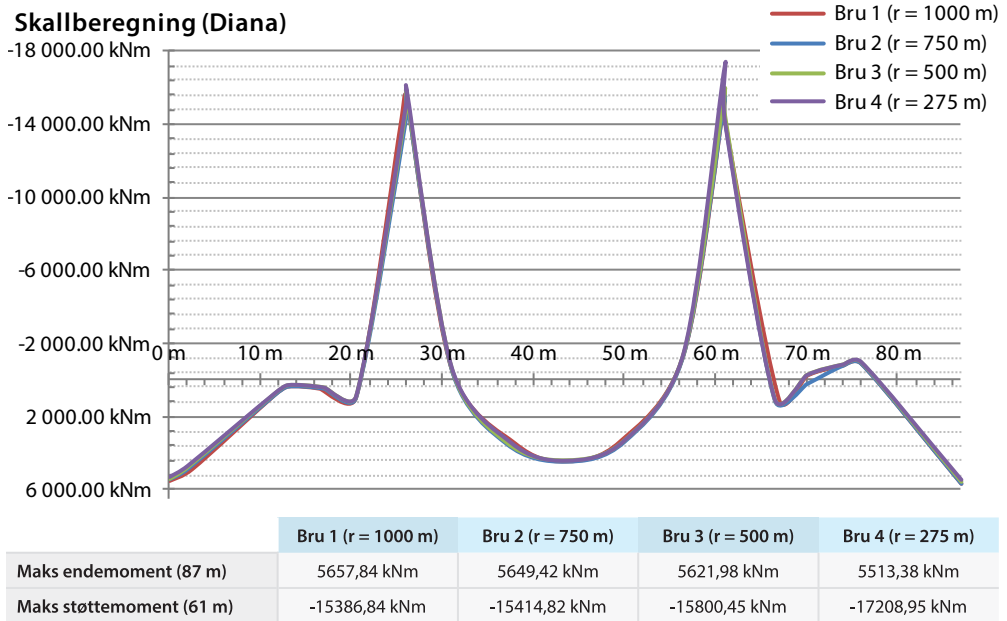


Figur 5.6: Resultat: bøymoment; lastkombinasjon 2 – skalberegning (Diana)

5.1.4 Bøyemoment: lastkombinasjon 3



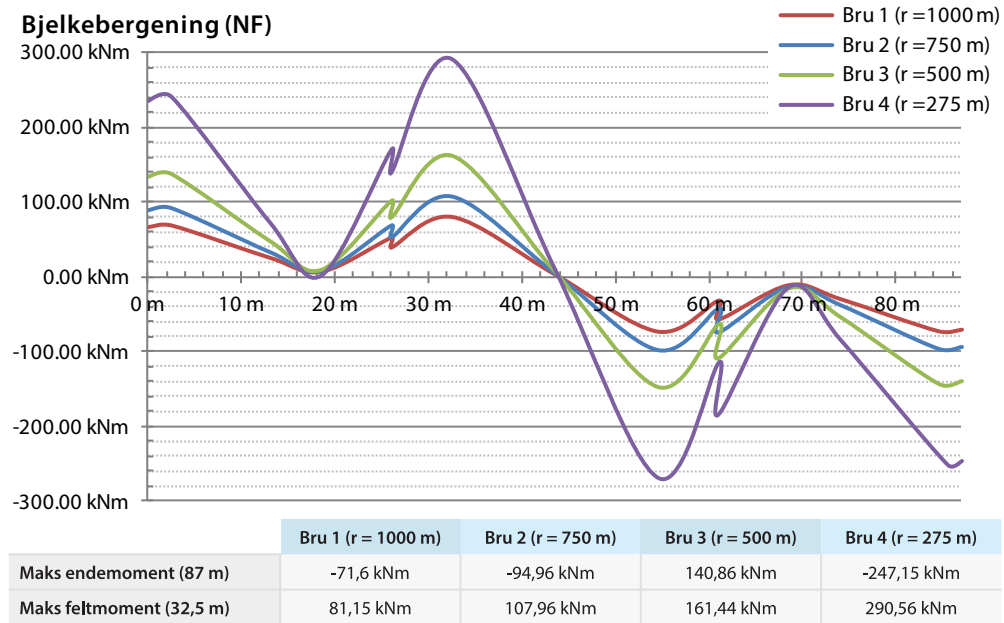
Figur 5.7: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 3 – bjelkeberegning (NF)



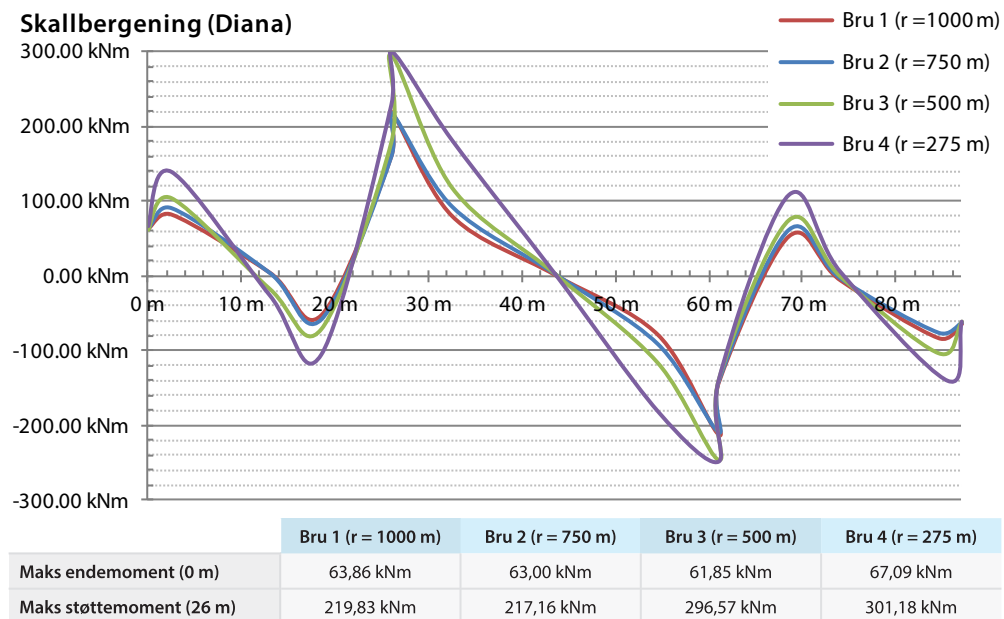
Figur 5.8: Resultat: bøyemoment; lastkombinasjon 3 – skallberegning (Diana)

5.2 Torsjonsmoment

5.2.1 Torsjonsmoment: egenlast

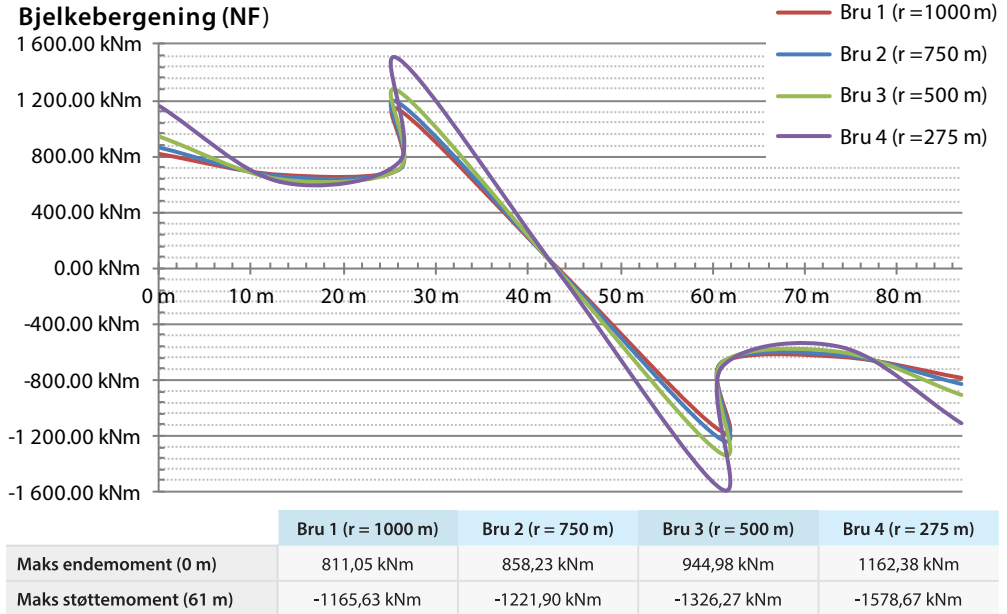


Figur 5.9: Resultat: torsjonsmoment; egenlast – bjelkebergening (NF)

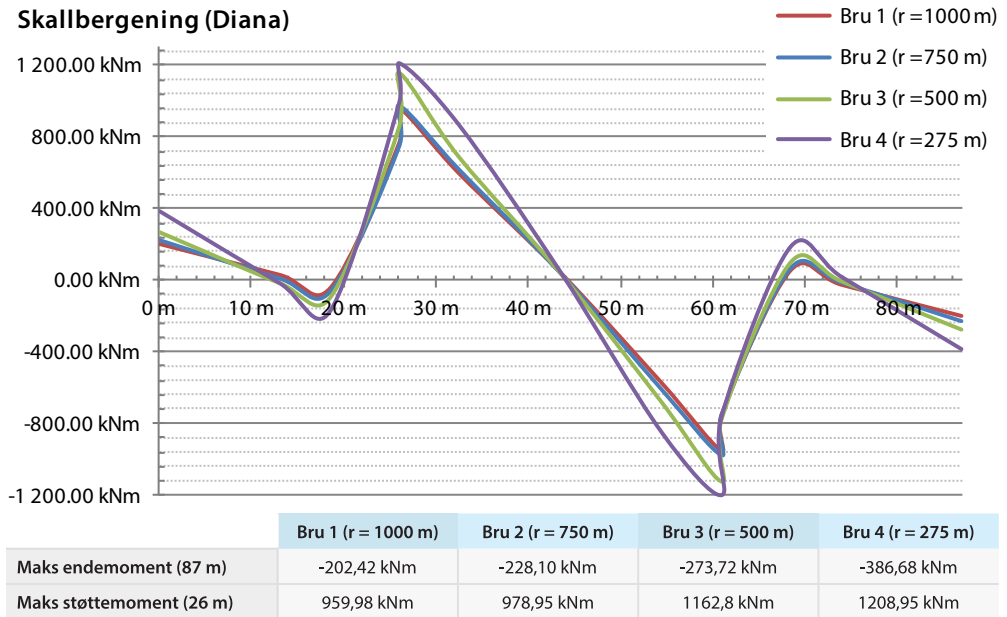


Figur 5.10: Resultat: torsjonsmoment; egenlast – skallbergening (Diana)

5.2.2 Torsjonsmoment: lastkombinasjon 1

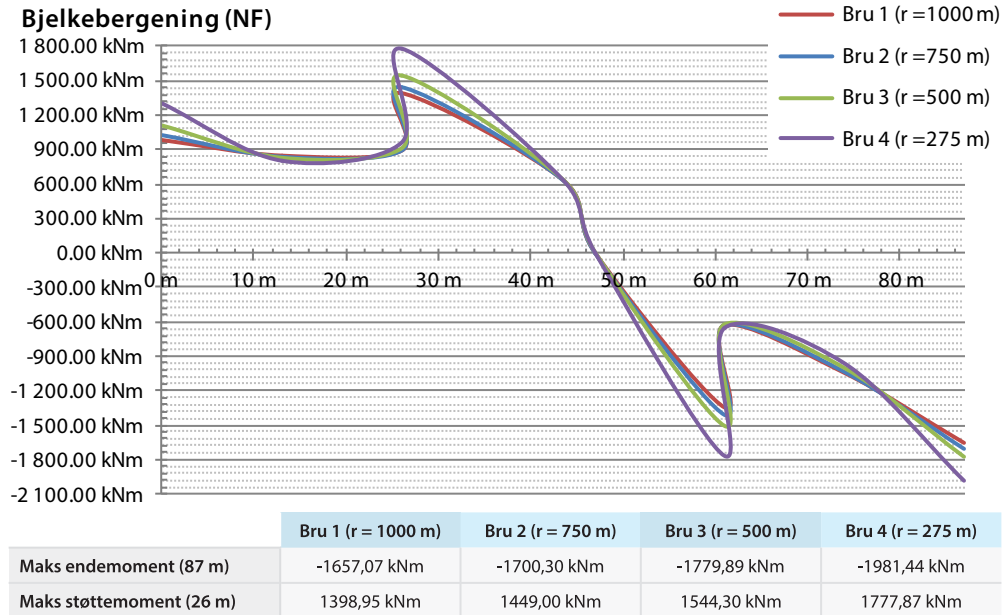


Figur 5.11: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 1 – bjelkebergening (NF)

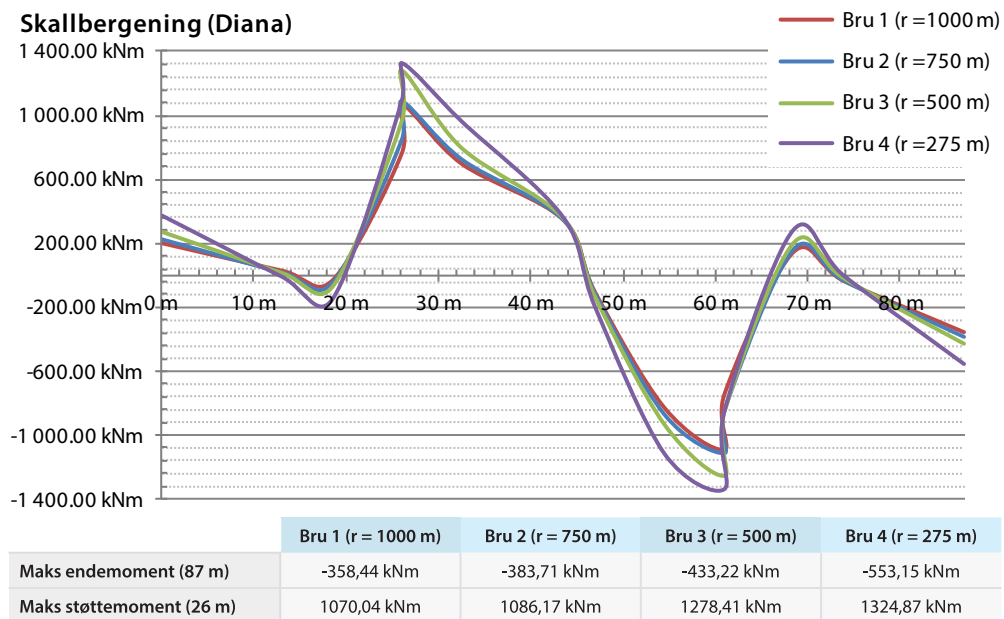


Figur 5.12: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 1 – skallbergening (Diana)

5.2.3 Torsjonsmoment: lastkombinasjon 2

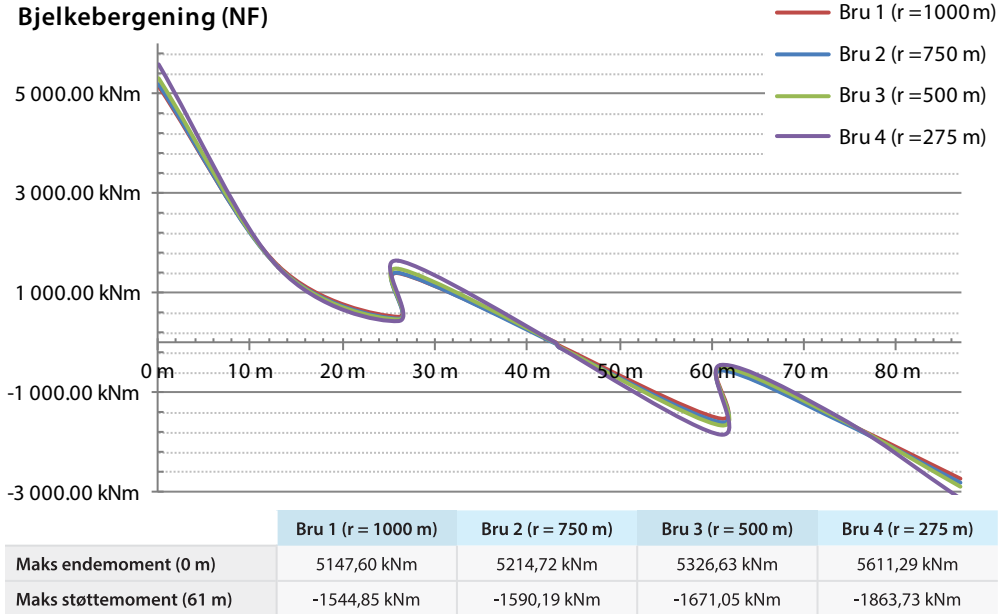


Figur 5.13: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 2 – bjelkebergening (NF)

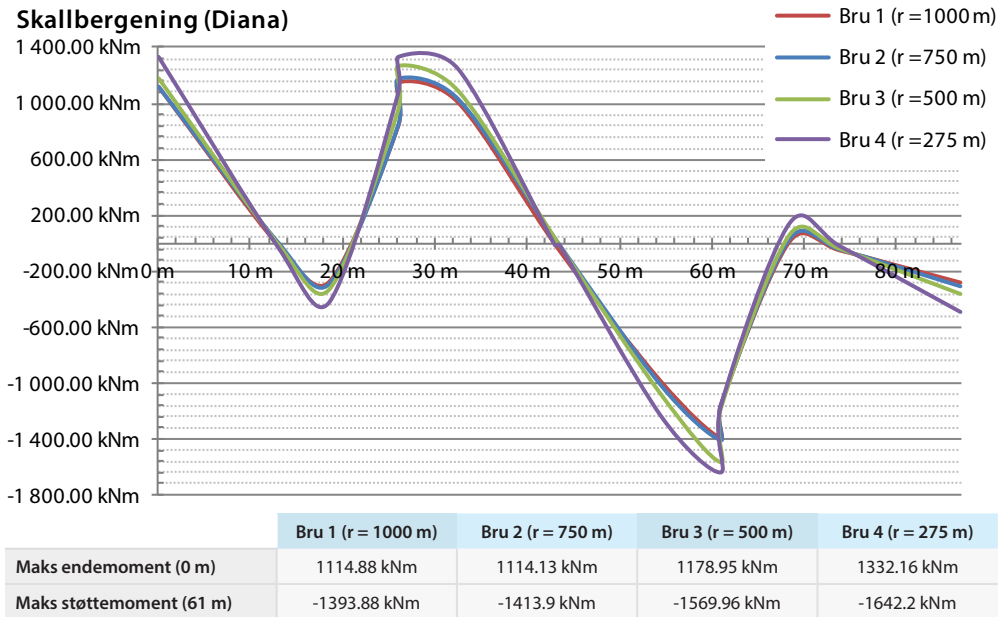


Figur 5.14: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 2 – skallbergening (Diana)

5.2.4 Torsjonsmoment: lastkombinasjon 3



Figur 5.15: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 3 – bjelkebergening (NF)



Figur 5.16: Resultat: torsjonsmoment; lastkombinasjon 3 – skallbergening (Diana)

5.3 Resultater armeringsbehov etter skivemetoden og trykkfeltsteori

I dette avsnittet presenteres resultatene fra armeringsberegningene etter skivemetoden og trykkfeltsteori. Grunnlaget for disse beregningene er modifiserte snittverdier (se avsnitt 3.6). Snittverdiene og de modifiserte verdiene som har gitt det presenterte armeringsbehov er vist i **vedlegg 4**. For selve beregningene henvises det til teorigrunnlaget (se avsnitt 3.7.1) og elektronisk vedlagt *Microsoft Excel*-fil¹⁷. Det bemerkes at valgt fordeling av armeringsmengder i de ortogonale retningene er antatt etter lastintensiteten i disse retningene. Armeringsforholdet (A_{sx}/A_{sy}) er vist tabellene 5.1-5.3.

Snitt 1: midt i midtsPenn (43,5 m); lastkombinasjon 1 (maks bøyemoment)

	Bru 1 (r = 1000 m)			Bru 4 (r = 275 m)		
	A_{sy} (lengderetning)	A_{sx} (tverretning)	σ_c (i trykkfeltet)	A_{sy} (lengderetning)	A_{sx} (tverretning)	σ_c (i trykkfeltet)
	[mm ² /m]	[mm ² /m]	[N/mm ²]	[mm ² /m]	[mm ² /m]	[N/mm ²]
	Skive 1 (bunn) ($A_{sx} / A_{sy} = 1/5$)					
NovaFrame	5895	1179 *	2,56	5613	1123 *	2,44
Diana	5547	0 *	3,70	4823	965 *	3,42
	Skive 2 (topp) ($A_{sx} / A_{sy} = 1/2$)					
NovaFrame	0 *	0 *	-	0 *	0 *	-
Diana	2404	1202 *	10,57	2456	1228 *	9,88

* Minstearmering: 2272,40 mm²/m

Tabell 5.1: Resultat: armeringsbehov snitt 1; lastkombinasjon 1

Snitt 2: støtte akse 3 (61 m); lastkombinasjon 2 (min bøyemoment)

	Bru 1 (r = 1000 m)			Bru 4 (r = 275 m)		
	A_{sy} (lengderetning)	A_{sx} (tverretning)	σ_c (i trykkfeltet)	A_{sy} (lengderetning)	A_{sx} (tverretning)	σ_c (i trykkfeltet)
	[mm ² /m]	[mm ² /m]	[N/mm ²]	[mm ² /m]	[mm ² /m]	[N/mm ²]
	Skive 1 (bunn) ($A_{sx} / A_{sy} = 1/5$)					
NovaFrame	0 *	0 *	-	0 *	0 *	-
Diana	0 *	0 *	-	0 *	0 *	-
	Skive 2 (topp) ($A_{sx} / A_{sy} = 1/2$)					
NovaFrame	11712	4685	10,45	11441	4576	10,42
Diana	19200	7680	8,69	19149	7659	8,30

* Minstearmering: 2272,40 mm²/m

Tabell 5.2: Resultat: armeringsbehov snitt 2; lastkombinasjon 2

¹⁷ beregning av armeringsbehov etter skivemetoden og trykkfeltsteori.xlsx

Snitt 3: ende akse 1 (0 m); lastkombinasjon 3 (maks torsjonsmoment)

	Bru 1 (r = 1000 m)			Bru 4 (r = 275 m)		
	A_{sy} (lengderetning)	A_{sx} (tverretning)	σ_c (i trykkfeltet)	A_{sy} (lengderetning)	A_{sx} (tverretning)	σ_c (i trykkfeltet)
	[mm ² /m]	[mm ² /m]	[N/mm ²]	[mm ² /m]	[mm ² /m]	[N/mm ²]
	Skive 1 (bunn) ($A_{sx} / A_{sy} = 1/5$)					
NovaFrame	4206	1683 *	11,81	4582	1833 *	11,81
Diana	3619	1448 *	11,56	2303	921 *	11,05
	Skive 2 (topp) ($A_{sx} / A_{sy} = 1/2$)					
NovaFrame	2276	910 *	8,35	2522	1009 *	8,35
Diana	0 *	0 *	-	0 *	0 *	-

* Minstearmering: 2272,40 mm²/m

Tabell 5.3: Resultat: armeringsbehov snitt 3; lastkombinasjon 3

6 Sammenlikning og drøfting

Hittil i rapporten er det blitt gjennomgått de ulike teorier og metoder som har dannet plattformen for valg beregningsmodeller og utførte analyser, der resultater for de respektive referansetilfellene er presentert under forrige kapittel. I dette kapitlet sammenliknes og drøftes resultatene fra de to beregningsmetodene. Datasamlingen er imidlertid stor og små avvik studeres derfor ikke: ved sammenlikningen og tilhørende drøfting tas det utgangspunkt i generelle forskjeller og tendenser. Resultatene drøftes videre etter beste evne mot gitt teorigrunnlag.

Gjennom den første delen av dette kapitlet studeres forskjellene som fremkommer innenfor de respektive beregningsmetodene. Dette gjøres for å kunne synliggjøre eventuelle effekter av horisontalkurveradien ved de ulike lastkombinasjonene. Deretter foretas det en nærmere studie av ulikhetene som fremkommer mellom de to beregningsmetodene. Til slutt sammenliknes de respektive armeringsbehovene for de betraktete snitt.

6.1 Bjelkeberegning (NovaFrame)

Beregninger etter bjelketeori er utført med beregningsverktøyet NovaFrame. Resultatene av disse er hentet direkte ut av programmet og settes her opp mot hverandre. I dette avsnittet studeres effekten av endring i horisontalkurveradius basert på disse resultatene.

6.1.1 Bøyemomenter

Som det fremkommer av figur 5.1, 5.3, 5.5 og 5.7 (diagrammene som viser bøyemoment i NovaFrame ved de ulike lastkombinasjonene), varierer bøyemomentet svært lite ved endring av horisontalkurveradien. Effektene er faktisk så små at de er lite synlige i de nevnte diagrammene. Ved betraktning av talldataene i vedlegg 3, kan det likevel ses små effekter. Det ses blant annet en tendens mot at støtte- og feltmomentene **minker** med to til tre prosent ved minkende horisontalkurveradius ($r = 1000 \text{ m} / r = 275 \text{ m}$). Det presiseres her at minkende horisontalkurveradius tilsvarer økende krumning. Endemomentene **øker** med mellom to og fire prosent ved

tilsvarende endring av horisontalkurveradien. Størrelsene på disse avvikene er likevel så små at de vanskelig kan defineres som noen klare trender.

Som beskrevet under 2.3, eksisterer det i utgangspunktet en kobling mellom bøyemomentet og horisontalkurveradien, men som nevnt i samme avsnitt er det også vanlig å beregne horisontalkrumme bjelker som rette ved å benytte en lengde tilsvarende buelengden. Dette er en tilnærming som vanligvis gir tilstrekkelig nøyaktige resultater. Rapportens beregninger av bøyemomentet etter bjelketeori viser at det er tilnærmet ingen effekt ved variasjon av horisontalkurveradien. Dette underbygger dermed hypotesen om at horisontalkurveradiens effekt på bøyemomentet er svært liten.

6.1.2 Torsjonsmomenter

Som det fremkommer av figur 5.9, 5.11, 5.13 og 5.15 (diagrammene som viser torsjonsmomentet i NovaFrame ved de ulike lastkombinasjonene), er torsjonsmomentet sterkt avhengig av horisontalkurveradien, og det ses en tydelig effekt. For samtlige av lastkombinasjonene gir **reduksjon** av horisontalkurveradien (økt krumning) **større** torsjonsmomenter. Ved egenlast som eneste belastning øker torsjonsmomentene på endene og ved støttene med en faktor på 3-4 fra bru 1 ($r = 1000$ m) til bru 4 ($r = 275$ m). For lastkombinasjonene 1-3 er den prosentvise økningen i torsjonsmoment ved minkende horisontalkurveradius noe mindre enn ved kun egenlast, men torsjonsmomentene er da også langt større ved disse lastkombinasjonene. Likevel kan det ses en klar økning; i størrelsesorden 10-40 prosent på endene og rundt 25-35 prosent ved støttene fra bru 1 ($r = 1000$ m) til bru 4 ($r = 275$ m).

Denne interaksjonen mellom torsjonsmomentet og endringen i horisontalkurveradien underbygges av teorigrunnet omtalt i avsnitt 2.3. Samtlige resultatene viser at beregninger av torsjonsmoment etter bjelketeori gir **økende** torsjonsmomenter ved **minkende** horisontalkurveradius (økende krumning). Men hvor stor den prosentvise økningen er, er imidlertid sterkt avhengig av belastningsomfanget.

6.2 Skallberegning (Diana)

Beregninger etter skallteori er utført med beregningsverktøyet Diana. Resultatene av disse er transformert fra varierende verdier til konstante tverrsnittsverdier, som beskrevet under 3.6. I dette avsnittes studeres effekten av endring i horisontalkurveradius basert på disse transformerte resultatene.

6.2.1 Bøyemomenter

Som det fremkommer av figur 5.2, 5.4, 5.6 og 5.8 (diagrammene som viser bøyemoment i Diana ved de ulike lastkombinasjonene), varierer bøyemomentet – som i NovaFrame – svært lite ved endring av horisontalkurveradien. Også her er effektene så små at de nærmest er usynlige i de nevnte diagrammene. Tar man for seg enkeltverdier, ses det at største feltmoment for de respektive lastkombinasjoner står så og si uendret (mindre enn 1 prosent forskjell) ved endring av horisontalkurveradien.

Det vises imidlertid en liten tendens til variasjon ved endene, der bøyemomentet minker med 2-3 prosent fra bru 1 ($r = 1000$ m) til bru 4 ($r = 275$ m). I tillegg observeres det at støttemomentene øker med 2-8 prosent ved minkende horisontalkurveradius, men med noe variasjon mellom de ulike lastkombinasjonene.

Det observeres altså ingen betydelige effekter eller klare tendenser ved bøyemomentet av endret horisontalkurveradius.

Disse lite synlige effektene er her i tråd med teorien om at interaksjonen mellom horisontalkurveradius og bøyemoment (se 2.3) er tilnærmet neglisjerbar.

6.2.2 Torsjonsmomenter

Som det fremkommer av figur 5.10, 5.12, 5.14 og 5.16 (diagrammene som viser torsjonsmomentet i Diana ved de ulike lastkombinasjonene), er også det Diana-genererte torsjonsmomentet sterkt avhengig av horisontalkurveradien, og det ses en tydelig effekt. For de ulike lastkombinasjonene fremgår det at minkende horisontalkurveradius (økende krumning) gir økende torsjonsmomenter. Generelt kan det ses en økning på minst 20-30 prosent for verdier både i felt og ved støtter ved fra bru 1 ($r = 1000$ m) til bru 4 ($r = 275$ m). For torsjonsmoment ved endene kan det ved lastkombinasjon 1-3 ses en økning på 70-80 prosent for tilsvarende endring i horisontalkurveradius. Det kan også nevnes at det ses en generell trend i at torsjonsmomentene over støttene er mye høyere enn ved bruendene.

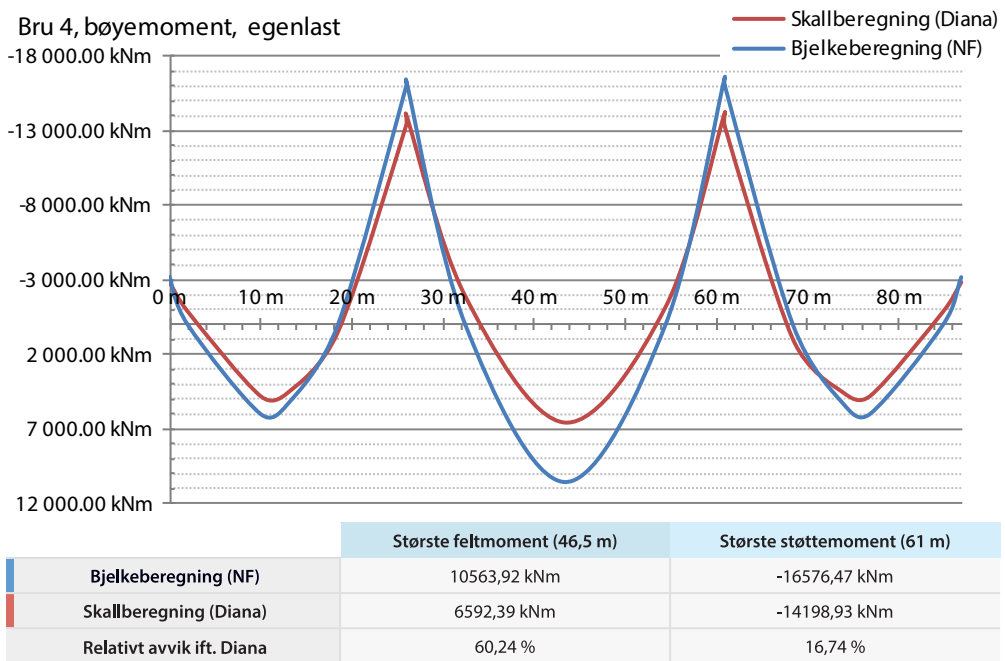
I likhet med ved bjelkeberegning, underbygger beregningen av torsjonsmoment etter skallteori teorien (se 2.3) som sier at minkende horisontalkurveradius (økt krumning) gir økende torsjonsmomenter.

6.3 Bjelkeberegning (NovaFrame) kontra skallberegning (Diana)

Dette avsnittet tar for seg en svært sentral del av rapporten: I de kommende avsnittene studeres nemlig hvilke konsekvenser valget av beregningsmetode gir. Som beskrevet gjennom rapporten, har de to respektive beregningsmetodene sine ulikheter i antakelser og forutsetninger. Men det er først her, hvor resultatene settes opp mot hverandre, at man ser hva disse ulikhetene utgjør i praksis. Det nevnes at resultatene fra beregningsmetodene i utgangspunktet forekommer i noe forskjellig «form» og at sammenlikningen er basert på antakelsene gjort under 3.6.

6.3.1 Bøyemomenter

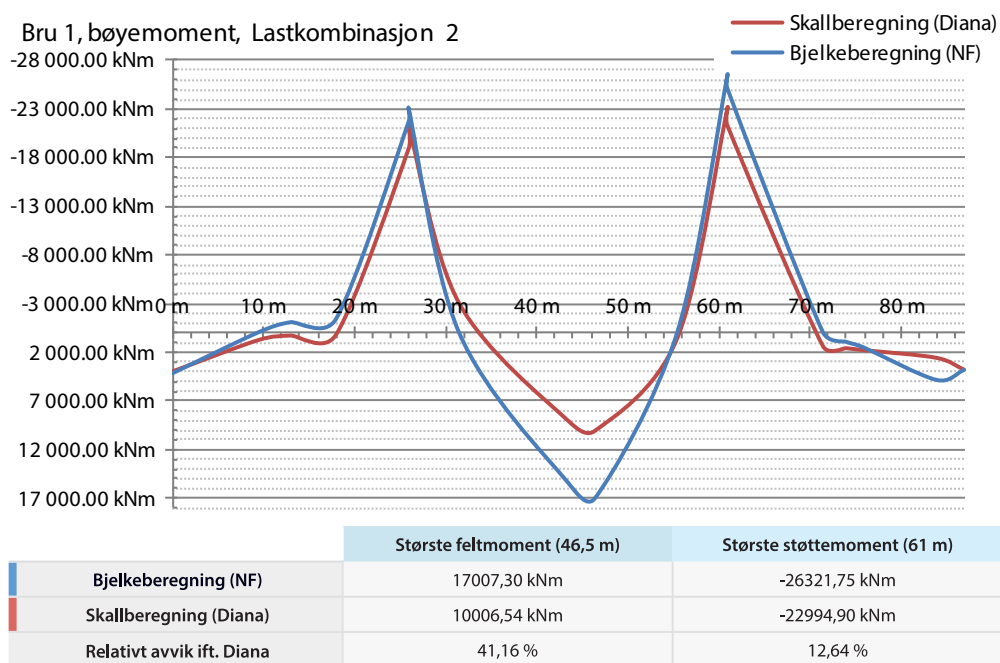
Som omtalt tidligere i dette kapitlet, viser resultatene fra begge beregningsmetodene forholdsvis små endringer i bøyemomentet ved endring av horisontalkurveradien. Sammenlikningen av resulterende bøyemomenter etter de to beregningsmetodene kan derfor i hovedsak gjøres ved å studere ulikhetene som oppstår over de forskjellige lastkombinasjonene - uavhengig av krumningsradien til referansetilfellene. Tar man for seg resultatene fra de to forskjellige beregningsmetodene og setter dem opp mot hverandre, ses enkelte klare differanser. I figur 6.1 er resultatene for bøyemoment for bru 4 ($r = 275$ m) ved belastning fra egenlasten presentert. Diagrammet viser at verdiene følger hverandre til en viss grad, men med noen klare differanser.



Figur 6.1: Sammenlikning: bøyemoment; egenlast – bru 4

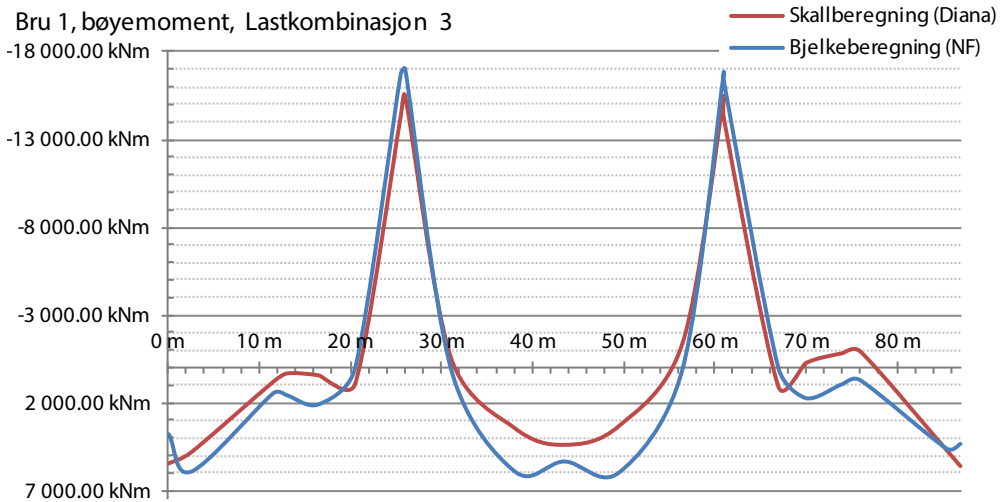
Det betydeligste avviket kan ses av støttemomentene og feltmomentet i midtspennet. Jfr. diagramtabellen i figur 6.1, gir feltmomentet fra bjelkeberegningen (NovaFrame) et avvik på 60,24 prosent i forhold til skallberegningen (Diana). Når det kommer til

støttemomentet, viser diagrammet at skallberegningen gir en verdi tilsvarende 85,66 prosent av hva som er tilfellet ved bjelketeorien, med et relativt avvik på 16,74 prosent. Differansene som oppstår ved kun egenlast viser seg å være tendensen også for de andre lastkombinasjonene. Ser man på tilfellet for bru 1 ($r = 1000$ m) med belastning etter lastkombinasjon 2, som vist figur 6.2, blir avvikene temmelig like.



Figur 6.2: Sammenlikning: bøyemoment; lastkombinasjon 2 – bru 1

Ut fra figur 6.1 og 6.2 og resterende resultatsett, kan det ses at de beregnede bøyemomentene konsekvent er lavere ved skall- enn ved bjelkeberegning. Grafene følger hverandre i form, men differansen i enkelte punkter er betydelig. Tendensen viser at bøyemomentene i felt og ved støttene har avvik på henholdsvis omtrent 40 prosent og 10-20 prosent - uavhengig av lastkombinasjon. Et unntak oppstår imidlertid ved lastkombinasjon 3 hvor avvikene blir noe lavere, som vist i figur 6.3. Denne figuren viser en sammenlikning for bru 1 ($r = 1000$ m).



	Feltmoment ved pkt.laster (2,5 m)	Største støttemoment (61 m)	Feltmoment midt (43,5 m)
Bjelkeberegning (NF)	5882,86 kNm	-16963,36 kNm	5311,53 kNm
Skallberegning (Diana)	4587,12 kNm	-15478,41 kNm	4437,88 kNm
Relativt avvik ift. Diana	21,12 %	9,59 %	19,69 %

Figur 6.3: Sammenlikning: bøyemoment; lastkombinasjon 3 – bru 1

Som det framgår av figur 6.3, er altså avvikene noe mindre for lastkombinasjon 3. Denne lastkombinasjonen innebærer en ren usymmetrisk last hvor kun den ene halvdel av brua (i tverretning) er belastet, og det viser seg at for visse punkter gir dette mindre avvik. Det fremgår også av figuren at bjelkeberegningen gir en «knekk» i diagrammet der punktlaster for trafikklasten står (2,5 m). Denne virkningen forekommer ikke i skallberegningen, siden punktlaster her tas opp av bøyemoment i tverretningen. Helt overordnet kan man si at bjelkeberegningen ligger på sikker side av skallberegningen (høyere verdier). Enkelte små unntak finnes, men uansett: i en dimensjonerings situasjon ville ikke disse vært avgjørende.

6.3.1.1 Drøfting

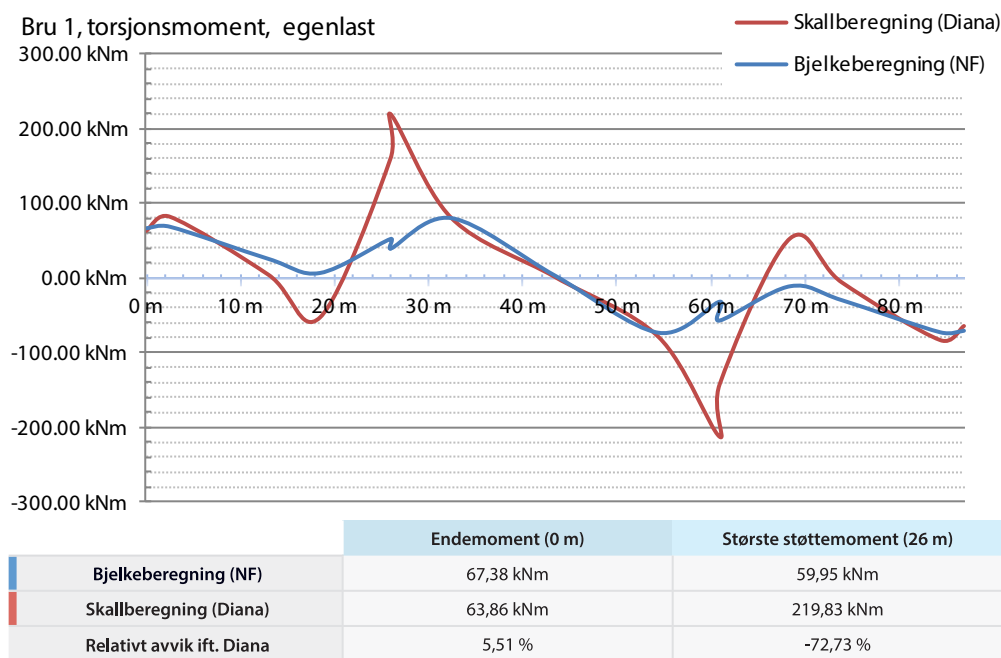
Beregninger av bøyemoment gir differanser som kommer klart frem i enkelte snitt. For å forklare de ulike forskjellene, må man gå tilbake til forutsetningene og teoriene bak beregningsmetodene. Bjelkeberegning er å anse som en forenkling av det 3-dimensjonale problemet et brudekke i utgangspunktet er. Teorien bak beregningene i NovaFrame er forklart under avsnitt 3.3.1. Som det kommer frem her, har bjelkeelementet forholdsvis «få» frihetsgrader til å beskrive oppførselen til konstruksjonen under ulike belastninger. Ser man derimot på beregningsmodellen etablert etter skallteori, har denne et vesentlig større antall frihetsgrader til å beskrive konstruksjonens oppførsel. Skallteorien tar også hensyn til den virkelige 3-dimensjonale oppførselen ved å beregne bøyemomenter, normal- og skjærkrefter også i tverretningen. Forenklingen bjelketeorien gjør i forhold til skallteorien, fører til at laster skallmodellen tar opp som tværrkrefter, må bjelke modellen ta opp i lengderetningen. Dette kommer frem ved å se på figur 6.3, hvor man ved bruenden (2,5 m) har punktlaster stående i ytterradien av brua. For bjelkeberegningen ser man at det oppstår en «knekk» i diagrammet, hvilket indikerer at punktlasterens posisjon. For

skallmodellen oppstår, som tidligere nevnt, ikke denne oppførselen. Årsaken til dette er at disse lastene blir tatt opp av virkningen i tverretningen. For differansene som oppstår for feltmomentet kan disse delvis også skyldes at skallberegningen tar hensyn til platevirkningen om er beskrevet under avsnitt 3.4.1. Altså at tverrkontraksjonen gir økt stivhet mot bøyning.

Ved oppsummering av denne drøftingen av bøyemomentene, kan man si at avvikene mellom bjelke- og skallberegningen skyldes forenklingene bjelketeorien gjør for å tilnærme en 3-dimensjonal oppførsel til virkninger i bjelkeplanet. Dessuten tar ikke bjelketeorien hensyn til plateeffekten. Skallmodellen beskriver geometrien og oppførselen til konstruksjonen best og det må antas at resultatene fra skallteori er nærmest det «eksakte». Likevel viser resultatene at forenklingene bjelketeorien og bjelkemodellen medfører, kun gir enkelte større avvik. Disse er dessuten på «sikker side» i forhold til skallmodellen.

6.3.2 Torsjonsmomenter

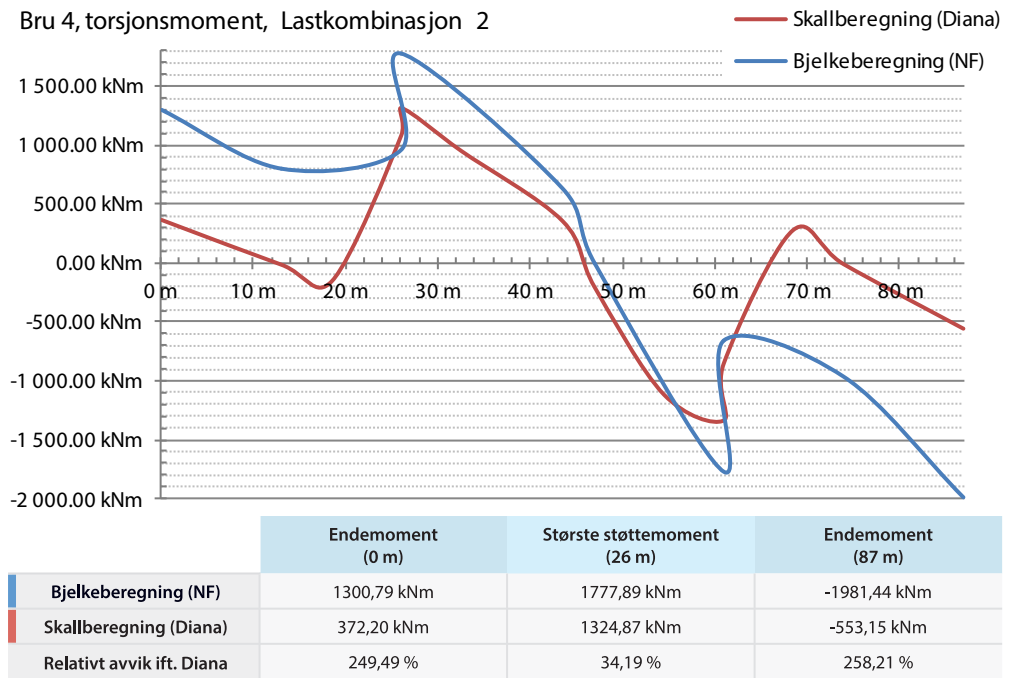
Samtlige av resultatene for torsjonsmomentene - uavhengig av beregningsmetode - viser at økt krumning (minkende horisontalkurveradius) gir økt torsjonsmoment, hvilket faller naturlig i henhold til teoribakgrunnen. Likevel finnes det drastiske forskjeller mellom resultatene om de settes opp mot hverandre. Siden torsjonsmomentene naturlig øker ved økt krumning, burde det for bru 1 ($r = 1000$ m) vært små forskjeller. Men til og med ved små krumninger og lave belastninger ses de store avvikene. Det kan ses av figur 6.4, som tar for seg bru 1, belastet kun av egenlast.



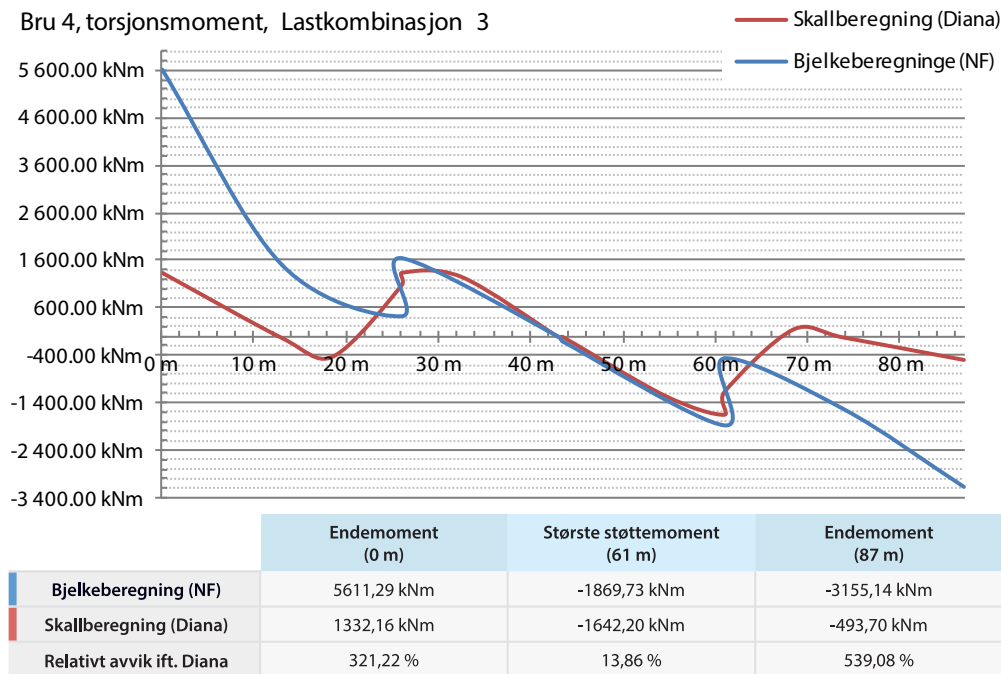
Figur 6.4: Sammenlikning: torsjonsmoment; egenlast – bru 1

Som det fremgår av figur 6.4, er resultatene for bruene nokså sammenfallende, men ved støttene gir skallberegningen et torsjonsmoment som er over tre ganger så stort som for beregningene etter bjelketeorien. Dette fremstiller hvordan betydelige avvik mellom beregningsmetodene forekommer allerede ved lave belastninger og liten

krumning. Tar man for seg de andre brutilfellene, fortsatt med kun egenlast påført, ser man at en reduksjon i horisontalkurveradien (større krumning) medfører at avvikene avtar noe for støttemomentet, men at de øker ved bruendene. For bru 4 ($r = 275$ m), påkjent kun av egenlast, viser resultatene at torsjonsmomentet på endene etter bjelkeberegning er 2-3 ganger tilsvarende verdi fra skallberegning. Altså gir økt krumning betraktelige avvik mellom torsjonsmoment på endene. Disse avvikene viser seg dessuten å gjelde også for de andre betraktede lastkombinasjonene, hvor belastningene er større. **For lastkombinasjon 1-3 er tendensen at torsjonsmomentet på endene beregnet etter bjelketeori er 4-6 ganger så stort som resultatene etter skallteori.** For de tilsvarende torsjonsmomentene på støttene (26 m og 61 m), ligger bjelkeverdiene også her høyere enn verdiene etter skallberegning; avviket er på omtrent 10 - 35 prosent (økende avvik for minkende horisontalradius). De generelle avvikene presenteres best ved studering av noen representative tilfeller. Figur 6.5 og 6.6 viser resultater for bru 4 ($r = 275$) utsatt for henholdsvis lastkombinasjon 2 og 3.



Figur 6.5: Sammenlikning: torsjonsmoment; lastkombinasjon 2 – bru 4



Figur 6.6: Sammenlikning: torsjonsmoment; lastkombinasjon 3 – bru 4

Som man ser av figur 6.5 og 6.6, forekommer forholdsvis store ulikheter i torsjonsmoment beregnet etter de to respektive metodene. Generelt ses det også at grafene har en tendens til å følge hverandre og at begge teoriene konsekvent «bytter side» omtrentlig i midtpunktet. Beregningene etter skallteori har dessuten en tendens til å «bytte side» også i sidespennene, hvilket ikke forekommer ved bjelkeberegningen. Dette tyder på store forskjeller når det gjelder stivheter i de to forskjellige modellene, noe som igjen medfører ulike fordelinger av torsjonsmomentene.

Kort oppsummert, er avvikene mellom beregningsmetodene så store at det er vanskelig å gjennomføre en grundig sammenlikning. Tendensen er at bjelkeberegningen gir større torsjonsmomenter enn skallberegningen, med store avvik på endene og noe mer moderate differanser på støttene. Unntaket er ved støttene ved egenlast som eneste belastning: her blir torsjonsmomentet ved etter skallteori større enn ved bjelketeori.

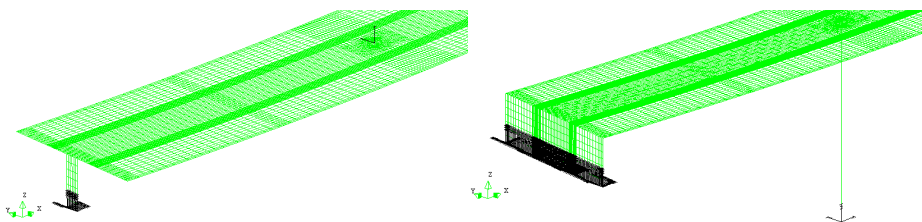
6.3.2.1 Drøfting

Resultatene for torsjonsmomentene viser signifikante forskjeller mellom de to beregningsmetodene. Avvikene er så store at det må være grunnleggende forskjeller mellom de to metodenes beregning av torsjon. Det er derfor valgt å gå noe dypere inn i de ulike antagelsene eller forutsetninger de to beregningsmetodene benytter for beregning av torsjonsmoment - for å avdekke hvordan disse forskjellene kan forekomme.

Under 3.4.2 er teorien og prinsippene bak beregningene etter skallteori forklart. Som det fremgår av henvisningen, er skallmodellen en komplisert modell bestående av mange frihetsgrader, som geometrisk og stivhetsmessig representerer den «eksakte» løsningen bedre enn bjelkemodellen. Skallmodellen beregner de varierende resulterende torsjonsmomentene etter likning 3.13, hvor

skiveskjærspenningene σ_{xy} multipliseres med sin respektive arm til nøytralaksen, før de integreres over høyden. Skiveskjærspenningen oppstår i utgangspunktet fra nodenes forskyvninger og selve stivhetsrelasjonen i konstruksjonen. Torsjonsmomentene fra skallmodellen er ikke avhengige av noen spesifikk metode eller teori, men beregnes direkte fra forskyvningsmønsteret.

Ser man på teorien bak bjelkeberegningen, er det under avsnitt 3.3.2 presisert at NovaFrame beregner torsjonsmoment etter Saint-Venant torsjonsteori. Det vil si at beregningene kun er basert på tverrsnittets dreininger om lengderetningen. Torsjonsmoment etter Saint-Venant teori kan finnes etter likning 3.1, og avhenger av torsjonsstivheten GI_t og torsjonsvinkelen θ (endring i rotasjonen ϕ per lengdeenhet: $d\phi/dx$). Torsjonsstivheten er en konstant verdi (se 3.3.3), og derfor blir nødvendigvis torsjonsvinkelen θ variabelen i uttrykket. Ser man dette i sammenheng med referansekonstruksjonen, er det naturlig at torsjonsmomentene på endene blir store. Årsaken til dette ligger i grensebetingelsene på endene (skivesøylene), som fastholder tverrsnittet (delvis) mot rotasjon om sin egen akse. Fastholdingen medfører at rotasjonen ϕ blir minimal, mens torsjonsvinkelen (endringen) blir stor, hvilket resulterer i et stort Saint-Venant torsjonsmoment $M_{xy,st}$. Disse grensebetingelsene, som forhindrer tverrsnittet fra å få hvelvings- og vridningsdeformasjoner, medfører også at det vil oppstå hvelvingstorsjon (som omtalt under 3.3.2). Denne effekten er, som tidligere presisert, ikke tatt hensyn til av NovaFrame. Om man tenker seg at denne effekten var implementert, ville likning 3.3 gitt det totale torsjonsmoment. Det totale torsjonsmomentet ville da vært avhengig av bidrag fra både Saint-Venant og hvelvingstorsjon. Som uttrykket viser, gir hvelvingstorsjonen et negativt bidrag til det totale torsjonsmomentet. Beregningsmetoden for hvelvingstorsjon er noe innviklet og er blant annet avhengig en tverrsnittskonstant, samt ulike fordelingsfaktorer. Det vanlige er å bestemme fordelingen det mellom de to ulike torsjonsbidragene, før spenningene beregnes. Spenningsfordelingen fra hvelvingstorsjon er noe komplisert, men kjennetegnes ved høye normalspenninger og lave skjærspenninger. Som figur 3.3 viser og som avsnitt 3.3.2 beskriver, vil fordelingen mellom Saint-Venant og hvelvingstorsjon være avhengig av innspenningsforholdet. Ettersom referansekonstruksjonens bruender til en viss grad er innspent i skivesøylene vil beregningene for torsjonsmoment etter bjelkeberegning avvike fra teorigrunnlaget, siden effektene fra hvelvingstorsjon ikke tas med. Det finnes videre ingen enkel metode for implementering av hvelvingstorsjon i beregningene i NovaFrame for å bevise dette (krever en ekstra frihetsgrad). For å underbygge hypotesen om at beregningen i NovaFrame ville blitt annerledes dersom hvelvingstorsjon hadde vært implementert, er det derfor valgt å studere problemet «motsatt vei». Det innebærer et studie av hvilke grensebetingelser i Diana som gir er torsjonsmoment tilsvarende det som er generert av NovaFrame. For å se nærmere på dette, har det blitt testet ut flere modifiserte modeller. Den modellen som gir de mest sammenfallende verdier for torsjonsmomentet er presentert i figur 6.7.



Figur 6.7: Grensebetingelser for modifisert (t.v.) og ordinær (t.h.) modell i Diana

Figuren viser bru 4 ($r = 275$ m) i ordinær tilstand (til høyre) og en modifisert modell (til venstre) der grensebetingelsene er endret. Som det fremgår av figuren, er skivesøyene endret slik at tverrsnittet får en mindre stivhet for dreining. I tillegg er grensebetingelsene for søyla endret til å kunne representere en nodefastholding i global y - og z -retning (tidligere innspent bunn og forbundet til brudekket). Analyse etter disse endringene gir verdier for torsjonsmomentet på bruenden (0 m) og over støtten (søyle) som vist i tabell 6.1

	NovaFrame	Diana ordinær modell	Avvik *	Diana modifisert modell	Avvik *
Lastkombinasjon 1					
Bruende (0 m)	1162,38 kNm	382,82 kNm	-67,07 %	1492,10 kNm	28,37 %
Støtte (26 m)	1498,12 kNm	1208,95 kNm	-19,30 %	1283,62 kNm	-14,32 %
Lastkombinasjon 3					
Bruende (0 m)	5611,29 kNm	1332,16 kNm	-76,26 %	3808,80 kNm	-32,12 %
Støtte (26 m)	1647,79 kNm	1331,78 kNm	-19,18 %	1144,24 kNm	-30,56 %

* Relativt avvik ift. NovaFrame

Tabell 6.1: Konsekvenser av ulike grensebetingelser

Som det fremkommer av resultatene i tabell 6.1, ser man at den modifiserte modellen har torsjonsmomenter på endene med betydelig mindre avvik mot verdiene fra NovaFrame enn hva som er tilfellet for den ordinære modellen. For lastkombinasjon 1 viser den ordinære modellen et avvik på -67,07 prosent i forhold til NovaFrame, mens den modifiserte modellen har et avvik på 28,37 prosent. Her gir altså skallberegningen større torsjonsmoment enn bjelkeberegningen. Tar man for seg resultatene fra lastkombinasjon 3 viser det seg at avviket har blitt redusert fra -76,26 prosent til 32,12 prosent. For støttemomentene utgjør imidlertid ikke disse endringene i grensebetingelse særlig mye. **Det den modifiserte modellen viser, er hvilke virkninger stivheten og fastholdingen i både lengde- og tverretningen har på torsjonsmomentet. Den beviser at NovaFrame ikke tar hensyn til hvelvingstorsjon, siden verdiene som oppstår i den modifiserte Diana-modellen nærmer seg verdiene i NovaFrame. Dette kan begrunnes i at den modifiserte Diana-modellen ikke er (like) forhindret fra å få hvelvings- og vridningsdeformasjoner (som under bjelkeberegning ikke gir hvelvingstorsjon).**

For å oppsummere drøftingen, kan det til en viss grad konkluderes med at beregning av torsjonsmomentet for bruendene etter bjelkeberegning er feil i forhold til teorigrunnlaget – men «på sikker side». Årsaken til dette utsagnet er NovaFrames forenkling av beregningene. Dette er bevist ved modifiseringen av skallmodellen at NovaFrame ikke tar hensyn til virkningene av at bruendene er forhindret fra å få vridningsdeformasjoner. Dette ville i utgangspunktet ført til en fordeling mellom Saint-Venant og hvelvingstorsjon på endene, men NovaFrame kun inkluderer effekten av Saint-Venant torsjon. Drøftingen har også bevist at torsjonsberegningene er sterkt avhengig av stivhet og grensebetingelser.

6.4 Armeringsbehov

Det er valgt å undersøke armeringsbehovet i tre enkeltsnitt av bru 1 ($r = 1000$ m) og bru 4 ($r = 275$ m) - for tre ulike lastkombinasjoner. Beregningene er utført etter skivemetoden og trykkfeltsteori (se avsnitt 3.7.1) og tar ikke hensyn til skjærkrefter –

og gjennomføres for å kartlegge hva resultatene fra de ulike beregningsmetodene medfører i armeringsmengder. Beregningene er basert på komplette verdier fra skallmodellen, mens det fra bjelkeberegningene kun er tatt hensyn til bøyemoment, torsjonsmoment og normalkraft (største lastvirkninger i planet). Beregningsgrunnlaget og modifiseringen av enkelte verdier finnes i vedlegg 4. Resultatene er presentert under avsnitt 5.3. Som sammenligningen tidligere i kapitlet viser, finnes det enkelte store avvik ved torsjons- og bøyemoment etter de to beregningsmetodene. I tillegg viser enkelte snittverdier i armeringsberegningene at det forekommer store forskjeller også for opptredende normalkraft i enkelte snitt. Armeringsmengdene sammenliknes basert på hovedvirkningen i hvert enkelt snitt.

Snitt 1 - midt i midtspenn (43,5 m): lastkombinasjon 1; største bøyemoment

Snitt 1 er det snittet i rapportens beregninger som oppnår det største (positive) bøyemoment i lengderetningen, og den avgjørende armeringsmengden blir i underkant av snittet. Resultatene fra bjelkeberegningene (NovaFrame) gir større verdier for bøyemoment i lengderetningen og en vesentlig større normalkraft enn hva som er tilfellet ved skallberegningene (Diana). For bru 1 ($r = 1000$ m) medfører dette at bjelkeberegningene gir 6,27 prosent mer armering i bunnskivens lengderetning enn det skallberegningene gjør. Betrakter man armeringsmengdene i bunnskive for bru 4 ($r = 275$ m) med tilsvarende belastning, viser beregningene at bjelkeberegningene gir 16,37 prosent mer armering enn lastvirkningene fra skallmodellen.

Snitt 2 - støtte aske 3 (61 m): lastkombinasjon 2; minste bøyemoment

Snitt 2 er det snittet i rapportens beregninger som oppnår det største (negative) bøyemomentet (strekk i overkant). Lastvirkningen oppstår over søyle ved akse 2 (61 m) ved lastkombinasjon 2. I dette snittet gir skallberegningene vesentlig større beregningsverdier for armering enn bjelkeberegningen. Den største forskjellen ligger i normalkraften som er omtrent 2,5 ganger større for skall- enn bjelkeberegningen. I tillegg er både bøye- og torsjonsmomentet større etter skallberegningene. Med så avvikende beregningsverdier medfører dette at skallberegningene krever omtrent 65 prosent mer armering i både lengde- og tverretningen i toppskiven.

Snitt 3 - bruende (0 m): lastkombinasjon 3; største torsjonsmoment

Dette snittet oppnår største torsjonsmoment. Som det fremgår av tidligere sammenlikninger, eksisterer det store avvik i torsjonsmomentet etter de to beregningsmetodene. Dette gjenspeiles i snittverdiene det beregnes armering etter. Bjelkeberegningene gir 2-3 ganger så store fordelte torsjonsmomenter i forhold til skallberegningene. Mens skallberegningene gir større bøyemoment og vesentlig større normalkraft. I armeringsmengder medfører dette at bjelkeberegningene for bru 1 ($r = 1000$ m) krever omtrent 16 prosent mer armering i både lengde- og tverretningen i bunnskiven. For bru 4 ($r = 275$ m) øker torsjonsmomentene, og forholdene mellom verdiene endres. Dette gir omtrent 98 prosent mer armering i bunnskiven. For begge de nevnte bruene gir også bjelkeberegningen behov for vesentlige armeringsmengder i toppskiven. Skallberegningen derimot, gir ikke behov for armering i toppskiven, men likevel må det - naturlig nok - innføres minstearmering.

Beregningene av armeringsmengder er et behovsoverslag og kan ikke anses som dimensjonerende verdier for snittene. Likevel er forskjellene så store for nevnte snitt 2 og 3 at det en dimensjonerings situasjon ville medført vesentlige forskjeller i benyttede armeringsmengder. En interessant observasjon er at snitt 2 ved søyle gir vesentlig

høyere armeringsmengder for verdiene fra skallmodellen, mens snitt 3 på enden (ved skivesøylen) gir betraktelig høyere armeringsmengder for resultatene fra bjelkemodellen. Med andre ord tyder dette på at skallberegningene «krever» en høyere stivhet i konstruksjonen ved søylene, mens bjelkeberegningen «forlanger» en større stivhet ved endene.

6.5 Oppsummering av sammenlikning og drøfting

Sammenlikningen og drøftingen i dette kapitlet kan kort oppsummeres i følgende punkter:

- Begge beregningsmetodene viser at beregningen av bøyemomentene (for de aktuelle referansetilfellene/horisontalkurveradiene) i liten grad er avhengig av horisontalkurvaturen.
- Beregningen etter både skall- og bjelketeori viser at torsjonsmomentene øker ved økt horisontalkurvatur.
- Sammenlikningen av bøyemomentene mellom de to beregningsmetodene viser generelt moderate avvik, men med enkelte vesentlige forskjeller. Bjelkeberegningen gir likevel generelt alltid konservative verdier sammenliknet med skallberegningene.
- Sammenlikningen mellom resultatene for torsjonsmomenter viser betraktelige forskjeller mellom de to beregningsmetodene. Likevel er beregningene etter bjelketeori generelt på «sikker side» av skallberegningene. Drøftingen viser betydningsfulle forskjeller mellom beregningsmetodene, og at resultatene er sterkt avhengig av ulike stivheter og grensebetingelser.
- De store forskjellene i enkelte verdier og ulike stivhetsbetraktningene gir vesentlige forskjeller når det gjøres et overslag av nødvendige armeringsmengder.

Konklusjon

Før konklusjonen trekkes, gjentas rapportens problemstilling: **Hvilke ulikheter i lastvirkninger gir valget av beregningsmetode for bjelke-/platebruer av betong når effekter av horisontalkurvatur, forspenning og trafikklast betraktes?**

Basert på sammenlikningen og drøftingen av lastvirkningene beregnet etter de to betraktete beregningsmetodene (bjelke- og skallteori), konkluderes det med at vesentlige forskjeller forekommer mellom resultater generert etter de nevnte teorier. De største ulikhetene finnes ved torsjonsmoment: resultater generert av beregningsprogrammene NovaFrame og Diana, etter henholdsvis bjelke- og skallteori, viser her gjentatte betydningsfulle forskjeller. Generelt gir bjelkeberegningene større torsjonsmomenter enn skallberegningene. På bakgrunn av gitt teoretisk grunnlag, begrunnes forekommende forskjeller i enkelte forenklinger som gjøres ved bruk av bjelketeorien. Disse forenklingene påvirker stivhetsforholdene og medfører dessuten at visse effekter av grensebetingelser uteblir. Når det gjelder sammenlikningen av bøyemoment, vises her moderate forskjeller. Det forekommer likevel enkelte større avvik; spesielt gir bjelkeberegningene større feltmomenter. Det er i rapporten argumentert for at forskjellen skyldes forenklinger bjelketeorien gjør for å tilnærme seg en 3-dimensjonal platevirkning. Selv om sammenlikningen av resultatene for bøy- og torsjonsmomentene fra de to beregningsmetodene viser store differanser, bemerkes det imidlertid at bjelkeberegningene generelt ligger på «sikker side» i forhold til skallberegningene. Generelt viser resultatene at effekten av horisontalkurvatur, forspenning og trafikklast gir neglisjerbare forskjeller for de opptredende bøyemomentene. Torsjonsmomentene viser seg derimot å være sterkt avhengige av horisontalkurvaturen. Det ses videre en tendens til at de omtalte avvik mellom beregningsmetodene er konsekvente og uavhengig av horisontalkurvatur, samt virkning av forspenning og trafikklast. Dette ses klart ved betraktning av avvikene for lastvirkningene knyttet til belastningen fra kun egenlast.

Nødvendig armeringsbehov etter de to metodenes genererte lastvirkninger gir, for to av tre dimensjoneringsnitt, betydelige forskjeller. Disse forskjellene kan begrunnes direkte i beregningsmetodenes avvikende lastvirkningsresultater, samt ved stivhetsbetraktning. Det kan derfor konkluderes med at forekommende ulikheter i de genererte lastvirkninger gjenspeiles i de respektive armeringsbehov.

Det konkluderes til slutt med at rapportens hoved- og delmål er oppfylt: Henholdsvis å avdekke ulikhetene de forskjellige beregningsmetodene medfører, samt avdekke tilhørende ulikheter i armeringsbehov.

Forslag til videre arbeid

Nedenfor gis enkelte forslag til videre arbeid:

- Grundigere studie av teori og beregninger av torsjonsmomenter i NovaFrame (bjelkeberegning)
- Mer omfattende drøfting av lastvirkninger og stivhetsrelasjoner i landkarløse bruer (bjelke- kontra skallteori)
- Modellering av enkelte utsnitt i referansekonstruksjonen, i volumelementer, for å undersøke stivheter og lastvirkninger grundigere
- Mer omfangsrike undersøkelser av armeringsbehov etter anerkjente metoder

Litteratur

- [1] Statens vegvesen Vegdirektoratet (2011) *Håndbok 185 Bruprosjektering, eurokodeutgave (veiledning)*.
- [2] Statens vegvesen Vegdirektoratet (2009) *Håndbok 185 Bruprosjektering (normaler)*.
- [3] Statens vegvesen Vegdirektoratet (2008) *Håndbok 017 Veg- og gateutforming (normaler)*.
- [4] Statens vegvesen Vegdirektoratet (2008) *Håndbok 265 Linjeføringsteori (veiledning)*.
- [5] Hambly, E.C. (1991) *Bridge Deck Behaviour*. London: Chapman & Hall.
- [6] Precast/Prestressed Concrete Institute (CPI) (2001) *Bridge Design Manual, Chapter 12 Curved And Skewed Bridges* [online]. URL: http://www.pci.org/view_file.cfm?file=MNL-133-97_ch12.pdf (21.03.2012)
- [7] Statens vegvesen Vegdirektoratet (2009) *Håndbok 129 Bruregistrering (veiledning)*.
- [8] NS-EN 1990:2002+NA:2008 *Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*. Oslo: Standard Online AS.
- [9] NS-EN 1990:2002/A1:2005+NA:2010 *Endringsblad A1 - Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*. Oslo: Standard Online AS.
- [10] NS-EN 1991-2:2003+NA:2010 *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner - Del 2: Trafikklast på bruer*. Oslo: Standard Online AS.
- [11] NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008 *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner. Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. Oslo: Standard Online AS.
- [12] NS-EN 1992-2:2005+NA:2010 *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner. Del 2: Bruer*. Oslo: Standard Online AS.
- [13] Bell, K. (2011) *Matrisestatikk. Statistiske beregninger av rammekonstruksjoner*. Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- [14] Skeie, G./Universitetet i Oslo (2007) *Kapittel 2, MEK4560, Elementmetoden i faststoffmekanikk II* [online]. URL: http://folk.uio.no/ges/MEK4560/MEK4560_2.pdf (21.05.2012).
- [15] Larsen, P.K. (1990) *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- [16] O'Brien, E.J. og Keogh, D.L. (1999) *Bridge Deck Analysis*. London: E & FN Spon.
- [17] Sørensen, S.I / Department of structural Engineering (2011) *TKT422, Concrete Structures 3, Autumn 2011, Compendium*.
- [18] Skeie, G./Universitetet i Oslo (2007) *Kapittel 2, MEK4560, Elementmetoden i faststoffmekanikk II* [online]. URL: http://folk.uio.no/ges/MEK4560/MEK4560_2.pdf (21.05.2012).
- [19] TNO Diana (2012) *DIANA, Finite Element Analysis, User's Manual, Material Library, Release 9.4.4* [online]. URL: <https://support.tnodiana.com/manuals/d944/MatLib/MatLib.html> (15.02.2012).
- [20] CSI Knowledge Base (2012) *Shell FAQ* [online]. URL: <https://wiki.csiberkeley.com/display/kb/Shell+FAQ> (25.05.2012).

- [21] Cook, R.D., Malkus, D.S., Plesha, M.E. og Witt, R.J. (2002) *Concepts and Applications of Finite Element Analysis, Fourth Edition*. Wisconsin: John Wiley & Sons inc.
- [22] N. R. Hewson (2008) *Design of prestressed concrete bridges*. London: ICE, Institution of Civil Engineers
- [23] Aas-Jakobsen (2011) *User's guide NovaFrame version 5*.
- [24] Aas-Jakobsen (2010) *User's guide NovaDesign version 5*.
- [25] Statens vegvesen (2012) *Introkurs NovaFrame*.

Vedlegg

Vedlegg 1: Tekniske data for referansekonstruksjon

Vedlegg 2: Forenklet metode for beregning av tidsavhengige tap av forspenning

Vedlegg 3: Komplette resultater lastvirkninger

Vedlegg 4: Komplette resultater armeringsberegning

Vedlegg 1: Tekniske data for referansekonstruksjon

- Generelt
 - Vegtype ÅDT 5000, fartsgrense 80 km/t
 - Flerfelts platebru i betong
- Normaler og retningslinjer
 - Lastforskrifter for bruer og ferjekaier i det offentlige vegnett, HB184 versjon 2001-1
 - Prosjekteringsregler for bruer, HB185 versjon 2001-1
 - Prosesskode 2, 2007
- Betongkonstruksjoner
 - Fasthetsklasse: B45 SV-40
 - Bestandighetsklasse: MF40
 - Eksponeringsklasse: XD3 / XF4
 - Luftinnhold: 5 +/- 1,5%
 - Kloridklasse: Cl 0,10
 - Kontrollklasse: Utvidet kontroll i hht. NS 3465
 - Nøyaktighetsklasse:
 - Generelt: B i hht. prosesskoden
 - Kantbjelker: A i hht. prosesskoden
 - Synlige skarpe hjørner avfases 20x20 mm (dersom annet ikke er angitt)
- Armering
 - Slakkarmering: B500NC (NS 3576-3)
 - Spennarmering: $f_B / f_{02} = 1860 / 1670$ MPa
 - Overdekning: I hht. NA-rundskriv nr. 2008/04
- Spennarmering:
 - Antall kabler: 8 stk. 1980,6"
 - Kabler: Stålkvalitet 1860/1670 MPa
 - Areal: 2660 mm²/kabel
 - Flytekraft: $S_{02}=4442$ kN/kabel
 - Oppspenningskraft kompensert for låsetap i jekk og kiler: 0,8 x S_{02}
 - Oppspenningsrekkefølge: Det skal spennes opp symmetrisk med maks én kabel i forskjell om senterlinje brubjelke
 - Minimum betongfasthet ved oppspenning er 40 MPa
 - Forankringer skal monteres uforskyvelig i formen slik at ankerplaten står vinkelrett på spennarmeringens (kabelrørets) senterlinje i den ferdige konstruksjonen. Kablene skal danne en jevn kurve uten skarpe knekker. Ved forankringer skal kabelleverandørens krav til rett linje på kabel oppfylles.
 - Tillat avvik fra angitt kabelplassering:
 - Vertikalt: ± 10mm
 - Horisontalt: ± 20mm
- Slitelag:
 - Fuktisoleringstype A3-4 i hht. Prosesskode 2
 - Bindelag A6 16 og slitelag Ska 16
 - Total tykkelse av fuktisolert slitelag lik er 90 mm.
 - Brua er dimensjonert for vekt av slitelag lik 3,0 kN/m²
 - Slitelag er tatt med i prosess 65
- Fundamentering
 - Akse 1, 3 og 4 på stålkjernepeler Ø150 nedboret i berg
 - Akse 2 direktefundamentert til berg

Vedlegg 2: Forenklet metode for beregning av tidsavhengige tap av forspenning

De tidsavhengige tapene av spennkraft bestemmes etter forenklet metode, angitt som uttrykk 5.46 i NS-EN 1992 pkt. 5.10.6 (2).

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0)]}$$

NS-EN
1992-1-1
(5.46)

der

$\Delta\sigma_{p,c+s+r}$ er absoluttverdien av spenningsendringen i spennkabelen forårsaket av kryp, svinn og relaksasjon ved posisjon x på tidspunkt t

A_p

er arealet av alle spennkabler ved posisjonen x :

$$A_p = 8 \cdot 2660 \text{ mm}^2 = 21280 \text{ mm}^2$$

A_c

er arealet av betongtverrsnittet: $A_c = 6,919 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$

E_p

er elastisitetsmodulen for spennstålet: $E_p = 195000 \text{ MPa}$

E_{cm}

er elastisitetsmodulen for betongen: $E_{cm} = 36000 \text{ MPa}$

I_c

er betongtverrsnittets arealtreghetsmoment: $I_c = 1,079 \cdot 10^{12} \text{ mm}^4$

ε_{cs}

er fri svinntøyning (absoluttverdi):

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$

NS-EN
1992-1-1
(3.8)

der

ε_{cd} er svinntøyningen ved uttørking:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

NS-EN
1992-1-1
(3.9)

k_h er en koeffisient som avhenger av den effektive tverrsnittstykkelsen h_0 , gitt i tabell 3.3. h_0 er gitt som betongens tverrsnittsareal multiplisert med 2 og dividert med omkretsen av den delen som er utsatt for uttørking:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{6919000 \text{ mm}^2}{22480,35 \text{ mm}} = 307,8 \approx 300 \text{ mm} \rightarrow k_h = 0,75$$

$\varepsilon_{cd,0}$, nominell verdi for svinntøyning ved uttørking, beregnes ut fra:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0.85 \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{f_{cmo}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad \text{NS-EN 1992-1-1 (B.11)}$$

der β_{RH} er gitt som:

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad \text{NS-EN 1992-1-1 (B.12)}$$

Ved valg av parametere for kryp og svinning, kan det antas 70 % relativ luftfuktighet for bruas overbygning [HB18] pkt. 5.3.3.2.2. RH , som er den relative fuktigheten til omgivelsene, settes dermed til 70 (%), mens RH_0 er fastsatt til 100 %. Innsatt, gir dette: $\beta_{RH} = 1,01825$

f_{cm} er middelverdi av betongens sylindertrykkfasthet, gitt i tabell 3.1:
B45 $\rightarrow f_{cm} = 53$ MPa
 f_{cmo} er fastsatt til $f_{cmo} = 10$ MPa
 α_{ds1} er en koeffisient som avhenger av typen sement. Antas sementklasse standard FA \rightarrow sementklasse R $\rightarrow \alpha_{ds1} = 6$
 α_{ds2} er en koeffisient som avhenger av typen sement. Antas sementklasse standard FA \rightarrow sementklasse R $\rightarrow \alpha_{ds2} = 0,11$

Innsatt, gir dette: $\varepsilon_{cd,0} = 0,000425211$

ε_{ca} er den autogene svinntøyningen:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) \quad \text{NS-EN 1992-1-1 (3.11)}$$

der $\varepsilon_{ca}(\infty)$ er gitt som:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad \text{NS-EN 1992-1-1 (3.12)}$$

der f_{ck} er middelverdi av betongens sylindertrykkfasthet, gitt i tabell 3.1:
B45 $\rightarrow f_{ck} = 45$ MPa

Innsatt, gir dette: $\epsilon_{ca}(\infty) = 8,75 \cdot 10^{-5}$

$\beta_{as}(t)$ er gitt som:

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0.2t^{0.5}}$$

NS-EN
1992-1-1
(3.13)

der

t er angitt i døgn, og settes til $t = 10000$

Innsatt, gir dette: $\beta_{as}(t) = 0,9999$

Innsatt, gir dette: $\epsilon_{ca}(t) = 8,75 \cdot 10^{-5}$

Innsatt, gir dette: $\epsilon_{cs} = 5,1271 \cdot 10^{-4}$

$\Delta\sigma_{pr}$

er spenningstap pga. relaksasjon (absoluttverdi). Det antas relaksasjonsklasse 2 (dvs. lav relaksasjon) og $\Delta\sigma_{pr}$ gis da som:

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,1\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} \cdot 10^{-5}$$

NS-EN
1992-1-1
(3.29)

der

ρ_{1000} er verdien for relaksasjonstap (%) 1000 timer etter oppspenning og med middeltemperatur på 20 °C.

Relaksasjonsklasse 2 og dermed lav relaksasjon $\rightarrow \rho_{1000} = 2,5$

σ_{pi} er (ved, som her: etteroppspenning) den absolutte verdien av den initielle forspenningen (se også 5.10.3 (2));

$$\sigma_{pi} = \sigma_{pm0} = \min \{0,75f_{pk}; 0,85f_{p0,1k}\}$$

der

f_{pk} er spennstålets karakteristiske strekkfasthet:

$$f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$$

$f_{0,1pk}$ er spennstålets karakteristiske 0,1%-strekkgrense: $f_{p0,1k} = 1600 \text{ MPa}$

Innsatt, gir dette: $\sigma_{pi} = 0,85f_{p0,1k} = 1360 \text{ MPa}$

μ er $\frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}} = \frac{1360 \text{ MPa}}{1860 \text{ MPa}} = 0,731$

t er tiden etter oppspenning (i timer). Det antas endelig relaksasjonstap etter 500000 timer, som gir $t = 500000$

Innsatt, gir dette: $\Delta\sigma_{pr} = 60,93 \text{ MPa}$

$\varphi(t, t_0)$

er kryptallet på tidspunkt t og forutsatt lastpåføring på tidspunkt t_0 .

Forenklet metode, i form av figur 3.1 b), benyttes. For $t_0 = 28$ (døgn), sementklasse R, fasthetsklasse B45 og $h_0 = 300$ mm avleses kryptallet til $\varphi(t, t_0) = 1,35$.

Innsatte verdier gir:

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{5,1271 \cdot 10^{-4} \cdot 195000 + 0,8 \cdot 60,93 + \frac{195000}{36000} \cdot 1,35 \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{195000}{36000} \cdot \frac{21280}{6,919 \cdot 10^6} \left(1 + \frac{6,919 \cdot 10^6}{1,079 \cdot 10^{12}} \cdot z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \cdot 1,35]} \quad \text{NS-EN 1992-1-1 (5.46)}$$

Som det fremgår av uttrykket for beregningen av spenntap $\Delta\sigma_{p,c+s+r}$ ovenfor, er det fremdeles to parametere som gjenstår som ukjente: $\sigma_{c,QP}$ som er betongspenning ved spennkabler for permanente påkjenninger (absoluttverdi) og z_{cp} som er avstanden mellom betongtverrsnittets tyngdepunkt og spennkablene.

For å kunne angi $\sigma_{c,QP}$, avleses verdier for denne parameteren i beregningsverktøyet Diana, der det etableres en lastsituasjon hvor alle laster bortsett fra trafikklaster er påsatt. $\sigma_{c,QP,i}$ -verdiene tas ut ved fire posisjoner (med tilhørende eksentrisitet for spennarmeringen z_{cp}). Spenntapet $\Delta\sigma_{p,c+s+r,i}$ regnes så ut for enkelt av de fire posisjonene i henhold til uttrykk 5.46:

Posisjon	$\sigma_{c,QP,i}$ [MPa]	$z_{cp,i}$ [mm]		$\Delta\sigma_{p,c+s+r,i}$ [MPa]
Opplegg akse 1:	$\sigma_{c,QP,1} = 7,5$	$z_{cp,1} = 400$	→	$\Delta\sigma_{p,c+s+r,1} = 190,21$
Midt spenn akse 1/2:	$\sigma_{c,QP,2} = 3,2$	$z_{cp,2} = 400$	→	$\Delta\sigma_{p,c+s+r,2} = 160,15$
Søyle akse 2:	$\sigma_{c,QP,3} = 2,0$	$z_{cp,3} = 400$	→	$\Delta\sigma_{p,c+s+r,3} = 152,63$
Midt spenn akse 3/4:	$\sigma_{c,QP,4} = 3,5$	$z_{cp,4} = 425$	→	$\Delta\sigma_{p,c+s+r,4} = 162,19$

Gjennomsnittet av spenntapene ved de fire posisjonene blir så benyttet til å representere absoluttverdien av spenningsendringen i spennkabelen forårsaket av kryp, svinn og relaksasjon:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{p,c+s+r} &= \frac{\sum \Delta\sigma_{p,c+s+r,i}}{i} \\ &= \frac{(190,21 + 160,15 + 152,63 + 162,19) \text{ MPa}}{4} = \underline{\underline{166,3 \text{ MPa}}} \end{aligned}$$

Gjennomsnittlig spenningsendring i prosent per kabel, blir da:

$$\frac{\Delta\sigma_{p,c+s+r}}{\sigma_{p,max}}$$

der

$\sigma_{p,max}$ er største spenning påført spennkabelen (NS-EN 1992 pkt. 5.10.2.1 (1))
 $= \min \{k_1 \cdot f_{pk}; k_2 \cdot f_{p0,1k}\}$, der $k_1 = 0,8$ og $k_2 = 0,9$.

Innsatt, gir dette:

$$\sigma_{p,max} = \min \{k_1 \cdot f_{pk}; k_2 \cdot f_{p0,1k}\} = \min \{0,8 \cdot 1860; 0,9 \cdot 1600\} = 1440 \text{ MPa}$$

Og den gjennomsnittlige spenningsendringen i prosent per kabel, blir da:

$$\frac{\Delta\sigma_{p,c+s+r}}{\sigma_{p,max}} = \frac{166,3 \text{ MPa}}{1440 \text{ MPa}} = \underline{\underline{11,55\%}}$$

Vedlegg 3: Komplette resultater lastvirkninger

Bøyemoment fra egenlast:

[m]	Bjelkeberegning (NF) [kNm]				Skallberegning (Diana) [kNm]			
	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)
0	-3611,11	-3502,71	-3426,51	-3223,65	-2958,4	-2951,3	-2932,32	-2856,05
2	0,00	0,00	0,00	0,00	-957,56	-951,16	-935,17	-870,18
10.5	5799,85	5854,75	5889,33	5991,93	4778,98	4781,23	4787,44	4811,75
13	5169,75	5212,46	5239,71	5311,1	4557,67	4558,99	4562,91	4578,44
18.5	0,00	0,00	0,00	0,00	1576,15	1575,24	1574,58	1507,25
26	-15899,19	-15925,17	-15946,57	-16011,36	-13002,96	-13005,49	-13365,62	-13381,83
26	-16343,67	-16345,06	-16358,59	-16410,00	-13825,92	-13827,47	-13858,67	-14113,69
32.5	0,00	0,00	0,00	0,00	-1892,73	-1888,69	-1890,69	-1898,96
43.5	10620,89	10617,20	10606,00	10563,92	6598,83	6598,58	6597,39	6592,39
54.5	0,00	0,00	0,00	0,00	-1154,98	-1154,39	-1156,36	-1167,47
61	-16507,22	-16511,94	-16525,57	-16576,47	-13757,16	-13758,75	-13777,06	-14198,93
61	-15970,68	-16003,53	-16027,94	-16096,66	-13366,77	-13368,93	-13240,76	-13336,96
68.5	0,00	0,00	0,00	0,00	995,70	991,63	991,53	986,72
74	5145,93	5184,29	5211,24	5282,63	4537,57	4538,89	4542,80	4558,33
76.5	5784,67	5836,68	5873,44	5976,85	4765,46	4767,72	4773,83	4798,24
85	0,00	0,00	0,00	0,00	-949,03	-942,34	-926,35	-861,3
87	-3587,56	-3478,35	-3401,05	-3193,82	-2944,96	-2937,87	-2918,88	-2842,62

Bøyemoment fra lastkombinasjon 1:

[m]	Bjelkeberegning (NF) [kNm]				Skallberegning (Diana) [kNm]			
	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)
0	3612,9	4176,68	4088,75	3698,68	3631,98	3704,17	3688,81	3630,26
2.5	4413,82	4668,01	4589,45	4243,19	2869,99	2866,36	2852,79	2801,52
11	978,17	916,92	1385,99	1356,12	1586,32	1577,20	1571,76	1508,71
13	482,79	81,23	25,27	-179,82	1228,88	1216,02	1211,43	1193,92
18.5	-2211,34	-2135,59	-2173,23	-2184,63	589,74	575,64	574,32	570,25
20	-4245,95	-4040,26	-4040,23	-4195,22	256,72	251,83	249,82	243,43
26	-23584,68	-23134,15	-23175,54	-23258,02	-20136,37	-20149,16	-20887,71	-21135,99
26	-24689,68	-24172,69	-24211,9	-24327,83	-22175,11	-22175,89	-22275,34	-22738,45
31.5	0,00	0,00	0,00	0,00	-3232,14	-3232,47	-3244,75	-3287,49
43.5	16439,51	15886,62	15941,98	16088,93	9987,92	9984,21	9987,58	10002,11
55.5	0,00	0,00	0,00	0,00	334,31	317,73	309,33	277,73
61	-25055,96	-24542,03	-24583,74	-24701,18	-22206,77	-22100,55	-22561,34	-23797,85
61	-23762,23	-23327,52	-23370,49	-23443,92	-20416,93	-20410,93	-20717,74	-20268,61
68.5	-4335,81	-4140,37	-4173,9	-4287,13	453,79	449,04	447,42	442,37
74	490,36	82,55	14,21	-180,92	1185,77	1171,46	1092,4	1161,00
84.5	4569,03	4832,43	4751,80	4261,18	2896,70	2893,09	2879,47	2828,04
87	3799,72	4370,45	4280,44	3882,57	3761,01	3553,07	3812,65	3672,64

Bøyemoment fra lastkombinasjon 2:

[m]	Bjelkeberegning (NF) [kNm]				Skallberegning (Diana) [kNm]			
	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)
0	4231,98	4778,78	4687,1	4290,01	3949,8	3942,91	3956,99	3891,95
9	0,00	0,00	0,00	0,00	712,88	706,95	700,4	675,42
13	-1026,92	-1439,53	-1500,07	-1709,53	254,34	242,58	237,49	218,56
18	-1356,4	-2539,39	-2541,07	-2710,25	172,47	171,78	170,32	166,34
26	-21686,6	-21239,87	-21285,61	-21374,7	-18986,39	-19004,32	-19740,69	-20011,76
26	-22880,48	-22363,97	-22406,67	-22529,53	-21107,156	-21117,16	-21218,38	-21672,53
31	0,00	0,00	0,00	0,00	-3103,88	-3104,96	-3118,46	-3164,00
43.5	15467,15	14911,44	14959,41	15089,53	8999,67	9001,5	9003,1	9014,35
46.5	17007,3	16525,11	16562,67	16664,82	10006,54	10003,37	10005,56	10014,29
55.5	0,00	0,00	0,00	0,00	524,43	-514,26	502,86	460,99
61	-26321,75	-25813,42	-25867,51	-26014,42	-22994,09	-23016,02	-23507,72	-24764,11
61	-25029,32	-24600,76	-24656,34	-24758,82	-21311,54	-21327,36	-21657,96	-21207,76
72	0,00	0,00	0,00	0,00	1336,32	1357,51	1355,7	1349,95
74	976,29	567,65	506,37	290,29	1550,04	1548,96	1546,77	1538,19
76	1577,11	1114,53	1052,52	2348,94	1754,14	1745,53	1739,71	1715,84
84.5	4908,13	5120,78	5041,44	4690,94	2548,32	3027,68	3012,81	2956,63
87	3875,06	4448,28	4358,53	3952,12	3758,62	3780,18	3762,1	3692,27

Bøyemoment fra lastkombinasjon 3:

[m]	Bjelkeberegning (NF) [kNm]				Skallberegning (Diana) [kNm]			
	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)
0	3757,69	4154,93	4387,5	3943,46	5501,33	5403,07	5462,79	5356,47
2.5	5882,86	6255,83	6180,24	5793,58	4857,12	4848,39	4825,31	4741,62
11.5	1439,42	907,05	844,39	591,39	836,98	825,42	817,2	784,72
13	1551,94	956,13	1019,33	780,63	358,95	344,76	337,94	312,00
16.5	2067,35	1979,63	1935,05	1772,86	469,8	461,08	457,29	448,42
20.5	0,00	0,00	0,00	0,00	949,83	939,08	932,86	916,97
25.5	-16664,69	-16036,68	-16176,47	-16326,4	-14311,8	-14334,18	-14823,75	-15161,46
26	-16963,36	-16329,07	-16443,72	-16627,37	-15478,41	-15506,02	-15718,59	-16067,02
31	0,00	0,00	0,00	0,00	-578,11	-581,71	-601,06	-661,26
38	5861,3	5494,97	5488,88	5499,15	3469,13	3461,28	3460,51	3466,62
43.5	5311,53	4597,01	4637,42	4759,95	4437,88	4441,00	4445,03	4465,32
49.5	5936,06	5578,97	5574,73	5585,84	3356,00	3350,9	3350,18	3350,48
56.5	0,00	0,00	0,00	0,00	-1422,59	-1414,28	-1433,91	-1495,53
61	-16741,29	-16322,54	-16217,49	-16394,7	-15386,84	-15414,82	-15800,45	-17208,95
61	-16319,2	-15971,9	-15836,78	-15968,69	-14246,18	-14266,42	-14516,2	-14235,32
67	0,00	0,00	0,00	0,00	1112,39	1103,04	1099,68	1091,2
70	1713,61	1645,47	1603,34	1451,85	-224,81	215,66	-219,07	-228,71
74	924,47	155,75	380,57	141,15	-792,00	-794,79	-800,45	-819,48
76	698,71	148,21	82,28	-175,74	-900,9	-904,26	-915,21	-955,7
87	4314,01	4233,89	4933,15	4481,79	5657,84	5649,42	5621,98	5513,38

Torsjonsmoment fra egenlast:

[m]	Bjelkeberegning (NF) [kNm]				Skallberegning (Diana) [kNm]			
	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)
0	67,38	89,64	133,18	234,78	63,86	63,00	61,85	67,09
2,5	69,58	92,3	136,89	240,26	82,73	90,02	104,25	139,6
13	25,89	33,10	47,13	72,31	4,98	3,50	-17,8	-25,6
18,5	6,81	7,43	8,42	0,94	-52,03	-58,69	-71,96	-105,11
26	52,95	68,98	100,84	169,57	161,08	159,43	179,93	229,57
26	39,87	52,89	78,69	139,02	219,83	217,16	296,57	301,18
32,5	81,15	107,96	161,44	290,56	80,56	91,95	118,04	181,96
43,5	3,14	4,00	5,75	9,24	1,86	2,03	2,38	3,23
54,5	-74,3	-99,2	-148,78	-269,66	-78,23	-91,68	-117,57	-180,81
61	-32,23	-43,06	-64,41	-115,53	-211,84	-209,24	-247,73	-248,2
61	-57,76	-75,23	-109,93	-184,51	-142,07	-141,09	-139,58	-139,28
68,5	-11,23	-13,8	-16,59	-14,15	53,62	61,18	74,76	108,66
74	-30,1	-38,45	-54,84	-84,66	-5,22	-3,8	-1,02	6,23
84,5	-73,75	-97,56	-144,48	-252,54	-82,61	-76,34	-104,22	-139,98
87	-71,6	-94,96	-140,86	-247,15	-63,66	-62,79	-61,66	-60,74

Torsjonsmoment fra lastkombinasjon 1:

[m]	Bjelkeberegning (NF) [kNm]				Skallberegning (Diana) [kNm]			
	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)
0	811,05	858,23	944,98	1162,38	199,81	225,63	271,09	382,82
13	663,5	654,26	640,75	622,22	27,55	11,49	-12,87	-17,97
18,5	-	-	-	-	-47,8	-63,21	-95,68	-175,19
26	702,81	702,71	714,51	762,38	764,92	752,05	862,25	989,32
26	1124,69	1173,7	1267,54	1498,12	959,98	978,95	1162,8	1208,95
32,5	-	-	-	-	594,06	620,26	690,74	863,4
43,5	-21,97	-26,13	-32,42	-45,81	39,58	40,47	41,42	44,02
54,5	-	-	-	-	-578,38	-612,7	-682,16	-852,81
61	-1165,63	-1221,9	-1326,27	-1578,67	-957,44	-979,95	-1124,54	-1201,54
61	-674,69	-669,78	-674,26	-706,59	-749,04	-751,98	-771,58	-759,1
68,5	-	-	-	-	54,41	70,49	104,11	186,41
74	-634,38	-619,79	-598,2	-562,52	-28,17	-12,39	-3,91	16,29
87	-783,1	-825,33	-904,76	-1106,79	-202,42	-228,1	-273,72	-386,68

Torsjonsmoment fra lastkombinasjon 2:

[m]	Bjelkeberegning (NF) [kNm]				Skallberegning (Diana) [kNm]			
	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)
0	989,24	1031,84	1108,53	1300,79	199,92	224,04	266,99	372,2
13	852,98	843,14	827,30	802,77	27,55	17,90	9,98	-8,8
18,5	-	-	-	-	-31,77	-45,24	-74,65	-146,72
26	897,41	898,54	911,59	962,43	764,92	846,31	961,77	1090,91
26	1398,95	1449,00	1544,3	1777,87	1070,04	1086,17	1278,41	1324,87
32,5	-	-	-	-	698,47	723,48	792,13	960,48
43,5	639,29	637,88	636,59	635,32	347,71	347,87	353,39	363,32
47	0,00	0,00	0,00	0,00	-111,16	-119,6	-143,42	-201,83
54,5	-	-	-	-	-833,5	-868,5	-939,57	-1113,58
61	-1347,2	-1403,92	-1509,53	-1764,36	-1096,29	-1110,44	-1260,05	-1334,15
61	-628,73	-623,58	-625,94	-653,22	-749,04	-845,64	-860,89	-849,03
68,5	-	-	-	-	144,66	162,09	197,47	284,13
74	-1044,6	-1029,1	-1003,91	-958,92	-38,57	-34,53	-25,47	-3,8
87	-1657,07	-1700,3	-1779,89	-1981,44	-358,44	-383,71	-433,22	-553,15

Torsjonsmoment fra lastkombinasjon 3:

[m]	Bjelkeberegning (NF) [kNm]				Skallberegning (Diana) [kNm]			
	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)	Bru 1 (r=1000m)	Bru 2 (r=750m)	Bru 3 (r=500m)	Bru 4 (r=275m)
0	5147,6	5214,72	5326,63	5611,29	1114,88	1114,13	1178,95	1332,16
13	1529,57	1530,5	1514,94	1507,5	-19,34	-2,15	-11,72	-34,39
18,5	-	-	-	-	-278,79	-296,95	-334,47	-425,99
26	504,09	494,11	464,22	428,83	833,95	838,54	951,92	1072,82
26	1384,47	1419,85	1486,31	1647,79	1145,11	1169,05	1266,53	1331,78
32,5	-	-	-	-	1002,78	1025,06	1088,81	1245,44
43	0,00	0,00	0,00	0,00	-	-	-	-
43,5	-79,27	-84,42	-90,51	-104,41	-55,07	-16,95	-15,94	-14,28
54,5	-	-	-	-	-988,92	-1020,01	-1083,14	-1237,97
61	-1544,85	-1590,19	-1671,05	-1863,73	-1393,88	-1413,9	-1569,96	-1642,2
61	-555,82	-545,05	-505,1	-456,95	-1155,04	-1163,4	-1186,83	-1169,53
68,5	-	-	-	-	12,16	27,94	61,61	144,39
74	-1579,01	-1574,14	-1550,98	-1527,36	-55,07	-51,59	-43,78	-25,56
87	-2754,59	-2805,36	-2907,47	-3155,14	-283,00	-312,75	-365,28	-493,47

Vedlegg 4: Komplette resultater armeringsberegning

Verdier for armeringsberegning: Bru 1 (r = 1000 m)

Snitt 1: midt i midtspenn (43,5 m); lastkombinasjon 1 (maks bøyemoment)

Resultater			→	Inndata skivemetoden		
NovaFrame		Diana		NovaFrame		Diana
My = 16439.51 kNm	mxx = 354.56 kNm/m		mx:	0,00 kNm/m	-354.56 kNm/m	
Mxy = -21.97 kNm	myy = -2646.52 kNm/m		my:	3337.56 kNm/m	2646.52 kNm/m	
N = -17214.42 kNm	mxy = 15.66 kNm/m		mxy:	4.04 kNm/m	-15.66 kNm/m	
	nx = 264.92 kN/m		nx:	0,00 kN/m	264.92 kN/m	
	ny = -875.1 kN/m		ny:	-2180.13 kN/m	-875.10 kN/m	
	nxy = 18.18 kN/m		nxy:	0,00 kN/m	18.18 kN/m	

Modifisering
i hht avsn. 3.6

Snitt 2: støtte akse 3 (61 m); lastkombinasjon 2 (min bøyemoment)

Resultater			→	Inndata skivemetoden		
NovaFrame		Diana		NovaFrame		Diana
My = -26321.75 kNm	mxx = 3340.78 kNm/m		mx:	0.00 kNm/m	-3340.78 kNm/m	
Mxy = -1347.2 kNm	myy = 8476.4 kNm/m		my:	-5395.96 kNm/m	-8476.40 kNm/m	
N = -18072.23 kNm	mxy = -737.52 kNm/m		mxy:	-277.66 kNm/m	737.52 kNm/m	
	nx = -1827.5 kN/m		nx:	0.00 kN/m	-1827.50 kN/m	
	ny = -9324.15 kN/m		ny:	-3765.05 kN/m	-9324.15 kN/m	
	nxy = 1733.08 kN/m		nxy:	0.00 kN/m	1733.08 kN/m	

Modifisering
i hht avsn. 3.6

Snitt 3: ende akse 1 (0 m); lastkombinasjon 3 (maks torsjonsmoment)

Resultater			→	Inndata skivemetoden		
NovaFrame		Diana		NovaFrame		Diana
My = 3757.69 kNm	mxx = -520.81 kNm/m		mx:	0.00 kNm/m	520.81 kNm/m	
Mxy = 5147.6 kNm	myy = -1510.83 kNm/m		my:	771.66 kNm/m	1510.83 kNm/m	
N = -21771.26 kNm	mxy = 385.1 kNm/m		mxy:	1051.61 kNm/m	-385.1 kNm/m	
	nx = -2173.44 kN/m		nx:	0.00 kN/m	-2173.44 kN/m	
	ny = -7867.44 kN/m		ny:	-4349.72 kN/m	-7867.44 kN/m	
	nxy = -2488.55 kN/m		nxy:	0.00 kN/m	-2488.55 kN/m	

Modifisering
i hht avsn. 3.6

Verdier for armeringsberegning: Bru 4 (r = 275 m)

Snitt 1: midt i midtspenn (43,5 m); lastkombinasjon 1 (maks bøyemoment)

Resultater			→	Inndata skivemetoden		
NovaFrame		Diana		NovaFrame		Diana
My = 16088.33 kNm	mxx = 363.11 kNm/m		mx:	0.00 kNm/m	-363.11 kNm/m	
Mxy = -45.81 kNm	myy = -2353.38 kNm/m		my:	3266.27 kNm/m	2353.38 kNm/m	
N = -18051.3 kNm	mxy = 16.76 kNm/m		mxy:	8.42 kNm/m	-16.76 kNm/m	
	nx = 269.14 kN/m		nx:	0.00 kN/m	269.14 kN/m	
	ny = -884.92 kN/m		ny:	-2286.12 kN/m	-884.92 kN/m	
	nxy = 23.47 kN/m		nxy:	0.00 kN/m	23.47 kN/m	

Modifisering
i hht avsn. 3.6

Snitt 2: støtte akse 3 (61 m); lastkombinasjon 2 (min bøøyemoment)

Resultater			
NovaFrame		Diana	
My =	-26014.42 kNm	mxx =	3379.48 kNm/m
Mxy =	-1764.36 kNm	myy =	8505.5 kNm/m
N =	-19145.09 kNm	mxy =	-925.47 kNm/m
		nx =	-2033.15 kN/m
		ny =	-9208.19 kN/m
		nxy =	2175 kN/m

→
Modifisering
i hht avsn. 3.6

Inndata skivemetoden			
	NovaFrame	Diana	
mx:	0.00 kNm/m	-3379.48 kNm/m	
my:	-5332.96 kNm/m	-8505.5 kNm/m	
mxy:	-363.64 kNm/m	925.47 kNm/m	
nx:	0.00 kN/m	-2033.15 kN/m	
ny:	-3988.56 kN/m	-9208.19 kN/m	
nxy:	0.00 kN/m	2175 kN/m	

Snitt 3: ende akse 1 (0 m); lastkombinasjon 3 (maks torsjonsmoment)

Resultater			
NovaFrame		Diana	
My =	3943.46 kNm	mxx =	-325.33 kNm/m
Mxy =	5611.29 kNm	myy =	-1495.03 kNm/m
N =	-23253.49 kNm	mxy =	420.82 kNm/m
		nx =	-2884.29 kN/m
		ny =	-8125.38 kN/m
		nxy =	-2627.25 kN/m

→
Modifisering
i hht avsn. 3.6

Inndata skivemetoden			
	NovaFrame	Diana	
mx:	0.00 kNm/m	325.33 kNm/m	
my:	809.81 kNm/m	1495.03 kNm/m	
mxy:	1146.34 kNm/m	-420.82 kNm/m	
nx:	0.00 kN/m	-2884.29 kN/m	
ny:	-4645.85 kN/m	-8125.38 kN/m	
nxy:	0.00 kN/m	-2627.25 kN/m	