

Bruk av tre eller flere frekvenser i Galileo og/eller GPS for cmnøyaktighet

Audun Klokkehaug

Master i elektronikk
Oppgaven levert: Januar 2008
Hovedveileder: Børje Forssell, IET

Oppgavetekst

Presisjonsmålinger i sann tid med satellittsystemer er siden lang tid gjenstand for meget omfattende arbeider over store deler av verden. Metoden med bruk av dobbeltdirreranser i GPS er velkjent, men de fleste mottakere arbeider kun på L1-frekvensen. Når sivil bruk av L2 og litt senere L5 blir aktuelt om noen år, åpner det seg større muligheter for å øke avstanden mellom mobil mottaker og referansestasjon, eventuelt å slippe bruk av referansestasjon(er). GALILEO vil gi enda større muligheter ettersom dette systemet har flere bærefrekvenser. Det er framfor alt ionosfærevariasjoner som utgjør begrensningen, og oppgaven går ut på å undersøke i hvilken grad disse begrensningene kan reduseres eller kanskje til og med fjernes.

Oppgaven gitt: 14. august 2007
Hovedveileder: Børje Forssell, IET



Bruk av tre eller flere frekvenser i
Galileo og/eller GPS
for cm-nøyaktighet i sanntid

Hovedoppgave høst 2007
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Audun Klokkehaug

Faglærer/Veileder: Prof. Børje Forssell

14. januar 2008

Forord

Denne oppgaven er avslutningen på mitt Sivilingeniør/Mastergrad studie ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Institutt for elektronikk og telekommunikasjon.

Takk til veileder Prof. Börje Forssell for råd og svar på spørsmål under arbeidet med oppgaven.

Audun Klokkehaug
14.01.2007

Sammendrag

Det er knyttet store forventninger til modernisert GPS og Galileo. Det økte antall satellitter og signaler vil gi brukerne av disse systemene betydelig bedre ytelser sammenlignet med dagens GPS. I denne oppgaven blir mange av aspektene rundt presisjonsnavigering presentert. Først er det viktig å se på de mulighetene man har i valg av metoder for flertydighetsløsning og hvilke metoder som passer best for de applikasjonene man skal bruke de i.

Hovedfokus i denne oppgaven er å se på metoder for å korrigere for ionosfæreforsinkelsen. Her presenteres tre forskjellige metoder. En metode baserer seg kun på en modell, mens den tredje metoden kun benytter seg av avstandsmålinger. Den andre metoden bruker en kombinasjon av modeller og avstandsmålinger. Ytelsene på disse metodene er alle meget bra, men ytelsene deres er alle avhengig av forskjellige faktorer. Styrker og svakheter med de forskjellige metodene vil bli presentert.

Det er utrolig mye arbeid som er lagt ned i simuleringer og beregninger av hvilke ytelser man kan forvente fra modernisert GPS og Galileo. I denne oppgaven presenteres simuleringer gjort med VISUAL, en programvarepakke til Matlab. I tillegg er det blitt gjort noen målinger med DGPS system levert av Fugro. Målingene gjort med dette systemet sammenlignes med simuleringer av dagens GPS og simuleringer av Galileo og modernisert GPS. Den store fordelen med de nye systemene er at de kan brukes sammen og dermed dramatisk øke integritet og satellittgeometri. Simuleringene viser noen av forbedringene dette vil gi.

Innhold

1	Bakgrunn	1
1.1	Innledning	1
2	Posisjonering	3
2.1	Innledning	3
2.2	Multi carrier ambiguity resolution	3
2.2.1	Multiple Carrier Ambiguity Resolution	3
2.2.2	Implementering og ytelser	5
2.3	Alternativ metode for løsning av flertydighetene	7
2.3.1	Algoritmen	7
2.4	Cascading Integer Resolution	11
2.5	Sammenligning av LAMBDA, TCAR og CIR	11
2.6	Sammendrag av kapittel 2	13
3	Wide Area Real time Kinematic	15
3.1	Innledning	15
3.2	Systemet	15
3.3	Ytelser	16
3.4	Sammendrag av kapittel 3	16
4	FUGRO Starfix XP og HP	17
4.1	Innledning	17
4.2	Systemstruktur	17
4.3	Ytelser og feilkilder	18
4.3.1	Jet Propulsion Laboratory	19
4.4	Sammendrag av kapittel 4	19
5	Feilkilder i GNSS	21
5.1	Innledning	21
5.2	Troposfæren	21
5.3	Flerveisstøy	23
5.4	Ephemeris og klokke	25
5.5	Antenner og fasesenter	28
5.6	Sammendrag av kapittel 5	31
6	Tomografisk modell av ionosfæren	33
6.1	Innledning	33
6.2	Bygging av modellen	33
6.3	Modellens ytelse	35
6.4	Sammendrag av kapittel 6	36

7	Ionosfæren og modellering av høyereordens effekter	39
7.1	Innledning	39
7.2	Jordens magnetfelt	39
7.2.1	Innledning	39
7.2.2	Generelt om jordens magnetfelt	40
7.2.3	Modellering	41
7.2.4	Dipol modellen	41
7.2.5	International geomagnetic reference model	42
7.3	Modellering av høyereordens effekter	43
7.3.1	Innledning	43
7.3.2	Bakgrunn	44
7.3.3	Korreksjon av førsteordens effekten	45
7.3.4	Korreksjon av andreordenseffekten	46
7.4	Sammendrag av kapittel 7	47
8	Bruk av tre frekvenser for korreksjon av 2. ordens effekter	49
8.1	Innledning	49
8.2	Fjerning av 2. ordens effekter	49
8.3	Test av metoden	51
8.3.1	Resultater	52
8.4	Metoden og andre feilkilder	53
8.4.1	Test av metoden under påvirkning av andre feilkilder	54
8.5	Sammendrag av kapittel 8	55
9	Støy i fasemålinger	57
9.1	Støyøkning som en følge av dobbeldifferensiering	57
9.2	Støy etter eliminering av ionosfærisk forsinkelse i tofrekvenssystemer	58
9.3	Redusering av støyen gjennom midling	60
9.4	Støy etter eliminering av ionosfærisk forsinkelse i trefrekvenssystemer	60
9.5	Sammendrag av kapittel 9	61
10	LAMBDA i trefrekvenssystemer	63
10.1	Innledning	63
10.2	Observasjonsmodeller	63
10.3	Suksessrate og valg av tredje frekvens	64
10.4	LAMBDA	65
10.5	Partiell LAMBDA	67
10.6	Sammendrag av kapittel 10	69
11	VISUAL	71
11.1	Innledning	71
11.2	VISUAL og SKYLAB	71
11.3	Simuleringer	72
11.3.1	Antall satellitter synlig fra mottaker	73
11.3.2	Satellitter synlig fra referanse og mottaker	74
11.3.3	Satellittgeometri og DOP	75
11.4	Suksessrater i GNSS-2	78
11.5	Sammenligning med tidligere arbeide	82
11.6	Sammendrag av kapittel 11	84

12	Diskusjon	85
12.1	Oppsummering	85
12.2	Feilkilder og deres påvirkning	86
12.3	Ionosfærekorreksjoner	86
12.4	Lambda i Galileo og modernisert GPS	87
13	Konklusjon	89
14	Forslag til videre arbeid	91
A	MatLab kode for trippelfrekvensmetoden	93
A.1	Appendiks 1	93
B	Vedlegg	96
C	Suksessrater i forskjellige GNSS konfigurasjoner	97

Figurer

2.1	Liste over forskjellige kombinasjoner av frekvenser for bruk i MCAR algoritmen	6
2.2	Suksessrater for de forskjellige kombinasjonene i figur 2.1	6
2.3	Støy som en funksjon av valg av f_b , fasestøyen er en cm for hver bærebølgestøyen er en cm for hver bærebølge, [7]	9
2.4	Støy som en funksjon av valg av f_b , fasestøyen er 19° for hver bærebølgestøyen er 19° for hver bærebølge, [7]	9
2.5	Optimale koeffisienter for fjerning av ionosfærisk refraksjon, [10]	10
2.6	Eksempler på metoder for å oppnå nøyaktige parametere, for eksempel koordinater, ved bruk av integer flertydighetestimeringsteknikker, [10]	12
2.7	Eksempel på 2-dimensjonale pull-in områder for heltalls avrunding (til venstre), bootstrapping (midten) og heltalls MKM (høyre). Ellipsene representerer flertydighetenes sannsynlighetstetthetsfunksjon, [10]	13
3.1	WARTK systemet, [12]	16
4.1	Fugros nettverk av referansestasjoner og dekningsområder for de forskjellige satellittsystemene som distribuerer de differensielle korreksjonene. Rød er enfrekvens, mens gul er tofrekvens. Svart prikk indikerer HP. Gul stiplet linje indikerer 2000 km til nærmeste referansestasjon, [1]	19
4.2	Flytdiagram for distribueringen av korreksjonsdata i Starfix-systemet, [1]	20
4.3	JPL's nettverk av referansestasjoner, [1]	20
5.1	Et signal kan nå en antenne via flere signalveier	24
5.2	Feilvektor, [15]	26
5.3	OCE for en satellitt, [15]	26
5.4	Utregning av efemerisfeil i differensiell GNSS, [4]	27
5.5	Feil i differensiell korreksjon av bane og klokke parametere som en funksjon av størrelsen på langsgående og radiell feil	28
5.6	Forskjellige fasesenter for L1 og L2 for en satellittantenne	29
5.7	Spiralantenne for bruk med Galileo og modernisert GPS	30
5.8	Antennevinning for 4 forskjellige frekvenser, [25]	30
5.9	Variasjon i fasesenter for 4 frekvenser, [25]	31
6.1	Flytdiagram for dannelsen av den tomografiske modellen, [21]	33
6.2	Når signalene går gjennom voxelne kan referansestasjonene over tid finne verdier for elektrontettheten i hver voxel, [20]	34
6.3	Her ser vi prosentdelen av korrekt dobbeldifferenseløsning av flertydighetene som en funksjon av elevasjon til den laveste satellitten	35
6.4	Restfeil på grunn av ionosfæren hos referansestasjonene. Rødt for satellitt SV/PRN31 og blå for SV/PRN29	36
6.5	Dobbedifferanse STEC verdier for roveren (rød) og restfeil etter korrigerings med informasjon om ionosfæren mottatt fra referansestasjonene	36

7.1	Nøyaktighet som en funksjon mellom referanse og mottaker	39
7.2	International geomagnetic reference field, år 2000, avvik i grader øst . . .	40
7.3	Forskjellen mellom den dipolare modellen og IGR modellen	41
7.4	Jordens magnetfelt modellert med en magnetisk dipol som kilde	42
7.5	Sammenligning mellom måledata fra LPM og data fra IGRF modellen . . .	43
7.6	Profilen til ionosfæren modellert som en sum av tre Chapman lag, [27] . .	45
9.1	Signalkarakteristikk for Galileosignaler gitt i mottakerbåndbredde, [32] . .	58
10.1	Suksessrate som en funksjon av valgt tredje frekvens i Galileo. Her er L1,L2 og L3 er de tre fastsatte frekvensene i modernisert GPS	65
10.2	Signalstrukturen i Galileo	66
10.3	Til venstre er sannsynlighetsfordelingen til $\hat{\rho}$ (grønn) og $\check{\rho}$ for en måle-epoke med tre frekvenser i en geometrifri modell. Til høyre er sannsynlighetsfordelingen til $\hat{\rho}$ (grønn) og $\check{\rho}^{(1)}$. Til høyre er er fordelingen til $\check{\rho}^{(1)}$, z_1 antatt å være heltallig, mens z_2 og z_3 fremdeles er antatt å være av reell verdi, [24]	68
10.4	Sansynlighetsfordelingen til $\hat{\rho}$ (grønn) og $\check{\rho}^2$ for en epoke (venstre) og ti epoker (høyre), [24]	69
11.1	Skjerm bilde fra VISUAL	72
11.2	Satellitter synlig for en GPS mottaker med 20° som laveste elevasjon . . .	73
11.3	Satellitter synlig for mottaker i et integrert GPS/Galileosystem med 20° som laveste elevasjon	74
11.4	En 2D fremstilling av posisjonsestimering med avstandsmålinger. Kvaliteten til posisjonsestimatet avhenger både av kvaliteten til signalet (ϵ) og geometrien (θ)	75
11.5	HDOP og PDOP målt med FUGRO Starfix systemet, her ser man hvordan DOP endres over et entimers intervall	76
11.6	Variasjon i antall tilgjengelige satellitter over et entimers intervall	76
11.7	Satellittgeometri 24.10.2007 klokken 17:36	77
11.8	Satellittgeometri 24.10.2007 klokken 18:40	77
11.9	Figuren til venstre er GDOP for GPS, mens figuren til høyre viser GDOP for et integrert GPS/Galileo system	78
11.10	Referansestasjoner brukt under måleserie	79
11.11	Sammenligning av GDOP og suksessrate for GPS 24 oktober 2007, klokken 18:40	79
11.12	Suksessrate for et kombinert GPS/Galileosystem med 10 km mellom referanse og mottaker	80
11.13	Sammenligning av suksessrater for én epoke i en avstand på 229 km for GPS (venstre) og Galileo/GPS (høyre), begge systemene bruker to frekvenser	80
11.14	Sammenligning av suksessrater for fem epoker i en avstand på 229 km for GPS (venstre) og Galileo/GPS (høyre), begge systemene bruker to frekvenser	80
11.15	Sammenligning av suksessratene for et kombinert GPS/Galileosystem med to frekvenser (venstre) og med alle frekvensene i bruk (høyre). Beregningene er gjort over én epoke og en avstand på 229 km.	81
11.16	Sammenligning av suksessratene for et kombinert GPS/Galileo-system med to frekvenser (venstre) og med alle frekvensene i bruk (høyre). Beregningene er gjort over fem epoker og en avstand på 229 km.	81

11.17	Suksessrater for 100 km (venstre) og 250 km (høyre) for GPS med to og tre frekvenser samt et kombinert GPS/Galileo-system med to og tre frekvenser	83
11.18	Suksessrate som en funksjon av antall flertydigheter som må løses i forskjellige systemkonfigurasjoner. Avstand mellom referanse og mottaker er 100km til venstre og 250 km til høyre	83

KAPITTEL 1

BAKGRUNN

1.1 INNLEDNING

Denne oppgaven skal handle om begrensningene og mulighetene som ligger i de kommende satellittnavigasjonssystemene. Disse systemene gir muligheten for bruk av tre eller flere frekvenser og sammen med en oppgradering av bakke- og romsegment gir dette mange forbedringer og muligheter i fremtiden. Flere frekvenser vil gi en mottaker flere målinger og dermed et stort potensiale for økt nøyaktighet, integritet og hastighet på posisjoneringen. Det er foreslått mange metoder for å nytte seg de nye signalene og en gjennomgang av noen av metodene vil bli gitt.

Det er først og fremst ionosfæren som begrenser avstanden mellom referanse og mottaker i et differensielt system. Men det er også en hel del andre feilkilder som i sum gir et betydelig bidrag i den totale feilen. Om man klarer å redusere avstandsfeilen på grunn av ionosfæren er det fremdeles viktig å ha kontroll på hvor store resterende feilbidrag blir og i denne oppgaven blir det en gjennomgang av de mest fremtredende feilkildene.

Selv om en mottaker kan måle på to frekvenser, og dermed løse ut for de førsteordens ionosfæriske effektene, vil fremdeles høyereordens effektene være av en slik størrelse at mange systemer vil ha problemer med å løse ut flertydighetene korrekt. Korrigerer man ikke for ionosfæren er man begrenset til en avstand på noen titalls kilometer til nærmeste referansestasjon, dette gjør at man vil trenge flere tusen slike referansestasjoner for å kunne tilby cm-nøyaktighet for Europa. Dette er ikke gjennomførbart på grunn av økonomiske og praktiske hensyn. I denne oppgaven skal vi se på tre forskjellige metoder for å korrigere ionosfæren. Dette er tre relativt forskjellige fremgangsmåter. Den første metoden baserer seg på en ionosfæremodell, mens den andre baserer seg på både modeller og sanntidsmålinger på to frekvenser. Til slutt skal vi se på en metode som kun benytter seg av avstandsmålinger på tre frekvenser. Alle disse modellene har betydelige forskjeller i nøyaktighet, beregningstyngde og praktiske ytelser.

Flere frekvenser og flere satellitter vil gjøre at en mottaker vil få flere målinger på kortere tid enn det man har mulighet til i dagens GPS. Det er derfor interessant å se på hvilke forbedringer man kan vente seg. Selv om det er mange muligheter i de nye satellittnavigasjonssystemene er det også noen problemer med det økte antallet målinger. Det er derfor viktig å finne metoder for å kunne utnytte de nye systemene best mulig.

KAPITTEL 2

POSISJONERING

2.1 INNLEDNING

I prosjektoppgaven ble det gjennomgått to hovedmetoder for å finne posisjon ved hjelp av bærebølgemålinger, LAMBDA og TCAR, [9]. I dette kapitlet presenteres MCAR (multiple carrier ambiguity resolution) og en ny metode for å løse flertydighetsproblemet. Disse to er en av flere foreslåtte metoder for posisjonering med 3 eller flere frekvenser. I LAMBDA finner man det korrekte antall bølgelengder mellom satellitt og mottaker ut fra flere mulige løsninger. I MCAR kombinerer man frekvenser til å lage "wide-lanes" med stadig mindre bølgelengde. Dette gjør at man kun har ett antall bølgelengder mellom satellitt og mottaker å forholde seg til i hvert ledd i posisjonsberegningen. Mens den nye metoden bruker både kode og fasemålinger for å løse flertydighetsproblemet. Til sist presenteres en sammenligning av dagens mest omtalte metoder; Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment (LAMBDA), Triple Carrier Ambiguity Resolution (TCAR) og Cascading Integer Resolution (CIR).

2.2 MULTI CARRIER AMBIGUITY RESOLUTION

MCAR er en metode som baserer seg på det faktum at Galileo kan tilby mottakerne mer enn tre bærebølger. Dette gjør at man kan videreutvikle TCAR metoden og dens ytelser ved at man kan danne flere widelane kombinasjoner.

2.2.1 Multiple Carrier Ambiguity Resolution

Ved bruk av MCAR er valg av kombinasjoner av frekvenser meget viktig for å maksimere sannsynligheten for å få løst ut korrekt posisjon. Gjennom valg av frekvenskombinasjoner kan man minimere påvirkning av feilkilder som blant annet ionosfæren og målestøy. Det er viktig at feilene i sum ikke er større enn en halv bølgelengde for de suksessive trinnene i løsningsprosedyren. Dette gjør at jo lengre bølgelengde man har i en widelane jo større sannsynlighet har man for å finne en korrekt posisjon. Har man en widelane med lang nok bølgelengde kan man unngå og måtte gjøre ett søk etter riktig flertydighet ved at man faktisk kan bruke kodemålingen til å direkte finne det korrekte antall bølgelengder. Dobbeldifferanser brukes også her for å kunne eliminere klokke og redusere atmosfærefeil. Vi skal her se på fem steg for å finne den nøyaktige posisjonen til mottakeren. Metoden er tenkt for Galileo med følgende frekvenser og tilhørende bølgelengder, E2-L1-E1 kalles L1 med frekvens f_1 og bølgelengde λ_1 . For E6 brukes L2, f_2 og λ_2 . For E5b brukes L3, f_3 og λ_3 . For E5a brukes L4, f_4 og λ_4 . Frekvensene til disse

signalene er henholdsvis 1575.42 MHz, 1278.75 MHz, 1207.14 MHz og 1176.46 MHz. E5a og E5b har samme bærefrekvens, men kan demoduleres separat på grunn av at signalene er modulert med BOC-modulasjon.

Steg 1: Her bruker man avstanden mellom satellitt og mottaker funnet ved kodemåling. Dette blir da en måling som inneholder mye kodestøy. Denne støyen inneholder også flerveisstøy og atmosfærestøy. Men om man konstruerer en super widelane er kode-målingen nøyaktig nok til at man kan anta at antall bølgelengder mellom satellitt og mottaker kan finnes direkte ved kodemåling slik at man kan sette:

$$\hat{\rho}_{(I)} = R_i \quad (2.1)$$

Steg 2: Her bruker man målingen fra steg 1 til å finne antall bølgelengder for super widelane, N_{SW}

$$\hat{N}_{SW} = \frac{1}{\lambda_{SW}} \hat{\rho}_{(I)} - \phi_{SW} \quad (2.2)$$

her er ϕ_{SW} et uttrykk for fasen og λ_{SW} er bølgelengden til "super widelane" frekvensen. Verdien for \hat{N}_{SW} blir satt til nærmeste heltall.

$$\bar{N}_{SW} = [\hat{N}_{SW}] \quad (2.3)$$

Da kan avstanden mellom satellitten og mottakeren skrives:

$$\hat{\rho}_{(II)} = \lambda_{SW}(\bar{N}_{SW} + \phi_{SW}) \quad (2.4)$$

Under antagelsen at det rette antall bølgelengder funnet er nå nøyaktigheten i cm-området. Nøyaktigheten til denne bærebølgemålingen kan uttrykkes som

$$\sigma_{\hat{\rho}_{(II)}}^2 = \sigma_{\phi_{SW}}^2 = \lambda_{SW}^2 (i^2 \sigma_{\phi_1}^2 + j^2 \sigma_{\phi_2}^2 + k^2 \sigma_{\phi_3}^2 + m^2 \sigma_{\phi_4}^2) \quad (2.5)$$

Ved å velge i, j, k og m kan man finne et sett med målinger som gir at målingen er nøyaktig nok til å kunne løse ut korrekte verdier for flertydigheten i neste steg

Steg 3: Viss standardavviket, $\sigma_{\hat{\rho}_{(II)}}$, ikke er godt nok til å finne en korrekt løsning må man benytte mellomledd. Dette gjøres med såkalt gap-bridging. Bruker da en mellom widelane, en intermediate widelane.

$$\hat{N}_{IW} = \frac{1}{\lambda_{IW}} \hat{\rho}_{(II)} - \phi_{IW} \quad (2.6)$$

Som i steg 2 finnes det heltallige antall bølgelengder, N_{IW} ved avrunding av \hat{N}_{IW} . Uttrykkene for støy og bølgelengde blir som i steg 2.

Steg 4: Dette blir en gjentakelse av Steg 3 basert på den avstanden som er estimert i steg 3.

Steg 5: Estimaten for N_1 er nå:

$$\hat{N}_1 = \frac{1}{\lambda_1} \hat{\rho}_{(IV)} - \phi_1 \quad (2.7)$$

Setter man så \bar{N}_1 lik nærmeste heltall av \hat{N}_1 får man så uttrykket til den forbedrede estimasjonen av avstanden:

$$\hat{\rho}_{(V)} = \lambda_1(\bar{N}_1 + \phi_1) \quad (2.8)$$

Når man har løst ut for tre eller flere dobbeldifferanser kan mottakerens posisjon finnes med nøyaktighet i millimeter til centimeter området avhengig av støyen.

Denne algoritmen som er presentert over baserer seg på at det er ingen eller lite flerveisstøyeffekter i målingene. Flerveisstøy er en systematisk feilkilde og vil ødelegge for den trinnvise løsningen av posisjonen. Dette er en feilkilde som blir presentert nærmere senere.

2.2.2 Implementering og ytelser

Sannsynligheten for korrekt løsning av flertydighetene kan uttrykkes ved støykarakteristikk og bølgelengden til det konstruerte signalet. I det etterfølgende er flerveisstøyen satt til 0.2 cm for bærebølgens fase og 30 cm for kodemålingene. Anta at støyen i estimatet er Gaussisk og at målefeilen er x . λ og σ_x er bølgelengden og nøyaktigheten til estimatoren. Sannsynligheten for korrekt løsning kan uttrykkes som:

$$P(\text{"korrekt løsning"}) = P(|x| < \frac{\lambda}{2}) = P(|z| < \frac{\lambda}{2\sigma_x}) \quad (2.9)$$

her er z den normaliserte x .

Viss bølgelengden og nøyaktigheten i målingen er gitt, kan man finne sannsynligheten ut fra tabellen for gaussfordelingen. For dobbeltdifferanser må standardavvikene multipliseres med en faktor to. Man får da:

$$P(\text{"korrekt løsning"}) = P(|z| < \frac{\lambda}{4(\sigma_{\text{støy}} + \sigma_{\text{flervei}})}) \quad (2.10)$$

her er σ_{flervei} flerveisstøyen på signalet og $\sigma_{\text{støy}}$ er den tilfeldige støyen på signalet.

Figur 2.1 og figur 2.2 er hentet fra [32]. Disse viser hvordan forskjellige valg av frekvenskombinasjoner og i , j , k og m påvirker suksessraten i de forskjellige stegene i MCAR algoritmen. Her kan man se at super-widelane gir en sannsynlighet på 100% for korrekt løsning. Men det er noe verre å finne en intermediate widelane med samme egenskaper. Hvilke frekvenser man kombinerer er derfor meget viktig. Bruker man for eksempel E5a kan man konstruere en superwidelane med bølgelengde på 5.861 m noe som teoretisk vil være langt nok til å ha en 100% sannsynlighet for korrekt løsning av flertydigheten. Som man ser av tabellene så er det flere valg av kombinasjoner som gir en 100% sannsynlighet for korrekt løsning for hele algoritmen. Også her gjelder det at for avstander mellom sender og mottaker på under typisk 15 km vil dobbeldifferanser føre til at man eliminerer klokkefeil og atmosfæreforsinkelser. For avstander større enn 15 km vil ionosfæren påvirke feilene i stor grad og må derfor tas hensyn til. I MCAR korrigerer man da for dette i to steg. Først finner man flertydighetene ved bruk av en kombinasjon med lang bølgelengde. Så kan man i neste steg benytte seg av en kombinasjon som er mindre beheftet med forsinkelser på grunn av ionosfæren. Til dette vil for eksempel $\phi_{(6,-3,-11,9)}$ eller $\phi_{(3,3,0,-5)}$ være gode alternativer som har anvendelige bølgelengder og lite støy og forsinkelse på grunn av ionosfæren.

Også her gjelder det at ionosfæren er det største problemet når avstanden mellom referanse og mottaker øker. Dataene i tabellene over er basert på verdier på støy som er noe overdrevet, dette for å være på den sikre siden slik at man kan forvente at en

Option	PR Code	Super-widelane	Optional Intermediate Widelane	Widelane	Basic Signal (Carrier)
#1	E5a/ E2-L1-E1	$\phi_{0,1,-3,2}$	$\phi_{0,0,1,-1}$	$\phi_{1,-1,0,0}$	E2-L1-E1
#2	E5a/ E2-L1-E1	$\phi_{0,1,-3,2}$	$\phi_{0,0,1,-1}$	$\phi_{1,0,0,-1}$	E2-L1-E1
#3	E5a/ E2-L1-E1	$\phi_{0,1,-3,2}$	$\phi_{0,0,1,-1}$	$\phi_{1,-1,0,0}$	E5a
#4	E5a/ E2-L1-E1	$\phi_{0,1,-3,2}$	$\phi_{0,0,1,-1}$	$\phi_{1,-1,-1,1}$	E5a
#5	E5a/ E2-L1-E1	$\phi_{1,-4,1,2}$	$\phi_{0,0,1,-1}$	$\phi_{1,-1,0,0}$	E5a
#6	E5a/ E2-L1-E1	$\phi_{1,-4,1,2}$	$\phi_{0,0,1,-1}$	$\phi_{1,0,-1,0}$	E2-L1-E1
#7	E5a/E5b	$\phi_{0,0,1,-1}$	$\phi_{0,1,0,-1}$	$\phi_{1,0,-1,0}$	E2-L1-E1
#8	E5a/E5b	$\phi_{0,0,1,-1}$	---	$\phi_{1,-1,0,0}$	E5a
#9	E5a/E5b	$\phi_{0,0,1,-1}$	$\phi_{0,1,0,-1}$	$\phi_{1,-1,0,0}$	E5a
#10	E5a/E5b	$\phi_{0,1,-2,1}$	$\phi_{0,1,0,-1}$	$\phi_{1,-1,0,0}$	E5a
#11	E5a/E5b	$\phi_{-3,0,2,2}$	$\phi_{0,1,-1,0}$	$\phi_{1,-1,0,0}$	E5a
#12	E5a/E5b	$\phi_{-3,1,-1,4}$	$\phi_{0,1,-1,0}$	$\phi_{1,-1,0,0}$	E5a
#13	E5a/E5b	$\phi_{1,-4,2,1}$	$\phi_{0,1,-1,0}$	$\phi_{1,-1,0,0}$	E5a
#14	E5a/E5b	$\phi_{0,1,-1,0}$	---	$\phi_{1,-1,0,0}$	E5a
#15	E5a/E5b	$\phi_{0,1,-1,0}$	$\phi_{1,-1,0,0}$	$\phi_{1,0,0,-1}$	E2-L1-E1

Figur 2.1: Liste over forskjellige kombinasjoner av frekvenser for bruk i MCAR algoritmen

Option	Success Rate for fixing of Super-widelane [%]	Success Rate for Fixing of Intermediate Widelane [%]	Success Rate for Fixing of Widelane [%]	Success Rate for Fixing of Base Signal [%]	Overall Success Rate [%]
#1	100	93.56	87.4	98.6	80.63
#2	100	93.56	74.58	100	69.78
#3	100	93.56	87.4	100	81.77
#4	100	93.56	91.2	97.32	83.04
#5	100	99.56	87.4	100	87.02
#6	100	99.56	78.2	100	77.86
#7	100	100	100	100	100
#8	100	---	87.4	100	87.4
#9	100	100	100	100	100
#10	100	100	100	100	100
#11	100	99.04	100	100	99.04
#12	100	99.26	100	100	99.26
#13	100	99.94	100	100	99.94
#14	98.8	---	100	100	98.8
#15	98.8	100	100	100	98.8

Figur 2.2: Suksessrater for de forskjellige kombinasjonene i figur 2.1

mottaker vil oppnå bedre ytelser enn det som er presentert her. I tillegg kan man også bruke ett komposittsignal laget av E5a og E5b, E5ab. Dette signalet kan brukes til å kompensere for interferens og raskere lås på signalet. Dette signalet har også større båndbredde og mindre støy. Dette gjør at man kan bruke dette signalet i det første steget, noe som vil føre til en høyere suksessrate ved bruk av MCAR algoritmen [32].

2.3 ALTERNATIV METODE FOR LØSNING AV FLERTYDIGHETENE

Det er flere metoder som er foreslått for å kunne nyttegjøre seg av bærebølgemålinger for å finne posisjon. Her skal vi se nærmere på en metode som er patentert i 2005 og presentert i [7]. Den er spesielt beregnet for løsning av flertydighetene over lange avstander. Metoden bruker både kode og bærebølgemålinger på tre frekvenser. På denne måten kommer man frem til en løsning for flertydighetene som er korrigert for refraksjon og som omgår problematikken som er relatert til den lille frekvensforskjellen på L2 og L5 båndet. Metoden skiller seg fra andre metoder ved at den ikke stiller noe krav til å løse ut flertydighetene ved L1, L2 og L5 bærebølgene. Isteden brukes en støyete widelane som er korrigert for ionosfærisk refraksjon. Denne er dannet av to av de tre fasedifferansmålingene man kan danne med L1, L2 og L5. Selv om widelane kombinasjonen er støyete er det mulig å glatte den ved bruk en kombinert måling som er refraksjonskorrigert og har mye mindre støy. Siden man ikke løser ut flertydighetene stegvis med avtagende bølgelengde er man ikke beheftet med feil på grunn av klokkeforskjellene på de forskjellige frekvensene slik som man kan risikere i MCAR. Siden man går for en geometrifri tilnærming når man individuelt løser ut flertydighetene fjerner man troposfærerefraksjonen som feilkilde, [7].

I det etterfølgende presenteres en forenklet presentasjon av metoden. Ligningene tar ikke hensyn til differensiering mellom mottakerne, dette kan gjøres i teorien, men på grunn av feil og forskjeller på kode og fasemålinger er vanskelig i praksis. Ligningene tar heller ikke til hensyn til differensiering mellom satellittene, dette kan føre til klokkefeil i praksis siden klokkene i satellittene ikke er nøyaktig synkronisert.

2.3.1 Algoritmen

Første steg i prosessen med å finne posisjonen er å finne en fasemåling med lite støy og som er korrigert for refraksjon slik at man kan lage minst to widelanes. I prosessen bruker man fase og kodemålinger på tre frekvenser, f_a , f_b og f_c . Så må man løse ut flertydigheten for disse. Kodemålingene P_a og P_b for de to første frekvensene er

$$P_a = \rho + I/f_a^2 \quad (2.11)$$

$$P_b = \rho + I/f_b^2 \quad (2.12)$$

her er ρ den geometriske avstanden, inkludert feilen på grunn av troposfæren, mellom satellitt og mottaker. I er avstandsfeilen på grunn av den ionosfæriske refraksjonen. På samme måte kan vi sette opp ligningene for fasemålingene:

$$\Phi_a = (\phi_a + N_a)c/f_a = \rho + I/f_a^2 \quad (2.13)$$

$$\Phi_b = (\phi_b + N_b)c/f_b = \rho + I/f_b^2 \quad (2.14)$$

her er N det ukjente antall hele bølgelengder på frekvens f_a eller f_b og c er lyshastigheten. Ved å beregne et frekvensvektet snitt av ligning 2.11 og 2.12 kan man redusere flerveisstøyens påvirkning av kodemålingene og danne nye ligninger som beskriver avstandens avhengighet av ionosfærefraksjonen:

$$\bar{P}_{ab} = \frac{f_a P_a + f_b P_b}{f_a + f_b} = \rho + \frac{I}{f_a f_b} \quad (2.15)$$

Denne frekvensvektede kodemålingen tilsvare ionosfærefeilen på widelane fasedifferansmålingen:

$$(\phi_a - \phi_b)\lambda_{a-b} + (N_a - N_b)\lambda_{a-b} = \rho + \frac{I}{f_a f_b} \quad (2.16)$$

her er λ_{a-b} bølgelengden til differansfrekvensen.

Differensiering av ligning 2.16 fra ligning 2.15 og så dele dette på λ_{a-b} gir et uttrykk for widelane flertydigheten:

$$N_{a-b} = N_a - N_b = \frac{\bar{P}_{ab}}{\lambda_{a-b}} - (\phi_a - \phi_b) \quad (2.17)$$

Siden flertydigheten til widelane kombinasjonen ikke varierer så lenge man har faselås kan man middle denne verdien over tid. Dette vil føre til at nøyaktigheten øker med tid. Denne glattingen kan gjøres med et filter.

$$N'_{a-b,n} = \frac{1}{n}(N_{a-b} - N'_{a-b,n-1}) + N'_{a-b,n-1} \quad (2.18)$$

der n indikerer graden av glatting og droppes i etterfølgende ligninger. Etter glatting kan denne verdien settes inn i 2.16 og dermed får man løst ut flertydigheten til widelane kombinasjonen:

$$\Phi_{ab} = (\phi_a - \phi_b + [N'_{a-b}\lambda_{a-b}]_{avrundet}) = \rho + \frac{I}{f_a f_b} \quad (2.19)$$

Hvor mye glatting som skal til for å være sikker på at man har riktig løsning i ligning 2.18 er en funksjon av bølgelengden til differansfrekvensen. Jo lengre denne er jo raskere kan man være sikker på at man har riktig løsning.

Det siste leddet i ligning 2.19 gir feilen på grunn av refraksjon i ionosfæren og må fjernes. Det første steget for å fjerne dette leddet er å lage enda en fasemåling av typen som er i ligning 2.19 med en av de tre primære fasemålingene. Bare to av de tre mulige widelane kombinasjonene er uavhengige. Derfor er det mest fornuftig å bruke de to kombinasjonene som gir største widelane da disse trenger minst tid på å løse ut flertydighetene. Med antagelsen at $f_a > f_b > f_c$ burde man derfor benytte seg av f_b og f_c når man skal danne ny widelane. Dette gjøres på samme måte som ligningene i det overnevnte og man får dermed:

$$\Phi_{bc} = (\phi_b - \phi_c + N'_{b-c})\lambda_{b-c} = \rho + \frac{I}{f_b f_c} \quad (2.20)$$

Når man har funnet løsningen av N_{a-b} og N_{b-c} kan man finne N_{a-c} ved å summere de første to. Ligning 2.19 og 2.20 har forskjellig ionosfærisk innvirkning på grunn av at de er dannet med forskjellige frekvenser. Man danner da en lineær kombinasjon av disse to som da vil være ionosfærekorrigert:

$$\Phi_{RK} = \frac{f_a}{f_a - f_c}\Phi_{ab} - \frac{f_c}{f_a - f_c}\Phi_{bc} = \rho \quad (2.21)$$

Ligning 2.21 gir det ønskede resultatet, en løsning for flertydigheten som ikke er påvirket av ionosfæren.

Som nevnt vil kombinerings av frekvenser i widelane føre til økt støy. Denne støyen vil også føre til en posisjonsfeil på samme måte som flerveisstøy og ionosfæren. Det er derfor viktig og minimere denne støyen. Støy økningen er uavhengig av hvilke to av de tre mulig widelane-kombinasjonene man bruker for korrigering av refraksjonen. Antar man at det var mulig å løse flertydighetene på hver enkelt fasemåling, vil hver av de tre refraksjonskorrigerte widelane-kombinasjonene gi samme ekvivalente ligning når de er løst for flertydighetene:

$$\Phi_{RK} = \frac{f_a^2}{(f_a - f_b)(f_a - f_c)} \Phi_a + \frac{f_b^2}{(f_b - f_a)(f_b - f_c)} \Phi_b + \frac{f_c^2}{(f_c - f_a)(f_c - f_b)} \Phi_c = \rho \quad (2.22)$$

Ved å velge L1 og L5 som henholdsvis f_a og f_c kan man studere støyen som en funksjon av middelfrekvensen f_b . Støy glattingen her presenteres med to størrelser på støyen. Først antas at støyen er en cm i hver av fasemålingene når skalert med bølgelengden, så vil man anta 19° på fasemålingene for hver av frekvensene. Skalering av feilene med bølgelengden gir en støy på henholdsvis 1.0, f_a/f_b og 1.34 cm. Disse tallene er ganske pessimistiske, men er tenkt for å ta høyde for flerveisstøy.

Den forventede støyen blir kvadratroten av summen av kvadratet av hver av koeffisientene i ligning 2.22, vektet med tilhørende støy. Figur 2.3 viser resultatstøyen for tre valg av middelfrekvens når støyen er satt til en cm på hver frekvens. Man ser at Galileos E6 gir betydelig bedre resultater enn GPS' L2. Når man antar at støyen er 19° på fasen til hver av frekvensene ser man i figur 2.4 at E6 gir enda bedre resultater enn L2. RSS gir den estimerte støyforsterkningen for primærmålingene.

Mid. Freq.	C1	C2	C3	RSS
GPS L2	17.89	-84.71	67.82	109.98
Galileo E6	20.97	-53.88	33.91	67.03
1.3299 GHz	25.34	-46.94	22.61	57.94

Figur 2.3: Støy som en funksjon av valg av f_b , fasestøyen er en cm for hver bærebølgestøyen er en cm for hver bærebølge, [7]

Mid. Freq	wC1	wC2	wC3	RSS
GPS L2	17.89	-108.71	90.82	142.78
Galileo E6	20.97	-66.38	45.41	83.11
1.3299 GHz	25.34	-55.61	30.27	68.20

Figur 2.4: Støy som en funksjon av valg av f_b , fasestøyen er 19° for hver bærebølgestøyen er 19° for hver bærebølge, [7]

Man kan bruke en bærebølgemåling til å glatte den andre. Kodemålinger er som regel glattet ved bruk av fasemålinger, på samme måte kan widelane-kombinasjonen i ligning 2.20 også glattes og dermed redusere støyen vesentlig. For å glatte tar man i bruk en refraksjonskorrigert fasemåling med minst mulig støy. Antar man støy tilsvarende en cm på hver fasemåling kan man finne den refraksjonskorrigerte kombinasjonen som har minimum støy ut fra tre betingelser. Innfører man koeffisientene a , b og c som man bruker til å multiplisere opp de primære fasemålingene får man et ligningssett:

$$a + b + c = 1 \quad (2.23)$$

$$a/f_a^2 + b/f_b^2 + c/f_c^2 = 0 \quad (2.24)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = \min \quad (2.25)$$

Ligning 2.23 sikrer at man ikke skalerer avstandsmålingene. Ligning 2.24 fjerner refraksjonsfeilen, mens ligning 2.25 minimerer støyforsterkningen. Løser man ut c ligning 2.23 får man:

$$c = 1 - a - b \quad (2.26)$$

Settes dette inn i ligning 2.24 og løser ut b og forenkler får man:

$$b = \frac{f_a^2}{f_a^2 - f_c^2} - a \frac{f_a^2(f_b^2 - f_c^2)}{f_b^2(f_b^2 - f_c^2)} \quad (2.27)$$

$$b = F_a - aF_b \quad (2.28)$$

Setter man så inn uttrykkene for b og c fra ligning 2.26 og ligning 2.28 inn i ligning 2.25 kan vi lage et uttrykk for variabelen v som man ønsker å minimere:

$$v = (1 - 2F_a + 2F_a^2) - 2a(1 - F_a - F_b + 2F_aF_b) + 2a^2(1 - F_b + F_b^2) \quad (2.29)$$

deriveres ligning 2.29 med hensyn på a , og setter lik 0 får man:

$$a = \frac{1 - F_a - F_b + 2F_aF_b}{2(1 - F_b + F_b^2)} \quad (2.30)$$

Mid. Freq.	a	b	c	RSS
GPS L2	2.3269	-0.3596	-0.9673	2.546
Galileo E6	2.2691	-0.0245	-1.2446	2.588
1.3299 GHz	2.1065	0.3135	-1.4200	2.560

Figur 2.5: Optimale koeffisienter for fjerning av ionosfærisk refraksjon, [10]

Verdiene for b og c kan nå finnes med tilbake substitusjon i ligning 2.28 og 2.26. I figur 2.5 ser man verdiene for a , b og c med de forskjellige alternativene for middelfrekvensen i GPS. Dette viser at om de primære flertydighetene kan løses vil L2 frekvensen til GPS gi mindre støy i forbindelse med fjæring av refraksjonsstøyen. Definerer man Φ_M som den refraksjonskorrigerede verdien med minst støy får man:

$$\Phi_M = a\Phi_a + b\Phi_b + c\Phi_c \quad (2.31)$$

her er Φ_a , Φ_b og Φ_c fasemålingene på de forskjellige bæreølgene skalert med deres bølgelengde og flertydighetene estimert.

Både verdiene fra ligning 2.21 og 2.31 inneholder en verdi for den refraksjonskorrigeret avstand. Differensieres disse får man et uttrykk for flerveisstøyen på de tre frekvensene og en konstant feil på grunn av feil flertydighet brukt i ligning 2.31. Dermed fås

$$O = \Phi_{RK} - \Phi_M \quad (2.32)$$

Glattes O i et filter vil verdien nærme seg den negative verdien av feilen i ligning 2.31. Glatter forskyvningen er gitt av:

$$S_n = \frac{1}{n}(O - S_{n-1}) + S_{n-1} \quad (2.33)$$

der n øker med en for hver målepeke.

Verdien fra ligning 2.33 kan settes inn i ligning 2.31 for å gi en refraksjonskorrigeret fasemåling med stadig økende nøyaktighet. Denne kalles Φ_g og kan uttrykkes ved:

$$\Phi_g = \Phi_M + S_n \quad (2.34)$$

Viss støyen kan antas hvit, vil den forventede støyen i ligning 2.34 minske fra støyen gitt i ligning 2.21 og 2.22 til støyen i ligning 2.31. Støyen vil avta med $1/\sqrt{n}$. Men støyen er dominert av flerveisstøy som ikke er hvit. Støymidling avhenger av autokorrelasjonsfunksjonen til flerveisstøyen og målestøyen i mottakeren. En autokorrelasjonsfunksjon som initielt er positiv vil føre til at midlingen av støyen vil gå saktere enn om støyen hadde vært uavhengig. Men etter en stund blir autokorrelasjonsfunksjonen negativ og støyen midles ut raskere enn ved uavhengig støy. En fordel med fasemålinger, til forskjell fra kodemålinger, er at støyen på fasemålinger har en lik fordeling av positive og negative bidrag slik at de vil midles ut over tid. Resultatet av dette er at reststøyen etter 15-30 minutter vil nærme seg noen få cm.

2.4 CASCADING INTEGER RESOLUTION

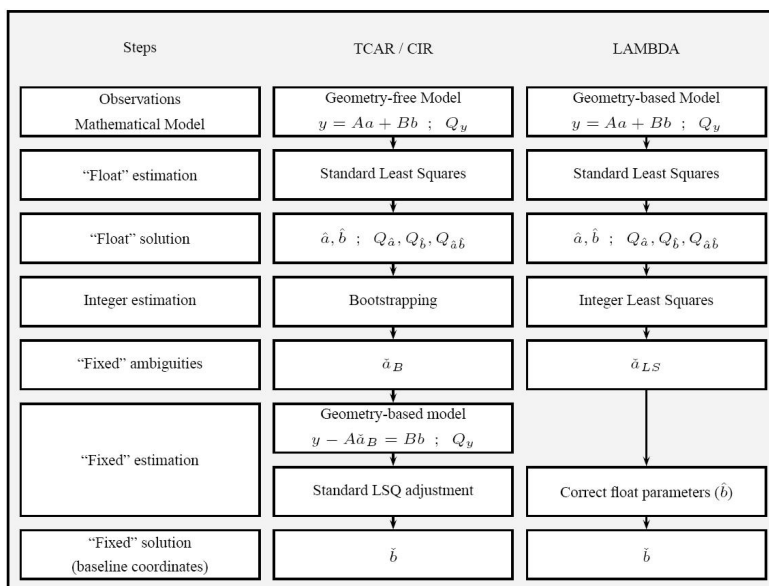
CIR er en mange metoder for flertydighetsløsning vil her bare bli gjennomgått i all enkelhet da metoden er veldig lik TCAR og MCAR.

Fremgangsmåten i CIR er hovedsaklig den samme som i TCAR. Man starter med en ekstra bred widelane dannet av L2 og L5. Denne kombinasjonen har en bølgelengde på 5.86 m og flertydigheten løses ved å avrunde flyttallsverdien til nærmeste heltall. Så lager man en widelane-kombinasjon av L1 og L2, denne har en bølgelengde på 0.86 meter. Flertydigheten til denne kombinasjonen finnes også gjennom avrunding til nærmeste heltall. I det siste steget bruker metoden informasjonen fra de fåregående to stegene og bruker denne informasjonen til å løse ut flertydigheten på en frekvens, vanligvis L5. Her også brukes avrunding. På denne måten er CIR et eksempel på en geometrifri metode som løser ut flertydigheten som heltall gjennom såkalt "bootstrapping".

2.5 SAMMENLIGNING AV LAMBDA, TCAR OG CIR

Kvalitetskontroll har alltid vært et viktig tema innenfor dataprosessering i GNSS. Nå som Galileo og modernisert GPS snart er en realitet er det av stor interesse å analysere den forventede kvaliteten til de individuelle systemene og hvordan de vil fungere i et kombinert system. Det er mulig å gjøre en slik analyse selv om man ikke har noe sikre design parametere å forholde seg til [10]. De parametrene man ønsker å analysere er størrelser for intern og ekstern pålitelighet samt nøyaktighet og integritet. Siden Galileo gir nye muligheter med tanke på flere signaler er det utviklet mange nye metoder for å kunne utnytte dette, spesielt med tanke på løsning av flertydighetsproblemet. Noen av disse metodene er gjennomgått tidligere i dette kapittelet. Foreløpig er det spesielt LAMBDA, CIR og TCAR/MCAR som er mye omtalt i litteraturen på temaet flertydighetsløsning. Vi skal her se på noen av forskjellene i disse systemene. Først er det interessant å se på de konseptuelle likhetene og forskjellene, samt hvilke antagelser som er involvert i de forskjellige metodene. Det er også interessant å se på metodene numerisk med tanke på kompleksitet og beregningstyngde. Til sist er det interessant å se på ytelsene til metodene med tanke på sannsynlighet for å finne korrekt løsning.

Man kan starte med en konseptuell sammenligning. Metodene er forskjellig på flere måter. Flertydighetsproblemet i TCAR og CIR er alltid basert på en geometrifri modell, mens LAMBDA kan brukes til en hvilken som helst modell brukeren ønsker å bruke



Figur 2.6: Eksempler på metoder for å oppnå nøyaktige parametere, for eksempel koordinater, ved bruk av integer flertydighetestimeringsteknikker, [10]

for å løse et problem. En geometrifri modell er en modell der man kun benytter seg av avstander mellom satellitt og mottaker, dette forklares nærmere senere i avsnitt 10.2. I LAMBDA brukes all informasjonen i modellen, dette er viktig siden brukeren av metoden til sist er interessert i geometrisk informasjon, altså koordinater.

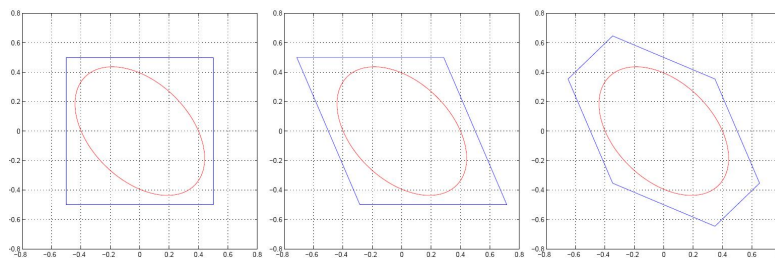
Bruker man den relative geometrien mellom satellitt og mottaker kan ytelsene til flertydighetsløsningen økes betydelig [10]. Alle tre metodene utfører et dekorrelasjonssteg, men av forskjellige årsaker. I TCAR og CIR er dekorrelasjonen nødvendig for å øke sannsynligheten for å finne riktig løsning. LAMBDA, som er basert på MKM-estimatoren, vil alltid finne den mest sannsynlige løsningen. Dekorrelasjonssteget i LAMBDA er kun for å optimalisere effektiviteten til beregningene. Generelt er dekorrelasjonen i LAMBDA mye bedre enn de forhåndsdefinerte dekorrelasjonene som brukes i TCAR og CIR. Dette betyr også at LAMBDA er egnet for et hvilket som helst heltallsestimeringsproblem, uavhengig av frekvensene som brukes og uavhengig av antall frekvenser som brukes. Dermed kan LAMBDA også brukes i hybridsystemer der man kombinerer GPS/Galileo. Generelt er dekorrelasjonen i LAMBDA mye bedre enn de forhåndsdefinerte dekorrelasjonene som brukes i TCAR og CIR. Dette betyr også at LAMBDA er egnet for et hvilket som helst heltallsestimeringsproblem, uavhengig av frekvensene som brukes og uavhengig av antall frekvenser som brukes. Dermed kan LAMBDA også brukes i hybridsystemer der man kombinerer GPS/Galileo.

Når man skal sammenligne de forskjellige estimatorene er det mest opplagt å se på ytelsene. Det mest opplagte er å se på sannsynligheten for korrekt estimering av flertydighetene, også kalt suksessrate. Jo høyere sannsynligheten er for å finne riktig løsning, jo bedre er ytelsene til estimatoren. Suksessraten er gitt av:

$$P(\tilde{a} = a) = \int_{S_a} p_{\tilde{a}}(x) dx \quad (2.35)$$

her er $p_{\tilde{a}}(x)$ san

Man kunne kanskje forvente at at jo mer pull-in området ligner på sansynlighetstett-



Figur 2.7: Eksempel på 2-dimensjonale pull-in områder for heltalls avrunding (til venstre), bootstrapping (midten) og heltalls MKM (høyre). Ellipsene representerer flertydighetenes sannsynlighetstetthetsfunksjon, [10]

hetsfunksjonen (se figur 2.7), jo større er suksessraten. I virkeligheten er integralet i ligning 2.35 vanskeligere å evaluere. Bootstrapped estimatoren har en nok så enkel sannsynlighetsfunksjon som kan skrives:

$$P(\check{a}_B = a) = \prod_{i=1}^n [2\Phi(\frac{1}{2\sigma_{i|I}}) - 1] \quad (2.36)$$

med

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}v^2} dv \quad (2.37)$$

Standardavvikene, $\sigma_{i|I}$ kan finnes som kvadratroten av verdiene i diagonalmatrisen D som er en dekomposisjon av varianskovariansmatrisen.

Når det kommer til ytelsene til disse metodene er det bevist at LAMBDA er den metoden som maksimerer sannsynligheten for korrekt løsning av flertydighetsproblemet [23]. Som en følge av dette vil LAMBDA alltid ha like bra eller bedre sannsynlighet for å finne korrekt løsning, sammenlignet med de andre estimatorene. Med bakgrunn i dette er det rettferdiggjøre bruk av LAMBDA metoden for å løse flertydighetsproblemet i GNSS, [10].

Beregningstyngden ved bruk av LAMBDA er betydelig større enn ved bruk av TCAR og CIR. Dette skyldes for det første at LAMBDA må utføre dekorrelasjonen ved Z-transformering, mens for TCAR og CIR er dette kjent på forhånd. For det andre må LAMBDA gjennomføre et heltallssøk, dette skjer etter bootstrapping slik at man kan finne størrelsen på ellipsoiden som gir grensene for heltallssøket. Både TCAR og CIR finner løsningen på heltallsproblemet etter et på forhånd gitt antall steg, mens for LAMBDA er dette ikke tilfellet. Dette kan i teorien være et problem for sanntidsapplikasjoner, men i praksis har ikke dette vist seg å være et problem [23].

I en geometribasert modell vil et økende antall satellitter føre til at mottakeren kan benytte seg av en bedre satellitt-motaker geometri, men samtidig vil man få flere flertydigheter å løse ut. Et økende antall satellitter er en betydelig mer positiv effekt enn den negative effekten med flere flertydigheter. Dette er en fordel for LAMBDA som kan benytte seg av denne bedre geometrien, det kan ikke TCAR og CIR [23].

2.6 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 2

Som nevnt er det mange metoder man kan bruke for å løse flertydighetsproblemet. Noen metoder baserer seg også på kombinasjoner av de overnevnte. LAMBDA meto-

den er en av de mest omtalte metodene, dette da den er ansett som den beste metoden for å løse det problemet en mottaker har med å løse flertydighetsproblem. Det er likevel interessant å se på andre metoder og mulighetene som ligger i de enkelte eller i kombinasjoner av de. Blant annet er det spennende å se om man i fremtiden ikke trenger å måtte søke igjennom kandidater til riktig løsning, slik at man kan finne riktig løsning direkte. Med Galileo og moderisert GPS kommer bedre signaler, bedre geometri og reduserte størrelser på flere av de mest fremtredende feilkildene. Det blir derfor meget interessant å se hvilke ytelser de forskjellige metodene vil kunne gi i de fremtidige systemene.

På bakgrunn av at man i dette kapitlet fant at LAMBDA metoden er den best egnede til flertydighetsløsning vil metoden bli studert nærmere senere i oppgaven og LAMBDA metoden vil bli brukt til simuleringer.

WIDE AREA REAL TIME KINEMATIC

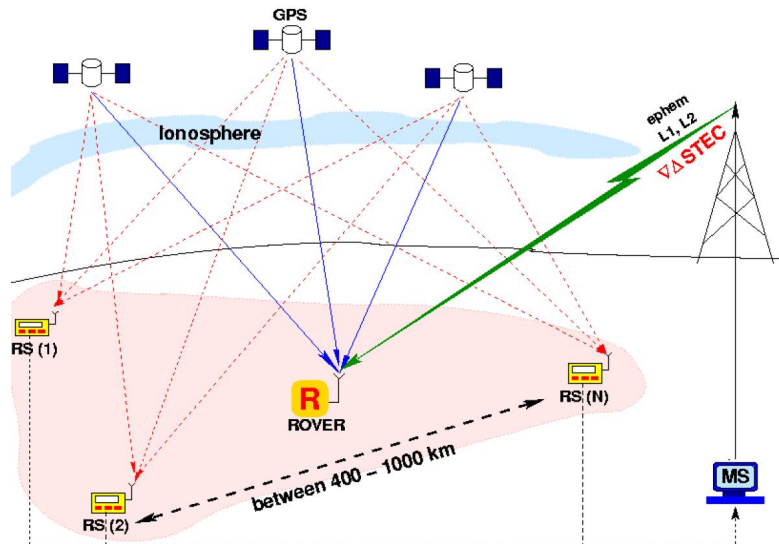
3.1 INNLEDNING

I nær framtid vil brukere av GNSS få tilgang på de nye systemene Galileo og modernisert GPS. Det er store forventninger til disse systemene med tanke på hvilke forbedringer de vil ha i forhold til dagens GPS. Potensialet for høye suksessrater og integritet ved instantan løsning av flertydighetene er noe av det viktigste disse systemene vil bringe med seg. De fremtidige systemene vil likevel være påvirket av de samme feilkildene som dagens systemer, men forskjellen ligger i hvor godt systemet kan minimere disse. Om man ikke får fjernet ionosfæren vil man også i fremtiden være begrenset til noen titalls kilometers avstand fra referansestasjonen om man ønsker å oppnå cm-nøyaktighet.

Mange av de teknikkene som er foreslått for instantan løsning av flertydighetene baserer seg på TCAR metoden. Men ytelsene til TCAR algoritmen er begrenset av dekorrelasjonen av den ionosfæriske refraksjonen med økende avstand fra referansen. Det er foreslått mange metoder for å korrigere for dette. Noen av disse metodene blir presentert senere i oppgaven. En metode som har vist seg å fungere bra i dagens GPS er en tomografisk modell av ionosfæren som er utviklet ved det tekniske universitetet i Katalonia. Denne metoden blir presentert i kapittel 6. Denne modellen gir mottakeren muligheten til å benytte seg av ionosfæriske observasjoner fra et nettverk av referansestasjoner. Denne modellen skal hjelpe mottakeren til å kunne løse steg 3 i TCAR metoden korrekt. I dette steget er det viktig at den ionosfæriske feilen ikke er større enn en halv bølgelengde.

3.2 SYSTEMET

Systemet er basert på et nettverk av referansestasjoner som alle benytter seg av to eller flere frekvenser i fremtiden. Nettverket har en oppbygning som vist i figur 3.1. Disse målingene vil kunne brukes til å gi mottakeren differensielle sanntidskorreksjoner. Dette vil gi mottakeren muligheten til å kunne løse flertydighetsproblemet i sanntid. Spesielt viktig er ionosfære korreksjonene, disse vil bli sendt til mottakeren slik at mottakeren kan benytte de for eksempel TCAR algoritmen. Dette gjør at selve WARTK algoritmen blir meget enkel og gir meget liten beregningstynge for mottakeren. Samtidig vil dette nettverket fylle rommet mellom cm-nøyaktighets systemer som baserer seg på en referansestasjon og metersnøyaktighets systemene som baserer seg på satellitter som kringkaster korreksjoner. WARTK-algoritmen vil kunne gi sub desimeter nøyaktighet over flere hunder kilometers avstander.



Figur 3.1: WARTK systemet, [12]

3.3 YTELSEER

Det er gjort mye forskning på ytelsene til WARTK algoritmen i GNSS-2. Tre frekvenser vil gi mottakeren flere målinger slik at man muliggjør instantan løsning av flertydighetene samt at flere målinger gir muligheten for å kunne gi et bedre estimat på den ionosfæriske refraksjonen. Det er den ionosfæriske refraksjonen som begrenser ytelsene til WARTK, og man er derfor systemets måte for å minimere denne feilen som er avgjørende.

3.4 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 3

Det er ventet at de nye systemene vil gi mulighet for instantan løsning av flertydighetene. Mange av studiene som er gjort av WARTK baserer seg på på en tomografisk modell av ionosfæren for å kunne gi mottakerne mulighet til å korrigere for den differensielle ionosfæriske refraksjonen. Med denne metoden er det forventet at man skal skal kunne beregne posisjonen med et minimalt krav til beregningskraft i mottakeren. Den tomografiske modellen gjør det mulig å løse flertydighetsproblemet med cm-nøyaktighet for avstander over 100km [11].

FUGRO STARFIX XP OG HP

4.1 INNLEDNING

Det finnes idag en rekke systemer som tilbyr brukerne god posisjonsnøyaktighet. Disse systemene tilbyr forskjellig grad av nøyaktighet og dekningsområde. Tjenestene blir brukt i mange forskjellige applikasjoner, blant annet er offshoreindustrien en stor del av kundemassen. Her brukes systemene blant annet til posisjonering av boreskip, rigger, plattformer og i seismikk. Dette er applikasjoner som stiller høye krav til nøyaktighet, noe som er vanskelig å oppnå når man opererer med lange avstander til nærmeste referanse slik man gjør offshore. Fugro er en av de store aktørene innenfor presisjonsnavigasjon. De leverer tjenester til et stort antall klienter i et verdensomspennende marked. Her gis en kort presentasjon av systemstruktur og ytelser til Fugros Starfix XP og HP.

4.2 SYSTEMSTRUKTUR

Fugros Starfix XP og HP tjeneste er et sammensatt system. Brukerne benytter seg av en tofrekvens GPS mottaker og differensielle korreksjoner mottatt fra en eller flere kommunikasjonssystem, for eksempel Inmarsat, MiniDome eller Spotantenne.

Systemet gir en nøyaktighet på 10 cm i horisontalplanet og 15 cm i vertikalretningen [28]. Starfix systemet er laget for å gi mottakerne tilnærmet samme nøyaktighet uavhengig av hvor de befinner seg på jorden og uavhengig av avstand til nærmeste referansestasjon. Tradisjonelle differensielle systemer bruker en referansestasjon som beregner avstanden til alle satellitter den får inn. Så sammenlignes målt pseudoavstand med beregnet avstand mellom den kjente posisjonen til referansen og satellitten slik at man kan finne en korreksjon. Denne korreksjonen blir gradvis dårligere jo lengre bort fra referansestasjonen man beveger seg. Starfix systemet har fjernet denne avstandsbegrensningen ved å benytte en teknikk kjent som satellitt differensiell GPS (SDGPS). Et eksempel på SDGPS er EGNOS der differensielle korreksjoner blir sendt til mottakerne via en satellittlink isteden for en radiolink på jorden. Bane og klokkekorreksjoner blir beregnet kontinuerlig for hver satellitt ved hjelp av Fugros globale nettverk av referansestasjoner. Disse korreksjonene blir så sendt til brukerne av systemet som kan bruke disse korreksjonene på en hvilken som helst posisjon. Lokale ionosfæriske og troposfæriske feil blir korrigeret hos mottakeren ved bruk av en tofrekvens GPS mottaker, mens flerveisstøy og mottakerstøy blir redusert ved bruk av bærebølgemålinger.

Kvalitetskontroll er en av de viktigste delene av et slikt system. Derfor er det viktig at både referansestasjonene og brukerne kontrollerer nøyaktigheten i de differensielle dataene. Det er også viktig å ha redundans i et slikt system slik at man til en hver tid

har en alternativ DGPS løsning systemet kan ta i bruk. Selv om systemet har en global dekning er nøyaktigheten fremdeles avhengig av avstand til nærmeste referanse. Dette gjør at det er vanlig å sette opp ekstra referanser i nærheten av områder der det er bruk for ekstra nøyaktighet. Dette kan for eksempel være i nærheten av oljefelt eller områder der jordovervåkning er viktig, slik som i California.

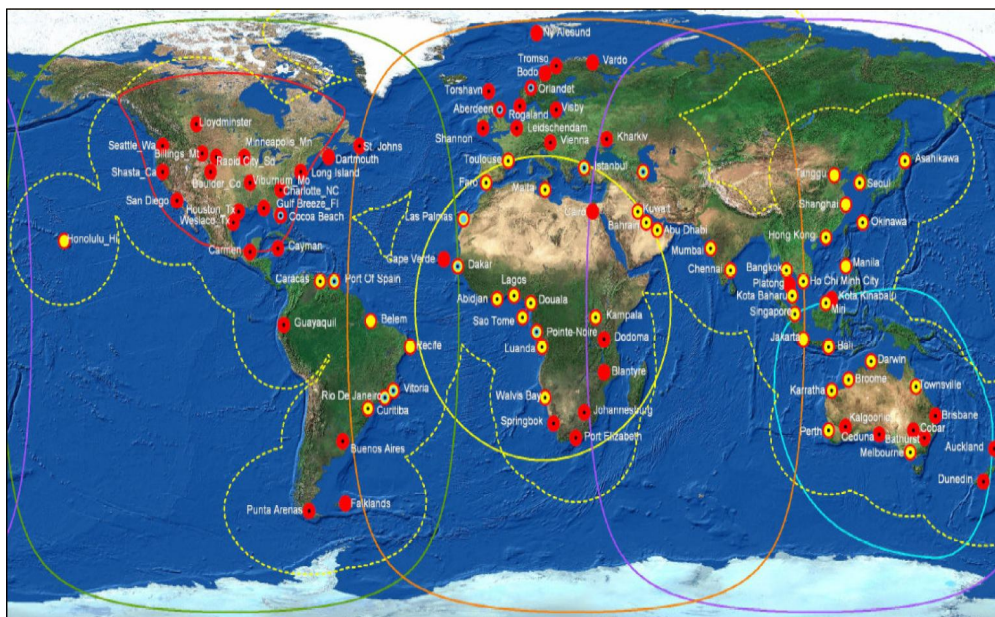
4.3 YTELSER OG FEILKILDER

Med Starfix systemene sine sier Fugro at de kan tilby desimeternøyaktighet i over hele jorden. Her skal vi se på noen av de parametrene som inngår i systembeskrivelsen. Man antar at nøyaktigheten i GPS, for kodemålinger, ligger på 5 – 10 meter, mens for i et system som Starfix XP har kodemålinger en nøyaktighet på 0.1 – 0.2 meter. For et differensielt system med en referanse ligger nøyaktigheten på kodemålinger på omtrent 0.02 meter innen en radius på 25 km fra referansen. For et system med et nettverk er nøyaktigheten den samme, men man kan ha en avstand til nærmeste referanse på opptil 70km. Starfix HP er et slikt referansesystem og har en nøyaktighet på rundt 0.1 meter for avstander opp til 1000 km til nærmeste referanse.

Det er mange begrensende faktorer i et slikt navigasjonssystem. Det finnes måter for å minimere eller redusere innvirkningen fra de fleste av disse. I utgangspunktet er det ionosfæren som står for det største bidraget i den totale feilen, men når man har tilgang på 2 frekvenser har man en mulighet til å korrigere for mesteparten av denne effekten. Man står da igjen med andre feilkilder som da blir mer gjeldene. Blant annet er troposfæren, baneparametere, klokke og flerveisstøy feilkilder man da må ta hensyn til. Av de overnevnte er klokke og banefeil de letteste å korrigere, mens flerveisstøy og troposfæren fremdeles forblir et problem i differensielle systemer. Det er vanlig å dele troposfæren i en tørr og en våt del, den tørre delen er grei å modellere står for en feil på ca 2.5 meter, mens den våte delen står for en feil på 0.2 – 0.3 meter og er vanskelig å modellere. I tillegg har man også støy på selve målingene, disse feilene består hovedsaklig av flerveisstøy. Et annet problem med slike systemer er at filtrene som beregner korreksjonene ofte trenger meget lang tid på å svinge inn på riktig løsning. For Starfix systemet oppnår man 10 – 20 cm nøyaktighet først etter 45 – 60 minutter [1].

Starfix XP systemet gir brukeren tilgang på bane og klokke data, mens HP gir brukeren data fra referansestasjonen som ionosfære og troposfære korreksjoner. Dette gjør at mottakeren kan korrigere for mesteparten av feilkildene man har i satellitnavigasjon. Som nevnt er det viktig at mottakeren har oppdaterte korreksjoner å benytte seg av. I Starfix er det vanlig at mottakerne får oppdateringer hvert 10 – 25 sekund.

Det knyttes også store forventninger til hvilke muligheter framtiden vil bringe for slike system. Det er blant annet ventet at Galileo og moderniseringen av GPS vil mer nøyaktige posisjoner, spesielt i høyde, som en følge av bedret geometri. Samtidig vil de nye signalene med bedre støyegenskaper gjøre det mulig for navigasjonsfiltrene konvergere mot korrekte verdier mye raskere slik at oppstartstiden kan reduseres betydelig. Dette gjør at systemet også raskere vil finne tilbake til korrekte korreksjonsverdier etter et tilfeller der systemet faller ut.



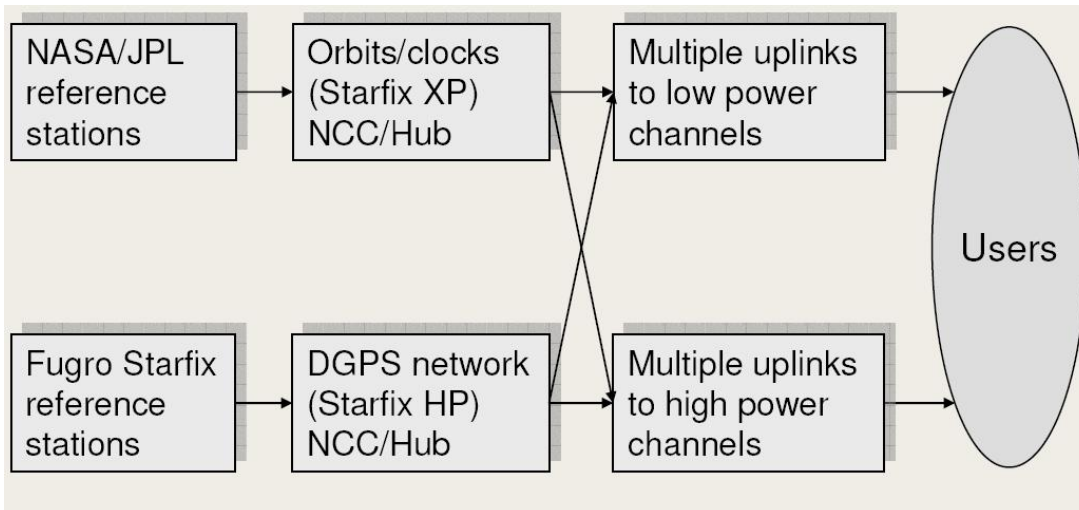
Figur 4.1: Fugros nettverk av referansestasjoner og dekningsområder for de forskjellige satellittsystemene som distribuerer de differensielle korreksjonene. Rød er enfrekvens, mens gul er tofrekvens. Svart prikk indikerer HP. Gul stiplet linje indikerer 2000 km til nærmeste referansestasjon, [1]

4.3.1 Jet Propulsion Laboratory

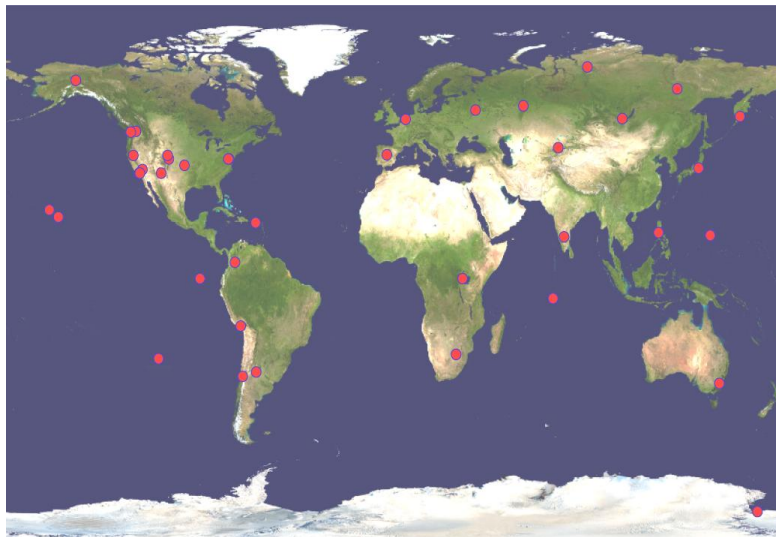
Starfix HP benytter seg av Fugro's DGPS nettverk, mens Starfix XP benytter seg av data fra referansenettverket til Jet Propulsion Laboratory, JPL. I figur 4.3 ser man plasseringen av JPL's referansestasjoner. Disse referansene gir Fugro tilgang på nøyaktige klokke og banekorreksjoner. JPL/NASA har det største globalt dekkende nettverket av stasjoner som følger navigasjonssatellitter, dette kalles global differensiell GPS, GDGPS. Nettverket følger dagens GPS signaler på både L1 og L2. På grunn av et stort antall kontrollstasjoner har systemet stor redundans, dette gjør at systemet kan ha sømløs og robust dekning. Dataene som kontrollstasjonene samler inn blir sendt til dataprosesseringssentrene via flere kommunikasjonskanaler slik at man har redundans i alle ledd, figur 4.2 viser et flytdiagram for distribueringen av korreksjoner. I 2006 var det 3 slike senter hvor dataene prosesseres til sanntids differensielle korreksjoner for klokke og baneparametere som kan benyttes av GPS mottakere verden over. Forsinkelsen fra kontrollstasjonen mottar navigasjonssignalet til korreksjonene blir sent fra prosesseringssentrene er omtrent 5 sekunder. Integritetsovervåking har enda mindre forsinkelse. De differensielle korreksjonene blir sendt til kundene via flere kanaler slik som nevnt over. Det er også vanlig at kundene mottar data fra flere prosesseringssentre parallelt, dette da redundans i alle ledd er meget viktig siden oppstartstiden om systemet faller ut er meget lang. Dette vil være katastrofalt og meget dyrt for kunder som for eksempel seismikkbransjen der mange timers arbeid vil bli ødelagt om man mister posisjonering.

4.4 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 4

Blant flere tilbydere har vi her sett på hvilke ytelser og begrensninger som ligger i Fugro Starfix. Systemet er meget interessant da det representerer de systemene denne



Figur 4.2: Flytdiagram for distribueringen av korreksjonsdata i Starfix-systemet, [1]



Figur 4.3: JPL's nettverk av referansestasjoner, [1]

oppgaven omhandler. Vi har her sett at nøyaktigheten ligger på rundt 10 cm for slike system med dagens systemstruktur. Vi skal i de etterfølgende kapitlene se litt mer nøye på de feilkildene som er med på å begrense nøyaktigheten til 10 cm og hva som eventuelt er mulig å gjøre for å bedre nøyaktigheten ytterligere.

KAPITTEL 5

FEILKILDER I GNSS

5.1 INNLEDNING

Tradisjonelt er det ionosfæren som står for det største feilbidraget i GNSS, denne feilkilden kan reduseres med forskjellige metoder. For mottakere som kan benytte seg av to eller flere frekvenser eller som er i et differensielt system blir ionosfærefeilen så liten at andre feilkilder blir mer gjeldene. Det er da primært flerveisstøy som står for det største bidraget, men også troposfæren og mange andre kilder blir i sum et betydelig problem. Kan man ikke korrigere disse feilene vanskeliggjør de korrekt løsning for posisjon, men disse andre feilkildene vil også påvirke mottakerens mulighet til å korrigere for ionosfæren ved hjelp av to eller flere frekvenser. Dette da en mottaker kun får et samlet feilbidrag og ikke har en mulighet til å skille mellom de forskjellige bidragene. Vi skal i dette kapittelet se på noen av de viktigste feilkildene å hva som gjøres for å korrigere disse og hvor stor feilen fra hvert bidrag er etter korreksjon. Dette er viktig for å kunne ha begrunnede verdier for feilstørrelser man ønsker å ta med i senere simuleringer.

5.2 TROPOSFÆREN

Satellittsignaler på L-båndet blir utsatt for refraksjon også i de lavere delene av atmosfæren som består av tørre gasser, hovedsaklig O_2 og N_2 . Mesteparten av vanndampen finner man under 4 km høyde over havet. Øvre grense for vanndamp er 12km. De tørre gassene derimot finnes opp til hundrevis av kilometers høyde. Omtrent $3/4$ av gassene i atmosfæren befinner seg i troposfæren og strekker seg til 16km høyde over ekvator og 9km over polene. Refraksjonen til de atmosfæriske gassene er $n \approx 1.0003$ ved havnivå og går mot 1 jo høyere man kommer i troposfæren [18]. Hastigheten til navigasjonssignalene er lavere enn lyshastigheten slik at avstanden til satellitten fremstår som lengre enn den er i virkeligheten, typisk fører troposfæren til en avstandsfeil på 2.5 – 25 meter avhengig av elevasjonen til satellitten [18]. Når et satellittsignal går gjennom atmosfæren vil det påvirkes av både ionosfæren og troposfæren. Som vi vet er ionosfæren dispersiv og man kan derfor korrigeres for ved bruk av to eller flere frekvenser. Dette er ikke tilfellet for troposfæren da den ikke er frekvensavhengig. Man trenger derfor å finne en korreksjonsmetode som er så nøyaktig som mulig slik at man kan ta høyde for troposfærens påvirkning av signalet når man skal beregne posisjonen.

Det er vanlig å dele opp troposfæren i en tørr og en våt del. Den tørre består for det meste av forskjellige gasser, mens i den våte delen er det primært vanndamp som skaper refraksjon. Den våte og den tørre refraktiviteten for en gitt posisjon kan finnes ut fra forskjellige modeller. Det enkleste er å bruke gjennomsnittsverdier basert på tidligere målte verdier. Men en gjennomsnittsverdi vil den være for unøyaktig til å kunne gi et

bra estimat til bruk ved fasemålinger der man ønsker høy nøyaktighet. Man kan derfor ønske å bruke sanntidsmålinger fra for eksempel værstasjoner i nærheten av mottaker eller nøyaktige målinger av trykk, temperatur og fuktighet av mottakeren selv. Størrelsen på den troposfæriske refraksjonen er avhengig av temperaturen og tettheten til gassen som signalet brer seg i. Tettheten er funksjoner av trykket til de tørre gassene og vanndampen. Blandingen av tørre gasser avhenger av breddegrad, sesong, høyde over havet og er relativt stabil. Innholdet av vanndamp er det største problemet når det kommer til å beregne refraksjonen i troposfæren. Vanndamp er veldig avhengig av lokale værforhold og kan endre verdi raskt. Det er derfor veldig heldig at 90% av refraksjonen i atmosfæren skjer i den tørre og lettere modellerte delen av atmosfæren. Bare 10% av refraksjonen skjer i den våte delen av atmosfæren [18].

Det finnes mange modeller som man kan bruke for å finne troposfæriske verdier. I senit kan bidraget fra den tørre delen av troposfæren modelleres med en nøyaktighet i mm-området ved hjelp av nøyaktige trykkmålinger ved jordoverflaten. Bidraget fra den våte delen av troposfæren i senit er dessverre ikke like lett å modellere da bidraget dra denne delen avhenger av fordelingen av vanndamp langs signalveien som er meget variabel. Bruker man modeller for troposfæren vil man ha en feil på ca 1-2 cm for den våte delen, mens bruk av gjennomsnittsverdier basert på metrologiske data gir en feil på 5-10 cm [18]. For mange områder kan den troposfæriske korreksjonen fra referansestasjonen brukes over lengre avstander til mottakeren, dette gjelder for områder der man har lite lokale variasjoner. Et eksempel på dette er en ørken, her er det stort sett samme temperatur og luftfuktighet over store områder. Mens for kystområder kan man oppleve store forskjeller over relativt korte distanser. For det første er temperaturen på land som regel høyere enn den er ute på sjøen. En annen forskjell er at man ofte får regnfall der fuktige luftstrømmer fra havet møter land.

I [15] bruker de data fra meteorologiske målestasjoner i nærheten av referansestasjonene. Bruk av slike målinger gjør at man får mer nøyaktige verdier for de troposfæriske effektene da disse effektene er svært tids og posisjonsavhengige. Blant flere mulige modeller for troposfæren, be de enig om å bruke Langley og Collin modellen for troposfæren. Denne modellen gir ut verdier for både den tørre og våte delen av troposfæren, samtidig hadde modellen også gode ytelser for lave elevasjonsvinkler. Denne modellen er basert på:

$$\Delta t_{tropo} = \frac{-(d_{dry} + d_{wet})m(El_i)}{c} \quad (5.1)$$

her er $m(El_i)$ en mapping funksjon og c er lyshastigheten. En mappingfunksjon brukes til å gjøre trospsfæreforsinkelsen, som ofte er gitt for senit elevasjon, gyldig for andre elevasjonsvinkler.

Langley og Collins modellen skrives på bakgrunn av dette som:

$$d_{dry} = \left(1 - \frac{\beta H}{T}\right)^{\frac{g}{R_d \beta}} z_{dry} \quad (5.2)$$

og

$$d_{wet} = \left(1 - \frac{\beta H}{T}\right)^{\frac{(\lambda+1)g}{R_d \beta} - 1} z_{wet} \quad (5.3)$$

for henholdsvis den tørre og den våte delen av troposfæren for senitvinkel. Her er g gravitasjonsakselerasjonen, R_d er gasskonstanten or tørr luft, h er den geodetiske høyden til mottakeren i meter, T er temperaturen i Kelvin ved havnivå og β er temperaturfallet i K/m, λ er raten konsentrasjonen av vanndamp avtar med.

Det er viktig at mappingfunksjonen er så enkel som mulig med tanke på prosessering, men den skal også gi så gode nøyaktigheter som mulig. De ble da enig om bruk av en funksjon laget av Black og Eisner:

$$m(El_i) = \frac{1.001}{\sqrt{0.002001 + \sin^2(El_1)}} \quad (5.4)$$

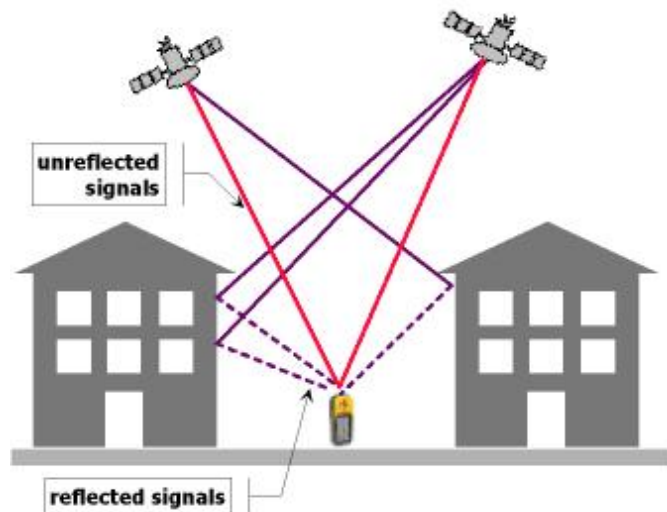
gyldig for $El_i > 5^\circ$

Dette er bare en av mange metoder for å korrigere for troposfæren. Det er lite tvil om at sanntidsmålinger så nære mottakeren som over hodet mulig er det mest optimale. Dette er ikke alltid mulig og man blir i mange tilfeller derfor avhengig av å kunne benytte seg av en modell. I [3] sammenlignes verdier for den troposfæriske refraksjonen målt på IGS sine referansestasjoner/målestasjoner med verdier funnet med forskjellige modeller. Dette gir da et godt bilde på en situasjon der en mottaker befinner seg så langt fra en mottaker at den er nødt til å benytte seg av andre korreksjoner enn det den får fra referansestasjonen. De modellene som presenteres har alle en rms feil på over 14 mm, noe som må anses som meget nøyaktig troposfærens natur.

Sammenligner man ionosfæren og troposfæren er den største forskjellen, i et GNSS perspektiv, det faktum at ionosfæren er dispersiv. Dette gjør at troposfæren er vanskeligere å korrigere for, men heldigvis er det slik at den troposfæriske refraksjonen varierer mye langsommere enn variasjonen i den ionosfæriske refraksjonen. Ionosfæren kan variere meget raskt både over tid og posisjon. Variasjonen i troposfærefraksjonen er stort sett avhengig av variasjonen fordelingen av vanndamp langs signalveien. Som nevnt ovenfor er denne varierende delen bare 10% av den totale troposfæriske refraksjonen slik at variasjoner i den våte delen ikke gir store endringer i signalforsinkelsen. En annen forskjell er at den ionosfæriske refraksjonen ikke øker like raskt med avtagende elevasjon som den troposfæriske refraksjonen. Typiske verdier for økningen av forsinkelsen for troposfæren er 2 for 30° , 4 for 15° , 6 på 10° og 10 for 5° . Dette da lengden på signalveien gjennom troposfæren øker betydelig mer med lavere elevasjon enn signalveien gjennom ionosfæren gjør. Dette fører til at en forsinkelse i senit på 5-10 cm vil vokse til .5-1 meter for 5° elevasjon. Troposfærefraksjonen gjør det derfor enda viktigere å bruke satellitter med høy elevasjon.

5.3 FLERVEISSTØY

Flerveisstøy er et problem som oppstår når et signal når en antenne via to eller flere signalveier. Antennen mottar et direkte signal og et eller flere signaler som har blitt reflektert mot mottakeren, se figur 5.1. Et reflektert signal er som regel svakere enn det direkte signalet, men ankommer ikke mottakeren samtidig som det direkte signalet. Problemet er oppstår da mottakeren måler på et signal der signalet er en sum av det direkte signalet, reflekterte og forsinkede utgaver av seg selv, noe som da vil gi interferens. Avstandsmålefeilen på grunn av flerveisstøy avhenger av signalstyrken på det direkte signalet i forhold til de reflekterte signalene. Flerveisstøy påvirker både kode og fasemålinger, men størrelseforskjellen på de to er stor. Problemet kan bekjempes primært ved valg av antennekonstruksjon og ved å sørge for at det er så lite reflekterer som mulig i nærheten av mottakerantennen, sistnevnte er vanskeligere å realisere. For statiske målinger er det vanlig å bruke såkalte chokering antenner for å fjerne signaler som kommer inn mot antennen fra uønskede retninger, det vil si fra retninger der signalet mest sannsynlig er en refleksjon. Det er også mulig å bruke antenner der



Figur 5.1: Et signal kan nå en antenne via flere signalveier

man elektronisk kan styre hovedloben til antennen, for eksempel en patcharray antenne. Denne vil gjøre det mulig å tilpasse strålingsdiagrammet til antennen slik at den kan brukes på steder der andre antenner ville fått inn uønskede reflekterte signal. Man kan også fjerne noe av flerveisstøyen med signalprosessering i mottakeren. Signalet har også innebygget beskyttelse mot flerveisstøy gjennom spredtspektrum teknikken. Dette fordi signaler som er forsinket mer enn 1.5 chipplengder blir undertrykket automatisk i korrelatoren. For dagens GPS vil dette si reflekterte signaler med forlenget signalvei lengre enn 500 meter for C/A-koden og 50 meter for P(Y)-koden. Av dette ser vi at det er en stor fordel for kodemålinger å ha så høy chiprate som mulig. For fasemålinger vil flerveisstøyen kunne føre til feil i størrelsesorden 1-5 cm. For fasemålinger kan ikke målefeilen være større enn en hel bølgelengde [18], dette er faktisk ikke verre enn en kvart bølgelengde. For en antenne som mottar to signaler, et direkte og et reflektert signal med faseskift $\Delta\phi$ og dempet amplitude α , blir mottatt signal, S_{tot} :

$$S_{tot} = A\cos(\phi) + \alpha A\cos(\phi + \Delta\phi) \quad (5.5)$$

Feilen på grunn av flerveisstøy i fasemålinger blir da:

$$\delta\phi = \arctan\left(\frac{\sin(\Delta\phi)}{\alpha^{-1} + \cos(\Delta\phi)}\right) \quad (5.6)$$

For $\alpha < 1$, i verste tilfelle, blir $\delta\phi = 90^\circ$. Det vil si at feilen på fasemålinger på grunn av flerveisstøy blir ikke større enn en kvart bølgelengde vis det reflekterte signalet har mindre amplitude enn det direkte signalet.

For å fjerne feilkilder som støy er det vanlig at mottakeren står i ro slik at den kan midle mange målinger og på den måten øke nøyaktigheten. Står en mottaker i ro vil ikke flerveisforholdene endre seg slik at flerveisstøyen vil forbli konstant. For å gjøre noe med dette kan man bevege antennen slik at den beveger seg i forhold til refleksjonspunktene. På denne måten oppnår man at fasen til det reflekterte signalet vil endre seg kontinuerlig i forhold til det direkte signalet, dermed har man en Dopplereffekt mellom de to. Båndbredden til frekvensforskjellen på det direkte og det reflekterte signalet kalles fadingbåndbredden. Vis denne båndbredden er stor sammenlignet med følgesløyfebåndbredden vil flerveisstøyen reduseres til null i en koherent forsinkelseslåt sløyfe, [13].

En måte for å lage en kunstig bevegelse er å bruke en antenne der antenne strukturen blir beveget mekanisk eller ved elektronisk styring, på denne måten oppnår man Dopplerskift mellom den direkte og de reflekterte signalene. Denne bevegelsen kan modelleres slik at mottakeren likevel kan midle over flere verdier. Et problem med denne metoden er om bevegelsen til antennen er null i forhold til refleksjonspunktet, da vil man miste Dopplereffekten mellom signalene. Man bruker derfor å bevege antennen i en sirkel slik at sansynligheten for at dette problemet skal minimeres.

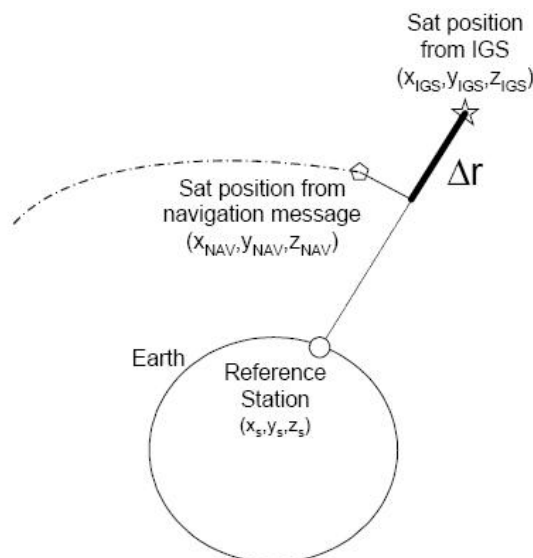
5.4 EPHEMERIS OG KLOKKE

Klokkefeil og banefeil som ikke blir korrigert vil gi feil i avstandsberegningen. Klokkefeil kommer av at klokkene i satellittene ikke er helt nøyaktige og de vil også drifte noe i over tid. Banefeil kommer av flere forskjellige årsaker. Blant annet er soltrykk, varierende gravitasjonspåvirkning fra jorden og månens tiltrekningskraft alle med på å påvirke satellittens bane.

Efemeris og klokke parameterne som mottakeren får fra satellittene er beregnet av kontroll/bakke-segmentet til satellittnavigasjonssystemet. Beregningene gjøres på bakgrunn av målinger gjort på monitorstasjoner plassert på forskjellige steder på jorden. Parameterne beregnes av et Kalmanfilter som genererer tilstanden til satellittens hastighet og posisjon. Filteret genererer også tilstander for fasefeil, frekvensfeil og frekvensdrift. En prediksjonsmodell genererer efemeris og klokke parameterne som blir lastet opp i satellittene. Disse blir sendt med navigasjonsmeldingen til mottakerne. Det er feil forbundet med både estimeringen av parameterne og predikteringene av verdiene til fremtidige verdier av parameterne. Prediksjonsfeilen øker med "age of data" (AoD), som er tiden siden sist oppdatering av parameterene. Slik at jo oftere man oppdaterer parameterne og jo bedre modeller man bruker jo mindre blir feilene som kan kobles til kontrollsegmentet. Den delen av rms-avstandsfeilen som skyldes klokke og efemerisparameterene er begrenset til 6 meter for Precise Positioning Service (PPS) i GPS [18], men det er vanlig å oppnå under 3 meter for GPS Blokk IIF satellitter.

Efemerisfeilen blir vanligvis dekomponert i 3 koordinater; radial, tangensielt parallelt med hastighetsvektoren og tangensielt på tvers av hastighetsvektoren. Når man estimerer en bane er det den radiale feilkomponenten som er minst. Feilkomponentene langs de to andre aksene kan være flere ganger større. Dette er en fordel da en feil i pseudoavstandsmålingen er projeksjonen av satellittens posisjonsfeil på en vektor mellom satellitten og mottakeren. Denne feilen blir da følgelig mest avhengig av den radiale komponenten da de to andre komponentene blir små når de projiseres ned på vektoren mellom satellitt og mottaker. Senere skal vi se at dette er motsatt for differensielle systemer. Avstandsfeilen på grunn av feil i klokke og efemerisparametere er definert som rms-feilen til klokkefeilen og synslinje komponenten av efemerisfeilen. Denne feilen blir estimert og fulgt av kontrollsegmentet til dagens GPS i sanntid innenfor 1 m rms. Kontrollsegmentet måler disse parameterne kontinuerlig og når de målte verdiene kommer utenfor en grenseverdi oppdateres parameterne som sendes til mottakeren via navigasjonsmeldingen [15].

Opgaven til IGS er å sammenligne efemerisdata fra IGS sine sp3 filer med den informasjonen som finnes i navigasjonsmeldingene fra hver satellitt. På denne måten kan man finne bane og klokkefeil. Denne feilen kan, som nevnt, beregnes som en vektor langs en linje mellom satellitten og mottakeren, se figur 5.2.



Figur 5.2: Feilvektor, [15]

Δr er projeksjonen av vektoren som kobler de to satellittposisjonene, den ene beregnet med IGS data og den andre med efemeris data. For å finne bane og klokke feilen (OCE, orbit and clock error) trenger man å legge til klokkefeilen. Dette gjøres ved å først beregne vektorene mellom mottaker og satellittposisjonen funnet ved bruk av IGS og efemeris data. Så beregner man projeksjonen av vektoren $\vec{r}(\vec{r}_{IGS} - \vec{r}_{NAV})$ på vektoren \vec{r}_{IGS} :

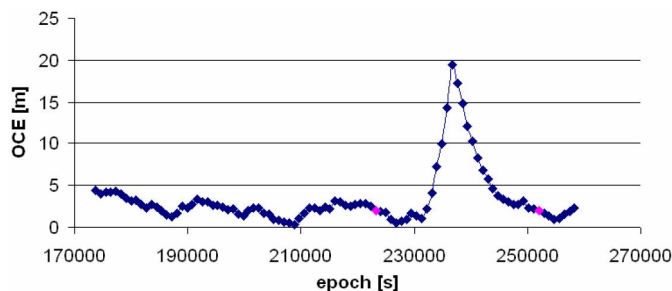
$$\Delta r = r_{IGS} - \frac{\vec{r}_{IGS} \cdot \vec{r}_{NAV}}{r_{IGS}} = r_{IGS} - r_{NAV} \cos \theta \quad (5.7)$$

hvor θ er vinkelen mellom r_{NAV} og r_{IGS}

OCE blir da:

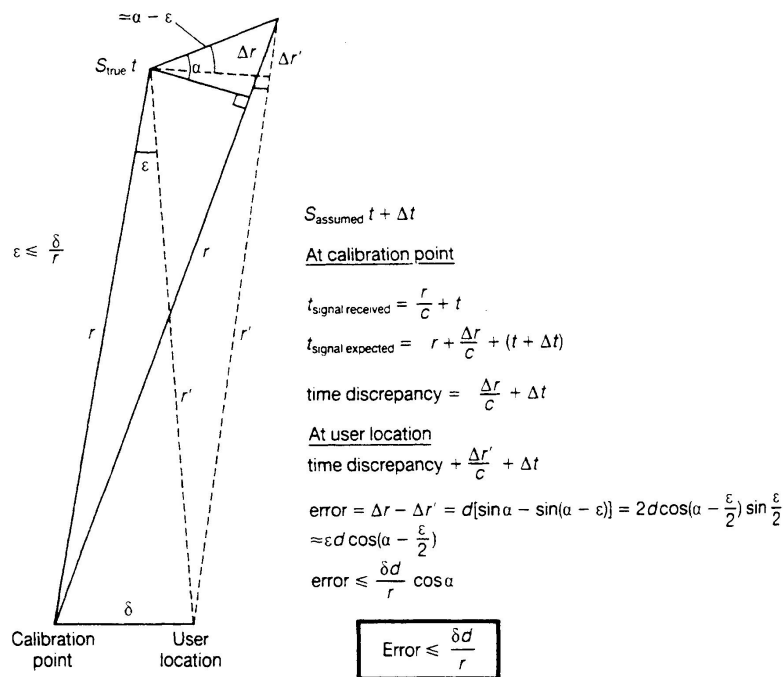
$$OCE = |\Delta r| + |(\Delta t)_{IGS} - (\Delta t)_{NAV}| \cdot c \quad (5.8)$$

IGS efemeris blir oppdatert hver 15. minutt slik at OCE kan ikke beregnes oftere enn dette uten tilnærming. Figur 5.3 viser OCE over en dag. Man kan se en topp i feilen på grafen i figur 5.3, denne kommer av at man manglet gyldig efemerisdata for det tidsintervallet.



Figur 5.3: OCE for en satellitt, [15]

For Galileo er det et systemkrav at den samlede klokke og banefeilen ikke skal være større enn 65 cm (1σ). Dette er betydelig bedre enn det som er presentert for dagens GPS ovenfor. Dette er mulig da Galileo systemet har et betydelig bedre bakkesegment som følger satellittene og brukerne av systemet får derfor bedre korreksjoner. Fra før vet vi at dobbeldifferanser fjerner klokke og banefeil hos mottakeren. Dette da man kan anta at korreksjonen referansen finner for signalveien mellom satellitt og referanse kan

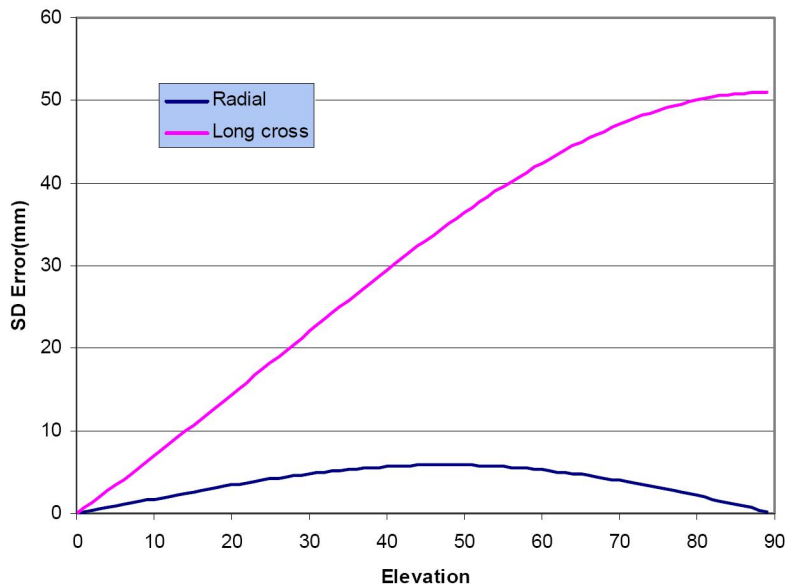


Figur 5.4: Utregning av ephemerisfeil i differensiell GNSS, [4]

brukes for signalveien mellom satellitt og mottaker så lenge mottakeren er i nærheten av referansestasjonen. Ephemerisfeilene har forskjellig innvirkning for forskjellige posisjoner da geometrien endrer seg når mottakeren endrer posisjon. Dermed har feil langs de tre aksene man oppgir satellittfeilene i, forskjellig innvirkning avhengig av geometrien mellom satellitt, mottaker og referanse. Maksimal feil får man når brukeren og referansen er i det samme planet som den korrekte og den gale posisjonen til satellitten. Som vi ser fra figur 5.4, er ephemerisfeilen i et differensielt system proporsjonal med avstanden mellom referanse og mottaker. Bruker man for eksempel GPS banehøyde, 1000 km mellom mottaker og referanse og OCE feil på 0.5 meter får man ut fra figur 5.4:

$$feil \leq \frac{\delta \times d}{r} = \frac{0.5 \times 1000000}{22000000} \approx 0.023[m] \quad (5.9)$$

Ut fra denne ligningen kan man finne at man trenger en OCE feil på under 0.2 meter for at en mottaker på 1000 km avstand skal kunne bruke OCE korreksjonen fra referansen med under 1 cm feil. Ser man på bidragene fra de forskjellige komponentene av OCE i et differensielt system er det veldig tydelig hvilken komponent som gir det største feilbidraget. Har man en 10 m feil på den langsgående eller på tvers gående komponenten vil dette gi en maksimumsfeil på 5 cm i senitretning for et nettverk der det er 100 km mellom referanse og mottaker. En feil langs den radiale retningen på 10 m vil gi et mye mindre feilbidrag og for den samme 100 km avstanden vil man ha en maksimumsfeil på 6 mm ved 45° elevasjon. Slik at med lengre avstander mellom satellitt og mottaker, samt høye elevasjonsvinkler vil referanse-mottaker-satellitt geometrien gi et betydelig bidrag til den totale feilen i et differensielt system. Figur 5.5 viser hvordan de forskjellige feilkomponentene spiller inn ved forskjellig elevasjon.



Figur 5.5: Feil i differensiell korreksjon av bane og klokke parametere som en funksjon av størrelsen på langsgående og radiell feil

5.5 ANTENNER OG FASESENTER

Vi skal i dette avsnittet se på noen av de utfordringene som oppstår når man skal designe en antenne som skal brukes i Galileo og modernisert GPS. Noe av fordelen med med GNSS-2 er at man kan bruke modernisert GPS sammen med Galileo. Derfor må antennen kunne benyttes for alle frekvensene som vil bli brukt. Antennen må være bredbåndet og for å kunne brukes i applikasjoner med høy nøyaktighet er det meget viktig at fasesenteret til antennen er stabilt og definert. Mottakerens posisjon er definert ved antennens fasesenter, skal man finne posisjonen med cm-nøyaktighet må man også ha tilsvarende kontroll på fasesenteret til antennen. For de fleste antenner er egenskapene definert ved bølgelengden for signalet. For Galileo, som kan bruke fire frekvenser, byr dette på store utfordringer. Dette fordi det er vanskelig å lage en antenne som er bredbåndet nok til å ta inn alle frekvensene med lik gain og med et definert fasesenter. Slike krav er det kun få antennestrukturer som oppfyller. Man kan løse problemet med enten en bredbåndet antenne eller en multibånd antenne. Må også velge mellom mekanisk eller elektrisk aperture.

I forbindelse med utviklingen av Galileo er det mange som er involvert i utviklingen av delsystemer. Mange av disse prosjektene ble støttet av "The Galileo Joint Undertaking" (GJU), som er startet av EU og ESA for ha kontroll med utviklingen av Galileo. Et av prosjektene på utvikling av antenne som lå under GJU er presentert i [25]. De presenterer en del krav til en antenne som skal benyttes i geodesi:

- Fasesenteret forflytter seg som en funksjon av asimut, denne variasjonen skal være mindre enn 5mm for en hver elevasjon over 10° . Under 10° er det vanskelig å holde forflytningen liten på grunn av at antennevinningen avtar raskt under denne elevasjonen.

- Fasesenteret varierer også som en funksjon av elevasjon, denne variasjonen skal være mindre enn 20mm for elevasjon over 10° .

- Båndbredden må være bredere enn båndet som signalene ligger i slik at man så flat



Figur 5.6: Forskjellige fasesenter for L1 og L2 for en satellittantenne

som mulig vinning for alle frekvensene. Båndbredden må være typisk 1100-1600MHz for å unngå at fasesenteret flytter utover de grensene som er gitt i overnevnte punkter.

-Vinningen må være større enn 3dBic i senit med en roll-off lavere enn 15dB for elevasjoner over 10° .

-Vinningen for elevasjoner under 0° må være så liten som mulig for å minske mottaket av reflekterte signaler. Minimum demping av signaler under 0° er 10dB.

-Fysiske parametere er viktig med tanke på at antennen skal kunne brukes i mobile applikasjoner og må kunne bæres av personer. Antennen bør også være av en slik struktur at den lar seg produsere og være vedlikeholdsfri.

Fasesenteret kan ses på som punktet der en antenne sender og mottar et signal. Dette punktet ligger ikke nødvendigvis på selve antenne strukturen, men kan ligge både inni og utenfor. Et stabilt fasesenter er et fasesenter som ikke endrer seg nevneverdig som funksjon av frekvens eller retning. I fjernfeltet fra en punktkilde brer signalene seg som sfæriske bølgefronter. Her vil sammenhengen mellom kilde og målt signal forbli konstant mens antennen roteres rundt fasesenteret. Derfor vil strålingsmønsteret i fjernfeltet være avhengig av fasesentrets forskyvning i forhold til rotasjonsentrum for antennen. Det er heller ikke mulig å realisere en antenne med et fasesenter som er begrenset til et punkt. Men det er mulig å konstruere antenner som har tilnærmet slike egenskaper over en begrenset båndbredde eller en del av strålingsmønsteret. Vinningen i en antenne er ikke gitt av fasen. Men de er bundet sammen gjennom det faktum at for å oppnå konstant fase trenger man også konstant vinning. Så om man ønsker å konstruere en antenne med tilnærmet konstant fasesenter, så må man konstruere en antenne som har konstant vinning over 360° i asimut og 90° i elevasjon.

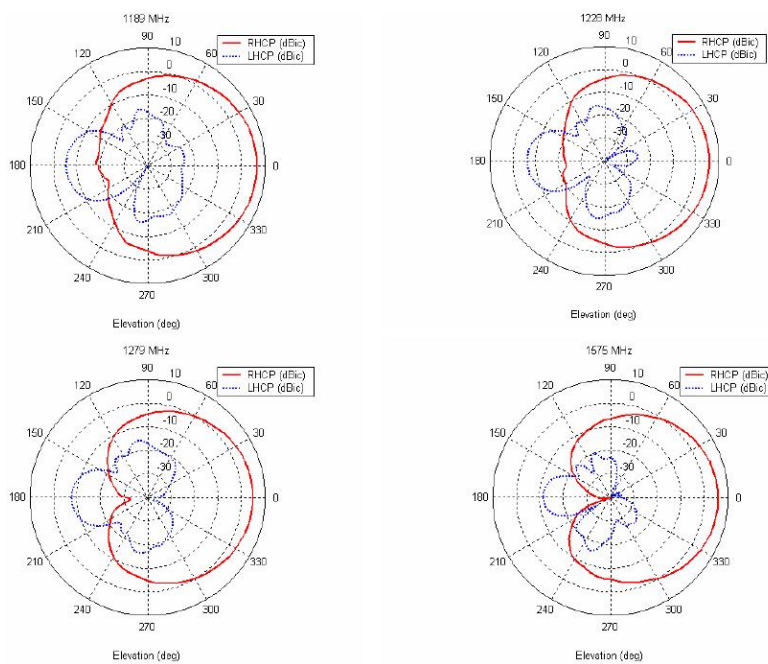
I [25] ble det presentert en del alternativ til antenner som alle kunne oppfylle kravene nevnt over. Men for å gjøre produksjonen så enkel som mulig ble en planar spiralantenne valgt. Spiralantennen er en antenne av typen som man kalles frekvensuavhengig og er dermed en bredbåndsantenne. Båndbredden er begrenset ned i frekvens av ytre diameter på antennen, og derfor størrelsen på selve antennen. Øvre frekvensgrense på antennen er begrenset av problemet med å lage små nok dimensjoner. Inne i båndet er strålingsmønsteret og impedanskarakteristikken relativt uavhengig av frekvens. Dette gjør at det er lettere å nå målet om så konstant som mulig vinning over frekvensbåndet og dermed også et stabilt fasesenter.

Antennen som ble foreslått i [25] kan ses i figur 5.7. Dette er en firearmet planar spiralantenne med en kavitet. Diameteren er 125 mm og kaviteten er 55 mm dyp. Selve



Figur 5.7: Spiralantenne for bruk med Galileo og modernisert GPS

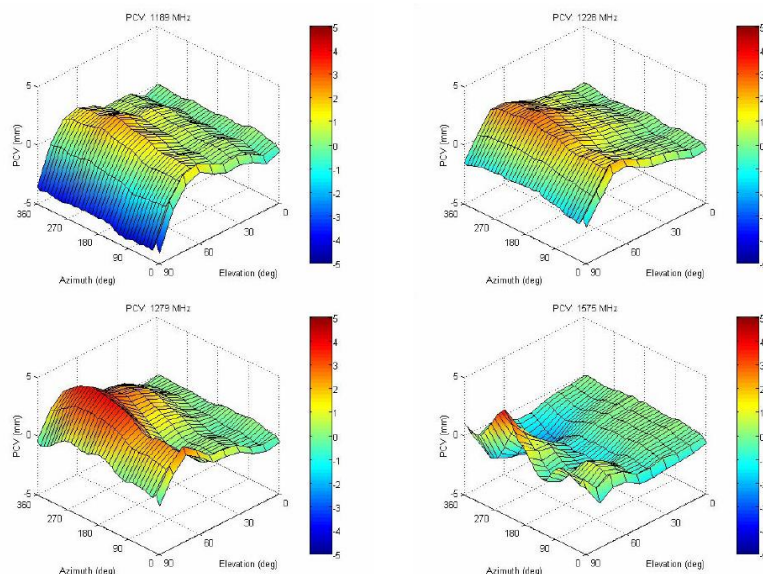
spiralen er 105 mm i diameter. Denne har vist seg å fungere bra ned til 1.1Ghz.



Figur 5.8: Antennevinning for 4 forskjellige frekvenser, [25]

I figur 5.8 ser vi hvordan antennevinningen varierer som funksjon av frekvens. Som man ser av figuren er antennen meget stabil vinning over det frekvensbåndet som blir brukt i GNSS-2. Der man ser den største forskjellen er hvor godt antennen klarer å undertrykke signaler med elevasjon under 0° . Som man kan forvente vil denne egenskapen være bedre jo høyere frekvens det er snakk om, men likevel ser man at antennen har egenskaper som er i overensstemmelse med de kravene som ble stilt over.

Figur 5.9 viser variasjonen i fasecenter som en funksjon av elevasjon og asimut relativt til et punkt mellom 7 og 10 mm under spiralen, altså inne i kaviteten. Mer nøyaktige målinger var ikke mulige på grunn av måleoppsettet i det ekkofrie rommet bruk for å måle på antennen i figur 5.7 slik at man ikke fikk noe nøyaktig svar på faseegenskape-



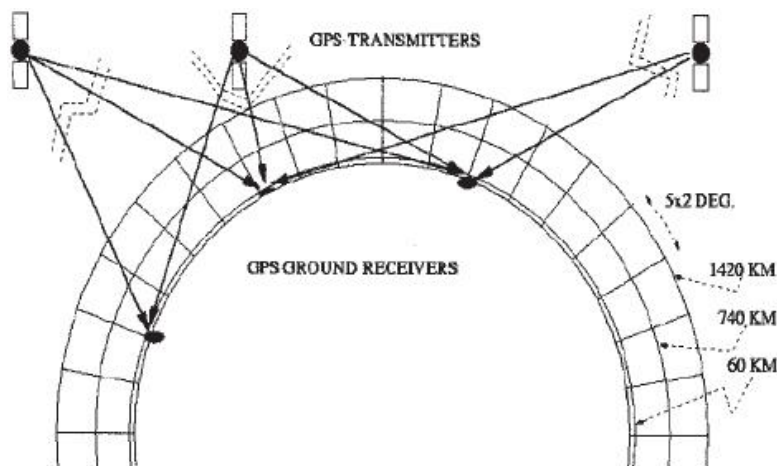
Figur 5.9: Variasjon i fasesenter for 4 frekvenser, [25]

ne. Men man kan se at fasesenteret ikke varierer mer enn det som var satt som krav i innledningen. Det er ikke gjort målinger på hvordan antennen tåler flerveissignaler. De fleste antenner er laget for å virke sammen med et stort jordplan og såkalte "chockerings" for å minimere flerveisstøy. Dette er en nødvendighet om antennen skal brukes innen geodesi andre systemer med høy nøyaktighet.

Den antennen som ble presentert her er bare en av mange strukturer som kan tilfredsstille de kravene som ble satt i starten av avsnittet, men som man ser er valg av mottakerantenne meget viktig. En antenne er helt klart en frekvensavhengig feilkilde, og det er derfor viktig å være klar over antenneegenskapene under utformingen av mottakeren slik at man så godt som eliminerer antennen som en feilkilde.

5.6 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 5

Vi har i dette kapitlet sett på de største feilkildene i GNSS. Det finnes effektive metoder for å minimere mange av feilene man har i et slikt system, mens troposfæren står igjen som den vanskeligste å håndtere. Ionosfærefeilen kan bli kraftig redusert ved å bruke to frekvenser, og denne feilkilden kan teoretisk fjernes ved hjelp av tre frekvenser, dette er ikke gjort ennå, men teorien rundt denne metoden blir presentert i kapittel 8. Klokke og banefeil kan elimineres ved hjelp av dobbeldifferensiering, men kan reduseres ved å bruke postprosessering og bruk av nøyaktige efemerisdata. Korreksjonene i et differensielt system dekorrelerer med avstand fra referansen, dette gjelder også banekorreksjoner, men for avstander opp til noen hundre km vil ikke dette være noe problem. Flerveisstøy kan reduseres ved å bruke spesielle antenner, her er det vanlig å bruke antenner som reduserer denne effekten, blant annet såkalte "chokering" antenner eller ved at mottakeren er i bevegelse. I tillegg kan mottakeren selv redusere noe av denne effekten ved hjelp av signalprosessering.



Figur 6.2: Når signalene går gjennom voxelne kan referansestasjonene over tid finne verdier for elektrontettheten i hver voxel, [20]

Steg 1: Modellen lages ved å bruke data fra referansestasjonene. Referansestasjonene kan finne en nøyaktig verdi for forsinkelsen til signalet. Forsinkelsen er avhengig av det totale antall elektroner langs signalveien. Det totale antallet elektroner langs en vertikal signalvei med en kvadratmeter tverrsnitt kalles Total Electron Content, TEC. STEC er antallet langs en signalvei som har en elevasjonsvinkel ulik 90 grader. Referansestasjonene kan finne STEC kontinuerlig og dermed kunne finne verdiene som settes i volumpikslene i figur 6.2. Som man ser i figuren er ionosfæren delt opp i to lag som igjen er oppdelt i tredimensjonale celler. Hver celle er 5×3 grader, og lagene strekker seg fra 60 – 740 kilometer og 740 – 1420 kilometer. Man benytter seg av et filter for å beregne elektrontettheten, som antas konstant under hvert beregningsintervall. Setter man $L1 = \lambda_1 \phi_1$ og $L2 = \lambda_2 \phi_2$, der ϕ er fasen og λ er bølgelengden kan man uttrykke den frekvensavhengige forsinkelsen gjennom ionosfæren for hver satellitt mottaker link. $LI = L1 - L2$ er proporsjonal med antall elektroner langs signalveien.

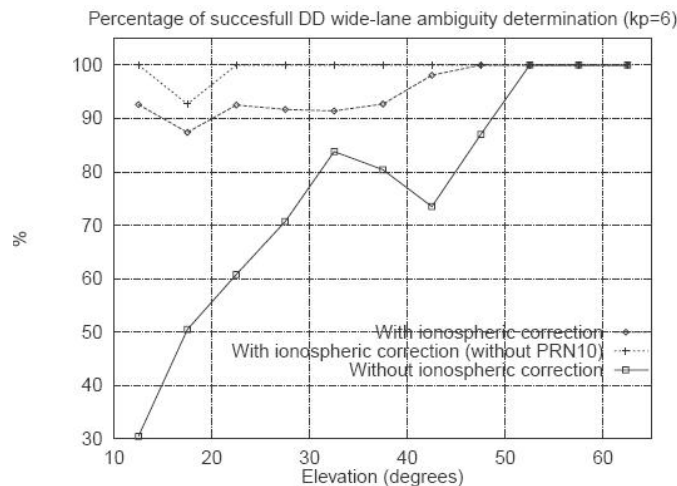
$$LI \approx \sum_i \sum_j \sum_k (N_e)_{i,j,k} \Delta s_{i,j,k} + \lambda_1 b_1 - \lambda_2 b_2 \quad (6.1)$$

Her er i, j og k indeksene til hver celle og angir lokalt tidspunkt, breddegrad og høyde. $(N_e)_{i,j,k}$ er elektrontettheten og $\Delta s_{i,j,k}$ er lengden på signalveien gjennom celle i, j, k . b_1 og b_2 er flertydighetene på hver frekvens. Parameterne finnes ved å bruke et Kalman-filter med 6 – 10 minutter lange intervall. Ved å sette passende verdier for egenskapene til de forskjellige leddene samt bruk av både kode og fase data får man gode estimat av ionosfæren.

Steg 2: Koordinatene til kontrollstasjonene er kjent med en cm-nøyaktighet. Dette gjør at man kan finne størrelsen på de ionosfæriske forsinkelsene med nøyaktighet i cm-området, [22]. Man kan så estimere nøyaktige avstander, korrigert med ionosfære- og troposfæremodell, mellom kontrollstasjonene og satellittene. Siden kontrollstasjonene opererer kontinuerlig vil også de troposfæriske og ionosfæriske korreksjonene oppdateres kontinuerlig. Dette gjør at filtrene i referansestasjonene har hatt god tid til å konvergere slik at en ny bruker i dekningsområdet kan få tilgang til korreksjonsdata nesten umiddelbart. Det som i størst grad begrenser bruken av denne metoden er elevasjonsvinkel. Under 20 grader blir det vanskelig å finne korrekte løsninger for den ionosfæriske refraksjonen [22].

Steg 3: For å finne den ionosfæriske korreksjonen mottakeren må bruke, interpolerer man målingene mellom kontrollstasjonene til målinger mellom kontrollstasjon og mottaker. Det vil si at mottakeren kan selv beregne STEC mellom seg og mottaker ved å beregne hvilke voxels signalet går gjennom og hvor langt signalet går i hver voxel.

En slik modell vil spesielt være nyttig for mottakere som ser mot satellitter med lave elevasjonsvinkler, fra [21] har vi figur 6.3 som viser dette. Figuren gir også et godt bilde på hvor stor innflytelse ionosfæren har da de ionosfæriske effektene blir betydelig større jo lengre signalene går gjennom ionosfæren.

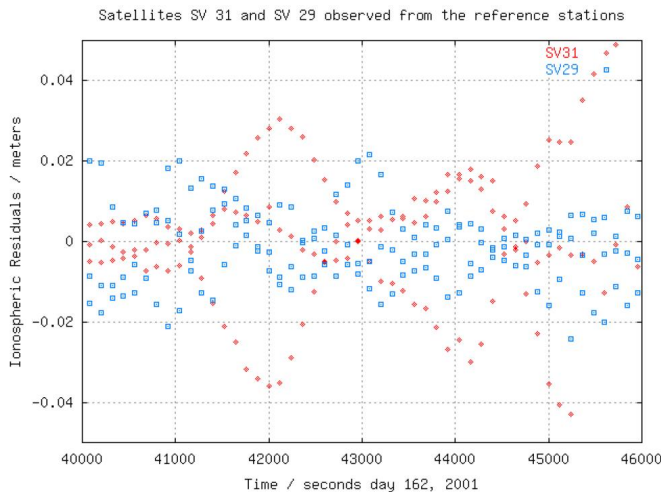


Figur 6.3: Her ser vi prosentdelen av korrekt dobbeldifferensløsning av flertydighetene som en funksjon av elevasjon til den laveste satellitten

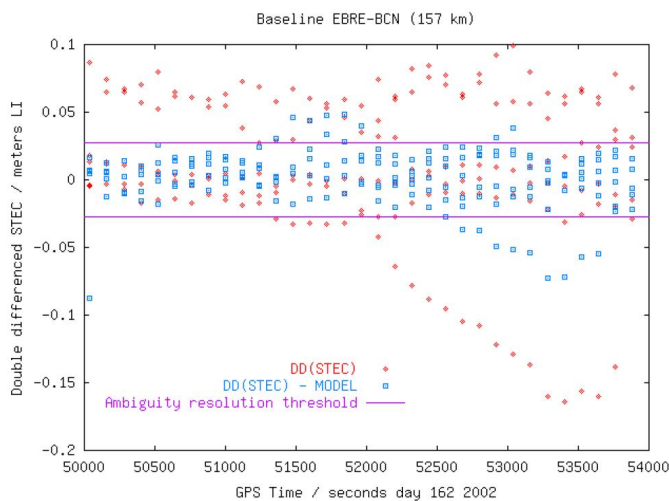
6.3 MODELLENS YTELSE

I [12] blir det gjort en del simuleringer og beregninger for wide area real time kinematic (WARTK). Figur 6.4 viser størrelsen på avstandsfeilene hos en referansestasjon. Det er disse målingene som brukes til å lage den tomografiske modellen.

Figur 6.5 viser hvor stor feilen blir hos mottakeren med og uten korrigerings av ionosfæren med den tomografiske modellen. I dette eksempelet har man en avstand på over 100km til nærmeste referanse. På figur 6.4 ser man at målingene til SV/PRN31 varierer mye. Dette skyldes vanskelige ionosfæriske forhold med ionosfæriske forstyrrelser. Verdiene for SV/PRN31 er unormalt høye, det er da viktig at man har metoder for å varsle mottakerne som som måler på satellitter med signalvei gjennom den delen av atmosfæren. Med WARTK oppnådde man i [12] nøyaktigheter på under 10 cm med avstander større enn 100 km fra den nærmeste referansestasjonen selv med veldig høy ionosfærisk aktivitet. Systemet tåler en vis ionosfærisk aktivitet, men kommer forsinkelsen over en terskelverdi vil man løse ut for feil antall bølgelengder. Denne terskelverdien er typisk en halv bølgelengde. I figur 6.5 er denne terskelverdien markert. Som man ser holder verdiene seg stort sett innenfor terskelverdien slik at løsning av flertydighetene er mulig. En TEC enhet (TECU) er ≈ 16 cm for L1, ≈ 26 cm for L2. For tidspunkt med høy ionosfærisk aktivitet er det vanskelig å lage en modell som vil gi en mottaker gode korreksjons data da de fort blir utdatert. Under slike forhold kan man forvente at predikerte verdier (5 min frem i tid) vil ha en nøyaktighet på $5.0 \sim 6.5$



Figur 6.4: Restfeil på grunn av ionosfæren hos referansestasjonene. Rødt for satellitt SV/PRN31 og blå for SV/PRN29



Figur 6.5: Dobbeldifferanse STEC verdier for roveren (rød) og restfeil etter korrigerings med informasjon om ionosfæren mottatt fra referansestasjonene

TECU i vertikal retning. For perioder med ekstrem ionosfærisk aktivitet kan man forvente at disse verdiene forverres med $2.0 \sim 3.0$ TECU [34]. I [21] fant de at nøyaktigheten til den tomografiske modellen av ionosfæren var bedre enn en TECU ved hjelp av dobbeldifferensiering. Dette gjør at det er mulig å løse ut flertydighetene over meget lange avstander og over 1000km mellom referansestasjonene.

6.4 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 6

Den tomografiske modellen er en av de mest nøyaktige modellene en mottaker kan bruke for å estimere STEC mellom seg og satellitt. Fordelen med modellen er at den baserer seg på sanntidsdata som referansestasjonene beregner elektrontettheten med. Likevel vil en mottaker ikke kunne anta ionosfærekorreksjonene som sanntidsverdier da referansestasjonene er nødt til å samle inn data, beregne og distribuere dataene til den enkelte mottaker og på denne tiden vil verdiene bli utdatert. Forsinkelsen vil ikke være stor, men ionosfæren har en hurtigvarierende karakteristikk som det vil være mu-

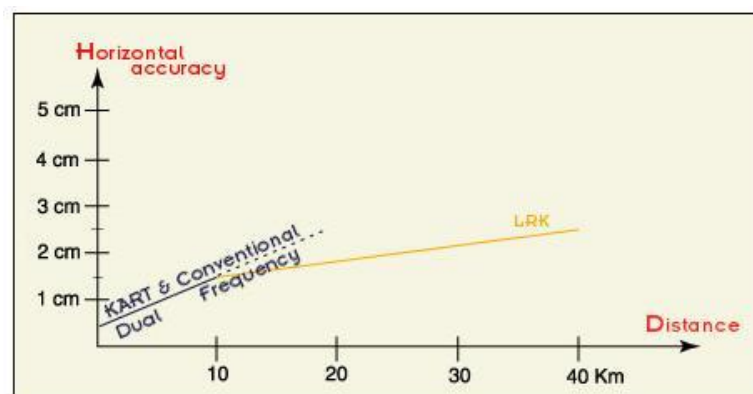
lig å umodellere.

Selv om man får modellen til å fungere godt og en mottaker kan få korreksjonsdata som gir den muligheten til å korrigere ionosfæreforsinkelsen ned til en TECU, vil dette fremdeles være langt fra målet om cm-nøyaktighet. I dag har mange systemer tilgang på to frekvenser. Disse vil kunne korrigere for den ionosfæriske forsinkelsen med nøyaktigheter i området 1 – 10 cm. Noe som er betydelig bedre enn det den tomografiske modellen vil kunne klare, men modellen vil være til stor hjelp for dagens enfrekvenssystemer.

IONOSFÆREN OG MODELLERING AV HØYEREORDENS EFFEKTER

7.1 INNLEDNING

Satellittnavigasjonssystemer er svært kompliserte systemer basert på mange teknologidipliner. Feilkildene blir på grunn av kompleksiteten også mange. I dette kapitlet skal vi se på noen av de og se på noe av det arbeidet som blir gjort for å minske eller fjerne disse feilene. Man har idag ikke noe problem med å lage differensielle systemer med cm-nøyaktighet. Problemet med differensielle systemer er som nevnt at man er bundet opp til en maks avstand mellom bruker å referanse på grunn av feil som ikke lengre kan korrigeres når avstanden blir større enn noen titalls kilometer. Figur 7.1 viser hvordan feilkilder som i utgangspunktet blir fjernet med differensielle systemer blir mer og mer gjeldende og svekker nøyaktigheten etterhvert som avstanden øker.

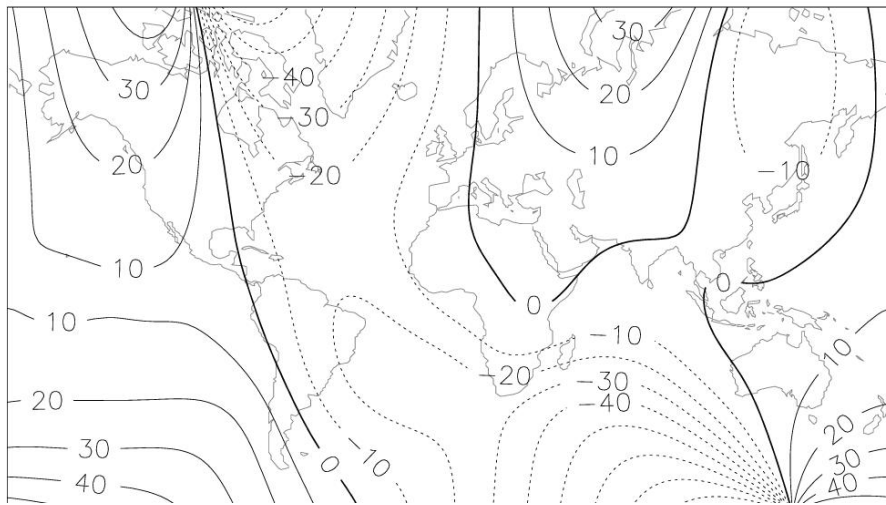


Figur 7.1: Nøyaktighet som en funksjon mellom referanse og mottaker

7.2 JORDENS MAGNETFELT

7.2.1 Innledning

Det finnes ligninger som beskriver den ionosfæriske refraksjonen. I disse ligningene er det flere størrelser som ikke kan oppfattes som konstanter. Blant annet er man avhengig av å ha kjennskap til jordens magnetfelt for å kunne korrigere for andreordenseffekter. Jordens magnetfelt er under konstant endring og en mottaker på jorda har ingen mulighet til å finne noen god verdi for det magnetiske feltet på egen hånd. Dermed er man



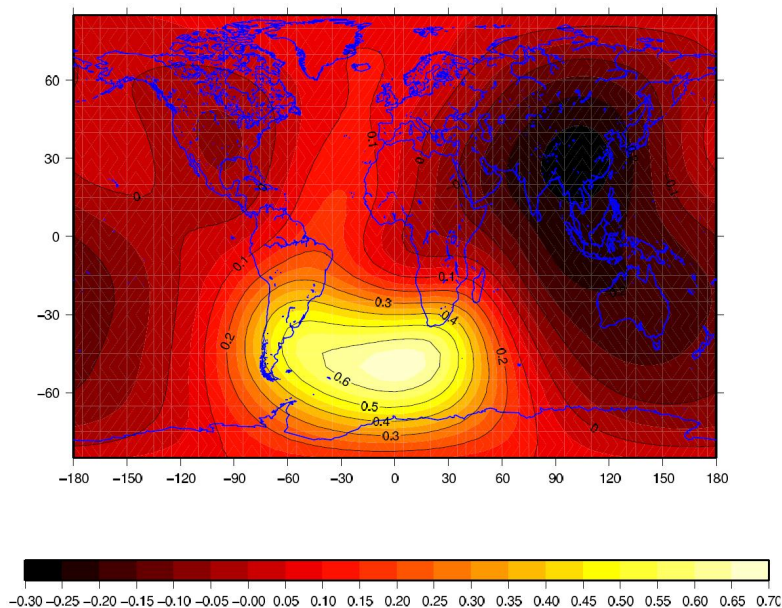
Figur 7.2: International geomagnetic reference field, år 2000, avvik i grader øst

avhengig av informasjon fra en modell. Her er det flere å velge i, noen er fritt tilgjengelige på Internet, mens andre og typisk mer nøyaktige modeller kan kjøpes.

7.2.2 Generelt om jordens magnetfelt

Jordens magnetiske nordpol befinner seg ikke i samme punkt som jordens geometriske nordpol. Det samme gjelder den magnetiske sydpolen. En linje gjennom de magnetiske polene vil avvike med omtrent 11.3° fra jordens rotasjonsakse. Det må skilles mellom geomagnetiske og magnetiske poler. De geomagnetiske polene er de punktene polene ville ligge på om jorden var en perfekt dipol. Siden jorden ikke er en perfekt dipol vil de magnetiske polens posisjoner avvike fra de geomagnetiske. Jordens magnetfelt blir generert gjennom det som kalles dynamoeffekten. På grunn av temperaturene i jordens indre vil jernatomenes spinn bli randomisert. Dette fører til at substansen jernet flytter rundt i mister sitt magnetiske felt. Dermed er jordens magnetiske felt et produkt av elektriske strømmer i den ytre delen av den flytende kjernen. Varmestrømmer av smeltet jern i den ytre delen av jordas flytende kjerne, sammen med Coriolis effekten, organiserer disse "elektriske strømmene" virvler langs nord-sør polaraksen. Når ledende fluid strømmer gjennom et eksisterende felt blir elektriske strømmer induisert. Disse elektriske strømmene skaper så enda et magnetisk felt. Når dette magnetiske feltet forsterker det eksisterende magnetiske feltet skapes en dynamo som opprettholder seg selv.

Magnetfeltet er også påvirket av solstormer som bombarderer magnetfeltet med ladede partikler og får feltet til å endre seg. Feltstyrken er heller ikke konstant og varierer fra under 30 mikrottesla til over 60 mikrottesla. I tillegg beveger de magnetiske polene seg på grunn av de indre strømmene i jorden. Altså er det mange faktorer som er med på å forstyrre og endre magnetfeltet slik at en blir nødt til å ty til modeller for å kunne beregne magnetfeltet om man ikke har en måling fra den aktuelle posisjonen. Figur 7.2 viser en representasjon av jordens magnetfelt i år 2000, med feltlinjer og styrker på det magnetiske feltet.



Figur 7.3: Forskjellen mellom den dipolare modellen og IGR modellen

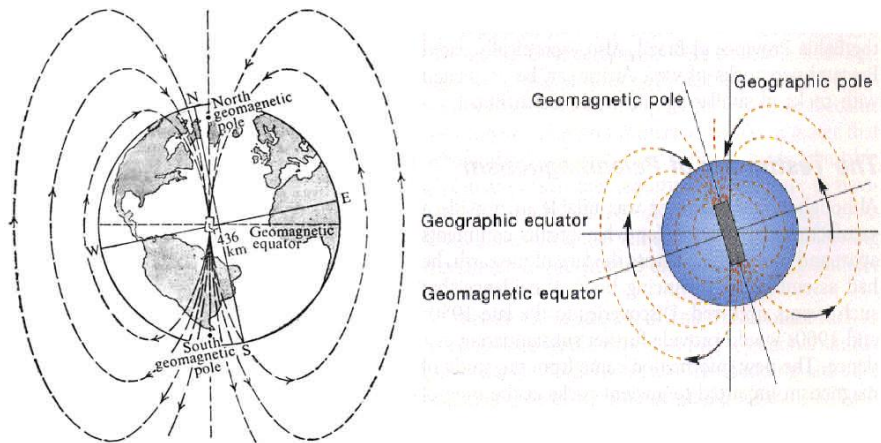
7.2.3 Modellering

Modellene gir ofte ut magnetfeltet i punktet som kalles ionospheric piercingpoint (IP), altså det punktet der den rette linja mellom satellitt og mottaker skjærer gjennom skallet som representerer den gjennomsnittlige høyden for ionosfæren. Men det er også mulig å benytte seg av mer nøyaktige modeller og dermed få ut verdier for magnetfeltet langs hele linja mellom satellitt og mottaker. I [6] ses det på to metoder. Den ene er en enkel dipolar modell og er International Geomagnetic Reference Model (IGRM). Her presenteres det målinger for tre målestasjoner. For en av stasjonene var den dipolare modellen nok så lik IGRM, men for de to andre fant man feil for den dipolare modellen på 20% til 50%, se figur 7.3. På global størrelse fant man feil fra -20% til over 60%. Det ble konkludert med at en modell av typen IGRM er den beste for å kunne fjerne andreordens effekten. Selv om man ikke har en 100% korrekt modell for magnetfeltet vil en tilnærmet korrekt verdi fremdeles kunne gi meget ionosfærekorreksjoner.

7.2.4 Dipol modellen

En tilnærming av jordens magnetfelt er, som nevnt over, er en magnetisk dipol med senter i jorden sentrum. Aksen til dipolen er skråstilt i forhold til jordens rotasjonsakse og skjærer jordens overflate ved 78.5°N breddegrad og 291.0°E lengdegrad og gir den geomagnetiske nordpol. Dipolens akse skjærer også jordoverflaten ved 78.5°S breddegrad og 111.0°E som gir den geomagnetiske sydpol. Dette kan ses i figur 7.4. Man kan bruke to referansesystemer. Et rundt jordens rotasjonsakse og et rundt dipolaksen, disse er da det geodetiske og geomagnetiske referansesystemet. Et punkt i det geodetiske referansesystemet beskrives som \hat{X} er øst, \hat{Y} er nord og \hat{Z} er vertikal. Et punkt i det geomagnetiske referansesystemet beskrives som \hat{X}_m er øst, \hat{Y}_m er nord og \hat{Z}_m er vertikal. Man har fra [6] at den magnetiske feltvektoren kan uttrykkes som:

$$B_0 = B_g \left(\frac{R_E}{r_m} \right)^3 \sin(\theta_m) \hat{Y}_m - 2B_g \left(\frac{R_E}{r_m} \right)^3 \cos(\theta_m) \hat{Z}_m \quad (7.1)$$



Figur 7.4: Jordens magnetfelt modellert med en magnetisk dipol som kilde

her er r_m den radiale avstanden og θ_m er den magnetiske kobreddegraden. B_g er amplituden til det magnetiske feltet på jordens overflate ved magnetisk ekvator. $B_g \approx 3.12 \times 10^{-5}$ Tesla.

7.2.5 International geomagnetic reference model

International geomagnetic reference field (IGRF) er en matematisk beskrivelse av jordens magnetiske felt. Denne er fritt tilgjengelig på <http://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html>. Denne modellen er mye brukt i studier av jordens indre, skorpe og ionosfæren og magnetosfæren. IGRF skapes i et internasjonalt samarbeid mellom forskere som modellerer magnetiske felt, institutt og firmaer som samler og publiserer geomagnetiske data. Modellen blir publisert av the international association of geomagnetism and aeronomy (IAGA). IGRF er basert på målinger gjort av observatorier på land, vann, i luften og ved hjelp av satellitter.

IGRF er en serie av matematiske modeller av jordens magnetiske felt og dets årlige endring. I kildefrie områder på jordens overflate og over er feltet den negative gradienten av et skalart potensial, V . Far [27] har vi at dette potensialet kan uttrykkes med en rekkeutvikling:

$$V(r, \theta, \lambda, t) = R \sum_{n=1}^{n_{max}} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m(t) \cos(m\lambda) + h_n^m(t) \sin(m\lambda)) P_n^m(\theta) \quad (7.2)$$

her er r, θ, λ geosentriske koordinater med r som radius, θ som breddegrad (90° – breddegrad og λ som lengdegrad. R er referanseradiusen til jorden (6371.2km), $g_n^m(t)$ og $h_n^m(t)$ er koeffisientene ved tiden t og $P_n^m(\theta)$ er Legendre funksjoner (eng. Schmidt semi-normalised associated Legendre) av grad n og orden m . Koeffisientene er funksjoner av tid og for IGRF er de antatt å variere med en konstant rate for 5 års intervall. Koeffisientene er tilgjengelig hjemmesiden til IAGA.

I [26] presenteres målinger gjort med såkalte LPM, low power magnetometers. Her presenteres sammenligning av måledata med IGRF. Som man ser av tabellen i 7.5 avviker ikke modellen stort fra målinger gjort med magnetometre. Dette gjør at det er en mulighet å bruke modellen for å lese ut verdier av jordens magnetfelt og bruke dette til å finne størrelsen på andreordenseffektene i ionosfæren. Men det er fremdeles kun en

Site	IGRF H in nT	IGRF Z in nT	2001 H in nt	2001 Z in nt	% difference Total Field	Old Site Name
M78/337	19590	40978	19045	40835	-0.80	M77
M81/338	19251	44348	19332	44281	-0.13	M80
M82/003	18974	45079	19674	44511	-0.50	M81
M84/336	18519	47860	17850	47511	-1.10	M84
M79/336	19490	42566	19787	41951	-0.92	M79
M83/348	18837	46274	18873	46217	-0.08	M83
M85/002	18139	48909	17757	48669	-0.68	M85
M87/028	17495	50792	New 2002			
M87/069	16678	52773	New 2002			
M85/096	15752	54672	New 2002			
M88/316	17276	51644	New 2002			

Figur 7.5: Sammenligning mellom måledata fra LPM og data fra IGRF modellen

modell og ikke noe sanntidsmåling av magnetfeltet på mottakerens posisjon, dette fører til at modellen har en del begrensninger. Jordens magnetfelt er ekstremt komplisert og modeller vil kun være en tilnærming. IGRF vil ikke kunne gi korrekte verdier for lokale områder der det er kilder for magnetisme som vil gjøre at feltet avviker fra det som kan leses ut av modellen. Dette da mange geologiske formasjoner har et magnetfelt og dette er det vanskelig å korrigere for med en modell da antall målinger modellen måtte basere seg på hadde blitt enormt. I tillegg tar ikke modellen høyde for effekter i atmosfæren som vil påvirke magnetfeltet.

7.3 MODELLERING AV HØYEREORDENS EFFEKTER

7.3.1 Innledning

Med to frekvenser har man muligheten til å korrigere førsteordenseffekten som står for 99% av forsinkelsen på et GPS signal [33]. Men en tofrekvensmottaker har også muligheter for å kunne korrigere for høyereordenseffekter. Mottakeren må da ha kjennskap til variablene som inngår i andreordensleddet for refraksjonsindeksen.

$$n_p = 1 - \frac{C_X N_e f^{-2}}{2} \pm \frac{C_X C_\gamma N_e (H_0 \cos(\theta) f^{-3}}{2} - \frac{C_X^2 N_e f^{-4}}{8} \quad (7.3)$$

Her har vi at:

$$C_X = \frac{e^2}{4\pi^2 \epsilon_0 m} \quad (7.4)$$

$$C_\gamma = \frac{\mu_0 e}{2\pi m} \quad (7.5)$$

e er elektronladning, m er massen til et elektron, N_e er elektrontettheten i ionosfæren, H_0 er geomagnetisk feltstyrke, θ er vinkelen mellom H_0 og retningen til signalet, f er frekvensen ϵ_0 og μ_0 er fysiske konstanter.

Ligning 7.3 uttrykker refraksjonen for ionosfæren med en nøyaktighet til under mm området [33]. Her ser man at andreordensleddet i tillegg til elektrontettheten, N_e , avhenger av H_0 og θ , henholdsvis magnetisk feltstyrke og retningen mellom magnetfeltvektoren og utbredelsesretningen til signalet. Dette er verdier en tofrekvensmottaker da

må finne fra modeller. Disse verdiene vil nødvendigvis ikke være 100% korrekt, men være en god tilnærming. En tofrekvensmottaker kan selv finne et godt estimat på N_e og man har en god modell for de to andre størrelsene i den internasjonale geomagnetiske referansemodellen som er forklart i 7.2.3.

7.3.2 Bakgrunn

Når man ser på ligning 7.3 ser man at førsteordensleddet kun er avhengig av det totale elektron innholdet (TEC) i atmosfæren. Høyereordensleddene avhenger av sammenhengen mellom jordens magnetfelt og elektrontettheten langs signalveien. Det er mange måter å modellere eller fremstille ionosfæren, blant annet kan man bruke den tomografiske modellen i kapittel 6. Her skal vi se på ionosfæren modellert som Chapman lag og magnetfeltet modelleres ved hjelp av dipolmomentmetoden. På denne måten kan man finne høyereordens leddene i refraksjonsindeksen langs signalveien hvor som helst på jordkloden. Har man god kjennskap til TEC kan en mottaker kalibrere mesteparten av andreordenseffekten og og redusere avstandsfeil på grunn av ionosfæren til cm-nøyaktighet. Refraksjonen i ionosfæren bøyer signalet på samme måte som lys blir bøyd gjennom brilleglass, men refraksjonen i ionosfæren er så liten at den ekstra ganglengden signalet får av denne effekten er beregnet til under en mm for elevasjoner over 30° . For elevasjoner under 10° er størrelsen på denne effekten rundt 4 mm [17]. Man velger ferddor å se bort fra denne effekten da det uansett er ugunstig å bruke satellitter med så lav elevasjon.

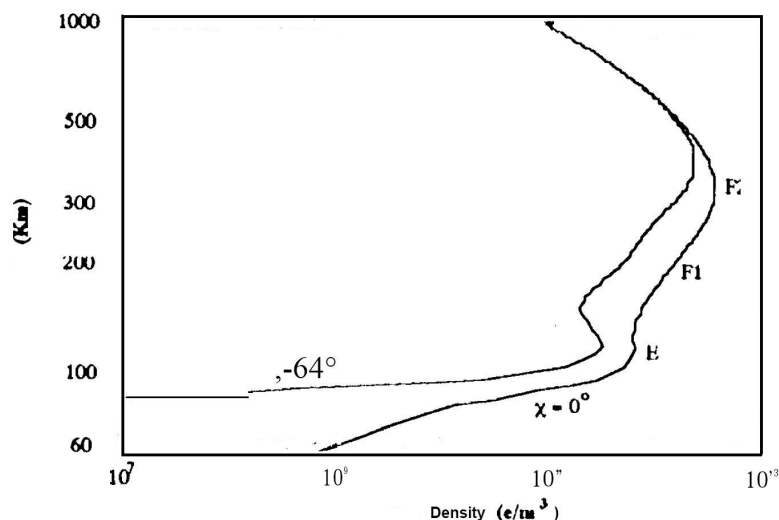
Ionosfæren er en mikroskopisk nøytral ionisert gass som i all hovedsak består av frie elektroner, ioner og nøytrale atomer eller molekyler. Positive ioner er 2000-60000 ganger større masse enn et elektron. For L-båndsfrekvenser gjør dette at størrelsen på bevegelsen til et ion, på grunn av det elektriske feltet til en radiobølge, er 2000-60000 ganger mindre en bevegelsen for et elektron. Dette gir at ionenes påvirkning av L-båndsfrekvenser kan ignoreres. Når et magnetisk felt B_0 går gjennom et plasma blir plasmaet anisotropisk for bølgeutbredelsen av elektromagnetiske bølger. Det vil si at den skalare dielektrisitetetskonstanten til plasmaet blir en tensor. Om man ønsker å studere utbredelses og polarisasjonsegenskapene til en bølge i et tapsfritt plasma antar man at plasmaet er et kontinuerlig medium med 0 konduktivitet, permeabiliteten lik vakuum og dielektrisitetetskonstanten lik en tensor. Ved å løse Helmholtz bølge ligning kan man da finne refraksjonsindeksen til plasmaet som i ligning 7.6.

$$n_{\phi}^2 = 1 - \frac{X}{1 - \frac{Y^2 \sin^2(\theta_B)}{2(1-X)} - \left(\frac{Y^4 \sin^4(\theta_B)}{4(1-X)^2} + Y^2 \cos^2(\theta_B) \right)^{1/2}} \quad (7.6)$$

her er $X = \left(\frac{f_p}{f}\right)^2$ og $Y = \frac{f_g}{f}$

Plasmafrekvensen, f_p , er frekvensen hvor nøytralt plasma med tetthet N oscillerer etter at elektronene har blitt flyttet fra ionene og kan bevege seg fritt. Gyrofrekvensen, f_g , er frekvensen hvor frie elektroner sirkler rundt de magnetiske feltlinjene. f er frekvensen til signalet som forplanter seg i mediet.

For å kunne trekke ut elektrontettheten som en funksjon av høyde modellerer man ionosfæren som tre Chapman lag. Chapman lag baserer seg på antagelsen at at luften har en homogen sammensetning av gasser og at det er konstant temperatur jordkrumningen neglisjeres og at atmosfæren er delt inn i horisontale lag. Skaleringshøyden, H_s er



Figur 7.6: Profilen til ionosfæren modellert som en sum av tre Chapman lag, [27]

uavhengig av høyden. Lagene kan representeres med denne ligningen:

$$N = N_{max} e^{\frac{1}{2}(1-z-e^{-z})} \sec(\chi) \quad (7.7)$$

hvor N_{max} er maksimalverdien til elektrontet. Når χ nærmer seg 90° , som ved soloppgang eller nedgang, virker ikke modellen og man må sette inn en annen funksjon for $\sec(\chi)$. Denne er ikke interessant for det man ønsker å vise her så den blir utelatt. Figur 7.6 viser hvordan modellen ser ut. Den er basert på tre lag. Figuren viser elektrontettheten for to senit vinkler, $\chi = 0^\circ$ og $\chi = 64^\circ$. Modellen ska gi ut F_2 , F_1 og E lagene med følgende verdier. E-laget: $h_{max} = 110\text{km}$, $H_s = 11\text{km}$, $N_{max} = 0.5 \times 10^{12} \text{m}^{-2}$. F1-laget: $h_{max} = 210\text{km}$, $H_s = 52\text{km}$, $N_{max} = 1.0 \times 10^{12} \text{m}^{-2}$. F2-laget: $h_{max} = 350\text{km}$, $H_s = 78\text{km}$, $N_{max} = 3.25 \times 10^{12} \text{m}^{-2}$. Dette er verdier som er typiske for en dag i et år med solflekkaktivitet nær maksimum.

7.3.3 Korreksjon av førsteordens effekten

Fra [17] har vi at vi kan skrive førsteordensforsinkelsen som $4.48 \times 10^{-16} \lambda^2 \text{TEC}$ [meter]. Dette vil føre til 16.2 og 26.7 cm i fasefremskynding per TEC enhet for henholdsvis L1 og L2. En TEC enhet er 10^{16} elektroner/meter. I senit varierer antallet TEC enheter mellom 1 og 100 avhengig av tidspunkt. Dette gir omtrent 0.1 – 16 meter forsinkelse på L1 og 0.2 – 27 meter på L2. Førsteordens leddet kan fjernes ved av en ionosfærefri lineær kombinasjon:

$$\left(\frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\right)L_1 - \left(\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}\right)L_2 = \rho - \frac{s}{2f_1 f_2 (f_2 + f_1)} - \frac{r}{3f_1^2 f_2^2} + B \quad (7.8)$$

her er B en fasefeil som er konstant for et visst satellitt/mottaker par over en kontinuerlig følgeperiode. Førsteordens effekten er nå eliminert og man sitter da igjen med oppgaven å korrigere høyereordenseffektene.

7.3.4 Korreksjon av andreordenseffekten

$H_0 \cos(\theta)$ i ligning 7.3 representerer det magnetiske feltet langs forplantningsretningen. Dette kan erstattes med $|\vec{H}_0 \cdot \hat{k}|$ der \cdot er indreproduktet og \hat{k} er enhetsvektoren i propagasjonsretningen.

En mottaker har magnetisk breddegrad og lengdegrad, henholdsvis θ_m og ϕ_m . Mottakeren har lås på en satellitt med elevasjon E_m og asimut A_m . A_m måles fra magnetisk nord. Da vil \hat{k} kunne beregnes med:

$$\hat{k} = -(\cos(E_m)\sin(A_m)\hat{X}_m + \cos(E_m)\cos(A_m)\hat{Y}_m + \sin(E_m)\hat{Z}_m) \quad (7.9)$$

der \hat{X}_m , \hat{Y}_m og \hat{Z}_m er koordinatene til mottakeren gitt som øst, nord og vertikal i et geomagnetisk referansesystem. Vi kan da skrive:

$$|\vec{H}_0 \cdot \hat{k}| = H_g \left(\frac{R_E}{r_m} \right) |\sin(\theta'_m)\cos(E_m)\cos(A_m) - 2\cos(\theta'_m)\sin(E_m)| \quad (7.10)$$

her er θ'_m den magnetiske breddegraden og r_m avstanden til et punkt på linjen mellom mottaker og satellitt.

Man kan nå regne et integral langs hele signalveien eller bruke mer tilnærmede verdier ved å anta at ionosfæren er et tynt lag med høyde H og bruke magnetfeltet i det punktet der synslinjen mellom satellitt og mottaker skjærer dette laget, IP. Da er θ'_m og r_m for IP gitt ved:

$$\begin{aligned} r_m &= R_E + H \\ \theta'_m &= \theta_m - \frac{H}{R_E \sin(E_m)} \cos(A_m)\cos(E_m) + O\left(\frac{H^2}{R_E^2}\right) \end{aligned} \quad (7.11)$$

Vi kan da skrive størrelsen på den andreordens ionosfæriske forsinkelsen, I_2 , som:

$$I_2 = 2.61 \times 10^{-18} \lambda^3 \left(\frac{R_E}{r_m} \right) |\sin(\theta'_m)\cos(E_m)\cos(A_m) - 2\cos(\theta'_m)\sin(E_m)| \times TEC \quad (7.12)$$

Setter man $H_300\text{km}$ og ignorerer faktoren inne i absoluttegnen får man at størrelsen på den andreordens ionosfæriske gruppeforsinkelsen er på 0.16mm og 0.33mm per TEC enhet for henholdsvis L1 og L2. Fasefremskyndingen på grunn av denne effekten blir derimot bare halvparten av dette. Når man bruker de ionosfære frie lineære kombinasjonene tas noe av andreordenseffekten med i førsteordens korreksjonen i ligning 7.8, slik at førsteordens korreksjonen bli større enn den i realiteten er.

Sammenhengen mellom magnetisk kobreddegrad θ_m og lengdegrad ϕ_m og geografisk lengdegrad θ og breddegrad ϕ er gitt ved:

$$\cos(\theta_m) = \sin(\delta)\cos(\beta)\sin(\theta)\cos(\phi) + \sin(\delta)\sin(\beta)\sin(\theta)\sin(\phi) + \cos(\delta)\cos(\theta) \quad (7.13)$$

$$\tan(\phi_m) = \frac{-\sin(\beta)\sin(\theta)\cos(\phi) + \cos(\beta)\sin(\theta)\sin(\phi)}{\cos(\delta)(\cos(\beta)\sin(\theta)\cos(\phi) + \sin(\beta)\sin(\theta)\sin(\phi)) - \sin(\delta)\cos(\theta)} \quad (7.14)$$

her er δ vinkelen mellom jordaksen og dipolaksen i dipolmodellen og β er lengdegraden der dipolaksen skjærer jordoverflaten.

Satellittelevasjonen i et lokalt magnetisk referansesystem (øst, nord og vertikal) er lik elevasjonen for et lokalt geodetisk referansesystem (øst, nord og vertikal). Men asimut vinkelen blir forskjellig og er relatert til hverandre ved:

$$A_m = A + \arccos(\sin(\phi)\sin(\phi_m)\cos(\delta)\cos(\beta) + \cos(\phi)\cos(\phi_m)\cos(\beta) + \sin(\phi)\cos(\phi_m)\sin(\beta) - \cos(\phi)\sin(\phi_m)\cos(\delta)\sin(\beta)) \quad (7.15)$$

$$\sin(\phi)\cos(\phi_m)\sin(\beta) - \cos(\phi)\sin(\phi_m)\cos(\delta)\sin(\beta) \quad (7.16)$$

Med disse verdiene er det nå mulig å løse de størrelsen på de høyereordens effektene mer nøyaktig enn når man antar at ionosfæren er et kuleskall. Dette gjøres ved å finne refraksjonsindeksen langs signalveien å integrere mellom satellitt og mottaker. Man bruker en ionosfæremodell, foreksempel Chapmanlagmodellen for elektrontettheten og dipolmodellen for jordens magnetfelt. Ligningene over definerer signalveien.

Nøyaktige verdier for andreordenseffekten kan anses å ha en rms verdi på 1.25cm og kan bli så stor som 4cm for lave elevasjoner. Bruker man metoden der ionosfæren er et kuleskall med 300km høyde kan man estimere andreordenseffekten bedre enn 90% i gjennomsnitt. Forskjellen mellom den virkelige og den estimerte modellen er gjennomsnittlig 0.11cm og har en varians på 0.25cm [17].

7.4 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 7

Vi har sett på hvordan det er mulig for en tofrekvensbruker å korrigere for høyereordens ionosfæriske effekter. Som nevnt vil førsteordens effektene står for 99% av forsinkelsen gjennom ionosfæren. Det vil si at restfeilen på grunn av høyereordens effekter vil være fra noen centimeter og ned til millimeter. Det er derfor ikke mye restfeil som skal korrigeres, men det er en stor utfordring å klare å fjerne disse siste centimeterne med feil. Metoden vi har beskrevet her baserer seg på modeller, disse kan være basert på empiriske data eller data samlet i sanntid. Uansett vil de ha en vis feil i forhold til virkelige verdier. Likevel vil metoden nevnt over kunne gi en mottaker muligheten til å oppnå cm-nøyaktigheter, problemet er verdiene beregningene er basert på. Siden man ikke har noen garanti for at verdiene er korrekte vil man heller ikke kunne garantere at man har cm-nøyaktighet selv om man har gitt en korreksjon som tilsvarer at har cm-nøyaktighet. I kapittel 8 presenteres en måte som omgår dette problemet ved målinger på 3 frekvenser slik at man kan løse ut andreordenseffekten direkte.

8

KAPITTEL

BRUK AV TRE FREKVENSER FOR KORREKSJON AV 2. ORDENS EFFEKTER

8.1 INNLEDNING

Det er kjent at ionosfæren er et dispersivt medium, det vil si et medium med frekvensavhengige egenskaper. For et L-båndsignal er forsinkelsen av signalet avhengig av frekvensen. Med to frekvenser kan man løse ut førsteordens effekter, men med de kommende satellittnavigasjonssystemene vil man få tilgang på enda en frekvens. Dette gir muligheter for å også løse ut 2. ordens effekter. Her skal vi se på noe av teorien bak løsning av andreordens effekter.

Typiske verdier for den ionosfæriske forsinkelsen er 15 meter på dagtid og 3 meter på kveldstid, [33]. Disse verdiene avhenger av tid på døgnet, årstid, posisjon og hvor man befinner seg på solflekk syklusen. Maksverdier er 50 meter fra senit og 150 meter for horisont. Som sagt kan førsteordenseffektene fjernes i dagens to frekvenssystemer, da står man igjen med høyereordens effekter, disse effektene har da maksimalverdi på 5 og 15 cm for henholdsvis senit og horisont. Fjernes også andreordenseffekten vil man få en nøyaktighet på den ionosfæriske forsinkelsen på under 1 cm [33].

8.2 FJERNING AV 2. ORDENS EFFEKTER

Vi har at sammenhengen mellom gruppehastighet og fasehastighet er

$$v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda} = v_p + f \frac{dv_p}{df} \quad (8.1)$$

Videre har vi at refraksjonsindeksen, n , til ionosfæren er definert som forholdet mellom signalhastigheten i vakuum og signalhastigheten i ionosfæren. Setter man dette inn i (8.1) får man:

$$n_g = \frac{n_p}{1 - \frac{dn_p}{df} / \frac{n_p}{f}} \quad (8.2)$$

Fra [33] har vi at refraksjonsindeksen kan skrives:

$$n_p = 1 - \frac{C_X N_e f^{-2}}{2} \pm \frac{C_X C_\gamma N_e (H_0 \cos(\theta) f^{-3})}{2} - \frac{C_X^2 N_e f^{-4}}{8} \quad (8.3)$$

Her har vi at:

$$C_X = \frac{e^2}{4\pi^2 \epsilon_0 m} \quad (8.4)$$

$$C_\gamma = \frac{\mu_0 e}{2\pi m} \quad (8.5)$$

e er elektronladning, m er massen til et elektron, N_e er elektrontettheten i ionosfæren, H_0 er geomagnetisk feltstyrke, Θ er vinkelen mellom H_0 og retningen til signalet, f er frekvensen ϵ_0 og μ_0 er fysiske konstanter. Ligning 8.3 beskriver refraksjonen med en nøyaktighet med en nøyaktighet av 10^{-9} , dette gir en nøyaktighet i millimeterområdet. Forenklet kan vi skrive 8.3 som:

$$n_p = 1 + \frac{a_1}{f^2} + \frac{a_2}{f^3} + \frac{a_3}{f^4} \quad (8.6)$$

Setter man nå sammen (8.6) og (8.3) får vi:

$$n_g = 1 + \frac{a_1}{f^2} - \frac{2a_2}{f^3} - \frac{3a_3}{f^4} \quad (8.7)$$

Når satellitt signalene går gjennom ionosfæren har vi følgende uttrykk for avstand- og fasefeil:

$$\delta\rho = \int_s (n - 1) ds \quad (8.8)$$

$$\delta\phi = \frac{f}{c} \int_s (n - 1) ds \quad (8.9)$$

Tar vi kun med første og andreordensleddene man får når man skriver ut ligningene får man:

$$\delta\rho_p = \int_s (a_1/f^2 + a_2/f^3) ds = A_1/f^2 + A_2/f^3 \quad (8.10)$$

Dette uttrykket kan skrives om slik at man kan ta hensyn til de forskjellige frekvensene som brukes:

$$\delta\rho_p = A_1/f_i^2 + A_2/f_i^3 \quad (8.11)$$

Førsteordenskombinasjonene blir da:

$$\delta\rho_{p,f_1} \cdot f_1^2 - \delta\rho_{p,f_2} \cdot f_2^2 = A_2(1/f_1 - 1/f_2) \quad (8.12)$$

$$\delta\rho_{p,f_1} \cdot f_1^2 - \delta\rho_{p,f_3} \cdot f_3^2 = A_2(1/f_1 - 1/f_3) \quad (8.13)$$

Videre kan vi bruke disse til å danne kombinasjoner som vil fjerne andreordenseffektene:

$$\frac{(\delta\rho_{p,f_1} \cdot f_1^2 - \delta\rho_{p,f_2} \cdot f_2^2)(f_1 f_2)}{f_2 - f_1} - \frac{(\delta\rho_{p,f_1} \cdot f_1^2 - \delta\rho_{p,f_3} \cdot f_3^2)(f_1 f_3)}{f_3 - f_1} = 0 \quad (8.14)$$

Dette kan forenkles til:

$$\begin{aligned} f_1^3(f_3 - f_2)\delta\rho_{p,f_1} + f_2^3(f_1 - f_3)\delta\rho_{p,f_2} + f_3^3(f_2 - f_1)\delta\rho_{p,f_3} &= B_1\delta\rho_{p,f_1} + B_2\delta\rho_{p,f_2} + B_3\delta\rho_{p,f_3} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (8.15)$$

hvor

$$\begin{aligned} B_1 &= f_1^3(f_3 - f_2) \\ B_2 &= f_2^3(f_1 - f_3) \\ B_3 &= f_3^3(f_2 - f_1) \end{aligned} \quad (8.16)$$

Med $m_i = f_1 B_i / (B_1 + B_2 + B_3)$ for $i = 1, 2, 3$ kan ligningene over skrives

$$m_1\delta\rho_{p,f_1} + m_2\delta\rho_{p,f_2} + m_3\delta\rho_{p,f_3} = 0 \quad (8.17)$$

Dette gir at de andreordens ionosfæriske effektene har blitt korrigert.

Forholdet mellom ionosfærekorreksjonen og fase pseudoavstandobservasjonen er gitt under. Ligningene for fase pseudoavstandobservasjonene blir da:

$$\rho_i = \rho_0 + \delta\rho_{p,f_i} = \rho_0 + A_1/f_i^2 + A_2/f_i^3 \quad (8.18)$$

Fra ligningene over får man følgende uttrykk:

$$A_1 = \frac{\rho_{12}f_1^3(f_3^3 - f_2^3) - \rho_{23}f_3^3(f_2^3 - f_1^3)}{f_1^3(f_2 - f_3) + f_2^3(f_3 - f_1) + f_3^3(f_1 - f_2)} \quad (8.19)$$

$$A_2 = -\frac{\rho_{12}f_1^3f_2f_3(f_3^2 - f_2^2) - \rho_{23}f_3^3f_1f_2(f_2^2 - f_1^2)}{f_1^3(f_2 - f_3) + f_2^3(f_3 - f_1) + f_3^3(f_1 - f_2)} \quad (8.20)$$

I modernisert GPS har følgende L1: 1575.42MHz, L2: 1227.60MHz og L5: 1176.45MHz. Setter man disse størrelsene inn i ligning 8.19, 8.20 og 8.11 får man uttrykkene for størrelsen på korreksjonene for 1. og 2. ordens effektene:

$$\delta\rho_{p,f_1} = -6.080583\rho_{12} + 20.049766\rho_{23} \quad (8.21)$$

$$\delta\rho_{p,f_2} = -7.080583\rho_{12} + 20.049766\rho_{23} \quad (8.22)$$

$$\delta\rho_{p,f_3} = -7.080583\rho_{12} + 19.049766\rho_{23} \quad (8.23)$$

her er $\rho_{12} = \rho_1 - \rho_2$ og $\rho_{23} = \rho_2 - \rho_3$.

8.3 TEST AV METODEN

ρ_i for $i = 1, 2, 3$ er avstandsmålingen på frekvens i . Mottakeren kan finne forskjellen i målt avstand på de tre frekvensene. Denne avstandsforskjellen er direkte avhengig av refraksjonsindeksen til ionosfæren og frekvensen avstanden er målt på. Dette gir at mottakeren kan bruke ligningene i forrige avsnitt til å direkte finne første og andreordenseffektene og kunne korrigere sin egen posisjon med ionosfærefeil i mm-området.

For å teste denne metoden brukes en enkel modell for ionosfæren. Ved å sette en verdi for elektrontettheten, N_e , vinkelen mellom jordens magnetfelt og signalet θ og styrken på magnetfeltet, H_0 kan man beregne hvor mye tre forskjellige frekvenser vil bli forsinket over en viss avstand. Når man ikke har tilgang på tre frekvenser er mottakeren avhengig av å kunne bruke modeller for å finne verdier for H_0 , θ og N_e . For tre frekvenser derimot, er ikke dette nødvendig da alle tre signalene går gjennom den samme ionosfæren og de blir utsatt for den samme variasjonen i refraksjonsindeksen. Dette gjør at signalforsinkelsen er avhengig av den totale påvirkningen og ikke lokale variasjoner i variablene, slik at det er mulig å sette gjennomsnittsverdier inn i ligning 8.24. Dette gjør at det blir betydelig lettere å se hvordan de forskjellige størrelsene påvirker den totale forsinkelsen på de tre frekvensene og hvor stor restfeilen blir etter korreksjon. I A.1 er MatLab-koden som er brukt i beregningene.

Uttrykket for refraksjonen i modellen er Appleton-Hartree ligningen. Denne er litt annerledes enn ligning 8.3 som bre brukt til utledning av modellen. Men de er i all hovedsak lik. Appleton-Hartree ligningen ble brukt da den inneholder litt flere ledd enn 8.3. Fra [27] har vi at:

$$n_{\phi}^2 = 1 - \frac{X}{1 - \frac{Y^2 \sin^2(\theta_B)}{2(1-X)} - \left(\frac{Y^4 \sin^4(\theta_B)}{4(1-X)^2} + Y^2 \cos^2(\theta_B) \right)^{1/2}} \quad (8.24)$$

her er $X = \left(\frac{f_p}{f}\right)^2$, $Y = \frac{f_g}{f}$

De største feilkildene innenfor GNSS blir betydelig mindre i senit enn for lave elevasjoner. Det er derfor interessant å se hvor mye forskjell det er på feilen etter korreksjon for høy og lav elevasjon samt for forskjellig elektrontetthet langs signalveien. For en periode med høy ionosfærisk aktivitet, som mars 1990, er det vanlig at TEC ligger mellom 10 og 100 TECU [8]. GPS har en banehøyde på 20200km. Dette gjør at elektrontettheten på dette tidspunktet ligger mellom 4.45×10^9 elektroner/ m^2 og 4.95×10^{10} elektroner/ m^2 i senit [21].

Jordens magnetfelt kan som nevnt modelleres på flere måter. Som man så i 7.3.2 varierer elektrontettheten med høyde. Andreordenseffekten er i stor grad en funksjon av magnetfeltets styrke og vinkelen mellom magnetfeltet og signalretningen. Valget av parametre for magnetfeltet er altså ikke så lett. Magnetfeltet har størst påvirkning der elektrontettheten er størst, altså i F lagene. Setter man en snittverdi på magnetfeltet blir andreordenseffekten i ligning 8.24 liten da magnetfeltet blir svakere jo lengre fra jordoverflaten man kommer, mens elektrontettheten varierer, forenklet sett, motsatt. Det vil derfor brukes forskjellige verdier for H_0 slik at man får realistiske verdier for størrelsen på andreordenseffekten. θ varierer med både elevasjon og asimut. I senit ved ekvator skal θ ideelt sett være 0° , men en mottaker kan ikke bare bruke satellitter i senit, slik at det er interessant å se hvordan valg av satellitter påvirker størrelsen på andreordenseffekten.

8.3.1 Resultater

I utregningen av verdiene i tabellene 8.1 og 8.3.1 har man ikke tatt hensyn til andre feilkilder enn ionosfæren. Men for et tenkt tilfelle med ionosfæren som eneste feilkilde så virker denne teoretiske metoden veldig bra. Variasjonene i restfeilen etter korreksjonen av andreordens effekten varierer i henhold til det man nok så lett kan se ut fra ligning 8.24. Det er likevel interessant å se på de nøyaktige beregningene ut fra modellen som ble laget. De verdiene som ble funnet for forskjellige innsatte variablene gir avstandsfeil med realistiske verdier på hver enkelt bæreølge. I tabell 8.1 og 8.3.1 ser man at andreordensfeilen aldri kommer opp i cm-størrelse. Største restfeil etter korreksjon med de innsatte verdiene gir en restfeil på maksimum 0.00149 meter for 10° elevasjon. Hadde man her kun korrigeret for førsteordensfeilen hadde man hatt en restfeil på 0.27 meter. Dette er en noe høy verdi i forhold til verdier man vanligvis møter i virkeligheten, men det er viktig for å vise at metoden fungerer selv for ekstreme tilfeller. Det er nok meget sjelden man vil ha en vinkel på 0° mellom signalets utbredelsesretning og magnetfeltets fluxlinjer. Dette er tilfellet der restfeilen førsteordens korreksjon er størst. Dette er logisk da leddet som representerer andreordenseffekten blir størst for denne vinkelen.

Elevasjon	Forsinkelse					
	10°			30°		
Elektrontetthet Magnetfelt	ρ_{L_1} ρ_{L_2} ρ_{L_5}	1orden	2orden	ρ_{L_1} ρ_{L_2} ρ_{L_5}	1orden	2orden
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 3.00 \times 10^{-5}$ $\theta = \pi/4$	70 116 126	0.1217	0.000492	65 107 117	0.1123	0.00455
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 4.8 \times 10^{-5}$ $\theta = \pi/4$	70 116 127	0.196	0.0014	63.3 107.3 117.3	0.186	0.00105
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 3.0 \times 10^{-5}$ $\theta = \pi/2$	70.5 116.2 126.5	0.00147	0.000621	65.1 107.2 116.7	0.00136	0.000573
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 4.8 \times 10^{-5}$ $\theta = \pi/2$	70.5 116.2 126.5	0.0035	0.00146	65.1 107.2 116.7	0.003234	0.00135
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 3.0 \times 10^{-5}$ $\theta = 0$	70.8 116.7 127.1	0.1719	0.000629	65.31 107.7 117.3	0.158	0.00058
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 4.8 \times 10^{-5}$ $\theta = 0$	70.9 117 127.4	0.27627	0.001492	65.5 108 117.6	0.255	0.001376

Tabell 8.1: Restfeil etter første og andreordens korreksjoner ved 10° og 30^{circ} elevasjon

Det er nok oftere at man har 90° mellom signalretningen og magnetfeltet. Ved 90° fjerner man andreordensleddet i sin helhet da cosinusleddet blir 0. Man sitter da kun igjen med tredjeordens effekter og høyere. I dette tilfellet ser det ut som korreksjon med to frekvenser er tilstrekkelig for å oppnå cm-nøyaktighet. Problemet for en mottaker er å vite når det mottatte signalet innehar akkurat denne egenskapen. Men for et system som bruker modeller for magnetfeltet så har man en mulighet til å fastslå om man er i nærheten av å ha $\phi = 90^\circ$, og man kan da utnytte dette. Problemet er at mottakeren er nødt til å bruke satellitter som er spredt på himmelen, slik at om en satellitt er ideelt plassert med $\theta = 90^\circ$ så må mottakeren fremdeles benytte seg av minst 3 andre satellitter som ikke har denne egenskapen. Ellers er det verd å nevne at om metoden skulle gi ut en restfeil på over én cm etter andreordenskorreksjon så måtte man opp én km feil på hver av bærebølgene. Dette ble ikke tatt med i tabellen da dette er helt urealistiske verdier.

8.4 METODEN OG ANDRE FEILKILDER

Så langt har vi sett at metoden for korreksjon av andreordens effekter har imponerende egenskaper og langt på vei fjerner ionosfæren som en feilkilde. Men dette var for et ideelt tilfelle uten andre feilkilder. I virkeligheten er det også andre feilkilder på avstandsmålingen som ikke har samme dispersive egenskaper som ionosfæren. Slike feilkilder er blant andre troposfæren og flerveisstøy. Dette gjør at man vil få feil verdier inn i metoden og vi skal her se litt på hvor ømfintlig metoden er for påvirkning fra andre feilkilder.

Elevasjon	Forsinkelse					
	50°			90°		
Elektrontetthet Magnetfelt	ρ_{L_1} ρ_{L_2} ρ_{L_5}	1orden	2orden	ρ_{L_1} ρ_{L_2} ρ_{L_5}	1orden	2orden
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 3.0 \times 10^{-5}$ $\theta = \pi/4$	61.4 100.8 109.7	0.10522	0.0004263	57.7 95.0 103.5	0.0994	0.000402
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 4.8 \times 10^{-5}$ $\theta = \pi/4$	61.2 101.0 110.0	0.1692	0.000986	57.9 95.41 103.9	0.16	0.000932
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 3.0 \times 10^{-5}$ $\theta = \pi/2$	61 100.5 109.4	0.00127	0.000537	57.7 94.93 103.4	0.0012	0.000507
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 4.8 \times 10^{-5}$ $\theta = \pi/2$	61.0 100.5 109.4	0.00303	0.001264	57.7 94.95 103.4	0.00286	0.00196
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 3.0 \times 10^{-5}$ $\theta = 0$	61.2 100.9 109.9	0.14868	0.000544	57.8 95.4 103.9	0.14051	0.0005146
$N_e = 4.45 \times 10^9$ $H_0 = 4.8 \times 10^{-5}$ $\theta = 0$	61.3 101.2 110.2	0.2389	0.00129	58.0 95.6 104.1	0.22578	0.001219

Tabell 8.2: Restfeil etter første og andreordens korleksjoner ved 50° og 90^{circ} elevasjon

Fra før har vi fått en innføring i noen av de største feilkildene i GNSS. Herfra vet vi at noen feilkilder har lik innflytelse på avstandsfeilen, uavhengig av frekvens. Dette gjelder for eksempel troposfæren. Andre feilkilder er ikke nødvendigvis like på de forskjellige frekvensene. Dette gjelder for eksempel flerveisstøy og mottakerens evne til å følge på de forskjellige frekvensene. Bortsett fra feilkildene i mottakeren er alle disse feilen primært et problem for lange avstander fra referansen. Men det er for disse avstandene det er interessant å bruke andre korleksjoner enn de man får fra referansen.

8.4.1 Test av metoden under påvirkning av andre feilkilder

Først kan man se hvordan metoden vil fungere om man har lik feil på alle frekvensene. Etter noen simuleringer ser man samme trenden for alle simuleringsoppsettene som er presentert i tabellene over. Velger derfor å presentere simuleringer gjort med $\theta = \pi/4$, elevasjon på 50°, $H_0 = 4.8 \times 10^{-5}$ og $N_e = 4.45 \times 10^9$. I et ideelt tilfelle vil da, i følge simuleringene, restfeilen etter førsteordens korleksjon være 16.9 cm, mens etter andreordenskorleksjonen er restfeilen på 0.0986 cm. Legger man til 1 mm i feil på alle frekvensene ser det ut til at metoden ikke blir betydelig unøyaktig. Restfeilen er da 17 cm etter førsteordenskorleksjonen, mens den er 0.00148 cm etter andreordenskorleksjonen. Legger man på 1 cm med feil på alle frekvensene får man en restfeil på 17.9 cm etter førsteordenskorleksjonen, mens man har 0.9 cm i restfeil etter andreordenskorleksjonen. Legger man på 2 cm på alle frekvenser blir restfeilen henholdsvis 18.9 cm og 1.9 cm for første og andreordenskorleksjonene. Ut fra dette kan man si at metodene både for første og andreordenskorleksjoner har ganske gode ytelser så lenge feilen er

den samme på alle frekvensene. Men legger man til 1 cm ekstra feil på avstandsmålingene ser man veldig godt denne ekstra feilen etter korreksjonene og derfor hvor viktig det er å korrigere alle feilkilder så godt som mulig før man bruker en slik metode for å fjerne ionosfærerefraksjonen.

Prøver så med forskjellig feil på de tre frekvensene. Legger på 1 mm i flerveisstøy på L5, legger til 1 mm på L2 og trekker fra 1 mm på L1. Førsteordenskorreksjonen gir da en restfeil på 16.5 cm, dette viser at den lille ekstra feilen på de tre frekvensene ikke har så mye å si for førsteordens korreksjonen mens restfeilen etter andreordenskorreksjonen har vokst til 1.4 cm. Legger vil til å trekke fra 1 cm feil på samme måte blir restfeilen etter førsteordenskorreksjonen 14.4 cm, mens for andreordens blir restfeilen etter korreksjon så mye som 12.9 cm.

Ut fra ligningene kan vi se at det er feil på L2 som har størst da den er involvert i leddene ρ_{12} og ρ_{23} . 1 mm feil på L2 vil gi en restfeil etter andreordens korreksjonen på 2.7 cm. 1 cm feil på L2 vil gi en restfeil etter andreordenskorreksjon på 26.2 cm. Legger man til samme feil på alle frekvensene, men legger til 1 mm ekstra på L2 får man allerede en så betydelig feil at metoden nesten blir ubrukelig for det den er ment til nemlig å korrigere den ionosfæriske feilen slik at man kan oppnå cm-nøyaktighet.

Det er vanlig å sette standardavviket på fasemålinger til 3 mm. Dette er den verdien som vil bli brukt i senere simuleringer og det er derfor interessant å se hvor stor restfeilen blir med denne verdien. Legger man til 3 mm på alle avstandsmålingene blir restfeilen etter andreordenskorreksjonen 4 mm. Prøver man med forskjellige kombinasjoner av å legge til eller trekke fra 3 mm blir restfeilen betydelig større. Her som over er det store forskjeller, men felles er at restfeilen stiger betydelig. Verst er det om man legger til 3 mm på L2 og trekker fra 3 mm på de to andre. Da har man en restfeil etter andreordenskorreksjon på 16cm, noe som er omtrent like mye som restfeilen etter førsteordenskorreksjonen. Gjør man det samme med 2 mm er man nede på 10 cm i restfeil etter andreordenskorreksjon, altså 40% bedre enn restfeilen etter førsteordenskorreksjonen på 16 cm.

8.5 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 8

I dette kapitlet er det presentert en metode for korreksjon av andreordens ionosfæriske effekter. Metoden har, i et ideelt system, meget gode ytelser. Ved simuleringer viste det seg at metoden var i stand til å korrigere ionosfærerefraksjonen slik at restfeilen etter korreksjon var i mm-området.

Dessverre viste det seg at metodens ytelser var veldig utsatt for påvirkning av andre feilkilder. Med lik ekstrafeil på alle frekvensene ble restfeilen etter andreordenskorreksjon omtrent like stor som den ekstra feilen. Problemet med ekstrafeil ble først veldig tydelig når det ble gjort simuleringer med forskjellig feil på de forskjellige frekvensene. Disse feilene gjorde modellen nesten ute av stand til å holde restfeilen under 1 cm. På en annen side viste det seg at førsteordenskorreksjonene ikke viste slike store svingninger i nøyaktighet, og i tilfellet med 1 cm feil på L2 ble feilen etter andreordenskorreksjonen 10 cm større enn etter førsteordenskorreksjonen. Disse simuleringene har vist at metoden vil gi en forbedring i forhold til dagens tofrekvenssystemer så lenge støyen holdes liten. Men samtidig har de vist at korreksjonene fra metodene kan ha betydelige feil og man er derfor avhengig av meget god kontroll på støyen for å kunne stole på

resultatene. Som nevnt i avsnitt 2.3 er en god metode å redusere feilen i fasemålinger å midle over flere målinger og dermed gjøre at korreksjonen blir betydelig mer nøyaktig. Problemet med midling er at det krever at mottakeren må stå i ro, dette er ikke en ønsket situasjon da man ønsker at mottakeren skal kunne være i bevegelse og likevel ha cm-nøyaktighet.

STØY I FASEMÅLINGER

I dette kapitlet skal vi se på støy i forbindelse med fasemålinger og hvordan støyen påvirker avstandsmålingene. Når de nye satellitnavigasjonssystemene er på plass vil man få flere signal å måle på. Dette vil føre til betydelige forbedringer på presisjon og integritet. Men det er viktig å huske at når man måler på flere signaler innfører man mer støy i systemet. Støyen er med på å forringe kvaliteten, og dermed også presisjonen i målingene. Først skal vi se på hvordan støyen øker gjennom dobbeldifferensiering av mottatte signaler i referanse og mottaker. Etter på skal blir noe av problematikken rundt ionosfærekorreksjoner presentert. Problemet med å fjerne ionosfærerrefraksjonen fra avstandsligningene er at man erstatter et problem med et annet. Ved å fjerne ionosfærerrefraksjonen fjerner man en stor feilkilde, men samtidig øker man støyen i systemet betraktelig. Det er derfor viktig å holde kontroll med hvor mye denne støyen øker.

9.1 STØYØKNING SOM EN FØLGE AV DOBBELDIFFERENSIERING

Hver observasjon har en vis varians, dette gjelder i både differensielle og ikke differensielle systemer. Her skal vi se på støyestimering og propagasjon av feil gjennom systemer.

I henhold til Langley (1997) kan man uttrykke støyen man får i en faselåst sløyfe (PLL) som:

$$\sigma_{\phi} = \sqrt{\frac{B_{PLL}}{\frac{S}{N_0}} \frac{\lambda}{2\pi}} \quad (9.1)$$

Her er B_{PLL} støybandbredden i hertz for sløyfa, S/N_0 er signal støyforholdet i sløyfa og λ er bølgelengden til bærebølgen, [32]. For dataene presentert under brukes $S/N_0 = 35dBHz$, $B_{PLL} = 2Hz$.

For kodemålinger finnes et tilsvarende uttrykk i henhold til Dierendonck (1992) i en tidlig minus senn effekt forsinkelseslåst sløyfe (DLL):

$$\sigma_{PR} = \sqrt{\frac{B_L d}{2 \frac{S}{N_0}} \left[1 + \frac{2}{(2-d) \frac{S}{N_0} T} \right] T_c} \quad (9.2)$$

B_L er også her bandbredden til sløyfa, d er korrelatorbredden i chipplengder og T_c er en chipplengde og T er gitt av pre-deteksjon bandbredden (vanligvis 50 Hz). I tabellen under brukes følgende verdier; $S/N_0 = 35dBHz$, $B_L = 1Hz$, $d = 0.1$ og $T = 0.002s$. For å kunne si noe om støyen må man se på ligningene for dobbeldifferansene. For dobbeldifferanseobservasjonene mellom mottaker R og S og satellittene i og j kan man skrive ligning for pseudoavstand som:

	Signal	Carrier frequency [MHz]	Wavelength [m]	Bandwidth* [MHz]	Ranging Code Rate [MC/s]	Code noise (1sigma) [m]	Carrier noise (1sigma) [mm]
L1	E2-L1-E1	1575.42	0.1903	16.368	2.046	0.587	0.762
L2	E6	1278.75	0.2344	12.276	5.115	0.235	0.938
L3	E5b	1207.14	0.2483	24.552	10.23	0.117	0.994
L4	E5a	1176.45	0.2548	24.552	10.23	0.117	1.020

Figur 9.1: Signalkarakteristikk for Galileosignaler gitt i mottakerbåndbredde, [32]

$$\nabla\Delta R_{RS}^{ij} = \nabla\Delta\rho_{RS}^{ij} + \nabla\Delta\epsilon_{RS}^{ij} \quad (9.3)$$

og for bærebølgemåling:

$$\lambda\nabla\Delta\phi_{RS}^{ij} = \nabla\Delta\rho_{RS}^{ij} + \nabla\Delta N_{RS}^{ij} + \nabla\Delta\nu_{RS}^{ij} \quad (9.4)$$

her er $\nabla\Delta$ dobbeldifferansefaktoren, R_{RS}^{ij} er avstandsmålingen basert på koden, ϕ_{RS}^{ij} er fasen til bærebølgen, ρ_{RS}^{ij} er den geometriske avstanden, mens ϵ_{RS}^{ij} og ν_{RS}^{ij} er støyen for henholdsvis kode og fasemåling.

Disse ligningene inneholder fire målinger. Variansene følger derfor loven som sier at variansene til en sum er lik summen av de individuelle variansene, forutsatt at målingene er ukorrelerte. Variansene på disse dobbeldifferensierte målingene blir derfor dobbelt så store som for de individuelle målingene. For kodemåling får vi da:

$$Var(\nabla\Delta R_{RS}^{ij}) = Var(\nabla\Delta\epsilon_{RS}^{ij}) = 4Var(\epsilon) \quad (9.5)$$

$$\sigma_{\lambda\nabla\Delta R_{RS}^{ij}} = \sqrt{Var(\lambda\nabla\Delta R_{RS}^{ij})} = 2\sqrt{Var(\epsilon)} = 2\sigma_{\epsilon} \quad (9.6)$$

På samme måte kan vi for fasemålingen:

$$\sigma_{\lambda\nabla\Delta\phi_{RS}^{ij}} = \sqrt{Var(\lambda\nabla\Delta\phi_{RS}^{ij})} = 2\sqrt{Var(\nu)} = 2\sigma_{\nu} \quad (9.7)$$

I figur 9.1 ser man signal karakteristikk til Galileo. Som man ser er støyen på bærebølgene omtrent 1 mm. I tillegg kommer blant annet flerveis og målestøy. Som vi har sett blir denne støyen forsterket opp gjennom kombinasjoner av målinger, og dette er en effekt som blir enda mer fremtredende når vi i det etterfølgende skal se på hvordan man fjerner andreordenseffekten

9.2 STØY ETTER ELIMINERING AV IONOSFÆRISK FORSINKELSE I TOFREKVENS SYSTEMER

Når man i Galileo og modernisert GPS får tilgang på flere signaler blir det aktuelt å danne såkalte ionosfærekorrigerede kombinasjoner. Det er kjent at ionosfæren er dispersiv, altså blir signalforsinkelsen frekvensavhengig. Man vet at forsinkelsen varierer inverst med bærebølgefrequensen i andre potens. Man kan da danne en ionosfærekorrigeret pseudoavstand, ρ_{ik} , ved hjelp av målinger på to frekvenser:

$$\rho_{ik} = \frac{\rho_a - \gamma_{b/a}\rho_b}{1 - \gamma_{b/a}} \quad (9.8)$$

her er $\gamma_{b/a} = (f_b/f_a)^2$, forholdet mellom de to bærebølgefrequensene man måler på. Fra 9.8 kan man skrive et uttrykk for standardavviket for målefeilen til den ionosfærekorrigererte kombinasjonen:

$$\sigma_{tik} = \frac{\sqrt{\sigma_{ta}^2 + \gamma_{b/a}^2 \sigma_{tb}^2}}{1 - \gamma_{b/a}} \quad (9.9)$$

her er σ_{ta} og σ_{tb} standardavviket til målefeilen for de to frekvensene. Fra [5] har vi at variansen til målefeilen ved kodefølging med tidlig minus sen diskriminator er:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{n} \left(\frac{c}{f_{kode}} \right)^2 \frac{B_{Lco}d}{2c/n_0} \left(1 + \frac{2}{(2-d)(c/n_0)\tau} \right) \quad (9.10)$$

her er c lyshastigheten i vakuum, f_{kode} er chipraten til koden, B_{Lco} er ensidige båndbredden til kodefølgesløyfa, d er rommet mellom tidlig og sen korrelatorene i chiplengde, c/n_0 er forholdet mellom signal og støytettheten, τ er intervallet der verdier fra korrelatoren akkumuleres før de brukes i diskriminatoren og n er antallet signalkomponenter som midles før ionosfærekorraksjonen. For eksempel er $n = 2$ om pseudoavstander fra to grener av et BOC modulert signal som følges separat kombineres. Om signal til støy tettheten er god, for eksempel $C/N_0 = 10 \log(c/n_0) > 40 \text{ dBHz}$ kan 9.10 skrives:

$$\sigma_t^2 \approx \frac{1}{n} \left(\frac{c}{f_{kode}} \right)^2 \frac{B_{Lco}d}{2c/n_0} \quad (9.11)$$

For GPS er chipraten til P(Y) koden på L1 og L2 frekvensen den samme, så mottakerne bruker ofte de samme følgesløyfe båndbredden og korrelatorbredde for de to frekvensene. Men signalet på L2 er halvparten så sterkt som signalet på L1 slik at $\sigma_{tL2}/\sigma_{tL1} \approx \sqrt{2}$. Med bærebølgene for GPS L1 og L2 får vi at $\gamma_{L2/L1} = (60/70)^2 \approx 0.61$. Settes dette inn i ligning (9.9) gir det $\sigma_{tik}/\sigma_{tL1} = 3.36$. Dette gir at korrigeringen av ionosfæren øker støyen med en faktor 3.

For Galileo og modernisert GPS er det flere frekvenser som kan brukes til ionosfærekorraksjoner. Man har fastsatt signalstyrken og signalformene som skal brukes i Galileo, men for denne analysen kan man for enkelhets skyld anta at signalstyrken er den samme for alle signalene. Når man skal lage slike kombinasjoner er det noen kombinasjoner som er bedre egnet enn andre. Man kan ta E5A og E5B som eksempel. Disse signalene har den høyeste chipraten og gir derfor den laveste følgestøyen slik at $\sigma_{tE5B}/\sigma_{tE5A} \approx 1$. Frekvensene for de to signalene er henholdsvis 1176MHz og 1207MHz. Dette gir at $\gamma_{E5B/E5A} = 0.95$. Satt inn i (9.9) gir dette $\sigma_{tik}/\sigma_{tE5A} = 27.6$ noe som er en stor økning i følgestøyen. Derfor er det ikke gunstig å bruke signaler som ligger nært i frekvens for å korrigere for ionosfæren. Bruker man heller signalene på E6 og E2-L1-E1 kan man oppnå $\gamma_{E6/L1} = 0.66$ og $\sigma_{tik}/\sigma_{tE6} = 3.52$.

9.3 REDUSERING AV STØYEN GJENNOM MIDLING

Selv om den økte støyen man får når man korrejerer for ionosfærerefraksjonen er liten i sammenlignet med de andre feilkildene så vil også denne kilden ha uheldige følger for applikasjoner der man ønsker cm-nøyaktighet. Derfor er det ønskelig å minimere denne feilen. Dette er mulig da ionosfæren varierer sakte over tid. Typisk korrelasjonstid er på typisk en time, sett bort fra PIDs([9]). Dette er en egenskap som gjør at man kan glatte ionosfærekorraksjonen og dermed redusere 'trackingnoise'. Tar man ligning (9.8) og skriver den om for signalene på E5A og E2-L1-E1 får man:

$$\rho_{ik} = \rho_{E5A} + \frac{1 + \gamma_{E5A/L1}}{1 - \gamma_{E5A/L1}} (\rho_{L1} - \rho_{E5A}) \quad (9.12)$$

glatter man denne over m iterasjoner får man:

$$\rho_{ik,k} = \rho_{E5A,k} + \frac{1 + \gamma_{E5A/L1}}{m(1 - \gamma_{E5A/L1})} \sum_{i=k+1-m}^{i=k} (\rho_{L1,i} - \rho_{E5A,i}) \quad (9.13)$$

der k er den aktuelle iterasjonen. Da blir standardavviket til følgesløyfen:

$$\sigma_{tik}^2 = \frac{(m+1)(1 + \gamma_{E5A/L1}^2) - 2(m-1)\gamma_{E5A/L1}}{m(1 - \gamma_{E5A/L1})^2} \sigma_{tE5A}^2 + \frac{(1 + \gamma_{E5A/L1})^2}{m(1 - \gamma_{E5A/L1})^2} \sigma_{tL1}^2 \quad (9.14)$$

For $\sigma_{tL1}/\sigma_{tE5A} \approx 1.58$ og $m = 100$ får man at $\sigma_{tik}/\sigma_{tE5A} \approx 1.2$. På denne måten blir mesteparten av den økte støyen glattet ut. Problemet med denne metoden for å redusere støyen er at mottakeren må stå i ro.

9.4 STØY ETTER ELIMINERING AV IONOSFÆRISK FORSINKELSE I TREFREKVENS SYSTEMER

Her skal vi se på støyøkningen man vil få etter korreksjon av andreordenseffekter med den metoden som ble presentert i 8. Her skal vi anta at alle frekvensene har samme signalstyrke og varians samt at målingene på de tre frekvensene er ukorrelert. Siden man antar lik støy på alle frekvensene blir uttrykket for støyøkningen etter førsteordenskorreksjonen noe annerledes enn det som ble presentert over.

$$\rho_q = \rho_{IF} + \frac{A}{f_q^2} \quad (9.15)$$

Her er ρ_q pseudoavstandsmålingene på L1 og L2, henholdsvis ρ_{L1} og ρ_{L2} . f_q er frekvensen på L1 og L2, henholdsvis f_{L1} og f_{L2} . ρ_{IF} er pseudoavstanden uten ionosfærisk påvirkning. $A = 40.3$ TEC. Både A og ρ_{IF} kan finnes ved målinger på to frekvenser. Gruppforsinkelsen på L1 kan da uttrykkes som:

$$I_{L1} = \frac{A}{f_{L1}^2} = \frac{f_{L2}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} (\rho_{L2} - \rho_{L1}) \quad (9.16)$$

Dermed får man et estimat for den ionosfærefrie pseudoavstanden:

$$\rho_{IF} = \frac{f_{L1}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} \rho_{L1} - \frac{f_{L2}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} \rho_{L2} \quad (9.17)$$

$$= 2.546 \rho_{L1} - 1.546 \rho_{L2} \quad (9.18)$$

Under antagelsen om at støyen er lik og ukorrelert på alle frekvensene kan vi da skrive:

$$\sqrt{2.546^2 + 1.546^2} \approx 3 \quad (9.19)$$

Altså vil støyen øke 3 ganger.

Bruker den samme fremgangen for trefrekvensmetoden og vi får:

$$\delta \rho_{p,f_1} = -6.080583 \rho_{12} + 20.049766 \rho_{23} \quad (9.20)$$

brytes denne ligningen ned får vi:

$$\delta \rho_{p,f_1} = -6.080583(\rho_1 - \rho_2) + 20.049766(\rho_2 - \rho_3) \quad (9.21)$$

$$\delta \rho_{p,f_1} = -6.080583 \rho_1 + 26.1303 \rho_2 + 20.049766 \rho_3 \quad (9.22)$$

Antar man det samme for tre frekvenser som for to, altså at flerveisstøyen og mottakerstøyen er lik og ukorrelert på alle frekvensene får man:

$$\sqrt{6.080583^2 + 26.1303^2 + 20.049766^2} \approx 33.5 = 15.25dB \quad (9.23)$$

Dette er en enorm økning av støyen, noe som vil føre til at målingene blir unøyaktige. Man kan altså risikere metoden for ionosfærekorreksjon er fullstendig ubrukelig. For kodemålinger ville denne støyøkningen vært et betydelig problem. Bærebølgemålinger er betydelig mindre heftet med støy en kodemålinger, likevel vil en støy økning på 15.25dB være betydelig.

Antar man et standardavvik på 3 mm på alle frekvensene vil standardavviket etter andreordenskorreksjonen være $33.5 \times 3 \text{ mm} = 100.5 \text{ mm}$, altså ca 10 cm. Siden støyforsterkningen er så stor gjennom metoden er det viktig å bruke mottakere med så lav støy som mulig. Fra [16] har vi at nøyaktige mottakere har et standardavvik på 0.3 mm på L1 for en satellitt med lav elevasjon og 0.1 mm for satellitt med høy elevasjon. Tilsvarende er standardavviket 0.3 mm og 0.7 mm for L2. Dette er standardavviket for en uddifferensiert observasjon. Denne støyen vil øke etterhvert som avstanden fra referansen øker og i tillegg vil man ha innflytelse fra andre feilkilder, flere av disse er omtalt kapittel 5. Det er derfor vanlig å bruke 3 mm for standardavviket på fasemålinger slik at man tar hensyn til andre feilkilder og ikke regner med for lite støy. Men det er viktig å huske at 3 mm er ansett som en pessimistisk verdi og at man mest sannsynlig kan forvente bedre.

9.5 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 9

I dette avsnittet har vi sett på hvordan støyen i en mottaker øker når man kombinerer observasjoner på forskjellige signaler for å bli kvitt feilkilder. Ved dobbeldifferensiering øker støyen med en faktor 2 per kombinasjon. Dette er en ubetydelig økning i måleu-nøyaktighet sammenlignet med størrelsen på feilen man blir kvitt gjennom denne metoden. For korreksjon av førsteordens effekten i ionosfæren økte støyen med en faktor 3.

Dette er heller ikke så mye i forhold til størrelsen på den feilkilden som blir fjernet. Men i et differensielt system bruker man korreksjonene fra referansestasjonen og om man befinner seg så langt unna referansestasjonen at korreksjonene ikke lenger er gyldig er restfeilen etter denne metoden fremdeles for stor til å kunne oppnå cm-nøyaktighet. Trippelfrekvensmetoden egner seg til å fjerne ionosfærefeilen da restfeilen etter korreksjon er i mm-området, men prisen å betale er en enorm økning i støyen. Derfor er det ikke sikkert korrigerings ved hjelp av denne metoden vil gi noe økt nøyaktighet.

LAMBDA I TREFREKVENSSYSTEMER

10.1 INNLEDNING

Både Galileo og modernisert GPS skal sende navigasjonssignaler på tre eller flere frekvenser. Dette skal øke muligheten for høy presisjon, sanntids navigasjon og posisjonering. Disse forbedringene kommer på grunn av en rekke forbedringer blant annet sterkere signal og økt måleredundans i både kode og fasemålinger. I for å nyttegjøre seg disse forbedringene trenger man en metode for å løse flertydighetsproblemet som ligger i fasemålinger. Det er gjort mye forskning for å finne metoder som gjør nettopp dette, tidligere i oppgaven ble noen av de mest omtalte metodene presentert. Her ble det konkludert at LAMBDA er den metoden som best egnet for flertydighetsløsning. LAMBDA kan brukes til dette formålet uten å måtte endre noe på den eksisterende metoden for å tilpasse den til bruken av tre frekvenser. Det er derfor interessant å se hvordan denne metoden vil bidra til økt nøyaktighet i trefrekvenssystemer.

10.2 OBSERVASJONSMODELLER

En viktig parameter når man skal se på suksessraten er valg av den matematiske modellen man bruker under beregningene. Sannsynligheten for korrekt løsning av flertydighetene er direkte avhengig av denne modellen og metoden som blir brukt til å løse ut flertydighetene.

Man kan skille mellom to modeller, geometrifri og geometribasert. Den geometribaserte modellen er mye brukt for GNSS applikasjoner. I denne modellen er observasjonsligningene parametrisert og linearisert med hensyn på de ukjente koordinatene til mottakeren. I en geometrifri modell er observasjonsligningene parametrisert med hensyn på de ukjente avstandene mellom satellitt og mottaker. Denne modellen er lineær og siden mottaker/satellitt-geometrien er ekskludert trenger man ingen efemerisinformasjon. Den geometribaserte modellen er mer robust enn den geometrifrie modellen da den kan benytte seg av tilleggs informasjonen som i koordinatene til satellitt, referanse og mottaker.

Den geometrifrie modellen er den enkleste modellen man kan bruke for korrigerende av GNSS faseobservasjonene og som gjør at man kan beregne flertydighetene ved fasemålinger. Helt enkelt består denne modellen av dobbeldifferensierte pseudavstand og fasemålinger av to mottakere til to satellitter, parameterisert som en ukjent dobbeldifferensiert avstand mellom satellitt og mottaker, en ukjent flertydighet og en ukjent io-

nosfærisk forsinkelse.

$$\begin{aligned} p_i &= \rho + \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_1}\right)^2 I \\ \Phi_i &= \rho - \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_1}\right)^2 I + \lambda_i a_i \end{aligned} \quad (10.1)$$

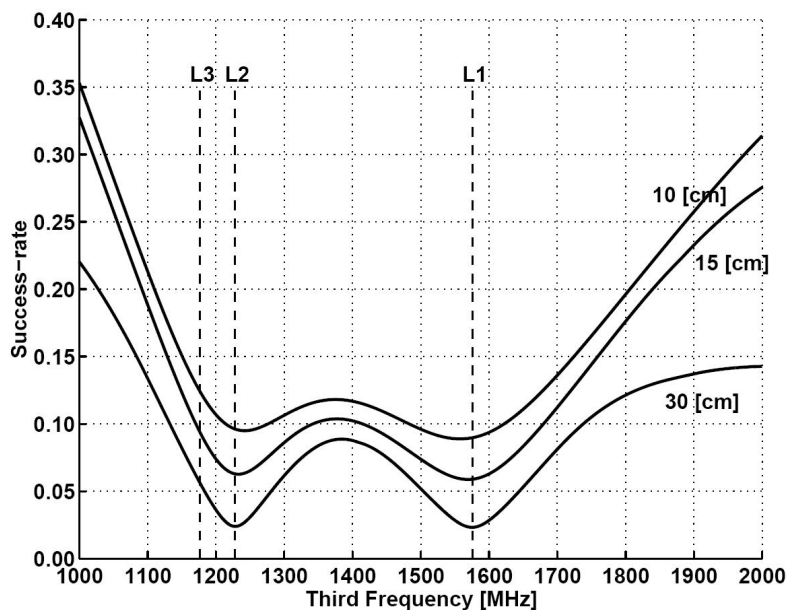
her er p og Φ henholdsvis pseudoavstanden og bærebølgemålingene i meter. ρ , a og I er henholdsvis den ukjente avstanden, faseflertydigheten og den ionosfæriske forsinkelsen. λ er bølgelengden og indeksen i indikerer hvilken frekvens målingen er gjort på.

Når man ser på tilfellet med tre frekvenser og én målepoke består den geometrifrie modellen av tre slike par med pseudo og bærebølgemålinger, ett sett for hver frekvens. For hver ekstra målepoke må modellen utvides med ekstra ukjente for avstanden og ionosfæreforsinkelsen, mens flertydighetene forblir de samme så lenge mottakeren er i ro og ikke mister lås på bærebølgen.

De overnevnte ligningene inneholder ukjente for den ionosfæriske forsinkelsen. Denne forsinkelsen er som kjent neglisjerbar for korte avstander mellom referanse og mottaker (10 – 20 km), men for lengre avstander må disse tas med. For korte avstander trenger man ikke å ta med ionosfæren i beregningene og man kaller modellen man har for ionosfæren for "fixed", dette gjelder også om man bruker en metode for å korrigere for den ionosfæriske refraksjonen. Har man derimot ikke noe informasjon om ionosfæren bruker man en "float" modell for ionosfæren. "Fixed" modellen gir allerede en høy suksessrate også med to frekvenser. Typisk har man suksessrate på 0.9 for to frekvenser med moderat nøyaktighet på kode og fasemålingene, men kan man ikke korrigere for den ionosfæriske refraksjonen synker suksessraten til 0.1 [14] for de samme forholdene. Det interessante er derfor å se hvordan en tredje frekvens vil påvirke suksessraten for lange avstander mellom referanse og mottaker.

10.3 SUKSESSRATE OG VALG AV TREDJE FREKVENNS

Her skal vi se litt på hvordan valg av den tredje frekvensen for Galileo påvirker suksessraten. Målet med den tredje frekvensen er å gi mottakeren en ekstra måling av en slik kvalitet at det vil bedre mottakerens mulighet til å korrekt løse flertydighetsproblemet. I figur 10.1 ser man hvordan valg av den tredje frekvensen påvirker suksessraten ved bruk av en målepoke og "float" for ionosfæren i en geometrifri modell [14]. Her ser man at valget av frekvens har en betydelig innvirkning på suksessraten. Forskjellige frekvenser gjør at suksessraten varierer mellom 0.03 og 0.35. Fra figuren ser man at man får bedre suksessrater jo lengre bort fra de to andre frekvensene den tredje blir plassert. Det er også tydelig at om man velger en frekvens i den lave delen av spekteret er dette spesielt gunstig. Under utviklingen av Galileo har flere forslag for hvordan man bør plassere frekvensene blitt foreslått. Som man ser er valget av frekvenser meget viktig for hvordan systemets ytelse vil bli. Velger man den tredje frekvensen til å være svært nær en av de to andre frekvensene vil man kunne danne en "widelane" med svært lang bølgelengde, noe som vil gjøre det lett å løse ut flertydigheten på samme måte som for MCAR. Men som vi har sett vil frekvenskombinasjoner av frekvenser som ligger nære i frekvens gi en betydelig økning i støy. Altså er det mange hensyn å ta under utformingen av et slikt system. Frekvensplanen til Galileo er fastsatt og frekvensene som vil bli brukt er omtalt tidligere i denne oppgaven og signalstrukturen til Galileo vises i figur 10.2.



Figur 10.1: Suksessrate som en funksjon av valgt tredje frekvens i Galileo. Her er L1, L2 og L3 er de tre fastsatte frekvensene i modernisert GPS

10.4 LAMBDA

Flertydighetsestimering med minste kvadraters metode (mkm) ble først introdusert i [29] i 1993. Metoden kalles LAMBDA, "Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment". Dette er en mer kompleks metode enn for eksempel TCAR, MCAR og andre metoder som bruker "widelanes". I tillegg er den også bedre enn de andre metodene brukt for flertydighetsløsning i det at den maksimerer sannsynligheten for korrekt løsning av flertydighetene [30]. Under følger en rask gjennomgang av metoden.

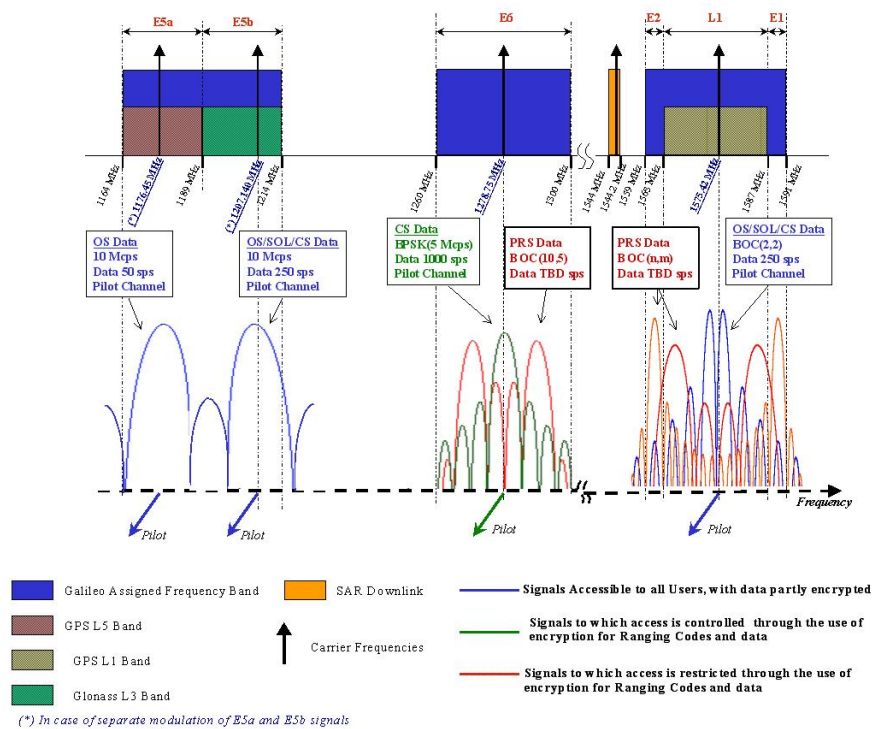
LAMBDA tar utgangspunkt i minste kvadraters metode og observasjonene gjort i en geometrifri modell. Man får da et sett med lineære observasjonsligninger:

$$y = Aa + Bb + e \quad (10.2)$$

her er y datavektoren av orden m med GNSS data. Vektor y inneholder observert minus beregnede dobbeldifferanse observasjonene akkumulert over alle måleperiodene. a og b er de ukjente parameter vektorene henholdsvis av orden n og o , mens e er støyvektoren. Vektor a inneholder da flertydighetene fra dobbeldifferansefasemålingene uttrykt ved antall bølgelengder. Disse angis som heltall. Innholdet i vektor b er resten av de ukjente parameterne som koordinater og parametere for de atmosfæriske forsinkelsene på grunn av ionosfæren og troposfæren. Disse verdiene er av reell størrelse. LAMBDA metoden består av tre steg. I det første steget overser man heltallsbegrensningen av flertydighetene og foretar en standard mkm-beregning. Resultatet av dette er estimer, med reell verdi, av a og b sammen med de tilhørende varianskovariansmatrisene:

$$\begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q_{\hat{a}} & Q_{\hat{a}\hat{b}} \\ Q_{\hat{b}\hat{a}} & Q_{\hat{b}} \end{pmatrix} \quad (10.3)$$

Denne løsningen kalles flyttallsløsningen. I det andre steget brukes dette flyttallsestimert \hat{a} til å beregne det tilhørende heltallige mkm-estimatet av flertydighetene, \check{a}



Figur 10.2: Signalstrukturen i Galileo

Når man tvinger flertydighetsestimatene til heltallsverdier kan dette uttrykkes som:

$$\check{a} = \min \|\hat{a} - a\|_{Q_{\hat{a}}}^2; a \in Z^n \quad (10.4)$$

her er $\|(\cdot)\|^2 = (\cdot)^T Q_{\hat{a}}^{-1} (\cdot)$ og Z^n er det n-dimensjonale heltallsrommet. \hat{a} er en vektor som inneholder flyttallsløsningen og $Q_{\hat{a}}$ er den tilhørende varianskovariansmatrisen.

Løsningen på dette problemet er heltallsvektoren nærmest til flyttallsløsningen. Nærmest her måles metrikken til flyttallsløsningens varianskovariansmatrise. Når det heltallige mkm-estimatet er funnet brukes det i det tredje steget til å korrigere flyttallsestimater av b . Som et resultat finner man da "fixed" løsningen:

$$\check{b} = \hat{b} - Q_{\text{hat}b} Q_{\hat{a}}^{-1} (\hat{a} - \check{a}) \quad (10.5)$$

Viss varianskovariansmatrisen var diagonal, ville estimatene fra mkm-løsningen være ukorrelert og "fixed" løsningen kan da finnes ved en enkel avrunding av mkm-estimatene. For GNSS observasjoner vet vi at disse vanligvis er sterkt korrelert og "fixed" løsningen må da finnes ved et diskret søk i et underrom i Z_n .

Søkeprosessen etter den korrekte løsningen av flertydighetsproblemet i et mkm-system er vanskelig siden flertydighetsestimatene er sterkt korrelert og har dårlig presisjon. Ser man på dette i en geometrisk presentasjon vil man se at søkerommet blir sterkt forlenget, noe som vanskeliggjør søkeprosessen. For å møte dette problemet benytter LAMBDA-metoden seg av et dekorreleringssteg en såkalt "Z-transformering". Dette steget vil gjøre søkerommet mer sfærisk, slik at det blir lettere å finne korrekt løsning.

10.5 PARTIELL LAMBDA

Når man i Galileo og modernisert GPS øker antall frekvenser vil mottakeren få et økt antall målinger. Kombinerer man begge systemene vil antall målinger øke ytterligere. Man vil da ha så mange målinger at det begynner å bli krevende for mottakeren å finne korrekt løsning.

Som et alternativ til å løse hele vektoren med flertydigheter ser man derfor på muligheten for å løse et undersett av flertydighetene. Ideen om partiell løsning av flertydighetene ble presentert av Teunissen i 1999. Spesielt er denne metoden tenkt for lengre avstander mellom referanse og mottaker. Ideen bak metoden ligger i at suksessraten generelt vil øke når færre heltallsbegrensninger blir brukt, [24]. Som en følge av dette vil man da trenge færre epoker med data for at det skal bli mulig å finne den partielle løsningen. Problemet ligger i å bestemme hvilke målinger man skal bruke. Denne avgjørelsen tas på bakgrunn av nøyaktigheten til flyttalls flertydighetene. Jo bedre nøyaktighet flertydighetene er, jo større blir suksessraten. Dette er en enkel antagelse så det er et par ting som må tas med i betraktningen. For det første er det viktig å ikke bare konsentrere seg om dobbeldifferanseflertydighetene da det er en mulighet for at det finnes heltallige lineære kombinasjoner av dobbeldifferanseflertydighetene som kan ha enda bedre presisjon enn de mest nøyaktige dobbeldifferanse flertydighetene. For det andre er de mest presise flertydighetene avhengig av hvilken modell som brukes. Dette da en lineær kombinasjon kanskje er optimal i en modell mens en helt annen vil være optimal i en annen modell.

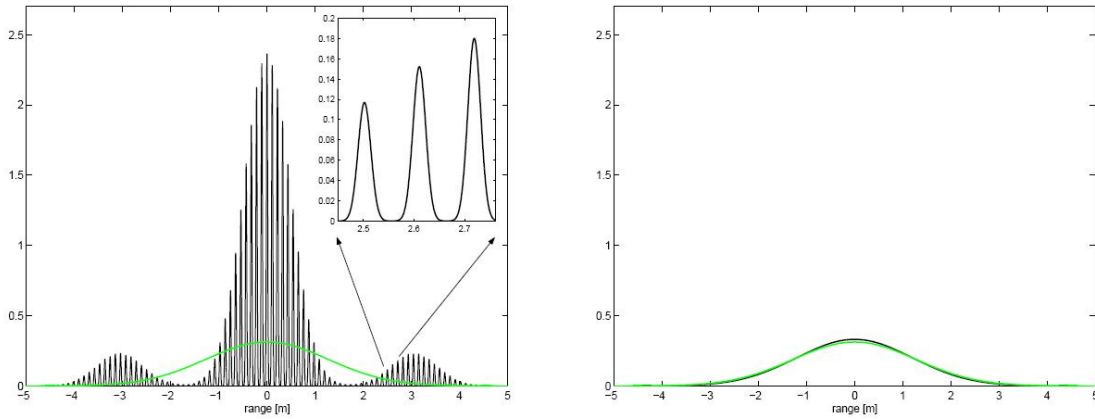
Fremgangsmåten for partiell løsning av flertydighetene starter med den komplette varianskovariansmatrisen til flyttallsløsningen, $Q_{\hat{a}}$. Denne matrisen inneholder all relevant informasjon. LAMBDA-metoden brukes så til å transformere den originale vektoren med dobbeldifferanseflertydigheter, \hat{a} , til en ny vektor med flertydigheter og en tilhørende varianskovariansmatrise:

$$\hat{z} = Z^T \hat{a} \text{ og } Q_{\hat{z}} = Z^T Q_{\hat{a}} Z \quad (10.6)$$

Ved å bruke LAMBDA-metoden oppnår man to ting. For det første vil dekorreleringen gi flertydigheter som er betydelig mer presis enn de originale dobbeldifferanseflertydighetene samt at varianskovariansmatrisen nesten blir en diagonalmatrise. For det andre vil bruk av LAMBDA-metoden gjøre at man kan garantere at de lineære kombinasjonene man finner er tillatt å bruke, [24].

Når man har den transformerte varianskovariansmatrisen, $Q_{\hat{z}}$ kan man finne det settet med observasjoner man ønsker å bruke. Dette gjøres sekvensielt. Man starter med den mest presise flertydigheten, for eksempel \hat{z}_1 , og beregner den tilhørende suksessraten $P(\hat{z} = z_1)$. Her er $z_1 = E\hat{z}_1$. Viss suksessraten er stor nok fortsetter man med å finne det mest presise paret av flertydigheter, som et eksempel kan man si (\hat{z}_1, \hat{z}_2) . Viss deres suksessrate $P((\hat{z}_1, \hat{z}_2) = (z_1, z_2)^T)$, er stor nok, fortsetter man videre å prøver å utvide undersettet. Denne prosedyren gjentas inntil man når et punkt hvor den tilhørende suksessraten blir for liten. Når dette punktet er nådd ved man at de flertydighetene som er tatt med i undersettet så langt kan finnes.

Når undersettet man har funnet til den partielle løsningen gjenstår det å avgjøre hva dette vil gjøre for å forbedre estimatoren for de parameterne i modellen som har reell verdi. Disse parameterne er for eksempel koordinater, ionosfæreforsinkelser eller dobbeldifferanseavstanden. Dette fordi selv om man kan finne riktig løsning på flerty-



Figur 10.3: Til venstre er sannsynlighetsfordelingen til $\hat{\rho}$ (grønn) og $\check{\rho}$ for en måleperiode med tre frekvenser i en geometrifri modell. Til høyre er sannsynlighetsfordelingen til $\hat{\rho}$ (grønn) og $\check{\rho}^{(1)}$. Til høyre er fordelingen til $\check{\rho}^{(1)}$, z_1 antatt å være heltallig, mens z_2 og z_3 fremdeles er antatt å være av reell verdi, [24]

digheten så betyr det ikke nødvendigvis at den "fixed" løsningen er bedre enn flyttalls-løsningen.

Ser man på et tenkt eksempel der man bruker den partielle metoden på en trippelfrekvens geometrifri modell. Etter dekorrelasjonssteget har man da:

$$\begin{pmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \hat{z}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ -24 & 147 & -122 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \end{pmatrix} \quad (10.7)$$

De tre transformerte flertydighetene er ordnet etter deres presisjon. Man starter med den best bestemte flertydigheten, \hat{z}_1 . Den tilsvarer en "widelane" som er laget med den andre og tredje dobbeldifferanseflertydigheten. Siden suksessraten etter én måleperiode er høy, nemlig $P(\check{z}_1 = z_1) = 1.000$, kan man si at instantan løsning av denne ene flertydigheten høyst sannsynlig vil være mulig. For å kunne si noe om effekten av å løse ut denne ene flertydigheten må man se på sannsynlighetsfordelingen til "fixed" dobbeldifferanse avstanden:

$$p_{\check{\rho}^{(1)}}(x) = \sum p_{\hat{\rho}|\hat{z}_1}(x|y=u)P(\check{z}_1 = u) \quad (10.8)$$

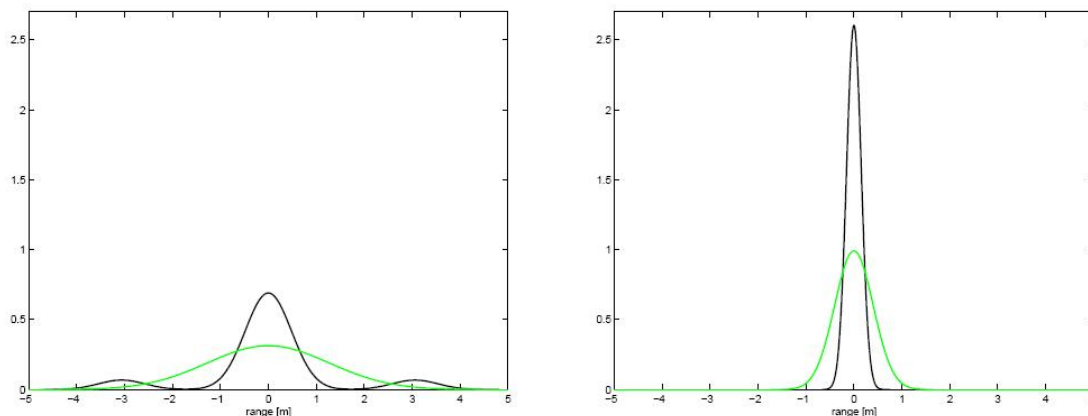
her er indikerer den øvre indeksen i $\check{\rho}^{(1)}$ at bare én flertydighet, nemlig z_1 blir behandlet som et heltall. Denne fordelingen vises til høyre i figur 10.3 sammen med fordelingen til flyttalls-løsningen $\hat{\rho}$. Sammenligner man de to fordelingene ser man at fordelingen til $\check{\rho}^{(1)}$ kun har en liten økning i amplituden, slik at å løse ut z_1 nesten ikke har noe innvirkning.

Så kan vi se på hvordan det blir for to flertydigheter. z_2 tilsvarer en "widelane" av de to første dobbeldifferansene minus to ganger en "widelane" dannet av de to siste dobbeldifferanseflertydighetene. Prøver man da å løse ut både z_1 og z_2 har man en suksessrate for å løse ut både z_1 og z_2 som kan uttrykkes som:

$$P((\check{z}_1, \check{z}_2)^T = (z_1, z_2)^T) = 0.836 \quad (10.9)$$

Denne suksessraten er for lav for å kunne brukes da man får feil løsning i $\approx 16\%$ av forsøkene. Dette kan man også se i den tilsvarende fordelingen til den "fixed" dobbeldifferanse avstanden som er gitt som:

$$p_{\check{\rho}^{(2)}}(x) = \sum p_{\hat{\rho}|\hat{z}_1}(x|y=u)P((\check{z}_1, \check{z}_2)^T = u) \quad (10.10)$$



Figur 10.4: Sansynlighetsfordelingen til $\hat{\rho}$ (grønn) og $\hat{\rho}^2$ for en epoke (venstre) og ti epoker (høyre), [24]

og er vist i figur 10.4. De to sidelobene til $p_{\hat{\rho}^{(2)}}(x)$ kan, som en god tilnærming, antas å inneholde de resterende 16% av suksessraten. Dette gir at bortsett fra den korrekte heltallsvektoren er det kun to andre heltallsvektorer som har en signifikant sannsynlighet for å bli valgt av mkm-estimatoren. Disse to vektorene er plassert refleksjonssymmetrisk i forhold til den korrekte vektoren. I det transformerte flertydighetsrommet kan de finnes ved:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{pmatrix} \quad (10.11)$$

Sidelobene til $p_{\hat{\rho}^{(2)}}(x)$ i figur 10.4 vil forsvinne om suksessraten blir 1.0. Dette er oppnåelig med tilstrekkelig forbedring av målepresisjon eller om man øker antall måleperioder. Selv om 0.836 ikke er en høy nok suksessrate til å kunne oppnå pålitelig beregning av flertydighetene kan man anta at med flere måleperioder vil suksessraten stige til 1.0. I dette tilfellet vil man oppnå 0.999 allerede etter seks epoker. Dette viser at rask og pålitlig løsning av flertydighetene er mulig med trefrekvenssystemer om to av de tre flertydighetene, altså z_1 og z_2 , har heltallsverdier. En annen vinning er at dette også gir en betydelig forbedring av dobbeldifferanse avstandsestimatoren. Dette ser man til høyre i figur 10.4. Fordelingene til $\hat{\rho}^{(2)}$ og $r\hat{h}\sigma$, gir at man får en suksessrate på 1.00 etter ti epoker. Her ser man tydelig at det ikke er noen sidelobes. Som man ser er også fordelingen til $\hat{\rho}^{(2)}$ betydelig mer spiss enn fordelingen av flyttallsløsningen. Denne forbedringen ser ikke så stor ut her som den ville ha vært etter en komplett løsning av flertydighetene. Men fremdeles er forbedringen meget tydelig da man kan se at standardavviket til dobbeldifferanseavstandene går ned 40 cm for flyttallsløsningen til 15 cm for "fixed" løsningen.

10.6 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 10

I dette kapittelet har man tatt en enkel gjennomgang av LAMBDA-metoden og hvordan denne fungerer. Målet var å se på LAMBDA-metoden i et system med flere frekvenser. Men som det ble fastslått trenger ikke LAMBDA-metoden noen tilpassning for å kunne brukes i Galileo eller modernisert GPS. Eneste forskjellen er at man vil få betydelig større vektorer og matriser på grunn av en betydelig økning i antall målinger. For å re-

du flere antall flertydigheter har man utviklet partiell LAMBDA slik at man skal unngå at man får et uhåndterlig antall flertydigheter. Metoden går i enkelhet ut på å velge ut de mest nøyaktige flertydighetene og bruke de isteden for å også regne med mindre nøyaktige flertydigheter som vil være med å gjøre søkerommet mer ugunstig. I kapittel 11 blir det presentert en del simuleringer av modernisert GPS og Galileo. Disse simuleringene baserer seg flertydighetsløsning med LAMBDA-metoden.

KAPITTEL 11

VISUAL

11.1 INNLEDNING

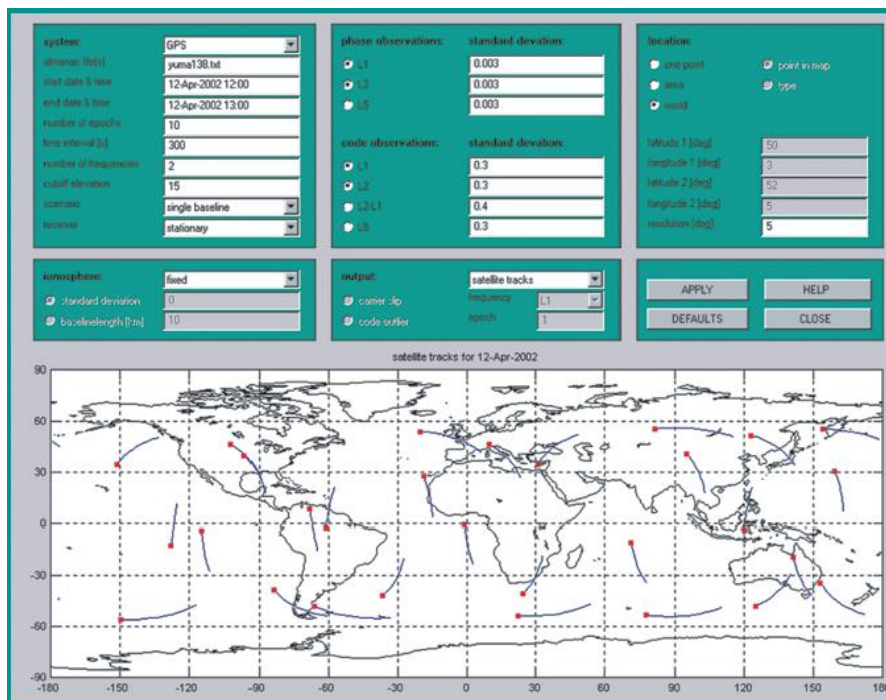
Det finnes mange programmer og verktøy for å studere et satellittsystem. Disse kan være meget nyttige for å gjøre beregninger og visualisere forskjellige problemstillinger. GNSS er svært kompliserte systemer med mange variabler, slik at en nøyaktig matematisk modell vil inneholde svært mange variable. Likevel kan det gjøres beregninger for deler av systemet og heller gjøre antagelser for resten av systemet. I dette kapitlet presenteres noen målinger gjort med FUGRO's Starfix system og simuleringer gjort med Visual og Skylab. Dette er tilleggspakker til Matlab som er utviklet ved universitetet i Delft.

11.2 VISUAL OG SKYLAB

Når man skal studere GNSS kan det være greit å ha noen hjelpemidler til å visualisere og direkte vise hvilke følger valg av forskjellige parameter vil medføre. Disse programmene vil gi en bruker muligheten til å visualisere valgene av parametre. Man kan velge blant annet hvilket GNSS, antall frekvenser og støy.

Figur 11.1 viser hvordan man selv kan velge systemparametre. Man kan benytte seg av to forskjellige typer efemeris informasjon, RINEX og YUMA-almanakkene. I denne oppgaven er det veldig interessant å se hva slags påvirkning forskjellige parametre vil ha påvirkning for den totale nøyaktigheten i et satellittnavigasjonssystem. Det er mulig å se hvordan satellittgeometri påvirker nøyaktigheten og man kan sette inn forskjellige verdier for støy og modeller for ionosfære og troposfære. Programvaren kan brukes til å se på tids eller romlige variasjoner på bakgrunn av valg av enkeltprametre. Man kan velge om man vil se på variasjoner innenfor et spesielt område eller innenfor et tidsintervall. Det er også mulig å velge om man vil se på hele verden eller for et område.

Brukeren av programvaren kan selv bestemme standardavvikene for observasjonene. Programvaren har ikke innebygget funksjonalitet som tar høyde for tidsavhengig og gjensidig korrelasjon. Men korrelasjon mellom observasjonene blir tatt med om man ikke antar ionosfæren som kjent eller at dataene ikke inneholder verdier for den ionosfæriske forsinkelsen. Det er mulig å selv velge hvilken antagelse man ønsker å bruke for ionosfæren. Det er mulig å velge en "fixed" modell for ionosfæren, her antas det at den ionosfæriske påvirkningen enten er kjent eller at avstanden mellom mottaker og referanse er så kort at den kan ignoreres. Man kan også innføre en pseudoobservasjon av ionosfæren som kan trekkes fra på observasjonene. Da må man modifisere den stokastiske modellen ved å legge til varians-kovarians matrisen til de ionosfæriske



Figur 11.1: Skjerm bilde fra VISUAL

pseudoobservasjonene. Derfor må man spesifisere enten standardavviket for ionosfæren eller avstanden mellom referanse og mottaker.

Det er vanlig å bruke en tommelfingerregel i det siste tilfellet, nemlig at standardavviket i millimeter er en funksjon av baseline lengden i kilometer [31].

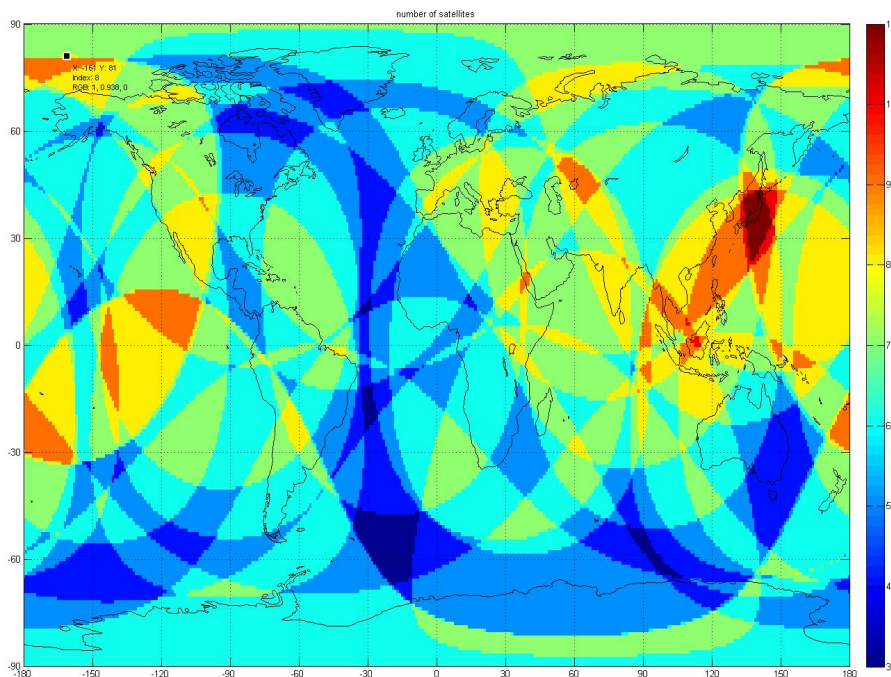
$$s = 0.68 \times \text{baseline} \quad (11.1)$$

Om ionosfæren er helt ukjent må man bruke en flytende modell for ionosfæren, dette gjør at standardavviket til den ionosfæriske pseudoobservasjonen går mot uendelig.

Siden Galileo ennå ikke er operativt har man ingen kunnskap om hvor bra systemet kommer til å fungere. Derfor benytter programvaren seg av antatte verdier basert på publisert informasjon. Beregningene for Galileo gjøres derfor på grunnlag av en YUMA type almanakk. Denne inneholder antatte verdier for 27 satellitter med inklinasjon 56 grader (Walker-konstellasjon) og sirkulære baner med lik høyde som gir global dekning. For GPS brukes almanakken til dagens GPS system, denne kan lastes ned fra <http://www.navcen.uscg.gov/ftp/GPS/almanacs/Yuma/>.

11.3 SIMULERINGER

I det etterfølgende presenteres simuleringer gjort med VISUAL, en tilleggspakke til Matlab. Galileo og modernisert GPS vil bringe med seg mange forandringer i forhold til dagens GPS. Det er derfor interessant å se hva disse forandringene vil bety for en mottaker. Her skal simulere noen av forandringene og se på hvilke forandringer disse vil føre med seg.

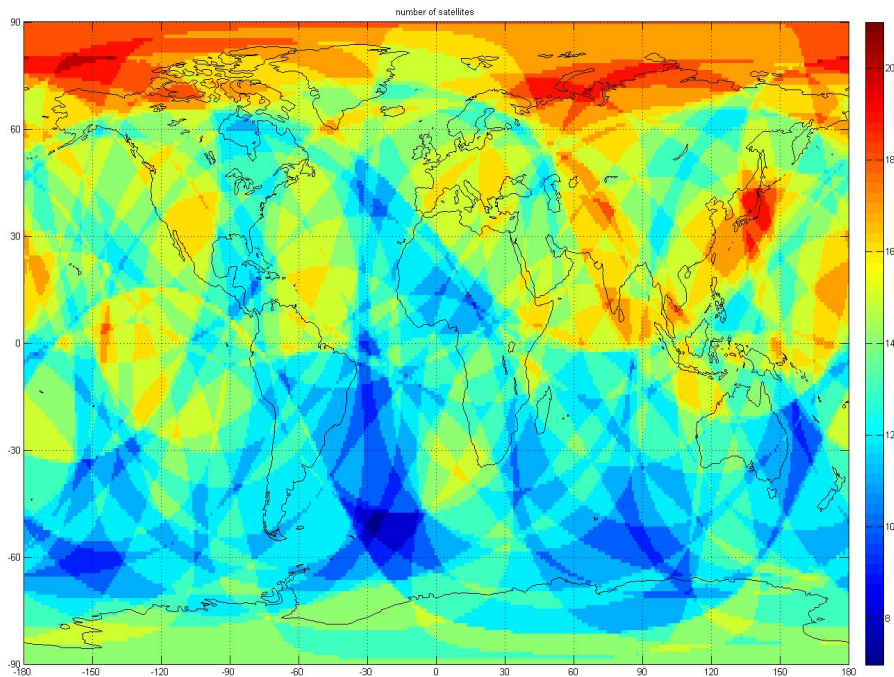


Figur 11.2: Satellitter synlig for en GPS mottaker med 20° som laveste elevasjon

11.3.1 Antall satellitter synlig fra mottaker

En av de store fordelene med Galileo og modernisert GPS er at det er mulig å bruke de sammen. Dette fører til et betydelig større antall satellitter som er synlig fra en mottaker. Dermed kan mottakeren lettere finne satellitter med mindre støy på signal og bedre geometri, noe som vil gjøre posisjonsberegningen mer nøyaktig. I et ideelt tilfelle hadde det vært best å hatt en satellitt i senit samt 3 satellitter jevnt fordelt utover horisonten. Problemet med lave elevasjonsvinkler er at mange feilkilder blir veldig store og vil gjøre posisjonsberegningen nesten umulig. Lavere elevasjon vil føre til lengre ganglengde gjennom ionosfæren, men spesielt ugunstig er flerveisstøy og troposfæren som man ikke så lett kan korrigere. Samtidig kommer også problemer med fasesenter på antenner. Disse feilene til sammen vil gjøre at det rett og slett ikke er ønskelig å bruke satellitter med lav elevasjon for cm-nøyaktighet applikasjoner. Tidligere er det presentert en del feilkilder som er avhengig av elevasjon, både ionosfæren og troposfærens feilbidrag øker betraktelig når elevasjonsvinkelen minker. Ut i fra dette kan man si at det er ønskelig å bruke satellitter med minimum 20° elevasjon.

Figur 11.2 viser hvor mange satellitter som er synlig for en GPS mottaker med minste elevasjon 20° . I figur 11.3 ser vi at antallet tilgjengelige satellitter øker betydelig om mottakeren kan benytte seg av både GPS og Galileo. For GPS alene varierer tilgangen på satellitter fra minimum 3 til maks 11. Man ser at for størsteparten av verden har en mottaker tilgang på mellom 5 og 9 satellitter. Mange plasser har man rett og slett heller ikke muligheten til å velge mellom satellitter da man har mindre enn 5 satellitter tilgjengelig om man har nedre grense på 20° elevasjon. Dette gjør at man kanskje må benytte seg av satellitter med enda lavere elevasjon, noe som er ugunstig med tanke på signalkvalitet. I figur 11.3 viser dekningen i et integrert GPS/Galileo system. Her ser man at minimum antall tilgjengelige satellitter for minimum 20° elevasjon ligger

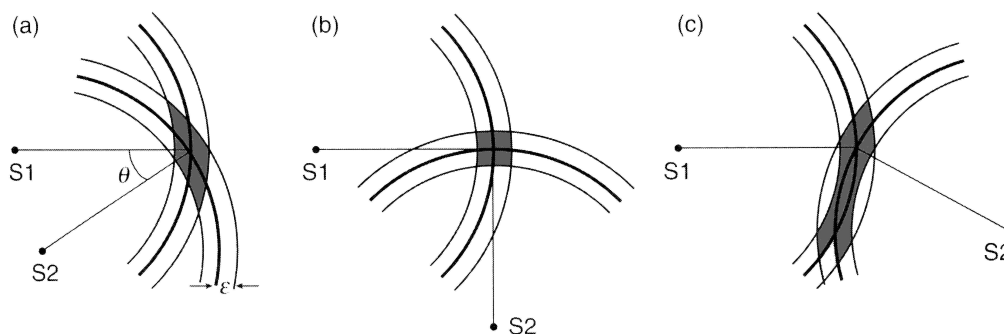


Figur 11.3: Satellitter synlig for mottaker i et integrert GPS/Galileosystem med 20° som laveste elevasjon

på 7 satellitter. Men jevnt over for verden ligger tilgjengeligheten på mellom 10 og 16 satellitter. Dette vil føre til betydelig bedre forhold for en mottaker da man har flere satellitter å velge i.

11.3.2 Satellitter synlig fra referanse og mottaker

Fra før har vi at ionosfæren begrenser avstanden mellom referanse og mottaker, men det er også andre betraktninger som må tas når avstanden øker. Ettersom man i et differensielt system er avhengig av å måle på de samme satellittene vil avstanden være begrenset av det faktum at jorda er rund og at satellitter som er synlig for den ene ikke nødvendigvis er synlig for den andre mottakeren. Ideelt sett for et GNSS er det optimalt å ha satellittene så spredt rundt seg som overhodet mulig, for eksempel 3 satellitter spredt med lik avstand i horisonten og en i senit. Når avstanden mellom referansestasjon og mottaker blir større er dette altså ikke mulig, dette da satellittene referansen følger vil ha en helt annen geometri enn de satellittene mottakeren kan se. Slik at om mottakeren skal bruke korreksjoner fra referansestasjonen må den bruke de satellittene referansen har korreksjoner til. Dette vil føre til at satellittgeometrien til mottakeren vil bli betydelig dårligere. Det er derfor viktig at korreksjonene kommer fra et nettverk av referansestasjoner. Som man kan se av figur 4.1 vil et nettverk av referansestasjoner kunne omkranset mottakerens posisjon og mottakeren kan dermed bruke den referansestasjonen som har de mest relevante korreksjonene for hver av satellittene den måler på. Et nettverk av referansestasjoner er foreløpig eneste løsningen om man skal oppnå sub desimeter nøyaktigheter over alt i verden.



Figur 11.4: En 2D fremstilling av posisjonsestimering med avstandsmålinger. Kvaliteten til posisjonsestimatet avhenger både av kvaliteten til signalet (ϵ) og geometrien (θ)

11.3.3 Satellittgeometri og DOP

Det er interessant å se hvordan satellittgeometrien påvirker GDOP, HDOP og PDOP. Dette er verdier som vil endre seg ettersom satellittgeometrien endres. Fra [18] har vi figur 11.4 ser vi hvordan satellittgeometrien spiller inn på posisjonsfeilen. De grå feltene markerer usikkerheten i posisjonsestimatet. Det er derfor viktig at mottakeren har flere satellitter å velge mellom slik at den kan bruke de satellittene som gir minst feil. Det er så klart ikke bare geometrien som spiller inn på feilen, det kan for eksempel være bedre å bruke en satellitt som gir dårligere geometri, men som har bedre signalkvalitet.

HDOP (Horizontal dilution of precision) er gitt av:

$$HDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (11.2)$$

PDOP (Position dilution of precision) er gitt av:

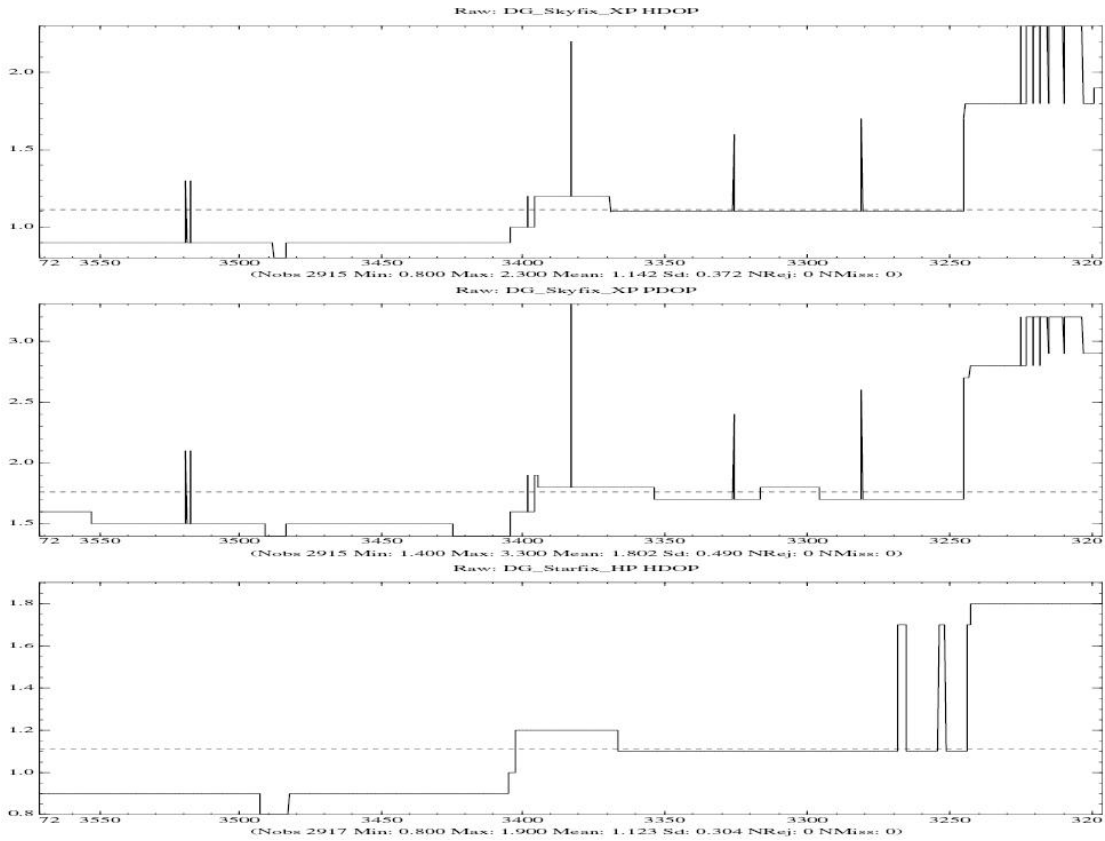
$$PDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} \quad (11.3)$$

GDOP (Geometric dilution of precision) er gitt av:

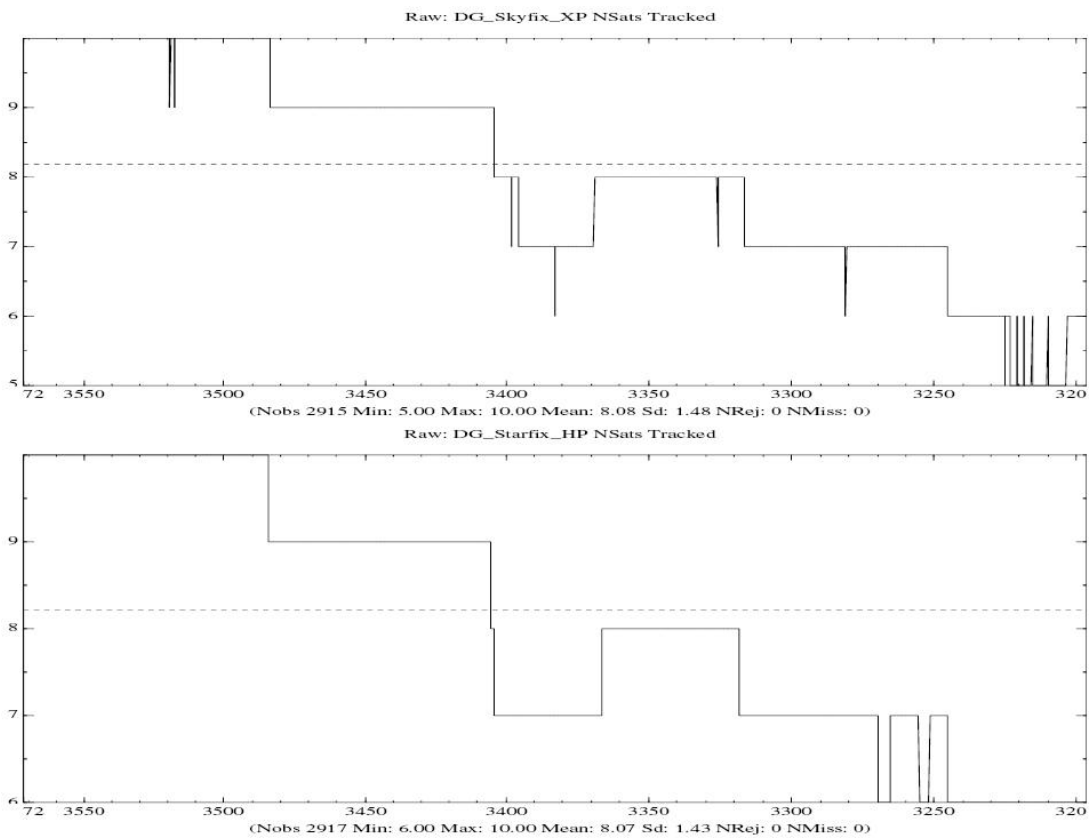
$$GDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_t^2} \quad (11.4)$$

Det er mulig å beregne DOP verdiene ut fra støyen på mottatt signal. I figur 11.5 ser man hvordan DOP verdiene for en mottaker endres over tid. Dette er hentet fra en måleserie gjort med Fugro Starfix. Denne måleserien ble utført på Nordsjøen, rett nord for Nederland. Nærmere bestemt 54° nord og 3.5° øst den 24. Oktober mellom klokken 17:36 og 18:46. I figur 11.6 ser vi hvordan antallet satellitter varierer over det samme tidsintervallet. Da ser man hvordan satellittgeometrien påvirker DOP verdiene. Det er noen uregelmessigheter i antall tilgjengelige satellitter. Dette antas å være fordi signalene fra enkelte satellitter er så dårlig at mottakeren iblant mister lås. Det ble tatt flere slike målinger, men denne ble valgt da denne var en av de som hadde størst variasjon i HDOP og PDOP av de måleseriene som ble tatt.

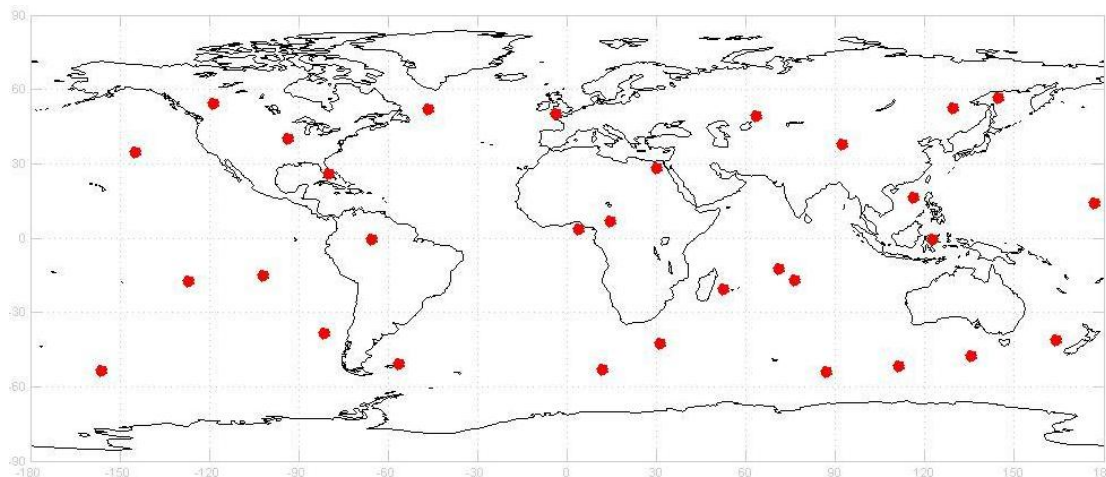
Det var ikke tilgjengelig logging av hvilke satellitter som ble brukt i denne målingen. Men man kan bruke VISUAL til å simulere det aktuelle tidsrommet og se hvordan satellittgeometrien ser ut for dette tidsintervallet. Spesielt interessant er det da å se på de tilfellene der DOP har maksimum og minimumsverdier slik at man kan visualisere



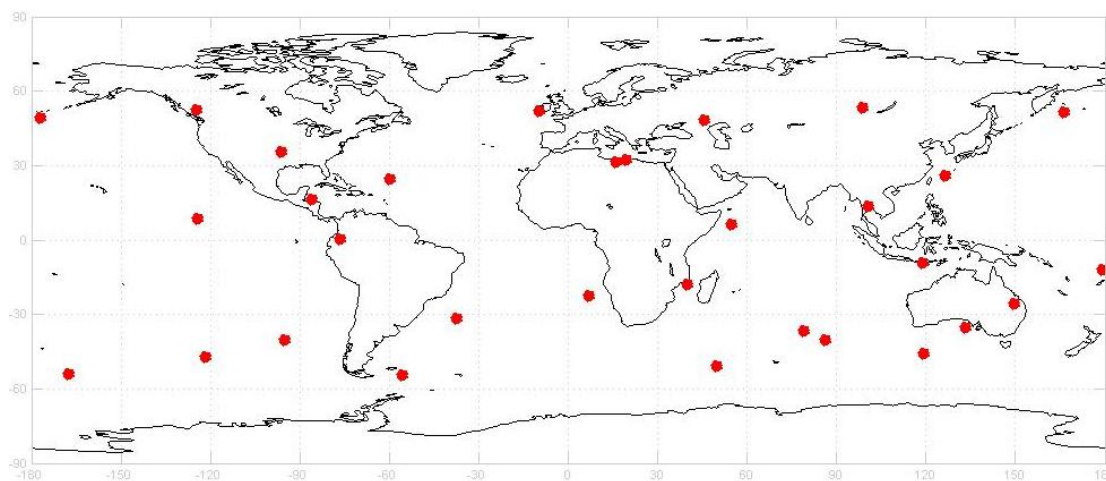
Figur 11.5: HDOP og PDOP målt med FUGRO Starfix systemet, her ser man hvordan DOP endres over et entimers intervall



Figur 11.6: Variasjon i antall tilgjengelige satellitter over et entimers intervall



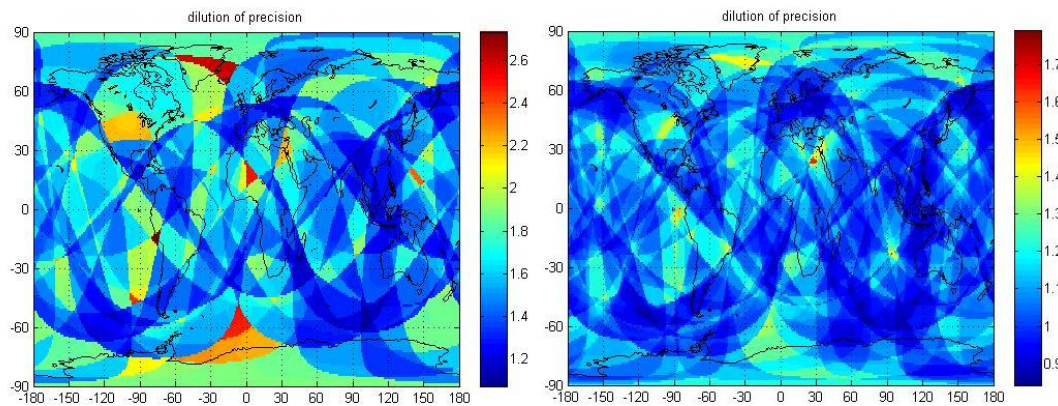
Figur 11.7: Satellittgeometri 24.10.2007 klokken 17:36



Figur 11.8: Satellittgeometri 24.10.2007 klokken 18:40

geometriens innflytelse. For å få så korrekte simuleringer som mulig ble GPS almanakken som var gyldig 24.10.2007 lastet ned og brukt i simuleringene. Det ble først forsøkt med den almanakken som fulgte med programpakken, men denne var utdatert slik at simuleringene overhodet ikke svarte til simuleringene.

Som man ser av figur 11.7 og 11.8 er det vanskelig å dra noe entydig ut av disse. Men likevel kan man se at satellittene ser ut til å ha en mer fordelaktig geometri for 11.7 noe som er i overensstemmelse med DOP verdiene i 11.5. Det man ser er at for tidspunkt 17:36 er satellittene mer jevnt fordelt himmelen med satellitter i både østlig, vestlig og sørlig retning samt en satellitt nært senit. Mens for tidspunkt 18:40 så er satellittene mindre fordelaktig plassert med tanke på at to av satellittene er i nesten samme posisjon, noe som gir høy korrelasjon av feilkildene langs de to signalveiene. Og selv om man også her har en satellitt nesten i senit så er resten i sørlig og østlig retning, noe som gir en mindre uniform fordeling. Med tanke på at satellittbanene i GPS har en inklinasjon på 55° relativ til ekvator, er det vanskelig å få satellitter med lav elevasjon og nordlig asimut for den posisjonen der målingene ble tatt. Dermed er det vanskelig å få det som omtales som optimal geometri for et ideelt tilfelle. Målingene ble ikke tatt ved en definert posisjon, slik at det ikke var mulig å kontrollere hvordan nøyaktigheten til posisjonsberegningene ble påvirket av satellittgeometrien.



Figur 11.9: Figuren til venstre er GDOP for GPS, mens figuren til høyre viser GDOP for et integrert GPS/Galileo system

Nå som vi har sett hvordan geometrien påvirker dagens GPS er det interessant å se hvordan et integrert Modernisert GPS/Galileo system vil kunne forbedre DOP verdiene. For å gjøre dette brukes VISUAL med GPS almanakk fra dagens GPS system og den innebygde almanakken for Galileo. Dette vil dermed være basert på antagelser om hvordan satellittkonstellasjonen vil se ut, men vil likevel gi en god indikasjon på hva man kan forvente. Som vi ser i figur 11.9 blir GDOP verdien lavere for et integrert system. GDOP verdiene blir ikke mye lavere, men grunnet jevnere fordeling av satellittene får man en mer stabil verdi for GDOP sammenlignet med dagens GPS der GDOP verdiene varierer mer. Dette gjør at man kan forvente mer stabile ytelser fra et kombinert GPS/Galileo-system.

11.4 SUKSESSRATER I GNSS-2

Det er kjent at dekorrelasjonen av differensielle data fra en referansestasjon med økende avstand til mottaker er en sterk begrensning i differensielle systemer. I kapittel 4 så man hvordan FUGRO's referansestasjoner er plassert, noen av disse ble også brukt under den måleserien som ble gjort ovenfor. I tabellen i figur 11.10 ses avstanden til de referansestasjonene som ble brukt samt avstander til disse. I simuleringene under brukes Leidschendam som nærmeste referansestasjon, 229 km unna. 229km vil i henhold til ligning 11.1 svare til et standardavvik på 15.5cm for ionosfæren. Som man ser er alle referansestasjonene lengre unna enn det man så langt har ansett som maksimal avstand i differensielle systemer med cm-nøyaktigheter. I dette avsnittet skal vi se litt på beregninger av suksessrater gjort med VISUAL. Dette for å kunne se litt på hvordan suksessraten endres med avstand til referanse og hvordan satellittsystem som brukes. Suksessraten defineres som størrelsen på sannsynligheten for korrekt løsning av flertydighetsproblemet.

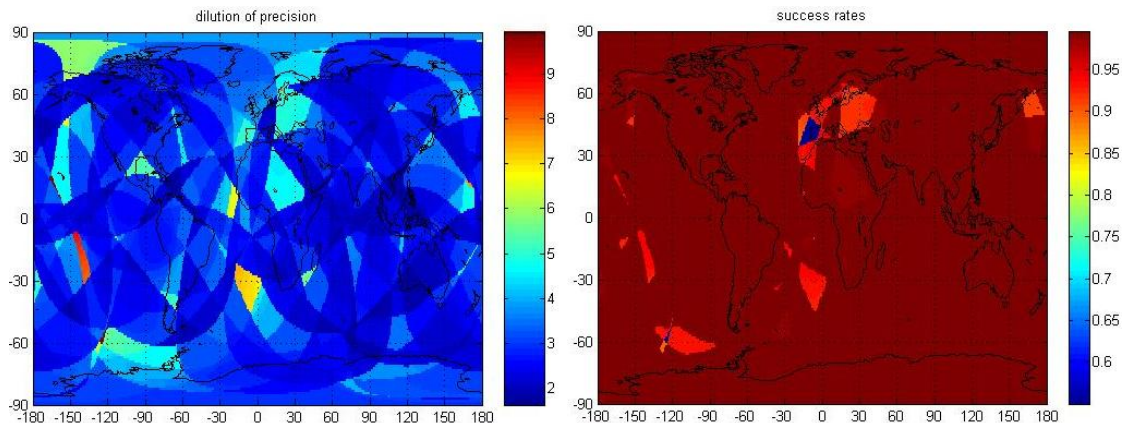
For å se på hvordan avstanden mellom referanse og mottaker påvirker suksessraten til mottakeren gjøres noen enkle beregninger i VISUAL. I beregningene tas troposfære med som "fixed" og ionosfære som "weighted". "Instantan" løsning av flertydighetene er en løsning basert på data fra én målepoke.

I figur 11.11 ser man suksessraten for for en GPS mottaker i en avstand 10 km fra nærmeste referansestasjon. Suksessraten er meget høy og ligger over $\approx 97\%$ for store deler

GPS:

Spectra	Supplier	Name	Type	Freq	Ref #	Ref Name	Ref Dist
V1G2	Fugro A/S	Starfix.HP	Carrier Phase DGPS	Dual	0521	Leidschendam	229 km
V1G2	Fugro A/S	Starfix.HP	Carrier Phase DGPS	Dual	0571	Aberdeen	492 km
V1G2	Fugro A/S	Starfix.HP	Carrier Phase DGPS	Dual	0580	Rogaland	553 km
V1G2	Fugro A/S	Starfix.HP	Carrier Phase DGPS	Dual	0530	Shannon	835 km
V1G1	Fugro A/S	Skyfix.XP	Clock/Orbit corrected GPS	Dual	0001	Clock and Orbit Corrections.	n/a
V1G2	Fugro A/S	Starfix.HP	Carrier Phase DGPS	Dual	0620	Torshavn	1069 km

Figur 11.10: Referansestasjoner brukt under måleserie

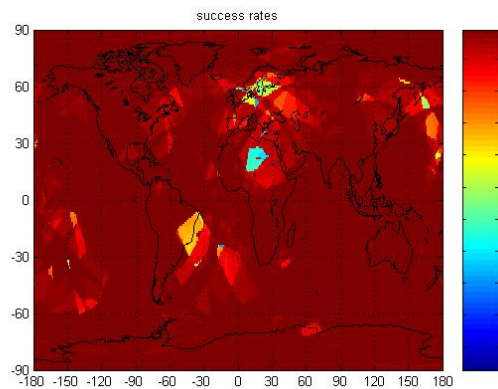


Figur 11.11: Sammenligning av GDOP og suksessrate for GPS 24 oktober 2007, klokken 18:40

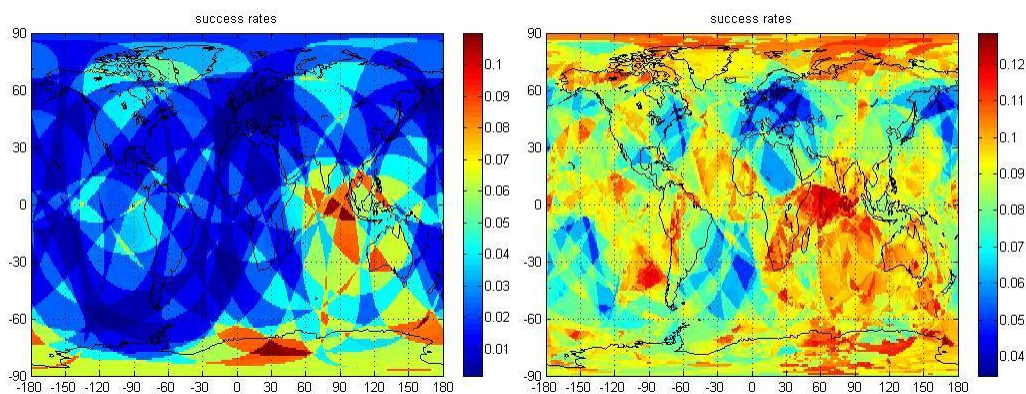
av verden. Dette er forventet ettersom avstanden til referansen er kort. Det er også interessant å se hvordan suksessraten er korrelert med GDOP verdiene. Selv om det ikke er en direkte avhengighet mellom GDOP og suksessraten er det innlysende at det å bedre satellittgeometrien vil øke suksessraten.

Ser man på tilsvarende simulering for et kombinert GPS/Galileo-system med alle frekvensene i bruk får man et betydelig bedre resultat. I figur 11.12 ser man dette. Det økte antallet satellitter og målinger gjør at man kan få et robust sett med målinger uansett hvor man befinner seg på jorden så lenge man har en referansestasjon innenfor 10 km.

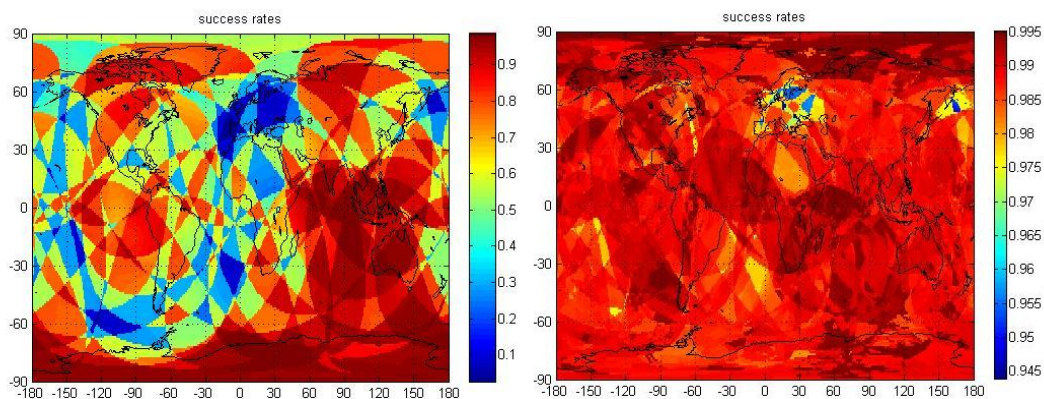
Øker man avstanden mellom referanse og mottaker til 229km ser man i figur 11.13 hvordan ionosfæren spiller inn. Instantan løsning av flertydighetene blir nesten umulig, og resultatet man får er meget usikkert. Hovedgrunnen til at dette er umulig er at man har brukt "weighed" for ionosfæren. Denne betingelsen er gitt av ligning 11.1, og når avstanden blir så stor dekorrelerer den ionosfæriske refraksjonen så mye mellom referanse og mottaker at korrekt løsning på en epoke er meget usannsynlig. Dette illustrerer hvor viktigheten av korreksjon av ionosfærefraksjonen. Sammenligner man GPS med et kombinert GPS/Galileo system ser man at det økte antallet satellitter gir en klar forbedring av suksessraten for GPS/Galileo, men ytelsene er langt fra gode nok til å kunne brukes. Øker man antall epoker vil man finne at mottakeren får mange flere målinger og som en følge av dette blir det lettere å løse flertydighetsproblemet. Dette ser man tydelig i figur 11.14. Spesielt tydelig er dette for det kombinerte systemet der suksessraten er meget høy, mens GPS har gode suksessrater kun for deler av jordkloden. Dette viser at større tetthet av satellitter gir mer pålitelighet i systemet, mens GPS alene vil ha for få satellitter og dermed ha sterkt varierende suksessrate på verdensbasis. Da har vi sett hvordan det økte antallet satellitter vil hjelpe mottakeren å løse



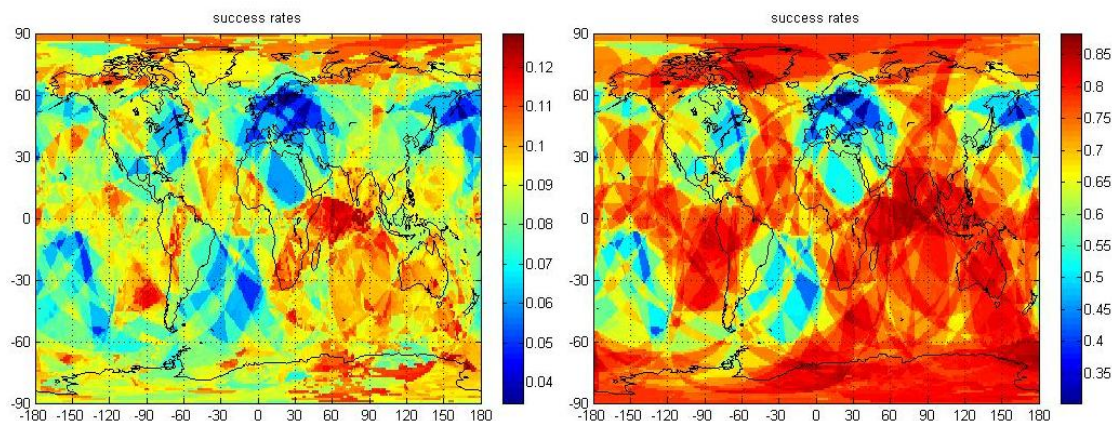
Figur 11.12: Suksessrate for et kombinert GPS/Galileosystem med 10 km mellom referanse og mottaker



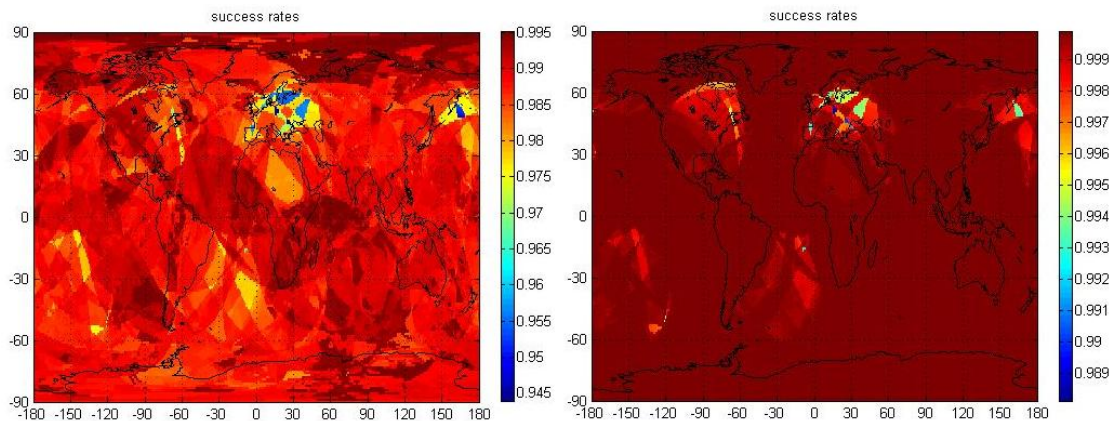
Figur 11.13: Sammenligning av suksessrater for én epoke i en avstand på 229 km for GPS (venstre) og Galileo/GPS (høyre), begge systemene bruker to frekvenser



Figur 11.14: Sammenligning av suksessrater for fem epoker i en avstand på 229 km for GPS (venstre) og Galileo/GPS (høyre), begge systemene bruker to frekvenser



Figur 11.15: Sammenligning av suksessratene for et kombinert GPS/Galileosystem med to frekvenser (venstre) og med alle frekvensene i bruk (høyre). Beregningene er gjort over én epoke og en avstand på 229 km.



Figur 11.16: Sammenligning av suksessratene for et kombinert GPS/Galileo-system med to frekvenser (venstre) og med alle frekvensene i bruk (høyre). Beregningene er gjort over fem epoker og en avstand på 229 km.

flertydighetsproblemet. I tillegg til det økte antall satellitter vil også de nye systemene gi muligheter for bruk av tre eller flere frekvenser. Disse ekstra frekvensene vil gi et betydelig antall ekstra målinger og dermed bidra til å gi økt redundans. For å se på dette sammenlignes suksessraten til et kombinert GPS/Galileo-system med to frekvenser med et system som bruker de tre GPS frekvensene og fire frekvenser fra Galileo systemet. Dermed har man tre ekstra frekvenser, noe som er en betydelig økning.

Fra figur 11.15 ser man at de ekstra frekvensene gir en mangedobling av suksessraten selv med én måleperiode. Men suksessraten er fremdeles ikke over 99.5%, noe som er et standardkrav for å kunne si at man har muligheten til instantan løsning av flertydighetene. Øker man antall epoker til fem ser man fra figur 11.16 at suksessraten øker betydelig også her. Her er det ikke snakk om en mangedobling av suksessraten slik det var for én epoke, men her vil en økning av antall måleperioder gjøre at man øker suksessraten til det nivået som er kravet for å kunne si at man har et system med instantan og pålitelig løsning av flertydighetene. Fem epoker er ikke det man kan kalle for instantan løsning, men det er interessant å se at man kommer så nære uten noe spesifikk korreksjon av ionosfæren.

11.5 SAMMENLIGNING MED TIDLIGERE ARBEIDE

For å støtte opp om simuleringene som er gjort over presenteres her noe av simuleringene som er presentert i en andre artikler. Simuleringene er ikke gjort i samme programmer, men bør likevel gi samme resultater.

I [2] gjøres en del simuleringer på forskjellige scenarioer. Her presenteres resultatene av simuleringene av suksessratene etter en målepoke med forskjellige GNSS konfigurasjoner. For GPS vet vi at suksessratene er veldig nær 100% i en observasjonsmodell der vi antar at ionosfæren er kjent.

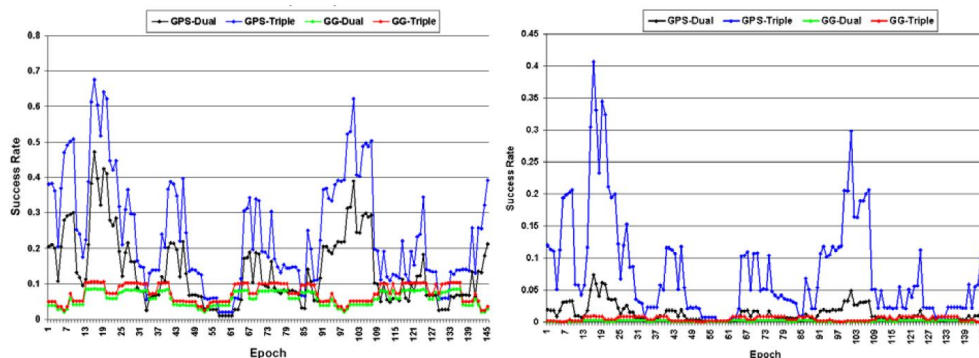
I beregningene som man kan se i appendiks C er det gjort en antagelse om at alle observasjonene er ukorrelert. Standardavviket til singeldifferanseobservasjonene gjort på kode og bærebølge antas å være henholdsvis 0.3 m og 0.003 m. For scenarioet med en vektet ionosfæremodell antas et standardavvik på 0.02 meter for pseudoobservasjonene av ionosfæren, disse antas også ukoorrelert.

Fra figur 3 kan man se at trippelfrekvens GPS har en mye høyere suksessrate enn for tofrekvens GPS med en flytende ionosfæremodell. Men likevel er suksessraten veldig lav. Kombinerer man trippelfrekvens GPS og tofrekvens Galileo øker suksessraten betydelig, men etter en målepoke er den fremdeles for lav til å kunne brukes. Men man ser at suksessraten er mer stabil i scenarioet med et kombinert system. Dette stemmer med det som ble presentert tidligere i denne oppgaven. I figur 4 ser man et kombinert GPS/Galileosystem med tre frekvenser fra hvert system, dette fører til at suksessratene er over 90% for det meste av dagen.

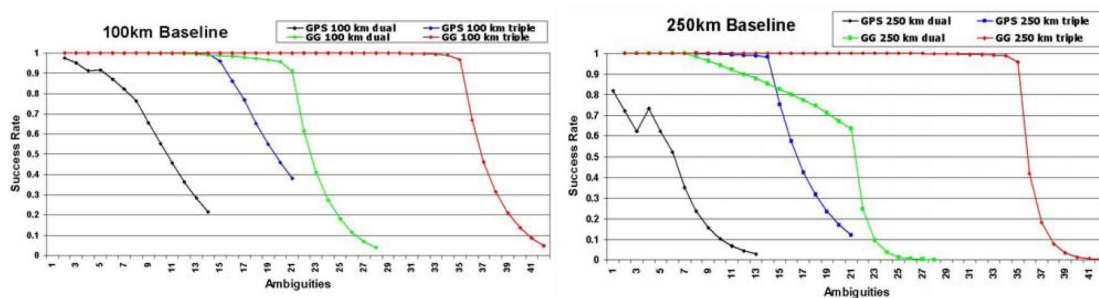
For scenarioet med en vektet ionosfæremodell ser man i figur 6 at suksessratene er over 95% for alle valg av målepoke i trefrekvens GPS. I figur 7 ser man et kombinert GPS/Galileo system at suksessratene er over 99.8% for alle observasjonsepokene.

Her ser man hvordan suksessratene øker når man legger til frekvenser, men også hvor stor innflytelse et kombinert GPS/Galileo system vil ha. Det økte antallet satellitter og frekvenser vil gjøre det mulig å øke avstanden mellom referanse og mottaker. For et integrert GPS/Galileo-system med en flytende modell for ionosfæren ser man at suksessraten er betydelig høyere enn for bare GPS. Det interessante er å se at om ionosfærens innflytelse på feilen minker blir effekten av å tilføre ekstra frekvenser mindre tydelig.

Så langt har det bare blitt presentert positive forandringer som vil komme med det økte antallet frekvenser. Noen studier derimot presenterer simuleringer som viser at det økte antallet frekvenser kan by på problemer. Blant annet ser man i [19] at deres simuleringer tilsier at suksessraten vil synke på grunn av at mottakeren vil få en alt for mange flertydigheter å løse for. Her er det presentert simuleringer gjort for avstander på 100 km og 250 km mellom referanse og mottaker. Det er antatt for den lengste avstanden at mottakeren har et bra a priori estimat for ionosfæren som den kan ha mottatt fra et referansenettverk. Her er standardavviket for ionosfæren satt til 10 cm. Kode og fasemålingene ble gitt et standardavvik på henholdsvis 30 cm og 3 mm, en noe pessimistisk verdi da man kan anta bedre verdier for Galileo og modernisert GPS, men man kan bruke disse verdiene og dermed ta hensyn til flerveisstøy. Fra figur 11.17 ser man at store antallet flertydigheter som må løses har en negativ effekt på suksessraten. Slik at instantan løsning av flertydighetene er usannsynlig for alle systemoppsettene for den lengste avstanden. Og for det kombinerte systemet med alle frekvensene er suksessraten så lavt som under 1% på grunn av det høye antallet flertydigheter. Dette gjør at de i



Figur 11.17: Suksessrater for 100 km (venstre) og 250 km (høyre) for GPS med to og tre frekvenser samt et kombinert GPS/Galileo-system med to og tre frekvenser



Figur 11.18: Suksessrate som en funksjon av antall flertydigheter som må løses i forskjellige systemkonfigurasjoner. Avstand mellom referanse og mottaker er 100km til venstre og 250 km til høyre

denne studien fant at GPS alene har bedre ytelse enn det kombinerte systemet. Og for lengre avstander mellom referanse og mottaker har tofrekvenssystemer bedre ytelse enn systemer med tre frekvenser. Dette gjør at partiell løsning av flertydighetene blir meget viktig for å redusere antall flertydigheter til et antall mottakeren kan behandle.

Grunnen til dette svake resultatet ligger i at de ser på instantan løsning av flertydighetene. Deres resultat stemmer overens med de simuleringene som ble gjort med Visual omtrent tilsvarende verdier for avstand og standardavvik på fasemålinger og ionosfæren. Simuleringene i 11.17 er gjort i en geometribasertmodell til forskjell fra de simuleringene over som er gjort i en geometrifrimodell. For de simuleringene som er presentert her er det vanskelig å se noen forskjell på de to modellene. Programmet som er brukt tar høyde for det høye antallet flertydigheter som må beregnes. I figur 11.18 ser man hvordan suksessraten stuper om antallet flertydigheter overstiger en grenseverdi. Som man ser viser simuleringene at prosessen med løsning av flertydighetene bryter fullstendig sammen omtrent rundt 35 flertydigheter. Dette tilsvarer 2 frekvenser på et system og 3 frekvenser på det andre i et kombinert system. Ett fullt sett med flertydigheter i et kombinert system med 3 frekvenser fra begge vil ha omtrent 42 flertydigheter som må løses. Dette viser at om man kan bruke den partielle metoden og fjerne de flertydighetene med dårligst nøyaktighet kan man holde seg under denne grenseverdien. Derfor er det viktig å finne en metode slik at et virkelig system kan finne punktet der systemet bryter sammen slik at man vet det maksimale antallet flertydigheter man kan ta med.

11.6 SAMMENDRAG AV KAPITTEL 11

I dette kapitlet har det blitt presentert målinger og beregninger gjort med FUGRO Starfix og VISUAL tilleggspakken til Matlab. Også resultater fra tidligere arbeid har blitt tatt med for å kunne sammenligne og bekrefte resultater. Hovedfokus har vært på hvilke forbedringer de nye satellitnavigasjonssystemene vil bringe med seg sammenlignet med dagens GPS. Spesielt interessant er det å se at et kombinert GPS/Galileo-system vil kunne gi store forbedringer over dagens GPS med tanke på forbedrede DOP verdier og økt suksessrate. Som man så av simuleringene som ble gjort over er ikke forbedringene i de nye systemene spesielt fremtredende på korte avstander mellom referanse og mottaker, men for økte avstander vil de nye systemene kunne gi betydelige forbedringer. Forbedringene er sterkt begrenset av mottakerens evne til å finne de mest nøyaktige flertydighetene og samtidig kunne bestemme hvor mange flertydigheter som kan tas med.

KAPITTEL 12

DISKUSJON

12.1 OPPSUMMERING

Denne oppgaven har tatt for seg mange av aspektene rundt presisjonsnavigering og mange viktige tema har blitt omtalt. I kapittel 2 ble det ut fra et litteraturstudie konkludert med at LAMBDA metoden var den best egnede metoden for løsning av flertydighetsproblemet. Fokus i denne oppgaven var å se på mulighetene for å øke avstanden mellom referanse og mottaker, slik at før det ble aktuelt å se nærmere på LAMBDA-metoden var det interessant å se på hvordan et differensielt system er bygd opp. I kapittel 4 ble Fugro Starfix tatt med som et eksempel på hvordan et av dagens mest brukte differensielle system er bygd opp. Noen av de feilene som ble omtalt i dette kapittelet er feilkilder som er med på å begrense den maksimale avstanden man kan ha til en referansestasjon. I kapittel 5 ble derfor noen av mest sentrale feilkildene presentert. Å korrigere disse feilkildene byr på store utfordringer og det var derfor interessant å se hvordan man prøver å minimere deres innflytelse.

Problemet med ionosfærekorrigerings i modernisert GPS og Galileo var hovedtemaet i denne oppgaven. Ionosfæren er den feilkilden som mest av alle vanskeliggjør nøyaktighet når avstanden til nærmeste referansestasjon øker. I kapittel 6 og 7 ble det presentert metoder der man kan korrigere for ionosfæren gjennom å benytte seg av modeller. Den tomografiske modellen er utprøvd og har vist seg å kunne gi nøyaktigheter på under en desimeter med avstander opp til 1000 km til nærmeste referansestasjon. Men under arbeidet med denne oppgaven ble det dessverre ikke funnet litteratur som omtaler faktiske tester av metoden som bruker ionosfæremodeller sammen med modeller for jordens magnetfelt for å kunne korrigere andreordenseffekten. Bruk av to frekvenser for korrigerings av ionosfæreforsinkelsen av første orden er en vanlig teknikk, men når Galileo og modernisert GPS kommer med flere frekvenser åpner det seg muligheter for å korrigere også for andreordenseffekten. Denne metoden ble presentert i kapittel 8 og viste overbevisende ytelse. Men metoden viste seg å være meget utsatt for støy og når man senere i kapittel 9 så på støyøkningen denne metoden ville innføre i systemet viste det seg at det slett ikke sikkert at denne metoden ville gi høyere nøyaktighet enn om man bare korrigerer for førsteordenseffekten da denne metoden gir en betydelig mindre støyøkning.

I kapittel 10 så man litt mer i detalj på LAMBDA og aspekter rundt en tredje frekvens og til slutt i kapittel 11 ble det presentert en del simuleringer gjort i denne oppgaven og disse ble sammenlignet med tidligere arbeider på samme tema. Disse simuleringene viste at Galileo og modernisert GPS vil gi betydelige forbedringer sammenlignet med dagens GPS.

12.2 FEILKILDER OG DERES PÅVIRKNING

I denne oppgaven ble de mest fremtredende feilkildene i GNSS presentert sammen med metoder for å korrigere for disse. Felles for alle er at det ikke er noen måte å fjerne de helt, i såfall ikke uten å få en annen feilkilde forsterket. Som man så kunne man i stor grad fjerne klokke og banefeil, men at man da innførte mer støy i målingene. Siden klokke og banefeil er av en slik størrelse er støyøkningen man får ved dobbeldifferensiering vel verd det. Man så også at bane og klokkefeilene hadde en avstandsbegrensning, for Galileo er det et krav at OCE ikke skal overstige et standardavvik på 65 cm. Dette gjør at feilen i klokke og baneparameter korreksjonene ikke blir større enn 1 cm før avstanden til nærmeste referanse blir større en omtrent 500 km. For et referansenettverk som Fugro's er vil avstanden til nærmeste referanse sjelden være så stor at denne feilen blir betydelig. Troposfæren er den feilkilden det er vanskeligst å håndtere. Denne kan korrigeres gjennom bruk av modeller og målinger, men noe av effekten kan også minimeres gjennom Kalmanfiltrering. Kalmanfiltrering tar lang tid slik at det ikke er egnet for bevegelige mottakere og modeller vil alltid være feil, men nøyaktige modeller og bruk av sanntidsmålinger vil kunne gi korreksjoner med cm-nøyaktighet. Flerveisstøy er en feilkilde alle radiomottakere må takle. Problemet med flerveisstøy er at denne støyen er konstant så lenge mottakeren er stasjonær. Denne feilkilden kan effektivt reduseres ved å enten være i bevegelse eller ha en antennestruktur som beveger seg. Flerveisstøyen er avhengig av mange faktorer og det er vanskelig å gi den noen konkret størrelse, men en vanlig størrelse for denne feilen ser ut til å være 1 mm selv om det er viktig å huske at dette er en feilkilde som lett kan bli flere cm. Antenner er viktig i GNSS, riktig konstruksjon av antennen vil kunne redusere flerveisstøy og som vi har sett er det viktig at antennen har et stabilt fasesenter for alle frekvensene som blir brukt.

I sum gir alle disse feilkildene problemer for alle som ønsker å designe et system der en mottaker kan oppnå cm-nøyaktighet over lange avstander. Avhengig av blant annet avstand til referansen, refleksjoner, vær og frekvens vil de overnevnte feilkildene bidra med en betydelig feil. Denne feilen kan være alt fra under 1 cm til flere titalls cm avhengig av hvor godt mottakeren klarer å korrigere for disse og andre feilkilder som ikke er nevnt her.

12.3 IONOSFÆREKORREKSJONER

I denne oppgaven ble tre hovedmetoder for ionosfærekorreksjoner presentert. Først ble den tomografiske modellen presentert, denne modellen er kanskje den mest unøyaktige av de metodene som ble presentert, men det er bevist at denne modellen skal være tilstrekkelig til å kunne oppnå nøyaktigheter på under 10 cm for 1000 km mellom referanse og mottaker, dette krever noe initieringstid, men i avstander opp til noen 100 km var det mulig å oppnå korrekt løsning av flertydighetene i sanntid. Men da modellen ikke kan gi mottakeren sanntidskorreksjoner er det en del begrensninger med tanke på hurtige variasjoner i ionosfæren. I tidspunkt der den ionosfæriske aktiviteten er stor er sannsynligheten for at den korreksjonen mottakeren får tilsendt allerede er utdatert før mottakeren får den. Den andre metoden brukte både målinger på to frekvenser og modeller for å korrigere for både første og andreordenseffektene. Ved å korrigere for førsteordenseffekten med to frekvenser og så benytte seg av nøyaktige modeller for jordens magnetfelt og ionosfæren skal denne metoden være istand til å gi meget gode

korreksjoner av ionosfæreforsinkelsen. Problemet her også er at metoden baserer seg på modeller for å kunne korrigerer for andreordenseffekten. Ionosfæren og jordens magnetfelt er dannet av svært kompliserte prosesser slik at en modell aldri vil kunne være korrekt, spesielt er det vanskelig for en modell å forutse plutselige forandringer i ionosfæren og det svært vanskelig å lage en modell for magnetfeltet som tar hensyn til alle lokale variasjoner. Men når disse modellene kombineres med målinger på to frekvenser har man en meget robust korreksjonsmetode som er basert både på sanntidsmålinger og nøyaktige modeller. Dette gjør man mener at denne metoden skal kunne gi restfeil etter korreksjon av ionosfæren på under 1 cm. Den tredje og siste metoden baserte seg kun på sanntidsmålinger på tre frekvenser. Denne metoden ga først svært oppløftende resultater med restfeil i mm-området etter korreksjon av den ionosfæriske refraksjonen. Men etter litt testing av modellen fant man ut at modellen var svært avhengig av at støyen ble holdt til et minimum. Spesielt var metoden utsatt for forskjellig feil på de tre frekvensene og i et reellt system er det nok å forvente at støyen på de forskjellige frekvensene ikke er koherent. I tillegg ble den ionosfærekorrigerete målingen svært støyet med en støyøkning på nærmere 15dB. Slik at om støyen på de forskjellige frekvensene er 2 mm og inkohærent fant man at restfeilen vokste til nærmere 10 cm etter ionosfærekorreksjonen og i tillegg vil støyøkningen føre at standardavviket til støyen vokser til omtrent 6 cm.

12.4 LAMBDA I GALILEO OG MODERNISERT GPS

I kapittel 11 ble det presentert en del simuleringer og sammenligninger av disse med faktiske målinger og tidligere arbeider. Her fant man at den største forbedringen sammenlignet med dagens GPS vil komme med et integrert GPS/Galileo-system. Et betydelig økt antall frekvenser og en dramatisk forbedre satellittgeometri vil gi muligheten økte avstander mellom referanse og mottaker. Det er vanskelig å sette tall på hvor mange ekstra kilometer mellom referanse og mottaker dette integrerte systemet vil gi, men ut fra simuleringene er det lite tvil om at en betydelig forbedring vil være mulig. Grunnen til at det er vanskelig å sette tall på denne forbedringen er at man ikke har noen reelle målinger og dermed heller ikke noen reelle tall for støy og atmosfæriske forsinkelser. Dette verdier som man forventer at blir betydelig bedre i de nye systemene sammenlignet med dagens GPS. Som man så av simuleringene ble DOP verdiene kraftig redusert på grunn av den bedre satellittgeometrien og i tillegg ble variasjonen i disse verdiene betydelig mer stabile for hele verden. Men det økte antallet satellitter og frekvenser førte til et betydelig økt antall flertydigheter. Fra tidligere arbeider så man at beregningen av flertydighetene brøt sammen om mottakeren fikk for mange flertydigheter. For å møte dette problemet har man utviklet partiell LAMBDA. Dessverre hadde ikke VISUAL programvaren innebygd funksjonalitet til å se på hvordan antall flertydigheter spiller inn på suksessraten. Dermed fikk man heller ikke simulert effekten av å bruke den partielle metoden, noe som hadde vært interessant. Effekten av flere frekvenser blir mindre når jo bedre korreksjon man har fra ionosfæren, og med de ytelsene som for eksempel den kombinerte ionosfærekorreksjonsmetoden har blir suksessraten svært god selv for lange avstander. Dette så man gjennom simuleringer der modellen for ionosfæren ble satt til "fixed". Så man kan forvente at med bedre ionosfærekorreksjoner og et økt antall frekvenser og satellitter vil mulighetene for instantan løsning av flertydigheter over forlengede avstander mellom satellitt og mottaker bli betydelig forbedret.

KAPITTEL 13

KONKLUSJON

Det blir vanskelig å dra en konklusjon ut fra det som har blitt presentert av metoder for ionosfærekorreksjon. Dette har flere grunner, for det første er kun én av metodene, den tomografiske modellen, utprøvd og godt dokumentert. De to andre metodene har potensiale for betydelig bedre ytelser, men i denne oppgaven kunne ikke noen av disse ytelsene dokumenteres. Trippelfrekvensmetoden er vanskelig da man ikke har noen virkelige målinger å teste den på, det nærmeste man hadde kunne kommet måtte såfall bli en signalsimulator med tre frekvenser. For den kombinerte metoden ble det dessverre ikke funnet noe dokumentasjon på bruk i et reellt system. Under arbeidet med denne oppgaven ble det heller ikke funnet en trippelfrekvensmetode som hadde bedre ytelser når det kommer til nøyaktighet, støyforsterkning og støytolerans. Selv om metoden med tre frekvenser ikke ga de ønskede ytelsene i denne oppgaven skal man ikke å avskrive trippelfrekvensmetoden med dette. Det understrekes at det kanskje kan finnes andre frekvenskombinasjoner som gir mindre støyøkning og som er mer tolerant ovenfor støy. Metoden er som sagt veldig avhengig av hvilken støykarakteristikk fremtidige GNSS mottakere har og hvor godt de kan korrigere for blant annet flerveisstøy. Men slik metoden fremstår i denne oppgaven vil den med 2 mm feil på hver frekvens kunne bli så unøyaktig som 10 cm med et standardavvik på rundt 6 cm. Dette er ikke spesielt bedre enn ytelsene til den tomografiske modellen. Med denne restfeilen etter ionosfærisk korreksjon samt andre feilkilder får man fort en total feil som er større enn en halv bølgelengde selv for E5a som har den lengste bølgelengden (ca 25 cm).

Dermed så sitter man igjen med den kombinerte metoden som den mest lovende med tanke på nøyaktighet, støyøkning og det faktum at den gir sanntidskorreksjoner. Dette da korreksjon av førsteordenseffekten med to frekvenser er mer tolerant overfor støy og støyforskerkningen er betydelig mindre enn for trippelfrekvensmetoden. Samtidig vil nøyaktige modeller for ionosfæren og magnetfeltet, i tillegg til frekvensmålingene, gi en robust og pålitelig korreksjon av ionosfæren. Problemet med denne metoden er beregningstyngden for mottakeren, skal man regne ut ionosfærekorreksjoner for alle satellittene betyr dette at mottakeren trenger betydelig prosesseringskraft. Det ble dessverre heller ikke funnet noe dokumentasjon rundt implementeringen av denne metoden i en reell mottaker slik at man kunne sagt noe sikkert om nødvendig prosesseringskraft.

Det ble allerede tidlig i oppgaven konkludert med at LAMBDA metoden er den metoden som er best egnet til å løse flertydighetsproblemet med tanke på å maksimere suksessraten. Men det er mange andre metoder som egner seg, både MCAR og den nye metoden for flertydighetsløsning er interessant og det er spennende å se hvordan disse vil fungere. Det økte antallet frekvenser gjør at disse metodene kan lage flere widelane-kombinasjoner og bruke de som til en vær tid gir best ytelser.

I kapittel 11 fant man at jo bedre ionosfærekorreksjoner, mindre ble effekten av flere frekvenser. Men likevel kan man dra konklusjonen om at de nye systemene, spesielt

et integrert GPS/Galileo-system vil gi betydelig forbedrede suksessrater over lengre avstander sammenlignet med dagens GPS. I tillegg vil også mottakeren nyte godt av kunne benytte seg av uavhengige systemer ved at man har dobbel integritet og enda bedre bakke og romsegment for begge systemene.

KAPITTEL 14

FORSLAG TIL VIDERE ARBEID

Når denne oppgaven nå er ferdig er det mange ting som fremdeles ikke er avklart. Spesielt interessant er det å jobbe videre med ionosfærekorreksjoner. Det hadde vært meget interessant å prøvd trippelfrekvensmetoden i en signalsimulator der man hadde kunne satt forskjellige verdier for støykilder å fått et mer nøyaktig svar på hvordan ytelse metoden faktisk har. Etter konklusjonen sitter man også igjen med en del ubesvarte spørsmål rundt den kombinerte metoden. Det hadde derfor vært meget interessant å sammenligne korreksjoner fra referansestasjoner med korreksjonene man ville fått med to frekvenser og modeller av ionosfæren og jordens magnetfelt.

KAPITTEL **A**

MATLAB KODE FOR TRIPPELFREKVENSMETODEN

A.1 APPENDIKS 1

```
clear all
format long eng
%jordradien [m]
r = 6378 * 103;
%banehøyde [m]
h = 20200 * 10(3);
%elektronladingen
e = 1.602176462 * 10(- 19);
%elektronmassen
m = 9.107 * 10(- 31);
%dielektrisitetskonstanten
eps = 8.854 * 10(- 12)
%magnetisk permeabilitet
my = 1.25664 * 10(- 6)
%Elektrontetthet (elektrontetthet opp, feil på hver frekvens går
%ned restfeil opp)
Ne = 2 * 10(10)
%magnetisk feltstyrke std:H0 = 48031.1 * 10(- 9)
%(feltstyrke opp, restfeil opp, 1. orden konst)
B0 = 3 * 10(- 5)
%vinkel mellom signal og magnetfelt
theta = pi/4
%kollisjonsfrekvens
v = 10(4)

%Beregning av avstand mellom satellitt og mottaker, R: pii = 3.141592653589793238462643383279502
elevasjon = 90; betha = elevasjon + 90; alfa = (180 - betha - asin(sin(betha * pii / 180) *
R0 / (R0 + h)) * 180 / pii); R = sqrt((R0 + h)2 + R02 - 2 * (R0 + h) * R0 * cos(alfa * pii / 180))

%frekvens L1
f1 = 1575.42 * 106;
%frekvens L2
f2 = 1227.60 * 106;
%frekvens L5
f3 = 1176.45 * 106;
```

```
%vinkelhastighet L1
```

$$w1 = 2 * \pi * f1$$

```
%vinkelhastighet L3
```

$$w2 = 2 * \pi * f2$$

```
%vinkelhastighet L5
```

$$w3 = 2 * \pi * f3$$

```
%plasmafrekvensen
```

$$fp = (Ne * e^2 / (m * eps))^{1/2}$$

```
%Gyrofrekvensen
```

$$fg = B0 * e / m$$

$$x1 = fp^2 / f1^2$$

$$y1 = fg / f1$$

$$x2 = fp^2 / f2^2$$

$$y2 = fg / f2$$

$$x3 = fp^2 / f3^2$$

$$y3 = fg / f3$$

```
%The Appleton-Hartree ligningen beskriver refraksjonen til en
```

```
%høyrehåndssirkulærpolarisert bølge som forplanter seg gjennom ioosfæren:
```

```
%Refraksjonen på L1:
```

$$n1 = (1 + x1 / (1 - y1^2) * \sin(\theta)^2) / (2 * (1 - x1)) - (y1^4 * \sin(\theta)^4) / (4 * (1 - x1)^2) + y1^2 * \cos(\theta)^2)^{1/2}$$

```
%Refraksjonen på L2:
```

$$n2 = (1 + x2 / (1 - y2^2) * \sin(\theta)^2) / (2 * (1 - x2)) - (y2^4 * \sin(\theta)^4) / (4 * (1 - x2)^2) + y2^2 * \cos(\theta)^2)^{1/2}$$

```
%Refraksjonen på L5:
```

$$n3 = (1 + x3 / (1 - y3^2) * \sin(\theta)^2) / (2 * (1 - x3)) - (y3^4 * \sin(\theta)^4) / (4 * (1 - x3)^2) + y3^2 * \cos(\theta)^2)^{1/2}$$

```
%Appelton equation i en annen form
```

$$n3 = (1 - x3 / (1 - i * z3 - .5 * y3^2) * \sin(\theta)^2) / (1 - x3 - i * z3) + 1 / (1 - x3 - i * z3) * (.25 * y3^4 * \sin(\theta)^4 + y3^2 * \cos(\theta)^2 * (1 - x3 - i * z3)^2)^{.5})^{1/2}$$

```
%Pseudoavstanden på L1
```

$$p1 = \text{abs}(n1) * h$$

```
%Pseudoavstanden på L2
```

$$p2 = \text{abs}(n2) * h$$

```
%Pseudoavstanden på L5
```

$$p3 = \text{abs}(n3) * h$$

$$p_{12} = p_1 - p_2$$

$$p_{23} = p_2 - p_3$$

$$A_1 = (p_{12} * f_1^{(3)} * (f_3^{(3)} - f_2^{(3)}) - p_{23} * f_3^{(3)} * (f_2^{(3)} - f_1^{(3)})) / (f_1^{(3)} * (f_2 - f_3) + f_2^{(3)} * (f_3 - f_1) + f_3^{(3)} * (f_1 - f_2))$$

$$A_2 = -(p_{12} * f_1^{(3)} * f_2 * f_3 * (f_3^{(2)} - f_2^{(2)}) - p_{23} * f_1 * f_2 * f_3^{(3)} * (f_2^{(2)} - f_1^{(2)})) / (f_1^{(3)} * (f_2 - f_3) + f_2^{(3)} * (f_3 - f_1) + f_3^{(3)} * (f_1 - f_2))$$

%For 3 frekvenser kan vi kun ta hensyn til 1. og 2. ordens effekter

%Feilen på L1. Geometrisk avstand - pseudoavstand

$$feil_{frek1} = h - abs(p_1)$$

%Feilen på L2. Geometrisk avstand - pseudoavstand

$$feil_{frek2} = h - abs(p_2)$$

%Feilen på L5. Geometrisk avstand - pseudoavstand

$$feil_{frek3} = h - abs(p_3)$$

%Pseudoavstand etter 1. ordenskorreksjon:

$$p_{2f} = (p_2 - (f_1/f_2)^2 * p_1) / (1 - (f_1/f_2)^2)$$

%restfeil etter 1. ordenskorreksjonen:

$$rest_{feil1ordkor} = h - p_{2f}$$

%2. ordenskorreksjonen for L1

$$dp_1 = -6.080583 * p_{12} + 20.049766 * p_{23}$$

%2. ordenskorreksjonen for L2

$$dp_2 = -7.080583 * p_{12} + 20.049766 * p_{23}$$

%2. ordenskorreksjonen for L5

$$dp_3 = -7.080583 * p_{12} + 19.049766 * p_{23}$$

%restfeil etter 2. ordenskorreksjon på L1

$$rest_{feil2ordkorr1} = h - p_1 + dp_1$$

%restfeil etter 2. ordenskorreksjon på L2

$$rest_{feil2ordkorr2} = h - p_2 + dp_2$$

%restfeil etter 2. ordenskorreksjon på L5

$$rest_{feil2ordkorr3} = h - p_3 + dp_3$$

KAPITTEL **B**

VEDLEGG

En CD med Matlab tilleggspakkene VISUAL og LAMBDA vil bli gitt til veileder Børje Forssell etter innlevering av denne oppgaven. VISUAL programpakken er tilgjengelig for alle på forespørsel til Sandra Verhagen (A.A.Verhagen@TUDelft.nl) ved TU DELFT. LAMBDA programpakken er tilgjengelig på forespørsel til Peter Joosten (P.Joosten@geo.tudelft.nl) ved TU DELFT. Det er ikke ønskelig at programvaren blir kopiert av tredje personer, men heller at de tar kontakt på nevnte mailadresser slik at de kan ha oversikt over antall brukere og at alle brukerne kan få oppdateringer på programvaren. Dette er gratis programvare og eneste krav til bruk er at forfatterene blir kreditert av brukeren.

C

KAPITTEL

SUKSESSRATER I FORSKJELLIGE GNSS KONFIGURASJONER

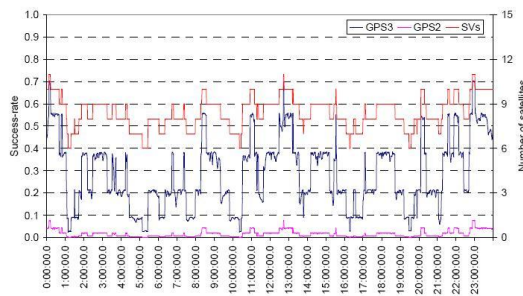


Figure 3: Dual- and triple-frequency GPS success-rates for the ionosphere float model.

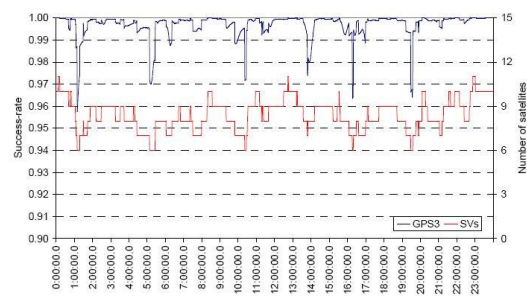


Figure 6: Triple-frequency GPS success-rates for the ionosphere weighted model.

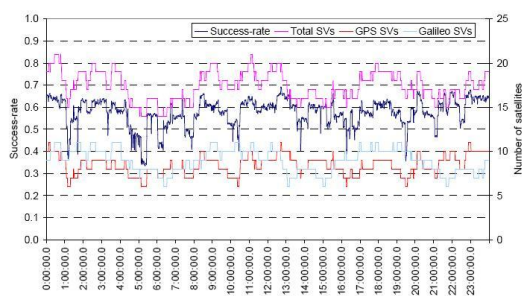


Figure 4: Triple-frequency GPS and dual-frequency Galileo (E1, E5) success-rates for the ionosphere float model.

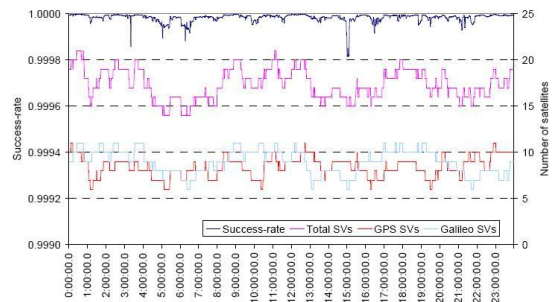


Figure 7: Triple-frequency GPS and Galileo success-rates for the ionosphere weighted model.

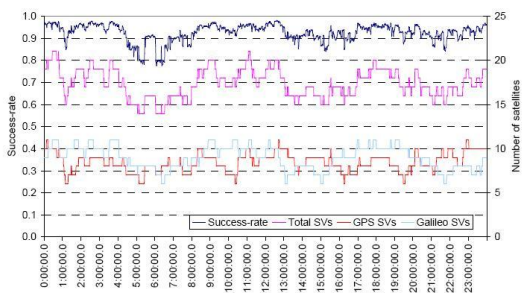


Figure 5: Triple-frequency GPS and Galileo success-rates for the ionosphere float model.

Bibliografi

- [1] Kees de Jong. Fugros's starfix hp and xp. *The Hydrographic Society in Scotland*, 2005.
- [2] Kees de Jong og Peter Joosten. Triple-frequency gps and galileo ambiguity resolution. *k.dejong@geo.tudelft.nl*, N/A.
- [3] Guenter W. Hein Antonio Martellucci og Giulio Blarzino Eva Krueger, Torben Schueler. Galileo tropospheric correction approaches developed within gstb-v1. <http://forschung.unibw-muenchen.de/papers/1i3llunkzpngxhfxagnqvlvoxxkkw.pdf>, N/A.
- [4] B. Forssell. *Radionavigation Systems*. Tapir akademisk forlag, 2003.
- [5] P. D. Groves and S. J. Harding. Ionosphere propagation error correction for galileo. *The Journal Of Navigation*, 2004.
- [6] P. D. Groves and S. J. Harding. Impact and implementation of the second order ionospheric term in gps positioning. *N/A*, 2005.
- [7] Ronald R. Hatch. A new three-frequency, geometry-free, technique for ambiguity resolution. *US Patent nr 6,934,632. Aug 23, 2005*, 2005.
- [8] Ole Petter Håkegård. *A regional ionospheric model for real-time predictions og the total electron content in wide area differential satellite navigation systems*. NTH-Trykk, 1995.
- [9] Audun Klokkehaug. Bruk av tre eller flere frekvenser i galileo og/eller gps for cm-nøyaktighet i sanntid. *Ikke publisert*, 2006.
- [10] A. Garcia M. Tossaint og F. Amarillo M. Martin-Neira, R. Lucas. The development of high precision applications with galileo. www.isprs.org/commission1/theory_tech_realities/pdf/p22s1.pdf, N/A.
- [11] A. Garcia M. Tossaint og F. Amarillo M. Martin-Neira, R. Lucas. The development of high precision applications with galileo. *ISPRS, commission 1*, N/A.
- [12] Jaume Sanz Raül Orús Alberto García-Rodríguez Oscar L.Colombo Manuel Hernández-Pajares, J.Miguel Juan. Wide area real time kinematics with galileo and gps signals. *ION 2004*, 2004.
- [13] U. J. R Van Nee. Gps multipath and satellite interference. *Proc. ION 48th Annual Meeting, 21st June-1st July 1992, Washington DC, USA, pp. 167-177*, 1992.
- [14] P. Joosten og D. Odijk N.F. Jonkman, P.J.G Teunissen. Gns long baseline ambiguity resolution: Impact of a third navigation frequency.

- [15] Riccardo Di Corato og Alessandro Caporali. Sise prediction and iono/tropo corrections in a local element augmentation system. *ION National Technical Meeting*, 2007.
- [16] Peter Bona og Christian Tiberius. An experimental comparison of noise characteristics of seven high-end dual frequency gps receiver-sets. *IEEE*, 2000.
- [17] Sassan Bassiri og George A. Hajj. Higher-order ionospheric effects on the gps observable and the means of modeling them. *AASIAIAA Space flight Mechanics Meeting*, 1993.
- [18] Pratap Misra og Per Enge. *Global positioning system*. Ganga-Jamuna Press, second edition, 2006.
- [19] Adam Mowlam og Peter Joosten. Combined gps/galileo ambiguity resolution over extended distances. *Proc. of the 10th GNSS Workshop, International Symposium*, 2004.
- [20] J. Miguel Juan Jaume Sanz og Julia Talaya Oscar L. Colombo, Manuel Hernández-Pajares. Resolving carrier-phase ambiguities on the fly, at more than 100 km from nearest reference site, with the help of ionospheric tomography. *ION GPS*, 1999.
- [21] J. Miguel Juan og Jaume Sanz Oscar L. Colombo, Manuel Hernandez-Pajares. Application of ionospheric tomography to real-time gps carrier-phase ambiguities resolution, at scales of 400-1000 km and with high geomagnetic activity. *Geophysical Research Letters*, 2000.
- [22] J. Miguel Juan og Jaume Sanz Oscar L. Colombo, Manuel Hernandez-Pajares. Wide-area, carrier-phase ambiguity resolution using a tomographic model of the ionosphere. *ION 2004*, 2004.
- [23] Peter Joosten og Christian Tiberius Peter Teunissen. A comparison of tcar, cir and lambda gnss ambiguity resolution. *ION GPS*, 2002.
- [24] N.F. Jonkman P. Joosten P.J. de Jonge, P.J.G. Teunissen. The distributional dependence of the range on triple frequency gps ambiguity resolution. *Navigating into the New Millennium*, 2000.
- [25] Peter Readman og Dr Steve Simpson Robin Granger. The development of a professional antenna for galileo. *Proceedings of ION GNSS*, 2005.
- [26] Mike Rose. Lpm 2001 field performance summary. www.antarctica.ac.uk/bas_research/our_research/az/lpm/files/lpm2001_summary.pdf, 2001.
- [27] Juan Blanch og Per Enge Seebany Datta-Barua, Todd Walter. Bounding higher order ionosphere errors for the dual frequency gps user. *ION GNSS*, 2006.
- [28] FUGRO Survey. Fugro skyfix. www.fugro.com/corporate/dl/starfix/SkyFixXP.pdf, N/A.
- [29] P.J.G Teunissen. Least-squares estimation of the integer gps ambiguities. *Delft Geodetic Computing Centre LGR series, No. 6*, 1993.
- [30] P.J.G Teunissen. An optimality property of the integer least-squares estimator. *Journal of Geodesy*, 1999.
- [31] Sandra Verhagen. Studying the performance of global navigation satellite systems, a new software tool. *GPS World*, 13(6), 2002.

-
- [32] Jingbin Liu og Kefei Zhang Zemin Wang. Multiple carrier ambiguity resolution method for galileo. *The 2004 International Symposium on GNSS/GPS*, 2004.
- [33] Yue Wu og Kefei Zhang Zemin Wang. Triple-frequency method for high-order ionospheric refractive error modelling in gps modernization. *The 2004 International Symposium on GNSS/GPS*, 2004.
- [34] Susan Skone og Yang Gao Zhizhao Liu. Assessment of ionosphere tomographic modeling performance using gps data during the october 2003 geomagnetic storm event. *RADIO SCIENCE*, 41, 2006.