

Bærebølgegjenvinning i radio-link

Anders Dale

Master i elektronikk
Oppgaven levert: Juni 2009
Hovedveileder: Nils Holte, IET

Oppgavetekst

Målet for oppgaven er å utvikle og prøve ut nye algoritmer for bærebølgegjenvinning som virker for lave signal-støyforhold i en radiolink som bruker QAM modulasjon.

En radiolink er en punkt til punkt radio hvor det er stor fokus på høy datarate, høy båndbreddeeffektivitet og god følsomhet. Dataraten øker pga. stadig nye tjenester som inkluderer overføring av store datamengder i nettene hvor radiolinken inngår.

For å møte disse kravene er det laget en radiolink som benytter 16-QAM modulasjon og feilrettende kode (FEC) av RS typen. 16-QAM modulasjon krever en koherent mottager, dvs. bærebølgen til sendende radio må gjenvinnes eksakt i mottageren for å kunne demodulere signalet. Bærebølgegjenvinningen blir gjort ved at man analogt mikser til antatt korrekt frekvens, mens fase og restfeil på frekvensen blir korrigert digitalt ved hjelp av en Costas sløyfe.

Ved å endre FEC fra RS til LDPC, som er en FEC med iterativ dekoding, er det mulig å øke følsomheten til radioen mellom 2 og 5 dB. For å hente ut denne gevinsten, må modemmet i mottageren som utfører bærebølgegjenvinninga operere på et signal-støyforhold som er 2 - 5 dB lavere enn i dagens løsning. Ved så lave signal-støyforhold vil løsningen med Costas sløyfe ha problemer med å fungere.

Oppgaven består i å studere og foreslå andre løsninger for bærebølgegjenvinning. Dette kan både være teknikker som opererer på symbol til symbol basis tilsvarende Costas sløyfe, eller iterative teknikker som jobber på sekvenser og har mulighet for samvirke med LDPC dekodingen. De foreslåtte løsningene skal simuleres og eventuelt implementeres på eksisterende radio med hjelp av KDA.

Oppgaven gitt: 15. januar 2009
Hovedveileder: Nils Holte, IET

Sammendrag

Denne masteroppgaven tar for seg et problem fremsatt av Kongsberg Defence & Aerospace. KDA ønsker i en digital radiolinje-link å operere ved 10 dB signalstøyforhold på inngangen til mottakeren. Dette skaper problemer for den gjeldende bærebølgejevningvinningen som fungerer ned til 13 dB. Bærebølgejevningvinningen består av en analog frekvensestimator etterfulgt av en digital faseestimator, hvor det er faseestimatoren som ifølge KDA ikke klarer å operere tilfredsstillende. Kravet for tilfredsstillende operasjon ved 10 dB SNR er 2° RMS-fasefeil. Den gjeldende løsningen for faseestimering er Costas sløyfe med et 2. ordens filter.

I denne masteroppgaven blir det foreslått to metoder for faseestimering. Den første baserer seg på ML-estimator med detekterte symboler, men har et tillegg for å kompensere for frekvensvariasjoner ut fra frekvensestimatoren i forkant. Dette tillegget lagrer faseestimat ut fra ML-estimatoren, og bruker lineær regresjon for å regne ut frekvensavviket. Det vises at dette systemet ikke fungerer tilfredsstillende ved 10 dB SNR.

Den andre metoden er en tilleggsmodul kalt selektiv oppdatering. Denne modulen oppdaterer kun faseestimatet hvis en punktprøve er nær nok til et konstallasjonspunkt, hvis ikke blir punktprøven ignorert av faseestimatoren. Det vises teoretisk at denne metoden gir lavere symbolfeilsannsynlighet, men i simulerte systemer fungerer den ikke tilfredsstillende. Denne modulen for selektiv oppdatering av faseestimatoren har blitt testet både med både ML-estimator og Costas sløyfe, og i begge tilfellene gir den dårligere faseestimat. Dette viser at gevinsten ved sikrere punktprøver går bort i færre punktprøver brukt i estimeringen.

Det blir også foretatt en analyse av KDAs gjeldende faseestimator. I Costas sløyfe brukes filterparametrene $\gamma = 2^{-8}$ og $\rho = 2^{-6}$ og det vises både teoretisk og ved simulering at disse filterparametrene gir et underdempet system. Forslaget til nye parametre er $\gamma = 2^{-7}$ og $\rho = 2^{-8}$. Disse parametrene har et forholdsvis raskt innsvingningsforløp, men er bare $0,25^\circ$ over kravet på 2° RMS-fasefeil.

Forord

Denne masteroppgaven avslutter sivilingeniørstudiet i Elektronikk med spesialisering innen Digital Kommunikasjon. Studiet er underlagt Institutt for Elektronikk og Telekommunikasjon ved Norges Teknisk Naturvitenskapelige Universitet i Trondheim.

Masteroppgaven har vært en fin avslutning på et fem år langt studie. Jeg har fått brukt mye kunnskap ervervet gjennom studiet, samtidig som jeg har lært mye nytt. Det har vært mange utfordringer underveis, men det har vært interessant og jeg er fornøyd med sluttproduktet.

Jeg vil gjerne benytte muligheten til å takke oppgavestiller Per Kristian Remvik ved Kongsberg Defence & Aerospace for en spennende oppgave, samt muligheten til å besøke bedriften og presentert mitt arbeid. Til slutt vil jeg rette en stor takk til veileder og faglærer, professor Nils Holte, for god oppfølging og mange gode forslag og innspill under arbeidet.

NTNU, Trondheim - 9. juni 2009
Anders Dale

Innhold

1 Innledning	1
1.1 Problemstilling	2
1.2 Målsetning	2
1.3 Metode	2
1.4 Rapportens struktur	3
2 Bakgrunnsteori	5
2.1 Bærebølgegjevning	5
2.1.1 ML-estimering	6
2.1.2 Costas sløyfe	7
2.2 Nåværende system	9
2.2.1 Sende- og mattaksfilter	9
2.2.2 Faseestimator	10
3 Forslag til forbedringer	11
3.1 Selektiv oppdatering av faseestimatoren	11
3.2 Bootstrapping	15
3.3 Justering av filterparametre	16
4 Resultater	19
4.1 Oppsett	19
4.2 KDAs problem	20
4.3 ML-estimering	21
4.3.1 Kjente symboler	21
4.3.2 Detekterte symboler	23
4.3.3 Selektiv oppdatering	24
4.3.4 Bootstrapping	26
4.4 Costas sløyfe	27
4.4.1 Justering av filterparametre	27
4.4.2 Selektiv oppdatering	28
5 Konklusjon	31
5.1 Videre arbeid	32
Referanser	33

A	Systemparametre (KDA)	35
B	Feilsannsynlighet for M-QAM	37
C	Minste kritiske fasefeil 16-QAM	39

Figurer

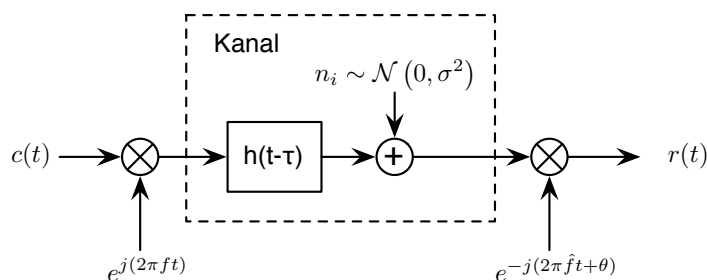
1.1	Passbåndsystem	1
2.1	Kommunikasjonssystem med bærebølge	5
2.2	ML-estimator med detekterte symboler	7
2.3	Costas sløyfe	7
2.4	Måling av detektorens S-kurve	8
2.5	Impulsrespons for sende- og mottaksfilter	9
2.6	2. ordens filter for Costas sløyfe	10
3.1	Feilregion for 2-PAM	11
3.2	Feilregion M-QAM med mindre desisjonsgrenser	12
3.3	Sannsynlighet for godkjent punktprøve for forskjellige desisjons- grenser	14
3.4	Feilsannsynlighet for godkjente punktprøver	14
3.5	ML-estimator med bootstrapping	15
3.6	S-kurve for Costas sløyfe med 16-QAM	16
3.7	Dempningsfaktor som funksjon av filterparametre	17
4.1	Simulatoroppbygning i Matlab	20
4.2	Standardavvik i fasefeil for 10 db og 13 dB	20
4.3	Enkeltforløp for fasegjenvinning	21
4.4	RMS-fasefeil med kjente symboler	22
4.5	Standardavvik vs. SNR ved 31 symboler	22
4.6	ML-estimator med detekterte symboler	23
4.7	Desisjonsradius for selektiv oppdatering	24
4.8	ML-estimering med selektiv oppdatering uten tilbakekobling	25
4.9	ML-estimering med selektiv oppdatering	26
4.10	ML-estimator med bootstrapping	27
4.11	Costas sløyfe med nye filterparametre	28
4.12	Costas sløyfe med modul for selektiv oppdatering	29
4.13	Costas sløyfe ($\gamma = 2^{-6}$, $\rho = 2^{-8}$), selektiv oppdatering	29
B.1	Normalfordeling	37
C.1	16-QAM konstellasjon	39

Kapittel 1

Innledning

Digital trådløs kommunikasjon blir stadig mer utbredt grunnet billigere elektronikk og fordelene ved å overføre informasjon trådløst. For å kunne overføre informasjon trådløst må en løse mange utfordringer knyttet til sikker og stabil overføring. Blant annet må sender og mottaker synkroniseres og en meget viktig teknikk som inngår i synkroniseringen er *bærebølgegjevning*. I denne masteroppgaven er det nettopp bærebølgegjevning som skal undersøkes, men synkronisering omfatter alle teknikker som sørger for at sender og mottaker jobber koherent.

Bærebølgegjevning er nødvendig i passbåndsystemer, det vil si systemer hvor informasjonssignalet blir modulert på en bærebølge. I mottakeren må fjerne bærebølgen for å kunne demodulere basisbåndsignalet. Figur 1.1 viser et generelt passbåndsystem, hvor $c(t)$ er informasjonssignalet før oppmiksing og $r(t)$ er mottatt signal etter nedmiksing.



Figur 1.1: Passbåndsystem

I figur 1.1 introduseres fire parametre; τ er tidsforsinkelse i kanalen, f og \hat{f} er lokal frekvens hos henholdsvis sender og mottaker, mens θ er faseforskjell mellom sender og mottakers bærebølge. Estimering av f og θ slik at bærebølgen på mottakersiden blir identisk til bærebølgen på sendersiden kalles bærebølgegjevning og er en meget viktig teknikk i passbåndsystemer. For koherent modulasjon er estimering av frekvens og fase ekstremt kritisk og selv små fase-differanser i forhold til senderens bærebølge kan ødelegge mottatt informasjon totalt. For ikke-koherent modulasjon derimot er det ikke nødvendig å kjenne

fasen, kun frekvensen, da demodulasjon av basisbåndsignalet kun er avhengig av fasedifferanse.

1.1 Problemstilling

Kongsberg Defence & Aerospace, heretter omtalt som KDA, ønsker i et av sine trådløse radiolinje-systemer å operere ved et lavere signal-støyforhold i mot-takeren. Systemet brukes til punkt-til-punkt datakommunikasjon mellom ikke-mobile enheter, fortrinnsvis med fri sikt mellom sender og mottaker.

KDA har skiftet system for feilkorreksjon fra RS (Reed-Solomon) til LD-PC (Low Density Parity Check), hvilket gir en gevinst på 2 - 5 dB. KDA's nåværende system opererer ned til 13 dB signal-støyforhold, og med utskiftningen av den feilkorrigerende koden ønskes det et system som kan operere ved et signal-støyforhold på 10 dB. Simuleringer gjennomført av KDA antyder at dette skaper problemer for den gjeldende bærebølgegevinningsen. Denne masteroppgaven undersøker dette problemet og ser på hvordan en kan forbedre eller lage et nytt system for faseestimering som kan operere ved et signal-støyforhold på 10 dB. Kravet for tilfredsstillende faseestimator er fastsatt til maksimalt 2° RMS-fasefeil¹, hvor RMS-verdi gir et meget praktisk anvendelig mål som i dette tilfellet angir hvor mye faseestimatet varierer gitt ved varians. I forkant av faseestimatoren er det en analog frekvensestimator, men en må påregne en frekvensrest fra frekvensestimatoren slik at faseestimatoren må kunne kompensere for mindre frekvensvariasjoner.

Nåværende løsning er for faseestimering er digital Costas sløyfe med et 2. ordens filter. Ytterligere spesifikasjoner for gjeldende system finnes i vedlegg A.

1.2 Målsetning

Målsetningen for denne masteroppgaven er å foreslå nye metoder og forbedringer innen bærebølgegevinningsen og om disse kan løse problemet fremsatt av KDA. Kravet om 2° RMS-fasefeil er strengt, men en mulig oppnåelse av dette kravet vil gjøre at problemet ansees for løst. På den annen side er det flere faktorer som spiller inn i et praktisk system, slik at systemer med høyere RMS-fasefeil vil også kunne vurderes, spesielt om disse har bedre egenskaper for frekvenskorreksjon.

1.3 Metode

Gjennomføringen er oppgaven starter med å etablere et solid teoretisk fundament for bærebølgegevinningsen. Med dette kan en forhåpentligvis finne en nedre oppnåelig grense for å avgjøre om oppgaven er teoretisk løsbart. I tillegg finnes det veletablerte metoder for bærebølgegevinningsen som undersøkes. Læreboken *Synchronization Techniques for Digital Receivers* av Mengali og D'Andrea [3] inneholder en omfattende analyse av forskjellige metoder for bærebølgegevinningsen og blir brukt som teoretisk basis for denne oppgaven.

Deretter foreslås forskjellige forbedringer i form av nye metoder eller forbedringer til eksisterende teknikker. Det blir og lagt vekt på å undersøke den

¹RMS- (eng: Root Mean Square - Roten av forventningsverdien av kvadrert feil)

gjeldende løsningen for Costas sløyfe. Denne blir gransket for eventuelle justeringer som å prøve andre filterparametre. Naturlig valg at aktuelle filterparametre vil være i nærheten av de eksisterende da de allerede er justert til en faktisk radiolinje-kanal.

Alle de foreslåtte teknikkene og forbedringene simuleres i resultatdelen. Testing og simulering av systemet gjøres med Matlab. Dette gjennomføres ved å bygge opp en simulator fra grunnen av, et valg som er gjort for å få fullstendig kontroll på systemet og forenkle implementasjon av nye teknikker.

Til slutt diskuteres de forskjellige resultatene og en konklusjon vil bli tatt på bakgrunn av de simulerte resultatene.

1.4 Rapportens struktur

Kapittel 2 omfatter forskjellige metoder for faseestimering. Dette er velkjente og veldokumenterte metoder som brukes i praksis. Kapitlet presenterer teoretiske utregninger og eksisterende løsninger nødvendige for denne masteroppgaven.

Kapittel 3 omfatter nye forslag til forbedringer og analyse av disse. Forbedringene danner grunnlaget for hva som skal simuleres under resultatdelen.

Kapittel 4 er resultatdelen og inneholder forklaringer av simulatorens oppbygning samt plott av simulerte system. Resultatene vil bli simulert på en måte slik at de enkelt kan sammenlignes. Resultatdelen inneholder også en fortløpende diskusjon av de forskjellige metodene.

Kapittel 5 konkluderer denne masteroppgaven basert på diskusjon av resultatene. Til slutt vil eventuelle forbedringer bli foreslått og videre arbeid vil bli diskutert.

1.4. RAPPORTENS STRUKTUR

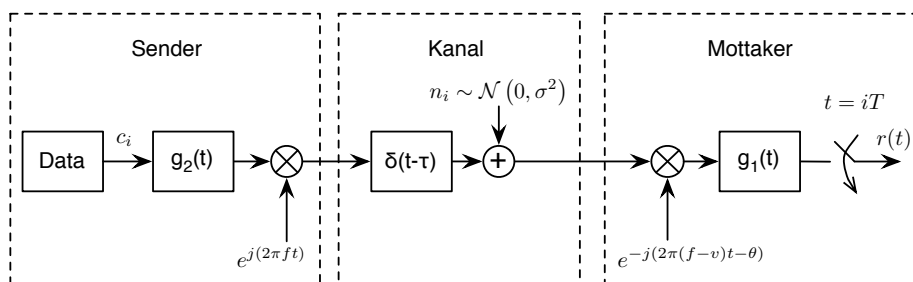
Kapittel 2

Bakgrunnsteori

Dette kapitlet forklarer det nødvendige teoretiske grunnlaget for denne masteroppgaven. Først vil ML-estimering av fase bli gjennomgått. Deretter vil Costas sløyfe som er en rekursiv tilnærning til ML-estimering forklares. Dette er de viktigste teknikkene for faseestimering som opererer på symbolbasis.

2.1 Bærebølgegjenvinning

I passbåndsystemer blir informasjonssignalet modulert på en bærebølge. Det innebærer at signalet på sendersiden multipliseres (mikses) med en bærebølge som flytter signalet fra basisbånd til ønsket frekvensområde. For å demodulere signalet må en på mottakersiden flytte signalet tilbake til basisbånd ved å multiplisere med nøyaktig samme bærebølgen som i senderen. Hvis ikke vil informasjonssignalet bli forandret, og informasjon vil kunne gå tapt. Bærebølgens form er definert ved amplitude, fase og frekvens, men amplitude er i dette tilfellet er ignorert da den kun påvirker signalnivået. Frekvensen (f) er ofte fastsatt i systemspesifikasjonene, men har mindre avvik (v) i mottakeren, mens fasen (θ) er ukjent som vist i figur 2.1.



Figur 2.1: Kommunikasjonssystem med bærebølge

I kanalen i figur 2.1 innføres en tidsforsinkelse gjennom kanalen gitt ved τ . Estimering av τ er nødvendig for optimal deteksjon og kan finnes med taktgjenvinning. Taktgjenvinning vil derimot ikke være en del av denne oppgaven da

det kan gjøres helt separat og ikke er en del av det definerte problemet og τ vil derfor anses som kjent.

I praksis vil det være nødvendig med frekvensestimator til tross for at frekvensen er fastsatt. Dette fordi lokale svingningsgeneratorer ikke er perfekte og vil avvike fra ønsket frekvens samtidig som eventuelle Doppler-skift i kanalen vil bidra med frekvensskift. I denne masteroppgaven antas frekvensskift grovt estimert, slik at faseestimatoren kun må kunne kompensere for mindre frekvensavvik.

2.1.1 ML-estimering

ML-estimering (eng: Maximum Likelihood) forsøker å finne fasen som passer best til en mottatt sekvens ved å velge den fasen som er nærmest detektert fase. Et generelt system som vist i figur 2.1 er gitt ved:

$$r(t) = s(t) + w(t) \quad (2.1)$$

hvor $w(t)$ er filtrert termisk støy og:

$$s(t) = e^{j(2\pi vt + \theta)} \sum_i c_i g(t - iT - \tau) \quad (2.2)$$

hvor $g(t) = g_1(t) * g_2(t)$ fra figur 2.1. Ved å anta kjente symboler $\{c_i\}$, null frekvensavvik v og kjent tidsforsinkelse τ i mottakeren vises det ved utregning i [3] at fasen kan estimeres ved ML-estimering som:

$$\hat{\theta} = \arg \left\{ \sum_{k=0}^{L_0-1} c_k^* x(k) \right\} \quad (2.3)$$

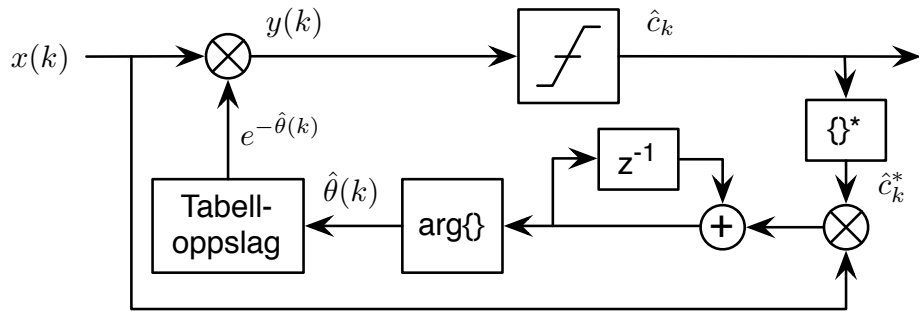
hvor L_0 er observasjonsintervallet gitt ved antall punktprøver.

Med kjente symboler $\{c_i\}$, frekvensavvik v og tidsforsinkelse τ , samt tilstrekkelig stor E_s/N_0 og Nyquist-kanal vises det i [3] at ML-estimering er en optimal metode for å estimere fasen. Det vil si at variansen i faseestimatoren er lik MCRB (Modifisert Cramer Rao Bound) gitt ved [3, Kap. 2]:

$$\text{MCRB}(\theta) = \frac{1}{2L_0} \frac{1}{E_s/N_0} \quad (2.4)$$

MCRB(θ) angir en nedre grense for variansen til en faseestimator.

ML-estimering med kjente symboler kan oppnås med treningssekvens med kjente symboler for å estimere fasen før datasymboler sendes. En utvidelse av ML-estimering til å bruke detekterte symboler er mulig ved å erstatte kjente symboler med detekterte i likning (2.3) som vist i figur 2.2. Med dette systemet vil observasjonsintervallet L_0 være fra første symbol til gjeldende symbol.



Figur 2.2: ML-estimator med detekterte symboler

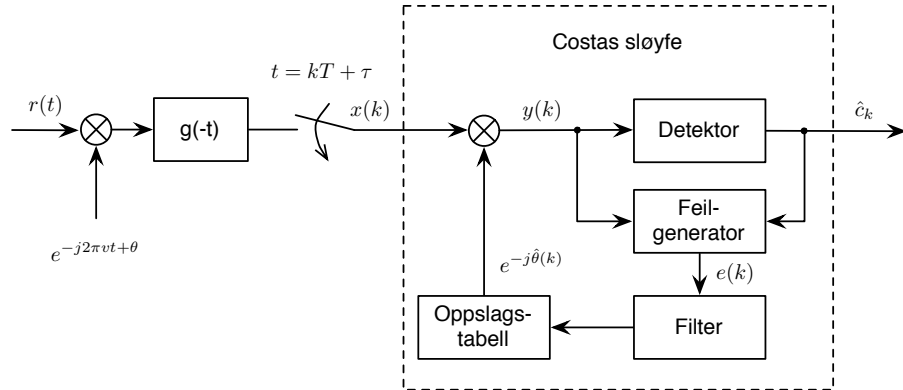
ML-estimering omfatter ikke kompensasjon for frekvensavvik ($v \neq 0$ i figur 2.1). En mulig metode for å kompensere for frekvensavvik med ML-estimator er beskrevet i avsnitt 3.2. Grunnet manglende frekvenskompensasjon er det i praksis vanlig å bruke Costas sløyfe som er beskrevet i neste avsnitt.

2.1.2 Costas sløyfe

Costas sløyfe er en rekursiv tilnærming til ML-estimering. Utledningen for Costas sløyfe er gitt i [3], og gir følgende algoritme for rekursiv oppdatering av faseestimatet med et 1. ordens filter:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \gamma e(k) \quad (2.5)$$

$$e(k) \triangleq \text{Im} \left\{ \hat{c}_k^* x(k) e^{-j\hat{\theta}(k)} \right\} \quad (2.6)$$



Figur 2.3: Costas sløyfe

Figur 2.3 illustrerer algoritmen for Costas sløyfe gitt ved likning (2.5) og (2.6). Systemet virker ved at feilgeneratoren (likning (2.6)) gir fasefeilen mellom detektert symbol og mottatt punktprøve. Deretter filtreres faseestimatet (likning (2.5)) slik at faseestimatet oppdateres med fasefeilen multiplisert med en gitt steglengde, γ . Dette faseestimatet brukes så til å korrigere etterfølgende punktprøver.

2.1. BÆREBØLGEJENVINNING

Costas sløyfe med 1. ordens filter (likning (2.5)) takler frekvensavvik dårlig [3]. Den vanlig måten å kompensere for dette er å i stedet bruke et 2. ordens filter hvor faseestimatet er gitt ved:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \xi(k) \quad (2.7)$$

$$\xi(k) = \xi(k-1) + \gamma(1+\rho)e(k) - \gamma e(k-1) \quad (2.8)$$

For en omfattende analyse av dette filteret henvises leseren til [3], men filterets oppførsel i stasjonær tilstand er gjengitt her. Når filteret har oppnådd stasjonær tilstand kan fasefeilen, $\phi(k) = \hat{\theta}(k) - \theta(k)$ tilnærmes med et analogt filter, $\phi(t)$. Laplace-transformen av fasefeilen, $\Phi(s) = \mathcal{L}\{\phi(t)\}$ gir:

$$\Phi(s) = \frac{2\pi f_d}{s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2} \quad (2.9)$$

hvor ζ (dempefaktor) og ω_n (naturlig frekvens) er definert ved:

$$\zeta \triangleq \frac{(1+\rho)\sqrt{\gamma A}}{2\sqrt{\rho}} \quad (2.10)$$

$$\omega_n \triangleq \frac{\sqrt{\gamma A \rho}}{T} \quad (2.11)$$

og båndbredden til filteret er gitt ved:

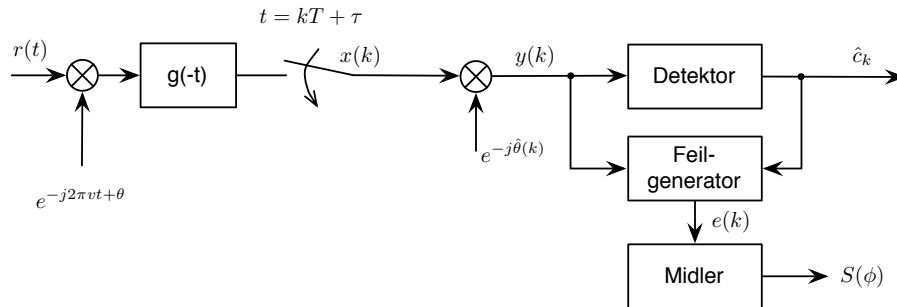
$$B_L T = \frac{2\rho + \gamma A(2+\rho)}{2[4 - \gamma A(2+\rho)]} \quad (2.12)$$

hvor T er symbolvarighet.

For å unngå et underdempet system med lange transienter er det ønskelig med dempningsfaktor $0.6 \leq \zeta \leq 1.0$ [3]. A i likning (2.10) og (2.11) er stignings-tallet til S-kurven ved null fasefeil, hvor S-kurven er definert ved:

$$S(\phi) \triangleq E\{e(k)|\phi\} \quad (2.13)$$

S-kurven kan måles eksperimentelt ved å fjerne tilbakekoblingen i figur 2.3 og midle feilen som vist i figur 2.4.



Figur 2.4: Måling av detektorens S-kurve

2.2 Nåværende system

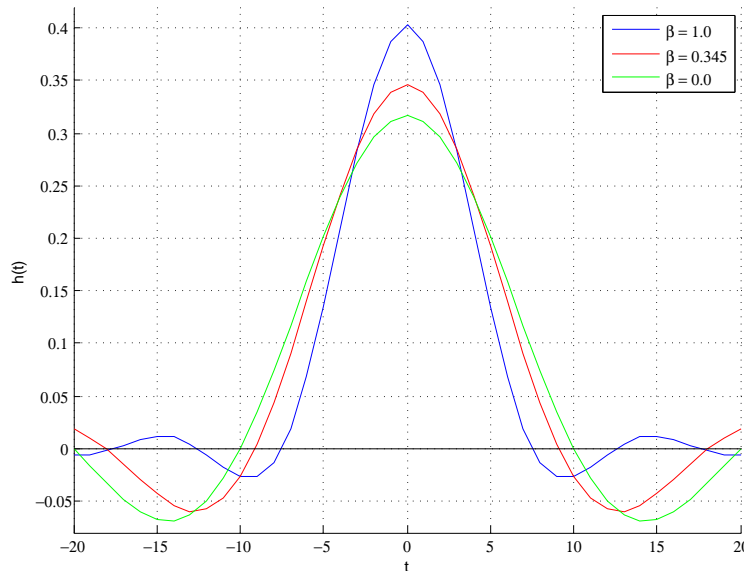
Kommunikasjonssystemet til KDA består av mange deler og er stort og komplekst. Derfor er kun relevante deler av det nåværende systemet gjengitt her. Først kommer en liten gjennomgang av pulsformingsfilteret og deretter faseestimatoren brukt av KDA.

2.2.1 Sende- og mottaksfilter

Filtrene for pulsforming i sender og mottaker er signaltilpassede filtre. Signaltilpassede filtre maksimerer signal-støyforholdet i mottakeren for kanaler med additiv hvit støy [2, Kap. 4]. Tidsresponsen for senderfilteret er kvadratroten av et cosinusavrundet filter (eng: Square Root Raised Cosine Filter) gitt i [1] som:

$$h(t) = \begin{cases} 1 - \beta + 4\frac{\beta}{\pi}, & t = 0 \\ \frac{\beta}{\sqrt{2}} \left[\left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4\beta}\right) + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4\beta}\right) \right], & t = \pm \frac{T_s}{4\beta} \\ \frac{\sin\left[\pi \frac{t}{T_s} (1 - \beta)\right] + 4\beta \frac{t}{T_s} \cos\left[\pi \frac{t}{T_s} (1 + \beta)\right]}{\pi \frac{t}{T_s} \left[1 - \left(4\beta \frac{t}{T_s}\right)^2\right]}, & \text{ellers} \end{cases} \quad (2.14)$$

Filteret i likning (2.14) er symmetrisk om 0 som vist i figur 2.5, slik at $h(t) = h(-t)$. Det vil si at sende- og mottakerfiltrene er identiske. Filteret brukt av KDA har en avrundingsfaktor på 0,345 som vist i figur 2.5.



Figur 2.5: Impulsrespons for sende- og mottaksfilter

2.2.2 Faseestimator

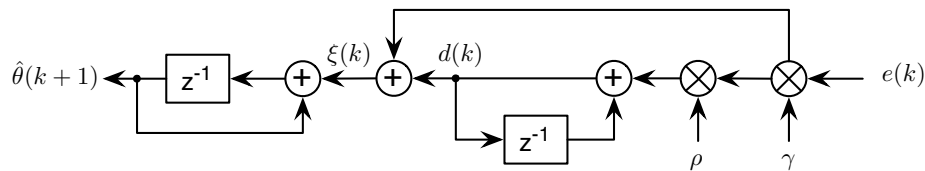
KDAs nåværende løsning for bærebølgegjenvinning i mottakeren er en Costas sløyfe med et 2. ordens filter. Filterlikningene brukt av KDA er gitt ved (vedlegg A):

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \xi(k) \quad (2.15)$$

$$d(k) = d(k-1) + \gamma \rho e(k) \quad (2.16)$$

$$\xi(k) = \gamma e(k) + d(k) \quad (2.17)$$

hvor $\gamma = 2^{-8}$ og $\rho = 2^{-6}$. Dette filteret er splittet i to likninger i forhold til 2. ordens filteret beskrevet under avsnitt 2.1.2, men ekvivalens kan enkelt vises ved bruk av z-transform. På denne formen vil $d(k)$ i likning (2.16) være et frekvensestimat, mens $\hat{\theta}(k)$ er faseestimatet. Blokkskjema av filteret er vist i figur 2.6



Figur 2.6: 2. ordens filter for Costas sløyfe

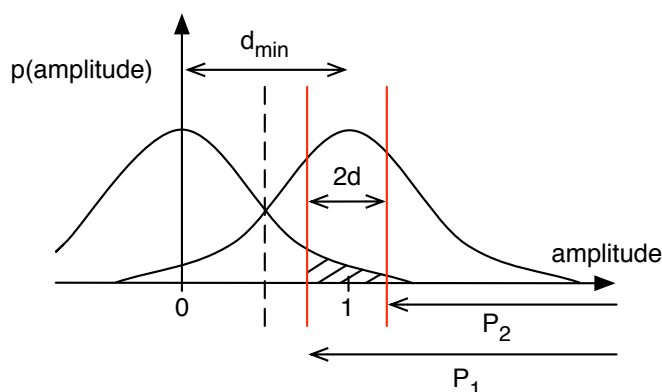
Kapittel 3

Forslag til forbedringer

Dette kapitlet gjennomgår forslag til forbedringer av faseestimatorene beskrevet i kapittel 2. Det første forslaget kalt selektiv oppdatering brukes for å minke feilsannsynligheten på punktprøvene brukt i estimeringen, mens det andre forslaget brukes for å løse problemet med manglende frekvenskompensasjon i ML-estimatoren. Til slutt gjøres en analyse av filterparametrene brukt av KDA i Costas sløyfe.

3.1 Selektiv oppdatering av faseestimatoren

En mulig metode for å få lavere RMS-fasefeil vil være å bruke sikrere punktprøver i faseestimeringen. Med sikrere menes her punktprøver hvor feilsannsynligheten er mindre. Dette kan gjøres ved å kun bruke punktprøver nærme konstallasjonspunktene, slik at sannsynligheten for at dette er et symbol fra et nabo-konstallasjonspunkt minker, hvilket igjen minker feilsannsynligheten. Ved å innføre mindre desisjonsgrenser som angir når en punktprøve er nærme et konstallasjonspunkt kan dette oppnås. Et tenkt system er vist i figur 3.1 for et 2-PAM (Pulse Amplitude Modulation) system med lik sannsynlighet for 0 og 1.



Figur 3.1: Feilregion for 2-PAM

3.1. SELEKTIV OPPDATERING AV FASEESTIMATOREN

Den stiplede linjen i figur 3.1 angir vanlig desisjonsgrense, mens området mellom de røde strekene angir mindre desisjonsgrenser som brukes til å bestemme hvorvidt en punktprøve skal brukes i faseestimeringen. Det skraverte området angir hvor en vil få feildeteksjon gitt at symbol 0 er sendt. Sannsynligheten for å havne i det skraverte området når x er sendt symbol og \hat{x} er mottatt symbol er gitt ved:

$$p(\hat{x} = 1|x = 0) = p(\hat{x} > (d_{min} - d)) - p(\hat{x} > (d_{min} + d)) = P_1 - P_2 \quad (3.1)$$

hvor P_1 og P_2 er gitt fra likning (B.3):

$$P_1 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{d_{min} - d}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \quad (3.2)$$

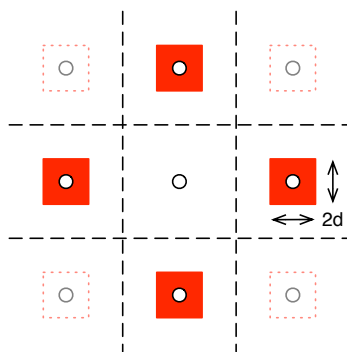
$$P_2 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{d_{min} + d}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \quad (3.3)$$

Sannsynligheten for at en får riktig symbol innenfor desisjonsgrensene i figur 3.1 gitt ved likning (B.1) og (B.3):

$$P_c = p(\hat{x} = 1|x = 1) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{d}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) = \operatorname{erf} \left(\frac{d}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \quad (3.4)$$

Utvider så systemet til L-PAM, hvilket gjør at feilsannsynligheten for likning (3.1) med $L = \sqrt{M}$ nivåer blir:

$$\begin{aligned} P_{e1} &= \frac{(\sqrt{M} - 2)2(P_1 - P_2) + 2(P_1 - P_2)}{\sqrt{M}} = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) (P_1 - P_2) \\ &= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{d_{min} - d}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{d_{min} + d}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$



Figur 3.2: Feilregion M-QAM med mindre desisjonsgrenser

Utvider systemet videre for å undersøke sannsynligheten for å få feil for M-QAM (Quadrature Amplitude Modulation) konstellasjoner. Et utsnitt av M-QAM er vist i figur 3.2. Symbolet i midten er sendt, og en vil få feil hvis symbolet havner i en av de røde boksene. I denne oppgaven er deteksjonsområdet valgt

kvadratisk, da dette gir enklest utregning og implementasjon. I utregningen av feilsannsynligheten for M-QAM er feil på skrå og feil forbi nabopunkter er ignorert for enklere regning. Disse tilfellene vil uansett bidra minimalt til den faktiske feilsannsynligheten grunnet større avstand. Feilen er da gitt som arealet av de fire røde boksene i figur 3.2:

$$P_e = 2 \cdot P_c \cdot P_{e1} = 2 \cdot \operatorname{erf} \left(\frac{d}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \cdot \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{d_{min} - d}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{d_{min} + d}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \right) \quad (3.6)$$

Faktoren 2 i likning (3.6) kommer fra at en kan få feil i 2 retninger fra et konstellasjonspunkt. Et tilfelle av spesiell interesse inntreffer når $d = d_{min}/2$ som tilsvarer vanlige desisjonsgrenser for M-QAM. Ignorerer siste faktoren i likning (3.6) grunnet lite bidrag når $d = d_{min}/2$.

$$\begin{aligned} P_e \Big|_{d=d_{min}/2} &= 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{d_{min}/2}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{d_{min}/2}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \\ &= 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{d_{min}/2}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{d_{min}/2}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \right] \\ &= 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \left[\operatorname{erf} \left(\frac{d_{min}/2}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{d_{min}/2}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right)^2 \right] \\ &\approx 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{d_{min}/2}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \\ &= 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{E_0}{N_0}} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

hvor $E_0 = (d_{min}/2)^2$ og $N_0 = 2\sigma_n^2$. Dette resultatet stemmer med likning 6.61 i [2] for utregning av feilsannsynlighet i M-QAM.

For å undersøke forbedringen med dette systemet har det blitt definert noen funksjoner. Sannsynligheten for godkjent punktprøve (altså punkt innenfor desisjonsgrensene) er angitt ved:

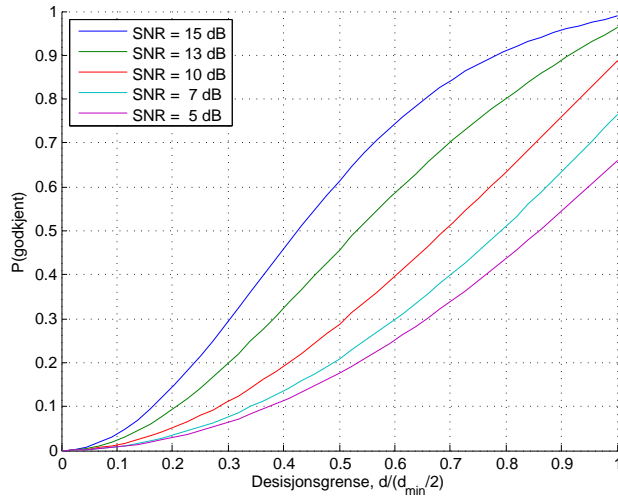
$$P(\text{godkjent}) = P(\text{korrekt}) + P(\text{feil}) = P_c + P_e \quad (3.8)$$

Sannsynligheten for at en godkjent punktprøve er feil er gitt ved:

$$P(\text{feil}|\text{godkjent}) = P(\text{feil})/P(\text{godkjent}) = P_e/(P_c + P_e) \quad (3.9)$$

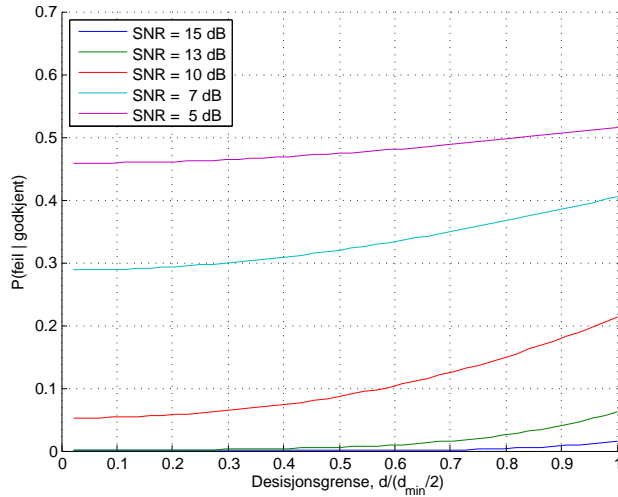
Disse funksjonene er plottet i henholdsvis figur 3.3 og figur 3.4 for forskjellige signal-støyforhold. Verdiene på x-aksen angir størrelsen på desisjonsgrensene hvor $d/(d_{min}/2) = 1$ tilsvarer vanlig desisjonsgrense.

3.1. SELEKTIV OPPDATERING AV FASEESTIMATOREN



Figur 3.3: Sannsynlighet for godkjent punktprøve for forskjellige desisjonsgrenser

Figur 3.3 viser hvordan sannsynligheten for at punktprøver havner innenfor desisjonsområdet varierer som funksjon av desisjonsradius. Fra figuren kan en se at høyere signal-støyforhold gir flere godkjente punktprøver da høyere signal-støyforhold gir mindre spredning i mottatte punktprøver. Når desisjonsgrensene nærmer seg $d_{min}/2$ går alle kurvene mot 1, men grunnet approksimasjoner i utregningen vil grafene ikke gå nøyaktig til 1.



Figur 3.4: Feilsannsynlighet for godkjente punktprøver

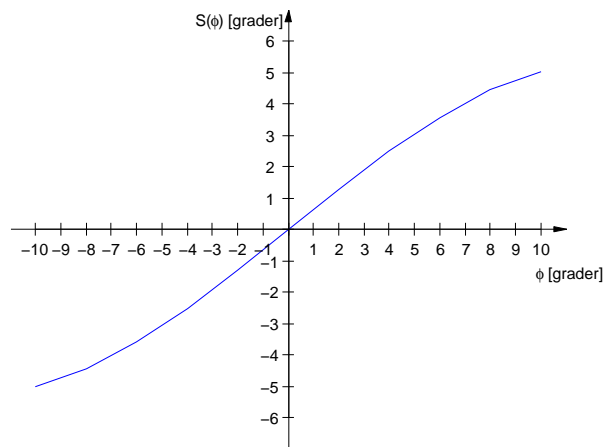
Fra figur 3.4 kan en se at signal-støyforholdet har stor innvirkning på feilsannsynligheten blant de godkjente punktprøvene. Derimot har varierende desisjonsradius liten innvirkning på feilsannsynligheten på signal-støyforhold over 15 dB og under 5 dB, men mellom 5 dB og 15 dB kan en hente ut en gevinst i form av lavere feilsannsynlighet. Lavere feilsannsynlighet vil gå på bekostning av færre punktprøver til faseestimeringen som vist i figur 3.3. I tillegg kan inn-

3.3 Justering av filterparametre

For å undersøke filterparametrene i Costas sløyfe har dempningsfaktoren blitt undersøkt. Dempningsfaktoren avgjør hvor lenge pulsformen ut av filteret varer for et påtrykk. Dempningsfaktoren er gitt ved likning (2.10) som:

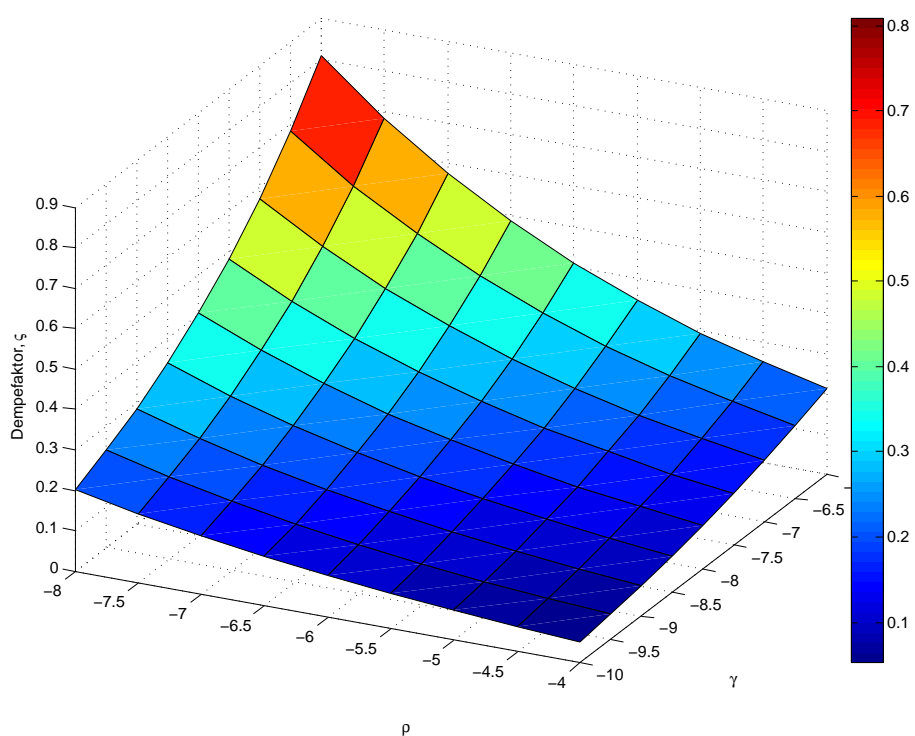
$$\varsigma \triangleq \frac{(1 + \rho)\sqrt{\gamma A}}{2\sqrt{\rho}}$$

Estimering av parameteren A i likning (2.10), stigningstallet ved $S(0^\circ)$, har blitt gjort ved å midle feilsignalet ut av feilgeneratoren som vist i figur 2.4. Resultatet er gitt i figur 3.6.



Figur 3.6: S -kurve for Costas sløyfe med 16-QAM

Fra figur 3.6 kan en estimere A til 0,65. Ved å bruke A , og varierende filterparametre større og mindre enn KDA's filterparametre kan en regne ut dempningsfaktor som funksjon av forskjellige par av filterparametre. Et plott av dempningsfaktor (ς) som funksjon av filterparametrene γ og ρ er gitt i figur 3.7. Verdiene på γ og ρ aksene er gitt ved eksponenten i en toerpotens. I praksis er det ofte lurt å ha dempningsfaktor i området $0.6 \leq \varsigma \leq 1.0$ [3]. Dette viser at filterparametre brukt av KDA, $\gamma = 2^{-8}$ og $\rho = 2^{-6}$ gir et underdempet system, og det vil være ønskelig å velge parametre som gir større dempefaktor.



Figur 3.7: Dempningsfaktor som funksjon av filterparametre

3.3. *JUSTERING AV FILTERPARAMETRE*

Kapittel 4

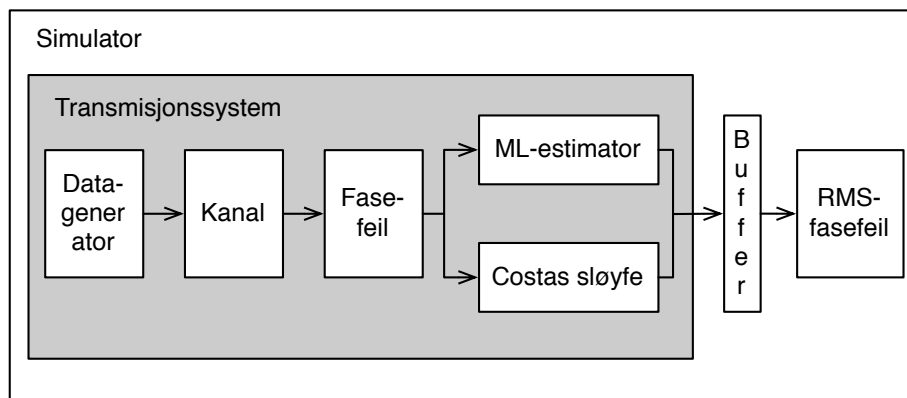
Resultater

KDAs system har et rammeformat med en treningssekvens på 31 2-PSK symboler etterfulgt av 2000 16-QAM datasymboler (vedlegg A). Treningssekvensen kan blant annet brukes til å oppnå et grovt estimat av fasen og på grunn av treningssekvensen vil mange av de etterfølgende simuleringene bli simulert under antakelsen om at fasen er kjent ved første punktprøve. Hvor godt estimat som kan oppnås under treningssekvensen undersøkes under avsnitt 4.3.1. Med kjent fase ved første punktprøve i datasekvensen kan en undersøke det gitte systemets oppførsel under ideelle forhold som vil gi en nedre oppnåelig grense for faseestimatoren. Ideelle forhold innebærer kjent frekvensavvik, ingen intersymbolinterferens og kanal med hvit støy. Begrunnelsen for dette er at hvis systemet ikke fungerer under ideelle forhold vil metoden enklere kunne forkastes.

4.1 Oppsett

Simuleringen av de forskjellige systemene har blitt utført i Matlab R2008b (7.7.0.471) for Mac OS X. Dette er gjort ved å bygge opp en simulator fra grunnen av. Dette sikrer fullstendig kontroll og nye funksjoner kan lett implementeres. Systemet er også bygd opp modulbasert, slik at hver enkelt modul kan gjenbrukes og økt oversikt i koden. Alle modulene kobles sammen i et *transmisjonssystem*, og ytterst er det et overordnet system for å sette alle nødvendige systemparametre, samt ta vare på mottatt signal for videre analyse. En oversikt over oppbygningen er vist i figur 4.1. For en simulering vil *simulatoren* kjøre transmisjonssystemet tilstrekkelig mange ganger. Med tilstrekkelig menes det antall som trengs for at det midlede resultatet forblir konstant. Resultatene fra hver simulering blir tatt vare på av simulatoren, og når alle simuleringene er kjørt ferdig analyseres resultatene og det RMS-fasefeil som funksjon av antall punktprøver regnes ut.

Til tross for at implementasjonen omfatter et bærebølgesystem er selve bærebølgen utelatt. Begrunnelsen for dette er at fase- og frekvensfeil kan legges til separat og en implementasjon av opp og nedmiksing vil være meget krevende, da det krever oppsampling av signalet som gir en mye lengre vektor for prosessering i simulatoren.

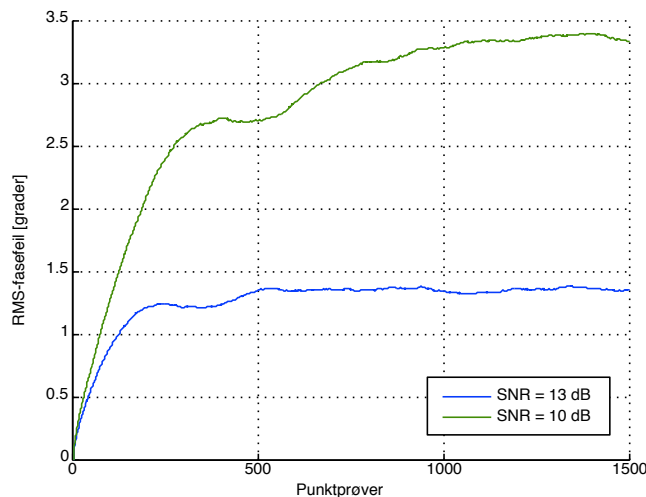


Figur 4.1: Simulatoroppbygning i Matlab

Kildekode for systemet er vedlagt digitalt på NTNUs nettbaserte innleveringssystem DAIM (Digital Arkivering og Innlevering av Masteroppgaver). Forklaring for bruk av simulatoren finnes i `lesmeg.txt` vedlagt med kildekoden.

4.2 KDAs problem

KDAs problem oppstår ved å gå fra et signal-støyforhold på 13 dB til 10 dB. For å bekrefte problemet har det blitt gjennomført en simulering med KDAs system som beskrevet i vedlegg A. Simulering av systemet for 10 dB og 13 dB er vist i figur 4.2. Simuleringen har blitt gjennomført under mest mulig ideelle forhold, hvilket innebærer kjent fase ved første symbol, ingen fase- og frekvensvariasjon.



Figur 4.2: Standardavvik i fasefeil for 10 db og 13 dB

Fra figur 4.2 kan en se at overgangen fra 13 dB til 10 dB signal-støyforhold gjør at systemet går fra en stasjonær RMS-fasefeil på under $1,5^\circ$, mens ved 10 dB blir den stasjonære RMS-fasefeilen feilen nærmere $3,5^\circ$. I begge tilfeller er

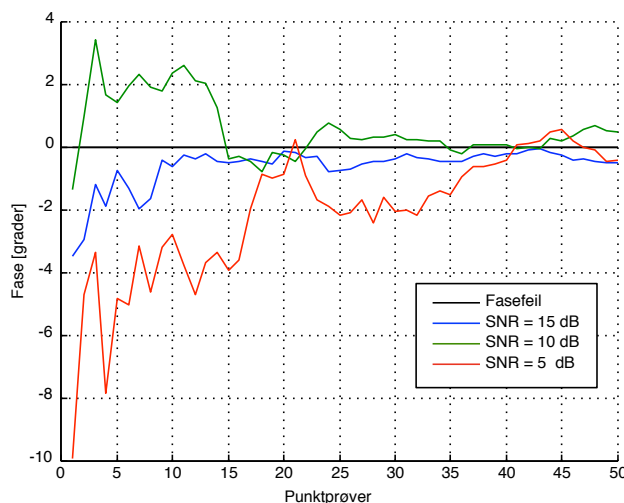
det ujevnheter i innsvingningsforløpet, hvilket kan skyldes upassende filterparametre. Da KDA har problemer med faseestimatoren er det nærliggende å anta at hoppet fra $1,5^\circ$ til $3,5^\circ$ RMS-fasefeil skaper problemer for systemet, spesielt siden kravet er satt til 2° RMS-fasefeil.

4.3 ML-estimering

For å kunne løse problemet beskrevet i avsnitt 4.2 har ML-estimering (Maximum Likelihood) blitt undersøkt. ML-estimering kan vises til å være en optimal metode for å estimere fasefeil gitt kjente symboler, og vil derfor gi den nedre oppnåelige RMS-fasefeilen for en faseestimator. Teorien bak ML-estimering er gitt i avsnitt 2.1.1.

4.3.1 Kjente symboler

ML-estimering av fasen med kjente symboler er kun aktuelt for estimering ved bruk av treningssekvens. For å undersøke ML-estimeringen har metoden blitt simulert med 2-PSK symbolalfabet som brukes i KDAs treningssekvens hvor signalkonstellasjonen er beskrevet i tabell A.1. Simuleringen har blitt gjort ved å anta kjent bæreølgefrekvens og tidsforsinkelse i kanalen. Med de to foregående parametrene kjent vil den eneste ukjente parameteren nødvendig for optimal deteksjon være fasefeilen som introduseres ved fjerning av bæreølgen. Enkeltforløp som viser hvordan faseestimatet fra ML-estimatoren varierer er vist i figur 4.3 for signal-støyforhold på 5, 10 og 15 dB.

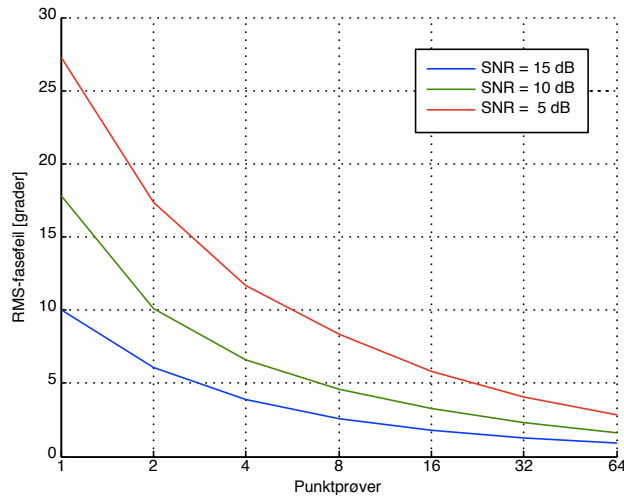


Figur 4.3: Enkeltforløp for fasegjenvinning

Figur 4.3 viser at for alle signal-støyforhold blir fasen raskt estimert, men samtidig vises det tydelig at høyere signal-støyforhold (SNR) gir et bedre estimat av fasefeilen (markert med egen linje på 0°). For å kunne danne seg et bedre bilde av de faktiske resultatene må en også ta hensyn til variasjon i faseestimatoren. Dette kan illustreres ved å regne ut RMS-fasefeil. RMS-fasefeil finnes ut ved å lagre faseestimer fra enkeltforløp og deretter regne ut RMS-feilen for

4.3. ML-ESTIMERING

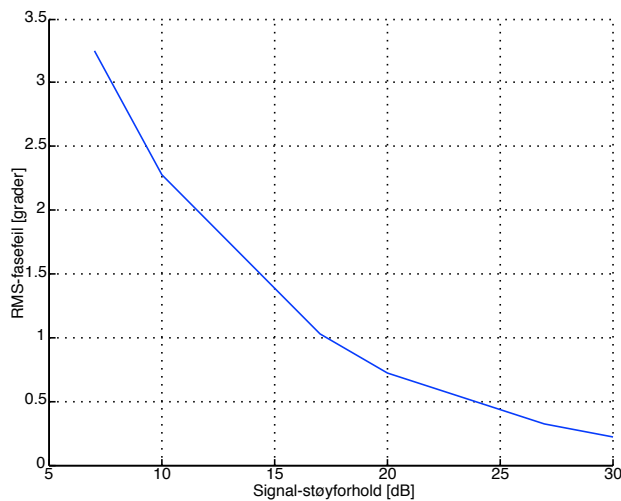
hvert faseestimat for hvert observasjonsintervall. RMS-fasefeil i ML-estimatorene gitt ved standardavvik i grader som funksjon av antall punktprøver (observasjonsintervall) er vist i figur 4.4 for forskjellige signal-støyforhold.



Figur 4.4: RMS-fasefeil med kjente symboler

Figur 4.4 viser at høyere SNR gir lavere RMS-fasefeil. Bedre signal-støyforhold gir mindre spredning i punktprøvene som igjen gir mindre variasjon i faseestimatet.

Det har og blitt foretatt en simulering for å se hvordan RMS-fasefeil varierer for forskjellige signal-støyforhold etter 31 symboler (tilsvarende treningssekvensen i KDA's system). Resultatet er gitt i figur 4.5



Figur 4.5: Standardavvik vs. SNR ved 31 symboler

Figur 4.5 viser at standardavviket i fasen senkes mye ved økende SNR. Ved et signal-støyforhold på 20 dB er standardavviket 0.75° , mens ved et signal-

støyforhold på 10 dB er standardavviket 2.30° . Til sammenligning er nedre teoretisk grense gitt ved MCRB (likning (2.4)):

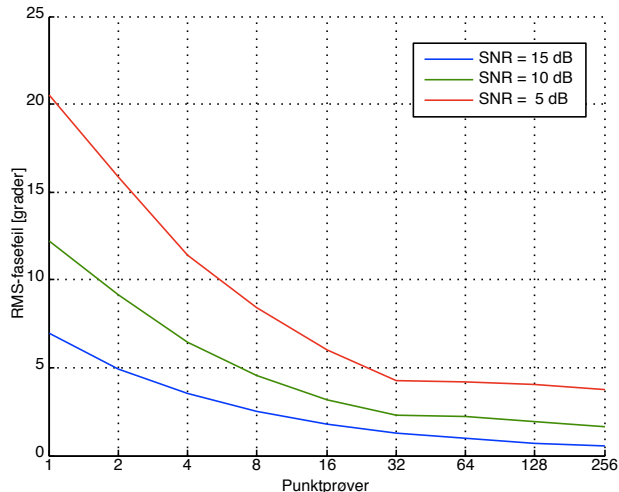
$$\sqrt{\text{MCRB}(\theta)} \frac{180}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2L_0} \frac{1}{E_s/N_0} \frac{180}{\pi}} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 31} \frac{1}{10} \frac{180}{\pi}} = 2.30^\circ$$

Likhet mellom ML-estimatoren og MCRB innebærer at ML-estimatoren er optimal gitt kjente symboler. Det innebærer at RMS-fasefeilen følger MCRB som asymptotisk går mot null for uendelig lang sekvens for alle signal-støyforhold.

Fra figur 4.5 vil en treningssekvens på 31 symboler og ideelt system gi en RMS-fasefeil litt over kravet om 2° ved 10 dB SNR. Dette kan gi problemer, spesielt ved oppstart av systemet. På den annen side, hvis kravet er satt strengt vil den praktiske betydningen av avviket være minimal.

4.3.2 Detekterte symboler

ML-estimatoren har også blitt implementert med detekterte symboler som vist i figur 2.2. ML-estimering kan gi problemer med symbolsymmetri, slik at estimatoren låser seg på feil fase [3]. For å unngå dette kan en bruke en treningssekvens for å først gjøre et grovestimat av fasen. Derfor er simulering med detekterte symboler utført med treningssekvens på 31 symboler (2-PSK) før datasymbolene (16-QAM) sendes. Resultatet er vist i figur 4.6 for forskjellige signal-støyforhold.



Figur 4.6: ML-estimator med detekterte symboler

Fra figur 4.6 kan en se at høyere signal-støyforholdet gir lavere RMS-fasefeil, men for alle tilfeller synker standardavviket. Fra overgangen til estimeringen basert på detekterte 16-QAM symboler ser en at RMS-fasefeilen blir så godt som stasjonær og synker minimalt. At systemet oppnår stasjonær tilstand i stedet for å gå mot 0 skyldes feildesisjoner brukt i faseestimeringen. Ved 10 dB SNR oppnår systemet en RMS-fasefeil på litt under 2° , hvilket oppfyller kravet fremsatt av KDA. Selv om systemet har en akseptabel RMS-fasefeil omfatter

ikke ML-estimeringen frekvenskompensasjon. Det vil være mindre frekvensavvik i systemet, og hvis systemet skal være nyttig i praksis må dette problemet løses. En mulig metode er Bootstrapping beskrevet under avsnitt 3.2 og simulert under avsnitt 4.3.4.

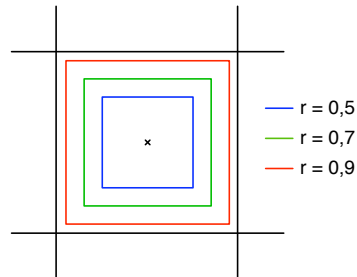
4.3.3 Selektiv oppdatering

For å kunne forbedre ML-estimatoren ytterligere har systemet for selektiv oppdatering (avsnitt 3.1) av faseestimatoren blitt undersøkt. Med dette systemet oppdateres kun faseestimatet hvis mottatt punktprøve er nær nok til et konstelasjonspunkt.

Systemet har først blitt simulert uten tilbakekobling for å undersøke sannsynligheten for at en punktprøve er innenfor desisjonsradiusen for selektiv oppdatering, og sannsynligheten for at en slik punktprøve er feil. Resultatet er gitt i tabell 4.1 for desisjonsgrensene angitt i figur 4.7 og et signal-støyforhold på 10 dB. Ser av tabell 4.1 at antall godkjente punktprøver og antall godkjente

Tabell 4.1: Godkjente punktprøver for forskjellige desisjonsgrenser

Radius	P(godkjent)	P(feil godkjent)	P(feil)
0,5	0,2995	0,0909	0,222
0,7	0,528	0,130	0,222
0,9	0,786	0,192	0,222



Figur 4.7: Desisjonsradius for selektiv oppdatering

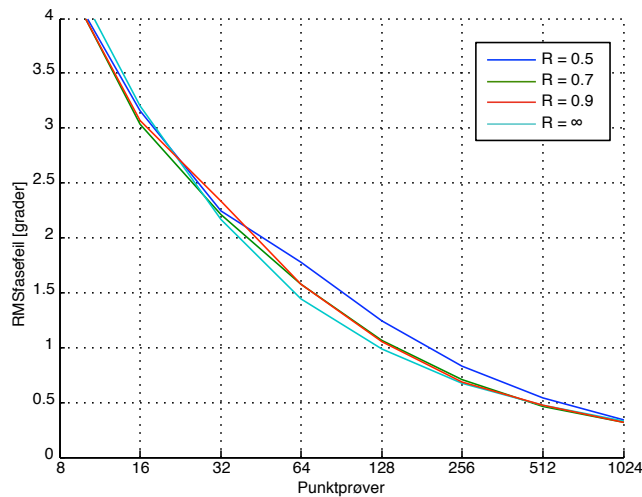
punktprøver som er feil øker med økende desisjonsradius. Derimot er den generelle symbolfeilsannsynligheten konstant lik 0,222 hvilket stemmer med den teoretiske symbolfeilsannsynligheten gitt i likning (B.5) for 10 dB SNR og 16-QAM.

$$\begin{aligned}
 P_e &= 1 - \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3E_{av}}{2(M-1)N_0}} \right) \right]^2 \\
 &= 1 - \left[1 - \frac{3}{4} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3 \cdot 10}{2(15)}} \right) \right]^2 = 1 - \left[1 - \frac{3}{4} \operatorname{erfc}(1) \right]^2 = 0.222
 \end{aligned}$$

Fra tabell 4.1 er antallet feil i godkjente punktprøver betraktelige lavere enn symbolfeilsannsynligheten for 16-QAM, hvilket motiverer en mulig gevinst i la-

vere RMS-fasefeil. Simulerte resultater i tabell 4.1 stemmer og meget bra med teoretiske verdier vist i figur 3.3 og figur 3.4.

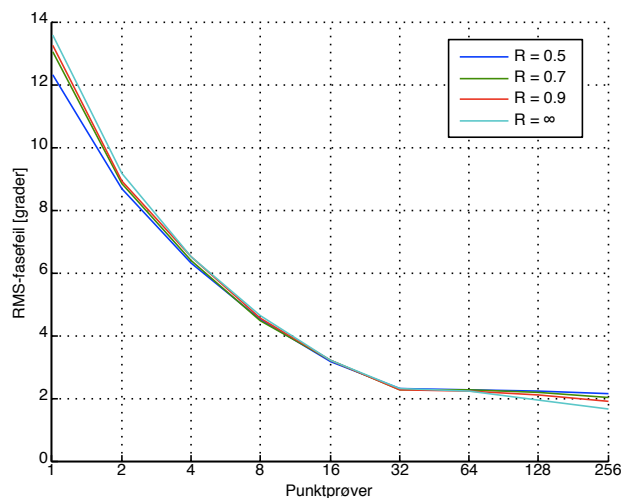
Med en verifisert gevinst i form av lavere symbolfeilsannsynlighet i punktprøvene brukt for estimering har systemet blitt simulert. Med dette kan en undersøke en eventuell forbedring i lavere RMS-fasefeil. Simulering av ML-estimering med detekterte symboler og selektiv oppdatering har blitt gjort for et signalstøyforhold på 10 dB. Tilbakekoblingen i ML-estimatoren vist i figur 2.2 er fortsatt fjernet for å gjøre systemet mest mulig ideelt. Effekten av dette blir at boksene i den selektive oppdateringene står helt fast og ikke flyttes med estimert fase. Resultatet er vist i figur 4.8 og for sammenligning er også systemet uten selektiv oppdatering tatt med vist ved $R = \infty$.



Figur 4.8: ML-estimering med selektiv oppdatering uten tilbakekobling

Fra figur 4.8 kan en se at alle systemene uavhengig av radius i selektiv oppdatering mer eller mindre gir samme resultat. Faktisk har systemene med $R = 0,7$ og $R = 0,9$ mindre RMS-fasefeil enn systemet uten selektiv oppdatering, men forskjellen er helt marginal. Dette antyder at gevinsten oppnådd ved å få færre feildesisjoner i faseestimeringen går bort i lavere totalt antall punktprøver brukt i estimeringen.

Et system uten tilbakekobling er kun av analytisk interesse da man i et faktisk system må ha en tilbakekobling for å følge fasevariasjoner. Derfor har det blitt gjennomført en simulering hvor estimert fase tilbakekobles. Resultatet fra simulering av dette systemet er gitt i figur 4.9.



Figur 4.9: ML-estimering med selektiv oppdatering

Fra figur 4.9 kan en se at systemet for selektiv oppdatering gir negativ gevinst i RMS-fasefeil i forhold til systemet uten ($R = \infty$). I tillegg vil systemet for selektiv oppdatering være ekstra følsomt for fasevariasjoner og frekvensfeil.

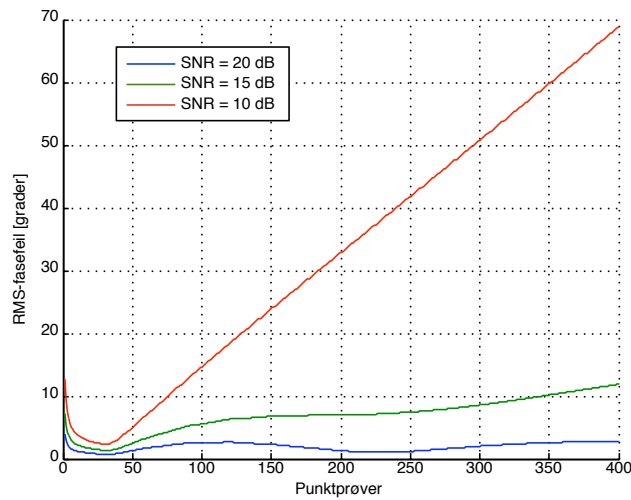
4.3.4 Bootstrapping

Fra figur 4.6 er det klart at ML-estimering gir tilfredsstillende lav RMS-fasefeil ved 10 dB signal-støyforhold. I tillegg er symmetriproblemet med låsing til feil fase unngått med treningssekvens før datasymbolene sendes. Dermed gjenstår problemet med frekvensvariasjon i mottatt signal. Dette kan muligens kompenseres med metoden teknikken kalt bootstrapping beskrevet i avsnitt 3.2.

Bootstrapping er implementert som i figur 3.5 med et buffer-intervall på 30 symboler. Det vil si at systemet beregner frekvensavvik fra de siste 30 symboler som blir brukt til korreksjon av de siste 30 punktprøver og fremtidige punktprøver. Systemet er simulert med en treningssekvens på 31 symboler (2-PSK) etterfulgt av datasymboler (16-QAM) og null frekvensavvik. RMS-fasefeil for summen av frekvens- og fasefeil er gitt i figur 4.10 for forskjellige signal-støyforhold.

Figur 4.10 viser at systemet med 20 dB SNR ikke har stigende RMS-fasefeil ved bruk av detekterte symboler, mens systemene med både 15 dB og 10 dB sklir ut. Dette viser at systemet med bootstrapping ikke fungerer tilfredsstillende ved 10 dB. Dette vil også være en metode som krever mer ressurser i en faktisk implementasjon.

Frekvensestimeringen i figur 4.10 er gjort over 30 symboler og ved å la intervallene bli mye lengre vil RMS-fasefeil senkes for alle signal-støyforhold. Dette vil derimot ikke være av praktisk interesse da det krever konstant frekvensavvik over estimeringintervallene, mye prosessering og vil innføre stor forsinkelse i systemet.



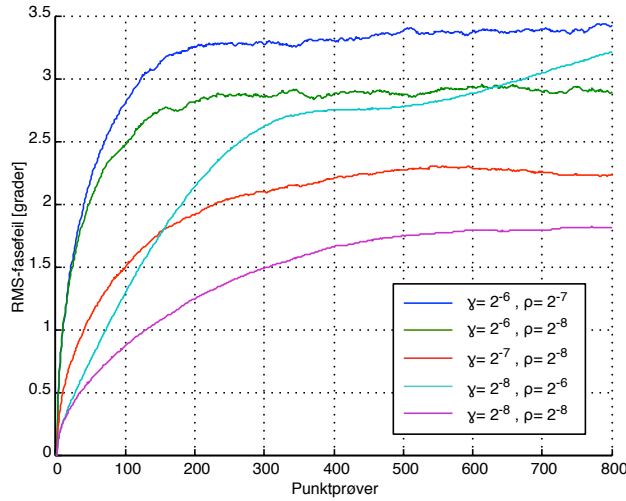
Figur 4.10: *ML-estimator med bootstrapping*

4.4 Costas sløyfe

Costas sløyfe er en rekursiv tilnærming til ML-estimatoren. Enkel implementasjon og gode egenskaper har gjort Costas sløyfe til en svært populær metode i praksis og fungerer også som den gjeldende løsningen til KDA. Eventuelle forbedringer av Costas sløyfe vil undersøkes, spesielt siden dette vil gjøre det enklest for KDA med tanke på implementasjon. Costas sløyfe med et 1. ordens filter har ikke blitt simulert da dette filteret ikke kompensere for moderate frekvensvariasjoner [3] i motsetning til 2. ordens filteret.

4.4.1 Justering av filterparametre

Analysen av KDAs gjeldende filterparametre under avsnitt 3.3 motiverer simulering av systemer med filterparametre som gir stabilt system. Filterparametrene er tatt fra figur 3.7 og valgt nær de opprinnelige filterparametrene til KDA. Dette er gjort med den begrunnelse at de opprinnelige filterparametrene fungerer for den faktiske kanalen ved 13 dB signal-støyforhold. I teorien kunne en valgt uendelig små filterparametre som igjen vil gi vilkårlig liten RMS-fasefeil, men for praktiske system vil uendelig små filterparametre være uinteressant. Filterparametrene er også valgt i toerpotens, hvilket gjør parametrene lettere å implementere nøyaktig og gir minimalt minnebruk. Simulering med forskjellige parameterpar er vist i figur 4.11. Fra figur 4.11 kan en se hvordan de forskjellige filterparametre gir forskjellige innsvingningsforløp. De minste filterparametrene, $\gamma = 2^{-8}$, $\rho = 2^{-8}$ gir det lengste innsvingningsforløpet, men den laveste stasjonære RMS-fasefeilen. Disse parametrene er i tillegg de eneste av de undersøkte som har en RMS-fasefeil under kravet på 2° . Tilsvarende kan en se at systemet med de største filterparametrene, $\gamma = 2^{-6}$, $\rho = 2^{-7}$ har det raskeste innsvingningsforløpet, men samtidig også den høyeste RMS-fasefeilen. For sammenligning er også de opprinnelige filterparametrene fra KDA, $\gamma = 2^{-8}$, $\rho = 2^{-6}$ tatt med. En kan se at dette tilfellet gir et mer ustabil system da systemet svinger opp etter å tilsynelatende ha oppnådd stasjonær tilstand. Ved



Figur 4.11: Costas sløyfe med nye filterparametre

lengre tidsperiode vil systemet fortsette å svinge, men ikke eskalere.

Ved å velge litt større filterparametre enn $\gamma = 2^{-8}$ og $\rho = 2^{-8}$, for eksempel $\gamma = 2^{-7}$ og $\rho = 2^{-8}$ vil en få et mye hurtigere innsvingningsforløp på rundt 250 symboler, og en RMS-fasefeil på $2,25^\circ$. I tillegg vil større filterparametre har bedre egenskaper med tanke på å følge frekvens og fasevariasjoner grunnet større båndbredde på filteret.

RMS-fasefeil på $2,25^\circ$ er kun $0,25^\circ$ over kravet. Fra likning (C.2) i vedlegg C vises det at minste avstand i grader før feildeteksjon oppstår ved en fasefeil på $16,87^\circ$. Feilen ut fra faseestimatoren er normalfordelt grunnet normalfordelt støy i kanalen og lineært system. Dette innebærer at 99.7% av alle punktprøver vil ha en fase innenfor 3 ganger standardavviket til hver side [4], hvilket tilsvarer under 7° for $\gamma = 2^{-7}$ og $\rho = 2^{-8}$. Kravet om 2° RMS-fasefeil er derfor satt strengt, og filterparametre som ikke klarer kravet bør vurderes.

Mindre RMS-fasefeil går på bekostning av båndbredden til filteret. Denne båndbredden er gitt i likning (2.12) og er for de opprinnelige filterparametrene gitt som:

$$B_{LT} = \frac{2 \cdot 2^{-6} + 2^{-8} \cdot 0,65 \cdot (2 + 2^{-6})}{2[4 - 2^{-8}0,65 \cdot (2 + 2^{-6})]} = 0,0046$$

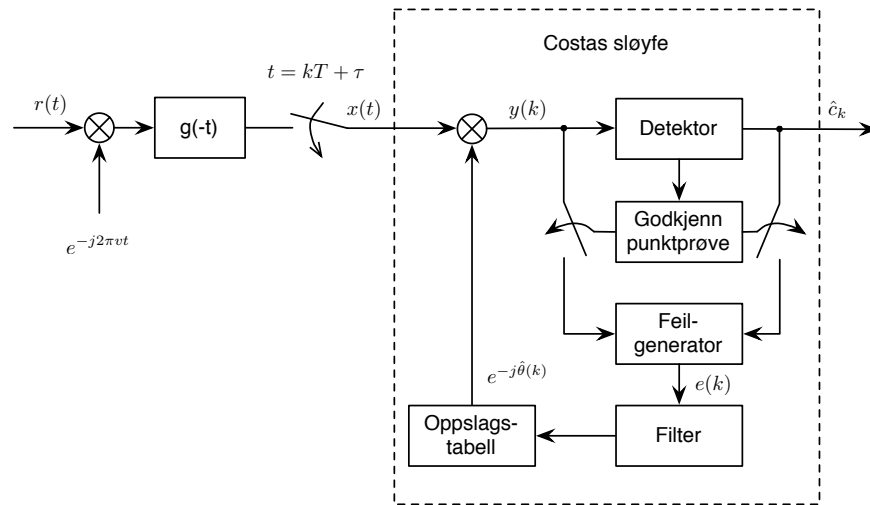
For $\gamma = 2^{-7}$ og $\rho = 2^{-8}$ er båndbredden:

$$B_{LT} = \frac{2 \cdot 2^{-8} + 2^{-7} \cdot 0,65 \cdot (2 + 2^{-8})}{2[4 - 2^{-7}0,65 \cdot (2 + 2^{-8})]} = 0,0023$$

Med $\gamma = 2^{-7}$ og $\rho = 2^{-8}$ vil båndbredden halveres i forhold til de originale filterparametrene. Hvor stor effekt dette har i praksis må prøves ut i det faktiske systemet.

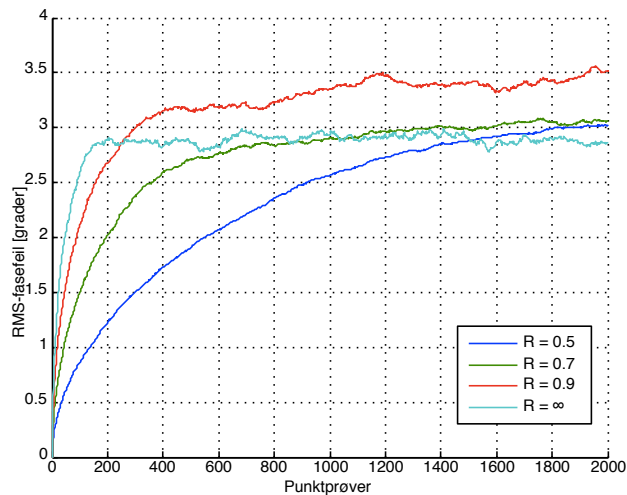
4.4.2 Selektiv oppdatering

For å undersøke om RMS-fasefeilen kan minkes i Costas sløyfe har modulen for selektiv oppdatering (avsnitt 3.1) blitt implementert inn i Costas sløyfe som vist i figur 4.12.



Figur 4.12: Costas sløyfe med modul for selektiv oppdatering

For å undersøke om systemet med selektiv oppdatering kan hjelpe for Costas sløyfe har det blitt gjennomført en simulering. Filterparametrene er valgt vilkårlig fra figur 4.11 til $\gamma = 2^{-6}$ og $\rho = 2^{-8}$. Resultatet av simuleringen med Costas sløyfe med 2. ordens filter og selektiv oppdatering er vist i figur 4.13. For sammenligning er systemet uten selektiv oppdatering tatt med vist ved $R = \infty$.



Figur 4.13: Costas sløyfe ($\gamma = 2^{-6}$, $\rho = 2^{-8}$), selektiv oppdatering

Figur 4.13 viser at effekten ved selektiv oppdatering for alle valg av desisjonsradius gir så og si samme stasjonære RMS-fasefeil, men i tillegg lenger innsvingningsforløp. Det lange innsvingningsforløpet skyldes færre punktprøver brukt i estimeringen, noe som vises ved at systemet med minst desisjonsradius har lengst innsvingningsforløp. RMS-fasefeil blir heller ikke forbedret selv ved å bruke færre feildetekterte punktprøver da gevinsten ved sikrere punktprøver

4.4. COSTAS SLØYFE

går bort i færre godkjente punktprøver. Modulen for selektiv oppdatering gir ikke lavere RMS-fasefeil for Costas sløyfe med 2. ordens filter.

Kapittel 5

Konklusjon

Denne masteroppgaven har analysert et problem fremsatt av Kongsberg Defence & Aerospace. Problemet omhandler bærebølgegjevning i en radio-link hvor det er ønskelig at faseestimatoren kan estimere bærebølgefasen med maksimalt 2° RMS-fasefeil ved et signal-støyforhold på 10 dB.

Oppgaven har tatt for seg to forskjellige måter for faseestimering, ML-estimering og Costas sløyfe. I tillegg er det foreslått to forbedringer. Bootstrapping for frekvenskorreksjon med ML-estimering, samt selektiv oppdatering som gjelder for begge metodene.

Det vises at ML-estimering fungerer tilfredsstillende som faseestimator, men metoden innebærer ikke kompensasjon for frekvensavvik. Med en ekstra modul for frekvenskorreksjon, bootstrapping, kan frekvensavvik korrigeres, men dette gir ikke tilfredsstillende resultater ved 10 dB SNR grunnet at estimatoren sklir ut. En må opp til 20 dB SNR for å oppnå tilfredsstillende resultater.

Det har også blitt foreslått en metode for å minke RMS-fasefeil ved å kun bruke punktprøver tilstrekkelig nærme konstellasjonspunktene i estimeringen. Det vises teoretisk og ved simulering at denne metoden gir lavere symbolfeilsannsynlighet, men verken for ML-estimatoren eller Costas sløyfe gir metoden forbedring. Dette skyldes at lavere feilsannsynlighet går på bekostning av antall punktprøver brukt i estimeringen.

Til slutt undersøkes filterparametrene i Costas sløyfe. Costas sløyfe er en rekursiv tilnærming til ML-estimatoren, og med et 2. ordens filter innebefatter Costas sløyfe også frekvenskompensasjon. Det vises at de valgte filterparametrene fra KDA gir for lav dempningsfaktor som igjen gir lange transienter i systemet. De eneste filterparametrene som gir en teoretisk RMS-fasefeil på under 2° er veldig små, hvilket gir filteret langt innsvingningsforløp og vil samtidig gi et filter som er mindre fleksible på å følge fase- og frekvensvariasjoner.

Det foreslås derfor andre filterparametre: $\gamma = 2^{-7}$ og $\rho = 2^{-8}$. Systemet med disse er kun $0,25^\circ$ over kravet på 2° RMS-fasefeil og har et raskere innsvingningsforløp enn det originale systemet. De foreslåtte filterparametrene er valgt i nærheten av de opprinnelige filterparametrene ($\gamma = 2^{-8}$ og $\rho = 2^{-6}$) under antakelsen om at de opprinnelige filterparametrene passer det faktiske radiolinje-systemet. I tillegg er de valgt i toerpotens, som forenkler implementasjon og minnebruk i en digital implementasjon.

5.1 Videre arbeid

- De foreslåtte parametrene må testes i det faktiske systemet for å undersøke om en faktisk forbedring kan oppnås. Alternativt kan andre parametre forsøkes basert på simuleringer i denne masteroppgaven.
- Selv om metoden for ML-estimering med bootstrapping ikke fungerer tilfredsstillende i dette tilfellet, er det mulig metoden kan forbedres på forskjellige måter. Dette kan for eksempel gjøres med vektig av punktprøver og oftere oppdatering men dette vil være et omfattende arbeid.
- Andre forslag vil være å benytte symboler fra feildekoderen i faseestimatoren. Dette sikrer en mye mindre feilsannsynlighet samtidig som alle punktprøver vil bli brukt i estimeringen. Trelliskoding i modulasjonen vil og være et alternativ, hvilket er vist at hjelper under vanskelige forhold [3].

Referanser

- [1] S. Daumont, B. Rihawi, and Y. Lout. Root-Raised Cosine filter influences on PAPR distribution of single carrier signals. *Communications, Control and Signal Processing, 2008. ISCCSP 2008. 3rd International Symposium on*, March 2008.
- [2] S. Haykin. *Communication Systems*. Wiley, 2001.
- [3] Umberto Mengali and Aldo N. D' Andrea. *Synchronization Techniques for Digital Receivers*. Plenum Press, 1997.
- [4] Sharon L. Myers Keying Ye Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers. *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. Prentice Hall, 2002.

REFERANSER

Vedlegg **A**

Systemparametre (KDA)

Tabell A.1: Systemparametre gitt av KDA

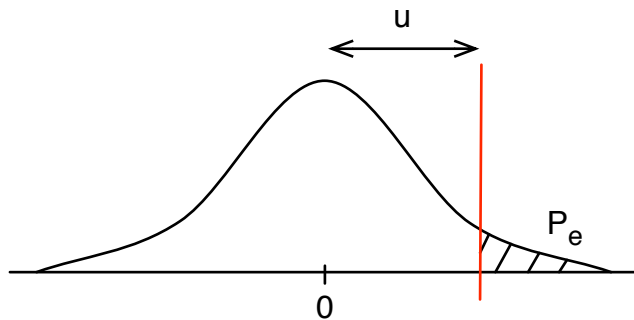
Parameter	Beskrivelse
Sende- og mottaksfilter	Kvadratrotten av cosinusavrundet filter. Avrundingsfaktor 0,345
Faseestimator	Costas sløyfe med 2. ordens filter. $\gamma = 2^{-8}$, $\rho = 2^{-6}$ Filterlikninger definert ved: $\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \xi(k)$ $d(k) = d(k-1) + \gamma \rho e(k)$ $\xi(k) = \gamma e(k) + d(k)$
Treningssekvens	Symbolalfabet: $C_1 = -3 - j1$, $C_2 = 3 + j1$
Data	Symbolalfabet: 16-QAM
Rammeformat	31 symboler treningssekvens, 2000 symboler datasekvens
Frekvensestimator	Frekvensestimator i forkant av faseestimatoren. Fasefeilen over 30 symboler er alltid mindre enn 90 grader

Vedlegg **B**

Feilsannsynlighet for M-QAM

Definisjon av den komplementære feil-funksjonen (eng:error function) [2, Likning 4.29] er gitt som:

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt \quad (\text{B.1})$$



Figur B.1: Normalfordeling

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{B.2})$$

Figur B.1 viser funksjonen gitt i likning (B.2). Utregning av arealet, P_e , av det skraverte området er gitt som:

$$\begin{aligned} P_e &= \int_u^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \Big|_{t=x/\sqrt{2\sigma^2}} = \int_{u/\sqrt{2\sigma^2}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-t^2} \sqrt{2\sigma^2} dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{u/\sqrt{2\sigma^2}}^{\infty} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{u}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Feilsannsynligheten for M-QAM som funksjon av SNR er gitt i [2, Likning 6.64] som:

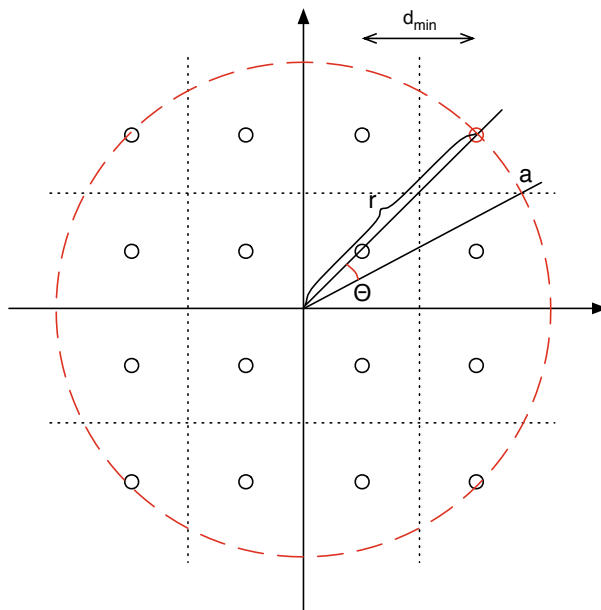
$$P_e \simeq 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3E_{av}}{2(M-1)N_0}} \right) \quad (\text{B.4})$$

Nøyaktig feilsannsynlighet er gitt som:

$$P_e = 1 - \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3E_{av}}{2(M-1)N_0}} \right) \right]^2 \quad (\text{B.5})$$

Minste kritiske fasefeil 16-QAM

For å kunne avgjøre hvor kritisk effekt feil i fasen vil ha på feilsannsynligheten kan en analysere 16-QAM konstellasjonen og finne minste avstand til en desisjongrense for alle konstellasjonspunkter.



Figur C.1: 16-QAM konstellasjon

Minste fasevariasjon som vil gi feildeteksjon finnes ved å se på konstellasjonspunktene ytterst i konstellasjonen og faseforskyvingen som er nødvendig for å krysse en desisjongrense. Vinkelen θ er gitt som differansen mellom vinkelen til konstellasjonspunktet $(\frac{3}{2}d_{min}, \frac{3}{2}d_{min})$, dvs 45° , og vinkelen til punktet a. Finner først avstanden til konstellasjonspunktet $(\frac{3}{2}d_{min}, \frac{3}{2}d_{min})$ fra origo.

$$r = \sqrt{\left(\frac{3}{2}d_{min}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}d_{min}\right)^2} = \frac{3}{2}d_{min}\sqrt{2} \quad (\text{C.1})$$

Vinkelen til punktet a er gitt ved avstanden fra origo, r , avstanden fra den reelle aksen d_{min} og enkel trigonometri.

$$\theta = 45^\circ - \sin^{-1}\left(\frac{d_{min}}{\frac{3}{2}d_{min}\sqrt{2}}\right) = 45^\circ - \sin^{-1}\left(\frac{2}{3\sqrt{2}}\right) = 16,87^\circ \quad (\text{C.2})$$