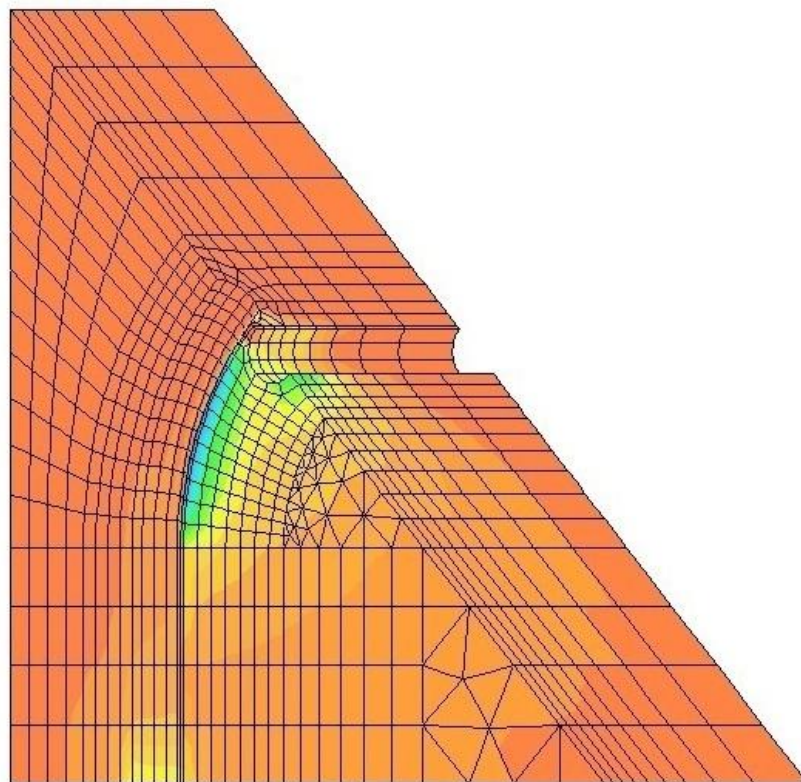


Henning Bergmann-Paulsen

Tillatt dordiameter ved bøying av armering

Trondheim, 14. juni, 2010





MASTEROPPGAVE 2010

FAGOMRÅDE: Betongkonstruksjoner	DATO: 14. juni 2010	ANTALL SIDER: 92 + 7(vedlegg)
------------------------------------	------------------------	----------------------------------

TITTEL:

Tillatt dordiameter ved bøyning av armering

Permissible mandrel diameters for bent bars

UTFØRT AV:

Henning Bergmann-Paulsen



SAMMENDRAG:

I forbindelse med utviklingen av Eurokode 2 har det oppstått en diskusjon rundt kravene til dordiameter. En ny formulering i Eurokoden fører til at det ikke er nødvendig å kontrollere betongspenningene som oppstår innenfor et bøyde armeringsjern hvis det ligger en tverrstang innenfor bøyen. Standard Norge, som er med på å utvikle Eurokodene, er skeptiske til denne formuleringen. De er spesielt bekymret for om dette er akseptabelt for situasjoner hvor begge ben i armeringsbøyen flyter på grunn av strekkspenninger.

Denne oppgaven ser nærmere på effekten av å ha en tverrstang innenfor et bøyde armeringsjern. Dette gjøres ved hjelp av ikke-lineære elementanalyser. Problemet som er studert er en 90° armeringsbøy med senteravstand 10ϕ og dordiameter 10ϕ . Både modeller med og uten tverrstang er analysert.

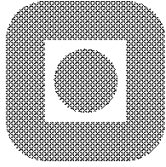
For situasjonen uten tverrstang viser resultatene at det er spalting av betongen i armeringsbøyens plan som er begrensende for pålastningen. Dette skjer ved en spenning på omtrent 160 MPa. Hvis en tverrstang legges innenfor armeringsbøyen skjer det fortsatt en opprissing langs det nevnte planet, men tverrstangen tar opp de krefter som oppstår i tverretningen slik at videre pålastning lar seg gjøre. Det er vanskelig å slå fast hvilken kapasitet situasjonen med tverrstang har. Betongen innenfor bøyen er i et innestengt volum, og det er stor usikkerhet rundt hva slags trykkspenninger som kan tillates i slike tilfeller.

Trykkspenningene som oppstår i modellen med tverrstang innenfor det bøyde armeringsjernet, overskrider betongens trykkfasthet. Det finnes lite dokumentasjon på hvilken spenning-tøyningsammenheng betong har i en slik situasjon. Forsøk av Rehm og Manfredi antyder at trykkfastheten for betong innenfor et bøyde armeringsjern kan være nær fem ganger den enaksiale trykkfastheten. Disse forsøkene viser ikke for hvilke tøyninger denne fastheten opptrer. Resultatene i denne oppgaven viser at ved bruk av elastisk trykkmodell for betong, er det mulig å oppnå et lastnivå med flyt i begge armeringsben for situasjonen med tverrstang.

FAGLÆRER: Førstemanuensis Jan Arve Øverli

VEILEDER: Førstemanuensis Jan Arve Øverli

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk



NORGES TEKNISK NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET, NTNU
Institutt for konstruksjonsteknikk

**Masteroppgave i konstruksjonsteknikk 2010
for
Henning Bergmann-Paulsen**

Tillatt dordiameter ved bøying av armering

Permissible mandrel diameters for bent bars

INNLEDNING

I 2010 innføres Eurokodene som prosjekteringsstandarder i Norge. I den forbindelse er det kommet nye krav til tillatt dordiameter ved bøying av armering i betongkonstruksjoner.

I Eurokode 2 stilles det ingen krav til kontroll av betongspenninger i armeringsbøyen dersom det innenfor bøyen er en tverrstang. Det eksisterer lite dokumentasjon på at denne antagelsen er tilfredsstillende for alle situasjoner. Oppgaven går derfor ut på å gjennomføre lokale ikke-lineære analyser for å se på virkningen av tverrstang i en armeringsbøy. Elementmetodeprogrammet DIANA eller ABAQUS skal brukes til de numeriske simuleringene.

Oppgaven gjennomføres i samarbeid med Standard Norge.

OPPGAVE

Oppgaven kan deles opp som følger:

- Et innledende litteraturstudium og teoridel
- Ikke-lineær analyse av armeringsbøy med tverrstang med gitte dimensjoner.
 - Vurdering av ulike materialmodeller for analysen
 - Valg av elementmodell

- Se på effekten av å variere:
 - Dordiameter
 - Senteravstand
- Vurdering av resultatene fra ikke-lineære analyser opp mot kravene i Eurokode 2.

Kontakt og veileder hos Standard Norge er Steinar Leivestad.

Oppgaven skal være gjennomført innen den 14. juni 2010.

Trondheim den 31.01.2010

Jan Arve Øverli
Førsteamanuensis / Faglærer

Tillatt dordiameter ved bøyning av armering
Permissible mandrel diameters for bent bars

*Masteroppgave for
Henning Bergmann-Paulsen*

JUNI 2010

NTNU

INSTITUTT FOR KONSTRUKSJONSTEKNIKK

Forord

I forbindelse med utviklingen av Eurokode 2 har det kommet opp en diskusjon rundt temaet dordiameter. Standard Norge, som er med på å utvikle Eurokodene, har uttrykt bekymring for noen av de formuleringene som er vedtatt rundt tillatt dordiameter ved bøyning av armering. Dessverre har Standard Norge hatt lite tid og ressurser til å se nærmere på problematikken selv. Steinar Leivestad i Standard Norge kontaktet derfor NTNU med en forespørsel om det var noen som hadde mulighet til å se nærmere på denne problemstillingen. NTNU kunne i første omgang tilby å veilede en masteroppgave på temaet, noe som har resultert i denne oppgaven.

I starten av arbeidet med masteroppgaven ble det brukt mye tid på å lage modeller for de numeriske analysene. Dette var meget omfattende og det ble brukt mye tid for å få gode modeller for analysene. Dette arbeidet kommer lite frem i oppgaven, men er et viktig grunnlag for de resultater som kan presenteres.

Undertegnede ønsker å takke Standard Norge for en spennende og utfordrende problemstilling for masteroppgaven. En spesiell takk går også til veilederer ved NTNU Jan Arve Øverli for interesse og engasjement for oppgaven, spesielt i forhold til det omfattende arbeidet med å bygge opp analysemodellene.

Trondheim, juni 2010

Henning Bergmann-Paulsen

Sammendrag

I forbindelse med utviklingen av Eurokode 2 har det oppstått en diskusjon rundt kravene til dordiameter. En ny formulering i Eurokoden fører til at det ikke er nødvendig å kontrollere betongspenningene som oppstår innenfor et bøyd armeringsjern hvis det ligger en tverrstang innenfor bøyen. Standard Norge, som er med på å utvikle Eurokodene, er skeptiske til denne formuleringen. De er spesielt bekymret for om dette er akseptabelt for situasjoner hvor begge ben i armeringsbøyen flyter på grunn av strekkspenninger.

Denne oppgaven ser nærmere på effekten av å ha en tverrstang innenfor et bøyd armeringsjern. Dette gjøres ved hjelp av ikke-lineære elementanalyser. Problemet som er studert er en 90° armeringsbøy med senteravstand 10ϕ og dordiameter 10ϕ . Både modeller med og uten tverrstang er analysert.

For situasjonen uten tverrstang viser resultatene at det er spalting av betongen i armeringsbøyens plan som er begrensende for pålastningen. Dette skjer ved en spenning på omtrent 160 MPa. Hvis en tverrstang legges innenfor armeringsbøyen skjer det fortsatt en opprissing langs det nevnte planet, men tverrstangen tar opp de krefter som oppstår i tverretningen slik at videre pålastning lar seg gjøre. Det er vanskelig å slå fast hvilken kapasitet situasjonen med tverrstang har. Betongen innenfor bøyen er i et innestengt volum, og det er stor usikkerhet rundt hva slags trykkspenninger som kan tillates i slike tilfeller.

Trykkspenningene som oppstår i modellen med tverrstang innenfor det bøyde armeringsjernet, overskrider betongens trykkfasthet. Det finnes lite dokumentasjon på hvilken spenning-tøyningssammenheng betong har i en slik situasjon. Forsøk av Rehm og Manfredi antyder at trykkfastheten for betong innenfor et bøyd armeringsjern kan være nær fem ganger den enaksielle trykkfastheten. Disse forsøkene viser ikke for hvilke tøyninger denne fastheten opptrer. Resultatene i denne oppgaven viser at ved bruk av elastisk trykkmodell for betong, er det mulig å oppnå et lastnivå med flyt i begge armeringsben for situasjonen med tverrstang.

Innhold

Forord	iii
Sammendrag	v
1. Innledning	1
2. Bakgrunn	3
3. Teorigrunnlag	7
3.1. Materialer	7
3.1.1. Materialelegenskaper betong	7
3.1.2. Materialmodeller for betong	9
3.1.3. Materialelegenskaper armeringsstål	13
3.1.4. Materialmodeller for armeringsstål	14
3.1.5. Interaksjon armering mellom betong	14
3.1.6. Modellering av interaksjon armering mellom betong	15
3.2. Elementanalyser	16
3.2.1. Beregningsmetoder for ikke-lineære analyser	17
3.2.2. Elementer	19
4. Tidligere arbeider	23
4.1. Arbeider utført av Fritz Leonhardt	23
4.1.1. Sløyfeanker uten tverrarmering	23
4.1.2. Sløyfeanker med tverrarmering	25
4.1.3. Sammenligning av Leonhardts krav	25
4.2. Beregninger utført av Giuseppe Mancini	27
4.2.1. Kontakttrykk og lastutbredelse	27
4.2.2. Effekt av tverrarmering	30
4.2.3. Mancinis konklusjoner	35
4.2.4. Forsøk av Rehm og Manfredi	35
4.3. Arbeider utført av Standard Norge og Norconsult	40
4.3.1. Beregninger	41
4.3.2. Ikke-lineære analyser	43
4.3.3. Forslag til rettelse av punkt 8.3(3)	47
4.4. Kommentarer til tidligere arbeider	47
4.4.1. Mancinis bruk av senteravstander	47

4.4.2.	Leivestads antagelse om lastutbredelse	48
4.4.3.	Lastutbredelse beregnet i henhold til Eurokode 2 punkt 6.7	49
4.4.4.	Mancinis beregninger med tverrstang	49
4.4.5.	Mancinis henvisninger til forsøk av Rehm og Manfredi	50
4.4.6.	Ikke-lineære analyser utført av Standard Norge og Norconsult . .	50
5.	Analysen i DIANA	51
5.1.	Eksempelsituasjon	51
5.2.	Analysemodell	53
5.3.	Elementinndeling	53
5.4.	Materialmodell	55
5.4.1.	Betong i trykk	55
5.4.2.	Betong i strekk	56
5.4.3.	Armeringsstål	57
5.4.4.	Kontakt mellom armering og betong	58
5.5.	Analysemetode	58
6.	Resultater	61
6.1.	Resultater hovedoppsett	61
6.1.1.	Ikke-lineære analyser med elastisk materialmodell	61
6.1.2.	Ikke-lineære analyser med ikke-lineær materialmodell	64
6.2.	Resultater alternativt oppsett	71
6.2.1.	Presentasjon av alternativt oppsett	71
6.2.2.	Ikke-lineære analyser med elastisk materialmodell	73
6.2.3.	Ikke-lineære analyser med ikke-lineær materialmodell	76
7.	Diskusjon	85
7.1.	Håndberegninger	85
7.2.	Analysen	86
7.3.	Forslag til videre arbeider	87
8.	Konklusjon	89
	Bibliografi	91
	Vedlegg	93
A.	Oversikt analysemodeller	95
B.	Utnyttelse av maskinvare i implisitte elementanalyser	97

1. Innledning

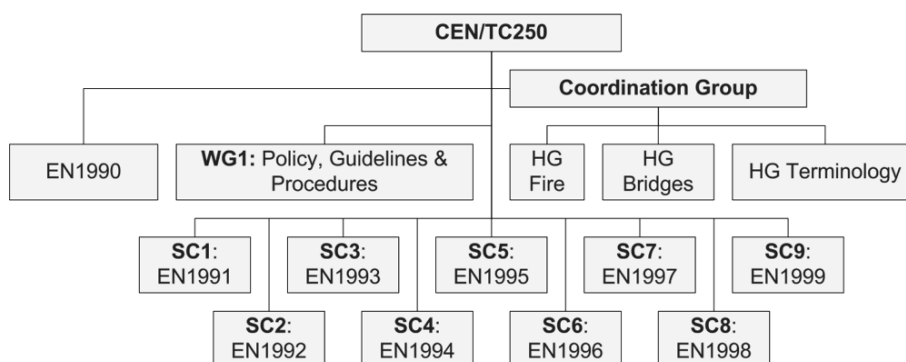
Fra 1. mars 2010 er Eurokode 2 gjeldende norsk standard for prosjektering av betongkonstruksjoner. I denne standarden har det kommet nye krav til dordiameter ved bøying av armering, samt nye regler for når det er nødvendig å kontrollere betongspenningene innenfor armeringsbøyen. Reglene for å slippe kontroll av dordiameter, for å unngå brudd i betongen, stiller visse krav til den praktiske utførelsen. Et av disse kravene er at det skal ligge en tverrstang innenfor armeringsbøyen. Det eksisterer i dag lite eller ingen dokumentasjon på effekten av å ha en slik tverrstang. Hensikten med denne oppgaven er derfor å se nærmere på effekten av å ha en tverrstang i slike situasjoner. Dette gjøres ved hjelp av ikke-lineære analyser i elementprogrammet Diana.

Innledningsvis blir bakgrunnen for denne oppgaven presentert nærmere. Etter dette følger en oppsummering av aktuell teori med spesielt fokus på ikke-lineære analyser. I hoveddelen av oppgaven kommer først en kartlegging av lignende arbeider som er gjennomført tidligere, før analyser og resultater blir presentert og diskutert. Siden denne oppgaven tar for seg problematikken rundt Eurokode 2 er det mange referanser til denne standarden gjennom oppgaven. De viktigste punktene er gjengitt, men det kan være en fordel for leseren å ha Eurokode 2 tilgjengelig.

2. Bakgrunn

I mars 2010 ble de gamle prosjekteringsstandardene trukket tilbake og erstattet av nye felleseuropeiske standarder. Eurokodene er en serie med standarder som gjelder for prosjektering av byggverk og produkter til konstruksjonsformål. *NS-EN 1992 Eurokode 2 Prosjektering av betongkonstruksjoner* [1] er den nye standarden for prosjektering av betong, og erstatter dermed *NS 3473* [2] som ble brukt tidligere.

De nye europeiske standardene utformes av Den Europeiske Standardiseringskomiteen CEN (Comité Européen de Normalisation). Her er Norge representert gjennom Standard Norge. Komiteen som produserer Eurokodene heter CEN Technical Committee 250 (CEN/TC250). Denne komiteen er delt inn som vist i figur 2.1, med blant annet underkomiteen SC2, som har ansvar for Eurokode 2.



Figur 2.1.: Organisering av CEN/TC250 [3]

Eurokode 2 punkt 8.3 omhandler tillatt dordiameter ved bøyning av armering. De overordnede kravene en dordiameter må tilfredsstille, er at den er stor nok til at bøyeriss i armeringsstangen unngås, og at den ikke skaper brudd i betongen innenfor armeringsbøyen. For å unngå skade på armeringen når den bøyes, er det satt som krav at dordiameteren for alle tilfeller må være større enn 4ϕ for $\phi \leq 16$ mm, og 7ϕ for $\phi > 16$ mm, der ϕ er den bøyde armeringsstangens diameter. Disse kravene er spesifisert i tabell 8.1N. i Eurokode 2 [1].

I punkt (3) i avsnitt 8.3 er det spesifisert tre krav som må oppfylles for at kontroll av betongspenninger innenfor armeringsbøyen kan unnlates. Hvis disse kravene ikke er tilfredsstillt, inneholder standarden et uttrykk for beregning av nødvendig dordiameter. Slik standarden er i dag, er disse punktene formulert på følgende måte:

Eurokode 2 pkt. 8.3 (3) [1]

(3) *The mandrel diameter need not be checked to avoid concrete failure if the following conditions exist:*

- *the anchorage of the bar does not require a length more than 5ϕ past the end of the bend;*
- *the bar is not positioned at the edge (plane of bend close to concrete face) and there is a cross bar diameter $\geq \phi$ inside the bend;*
- *the mandrel diameter is at least equal to the recommended values given in Table 8.1N.*

Otherwise the mandrel diameter, $\phi_{m,min}$, should be increased in accordance with Expression (8.1)

$$\phi_{m,min} = F_{bt}((1/a_b) + (1/2\phi))/f_{cd} \quad (8.1)$$

where:

F_{bt} is the tensile force from ultimate loads in a bar or group of bars in contact at the start of a bend

a_b for a given bar (or group of bars in contact) is half of the the centre-to-centre distance between bars (or group of bars) perpendicular to the plane of the bend. For a bar or group of bars adjacent to the face of the member, a_b should be taken as the cover plus $\phi/2$

The value of f_{cd} should not be taken greater than that for concrete class C55/67.

Storbritannia har i CEN/TC250 SC2 foreslått en endring av dette punktet som medfører at kontroll av betongspenninger kan unnlates, forutsatt at det ligger en tverrstang av samme dimensjon i armeringsbøyen, og at den bøyde stangen ikke er plassert mot ytterkant. Steinar Leivestad, som representerer Standard Norge i CEN/TC250 SC2, tok våren 2009 opp i denne komiteen at Standard Norge er noe utrygge på denne regelen, og ønsker derfor å utforske denne problematikken nærmere før en eventuelt vedtar en endring. Standard Norge sin bekymring gjelder først og fremst situasjoner der begge ben i den bøyde armeringsstangen har så stort strekk at armeringsstålet flyter. (Se figur 2.2) Høsten 2009 ble det allikevel vedtatt i SC2 å endre Eurokodens punkt 8.3 (3) til følgende formulering:

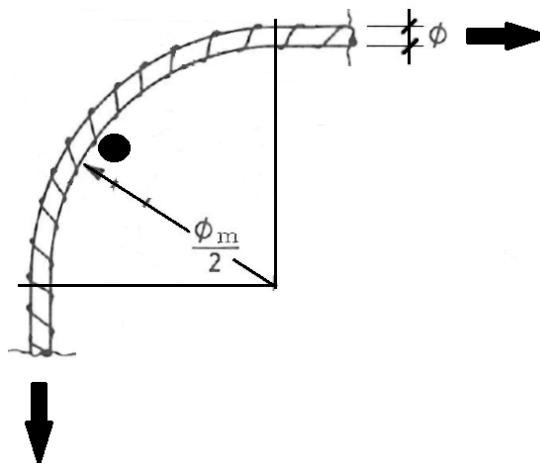
(3) The mandrel diameter need not be checked to avoid concrete failure if the following conditions exist:

- either the anchorage of the bar does not require a length more than 5ϕ past the end of the bend or the bar is not positioned at the edge (plane of bend close to concrete face) and there is a cross bar diameter $\geq \phi$ inside the bend;
- the mandrel diameter is at least equal to the recommended values given in Table 8.1N.

(Resten av dette punktet er uforandret)

Denne endringen vil medføre at armering med en dordiameter, som tilfredsstill kravene i tabell 8.1N, ikke trenger kontroll av betongspenninger når det ligger en tverrstang innenfor armeringsbøyen, og den bøyde armeringsstangen ikke er plassert mot ytterkant. Situasjonen Standard Norge er bekymret for kan i enkelte tilfeller tilfredsstill disse kravene, og det er dermed ingen andre krav til dordiameter enn at den må tilfredsstill kravene for å unngå bøyeriss i armeringen.

Det er mange hensyn som må tas når krav til dordiameter skal bestemmes. Bøyde armeringsjern finnes i mange typer konstruksjoner og forskjellige konstruksjonsdetaljer. I denne oppgaven er situasjonen Standard Norge er bekymret for hovedfokus. Et viktig tema blir derfor hva slags effekt en tverrstang har på spenningssituasjonen i betong innenfor en armeringsbøy.



Figur 2.2.: Situasjonen Standard Norge er bekymret for

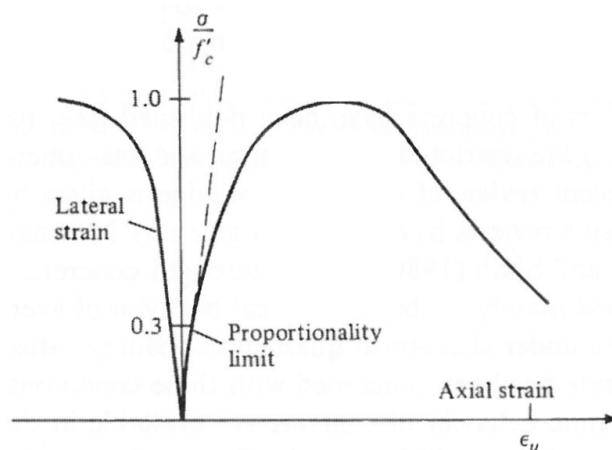
3. Teorigrunnlag

3.1. Materialer

Når en skal gjøre beregninger på armert betong er det viktig å gjøre riktige antagelser om materialenes oppførsel. Både for håndberegninger og elementanalyser er det viktig å bruke materialmodeller som representerer den virkelige oppførselen på en god måte. Det er ikke nødvendigvis den samme materialmodellen som er best for alle situasjoner, men i denne delen av oppgaven er det lagt vekt på å presentere egenskaper og modeller som er aktuelle for problemstillingen i denne oppgaven.

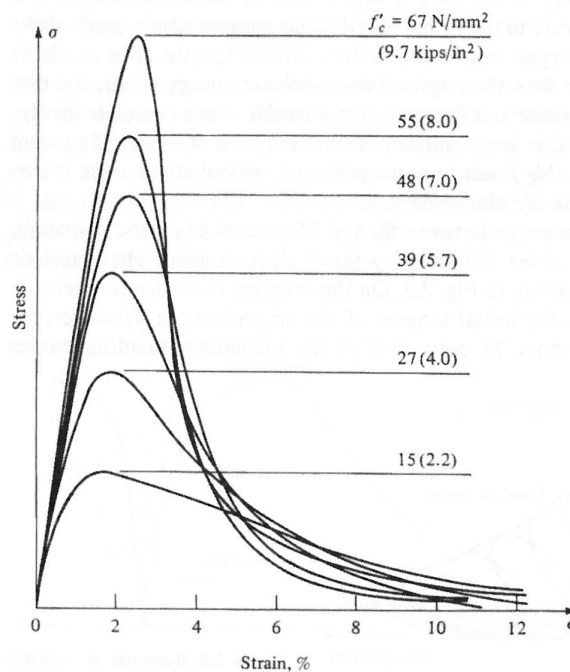
3.1.1. Materialelegenskaper betong

Betong i trykk



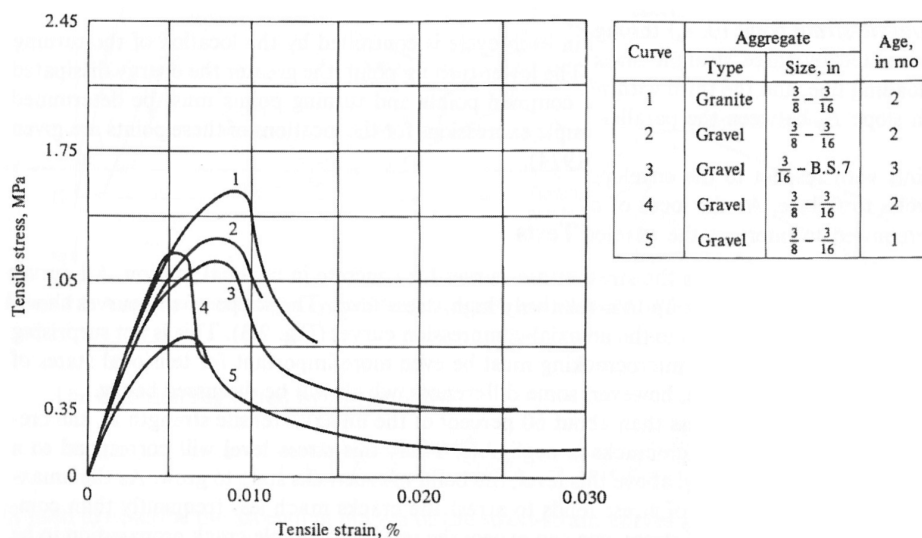
Figur 3.1.: Typisk spenning-tøyningskurve for betong i trykk [4]

En typisk spenning-tøyningskurve for enakset trykkbelastning av betong er vist i figur 3.1. For små spenninger er det en tilnærmet lineær sammenheng mellom spenning og tøyning for betong i trykk. Når spenningen blir større enn omtrent 30 % av trykkfastheten, går spenning-tøyningskurven over i en krum form [5]. Ved tøyninger rundt 2 ‰ når betongen sin maksimale trykkfasthet. Denne tøyningsverdien er stort sett lik for de fleste betongkvaliteter [4]. Dette kan en se av figur 3.2 som viser spenning-tøyningsdiagram for forskjellige betongfastheter. Av samme figur kan en også se at økt fasthet i betongen gir økt elastisitetsmodul.



Figur 3.2.: Spenning-tøyningskurver for ulike betongfastheter [4]

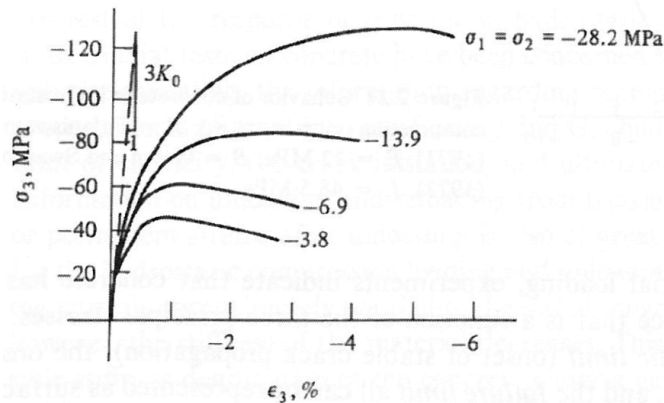
Betong i strekk



Figur 3.3.: Typiske spenning-tøyningskurver for betong i strekk [4]

Figur 3.3 viser et typisk spenning-tøyningsdiagram for enakset strekkbelastning av betong. Kurven har store likheter med den for trykk, men maksimalspenningen er bare 5-10 % av det den er i strekk [4]. For spenninger opp til omtrent 60 % av kapasiteten er kurven relativt lineær. Etter dette får den mer krumning, i likhet med kurven for trykk. Når kapasiteten i strekk er brukt opp, risser betongen. Rissene oppstår normalt på største hovedspenningsretning. En viktig ting å merke seg for problemstillingen i denne oppgaven, er at strekkfastheten ved spalting vanligvis er lavere enn strekkfastheten ved enakset strekktest [4].

Betongegenskaper ved trekket spenningstilstand



Figur 3.4.: Typiske spenning-tøyningskurver for betong i trykk under treaksiell belastning [4]

Figur 3.4 viser typiske spenning-tøyningskurver for betong under treaksiell belastning. I disse forsøkene er de to største hovedspenningene, σ_1 og σ_2 , satt lik hverandre [4]. Forsøkene er gjennomført med små til moderate spenninger som forhindrer tverrutvidelse. Av figuren ser en at økt spenning i tverretningene skaper større kapasitet i hovedtrykkretningen.

3.1.2. Materialmodeller for betong

Betong i trykk

Det finnes mange materialmodeller for betong i trykk. Eurokode 2 har en egen anbefaling for spenning-tøyningsdiagram for bruk i ikke-lineære konstruksjonsanalyser. Det er ikke et krav at denne modellen brukes og det åpnes for andre spenning-tøyningssammenhenger forutsatt at disse gir en tilfredsstillende modell for betongen i det aktuelle tilfellet [1].

Kurven for spenning-tøyningsdiagrammet som Eurokode 2 anbefaler er beskrevet av følgende ligning [1]:

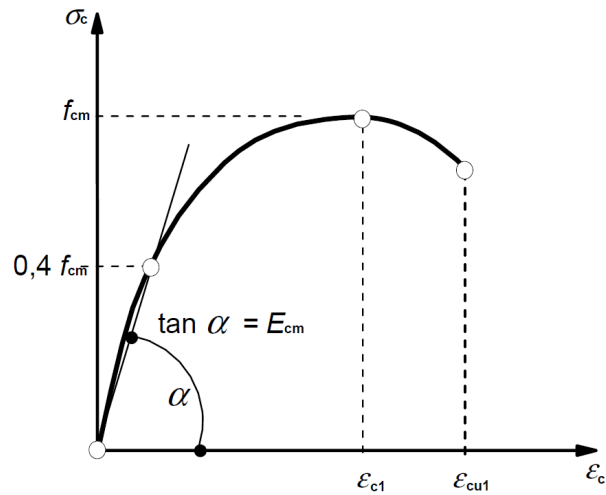
$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (3.1)$$

der :

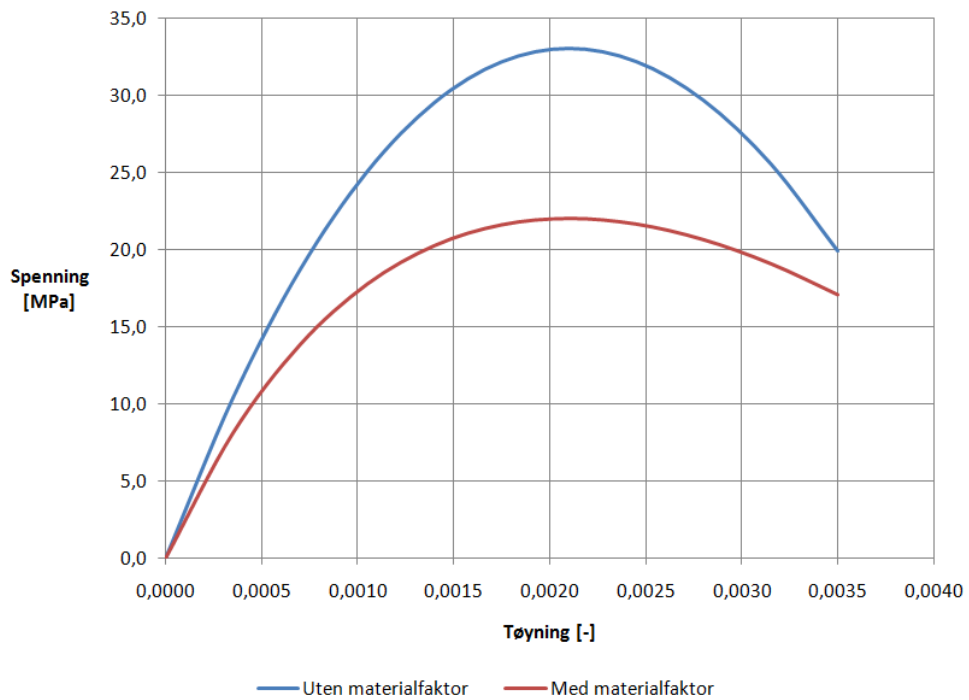
$$\eta = \epsilon_c / \epsilon_{c1}$$

ϵ_{c1} er tøyningen ved største spenning, som gitt i tabell 3.1 (i Eurokode 2)

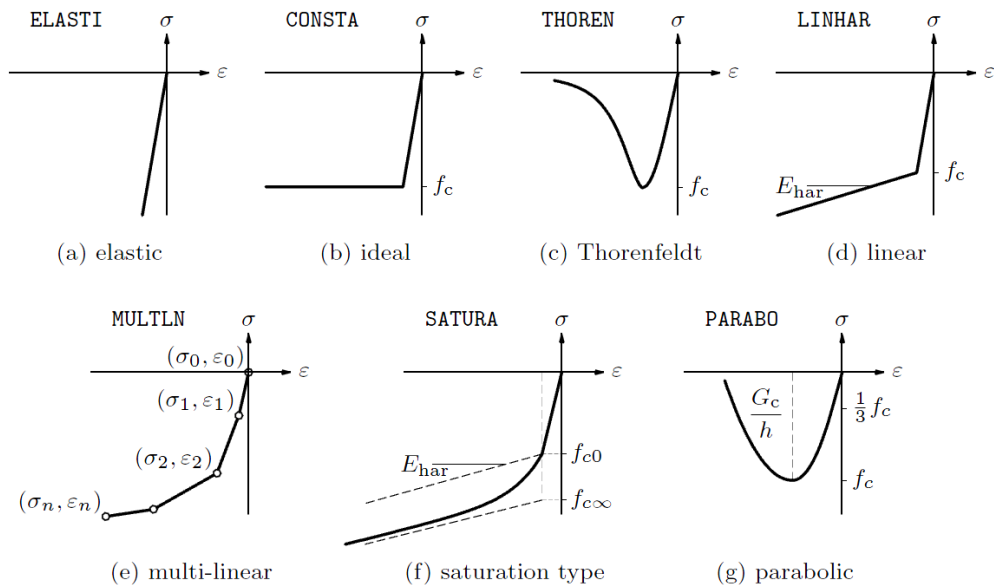
$$k = 1,05 E_{cm} \times |\epsilon_{c1}| / f_{cm} \quad (f_{cm} \text{ i henhold til tabell 3.1})$$



Figur 3.5.: Spenning-tøyningsammenheng EC2 pkt 3.1.5 [1]



Figur 3.6.: Spenning-tøyningsdiagram for betong B25 i trykk



Figur 3.7.: Trykkmodeller for betong i Diana [6]

Ligning 3.1 gjelder opp til den nominelle tøyningsgrensen, ϵ_{cu1} , i bruddgrense. Denne verdien er 3,5 ‰ for betongkvaliteter opp til B50. En skjematisk fremstilling av den anbefalte modellen er vist i figur 3.5, og en slik kurve for betongkvalitet B25 er vist i figur 3.6. Figuren viser kurver for situasjon med og uten materialfaktor.

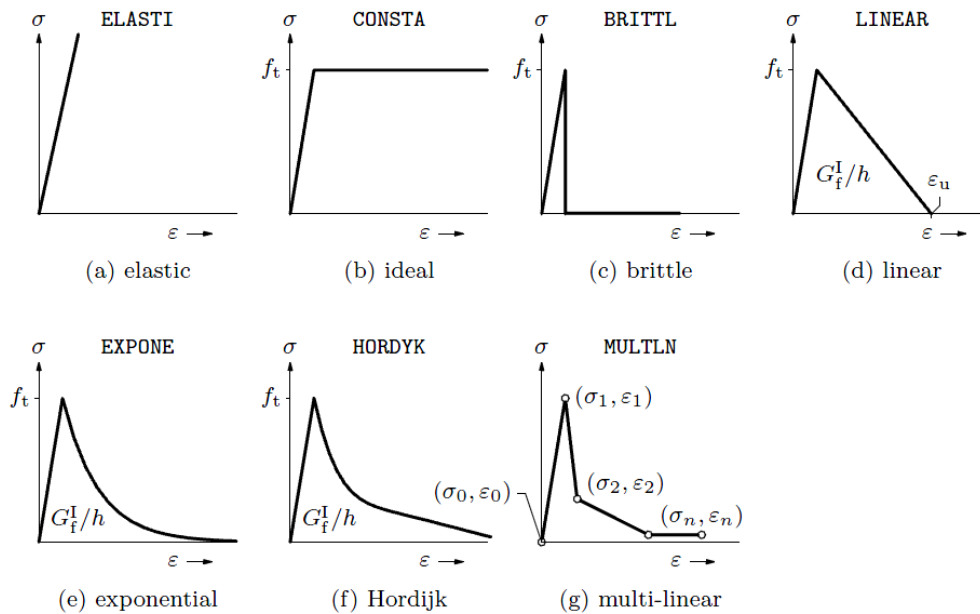
Elementprogrammet Diana, som er brukt i denne oppgaven, tilbyr trykkmodeller for betong som vist i figur 3.7. Ingen av modellene er eksakt lik den anbefalte i Eurokode 2, men flere av dem kan tilpasses så de ligner på denne.

Betong i strekk

I håndberegninger er det vanlig å anta at betong ikke har noen strekkfasthet. Ved bruk av ikke-lineære analysemetoder er det vanlig å inkludere strekkfastheten fordi dette er mer reelt, siden betong faktisk har en strekkfasthet. En annen fordel ved å inkludere denne fastheten er at den gjør det lettere å få konvergens i likvektsiterasjonene i analysene.

Som en forenkling av figur 3.3 er det vanlig å anta at det er en lineær sammenheng mellom spenning og tøyning opp til strekkfastheten av betong. Når denne er nådd starter betongen å risse opp, og den mister strekkfastheten. Hvordan dette tapet skjer kan modelleres på flere måter. Elementprogrammet Diana tilbyr flere strekkmodeller for betong, vist i figur 3.8.

Å anta at betongen ikke har noen stivhet etter at den har risset opp, vil være konservativt i de fleste tilfeller, men som nevnt tidligere stemmer ikke dette med virkeligheten. Som vist i figur 3.3, har betong i strekk en viss seighet etter opprissing. Evnen til å ta opp strekkrefter etter opprissing kalles *tension softening*[4]. Hvis en sammenligner



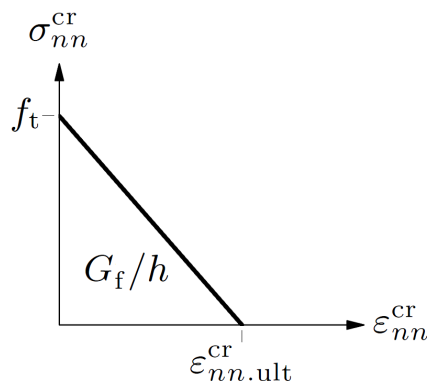
Figur 3.8.: Tension softening modeller for betong i Diana [6]

figur 3.3 og 3.8, ser en at det vil være fornuftig å anta en lineær eller en eksponentiell kurve for betong i tension softening-området.

Det finnes mange metoder for å modellere rissutvikling i betong. De to vanligste metodene er *discrete cracking* og *smeared cracking*. Med discrete cracking modelleres riss ved å frakoble forskyvninger i nodene når riss dannes. Denne løsningen gjør at riss må følge kantene på elementene. Hvis en ikke har en god antagelse på hvordan riss vil bli dannet, kan en uegnet elementinndeling skape store unøyaktigheter. Hvis en har dominerende riss, som en vet hvor kommer, kan metoden være spesielt nyttig. Da kan en legge egne interface-elementer mellom nodene hvor risset oppstår. Disse kan ha egne materialmodeller for området mellom de tilstøtende elementene. Dette gjør at effekter som tension softening kan inkluderes.

Den andre rissmodellen, smeared cracking, går ut på å anta at risset betong forblir et kontinuum, men at den mister sine isotrope egenskaper etter at første riss er dannet [7]. Fordelen med en slik modell er at en ikke trenger å vite *hvor* rissene oppstår når en lager analysemodellen. Ulempen med en slik modell er at den ikke klarer å simulere åpningen av riss, på grunn av antagelsen om at betongen forblir et et kontinuum etter opprissing.

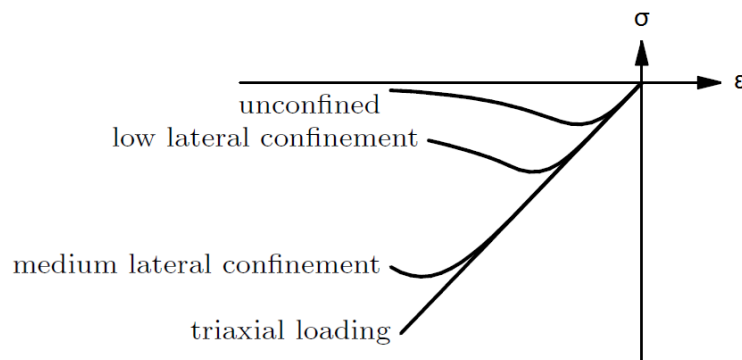
Rissmodeller basert på total tøyning er en type smeared cracking-modell, og er ofte hensiktsmessig for betong [7]. Disse modellene bruker maksimum hovedtøyning som bruddkriterium. Riss oppstår i det hovedtøyningen når en gitt maksimalverdi, og de oppstår normalt på hovedtøyningsretningen. Et alternativ til å sette en maksimal bruddtøyning, er å angi bruddenergien, G_f , i materialet. Forholdet mellom bruddenergien og *crack bandwidth*, h , tilsvarer arealet under spenning-tøyningsskurven i området etter at strekkfastheten er nådd. (Figur 3.9). Crack bandwidth blir ofte satt lik minste elementlengde [7]. Hvis crack bandwidth ikke spesifiseres i Diana, settes denne verdien lik $\sqrt[3]{V}$ for volumelementer, hvor V er volumet til det aktuelle elementet [6].



Figur 3.9.: Bruddenergi for betong i strekk [6]

Betong ved treakset spenningstilstand

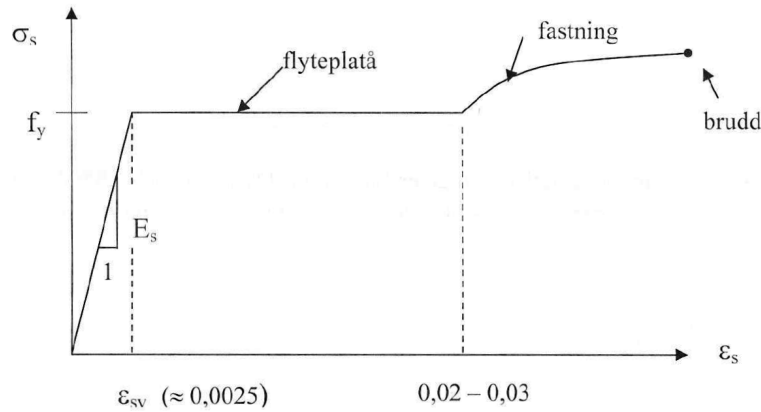
Betong med forhindret tverrutvidelse, får vanligvis ikke noen automatisk økt fasthet i elementprogrammer, men en har ofte mulighet for å inkludere denne effekten. Dette gjelder også for Diana, som har dette som et mulig tillegg for noen av de innebygde materialmodellene. I Diana er disse formulert slik at fastheten i trykk gradvis øker etter hvert som det oppstår fastholdende spenninger i tverretningene. Denne økningen er ubegrenset for en situasjon med ren treaksiell belastning. En skisse av hvordan innvirkningen av forhindret tverrutvidelse fungerer, er vist i figur 3.10.



Figur 3.10.: Innvirkning av forhindret tverrutvidelse [6]

3.1.3. Materialegenskaper armeringsstål

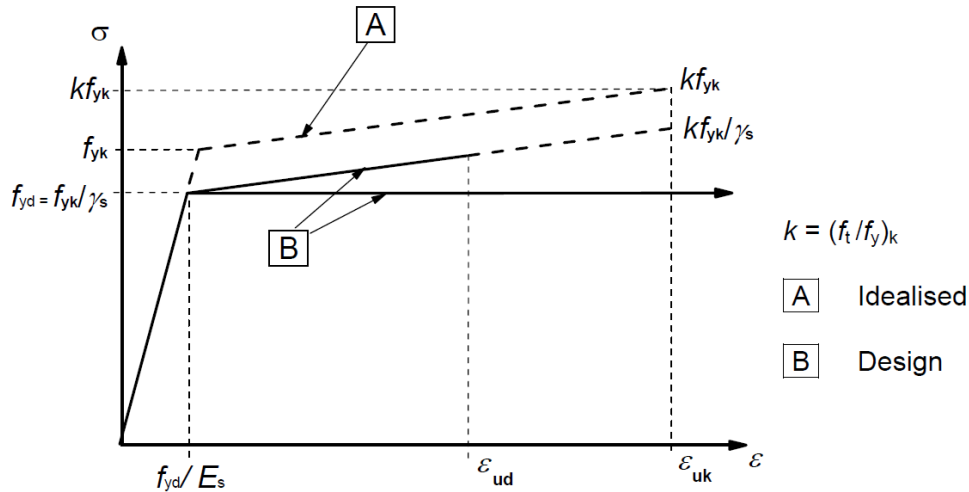
Figur 3.11 viser et typisk spennings-tøyningsdiagram for armeringsstål i strekk. Formen på kurven er noe enklere enn for betong, og når den skal beskrives kan den deles opp i tre deler. Først kommer et elastisk område hvor armeringsstål vanligvis har en E-modul på rundt 200 000 MPa. Flytespenning for armering ligger vanligvis rundt 500 MPa, og når flytespenningen er nådd kommer et flyteplatå. Her er spenningen uforandret frem til en tøyning på 2-3 %. Til slutt kommer et område med fastning. Her øker spenningene igjen før brudd oppstår. Bruddspenningen er typisk 1,5 ganger flytespenningen. [4] [8]



Figur 3.11.: Typisk spenning-tøyningskurve for armering i strekk [8]

3.1.4. Materialmodeller for armeringsstål

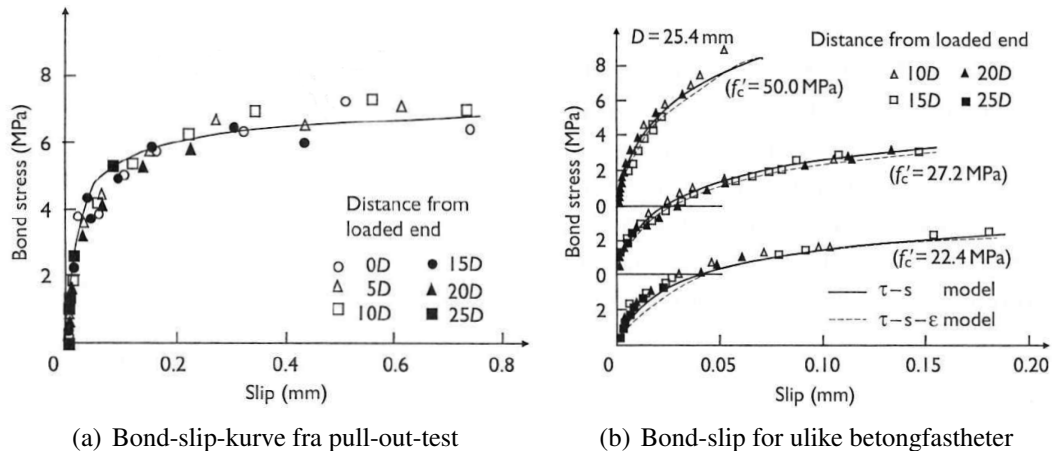
Eurokode 2 anbefaler to ulike spenning-tøyningssammenhenger for armeringsstål. Begge har en elastisk spenningkurve frem til flytgrensen. Etter dette kan en velge mellom en perfekt plastisk oppførsel eller en liten fastning i stålet. Disse spenning-tøyningskurvene er vist i figur 3.12. For ikke-lineære analyser kan det være en fordel å velge en materialkurve med fastning, fordi dette skaper bedre stabilitet i analysen i det stålet når flytgrensen. Fastningen trenger ikke være høy for å få en gunstig effekt.



Figur 3.12.: Idealiserte spenning-tøyningssammenhenger fra EC2 [1]

3.1.5. Interaksjon armering mellom betong

Kontakt og heft mellom betong og armering er en komplisert mekanisme. Normalkreftene som oppstår i trykk i kontaktflaten er kun avhengig av de to tilstøtende materialene. Det vil også være en liten strekkfasthet i normalretningen, men den er neglisjerbar.



(a) Bond-slip-kuve fra pull-out-test

(b) Bond-slip for ulike betongfastheter

Figur 3.13.: Bond-slip (D = armeringsdiameter) [9]

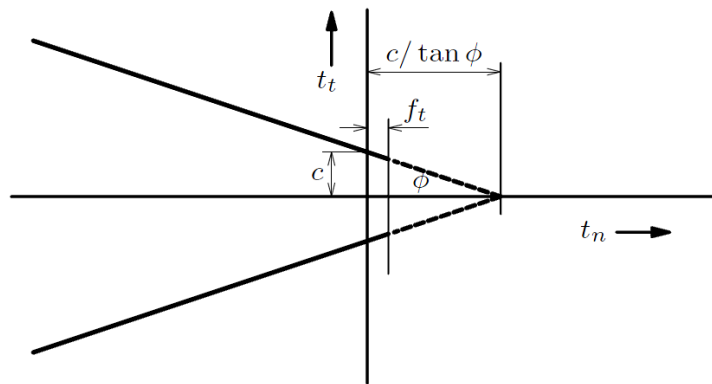
Heftspenningene som oppstår mellom armeringsstålet og betongen avhenger av flere forhold. Dette inkluderer faktorer overdekning, armeringsform, armeringstype, betongkvalitet og støpemetode. Figur 3.13(a) viser en bond-slip-kuve (heft-glidnings-kuve) for pull-out-tester av armeringsjern. Som en ser trengs det en liten forskyvning langs kontaktplanet før heftspenningene etableres. Etter en forskyvning på omtrent 0,1 mm er maksimal heft etablert, og kurven får et tilnærmet horisontalt plata med denne spenningen. Figur 3.13(b) viser effekten av varierende betongkvalitet for heftspenningene som oppstår i kontaktflaten. Heften for betongkvaliteter med liten fasthet er lav, men ellers er kurvene relativt like.

En annen effekt som er verdt å merke seg, er at heftspenningene som oppstår sannsynligvis vil være større for en situasjon med store normalspenningen i trykk, enn for en situasjon uten. Denne effekten ser en ikke fra pull-out-forsøkene, fordi det ikke er normalkrefter i kontaktflaten i noen av disse forsøkene.

3.1.6. Modellering av interaksjon armering mellom betong

Diana tilbyr et stort utvalg materialmodeller for interaksjon mellom materialer. Dessverre er det vanskelig å inkludere alle virkelige effekter i en slik modell, og en må derfor ofte inngå noen kompromisser. For modellering av kontakt mellom armering og betong er det i utgangspunktet to modeller som utpeker seg som aktuelle. En kan velge en Coulomb friksjonsmodell eller en bond-slip modell.

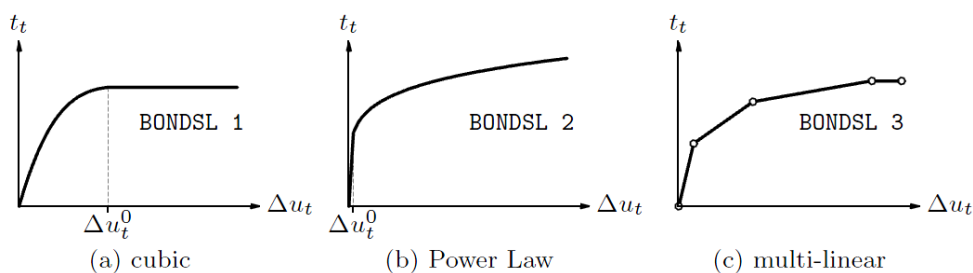
En prinsippsskisse for en Coulomb-modell er presentert i figur 3.14. Fordelen med en slik modell er at den tar hensyn til at heftspenningene vil være avhengig av størrelsen på normalspenningen. En annen fordel er at den ikke skaper unaturlig store strekkspenninger i normalretningen, dette er avhengig av størrelsen på kohesjonen, c . Ulempen med en slik modell er at den er avhengig av at kohesjon inkluderes for at det skal oppstå heftspenninger på plan som ikke har normalspenninger. Et annet problem med en slik modell er at den ikke har noen øvre grense for hvor mye normalspenninger



Figur 3.14.: Coulomb friksjonsmodell i Diana [6]

øker heftspenningene. Dette gjør at en ikke får modellert det horisontale plataet i figur 3.13(a) på en fornuftig måte.

Figur 3.15 viser bond-slip modellene som er tilgjengelige i Diana. Disse er relativt like, og egner seg alle for å modellere bond-slip-kurven vist i figur 3.13(a). Den multi-lineære modellen har den fordelen at den kan kombineres med en multi-lineær modell også i normalretningen. Dette gjør at en kan modellere ulike egenskaper i trykk og strekk i normalretningen. Dette er fordelaktig for å kunne inkludere effekten av at strekkspenningene som oppstår i kontaktflaten er neglisjerbare. Ulempen med bond-slip-modellene er at de ikke tar hensyn til normalspenningene når heftspenningene beregnes. Dette betyr at uansett om det er store trykk- eller strekkspenninger normalt i kontaktflaten, vil heftspenningene kun være avhengige av deformasjonen parallelt planet.



Figur 3.15.: Bond-slip modeller i Diana [6]

3.2. Elementanalyser

I dette avsnittet presenteres en liten oversikt over sentral teori for implisitte elementanalyser. Teorien som presenteres er ikke en komplett oversikt over all kunnskap som trengs for å forstå slik analyser, men det er lagt vekt på å vise det som er sentralt for problemstillingene i denne oppgaven.

3.2.1. Beregningsmetoder for ikke-lineære analyser

Den fundamentale forskjellen mellom lineære og ikke-lineære elementanalyser er at de lineære har en enkel og direkte løsning, mens de ikke-lineære trenger lastinkrementer og likevektsiterasjoner for å komme frem til en løsning. Dette kommer av at stivhetsmatrisen og lastmatrisen er funksjoner av forskyvningene. Dette kan illustreres på følgende måte:

$$\begin{array}{ll} \textit{Lineær analyse} & \textit{Ikke-lineær analyse} \\ \mathbf{K}\mathbf{D} = \mathbf{R} & \mathbf{K}(\mathbf{D})\mathbf{D} = \mathbf{R}(\mathbf{D}) \end{array}$$

Som en ser, har ikke systemet til høyre noen enkel og direkte løsning slik systemet til venstre har. Dette gjør at sammenhengen mellom påført kraft og forskyvning i systemet, ikke nødvendigvis er lineær.

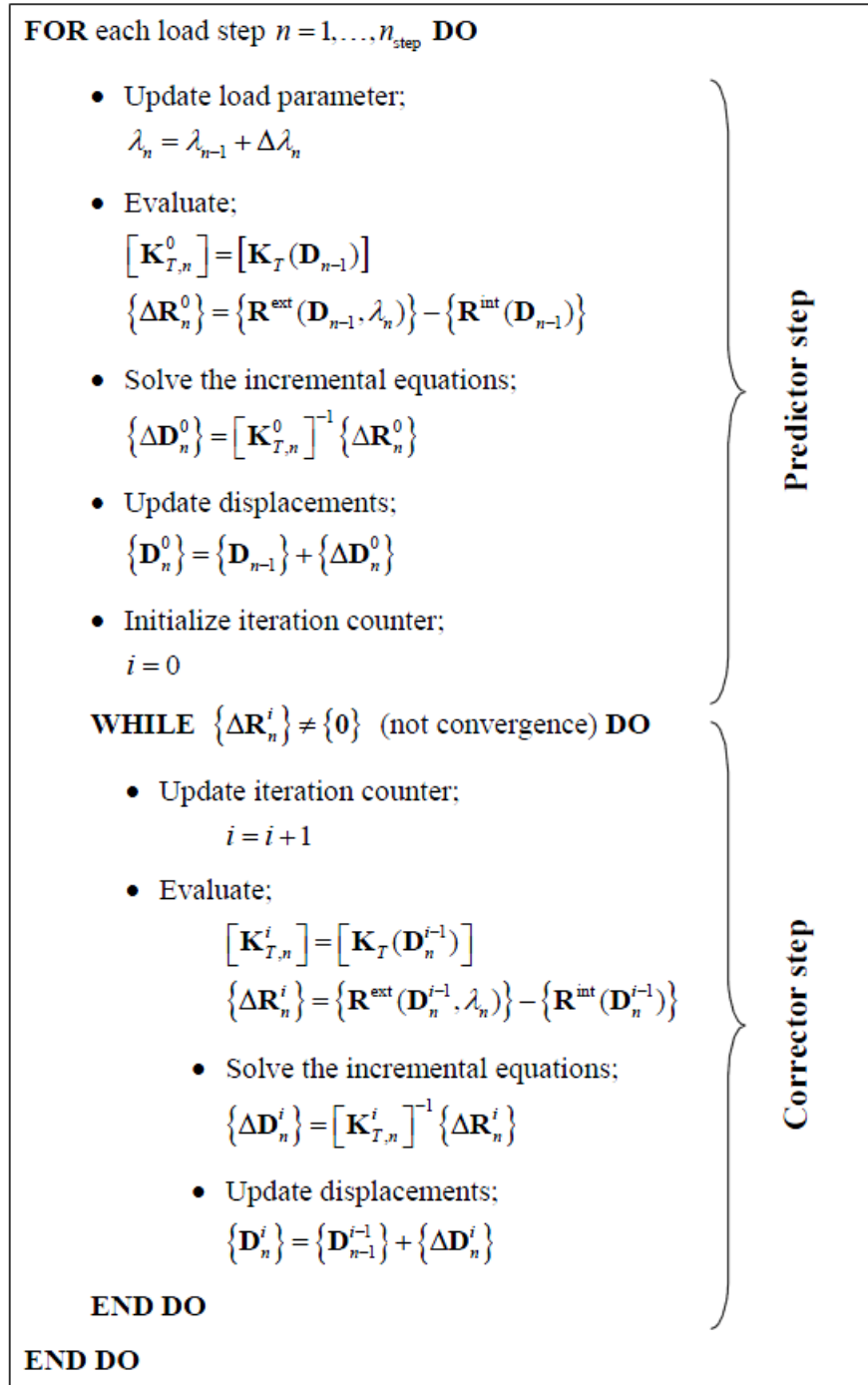
Noen av fordelene med ikke-lineære analyser er at det er mulig å inkludere ikke-lineære materialmodeller og ikke-lineær geometri. Men det er også noen konsekvenser ved å benytte slike analysemetoder. En ting som er veldig viktig å merke seg er at superposisjonsprinsippet ikke er gyldig ved bruk av ikke-lineære analysemetoder, fordi deformasjonstilstanden er avhengig av lasthistorien. En annen viktig ting er at det ikke nødvendigvis er noen løsning for en gitt lastsituasjon når analysene er ikke-lineære, noe det alltid er i lineær-elastiske analyser.

Prinsippet for ikke-lineære analyser kjennetegnes ved at en ønsker å finne likevektspunkter langs last-forskyvningskurven. Dette kan gjøres på flere måter, men her skisseres prinsippet for implisitte analyser med foreskrevne lastinkrement. Først beregnes tangentstivheten, \mathbf{K}_T , slik at en kan anta forskyvningene for en gitt last. Ved hjelp av lastparameteren, λ , økes lasten i lastinkrementet. Etter at lastinkrementet er påført, beregnes de inkrementelle forskyvningene $\Delta \mathbf{D}_n^0$ og de indre kreftene, før de totale forskyvningene for systemet, \mathbf{D}_n^0 , oppdateres.

Den ubalanserte kraften, $\Delta \mathbf{R}_n^i$, kalles residualet og blir ofte brukt for å vurdere konvergens i likevektsiterasjonene. Når residualet er tilstrekkelig lite avsluttes likevektsiterasjonene, og neste lastinkrement starter. En kan også beskrive residualet som forskjellen mellom de indre og ytre kreftene.

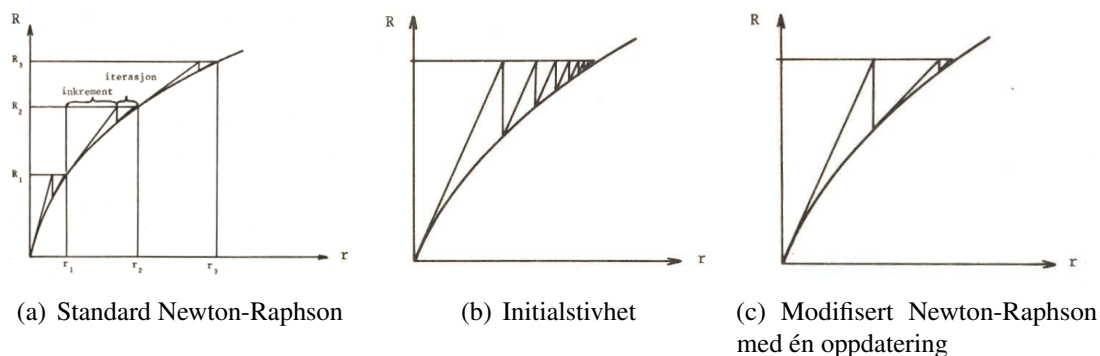
Hvis konvergenskravet ikke er tilfredsstillt etter den initielle lastpåføringen, starter en nå med likevektsiterasjoner. Dette gjøres ved at den nye tangentstivheten og den nye ubalanserte kraften beregnes i det iterasjonspunktet en står i. Så beregnes et nytt forskyvningsinkrement for iterasjonen, før de totale forskyvningene og de indre kreftene oppdateres på nytt. Denne prosessen repeteres helt til konvergenskravet, for eksempel residualet, er tilfredsstillt. En skisse for en slik algoritme er presentert i figur 3.16.

I løsningsalgoritmen presentert her er det brukt en Newton-Raphson iterasjonsprosedyre. Det finnes mange slike prosedyrer, med ulike kvaliteter og ulemper. En Newton-Raphson iterasjonsprosedyre gir rask konvergens fordi stivhetsmatrisen blir



Figur 3.16.: Løsningsalgoritme for ikke-lineære analyse med foreskrevne lastinkrement [10]

oppdatert for hver iterasjon [10]. Ulempen med dette er at det er en datateknisk kostbar prosess å sette opp og faktorisere stivhetsmatrisen. Derfor er det laget en del alternative metoder som ikke gjør dette for hver eneste iterasjon. I initialstivhetsmetoden brukes den initielle stivhetsmatrisen gjennom hele analysen. Dette reduserer arbeidet med å oppdatere stivhetsmatrisen, men gjør at det trengs flere iterasjoner for å oppnå likevekt. En mellomting mellom initialstivhetsmetoden og Newton-Raphson er modifisert Newton-Raphson. I denne metoden oppdateres stivhetsmatrisen bare av og til. Det er mange måter å gjennomføre dette på, en kan for eksempel kun oppdatere stivhetsmatrisen en gang per lastinkrement. De tre metodene er vist i figur 3.17.



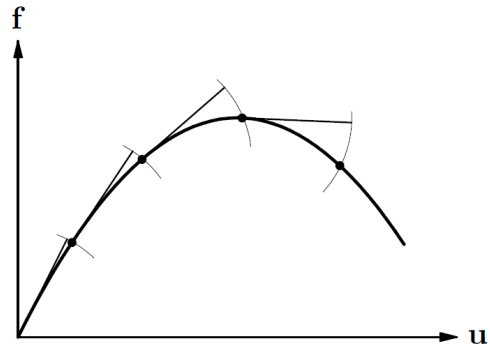
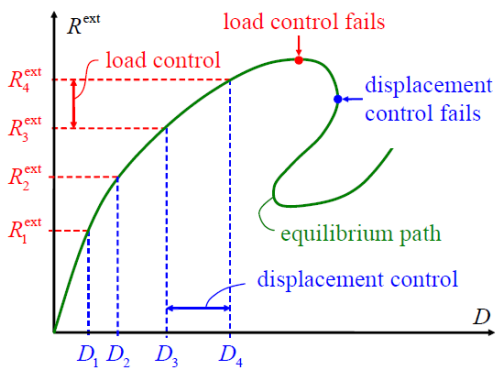
Figur 3.17.: Iterasjonsmetoder [10]

Store ikke-lineære analyser skaper en rekke utfordringer i forhold til bruk av maskinvare i beregningene. Vedlegg B i denne oppgaven beskriver hvordan maskinvare kan utnyttes på en effektiv måte for implisitte elementanalyser.

Hvis divergens er et problem i analysene kan en buelengdekontroll være til stor hjelp. Med faste last- eller forskyvningsinkrementer i analysene kan det være vanskelig å komme forbi kritiske punkter langs likevektskurven. Dette er illustrert i figur 3.18(a). En buelengdekontroll overvåker størrelsen på forskyvningssteget for et gitt lastinkrement, og reduserer dette hvis forskyvningene blir for store. Dette gjør at kritiske punkter langs likevektskurven kan passeres. Prinsippet for en buelengdekontroll er vist i figur 3.18(b). Det finnes mange metoder for å iterere seg ned til likevektskurven etter at lastinkrementet er påført. *Oppdatert normalplan* og *spheriske metoder* er noen av de som er vanlige å bruke. Disse metodene beskrives ikke nærmere her.

3.2.2. Elementer

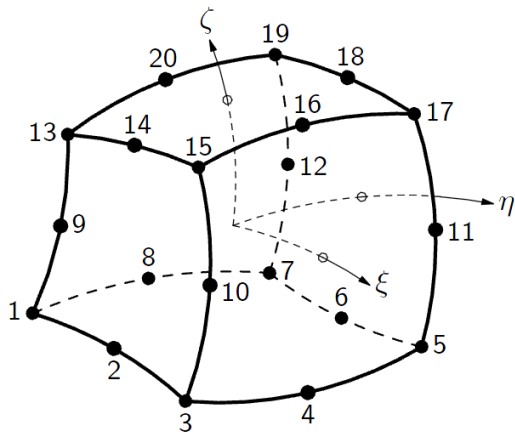
Det er utviklet en stor mengde elementer til ulike formål. Her beskrives kun de som er brukt i denne oppgaven. Problemet som behandles i denne oppgaven har relativt komplisert geometri. Volumelementer er derfor de eneste som er egnet for å modellere situasjonen. Ulempen med volumelementer er at de raskt medfører mange frihetsgrader hvis elementnettet må gjøres mer detaljert. I presentasjonen av elementene er de samme elementnavnene brukt, som de som er i elementprogrammet Diana. Elementene er valgt slik at de er kompatible med hverandre. Elementene som er brukt er vist i figur 3.19.



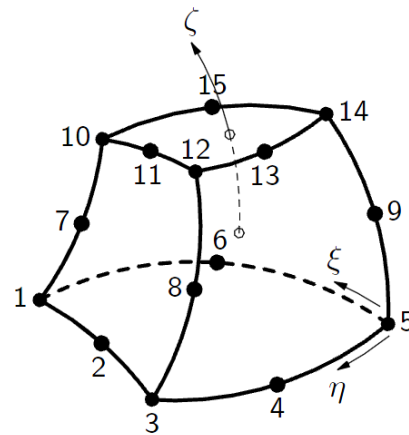
(a) Kritisk punkter langs likevektskurve [10]

(b) Prinsipp [6]

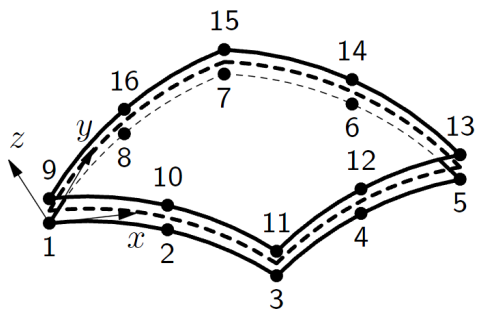
Figur 3.18.: Buelengdekontroll



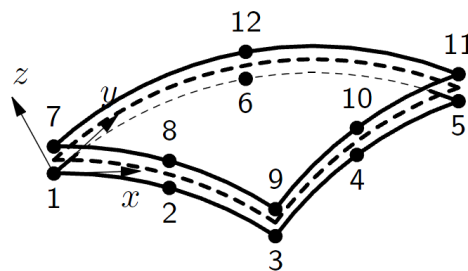
(a) CHX60



(b) CPT45



(c) CQ48I



(d) CT36I

Figur 3.19.: Elementer [6]

CHX60

Dette er et 20-noders volumelement med 60 frihetsgrader. Hver node i elementet har 3 translasjonsfrihetsgrader. Elementet har kvadratisk interpolasjon og blir som oftest integrert med en $3 \times 3 \times 3$ Gauss kvadratur [6]. Plasseringen av integrasjonspunkter for en slik kvadratur er vist i figur 3.20(a). Element CHX60 er vist i figur 3.19(a).

CTP45

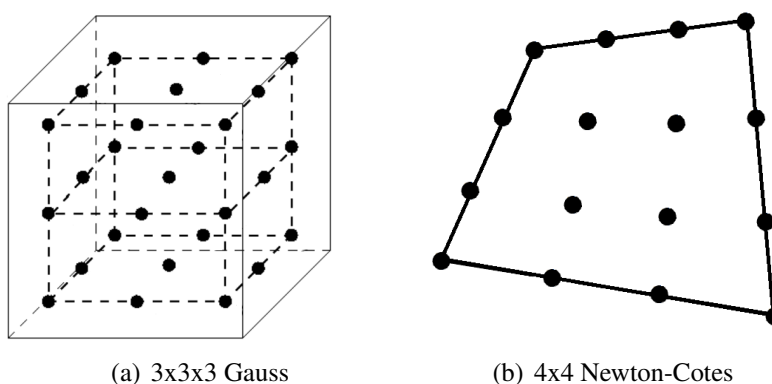
Dette er et volumelement som er formet som en kile. Elementet har 15 noder med 3 translasjonsfrihetsgrader i hver node og det har totalt 45 frihetsgrader. Elementet har kvadratisk interpolasjon, og kan for eksempel integreres med en 4 punkts regel i det triangulære planet og en 2 punkts regel i lengderetningen [6]. Element CPT45 er vist i figur 3.19(b).

CQ48I

CQ48I er et interface-element som er plant, og kan brukes mellom to plan i en tredimensjonal analyse. Elementet har kvadratisk interpolasjon, og kan med fordel integreres med en 4×4 Newton-Cotes integrasjonsmetode. Årsaken til at dette er et bedre valg enn vanlig Gauss-integrasjon, kommer av at Gauss-integrasjon har en større tendens til å skape falske svingninger i spenningsfeltet [11]. Det som hovedsakelig skiller Newton-Cotes fra Gauss er at Newton-Cotes har integrasjonspunkter helt i ytterkant av elementet. Dette ser en av figur 3.20(b), hvor integrasjonspunktene for en 4×4 Newton-Cotes metode er vist.

CT36I

Dette interface-elementet har mange likheter med CQ48I, men det er triangulert og er dermed kompatibelt med sideflatene i CTP45-elementet. Element CT36I er vist i figur 3.19(d). CT36I har 12 noder og 36 frihetsgrader. Elementet er basert på kvadratisk interpolasjon, og kan for eksempel integreres med 6 punkts regel i de to planene [6].



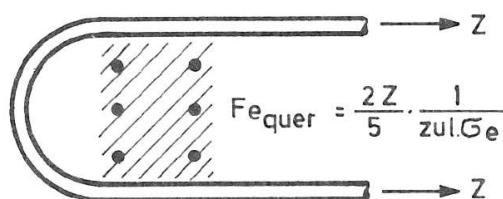
Figur 3.20.: Integrasjonspunkter

4. Tidligere arbeider

Dette kapittelet tar for seg tidligere arbeider som beskriver problematikken rundt valg av dordiameter, samt effekten av å ha tverrarmring. Det er i dette kapittelet valgt å beholde den opprinnelige notasjonen og symboler, slik at de samsvarer med de figurer som er hentet fra arbeidene. Siden både dordiameter og senteravstand ofte måles i antall armeringsdiameterer, ϕ , er n satt som antall for dordiamter og m for senteravstand.

4.1. Arbeider utført av Fritz Leonhardt

Fritz Leonhardt beskriver i sin serie, *Vorelesungen über Massivbau* [12] (forelesninger om betongbygg), et problem av samme karakter som det som blir beskrevet i denne oppgaven. Leonhardt beskriver sløyfeanker med likt strekk i begge ben. Beregningene viser hva slags kontaktspenninger som kan tillates for en slik situasjon, med og uten tverrarmring. Det er viktig å merke seg at det her er snakk om tverrarmring for å ta opp spaltestrekk. Den er derfor plassert i området med antatt størst spaltestrekk og ikke inntil armeringsbøyen. Av figur 4.1 som er hentet fra Leonhardts arbeider kan en se dette.

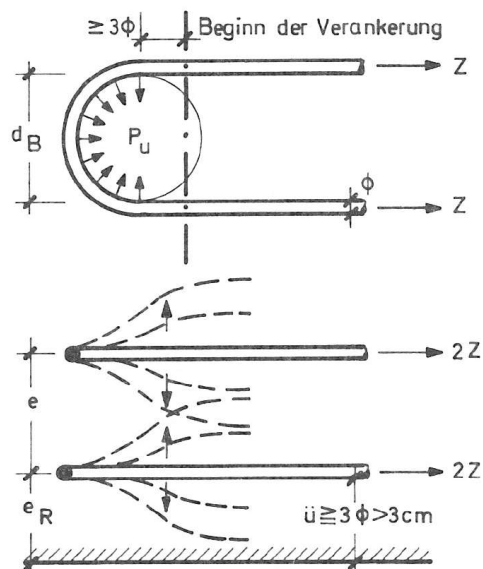


Figur 4.1.: Område for plassering av tverrarmring i sløyfeanker [12]

4.1.1. Sløyfeanker uten tverrarmring

I et sløyfeanker med likt strekk i begge ben kan kontaktrykket innenfor armeringsbøyen beregnes ut fra likevekt i figur 4.2, og en kommer frem til ligning 4.1.

$$p_u = \frac{2Z}{d_B \cdot \phi} = \frac{2\sigma_e \pi \left(\frac{\phi}{2}\right)^2}{d_B \cdot \phi} = \frac{\sigma_e \pi \phi}{2 \cdot d_B} \quad (4.1)$$



Figur 4.2.: Likevekt for sløyfeanker uten tverrarmring (øverst) og spenningsutbredelse innenfor sløyfen (nederst) [12]

I ligning 4.1 er σ_e normalspenningen i armeringen, d_B dordiameteren og ϕ diameteren på sløyfeankeret. Etter forsøk med sløyfeanker uten tverrarmring [13], er det tillatte kontaktrykket ved brukslast funnet til å være uttrykt ved ligning 4.2.

$$zul p_u = 0,3 \cdot \beta_{wN} \sqrt{\frac{e}{\phi}} \leq \beta_{wN} \quad (4.2)$$

Her er β_{wN} terningtrykkfasthet og e senteravstand mellom sløyfeben, eventuelt avstand til fri betongoverflate. Fra ligningen over kan det vises at for $d_B \geq 11\phi$ kan det tillatte kontaktrykket settes lik terningfastheten. Ut fra ligning 4.1 og 4.2 kan en nå finne nødvendig dordiameter uttrykt ved følgende ligninger:

$$d_B \geq 5,24 \frac{\sigma_e}{\beta_{wN}} \phi \sqrt{\frac{\phi}{e}} \quad (4.3)$$

$$d_B \geq 1,57 \frac{\sigma_e}{\beta_{wN}} \phi \quad (4.4)$$

For $e \leq 11\phi$ ligning 4.3 og ligning 4.4 for $e > 11\phi$.

Leonhardt presiserer at sløyfeanker uten tverrarmring bare kan benyttes når lastsituasjonen hovedsakelig er statisk. Det er også en forutsetning at forankringen starter 3ϕ før krumningen på sløyfen starter.

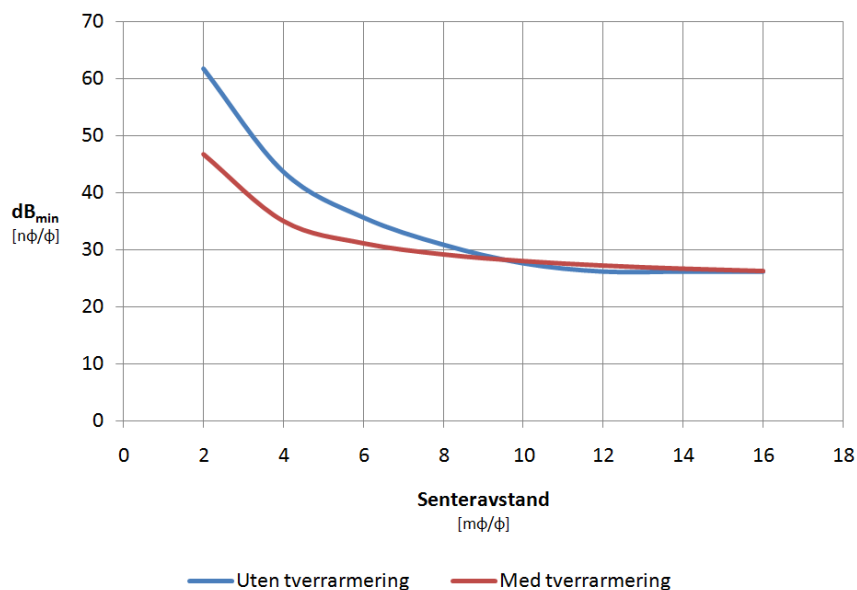
4.1.2. Sløyfeanker med tverrarmring

I følge Leonhardt [12] kan spaltstrekraften for sløyfeanker antas å være omtrent $\frac{2}{5}Z$. Videre presiseres det at tilstrekkelig tverrarmring må plasseres innenfor den angitte sonen i figur 4.1, for at følgende uttrykk kan brukes for å beregne nødvendig dordiameter:

$$d_B \geq \left(1,4 + 2,8 \frac{\phi}{e}\right) \phi \cdot \frac{\sigma_e}{\beta_{wN}} \quad (4.5)$$

Minstekravet til tverrarmring er to armeringstenger med diameter større enn 5 mm, eventuelt at det kan påvises tverrtrykk i denne sonen. Som for tilfellet uten tverrarmring, er det også her krav til at forankringen starter 3ϕ før krumningen på sløyfen starter. For stor senteravstand, e , gir ligning 4.5 kontaktkrefter i armeringsbøyen som ligger nær dimensjonerende terningtrykkfasthet for betongen.

4.1.3. Sammenligning av Leonhardts krav



Figur 4.3.: Minimum dordiameter for økende senteravstand

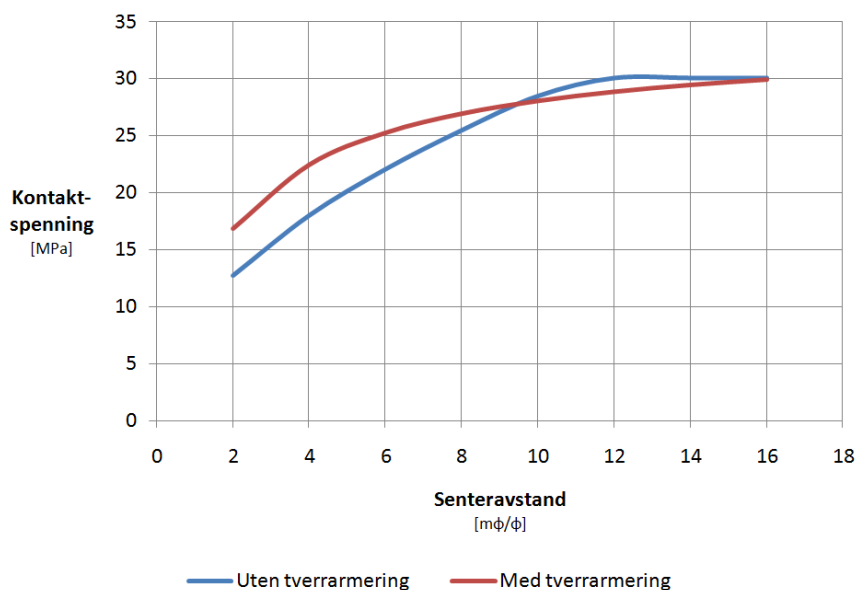
I figur 4.3 er det vist en sammenligning av Leonhardts krav til dordiameter for tilfellene med og uten tverrarmring. Senteravstandene i figuren er variert fra 2ϕ og 16ϕ . I sammenligningen er det forutsatt betongkvalitet B25 og armering B500C med en armeringsdiameter på 16 mm. Det er også forutsatt full flyt i armeringsstålet i sløyfen. Det kan helt klart diskuteres om bruk av ligning 4.3 og 4.4 for slike lastnivåer er riktig, siden de er basert på forsøk med brukslast. Hvis en studerer ligning 4.3, 4.4 og 4.5

nærmere, ser en at dordiamteren er lineært relatert til stålspenningen. Det gjør at sammenligningen ville blitt lik for lavere lastnivåer. Sammenligningen antyder uansett når tverrarmring innenfor en armeringsbøy har effekt. Materialdata og materialfaktorer som er brukt i sammenligningen er vist i tabell 4.1.

Tabell 4.1.: Materialdata [1]

Materialfaktorer		
γ_c	1,5	[-]
γ_s	1,15	[-]
Betong B25		
f_{ck}	25,0	[MPa]
$f_{ck,cube}(\beta_{wN})$	30,0	[MPa]
f_{cd}	16,7	[MPa]
$f_{cd,cube}$	20,0	[MPa]
Armering B500C		
f_{yk}	500	[MPa]
f_{yd}	435	[MPa]

Fra figur 4.3 kan en se at effekten av tverrarmring antas å være ubetydelig for senteravstander større enn 9ϕ . En kan også se at for senteravstander større enn 9ϕ , reduseres ikke minste tillatte dordiameter i noen særlig grad, uavhengig om det er tverrarmring eller ikke.



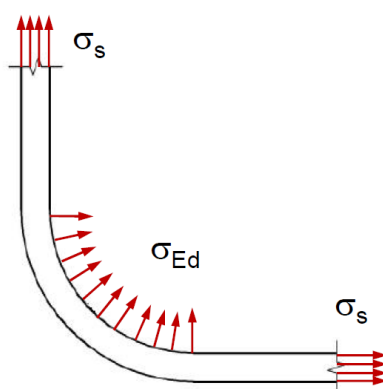
Figur 4.4.: Kontaktspenning ved flyt i armering og minimum dordiameter

Ut fra ligning 4.1, kan kontaktrykket i armeringsbøyen beregnes for situasjonen med minste tillatte dordiameter, når det er flyt i armeringen. Kontaktrykket for økende senteravstand er vist i figur 4.4. Det kan være verdt å merke seg at kontaktspenningen i bøyen ikke når terningtrykkfastheten før en senteravstand på minst 12ϕ .

4.2. Beregninger utført av Giuseppe Mancini

Professor Giuseppe Mancini er Italias representant i CEN TC250/SC2. Han har tidligere vært president i *The International Federation for Structural Concrete (fib - fédération internationale du béton)* [14]. På en samling TC250/SC2 hadde i London, presenterte Mancini en rekke beregninger for å vise gyldigheten av punkt 8.3 i Eurokode 2, slik det var formulert *før* det ble vedtatt å sette inn et ”eller” i punkt 8.3(3). Disse beregningene inneholder en rekke sentrale forutsetninger for å vurdere betongspenninger innenfor en armeringsbøy. Mancini henviser til forsøk utført av Gallus Rehm og Gaetano Manfredi for å underbygge sine beregninger. I det følgende avsnittet er beregningene til Mancini vist, etterfulgt av en presentasjon av forsøkene som er lagt til grunn. Mancini har utført utregninger for mange situasjoner når det gjelder armeringsbøy, det er her kun valgt å vise de som gjelder for bøy med likt strekk i begge ben i armeringsbøyen.

4.2.1. Kontakttrykk og lastutbredelse



Figur 4.5.: Likevekt for armeringsbøy med likt strekk i begge ben [15]

Kontakt-trykket har Mancini valgt å utlede ut fra likevekt (Figur 4.5) [15]. Dette gir følgende ligning for kontaktspenningene:

$$\sigma_{Ed} = \frac{2A_s \cdot \sigma_s}{D_M \cdot \phi_b} = \frac{2\pi \left(\frac{\phi_b}{2}\right)^2 \cdot \sigma_s}{D_M \cdot \phi_b} = \frac{\pi \phi_b \cdot \sigma_s}{2 \cdot D_M} = \frac{\pi \cdot \sigma_s}{2n} \quad (4.6)$$

$$n \geq 4 \text{ hvis } \phi_b \leq 16 \text{ mm}$$

$$n \geq 7 \text{ hvis } \phi_b > 16 \text{ mm}$$

Fra ligning 4.1 og 4.6 kan en se at kontakttrykket utledet for en 90° bøy og en 180° sløyfe, gir samme kontaktspenning innenfor bøyen for samme stålspenning.

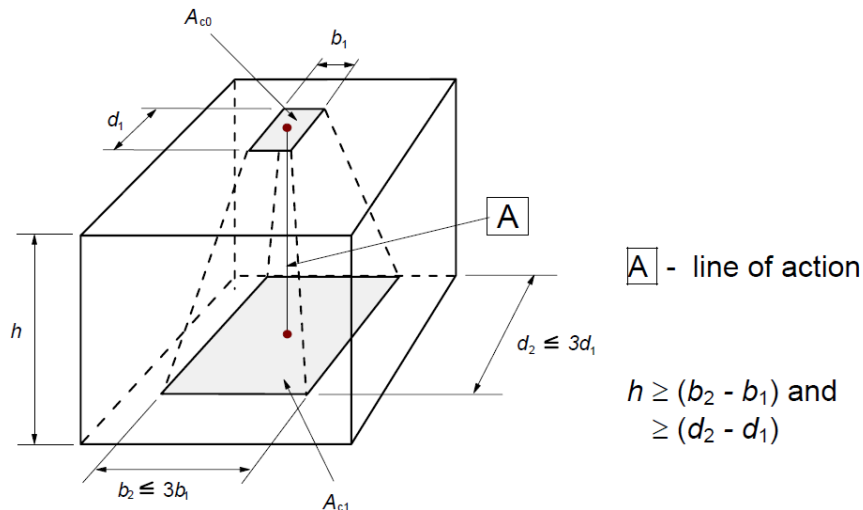
Mancini forutsetter videre at lastutbredelsen innenfor kontaktflaten kan beregnes i henhold til Eurokodens punkt 6.7(2), og uttrykk (6.63) som er basert på figur 6.29 fra Eurokode 2. Under er dette punktet med tilhørende figur gjengitt.

Eurokode 2 pkt. 6.7 (2) [1]

(2) For a uniform distribution of load on an area A_{c0} (see Figure 6.29) the concentrated resistance force may be determined as follows:

$$F_{Rdu} = A_{c0} \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \leq 3,0 \cdot f_{cd} \cdot A_{c0}$$

where: A_{c0} is the loaded area, A_{c1} is the maximum design distribution area with a similar shape to A_{c0}



Figur 4.6.: Beregningsmessig lastutbredelse ved partielt belastede flater, figur 6.29 i Eurokode 2 [1]

Med referanse til figur 4.6 kan kapasiteten i trykksonen i figur 4.5 bestemmes [15]. For tilfellet med likt strekk i begge ben, vil b_1 være lik armeringsdiameteren ϕ_b til den bøyde armeringsstangen, d_1 vil være lengden av kontaktflaten langs armeringsbøyen, b_2 bredden på lastutbredelsen og d_2 vil være lik d_1 , fordi områdene med lastutbredelse langs bøyen ikke kan overlape hverandre. Bredden på lastutbredelsen vil være avhengig av senteravstanden mellom de bøyde armeringsjernene. Av figur 4.6 kan en se at den største lastutbredelsen som tillates er $b_2 = 3b_1$, som vil si at b_2 maksimalt kan settes lik $3\phi_b$.

Hvis senteravstanden varieres mellom $2\phi_b$ og $10\phi_b$, gir dette en økning av kapasiteten i det belastede området som vist i tabell 4.2.

Dette betyr at den tillatte kontaktspenningen i armeringsbøyen kan økes til $f_{cd}^* = 1,41f_{cd}$ for senteravstand lik $2\phi_b$, og $f_{cd}^* = 1,73f_{cd}$ for senteravstand $\geq 3\phi_b$.

Tabell 4.2.: Økt kapasitet i trykksonen pga. partielt belastet kontaktflate [15]

Senteravstand	b_2/ϕ_b	A_{c0}/A_{c1}	$\sqrt{A_{c0}/A_{c1}}$
$m = m\phi_b/\phi_b$	[-]	[-]	[-]
2	2	2	1,41
≥ 3	3	3	1,73

Hvis en bruker disse forutsetningene, i tillegg til å anta betongkvalitet B25, armeringsdiameter 16 mm og full flyt i begge armeringsben, kan en situasjon som vist i figur 4.5 kontrolleres. Siden Mancini sine beregninger ble gjort før det ble vedtatt å sette inn et ”eller” i punkt 8.3(3), brukes det i dette eksempelet minimum dordiameter etter uttrykk (8.1) i Eurokode 2. Det bør også nevnes at Mancini kun presenterte utregninger for senteravstand $2\phi_b$ og $3\phi_b$. Her er det valgt å vise tilsvarende utregning for senteravstand $2\phi_b$ samt en graf som viser utviklingen i kontaktspenning hvis senteravstanden økes. Det er viktig å merke seg at det hele tiden er snakk om spenninger for minste tillatte dordiameter.

Eksempel 1: Senteravstand $2\phi_b$

Minste tillatte dordiameter (EC2 Lign. (8.1)):

$$\begin{aligned}\phi_{m,min} &= F_{bt}((1/a_b) + (1/2\phi))/f_{cd} \\ &= f_{yd} \cdot \pi(\phi/2)^2 \cdot ((1/\phi) + (1/2\phi))/f_{cd} = 492 \text{ mm} = 31\phi\end{aligned}$$

Kontaktspenning i armeringsbøy beregnet med lign 4.6:

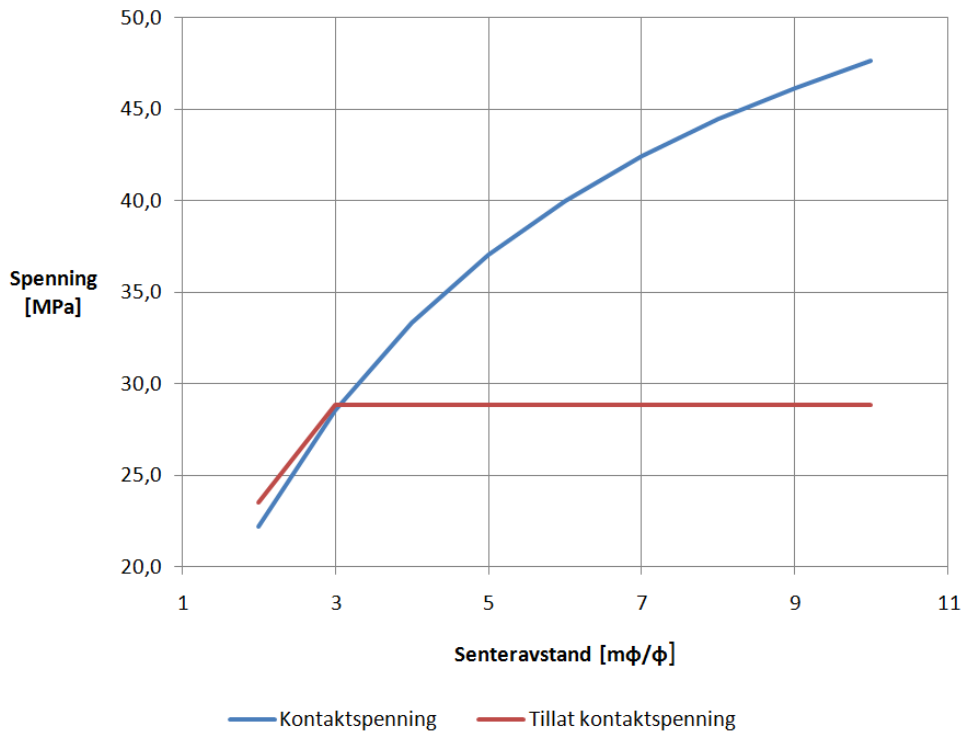
$$\sigma_{Ed} = \frac{\pi \cdot \sigma_s}{2n} = \frac{\pi \cdot f_{yd}}{2 \cdot 31} = 22,2 \text{ MPa}$$

Tillatt kontakttrykk i armeringsbøy i henhold til tabell 4.2:

$$f_{cd}^* = 1,41 \cdot f_{cd} = 23,5 \text{ MPa}$$

Som en ser er den beregnede kontaktspenningen lavere enn kapasiteten beregnet etter Eurokodens punkt 6.7(2).

Tilsvarende beregning er utført for samme situasjon, men med økende senteravstand. Resultatene er presentert i figur 4.7. Det er viktig å merke seg at alle spenninger er for minste tillatte dordiameter. Av figuren ser en at kontaktspenningen som oppstår ved senteravstand $> 3\phi$, er høyere enn kapasiteten beregnet etter punkt 6.7(2) i Eurokode 2.

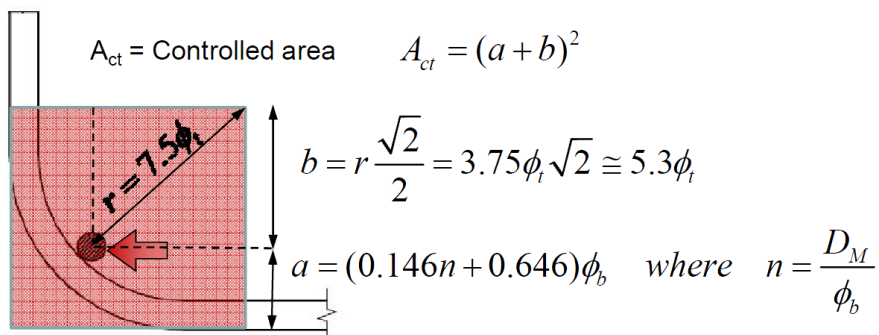


Figur 4.7.: Kontaktspenninger for $\phi_{m,\min}$ ved økende senteravstand

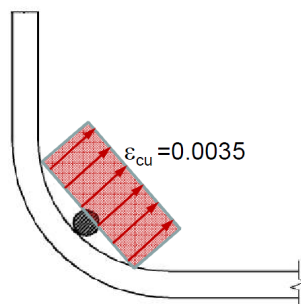
4.2.2. Effekt av tverrarming

I sin presentasjon for CEN TC/250 SC2 viste Mancini også beregninger som viser effekten av å ha en tverrstang innenfor armeringsbøyen. Han antar at den forhindrede tverrutvidelsen i betongen kan fordeles jevnt utover et område A_{ct} som vist i figur 4.8.

Videre antar han at den radielle tøyningen innenfor bøyen, når en verdi $\epsilon_{cu} = 0,0035$ (Se figur 4.9). Dette vil føre til en tverrutvidelse i området $0,1 - 0,2\epsilon_{cu}$ parallelt med tverrstangen. Hvis en antar $\epsilon_{ct} = 0,1\epsilon_{cu}$ gir dette da en tverrtøyning på $\epsilon_{ct} = 0,00035$.



Figur 4.8.: Område med forhindret tverrutvidelse [15]



Figur 4.9.: Tøyning i radiell retning [15]

En slik tverrtøyning vil skape en strekkraft i tverrstangen. Denne kraften kan beregnes som følger [15]:

$$\begin{aligned}\sigma_{st} &= E_s \cdot \epsilon_t = 200000 \cdot 0,00035 = 70,0 \text{ MPa} \\ F_{st} &= \sigma_{st} \cdot A_{st} = \sigma_{st} \cdot \frac{\pi}{4} \phi_t^2 \\ \text{hvis } \phi_t &= \phi_b \text{ gir dette :} \\ F_{st} &= \sigma_{st} \cdot A_{st} = \sigma_{st} \cdot \frac{\pi}{4} \phi_b^2\end{aligned}\tag{4.7}$$

Mancini hadde opprinnelig satt $E_s = 210\,000$ MPa, den er her endret til $200\,000$ MPa slik at beregningene er i samsvar med Eurokode 2 punkt 3.2.7(4).

Hvis kraften, F_{st} , kan antas fordelt jevnt over kontrollområde A_{ct} som en trykkspenning kan denne beregnes som følger:

$$\begin{aligned}\sigma_{ct} &= \frac{F_{st}}{A_{ct}} \\ \text{hvis } \phi_t &= \phi_b \text{ gir dette :} \\ \sigma_{ct} &= \frac{\sigma_{st} \cdot \frac{\pi}{4} \phi_b^2}{(0,146n + 0,646 + 5,3)^2 \cdot \phi_b^2} \\ &= \frac{\pi \cdot \sigma_{st}}{4(0,146n + 5,946)^2}\end{aligned}\tag{4.8}$$

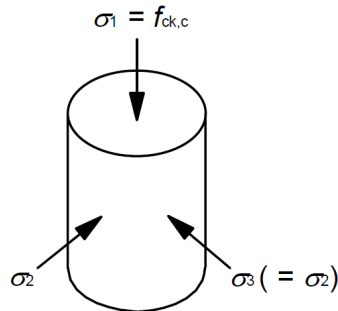
Hvis en stålspenningen på $70,0$ MPa brukes gir dette en trykkspenning som forhindrer tverrutvidelse som vist i tabell 4.3

Tabell 4.3.: Trykkspenning som forhindrer tverrutvidelse [15]

$n = \phi_m / \phi$	[-]	4	7	10	13	15	20
σ_{ct}	[MPa]	1,29	1,13	1,00	0,89	0,83	0,70

Den økte trykkfastheten på grunn av trykk i tverretningen kan bestemmes i henhold til punkt 3.1.9 ligning (3.24) og (3.25) i Eurokode 2 [1] (se figur 4.10):

$$\begin{aligned}
 f_{ck,c} &= f_{ck}(1,000 + 5,0\sigma_2/f_{ck}) & \text{for } \sigma_2 \leq 0,05f_{ck} \\
 f_{ck,c} &= f_{ck}(1,125 + 2,5\sigma_2/f_{ck}) & \text{for } \sigma_2 > 0,05f_{ck}
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$



Figur 4.10.: Spenninger i tverretning [1]

For tilfellet med tverrarmoring vil σ_2 være lik σ_{ct} . Med $f_{cd,c} = f_{cd,c}/\gamma_c$ kan en, i følge Mancini, beregne den økte kapasiteten for kontaktrykket, $f_{cd,c}^*$ innenfor armeringsbøyen som følger:

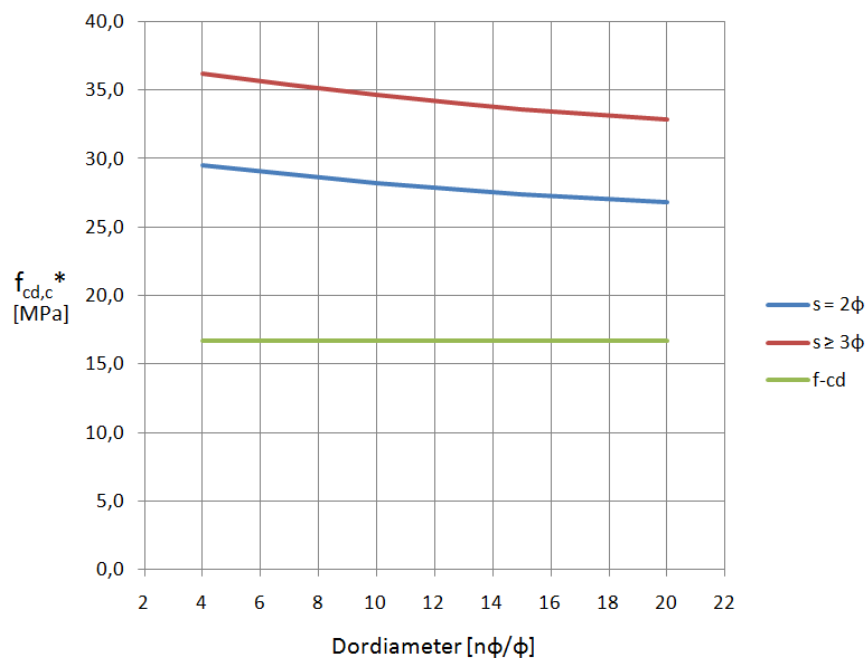
$$\begin{aligned}
 f_{cd,c}^* &= 1,41f_{cd,c} & \text{for } s = 2\phi \\
 f_{cd,c}^* &= 1,73f_{cd,c} & \text{for } s \geq 3\phi
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

Dette vil, avhengig av dordiameter, gi økt trykkfasthet for betongen som ligger i kontaktflaten mot armeringen. Denne økningen er vist for forskjellige dordiameterer i tabell 4.4 og figur 4.11. Som tidligere er det forutsatt betongkvalitet B25 og materialegenskaper som vist i tabell 4.1.

Tabell 4.4.: Økt kapasitet for kontaktrykket, $f_{cd,c}^*$ innenfor armeringsbøyen [15]

					senteravstand	
					$s = 2\phi$	$s \geq 3\phi$
$n = D_M/\phi$	$\sigma_2 = \sigma_{ct}$	σ_2/f_{ck}	$f_{ck,c}$	$f_{cd,c}$	$f_{cd,c}^*$	$f_{cd,c}^*$
[-]	[MPa]	[-]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
4	1,29	0,052	31,3	20,9	29,5	36,2
7	1,13	0,045	30,7	20,4	28,8	35,4
10	1,00	0,040	30,0	20,0	28,2	34,6
13	0,89	0,036	29,5	19,6	27,7	34,0
15	0,83	0,033	29,2	19,4	27,4	33,6
20	0,70	0,028	28,5	19,0	26,8	32,9

Som for tilfellet uten tverrarmoring (eksempel 1), er det også her regnet på hvilke kontaktspenninger dette skaper for en situasjon med økende senteravstand og minste tillatte dordiameter. Eneste forskjell på eksempel 1 og 2 er tverrstangen. Dette gjør at



Figur 4.11.: Kapasitet for kontaktspenninger, f_{cd,c^*} , for økende dordiameter

kontaktspenningene blir de samme, mens den tillatte kontaktspenningen blir høyere. Utregningen for tilfellet med senteravstand 2ϕ er vist i eksempel 2.

Eksempel 2: Senteravstand $2\phi_b$ med tverrarmering

Forutsetter $\phi_t = \phi_b$, hvor ϕ_t er diameter til tverrstang.

Minste tillatte dordiameter (EC2 Lign. (8.1)):

$$\begin{aligned}\phi_{m,min} &= F_{bt}((1/a_b) + (1/2\phi))/f_{cd} \\ &= f_{yd} \cdot \pi(\phi/2)^2 \cdot ((1/\phi) + (1/2\phi))/f_{cd} = 492 \text{ mm} = 31\phi\end{aligned}$$

Kontaktspenning i armeringsbøy beregnet med ligning 4.6:

$$\sigma_{Ed} = \frac{\pi \cdot \sigma_s}{2n} = \frac{\pi \cdot f_{yd}}{2 \cdot 31} = 22,2 \text{ MPa}$$

Tillatt kontakttrykk i armeringsbøy i henhold til Eurokode 2 punkt 3.1.9 og 6.7(2) (tabell 4.2 og ligning 4.9). Beregner først spenning i tverrstang (lign. 4.7):

$$\sigma_{st} = E_s \cdot \epsilon_t = 200000 \cdot 0,00035 = 70,0 \text{ MPa}$$

Trykk i tverretning (lign. 4.8):

$$\sigma_{ct} = \frac{\pi \cdot \sigma_{st}}{4(0,146n + 5,946)^2} = \frac{\pi \cdot 70}{4(0,146 \cdot 31 + 5,946)^2} = 0,51 \text{ MPa}$$

Forhold mellom σ_2 og f_{ck} :

$$\frac{\sigma_2}{f_{ck}} = \frac{0,58}{25} = 0,020$$

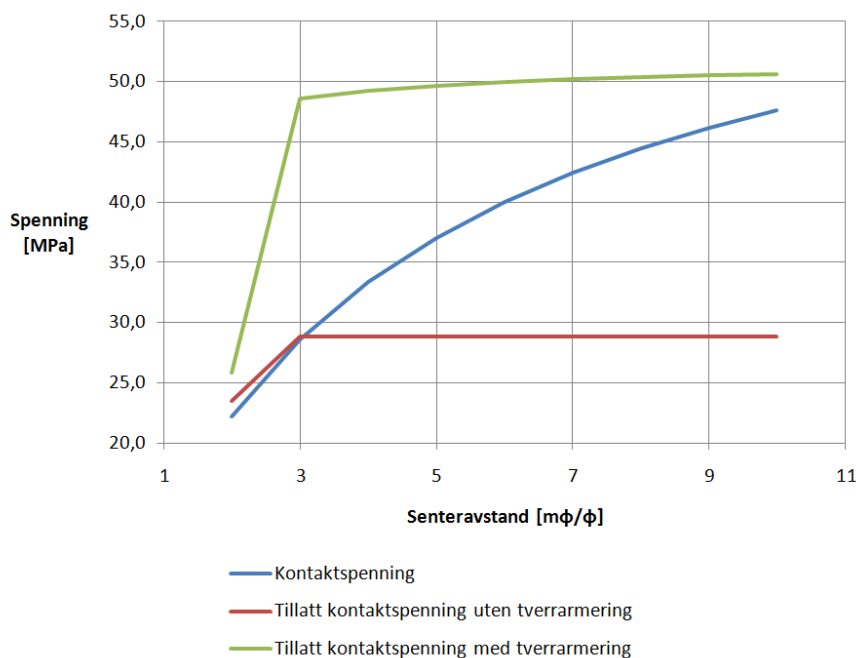
Økt trykkfasthet på grunn av trykk i tverretningen (lign. 4.9):

$$f_{ck,c} = f_{ck}(1,000 + 5,0\sigma_2/f_{ck}) = 25(1,000 + 5,0 \cdot 0,020) = 27,5 \text{ MPa}$$

I tillegg tar en med effekten av å ha en partielt belastet flate under kontaktflaten, og øker kapasiteten i henhold til tabell 4.2:

$$f_{cd,c}^* = 1,41 f_{cd,c} = \frac{1,41 \cdot f_{ck,c}}{\gamma_c} = \frac{1,41 \cdot 27,5}{1,5} = 25,9 \text{ MPa}$$

Som en ser, er den beregnede kontaktspenningen også *her* lavere enn kapasiteten beregnet etter Eurokode 2 punkt 3.1.9 og 6.7(2).



Figur 4.12.: Kontaktspenninger for $\phi_{m,\min}$ ved økende senteravstand

Tilsvarende beregninger som i eksempel 2 ligger til grunn for figur 4.12, som viser kontaktspenninger for økende senteravstand. Også her er det viktig å merke seg at resultatene gjelder for *minste* tillatte dordiameter etter punkt 8.3(3) i Eurokode 2, slik dette var formulert *før* en endring ble vedtatt.

4.2.3. Mancinis konklusjoner

Professor Mancini trekker en rekke konklusjoner på bakgrunn av sine beregninger [15]. Her er det kun vist de som er relevante for situasjonen med armeringsbøy med likt strekk i begge armeringsben.

- Forhindret tverrutvidelse skjer på grunn av to ulike effekter:
 1. Fastholding fra omkringliggende betong (Eurokode 2 pkt. 6.7)
 2. Fastholding fra tverrarmring (Eurokode 2 pkt. 3.1.9)
- Forhindret tverrutvidelse øker kapasiteten for kontaktrykk i armeringsbøyen vesentlig.
- Kontaktspenninger for senteravstand 2ϕ og 3ϕ er lavere enn kapasiteten for minste dordiameter ved full flyt i begge ben i armeringsbøyen. (Mancini har kun vist beregninger for disse senteravstandene)
- Hvis dordiameteren er mindre enn det ligning 8.1 i Eurokode 2 krever, må tverrarmring benyttes for å forhindre tverrutvidelsen.
- Behovet for tverrarmring kan beregnes som vist i eksempel 2. Avstanden mellom slike stenger bør ikke være større enn $15\phi_t$.

4.2.4. Forsøk av Rehm og Manfredi

Avslutningsvis i sin presentasjon for CEN TC250/SC2 henviser Mancini til forsøk utført av Gallus Rehm i 1969 og Gaetano Manfredi i 2005. Disse forsøkene er relativt like, og er derfor presentert sammen. Under følger en kort oppsummering av disse forsøkene, samt hvilke konklusjoner Professor Mancini trekker fra disse.

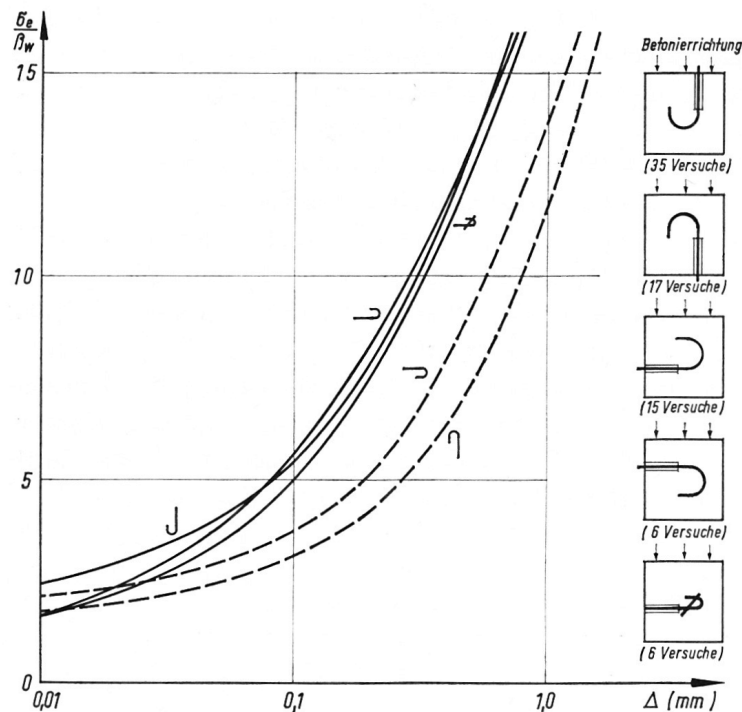


Bild 17

Hakenausziehversuche Rippenstahl \varnothing 12 mm; „Normalform“
 $D = 5 \varnothing$, $\alpha = 180^\circ$, $a = 2 \varnothing$

Figur 4.13.: Pull-out-test av armeringskrok [16]

Rehms forsøk

Gallus Rehm presenterte i 1969 en rekke forsøksresultater for *pull out*-tester av armeringskroker [16]. Forsøkene sammenligner resultater for glatt armering og armering med kammer. I figur 4.13 og 4.14 er forholdet mellom stålspenning og trykkfasthet i betong vist mot forlengelsen av armeringsstangen. Begge figurene gjelder for armeringsstål med kammer. Det er viktig å legge merke til at x-aksen er logaritmisk.

I figur 4.13 og 4.14 er σ_e spenning i armeringsstålet og β_w terningtrykkfastheten til betongen. Armering med diameter 12 mm er brukt i forsøkene. Dordiameteren er 5ϕ og lengden på forankringen etter armeringsbøyen er 2ϕ . Dette er vist i figur 4.15.

Fra figur 4.13 og 4.14 kan en se at den maksimale spenningen som oppstår i armeringsstangen under forsøket er *minst* $11\sigma_e/\beta_w$. Ut fra forsøksresultatene viser Mancini følgende resonnement:

- Maksimal spenning i armeringen under forsøkene er *minst* $11\beta_w = 11f_{ck,cube}$.
- Hvis en forutsetter at $f_{ck,cube} = f_{ck}/0,83$, kan maksimal kontaktspenning beregnes som i ligning 4.6:

$$\sigma_{Ed} = \frac{\pi \cdot 11 \cdot f_{ck,cube}}{2n} = \frac{\pi \cdot 11 \cdot f_{ck}}{2n \cdot 0,83} = \frac{\pi \cdot 11 \cdot f_{ck,cube}}{2 \cdot 5 \cdot 0,83} = 4,16 f_{ck}$$

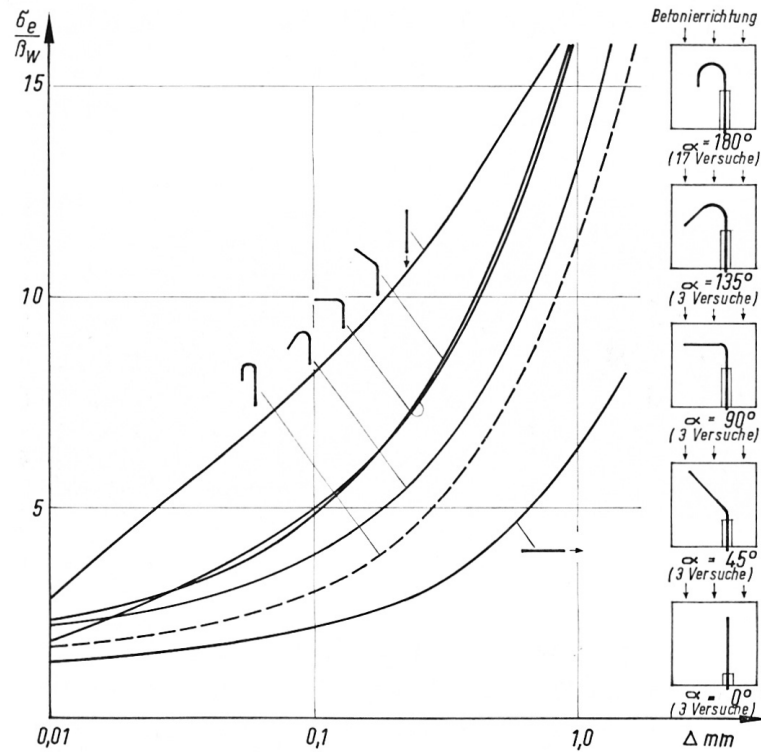
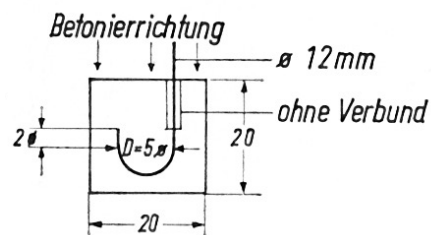


Bild 21

Hakenausziehversuche Rippenstahl $\varnothing 12$ mm $D = 5 \varnothing$ stehend in Setzrichtung. Einfluß des Biegewinkels $\alpha = 180^\circ$, $\alpha = 135^\circ$, $\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 0^\circ$; Verbundlänge = const $\approx 10 d$

Figur 4.14.: Pull-out-test av forskjellige armeringskroker [16]



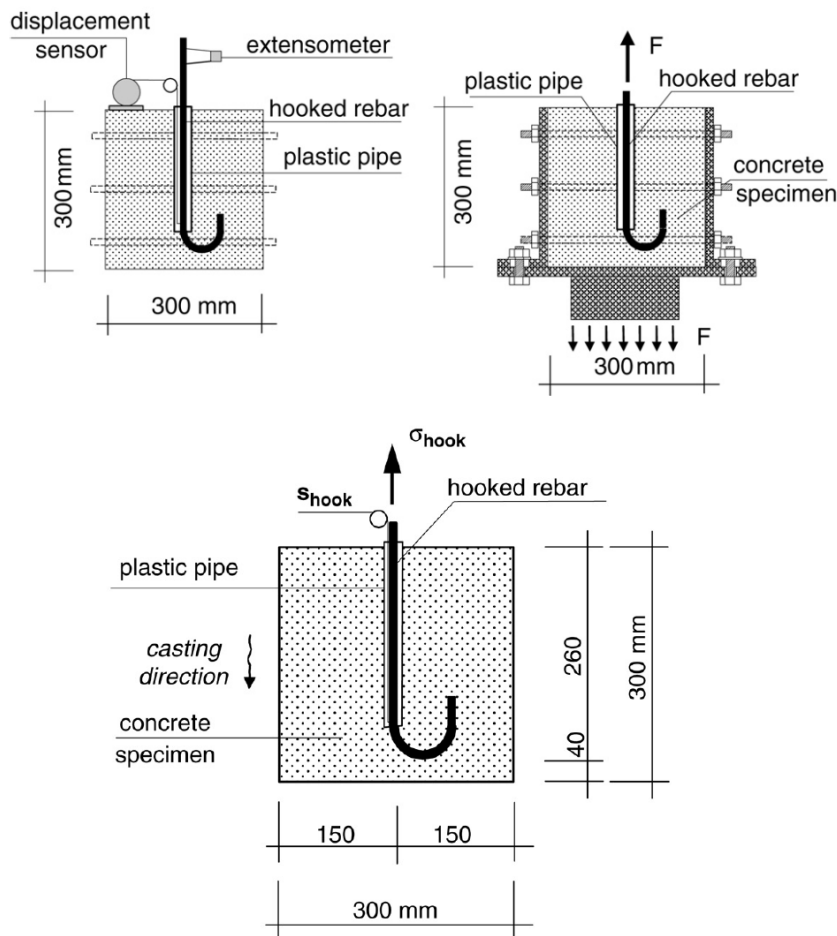
Figur 4.15.: Geometri for testoppsettet til Rehm [16]

- Hvis en legger til en sikkerhetsfaktor på 1,5 til denne lasten, gir dette en kontaktspenning på $2,77f_{ck}$.

I sin presentasjon for CEN TC250/SC2 viste Professor Mancini resultater fra Rehms forsøk uten logaritmiske x-akser. Hvorfor denne forskjellen foreligger mellom ulike utgaver av artikkelen [16] er ukjent, men resultatene ser ut til å være de samme i begge presentasjonsformene.

Forsøk av Manfredi

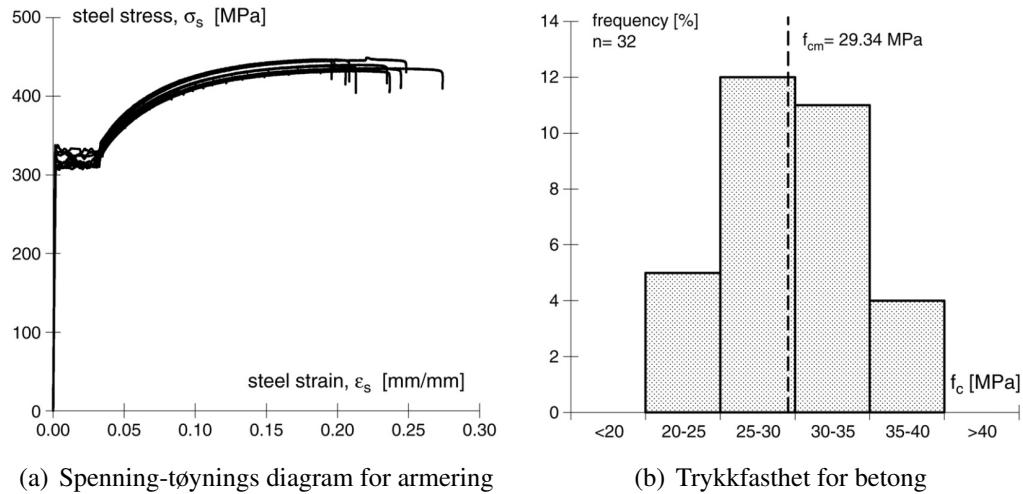
I 2005 gjennomførte Giovanni Fabbrocino, Gerardo M. Verderame og Gaetano Manfredi forsøk med stor likhet til de Rehm gjorde i 1969 [17]. Oppsettet i forsøkene er vist i figur 4.16. Som hos Rehm er det her også snakk om pull out-forsøk. Forsøkene ble gjennomført for å få mer kunnskap om hvordan forankret glatt armering oppfører seg.



Figur 4.16.: Testoppsett for Manfredi et al. sine forsøk [17]

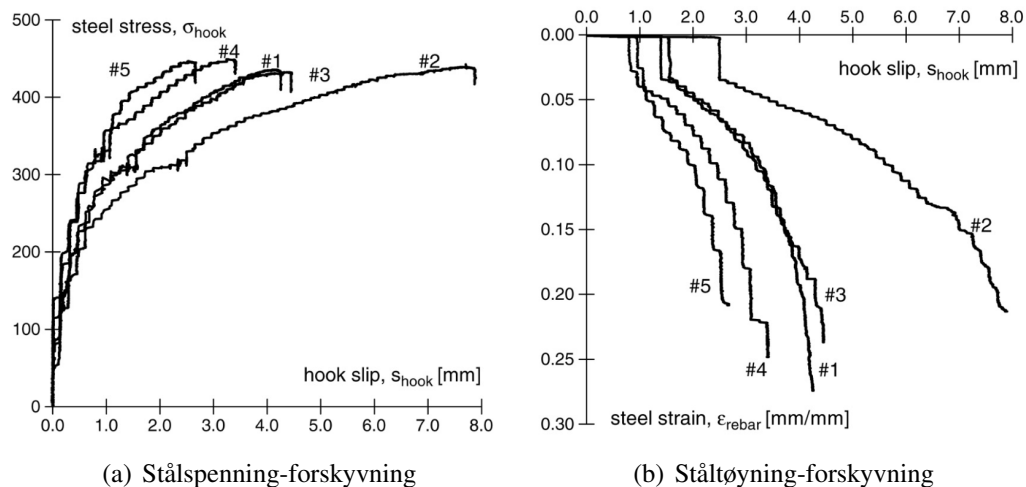
Materialforsøk for armering og betong fra forsøkene er vist i figur 4.17. Fra disse kan en anta en flytespenning for armering, $f_{yk} = 320$ MPa og en middelvei av betongens

sylindertrykkfasthet på $f_{cm} = 29$ MPa. En slik middelvei tilsvarer en karakteristisk sylindertrykkfasthet på $f_{ck} = 21$ MPa [1]. Det er brukt armeringsjern med diameter 12 mm og dordiameter 5ϕ i forsøkene.



Figur 4.17.: Materialforsøk [17]

En oppsummering av resultatene for pull out-testene er vist i figur 4.18. Professor Mancini har i sin presentasjon valgt å henvise til forsøk av typen *full type*. Dette er armeringsanker som er trukket ut av et prøvestykke i betong på 300x300x300 mm med armeringsankeret plassert i midten. Manfredi et al. gjennomførte også forsøk av typen *end type* med armeringsankeret i ytterkant av prøvestykket. Siden Mancini har valgt å se bort fra disse, er de ikke presentert nærmere her.



Figur 4.18.: Oppsummering av forsøksresultater [17]

Fra figur 4.18 kan en se at den maksimale spenningen som oppstår i armeringsstangen under forsøket er *minst* $f_{yk} = 320$ MPa. Ut fra dette resultatet viser Mancini tilsvarende resonnement som for resultatene til Rehm:

- Maksimal spenning i armeringen under forsøkene er *minst* $f_{yk} = 320$ MPa.

- Hvis en forutsetter at $f_{ck} = 21$ MPa kan maksimal kontaktspenning beregnes som i ligning 4.6:

$$\sigma_{Ed} = \frac{\pi \cdot f_{yk}}{2n} = \frac{\pi \cdot 320}{2 \cdot 5} = 100 \text{ MPa} = 4,79 \cdot f_{ck}$$

- Hvis en legger til en sikkerhetsfaktor på 1,5 til denne lasten gir dette en kontaktspenning på $3,19 f_{ck}$.

Mancinis konklusjoner fra forsøkene

Mancini trekker også her en rekke konklusjoner ut fra forsøksresultatene [15]. Men for situasjonen presentert i figur 4.5, er følgende bemerkninger sentrale:

- Det er godt samsvar mellom resultatene fra Rehm og Manfredi et al.
- Den maksimale spenningen i stålet under forsøkene er mye høyere enn det en skulle forvente ut fra beregningsmodellen vist i eksempel 1.
- Ligning 4.6 ser ut til å overestimerer de indre mekanismene som skjer ved uttrekning av et armeringsanker.

4.3. Arbeider utført av Standard Norge og Norconsult

Steinar Leivestad i Standard Norge har, som nevnt tidligere, uttrykt bekymring for Eurokodens punkt 8.3(3) slik det er vedtatt å bli endret til. Spesielt har situasjonen med armeringsbøy med flyt i begge armeringsben, blitt nevnt som en situasjon der dette punktet ikke skaper tilfredsstillende kapasitet for betongen. Leivestad har gjennomført beregninger for å vise situasjonen de er bekymret for. Disse beregningene er vist i det følgende avsnittet. Han har også, i samarbeid med Tor Kristian Sandaker i Norconsult AS, gjennomført ikke-lineære elementanalyser for en slik situasjon for å kunne studere problematikken nærmere.

4.3.1. Beregninger

I likhet med Leonhardt og Mancini forutsetter Leivestad at kontakttrykket kan beregnes med følgende formel [18] :

$$\sigma_{Ed} = \frac{2A_s \cdot f_{yk}}{D_M \cdot \phi_b} \quad (4.11)$$

Ligning 4.11 er den samme som ligning 4.6, men med stålspenningen satt lik armeringens karakteristiske flytegrense, f_{yk} .

Videre forutsetter han at lastutbredelsen fra kontaktflaten mellom armering og betong, kan antas å ha en utbredelse lik senteravstanden mellom de bøyde armeringsjernene, og at det er i enden av denne lastutbredelsen at trykkspenningene i betongen skal kontrolleres.

Trykkstaven som oppstår innenfor armeringsbøyen velger Leivestad å dimensjonere som for et knutepunkt, i henhold til Eurokode 2 punkt 6.5.4 c). Dette punktet er formulert på følgende måte (tilhørende figur er vist under):

Eurokode 2 pkt. 6.5.4 (4) [1]

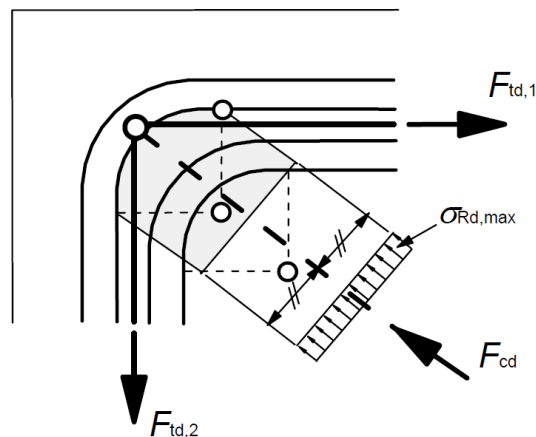
(4) The design values for the compressive stresses within nodes may be determined by:

...

c) in compression - tension nodes with anchored ties provided in more than one direction (see Figure 6.28),

$$\sigma_{Rd,max} = k_3 \nu f_{cd}$$

Note: The value of k_3 for use in a Country may be found in its National Annex. The recommended value is 0,75.



Figur 4.19.: Knutepunkt med trykk-strekk med armering to retninger, figur 6.28 i Eurokode 2 [1]

Parameteren ν kan bestemmes som gitt i punkt 6.5.2 i Eurokode 2:

Note: The value of ν for use in a Country may be found in its National Annex. The recommended value is given by equation (6.57N).

$$\nu = 1 - f_{ck}/250$$

Ut fra disse forutsetningene har Leivestad beregnet dimensjonerende spenning i trykkstaven innenfor armeringsbøyen, σ_{Rd} , samt kapasiteten $\sigma_{Rd,max}$ for betongkvalitet B25 og B90. Beregningene er gjort for dordiametere fra 4ϕ og oppover, med en senteravstand på 2ϕ og 10ϕ . Kapasiteten for de to betongkvalitetene er vist i tabell 4.5, parameteren k_3 er satt lik 0,75 som anbefalt i Eurokoden og materialfaktorene og materialparametere for armering er satt lik verdiene i tabell 4.1. De dimensjonerende spenningene er vist i tabell 4.6.

Tabell 4.5.: Kapasitet i trykkstav for betongkvalitet B25 og B90 [18]

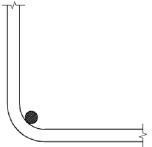
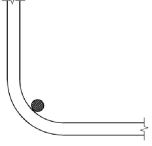
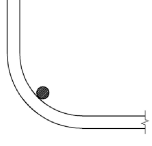
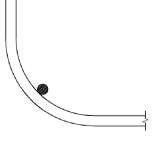
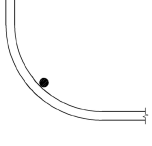
Betongkvalitet	f_{ck} [MPa]	ν [-]	$\sigma_{Rd,max}$ [MPa]
B25	25	0,90	11,3
B90	90	0,64	28,8

Leivestad hadde i sin presentasjon også inkludert beregninger for armering med $f_{yk} = 600$ MPa. Disse beregningene er utelatt i tabell 4.6 for å gjøre tabellen mer oversiktlig. Leivestads beregninger viser som forventet at med høyere flytespenning i armeringen blir også de dimensjonerende spenningene høyere.

Til resultatene presentert i tabell 4.6 legger Leivestad til følgende kommentarer [18]:

- Tabellen viser at for senteravstand 2ϕ vil en dordiameter på 15ϕ være akseptabel for betongkvalitet B90, mens en dordiameter på 20ϕ ikke vil være akseptabel for B25.
- Med senteravstand 10ϕ vil en dordiameter på 4ϕ være akseptabel for B90, mens en dordiameter på 7ϕ vil være akseptabel for B25.
- Uttrykk (8.1) i Eurokode 2 vil for betongkvalitet B25 med senteravstand 2ϕ kreve en dordiameter på 30ϕ , og hvis senteravstanden er 10ϕ en dordiameter på 14ϕ . Dette ser ut til å være veldig konservativt sammenlignet med krav i andre standarder.
- Eurokode 2 dekker betong i området B12 til B90, og armering med flytespenning i området 400–600 MPa. En dordiameter kan umulig være passende og trygg for alle situasjoner.
- Effekten av en tverrarmeringsstang er hovedsakelig at den kontrollerer spenningene i tverretningen, ikke at den fungerer som et område for lastutbredelse. (Med unntak for $D_M \leq 4\phi$, for avstandsbøyer er typisk tverrstangen 2–3 ganger større enn bøylene). I de fleste tilfeller vil direkte kontakt mellom bøy og tverrstang være upålitelig. Når det er kontakt vil dette være mellom to sylindere som krysser hverandre, og potensielt en kam mot en annen.

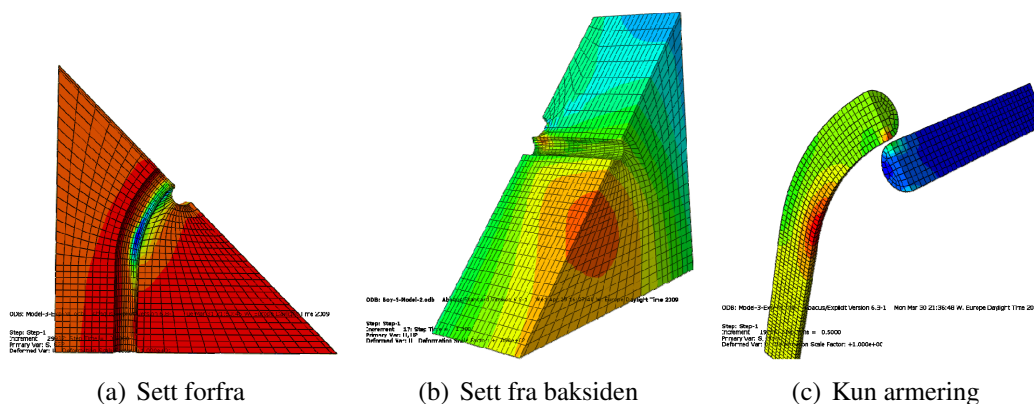
Tabell 4.6.: Kontroll av dordiametere, kontaktspenninger og kapasitet i trykkstav [18]

Dor- diameter	Figur (tegnet i skala)	Kontakt- spenning	Spenning i trykkstav		Kapasitet i trykkstav	
			σ_{Ed}	σ_{Rd}		$\sigma_{Rd,max}$
$n = D_M/\phi$			$s = 2\phi$	$s = 10\phi$	B25	B90
[-]		[Mpa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
4		196	98	20	11,3	28,8
7		112	56	11	11,3	28,8
10		72	36	7	11,3	28,8
15		52	26	5	11,3	28,8
20		39	19		11,3	28,8

4.3.2. Ikke-lineære analyser

I samarbeid med Tor Kristian Sandaker i Norconsult AS, har Leivestad gjennomført ikke-lineære elementanalyser. Analysene er gjennomført i elementprogrammet Abaqus som leveres av SIMULIA. Problemet de har modellert, er en armeringsbøy på 90° med flyt i begge armeringsben. I modellen er det brukt dordiameter på 10ϕ og senteravstand 10ϕ . En kort beskrivelse av modellen er vist i tabell 4.7. De har også brukt en rekke symmetriplan i sine analyser for å gjøre modellene mindre og enklere å beregne. Analysemodellen med tverrarmring er vist i figur 4.20. Den eneste forskjellen til modellen uten tverrarmring er at armeringstangen i det skrå symmetriplanet er fjernet. Bakflaten i modellen er ikke fastholdt i noen av analysene.

I sine analyser har Leivestad og Sandaker brukt materialparametere som vist i tabell 4.8. Alle analysene er gjort med eksplisitte analysemetoder. Elementene som er brukt er lineært interpolerte 8-noders elementer med redusert integrasjon. Materialoppførselen i



Figur 4.20.: Analysemodell (Abaqus) [18]

kontaktflaten mellom armering og betong er modellert med en kontaktalgoritme. I resultatene som er presentert i dette avsnittet er det viktig å merke seg to ting:

1. Når det er snakk om elastiske analyser, mener Leivestad og Sandaker ikke-lineære analyser gjennomført med en elastisk materialmodell for betong og armering.
2. Analysene for situasjonen *uten* tverrarmering og *med* ikke-lineære materialmodeller, feilet når strekkspenningen i den bøyde armeringstangen var 330 MPa.

Det er vanskelig å trekke noen konklusjoner ut fra Leivestad og Sandaker sine analyser, siden den ene ikke-lineære modellen feilet. En ting som kan være verdt å merke seg er at det største kontakt-trykket som oppstår mellom betong og armering, er mindre enn 60 MPa for de ikke-lineære analysene. Dette kan en se av figur 4.21. Hvis en beregner kontaktspenningen for flyt i armeringen med ligning 4.6, får en et kontaktrykk på 78,5 MPa. Normalspenningene mellom armering og betong ser dermed ut til å bli noe overestimert med ligning 4.6.

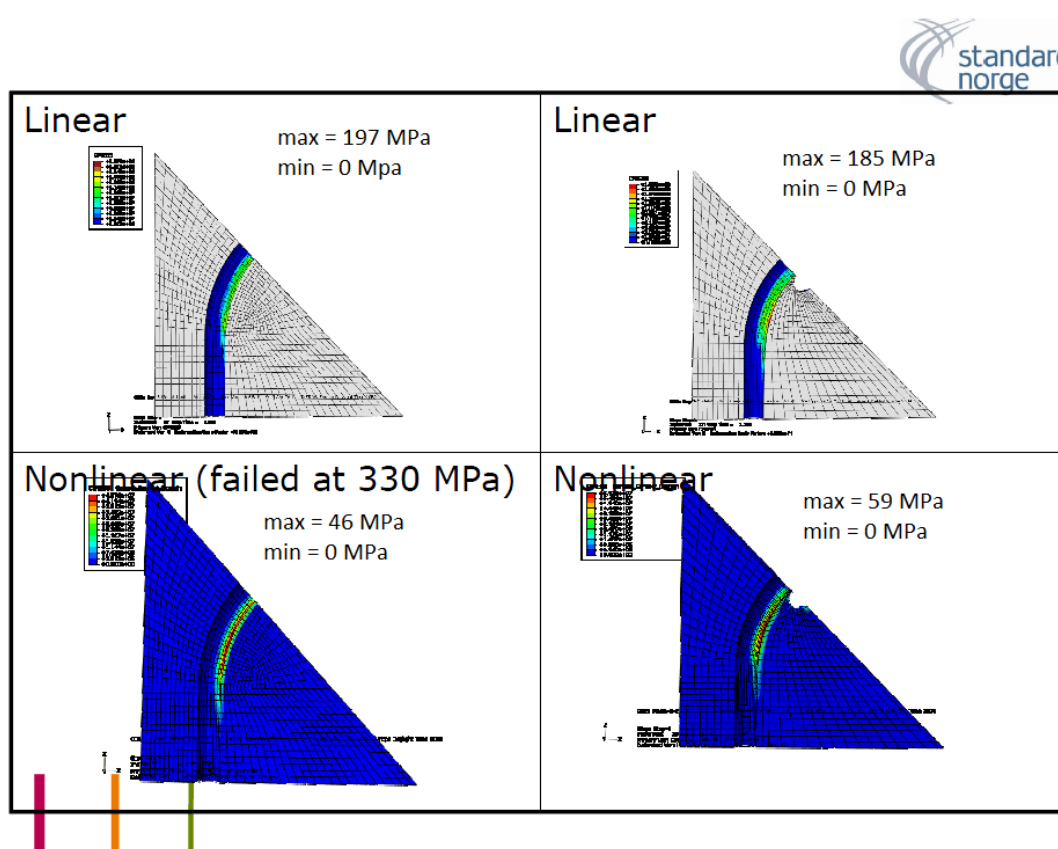
Av figur 4.23 ser en at analysene med lineære materialmodeller får langt høyere betongtrekkspenninger normalt til fremsiden enn det som er reelt. For analysene med ikke-lineære materialmodeller ser en at disse strekkspenningene er mye lavere. Det er interessant å merke seg at de ikke-lineære modellene får trykk i tverretningen i områdene hvor de lineære modellene hadde de største strekkspenningene.

Tabell 4.7.: Analysemodell [18]

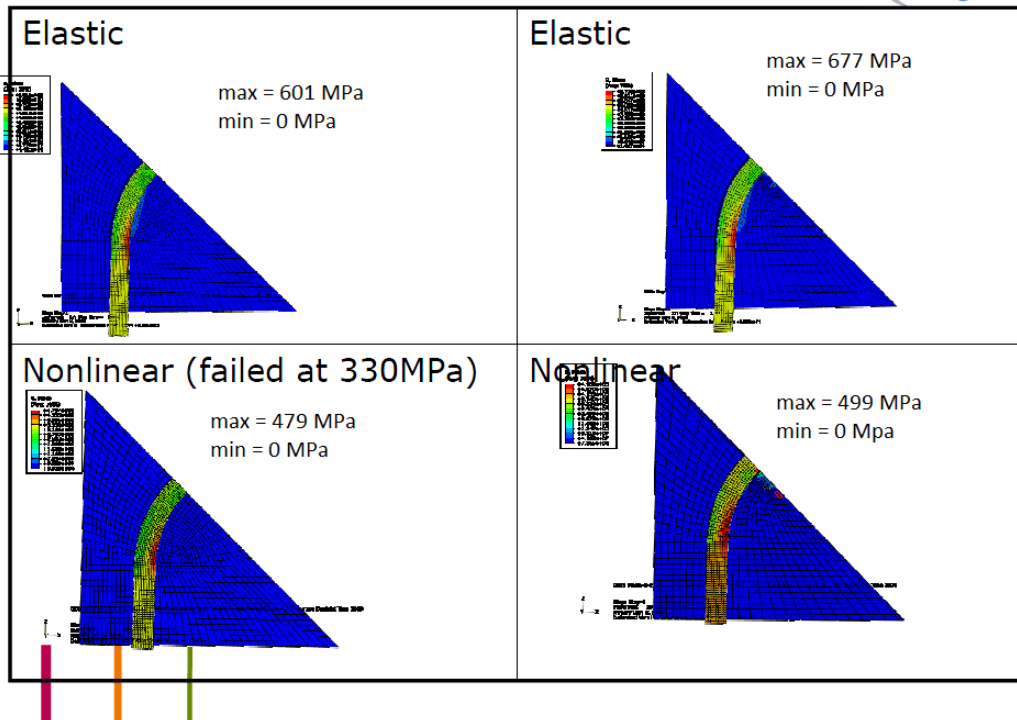
Armering	$\phi_b = 16$	[mm]
	$\phi_t = \phi_b = 16$	[mm]
Senteravstand	$s = 10\phi = 160$	[mm]
Overdekkning	40	[mm]
Rettstykke etter bøy	60	[mm]

Tabell 4.8.: Materialparametere [18]

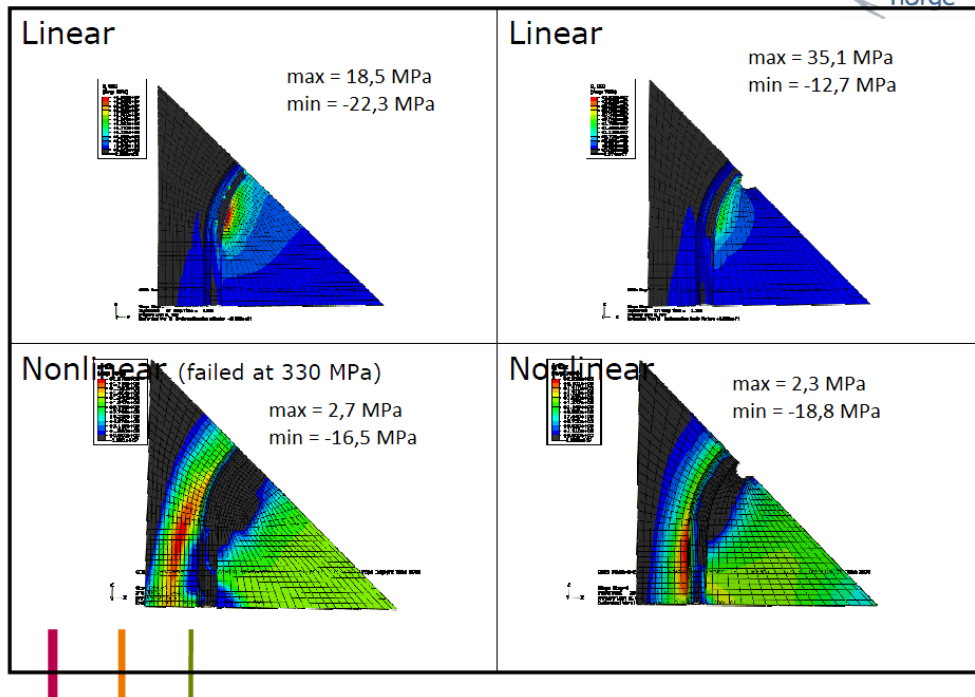
Betong B25		
Elastisitetsmodul	$E_{ck} = 24674$	[MPa]
Armering		
Flytspenning	$f_y = f_{sk} = 500$	[MPa]
Fastningsmodul	$f_{y,max} = 520$	[MPa]
Elastisitetsmodul	$E_{sk} = 200000$	[MPa]
Kontaktfriksjon		
Betong/armering	$\mu = 0,4$	[-]



Figur 4.21.: Kontaktspenninger i kontaktflate armering/betong [18]



Figur 4.22.: Mises-spenninger i armering [18]



Figur 4.23.: Betongspenning normal til overflate (papierplan), kun strekk (sort er trykk) [18]

4.3.3. Forslag til rettelse av punkt 8.3(3)

Steinar Leivestad har på grunn av skepsisen til punkt 8.3(3) slik det er vedtatt endret, foreslått en endring av dette punktet. Hans forslag vil gjøre at kontroll av betongspenninger bare kan unnlates for dordiameter lik 4ϕ og stangdiameter mindre eller lik 16 mm. Leivestad sitt forslag til rettelse er formulert som følger [18]:

Proposed amendment to clause 8.3(3)

Alternative proposal;

(3) The mandrel diameter need not to be checked to avoid concrete failure in the following cases:

- for stirrups, links and hooks of diameter not larger than 16 mm, bent over a mandrel of not more than 4ϕ and with a cross bar with a diameter $\geq \phi$ inside the bend*
- for bars bent over a mandrel $\geq 20\phi$, provided the concrete strength is at least C20/25*
- for bars where the extension beyond the bend is $\leq 5\phi$*

In other cases the mandrel diameter could either be decided according to Expression (8.1) or the rules concerning nodes in chapter 6.5 and bearing stresses according to chapter 6.7.

4.4. Kommentarer til tidligere arbeider

4.4.1. Mancinis bruk av senteravstander

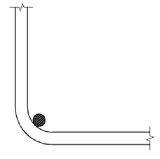
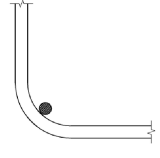
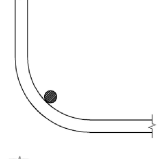
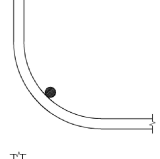
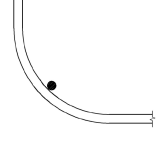
Professor Mancini har i sine beregninger kun valgt å vise utregninger for senteravstand 2ϕ og 3ϕ . Dette gjør han sannsynligvis fordi Eurokode 2 punkt 6.7 begrenser lastutbredelsen fra belastningsflaten til fordelingsflaten, ved å kreve at $b_2 \leq 3_1$ (Figur 4.6). Det Mancini ikke fanger opp ved å legge denne begrensning i sine beregninger, er at den minste tillatte dordiameteren, $\phi_{m,min}$, blir mindre når senteravstanden blir større. Dette kan en se ved å studere ligning (8.1) i Eurokode 2 nærmere. Siden senteravstanden plasseres under brøkstreken i ligningen, blir dermed kravet til dordiameter mindre når senteravstanden øker. I presentasjonen av Mancinis beregninger er dette tatt hensyn til ved å inkludere beregninger for senteravstander opp til 10ϕ . I beregningene for senteravstand $\geq 3\phi$, er den beregningsmessige lastflaten ikke regnet større enn det Eurokoden tillater.

4.4.2. Leivestads antagelse om lastutbredelse

Leivestad har i sine beregninger antageligvis ønsket å beregne lastutbredelsen innenfor armeringsbøyen i samsvar med Eurokode 2 punkt 6.7, i likhet med Mancini. Den måten han gjør dette på, er ved å dividere kontaktspenningen mellom armering og betong på senteravstanden. Dette tilsvarer å øke kapasiteten i kontaktflaten med en faktor A_{c1}/A_{c0} , istedenfor $\sqrt{A_{c0}/A_{c1}}$, som Eurokode 2 tilsier at en skal gjøre. Videre tar Leivestad ikke hensyn til at det er satt en begrensning på hvor stor den beregningsmessige lastflaten kan gjøres. Som vist tidligere kreves det at $b_2 \leq 3b_1$, som gjør at den maksimale kapasitetsøkningen en kan regne med på grunn av denne effekten blir $1,73f_{cd}$.

Hvis en i Leivestads beregninger hadde brukt en lastutbredelse i samsvar med Eurokode 2 punkt 6.7, ville tabell 4.6 se ut som vist i tabell 4.9:

Tabell 4.9.: Kontroll av dordiametere, kontaktspenninger og trykkstav

Dor-diameter	Figur (tegnet i skala)	Kontakt-spenning	Spenning i trykkstav		Kapasitet i trykkstav	
			$s = 2\phi$	$s = 10\phi$	B25	B90
$n = D_M/\phi$		σ_{Ed}	σ_{Rd}		$\sigma_{Rd,max}$	
[-]		[Mpa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
4		196	139	113	11,3	28,8
7		112	79	65	11,3	28,8
10		72	51	42	11,3	28,8
15		52	37	30	11,3	28,8
20		39	28	23	11,3	28,8

Som en ser skaper disse forandringen store endringer på Leivestads tabell. Betongkvalitet B25 trenger større dor enn det tabellen viser for begge senteravstander, mens B90 trenger en dor på hele 20ϕ for begge senteravstandene.

Som vist tidligere vil uttrykk (8.1) i Eurokode 2 kreve en dordiameter på 30ϕ med senteravstand 2ϕ , og 14ϕ hvis senteravstanden er 10ϕ for betong B25. For senteravstand 10ϕ viser de nye beregningene at en dordiameter større enn 20ϕ er nødvendig. Ligning (8.1) i Eurokode 2 er dermed ikke nødvendigvis konservativ sammenlignet med disse beregningene.

Leivestad sine andre kommentarer til beregningene vil ikke bli påvirket av disse endringene.

4.4.3. Lastutbredelse beregnet i henhold til Eurokode 2 punkt 6.7

Eurokode 2 punkt 6.7 setter en del krav for at lastutbredelsen kan regnes på den måten som vises der. Det er blant annet presisert at lasten på belastningsflaten skal være jevnt fordelt. Dette vil den sannsynligvis ikke være, når en ser på kontaktflaten mellom betong og et bøyd armeringsjern. Lasten vil antakeligvis variere langs armeringsjernets lengde, men også i tverretningen. Dette kan en se antydning til i elementanalysene utført av Leivestad og Sandaker. Det antydes ikke her at det nødvendigvis er feil å regne lasten som jevnt fordelt over kontaktflaten, men det er viktig å være oppmerksom på denne forenklingen når en regner etter punkt 6.7 i Eurokode 2.

En annen forutsetning for at beregningsmetodene i punkt 6.7 skal kunne brukes, er at de strekkreftene som oppstår, forårsaket av lastutbredelsen, tas opp av egen egnet armering. Dette betyr at en ikke kan regne med en slik lastutbredelse uten å kontrollere spaltestrekkreftene, og eventuelt legge inn spaltestrekkarmering hvis dette er nødvendig. Det kan derfor virke unaturlig å beregne lastutbredelse med denne metoden for situasjoner *uten* tverrarmering.

4.4.4. Mancinis beregninger med tverrstang

Professor Mancini har i sine beregninger for situasjonen med tverrstang benyttet Eurokode 2 punkt 6.7 og 3.1.9, for å inkludere effekten av forhindret tverrutvidelse i betongen. Han bruker punkt 6.7 for å få med effekten av lastutbredelse rett innenfor armeringsbøyen, mens 3.1.9 brukes for å inkludere effekten av en tverrstang.

Det kan helt klart diskuteres om dette vil være å inkludere den samme effekten to ganger. Er det slik at en forhindret tverrutvidelse gir ytterligere kapasitet i belastningsflaten når tilsvarende effekt er inkludert ved bruk av punkt 6.7?

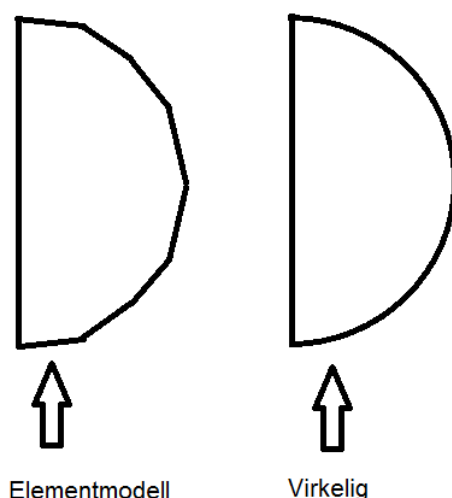
Det kreves også i punkt 6.7, som nevnt tidligere, at det er tilstrekkelig tverrarmering for å ta opp spaltestrekk. Det kan derfor virke naturlig at denne armeringen allerede er tatt hensyn til når en regner etter punkt 6.7.

4.4.5. Mancinis henvisninger til forsøk av Rehm og Manfredi

Mancini konkluderer ut fra forsøkene til Rehm og Manfredi at spenningene som kan oppstå i kontaktflaten armering/betong er langt høyere enn trykkfastheten til betongen. Dette er en akseptabel konklusjon å trekke fra disse resultatene, men det Mancini ikke kommenterer når han henviser til disse forsøkene, er forsøksoppsettene. I presentasjonen av Rehms forsøk i [16] er ikke oppsettet for forsøket beskrevet, men Manfredi beskriver sitt oppsett i [17]. Dette er vist i figur 4.16. Manfredi sitt oppsett med fastholdelse i sideflatene skaper en helt annen spenningsutbredelse fra armeringsbøyen enn det en ville fått hvis betongen hadde vært fastholdt i overkant. Manfredis oppsett er satt opp på denne måten for å unngå spalting av betongen [17]. Det kan dermed *ikke* konkluderes ut fra disse forsøkene at spaltestrekbrudd ikke er et problem ved høye kontaktspenninger for en situasjon som beskrevet i denne oppgaven.

4.4.6. Ikke-lineære analyser utført av Standard Norge og Norconsult

Leivestad og Sandaker bruker eksplisitt elementmetode i sine analyser. En konsekvens av dette er at lavere ordens elementer må benyttes. I modellen deres brukes et 8-noders element. Dette er basert på lineær interpolasjon, noe som gjør at elementet ikke kan beskrive krumning. Dette kan være et problem i forhold til modellering av den bøyde armeringsstangen som har krumning i to retninger. Spesielt kan dette skape unøyaktigheter rundt lastutbredelsen fordi de rette kantene på elementet kan se ut til å skape en ”hylle” nederst i kontaktflaten mellom armering og betong. Det er fare for at denne hyllen reduserer tverrstrekket i analysemodellen i betydelig grad. Problemet er illustrert i figur 4.24.

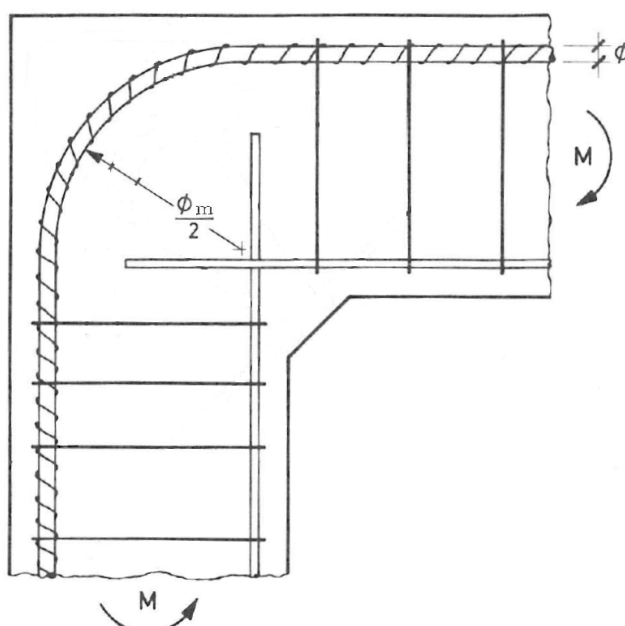


Figur 4.24.: Problem med lineært interpolerte elementer

5. Analyser i DIANA

5.1. Eksempelsituasjon

Situasjonen studert i denne oppgaven er den samme som Leivestad og Sandaker har sett nærmere på. Dette er som nevnt tidligere en situasjon der begge ben i armeringsbøyen er i full flyt. Denne situasjonen kan for eksempel oppstå i et rammehjørne som er påkjent av lukkende momenter (Se figur 5.1). Hvis de tilstøtende konstruksjonsdelene er underarmert, slik de ofte er, vil en situasjon med flyt i begge armeringsben kunne oppstå.



Figur 5.1.: Rammehjørne påkjent av momenter fra bjelke og søyle

Hovedhensikten med denne oppgaven er å se nærmere på hvilken effekt det har å ha en tverrstang innenfor en armeringsbøy. Det er derfor valgt en dordiameter på 10ϕ som utgangspunkt for analysene. Denne vil tilfredsstille kravene i Eurokode 2 for situasjonen med tverrarmering, men ikke for situasjonen uten.

Hva slags senteravstand det vil være naturlig å ta utgangspunkt i, kan diskuteres. Det er her valgt å bruke senteravstand 10ϕ i likhet med Leivestad og Sandaker. Denne

senteravstanden vil ikke legge begrensning på lastutbredelse normalt bøyens plan, samtidig som den også er stor nok til at fastholdningseffekter fra parallelle armeringsbøyer vil være liten.

Forutsatt betongkvalitet er B25. Dette er ikke den laveste fastheten som kan brukes i henhold til Eurokode 2 punkt 8.3, men for å sammenligne modeller med og uten tverrstang er ikke dette valget så viktig. Valg av armeringsdiameter har også liten betydning siden de fleste krav rundt dordiameter er bestemt i forhold til armeringsdiameter. Full flyt i armeringen er her satt lik 500 MPa uten bruk av materialfaktor. Dette er forskjellig fra Mancinis beregninger hvor det ble brukt materialfaktor 1,15 for armeringsstål. Dette vil ikke være en konservativ antakelse, og er derfor utelatt her.

Hvis en forutsetter betongkvalitet B25, armering $\phi 16$ og senteravstand 10ϕ mellom de bøyde armeringsstengene, kan minste tillatte dordiameter beregnes i henhold til Eurokode 2.

Merk:

- Armeringsjernet som modelleres i denne oppgaven er *ikke* tenkt å ligge mot en fri overflate som er parallell med bøyens plan.
- Eurokode 2 punkt 8.3(3) brukes her slik det er vedtatt at det skal endres til. (Se kapittel 2: Bakgrunn)

Minste tillatte dordiameter i henhold til EC2 punkt 8.3:

Uten tverrstang:

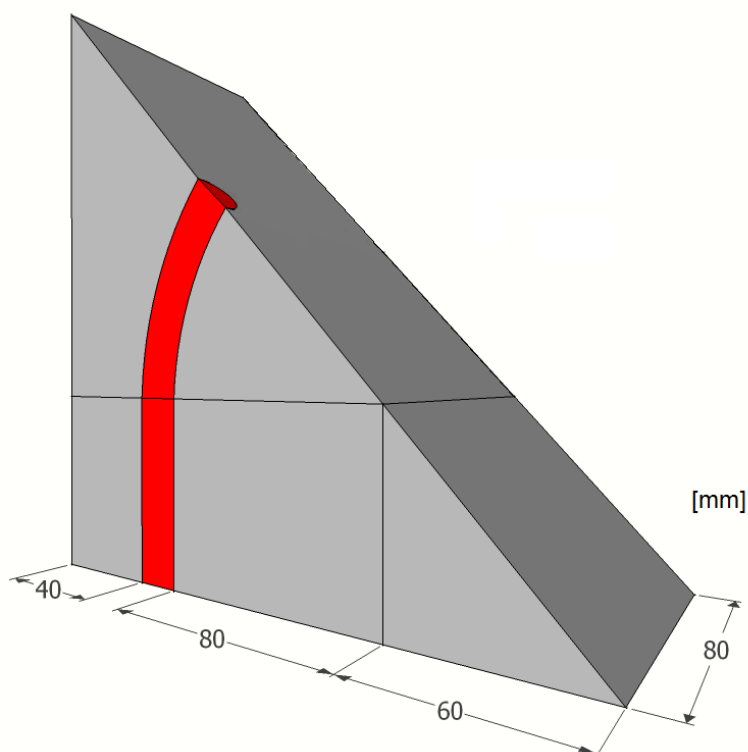
For denne situasjonen må ligning (8.1) i EC2 benyttes.

$$\begin{aligned}\phi_{m,min} &= F_{bt}((1/a_b) + (1/2\phi))/f_{cd} \\ &= f_{yk} \cdot \pi(\phi/2)^2 \cdot ((1/10\phi) + (1/2\phi))/f_{cd} \\ &= 500 \cdot \pi \cdot (8)^2 \cdot ((1/160) + (1/32))/16,7 = 226 \text{ mm} = 14\phi\end{aligned}$$

Med tverrstang:

Denne situasjonen oppfyller kravene i Eurokode 2 punkt 8.3(3), og det er dermed ingen andre krav til dordiameter enn at den skal tilfredsstillere kravene i tabell 8.1N.

$$\phi_{m,min} = 4\phi$$



Figur 5.2.: Modell av armeringsbøy med full flyt i begge armeringsben

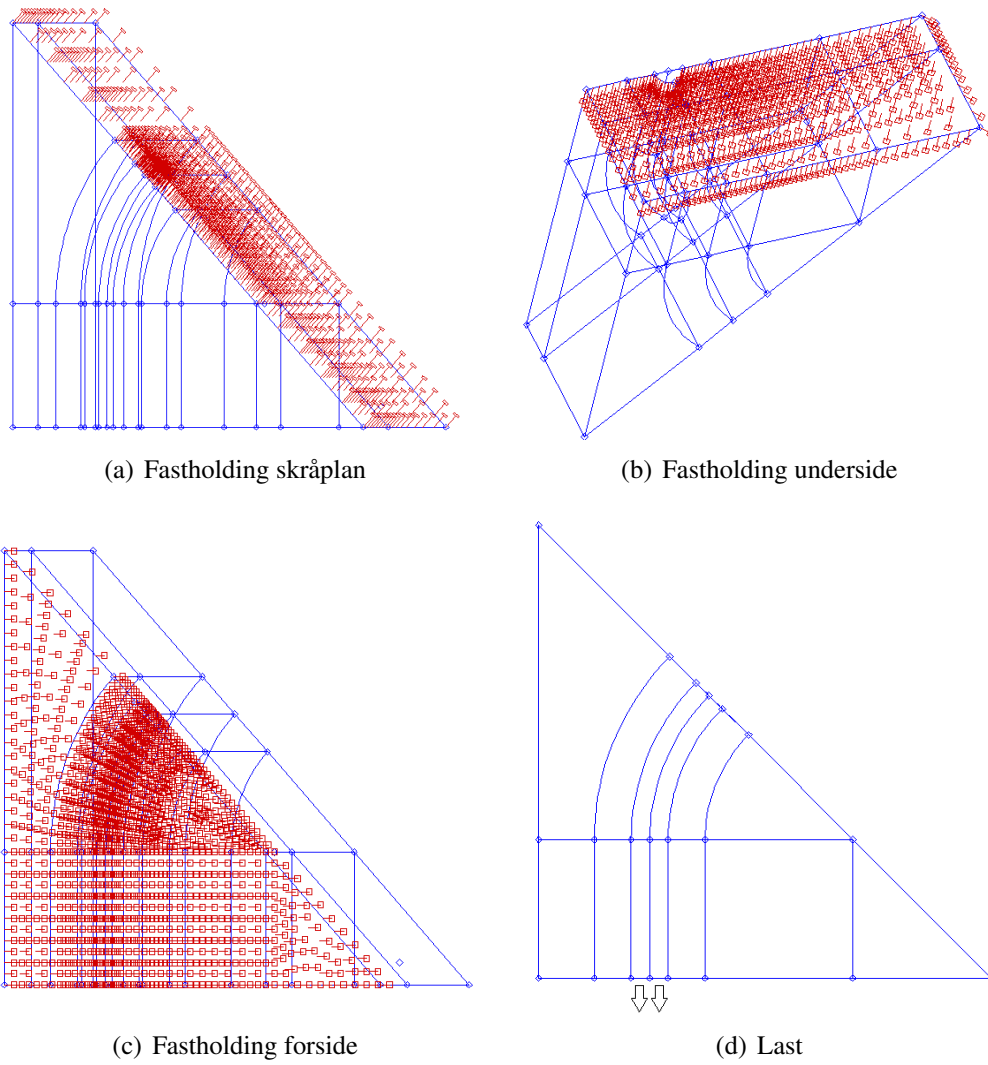
5.2. Analysemodell

Geometrien for analysemodellen uten tverrstang er vist i figur 5.2. Modellen med og uten tverrstang, er så like at kun den ene presenteres i detalj her. Forskjellene på de to analysemodellene vil bli presisert senere i kapittelet.

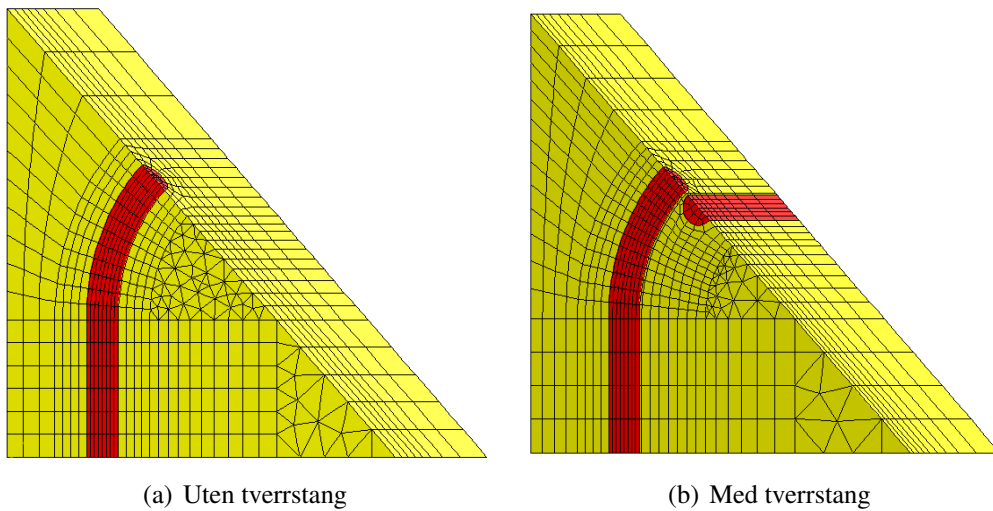
Det valgt å bruke en rekke symmetriplan for å gjøre analysemodellen mindre. Det skrå symmetriplanet deler armeringsbøyen på 90° i to deler. Dette planet er fastholdt for bevegelse normalt planet. Det samme gjelder for symmetriplanet på fremsiden av modellen som deler den bøyde armeringsstangen i to like deler. Bakflaten på modellen er også et symmetriplan mot neste armeringsstang. Avstanden bort til dette planet er derfor halve senteravstanden. Overdekningen mot den frie overflaten er satt lik 40 mm. Planet under modellen er fastholdt for bevegelse i vertikalretningen. Alle fastholdinger, samt lastplassering, er vist i figur 5.3.

5.3. Elementinndeling

Elementene brukt på modellen ble presentert i teoridelen av denne oppgaven. I volumene er det i størst mulig grad forsøkt å benytte 20-noders elementet CHX60. Enkelte steder i modellen er det vanskelig å bruke dette elementet, og i disse områdene brukes



Figur 5.3.: Randbetingelser og last

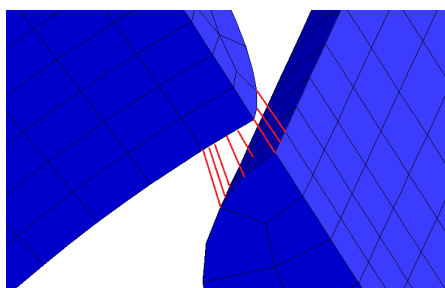


Figur 5.4.: Elementinndeling

kileelementet CTP45. I kontaktflaten mellom armering og betong er interface-elementet CQ48I brukt. Figur 5.4 viser elementinndelingen for begge de to analysemodellene.

For å gjøre elementinndelingen av modellene enklere, er modellene delt opp i en rekke partisjoner. I de mest interessante områdene rundt armeringsstengene, er det valgt å legge inn flere elementer. I områder som er mindre interessante er det valgt større elementer for å gjøre beregningsmodellen mindre.

Analysemodellen med tverrstang er hovedsakelig lik den uten. Tverrstangen er plassert midt i armeringens bøy slik at det er kontakt mellom de to stengene. For å sikre at denne kontakten blir så riktig som mulig i analysemodellen, er det valgt å lage en *master-slave* forbindelse mellom nodene i de to stengene i kontaktområdet. Forbindelsen låser bevegelser langs skråplanet, slik at deformasjonen i denne retningen i de koblede nodene vil være lik. De koblede nodene er vist i figur 5.5.



Figur 5.5.: Koblede noder mellom de to armeringsstengene

5.4. Materialmodell

For materialmodellene er det forsøkt å følge anbefalingene i Eurokode 2. Noen parametere er blitt endret fra de anbefalte verdiene for å kunne tilpasse spenning-tøyningsammenhenger. En enkel oversikt over materialparametere for betong, armering og kontaktflate mellom armering og betong er vist i tabell 5.1. I de følgende avsnittene er de valgte materialmodellene beskrevet i detalj.

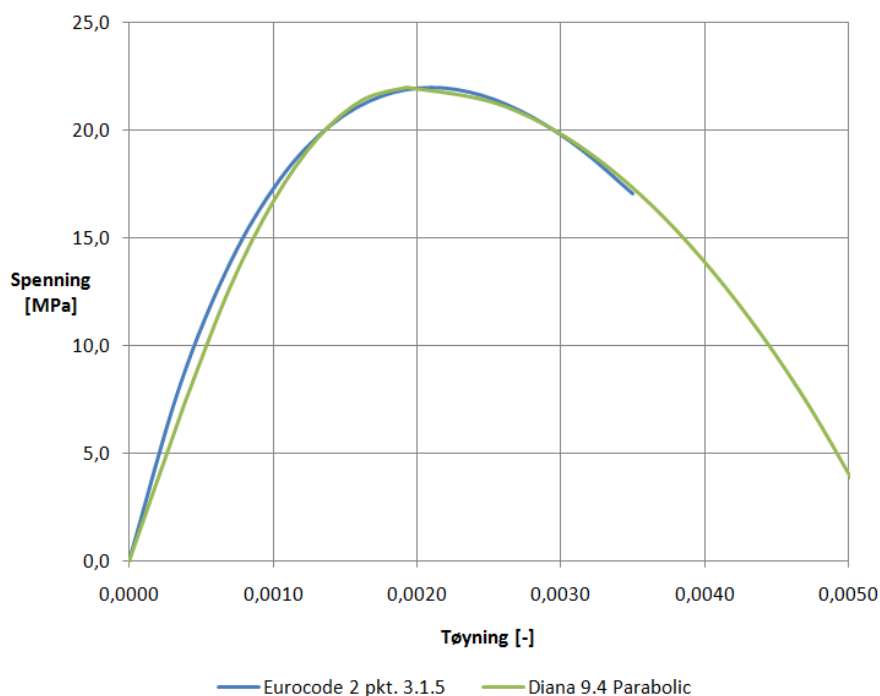
Tabell 5.1.: Sentrale materialparametere i analysemodell

<i>Betong</i>	<i>Armering</i>	<i>Interface</i>
$E_c = 19000 \text{ MPa}$	$E_s = 200000 \text{ MPa}$	$D_n = 200000 \text{ MPa/mm}$
$\nu = 0,2$	$\nu = 0,3$	$D_s = 2000 \text{ MPa/mm}$
$f_c = f_{cmd} = 22,0 \text{ MPa}$	$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$	$f_b = 2,5 \text{ MPa}$
$f_t = f_{tcd} = 1,2 \text{ MPa}$		

5.4.1. Betong i trykk

Materialmodellen for betong i trykk er forsøkt å gjøre mest mulig lik den anbefalte kurven i Eurokode 2. Den multi-lineære trykkmodellen i Diana har dessverre ingen

mulighet for å inkludere effekten av forhindret tverrutvidelse. Dette er en sentral forutsetning for håndberegningene på problemet, og egner seg derfor ikke for analysemodellen i denne oppgaven. Parabol-trykkmodellen har mulighet for å inkludere effekten av forhindret tverrutvidelse, og lar seg tilpasse den anbefalte kurven i Eurokode 2 relativt bra, og er derfor brukt som utgangspunkt. Et plott av den anbefalte kurven sammen med den tilpassende parabol-kurven fra Diana, er vist i figur 5.6.



Figur 5.6.: Tilpasset trykkmodell for betong i Diana

I tabell 5.1 ser en at E-modulen for B25 er satt litt lavere enn den anbefalte verdien i Eurokode 2. Dette er gjort for at tilpassingen vist i figur 5.6 skal bli bedre. Elastisitetsmodulen på en slik kurve har liten innvirkning på resultatene fordi den kun gjelder for de initielle tøyningene og har dermed liten innvirkning når tøyningene får betydelige verdier.

5.4.2. Betong i strekk

Eurokode 2 har ingen anbefalt spenning-tøyningssammenheng for betong i strekk. Det er presisert i punkt 3.1.5(2) at andre sammenhenger kan benyttes for trykk, forutsatt at disse gir en tilfredsstillende fremstilling av materialoppførselen til betongen. En må kunne forvente at det samme gjelder på strekksiden av spenning-tøyingsdiagrammet. Som vist i teoridelen tilbyr Diana et stort utvalg tension softening-modeller for betong i strekk. Her er det valgt å bruke en lineær sammenheng basert på bruddenergien i betongen. Denne modellen bruker strekkfasthet, f_{ct} , og bruddenergien G_f som inngangsparametere.

Strekfastheten er satt lik den dimensjonerende verdien som for betongkvalitet B25 er 1,2 MPa. Bruddenergien kan beregnes i henhold til *CEB-FIP Model Code 1990* [19] som er en del av bakgrunnsdokumentasjonen for Eurokode 2. I denne er det beskrevet at bruddenergien kan beregnes ut fra følgende formel:

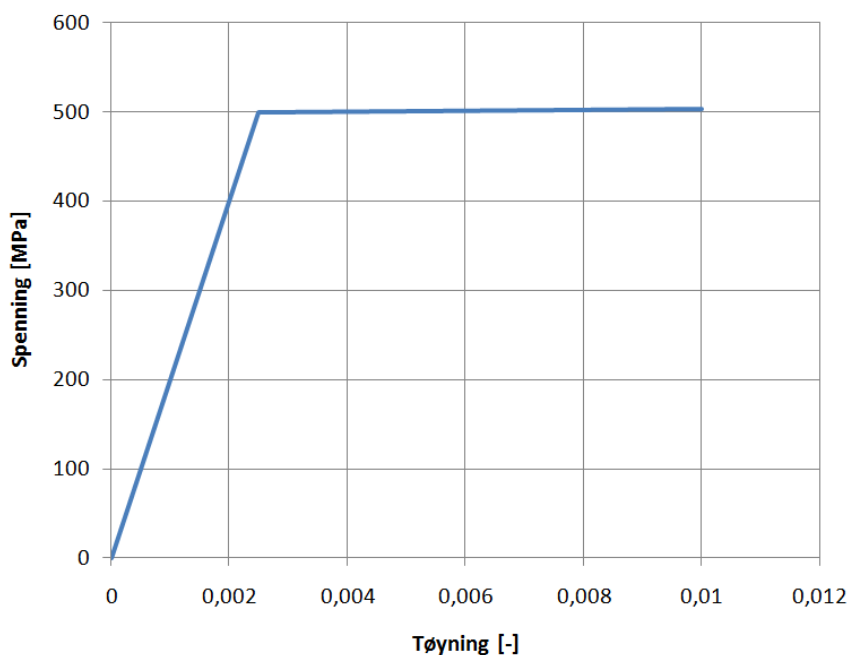
$$G_f = G_{f0} \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0,7} \quad (5.1)$$

Her er f_{c0} lik 10 MPa, og G_{f0} en størrelse relatert til den maksimale tilslagsstørrelsen. Hvis en forutsetter en maksimal tilslagsstørrelse på 16 mm gir dette G_{f0} lik $30 \text{ J/m}^2 = 0,03 \text{ N/mm}$. Verdien f_{cm} er middelverdien av betongens sylindertykkfasthet, og er for den valgte betongkvaliteten 33 MPa. Disse verdiene innsatt i ligning 5.1 gir følgende verdi for bruddenergien:

$$G_f = 0,03 \left(\frac{33}{10} \right)^{0,7} = 0,0692 \text{ N/mm}$$

5.4.3. Armeringsstål

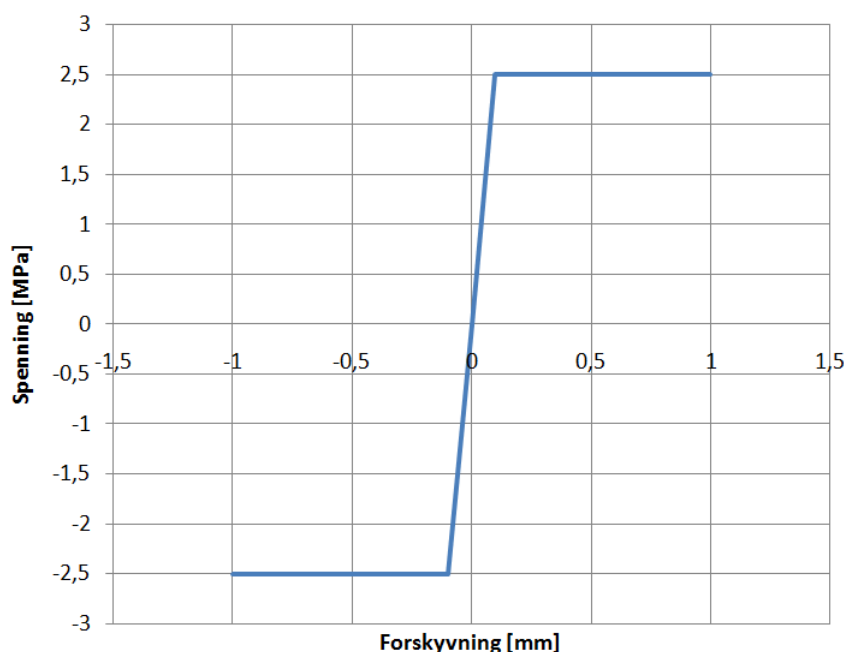
For armeringsstålet er elastisitetsmodulen satt lik 200 000 MPa og flytegrensen lik 500 MPa. I tillegg er det lagt til en fastningsmodul på 520 MPa for spenninger over flytegrensen. Spenning-tøyningsdiagrammet for armeringsstålet er vist i figur 5.7. Dette diagrammet er likt i trykk og strekk.



Figur 5.7.: Spenning-tøyningskurve armeringsstål

5.4.4. Kontakt mellom armering og betong

Kontaktflaten mellom armering og betong er modellert med interface-elementer. Disse er gitt en initiell normalstivhet (D_n) på 200 000 MPa/mm og en initiell skjærstivhet (D_s) på 2 000 MPa/mm. Ved hjelp et multi-lineært spenning-deformasjonsdiagram er stivheten i normalretningen beholdt for økende trykkspenninger, mens den er fjernet helt i strekk fordi det her forutsettes at strekk i normalretningen mellom armering og betong kan neglisjeres. For modellering av heft er det brukt en multi-lineær bond-slip-modell. Maksimal heftspenning er satt til 2,5 MPa og er fullt etablert ved en forskyvning på 0,1 mm. Bond-slip-modellen er vist i figur 5.8 og normalmodellen i figur 5.9.

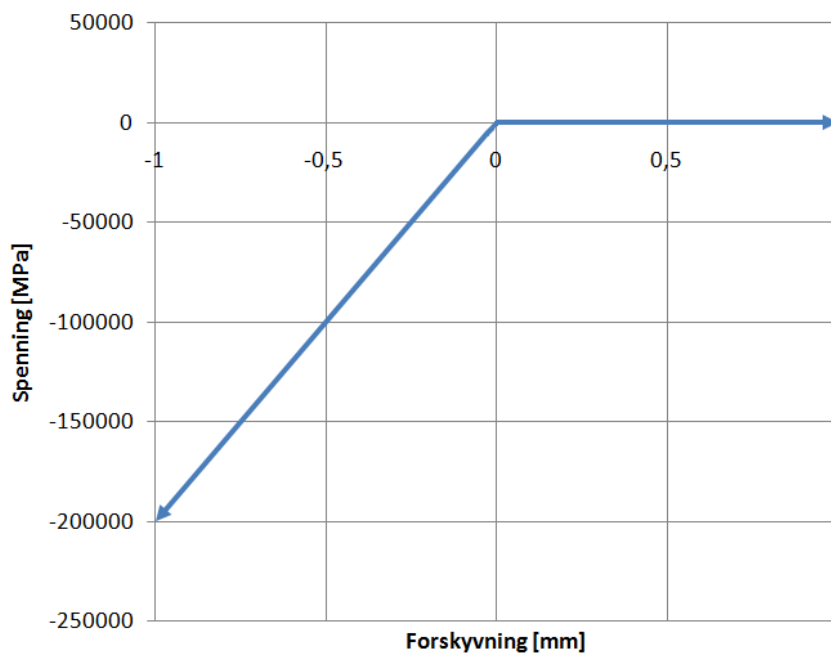


Figur 5.8.: Bond-slip-kurve for kontaktflaten

5.5. Analysemetode

I analysene er lasten blitt påført i steg på 2,5 %. For hvert laststeg er det gjennomført likevektsiterasjoner av typen standard Newton-Raphson. Innenfor hvert laststeg er det satt en øvre grense på 30 iterasjoner for å oppfylle konvergenskravet. Dette kravet er satt som en kombinasjon av krav til størrelse på forskyvningsinkrement, og krav til relativ ubalansert kraft. Hvis analyseprogrammet ikke klarer å finne likevekt innenfor 30 iterasjoner er det her programmert til å forsøke på neste laststeg. Dette er fornuftig fordi det ikke alltid finnes en likevekt for et gitt lastnivå når en bruker endelige elementer.

I analysene er det brukt en parallell direkte løsningsmetode som i Diana kalles PARDIS. Denne er spesielt gunstig for denne analysemodellen fordi den utnytter datamaskinens



Figur 5.9.: Spenning-forskyvningskurve for normalretningen i kontaktflaten

maskinvare på en optimal måte, slik at regnetiden kortes ned. Løsningsmetoden er beskrevet nærmere i vedlegg B.

Følgende resultater er hentet ut fra analysene:

- Totale forskyvninger i noder.
- Inkrementelle forskyvninger i noder.
- Reaksjonskrefter i noder.
- Totale Green-Lagrange-tøyninger i integrasjonspunkter, samt middelerverdier for hvert enkelt element.
- Risstøyninger for hvert enkelt riss.
- Totale Cauchy-spenninger i integrasjonspunkter, samt middelerverdier for hvert enkelt element.
- Kontaktspenninger i interface-elementer i integrasjonspunkter, samt middelerverdier for hvert enkelt element.
- Von Mises-spenninger i integrasjonspunkter, samt middelerverdier for hvert enkelt element.

6. Resultater

Resultatkapittelet er delt i to deler. Først presenteres resultater fra hovedoppsettet slik det ble beskrevet i forrige kapittel. Dessverre viste det seg at dette oppsettet hadde enkelte svakheter. På bakgrunn av dette ble det laget et alternativt oppsett for å unngå disse svakhetene. Resultatene fra det alternative oppsettet er vist avslutningsvis i dette kapittelet. En oversikt over analysemodellene som er brukt i denne oppgaven er vist i vedlegg A.

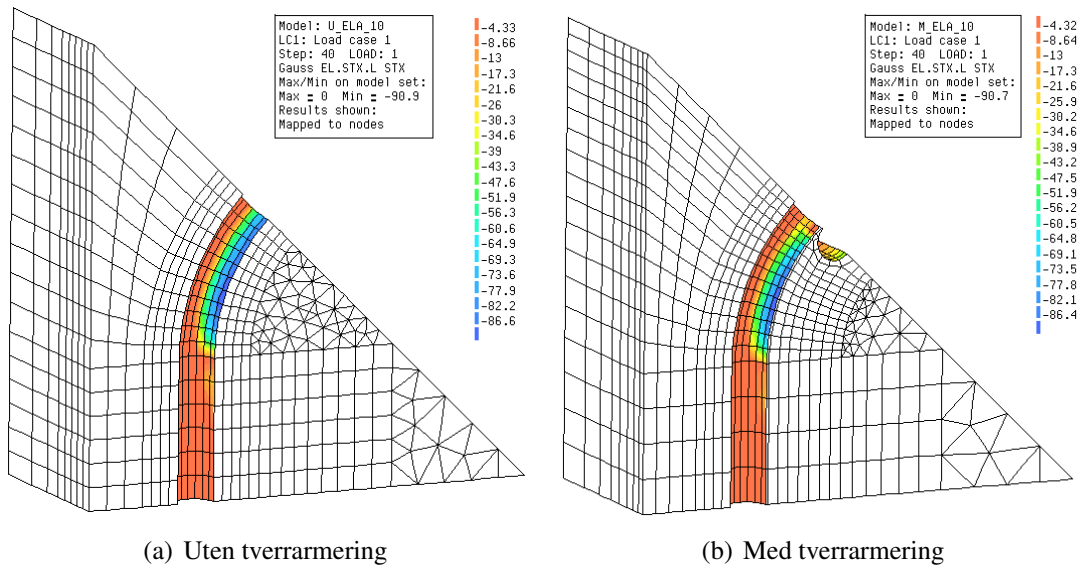
6.1. Resultater hovedoppsett

6.1.1. Ikke-lineære analyser med elastisk materialmodell

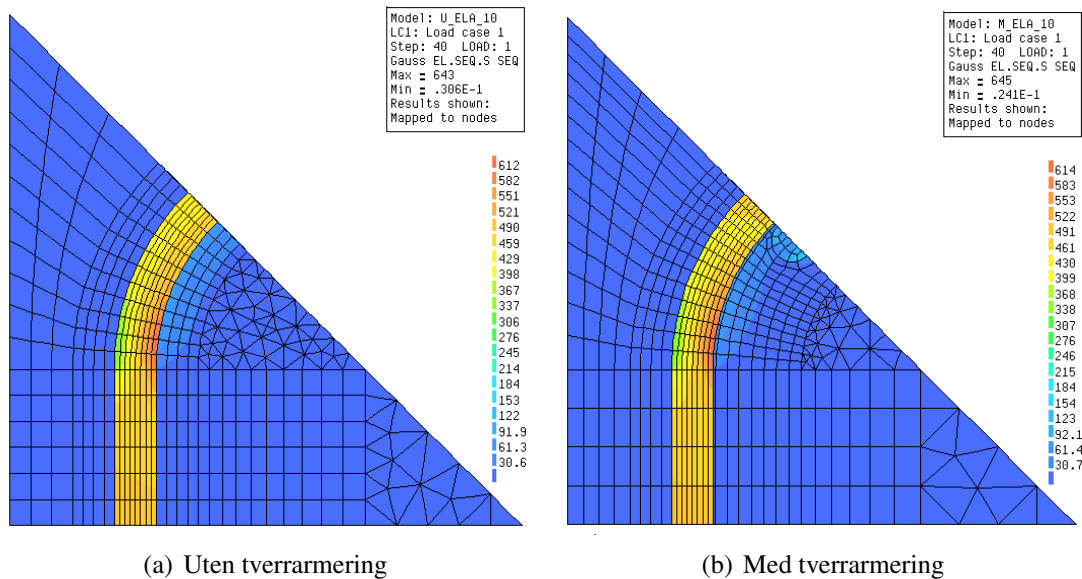
Innledningsvis i analysearbeidet ble det gjennomført analyser med elastisk materialmodell for armering og betong. I interface-elementene er den ikke-lineære materialmodellen brukt også i de innledende analysene. Det er i utgangspunktet to grunner for å kjøre betong og armering elastisk. For det første er dette en fin metode for å kontrollere at beregningsmodellen fungerer slik den skal. Det er ingen øvre grense for spenninger og tøyninger i den elastiske materialmodellen, dette gjør at hvis modellen oppfører seg slik den skal, bør hele lasten på 500 MPa kunne lastes på uten problemer.

Den andre årsaken til at elastiske beregninger ble gjennomført, er at de egner seg godt for å sammenligne modellene i denne oppgaven, med de laget av Leivestad og Sandaker. Som vist tidligere feilet deres ikke-lineære modell uten tverrstang ved 66 % av totallast. Dette gjør det dermed vanskeligere å sammenligne de ikke-lineære modellene.

I likhet med analysene til Leivestad og Sandaker gikk beregningene med elastiske materialer uten problemer, og totallasten på 500 MPa kunne lastes på i begge modeller. Spenningene normalt kontaktflaten for disse analysene er vist i figur 6.1. Hvis en sammenligner disse med resultatene til Leivestad og Sandaker, ser en at de maksimale normalspenningene her er nesten 50 % lavere. I resultatene vist her ser en også at kontaktspenningene har maksimalverdi mot senter av bøyen, mens den ligger nærmere starten på bøyen hos Leivestad og Sandaker.



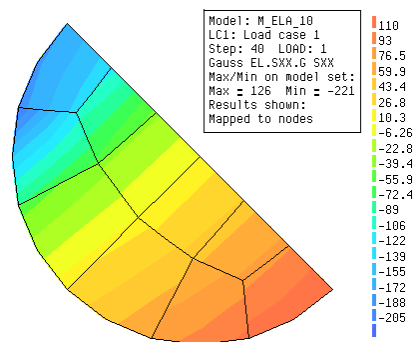
Figur 6.1.: Normalspenninger i kontaktflate armering-betong [MPa] (Last 100 %)



Figur 6.2.: Von-Mises-spenninger i armering [MPa] (Last 100 %)

Hovedårsaken til disse forskjellene er mest sannsynlig materialmodellene brukt i kontaktflatene mellom betong og armering. Leivestad og Sandaker har i sin modell brukt en Coulomb-friksjonsmodell, mens det her er brukt en bond-slip-modell. Hva som er nærmest virkeligheten er vanskelig å slå fast med sikkerhet, men en kan forvente at virkeligheten ligger et sted i mellom.

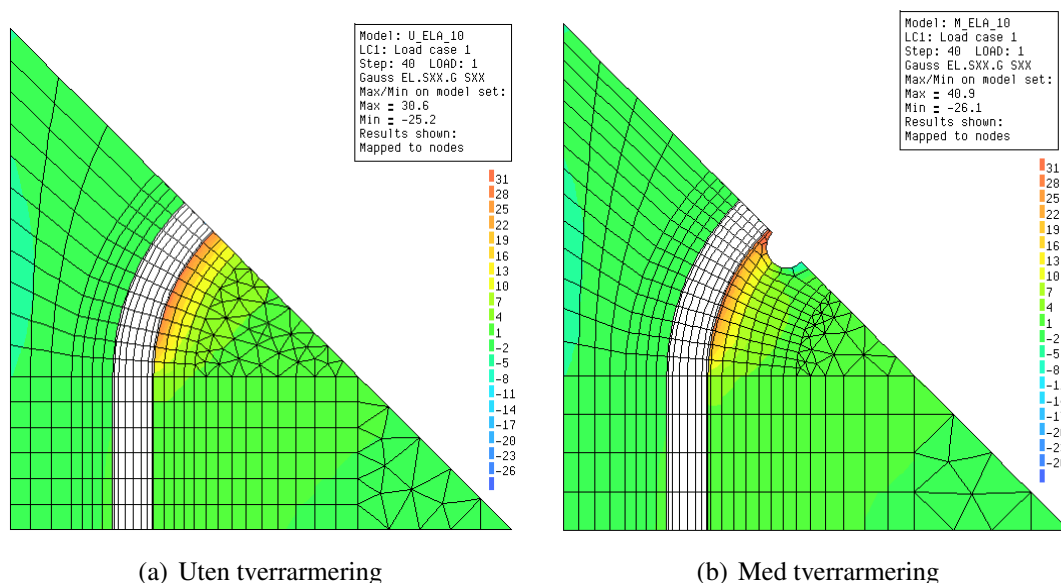
Von Mises-spenningene i armeringen for de to modellene er vist i figur 6.2. Av denne figuren ser en at det meste av den bøyde armeringsstangen har Mises-spenninger i området rundt flytegrensen ved full last. Et lite område i starten av bøyen har spenninger som ligger en del over flytegrensen, og kan dermed forvente seg at en får litt plastisk materialoppførsel her i de fullstendig ikke-lineære analysene.



Figur 6.3.: Spenninger normalt overflate i tverrstang, positive verdier er strekk [MPa] (Last 100 %)

Av figur 6.3 ser en at spenningene som oppstår i tverrstangens lengderetning ved full last, både er trykk og strekk. Spenningene i denne figuren tilsier at det ikke har oppstått en midlere strekkspenning i tverrstangen på 70 MPa, slik Mancini forutsatte i sine beregninger. Hvis en summerer opplagerreaksjonene i den viste endeflaten i normalretningen, får en at det har oppstått en strekkraft på 77 N. Dette tilsvarer en midlere normalspenning på 1 MPa i strekk. Denne problemstillingen vil det også bli sett sett nærmere på i de neste avsnittene.

Siden elastiske materialmodeller ikke har noen øvre grense i strekk, får en ofte for slike analyser på betong, høyere strekkspenninger enn den virkelige strekkfastheten. For analysene i denne delen av oppgaven, er dette tilfellet i symmetriplanet på fremsiden av modellen. Strekkspenninger normal til denne overflaten er vist i figur 6.4. Av figuren kan en se at store deler av fremsiden av modellen får strekkspenninger normalt overflaten. Dette betyr at det i virkeligheten kanskje ville gått et riss parallelt med denne flaten. Tverrstrekket inntil den bøyde armeringsstangen i modellen med tverrarmering er noe lavere enn for modellen uten tverrarmering. Dette kan være en antydning på at tverrstangen har en evne til å redusere tverrstrekket, men en kan ikke trekke noen konklusjoner ut fra en modell som ikke tar hensyn til betongens lave strekkfasthet. Det er derfor en helt naturlig fortsettelse på analysene å inkludere ikke-lineære materialmodeller for armering og betong.



Figur 6.4.: Betong-strekkspenninger normal til overflate, positive verdier er strekk [MPa] (Last 100 %)

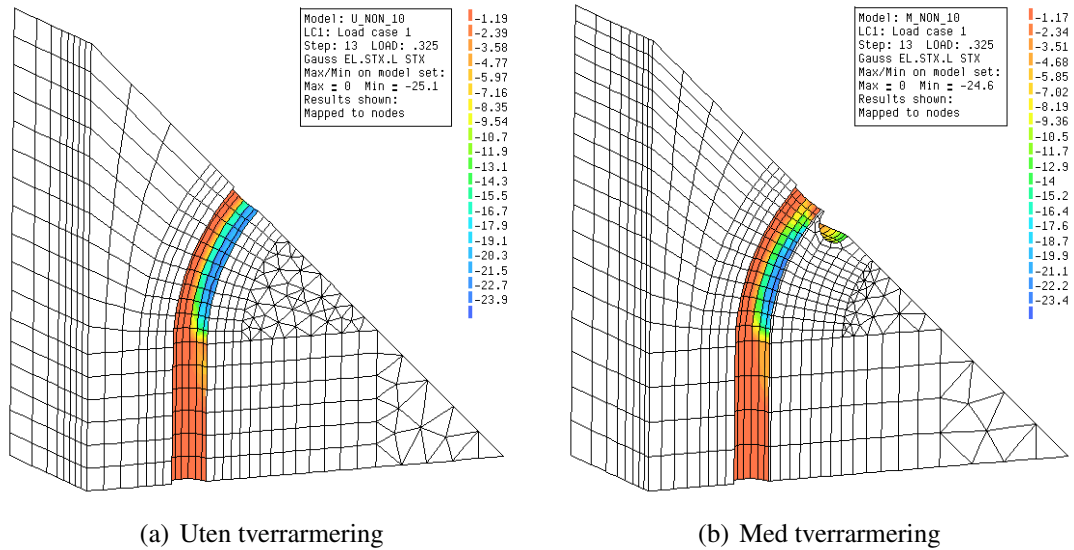
6.1.2. Ikke-lineære analyser med ikke-lineær materialmodell

I denne delen av oppgaven presenteres resultater for analysemodeller med fullstendig ikke-lineære materialmodeller i betong, armering og kontaktflate mellom betong og armering. Materialmodellene som er brukt er beskrevet i avsnitt 5.4.

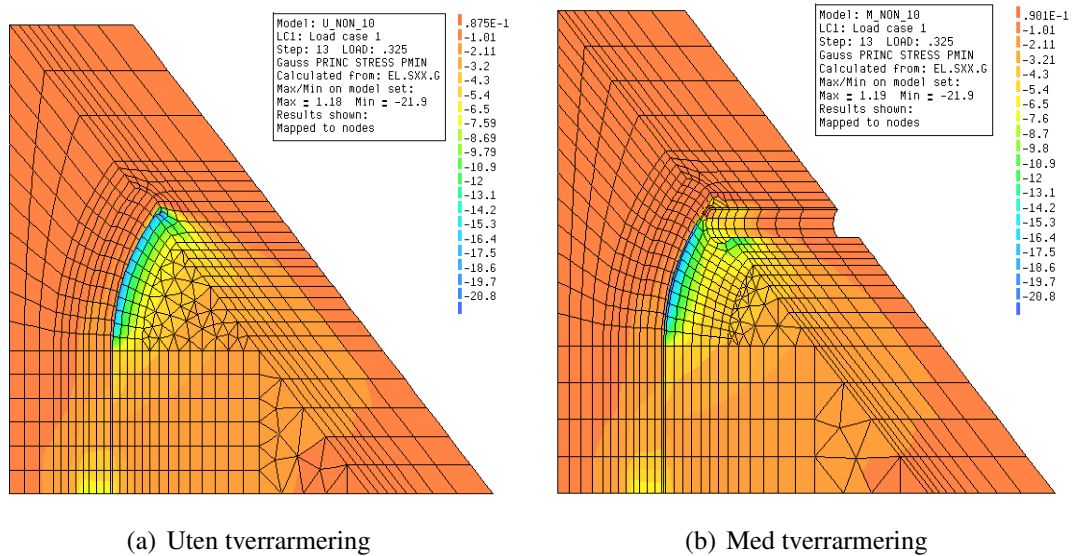
Både analysemodell med og uten tverrarmering stoppet opp da 32,5 % av lasten var påført. Hvorfor dette skjer, og hvorfor modellen med tverrarmering ikke har større kapasitet enn den uten, vil bli sett nærmere på senere i dette kapittelet. Fordi det samme lastnivået ikke kunne påføres i disse analysemodellene, som i de med elastisk materialmodell, er det viktig å merke seg at resultatene ikke er direkte sammenlignbare.

Figur 6.5 viser kontaktspenningene for de to modellene ved 32,5 % av totallast. Begge har en maksimal kontaktspenning i trykk på omtrent 25 MPa. Denne spenningen er noe høyere enn trykkfastheten til betongen, men fordi det i materialmodellen er tatt hensyn til effekten av forhindret tverruttvidelse, er ikke dette nødvendigvis årsaken til at ytterligere belastning kunne påføres. Hvis en beregner forventet kontaktspenning i henhold til metoden brukt av Leonhardt, Mancini og Leivestad, vil spenningen være 25,5 MPa for et lastnivå på 32,5 % av 500 MPa. Dette ser ut til stemme bra overens, selv om spenningene ikke er jevnt fordelt i kontaktflaten slik håndberegningene forutsetter. En årsak til at kontaktspenningene ikke blir høyere, selv om de ikke er jevnt fordelt, er fordi heft i kontaktflatene langs den bøyde stangen tar opp noe av belastningen, og dermed reduserer kontaktspenningene.

Hvis trykkbrudd er årsaken til at modellen ikke kunne belastes mer enn 32,5 % av totallast, må en kunne forvente trykkspenninger som er større enn trykkfastheten. Fra figur 5.6 ser en at den maksimale trykkspenningen som kan oppstå er 22 MPa, for



Figur 6.5.: Normalspenninger i kontaktflate armering-betong [MPa] (Last 32,5 %)

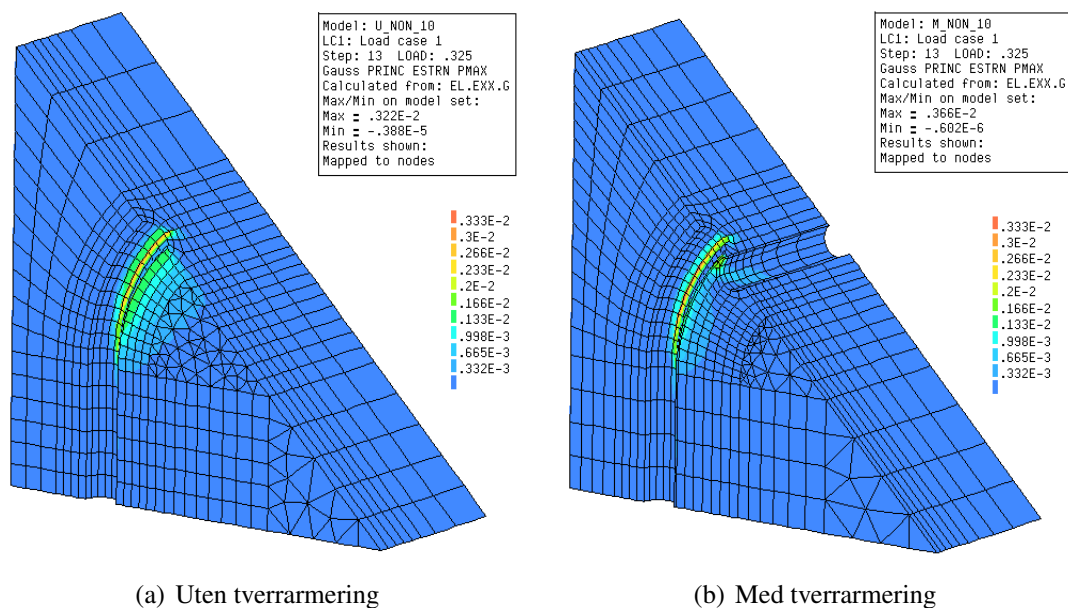


Figur 6.6.: Minste hovedspenning [MPa] (Last 32,5 %)

enaksiell belastning. Hvis hovedtrykkspenningene i analysene er større enn dette når de stopper opp, kan det være grunn til å se nærmere på om dette er et trykkbruddproblem.

Minste hovedspenning for de to analysemodellene er vist i figur 6.6. De maksimale trykkspenningene ligger i området rundt 22 MPa, men for det meste av betongen rett ved kontaktflaten ligger spenningene i området 15-16 MPa. En kan dermed med relativt stor sikkerhet slå fast at det ikke er trykkbrudd i dette området som stopper analysene. En annen parameter som bekrefter dette er minste hovedtøyning. For modellen uten tverrarmring har denne en maksimalverdi på $1,86 \cdot 10^{-3}$, og for modellen *med* en verdi på $2,53 \cdot 10^{-3}$. Hvis en sammenligner dette med figur 5.6, tilsier dette at det er mer trykkapasitet igjen i det meste av modellen ved lastnivå 32,5 %.

En annen ting en kan merke seg, er trykkspenningene som oppstår i underkant av tverrstangen. Dette indikerer at denne stangen har en viss effekt på lastutbredelsen i området innenfor armeringsbøyen. Denne effekten gir allikevel ikke utslag på den totale kapasiteten. Dette kommer mest sannsynlig av at betongen i området rundt stangen blir mindre utnyttet på grunn av stangen, slik at de to effektene utligner hverandre.



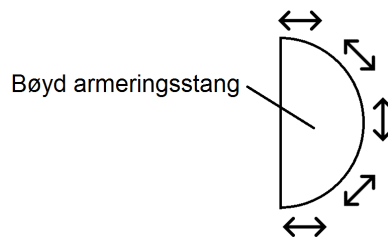
Figur 6.7.: Største hovedtøyning [-] (Last 32,5 %)

Et strekkbrudd i betongen er en annen mulig årsak til at analysene stopper ved lastnivå 32,5 %. I figur 6.7 er største hovedtøyning for analysemodellene vist. Av figuren ser en at det er to områder som får store strekktøyninger. For det første oppstår det store tøyninger midt i betongen rett bak den bøyde armeringsstangen. Det er naturlig at det oppstår store tøyninger her fordi kontaktkraften fra den bøyde armeringsstangen skyver den høyre/nedre delen av modellen nedover. Betongen i den øvre delen av modellen vil være fastholdt av omkringliggende betong, og dette skaper dermed strekk i området hvor de to delene møtes.

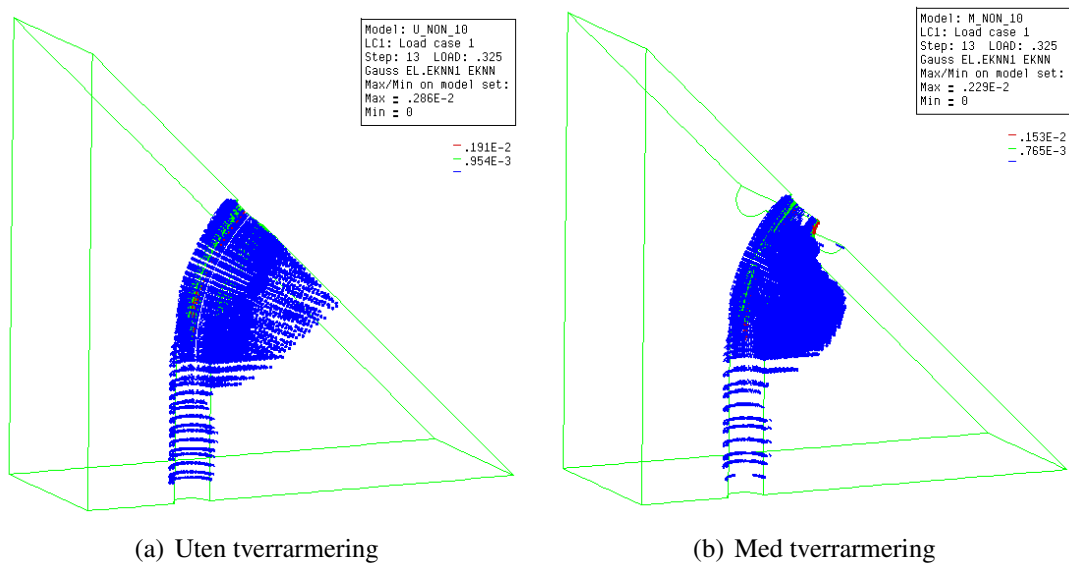
Det andre området med store strekktøyninger er symmetriplanet på fremsiden av modellene. For modellen uten tverrarmring er tøyningene noe større enn for modellen

med. Den maksimale tøyningen i dette planet er omtrent $1,5 \cdot 10^{-3}$ for modellen uten tverrarmring, mens den er omtrent $1,0 \cdot 10^{-3}$ for modellen med. Dette tyder på at tverrstangen hindrer tverrutvidelsen til betongen innenfor armeringsbøyen til en viss grad. Selv om tverrstangen har denne effekten, er tøyningene i området så store at riss vil oppstå for begge modeller.

Retningen på tøyningene kommer ikke frem av figur 6.7, men i all hovedsak er retningen på disse tangensielt til omkretsen på den bøyde armeringsstangen. Dette er illustrert i figur 6.8.



Figur 6.8.: Retning på største hovedtøyning



Figur 6.9.: Riss i analysemodellene (Last 32,5 %)

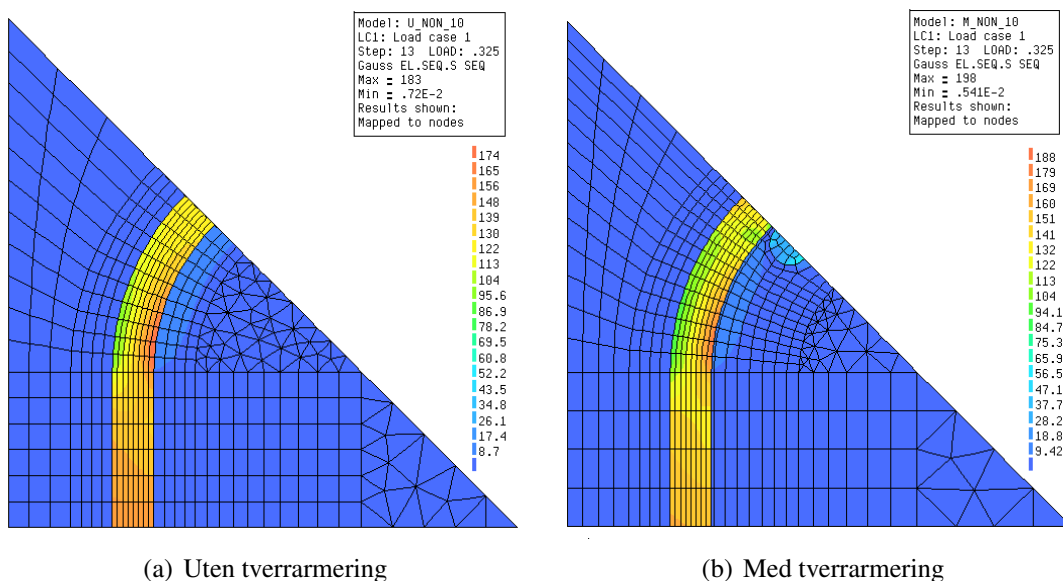
Diana har også mulighet for å presentere rissene som har oppstått i analysemodellen. Siden materialmodellen kun blir evaluert i integrasjonspunktene, er det kun i disse at rissene oppstår matematisk. Diana presenterer derfor rissene kun i disse punktene. Rissene presenteres som skiver i hvert enkelt punkt, og skivene ligger parallelt med risset som har oppstått. En slik fremstilling for de to analysemodellene presentert er vist i figur 6.9.

En kan se at begge modellene har risset kraftig opp i planet langs fremsiden av modellen. Dette antyder at årsaken til at analysene stopper ved lastnivå 32,5 % er et spalttestrekkbrudd i armeringsbøyens plan. Dette virker fornuftig for modellen uten tverrstang, fordi denne ikke har noen global fastholdelse etter at hele dette planet har

risset. For modellen med tverrstang er ikke dette tilfelle, og det kan virke litt mistenkelig at ikke modellen kan belastes videre etter en slik opprissing. Dette vil det bli sett nærmere på senere i oppgaven.

Tverrstangen ser ut til å forhindre opprissing i et lite område for den ene modellen, men den forhindrer ikke at risset utvikler seg nedover i planet. Årsaken til at modellen ikke risser langs hele bruddflaten før analysen stopper, er at analysene er kjørt med faste laststeg. Den gjenværende opprissingen av modellene vil skje for et lastnivå som er lavere enn 32,5 % av totallast.

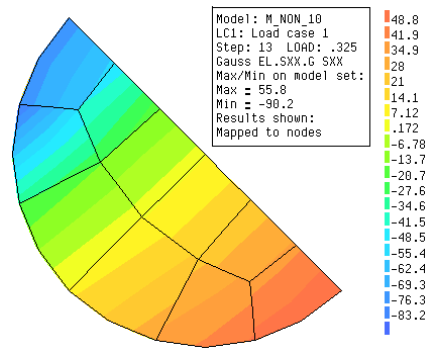
Hvis en legger til en buelengdekontroll i analysene kan bruddet deformasjonsstyres, og en kan dermed se hele bruddet. Buelengdekontroll er ikke brukt i resultatene vist her, fordi det er ønskelig med like laststeg i begge analysemodeller for å kunne sammenligne. Analyser med en slik kontroll har vært gjennomført og viste som forventet at hele fremsiden av modellen til slutt risser opp.



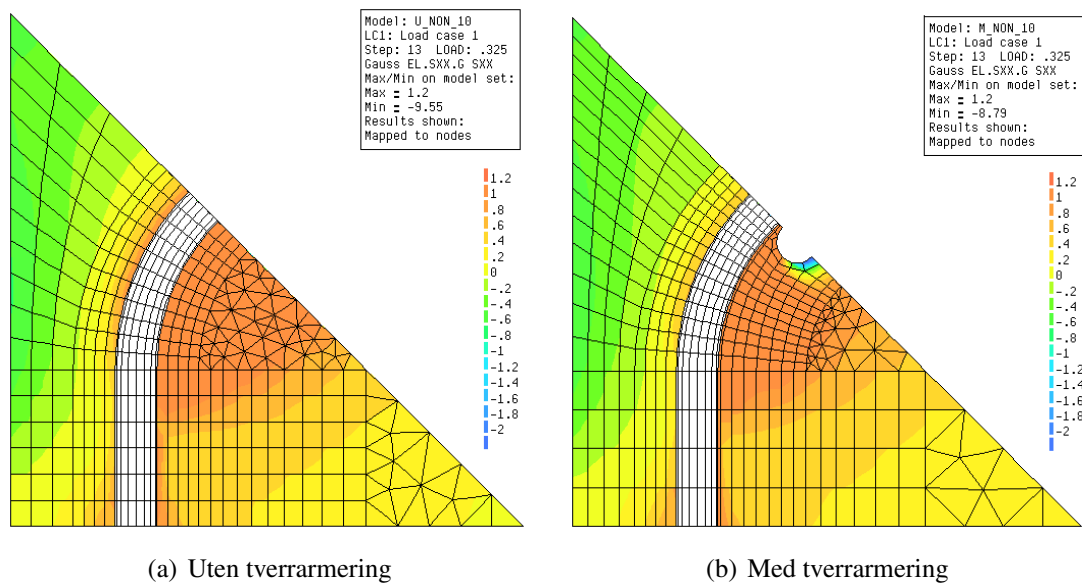
(a) Uten tverrarmering (b) Med tverrarmering
Figur 6.10.: Von-Mises-spenninger i armering [MPa] (Last 32,5 %)

Von-Mises-spenninger i armering for begge modeller ved lastnivå 32,5 %, er vist i figur 6.10. Som en kan forvente er alle spenninger innenfor det elastiske området. En kan også se at det har oppstått spenninger i tverrstangen, men siden Mises-spenningene ikke har noen retning, er det vanskelig å si om dette er strekk eller trykk. Normalspenning i planet for tverrstangen er derfor vist i figur 6.11. Som for analysene med elastisk materialmodell er det både trykk- og strekkspenninger i dette planet, og det er helt klart at det ikke har oppstått noen betydelig strekkraft i stangen. Hvis en summerer opplagerreaksjonene i denne flaten, får en at det har oppstått en strekkraft på 56 N i stangen. Dette tilsvarer en midlere strekkspenning på 0,6 MPa.

Betongspenningene normalt til symmetriplanet på fremsiden av modellene er vist i figur 6.12. Alle strekkspenninger er mindre enn 1,2 MPa, som betyr at materialmodellen har fungert som ønsket. For modellen uten tverrstang er det strekk i hele planet på innsiden



Figur 6.11.: Spenninger normalt overflate i tverrstang, positive verdier er strekk [MPa] (Last 32,5 %)



(a) Uten tverrarmering

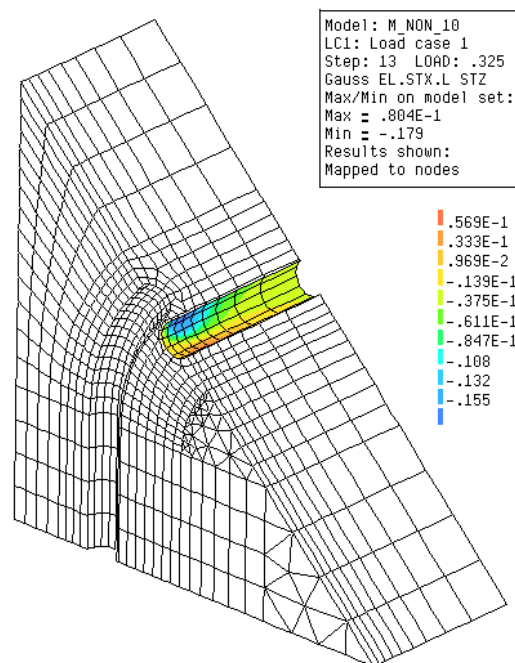
(b) Med tverrarmering

Figur 6.12.: Betong-strekkspenninger normal til overflate, positive verdier er strekk [MPa] (Last 32,5 %)

av den bøyde stangen. Det samme er hovedsakelig tilfelle for modellen med tverrstang, men det er et lite område på undersiden av tverrstangen hvor det har oppstått trykkspenninger. Allikevel kan det slås fast at det ikke har oppstått noen fordelt trykkspenning av betydning i betongen innenfor armeringsbøyen.

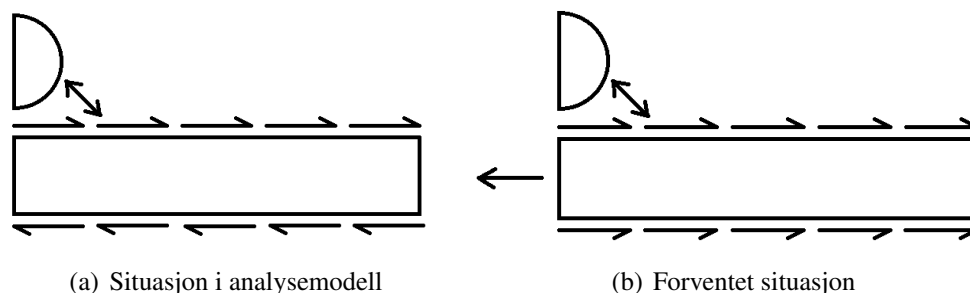
Resultatene så langt gir mange svar på hvorfor modellene ikke hadde kapasitet for mer enn 32,5 % av totallast. Det de ikke sier noe om, er hvorfor tverrstangen ikke har noen effekt for modellen som har dette. At modellen uten tverrstang ikke har kapasitet etter at hele planet på fremsiden er risset opp er forståelig, men for modellen med tverrstang burde ikke dette hvert noe problem, fordi tverrstangen skulle kunne føre strekkrefter over risset. Som vist i figur 6.11 oppstår det ingen strekkraft av betydning i tverrstangen. Et naturlig spørsmål blir da hvilke heftspenninger som har oppstått i kontaktflaten mot betongen.

Figur 6.13 viser heftspenningene langs tverrstangen. Av figuren ser en at heftspenningene går i to retninger langs stangen. På oversiden strekker de stangen, mens



Figur 6.13.: Heftspenninger langs tverrstang, negative verdier gir strekk i stangen [MPa] (Last 32,5 %)

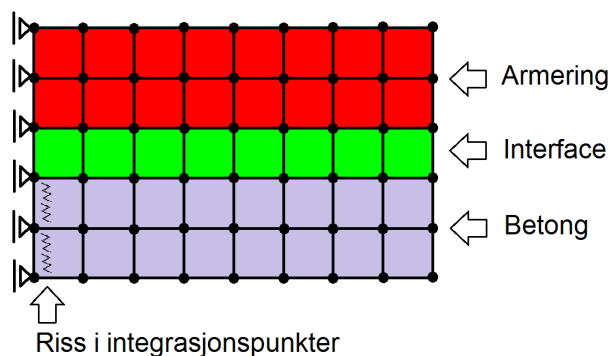
på undersiden holdes dette strekket fast av motsatt rettede heftspenninger. Dette er ikke en situasjon en skulle forvente etter at planet på fremsiden av modellen har risset opp. Etter at fremsiden er risset opp, skulle en forvente at betongen innenfor armeringsbøyen skyves ut til hver sin side, slik at det oppstår strekk i tverrstangen. Situasjonen slik den er i analyseresultatene, og slik en skulle forvente at den blir er illustrert i figur 6.14.



Figur 6.14.: Heftspenninger i tverrstang

Hvorfor den forventede situasjonen ikke oppstår, har ingen fysisk forklaring. Heftsituasjonen blir slik fordi betongelementene nærmest fremsiden av modellen er fastholdt av randbetingelsene, og hindrer dermed en relativforskyvning av betongen i forhold til armeringen. Betongelementene langs fremsiden kobles *ikke* fri fra randbetingelsene sine når risset oppstår. Dette er fordi risset skjer i integrasjonspunktene i disse elementene. De ytterste betongelementene klarer ikke å simulere en åpning av risset som har oppstått, og det oppstår dermed ikke ensrettede heftspenninger langs tverrstangen. Situasjonen med kobling armering, interface, betong og randbetingelser er vist i figur 6.15. Figuren viser elementinndelingen i underkant av tverrstangen. Midtsidenodene på elementene er ikke tatt med i illustrasjonen for å gjøre den enklere.

Interface-elementene er gitt en tykkelse i denne figuren for å gjøre problematikken mer synlig. I modellene har disse elementene ingen tykkelse.



Figur 6.15.: Elementer i området rundt tverrstang for hovedoppsett

Ut fra det som er vist avslutningsvis, kan en slå fast at hovedoppsettet ikke egner seg for å simulere situasjonen *med* tverrstang etter at fremsiden av modellen har risset opp. For å få en bedre forståelse for hvilken effekt en tverrstang har, trengs det derfor et analyseoppsett som også fungerer etter opprissingen.

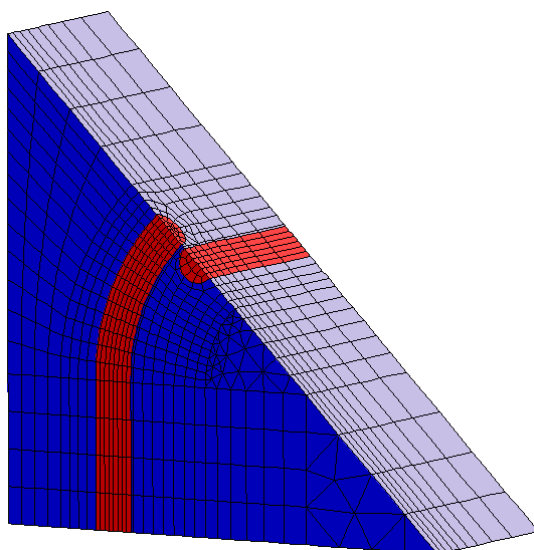
6.2. Resultater alternativt oppsett

6.2.1. Presentasjon av alternativt oppsett

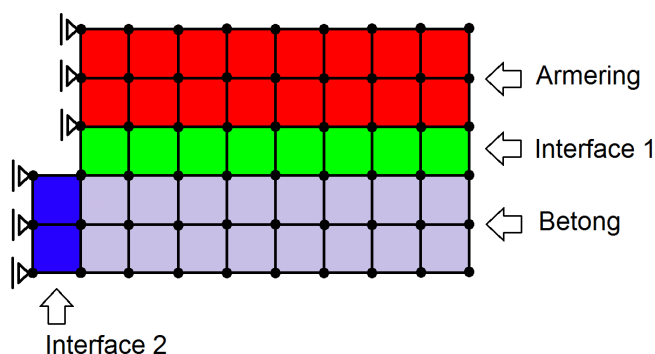
For å ikke hindre en relativforskyvning langs tverrstangen i analysemodellen, er det lagt til interface-elementer i symmetriplanet på fremsiden av modellen. Det er kun den delen av denne flaten hvor det er betongelementer som har fått interface-elementer. Dette er fordi det kun er betongen som kan forskyve seg bort fra dette planet når et riss har oppstått. Området med de nye interface-elementene er vist i blått i figur 6.16.

En illustrasjon av prinsippet for det nye oppsettet, som ikke forhindrer relativforskyvning langs tverrstangen, er vist i figur 6.17. Figuren viser den nye elementinndelingen i underkant av tverrstangen. Interface-elementene er også her gitt en tykkelse, selv om de ikke har det i modellen.

Materialmodellen for interface 2 i normalretningen, er den samme som for interface 1, og er vist i figur 5.9. I tverretningen har ikke materialmodellen for interface 2 noen betydning, da randbetingelsene parallelt flaten ikke har noen fastholding. Fordi interface 2 ikke har noen fasthet i strekk, vil det nye oppsettet tilsvare å anta at risset langs forsiden av modellen allerede har oppstått når pålastningen starter. Dette er en akseptabel antagelse siden analysene fra hovedoppsettet helt tydelig viste at hele dette planet risser opp.



Figur 6.16.: Nye interface-elementer (i blått) for alternativt oppsett

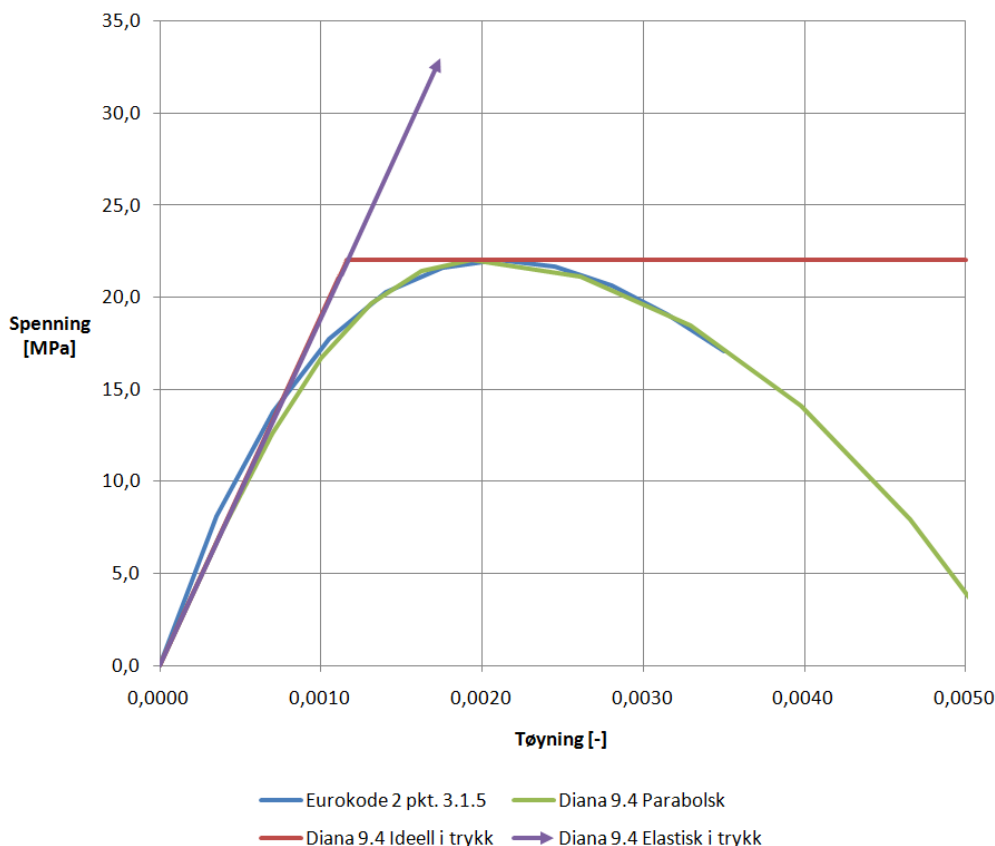


Figur 6.17.: Elementer i området rundt tverrstang for alternativt oppsett

Årsaken til at det ikke er lagt til noen strekkfasthet for interface 2, er at antallet ikke-lineariteter måtte reduseres i det alternative oppsettet for at analysene skulle la seg gjennomføre. En kombinasjon av smeared crack og discrete crack er vanskelig å analysere fordi en må tilpasse materialmodellene for opprissing slik at risset kommer der en ønsker. Dette er vanskelig å få til i praksis, og er derfor her utelatt for ikke innføre unødvendige usikkerheter.

For det alternative oppsettet ble innledningsvis parabolmodellen for betong i trykk brukt. Det viste seg at denne hadde svakheter ved store deformasjoner og det er derfor også gjennomført analyser med andre trykkmodeller for dette oppsettet. Trykkmodellene som er prøvd ut er en elastisk-perfekt plastisk, en rent elastisk samt den opprinnelige parabolmodellen. Spenning-tøyningsdiagram for de tre modellene sammen med anbefalingen i Eurokode 2 er vist i figur 6.18.

De nye analysene er hovedsaklig kjørt som for hovedoppsettet, men en buelengdekontroll ble brukt fordi last-forskyvningskurven viste seg å være vanskeligere for denne modellen. Maksimalt antall iterasjoner innenfor lastinkrementet, måtte også justeres opp for disse analysene.



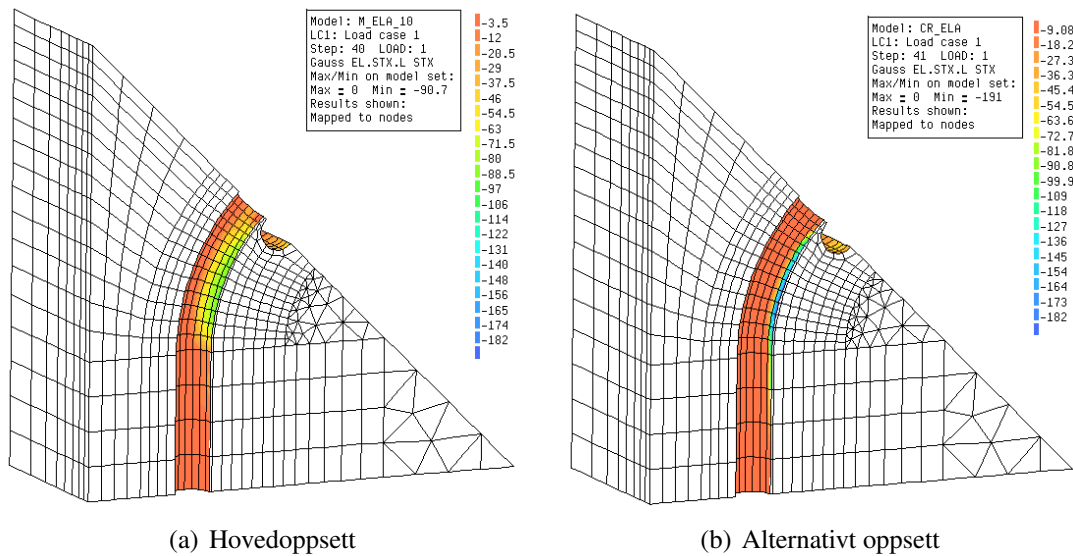
Figur 6.18.: Trykkmodeller for betong

6.2.2. Ikke-lineære analyser med elastisk materialmodell

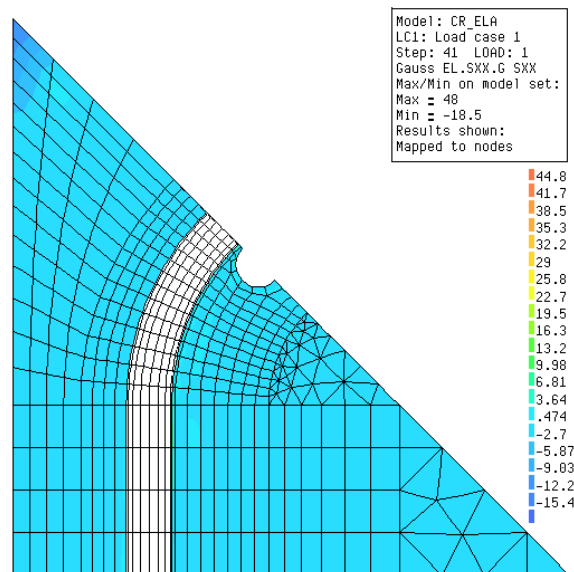
Som for hovedoppsettet, er det også gjennomført analyse med elastisk materialmodell for betong og armering. Dette er en oversiktlig måte å evaluere den nye modellen på. Det viktigste med denne analysen er å finne ut hvilke heftspenninger som dannes i kontaktflaten mellom betong og armering, og om det lar seg gjøre å etablere strekk i tverrstangen.

I figur 6.19 er kontaktspenningene mellom armering og betong vist for hovedoppsettet og det nye oppsettet. En ser raskt at den nye modellen gir langt høyere maksimalverdier for kontaktspenningen, og at spenningene er mer konsentrert. Dette kommer av at betongen ikke lenger har noen mulighet til å ta opp strekk normalt armeringsbøyens plan på fremsiden av modellen. Dette gjør at det ikke er noen strekkrefter som holder igjen for trykket som oppstår sideveis i kontaktflaten, noe som er en forutsetning for at områdene oppover i sideflatene på den bøyde armeringsstangen skal kunne ta opp normalkrefter.

Resultatene i figur 6.19 antyder at det ikke har oppstått strekkspenninger normalt symmetriplanet på fremsiden av modellen. Dette bekreftes av figur 6.20 som viser betongspenningene normalt dette planet. Som forutsatt i materialmodellen for interface 2, er det ingen strekkspenninger. Det har oppstått små trykkspenninger helt øverst i modellen. Dette antyder at tverrstangen har fått strekk siden kraften disse

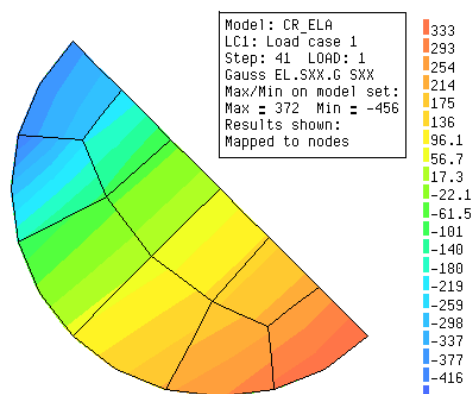


Figur 6.19.: Normalspenninger i kontaktflate armering-betong [MPa] (Last 100 %)



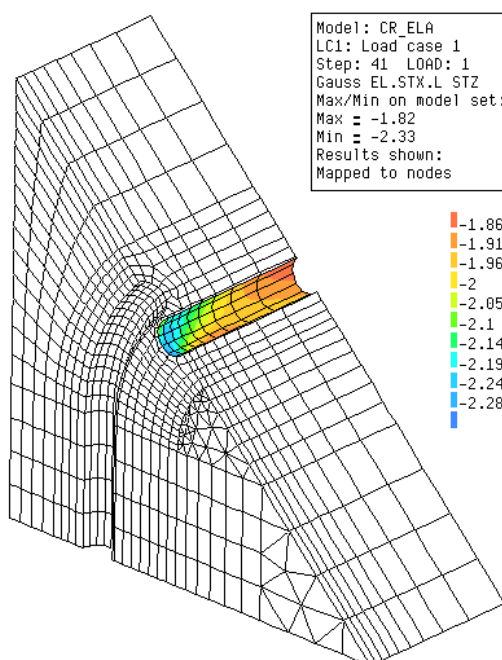
Figur 6.20.: Betong-spenninger normal til overflate, positive verdier er strekk [MPa] (Last 100 %)

spenningene danner, må være i likevekt med en annen kraft i planet på fremsiden av modellen.



Figur 6.21.: Spenninger normalt overflate i tverrstang, positive verdier er strekk [MPa] (Last 100 %)

Spenningene normalt overflaten til tverrstangen på fremsiden av modellen er vist i figur 6.21. Som for situasjonen i hovedoppsettet, har det oppstått både trykk- og strekkspenninger, men hvis en summerer opplagerreaksjonene i lengderetning for denne flaten blir resultantkraften 3975 N, noe som tilsvarer en midlere strekkspenning på 39,4 MPa i strekk. Dette betyr at modellen kan simulere relativforskyvning mellom tverrstang og betong, som nettopp var hensikten med det alternative oppsettet.



Figur 6.22.: Heftspenninger langs tverrstang, negative verdier gir strekk i stangen [MPa] (Last 100 %)

En annen ting som bekrefter at det nye oppsettet fungerer som forutsatt, er heftspenningene langs tverrstangen. Disse er vist i figur 6.22. Som en ser, er alle

heftspenninger i lengderetning negative. Dette stemmer med den forventede situasjonen vist i figur 6.14(b).

6.2.3. Ikke-lineære analyser med ikke-lineær materialmodell

De ikke-lineære materialmodellene for armering og betong som er brukt på analysene, er i all hovedsak lik de brukt i hovedoppsettet. Som nevnt tidligere viste det seg at parabolmodellen i trykk egner seg dårlig for å simulere situasjoner med store deformasjoner, fordi tapet av trykkfasthet skjer allerede for relativt små deformasjoner. Hvis en ser for seg situasjonen i denne oppgaven, kan en tenke seg at betongen fortsatt vil ha kapasitet etter at bruddtøyningen er nådd, fordi volumet av det knuste materialet fortsatt vil være på samme sted etter brudd. En må kunne forvente at dette materialet fortsatt kan ta opp trykkspenninger etter at bruddtøyningen er nådd. Dette kan også være en forklaring på hvorfor forsøkene til Rehm og Manfredi viser at trykkspenningene i kontaktflaten kan bli langt høyere enn den enaksiale trykkfastheten.

På bakgrunn av dette er det brukt tre ulike trykkmodeller i denne delen av oppgaven. Først vises resultater med den paraboliske trykkmodellen og hvorfor denne ikke er tilstrekkelig, etterfulgt av resultater fra en elastisk-perfekt plastisk og en rent elastisk trykkmodell. Tabell 6.1 viser en oversikt over de tre trykkmodellene som er brukt, samt hvilken maksimallast de tålte.

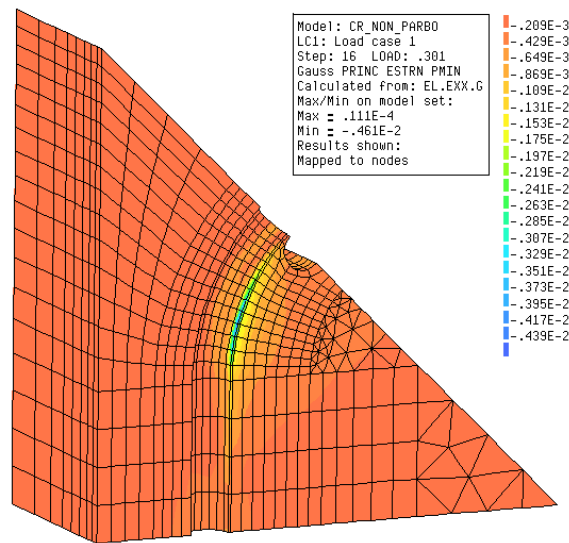
Tabell 6.1.: Oversikt analysemodeller for alternativt oppsett

<i>Modellnavn</i>	<i>Trykkmodell</i>	<i>Makslast</i>
cr_non_parbo	Parabolisk	30,1 %
cr_non_ideal	Ideell	47,8 %
cr_non_elacomp	Elastisk	100 %

Resultater parabolisk trykkmodell

Figur 6.23 viser minste hovedtøyning ved maksimallast for analysen med parabolisk trykkmodell. Som en ser har det oppstått store trykktøyninger i betongen på innsiden av armeringsbøyen. I det kritiske området i bøyen er tøyningene så store som $-4,39 \times 10^{-3} \approx 0,004$. Hvis en sammenligner dette med den tilhørende trykkkurven vist i figur 6.18, ser en at trykkkapasiteten i dette området er brukt opp. Dette er en logisk forklaring på hvorfor modellen ikke kunne pålastes ytterligere.

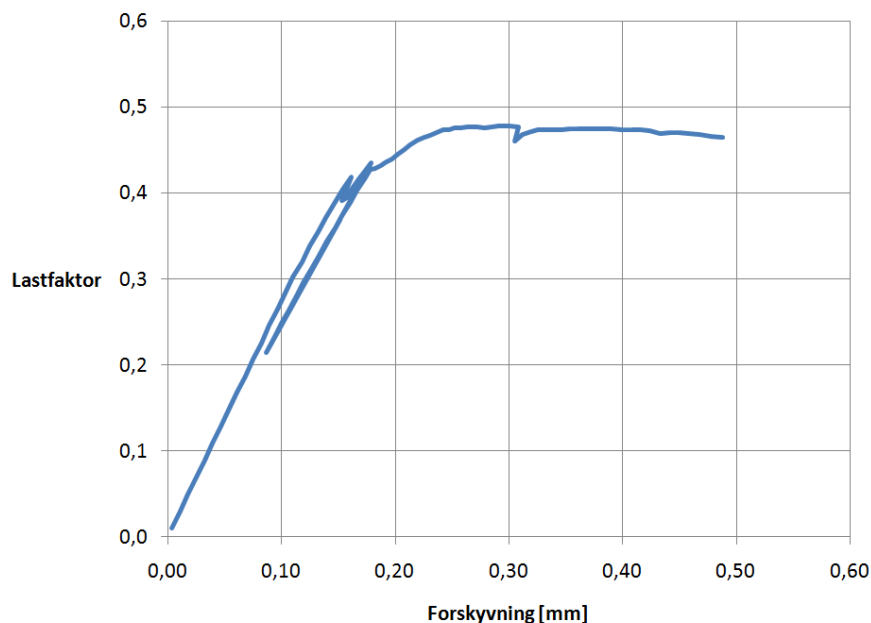
Som nevnt tidligere, kan en forvente at betongen innenfor armeringsbøyen ikke mister all evne til å ta trykk etter at bruddtøyningen er nådd, fordi det knuste volumet fortsatt må være der det er. Det er derfor gått videre med trykkmodeller som ikke mister evnen til å ta trykk etter at denne tøyningen er nådd.



Figur 6.23.: Minste hovedtøyning [-] (Parabolisk trykkmodell) (Last 30,1 %)

Resultater ideell trykkmodell

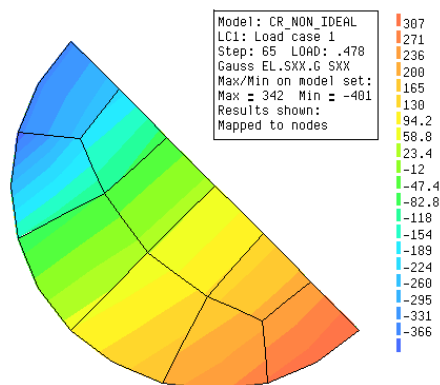
Den ideelle trykkmodellen, vist i figur 6.18, mister ikke evnen til å ta trykkspenninger etter at bruddtøyningen er nådd, og er derfor et perfekt utgangspunkt å gå videre med i analysene. Figur 6.24 viser last-forskyvningskurve for analysene med denne trykkmodellen. Maksimal last som kunne påføres var 47,8 %. En annen ting samme figur viser, er at modellen tålte store deformasjoner etter at maksimallast var pålastet.



Figur 6.24.: Last-forskyvningskurve for enden av armeringsstangen (Ideell trykkmodell)

Last-forskyvningskurven har et langt steg tilbake i pålastningen. Dette kommer av at det er brukt en buelengdekontroll i analysene som laster av når analysene kom til dette

kritiske punktet. Det som skjer i denne fasen av analysen er at trykkapasiteten i betongen innenfor armeringsbøyen er brukt opp. Dette gjør at ytterligere trykkrefter må holdes igjen av tverrstangen. For at dette skal skje må betongen innenfor bøyen trykkes innover/nedover i modellen, og det er disse deformasjonene som gjør at analysene er kompliserte i dette området av pålastningen. I virkeligheten vil en sjelden ha en deformasjonskontrollert pålastning, og last-forskyvningskurven ville ikke hatt denne avlastningen. Uansett har avlastningen liten betydning for de endelige resultatene og kan ses bort fra.



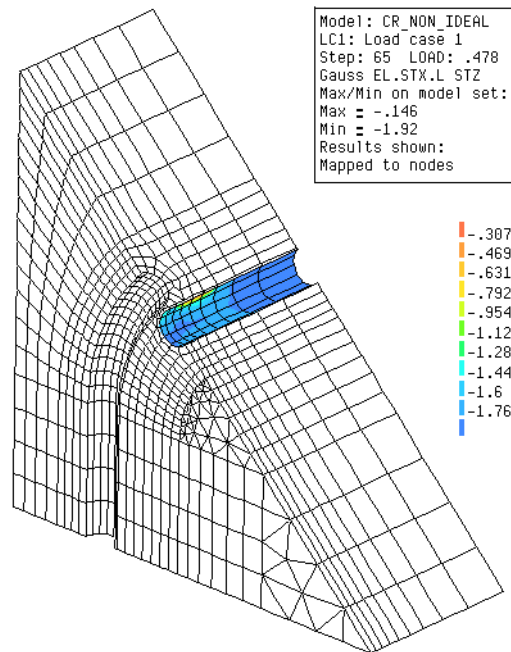
Figur 6.25.: Spenninger normalt overflate i tverrstang, positive verdier er strekk [MPa] (Ideell trykkmodell) (Last 47,8 %)

Spenningen normalt overflaten i tverrstangen er vist i figur 6.25. Hvis en summerer opplagerreaksjonene i denne flaten blir resultantkraften 4434 N, som tilsvarer en jevnt fordelt strekkspenning på 44,1 MPa. Det er heftspenningene langs tverrstangen som skaper dette strekket. Et plott av heftspenninger langs tverrstangen er vist i figur 6.26.

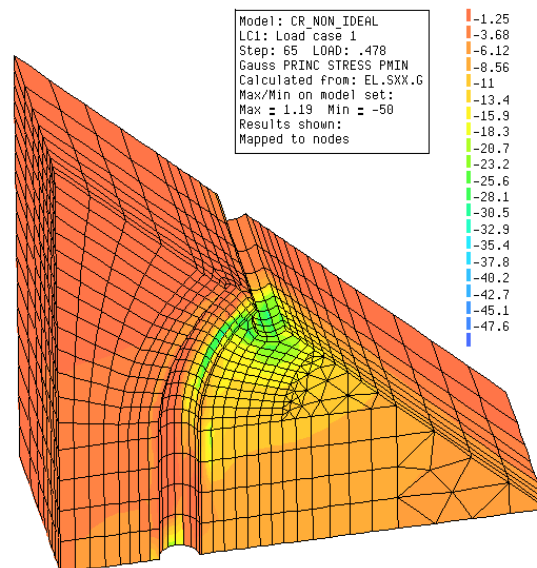
Heftspenningen langs tverrstangen har ikke nådd maksimalverdien på 2,5 MPa. Dette betyr at årsaken til at modellen ikke kan pålastes mer enn 47,8 %, ikke er manglende evne til å ta opp de strekkrefter som oppstår i tverretningen.

Minste hovedspenning for analysen er vist i figur 6.27. Som en ser har all betong innenfor bøyen nådd trykkfastheten. I noen områder er spenningene litt høyere enn trykkfastheten. Dette kommer mest sannsynlig av små områder med forhindret tverrutvidelse. Av samme figur kan en også se at betongen i underkant av tverrstangen har trykkspenninger i området rundt trykkfastheten. Dette er en klar indikasjon på at det er manglende evne til å ta opp trykk som gjør at modellen ikke kan belastes mer enn 47,8 % av total last.

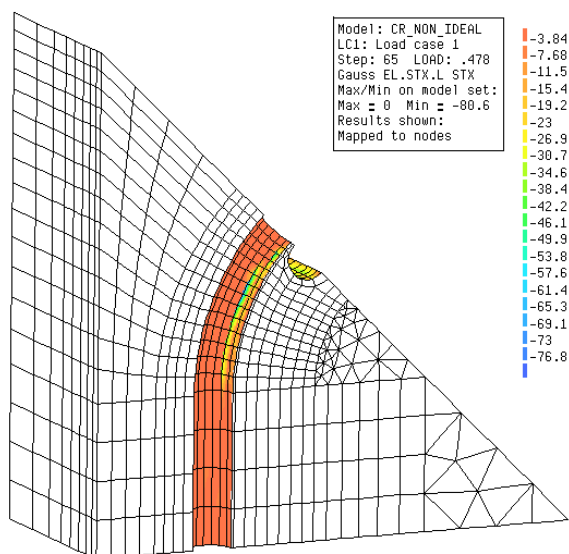
Figur 6.28 viser normalspenningene i kontaktflaten mellom armering og betong. Som i analysene med elastisk materialmodell i betong og armering, ser en at kontaktspenningene er mer konsentrert nederst i kontaktflaten sammenlignet med resultatene fra hovedoppsettet. Spenningen ser ut til å ha noe støy i variasjonen over elementet, men som figur 6.27 viser påvirker dette i liten grad trykkspenningene i betongen under.



Figur 6.26.: Heftspenninger langs tverrstang, negative verdier gir strekk i stangen [MPa] (Ideell trykkmodell) (Last 47,8 %)



Figur 6.27.: Minste hovedspenning [MPa] (Ideell trykkmodell) (Last 47,8 %)



Figur 6.28.: Normalspenninger i kontaktflate armering-betong [MPa] (Ideell trykkmodell) (Last 47,8 %)

Siden analysen med ideell trykkmodell antyder at det er trykkapasiteten i betongen som begrenser pålastning, vil det være interessant å se hva slags resultater en får med en trykkmodell som ikke har en slik begrensning.

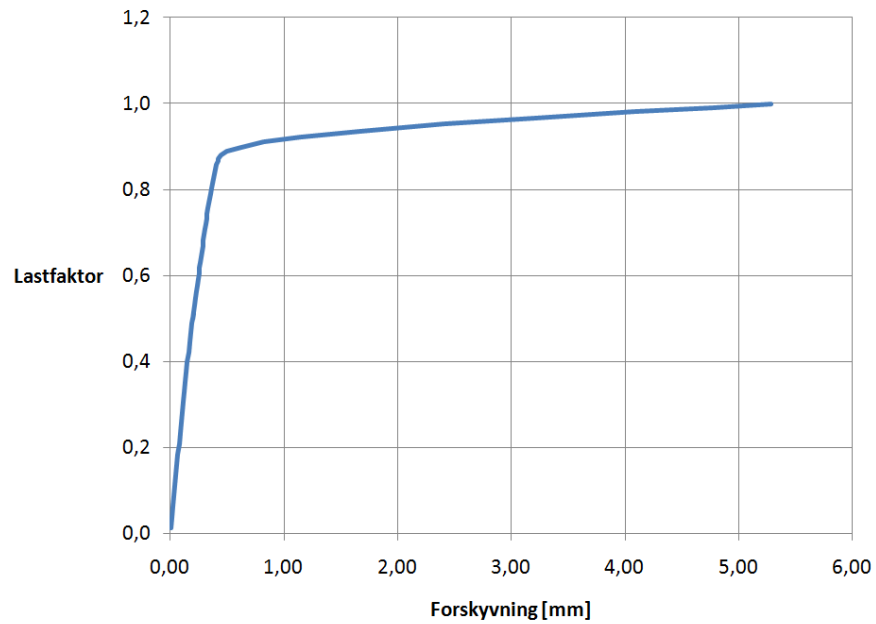
Resultater elastisk trykkmodell

En rent elastisk trykkmodell har ingen begrensninger for trykkspenningene som kan påføres. En kan dermed forvente at en analyse med en slik modell gir svar på om det er trykkapasiteten som begrenser full pålastning av modellen. Det er viktig å merke seg at alle andre ikke-lineariteter er inkludert i denne analysen. Dette gjelder armering, interface og betong i strekk.

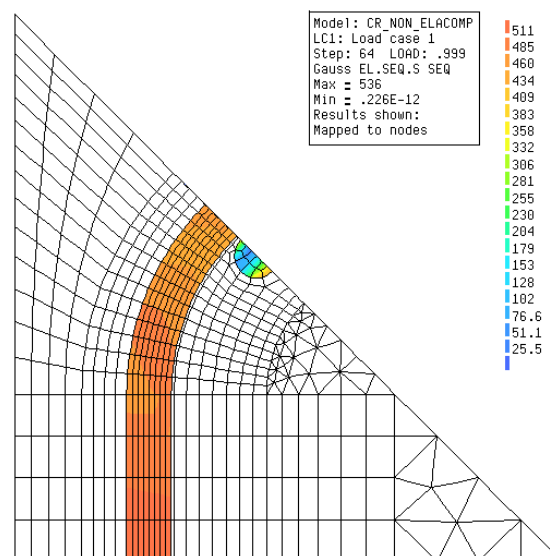
Last-forskyvningskurven for analysen med elastisk trykkmodell, figur 6.29, viser at hele lasten kunne påføres modellen. Dette gir et ganske klart svar på at det *er* trykkmodellen som begrenser pålastningen for situasjonen med tverrstang. Årsaken til de store deformasjonene i slutten av pålastningen, er at deler av materialet i armeringen når flytespenningen, og skaper store forskyvninger i disse områdene. Dette ser en også av figur 6.30 som viser Von-Mises-spenninger ved full last.

Som i de foregående analysene, oppstår det også for den elastiske trykkmodellen strekkrefter i tverrstangen. Spenninger normalt endeflaten på tverrstangen er vist i figur 6.31. En summering av opplagerreaksjonene i denne flaten gir en strekkkraft på 4580 N, som tilsvarer en jevnt fordelt strekkspenning på 45,6 MPa. Heftspenningene som skaper dette strekket er vist i figur 6.32.

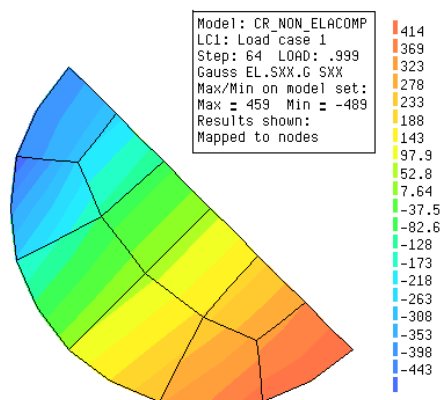
Heftspenningene langs kontaktflaten i tverrstangen har maksimal spenning i nesten hele kontaktområdet. Dette betyr allikevel ikke at dette er maksimal strekkraft en slik stang



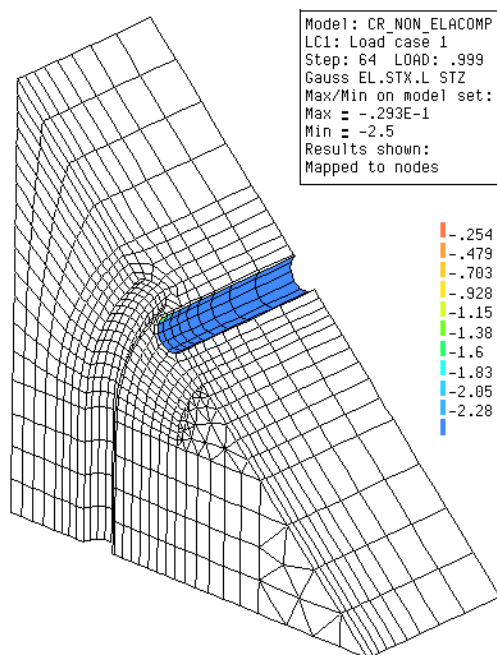
Figur 6.29.: Last-forskyvningskurve for enden av armeringsstangen (Elastisk trykkmodell)



Figur 6.30.: Mises-spenninger i armering [MPa] (Elastisk trykkmodell) (Last 100 %)

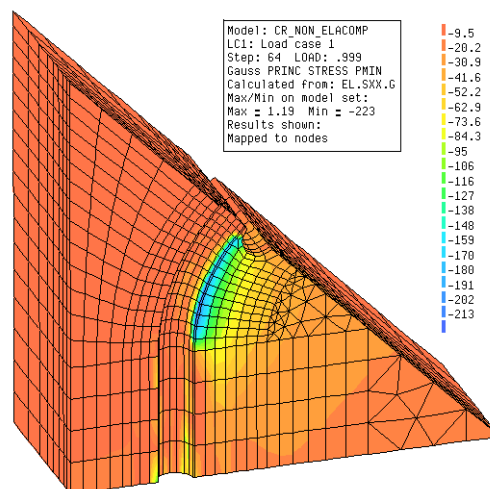


Figur 6.31.: Spenninger normalt overflate i tverrstang, positive verdier er strekk [MPa] (Elastisk trykkmodell) (Last 100 %)



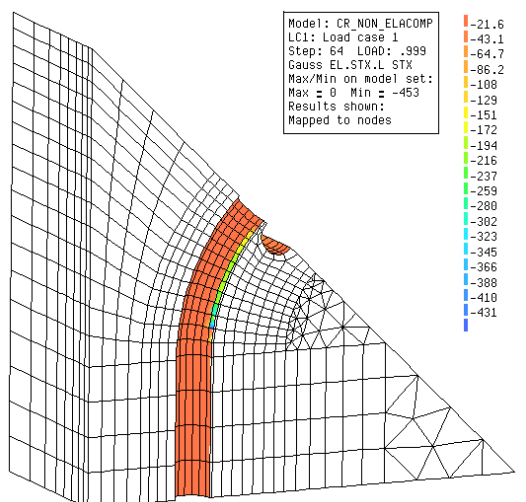
Figur 6.32.: Heftspenninger langs tverrstang, negative verdier gir strekk i stangen [MPa] (Elastisk trykkmodell) (Last 100 %)

kan ha. Hvis en tenker seg baksiden av modellen som et symmetriplan mot neste bøyde armeringsstang, kan det også settes opp strekkraft i bakflaten på tverrstangen mot neste bøy. Denne effekten er ikke inkludert i analysene her, fordi heftkapasiteten uansett ikke er begrensende for pålastningen. Hvis en ønsker å inkludere en slik effekt, kan bakflaten låses for vridning ved å tvinge alle nodene i dette planet til å ha samme deformasjon innover i modellen. (Normalt armeringsbøyens plan.)



Figur 6.33.: Minste hovedspenning [MPa] (Elastisk trykkmodell) (Last 100 %)

Figur 6.33 viser minste hovedspenning for modellen med elastisk trykkmodell i betong. På grunn av den stive trykkoppførselen blir de konsentrerte trykkspenningene i betongen innenfor bøyen veldig store. En kan se at maksimal trykkspenning er nesten ti ganger trykkfastheten.



Figur 6.34.: Normalspenninger i kontaktflate armering-betong [MPa] (Elastisk trykkmodell) (Last 100 %)

På samme måte som i analysene med elastiske materialmodeller, blir spenningene i kontaktflaten mellom armering og betong veldig konsentrert i området i midten av kontaktflaten. Dette kommer frem av figur 6.34 som viser normalspenningene i denne flaten.

7. Diskusjon

7.1. Håndberegninger

Når en skal vurdere spenningene som oppstår på innsiden av en armeringsbøy, trengs en god måte for å beregne kontaktspenningene. I presentasjonen av resultatene fra de ikke-lineære analysene i hovedoppsettet, så en at maksimal kontaktspenning tilsvarte den en får ved å gjøre en likevektsbetraktning. Dette skulle en kanskje ikke forvente, siden kontaktspenningene ikke er jevnt fordelt på langs og tvers av den bøyde armeringsstangen. Men fordi heftspenningene blir neglisjert i en slik likevekt utligner de to effektene hverandre. Dette gjør at det virker fornuftig å beregne kontaktspenning ut fra en likevekt, slik Leonhardt, Mancini og Leivestad gjør.

Et mer komplisert tema er hvordan lastutbredelse innenfor armeringsbøyen skjer. Både Leivestad og Mancini baserer seg på Eurokode 2 punkt 6.7 når de regner lastutbredelsen. Siden det er presisert i Eurokode 2 punkt 6.7(4) at det er en forutsetning at strekkrefter som oppstår på grunn av lastutbredelsen blir tatt opp av egen egnet armering, egner ikke denne regnemethoden seg for situasjoner uten tverrarmering.

En annen ting som er viktig i denne sammenheng, er om det er riktig å kombinere punkt 6.7 og 3.1.9 i Eurokode 2. Det kan helt klart diskuteres om dette vil være å ta hensyn til den samme effekten av forhindret tverrutvidelse to ganger. En kombinasjon av punkt 6.7 og 3.1.9 kan være aktuelt for mange situasjoner, og det burde derfor være en presisering i Eurokode 2 om dette er tillatt. De ikke-lineære analysene viser at betongen risser opp *før* en tverrstang klarer å etablere tverrtrykk. Problemstillingen med kombinasjon av punkt 6.7 og 3.1.9 blir derfor ikke så aktuell for problematikken rundt dordiameter, siden det ikke oppstår tverrtrykk normalt armeringsbøyens plan.

Analysene som er gjennomført viser helt tydelig at kontroll for spaltstrekkbrudd bør være en del av beregningene som ligger til grunn for en minimum dordiameter, når det *ikke* er tverrarmering.

Et annet tema som også bør diskuteres er hvor lenge økende senteravstand skal ha en en gunstig effekt for lastutbredelsen. Punkt 6.7 i Eurokode 2 legger en klar begrensning på hvor lenge en kan ta hensyn til denne effekten. Allerede ved senteravstand 3ϕ kan denne effekten ikke økes ytterligere i henhold til dette punktet. I arbeidene til Leonhardt er

effekten av senteravstand gitt betydning helt opp til en senteravstand på omtrent 10ϕ . Dette ser en av figur 4.3 og 4.4 i avsnitt 4.1. Det er vanskelig å konkludere ut fra resultatene i denne oppgaven hvor lenge en slik effekt bør tas hensyn til. Hvis en studerer figur 6.6 som viser minste hovedspenning, kan en kanskje se en antydning til at begrensingen på 3ϕ har noe for seg, men dette er høyst usikkert.

7.2. Analyser

Siden den ene ikke-lineære analysemodellen til Leivestad og Sandaker feilet ved 66 % av totallast, er det vanskelig å gjøre en god sammenligning med disse resultatene. Årsaken til at deres modell uten tverrstang feilet trenger ikke være reell, og en kan dermed ikke uten videre slå fast at modellen med tverrstang har høyere kapasitet enn den uten. På grunn av disse usikkerhetene er resultatene fra analysene til Leivestad og Sandaker sett bort fra i denne diskusjonsdelen.

Hovedoppsettet i analysene fungerer fint frem til hele symmetriplanet på fremsiden av modellen er risset opp. Resultatene fra disse analysene viser helt tydelig at det er denne spalten av betongen som er begrensende for lastpåføringen av modellen uten tverrstang. Dette trenger ikke være tilfelle for alle kombinasjoner av senteravstander og dordiametere, men for situasjonen vist her er dette helt klart tilfelle.

Hvis en bruker ligning 8.1 i Eurokode 2 og beregner kapasiteten for en situasjon med dordiameter på 10ϕ og senteravstand 10ϕ , får en at bøyen uten tverrstang kan ta opp strekkrefter opp til 305 MPa som er 61 % av 500 MPa. Det kan være flere årsaker til at modellen uten tverrstang bare lar seg pålaste til 32,5 % når en skulle kunne forvente 61 %. For det første trenger ikke ligning 8.1 nødvendigvis å være riktig. Det kan godt hende at den virkelige kapasiteten i en slik situasjon er langt fra både 32,5 og 61 %. Uten konkrete forsøk å vise til, blir det vanskelig å gjøre en vurdering av hva som kan være riktig. Det som kan være interessant, er å se på hva som ligger til grunn for ligning 8.1 og om spalten av betongen i bøyens plan er tatt hensyn til når denne formelen er utviklet. Dette er ikke sett nærmere på i denne oppgaven, fordi det her først og fremst er effekten av en tverrstang som er i fokus.

Det som er litt mistenkelig i hovedoppsettet, er at spalten av fremsiden også blir begrensende for modellen *med* tverrarmring. Dette skulle en ikke forvente, siden tverrstangen fortsatt skulle kunne ta opp kreftene i tverretningen. Som vist avslutningsvis i resultatdelen for hovedoppsettet, hadde ikke dette en fysisk forklaring, og det ble derfor valgt å lage en alternativ modell. I denne modellen ble det antatt at risset langs planet på fremsiden av modellen allerede hadde oppstått. Det kan diskuteres om dette vil være å styre risset dit en ønsker, men siden hovedoppsettet helt klart viser at det oppstår et riss i dette planet, må dette kunne antas å være en fornuftig forenkling i det nye oppsettet.

Resultatene fra det alternative oppsettet viser at trykkmodellen for betong er helt avgjørende for hvilken last som kan påføres. Det finnes lite dokumentasjon på hva som

skjer med trykkfastheten til betong som er stengt inne i et volum, slikt det er i situasjonen i denne oppgaven. Forsøkene til Rehm og Manfredi antyder at en kan forvente at betong i en slik situasjon kan ta opp trykkspenninger som er langt høyere enn trykkfastheten. Enkelte av forsøkene viste kapasitet som var nesten fem ganger høyere enn den enaksielle trykkfastheten. Et problem med å inkludere en slikt økt fasthet i analyser er at en ikke vet for hvilken tøyingsnivåer i betongen denne økningen skjer. Denne problemstillingen kunne vært meget interessant å studere nærmere med forsøk. Det en ser fra de resultatene som ble presentert for det alternative oppsettet, er at hvis denne økte kapasiteten for trykk har en stiv oppførsel, er det godt mulig at en situasjon som den studert her kan belastes til flyt i armeringen uten problemer. Uten mer sikkerhet rundt hvilken trykkmodell som kan brukes for en slik situasjon, er det vanskelig å konkludere med hva slags kapasitet modellen med tverrstang har i virkeligheten.

I resultatene fra det alternative oppsettet så en at heftkapasiteten i tverrstangen er tilstrekkelig til å ta opp de strekkrefter som oppstår. I tillegg til dette kan en forvente at en slik tverrstang kan få strekk mot neste armeringsbøy. Heftkapasitet i tverrstang kan derfor for de aller fleste tilfeller ses bort fra når en gjør beregninger på et slikt problem.

Effekten tverrstangen har, ser i første omgang ut til å være at den tar opp tverrestrekk. Dette viser resultatene ganske klart at den gjør på en god måte. I tillegg til dette kan en se antydninger til at tverrstangen har en liten lastfordelende effekt, men denne ser ut til være minimal for situasjonen i denne oppgaven. Denne effekten kan kanskje være større for mindre dordiametere, men dette kan en ikke konkludere med ut fra resultatene fra analysene i denne oppgaven. Det antas at det er en slik tanke som ligger bak Leivestad sitt alternative forslag til formulering av punkt 8.3(3). Spenningene normalt fremsiden av modellen, for det alternative oppsettet, viser også helt klart at det ikke oppstår noen jevnt fordelt trykkspenning i området innenfor armeringsbøyen.

Det generelle modelleringsnivået i denne oppgaven er sjeldent og lite utprøvd tidligere. Størrelsen på modellene ligger i et slikt område at en helt klart kan diskutere om det blir for enkelt å neglisjere den geometriske utformingen av kammer langs armeringsjernene. Effekten av disse er her forsøkt å inkludere i materialmodellen for kontaktflaten mellom betong og armering. Det er vanskelig å inkludere alle reelle effekter i en slik materialmodell, og en må dermed inngå kompromisser. Konsekvensen av dette ble her at heft i kontaktflaten mellom betong og armering ikke øker ved store normalspenninger.

En alternativ løsning til å modellere kamstål med materialmodell, er å lage en geometrisk modell av disse. Dette ville vært enormt arbeidskrevende, og elementnettet ville blitt så fint at modellen ikke hadde latt seg analysere på en vanlig datamaskin.

7.3. Forslag til videre arbeider

En sentral forutsetning for å lage gode beregningsmetoder for nødvendig dordiameter, er å få mer kunnskap om hva som skjer med betong utsatt for en trykkbelastning som

hindrer volumet av det knuste materialet å forsvinne. Det er litt vanskelig å si hvordan et forsøksoppsett kan fange opp en slik effekt, men hvis en hadde klart å lage et oppsett som kunne frembringe et spenning-tøyningsdiagram for en slik situasjon, hadde dette vært en stor fordel både for håndberegninger og analyser.

Hvis en klarer å finne en fornuftig spenning-tøyningsammenheng for en slik situasjon, kan helt klart analyser av typen vist i denne oppgaven, gi flere svar. Da kan en se nærmere på effekten av å variere senteravstand og dordiameter, og se om det kan være andre ting enn spaltestrekk og trykkbrudd som begrenser pålastning for andre situasjoner.

En alternativ tilnærming er å gjøre forsøk for bøyde armeringsstenger med og uten tverrarmring. Ikke-lineære analyser på denne problematikken er meget tidkrevende og vanskelig, og det kan derfor hende at det er mer effektivt å bruke forsøk som grunnlag for utarbeidelse av krav til dordiameter. Hvis en velger å gå denne veien, vil uansett resultatene i denne oppgaven kunne være til hjelp for å bestemme et forsøksoppsett samt for å velge hvilke situasjoner som skal studeres.

8. Konklusjon

Resultatene presentert i denne oppgaven gjør ikke at en kan gi klart svar på alle problemstillinger rundt dordiameter, men noen konklusjoner kan en trekke. For en dordiameter på 10ϕ med senteravtand 10ϕ er effekten av en tverrstang først og fremst at den tar opp spaltestrekkrefter. En kan også slå fast at tverrstangen har liten effekt på lastutbredelsen for store dordiameterer, som den i denne oppgaven, men det kan hende at denne effekten er bedre for mindre dordiameterer.

I tillegg til dette, kan det legges til at resultatene viser at å beregne kontaktspenninger mellom armering og betong ut fra en likevektsbetraktning, gir en akseptabel tilnærming, som kan brukes ved håndberegninger. Et annet viktig poeng i forhold til håndberegninger, er at bruk av Eurokode 2 punkt 6.7 for beregning av lastutbredelse *ikke* kan brukes for situasjoner uten tverrarmring.

Det viktigste å finne ut av for å kunne komme videre i arbeider av typen vist her, er at en må finne en spenning-tøyningssammenheng for betong i en trykksituasjon der det knuste betongvolumet er innestengt. Hvis en har en slik sammenheng kan en finne langt flere svar på hvilken kapasitet ulike utforminger av armeringsbøyer har.

Bibliografi

- [1] *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner. Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger.* Standard Norge, 2004.
- [2] *NS 3473. Prosjektering av betongkonstruksjoner. Beregnings- og konstruksjonsregler.* Norges standardiseringsforbund, 2003.
- [3] The European Commission. *Eurocodes - building the future.*
<http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu>. Hentet 15. mars 2010.
- [4] Wai-Fah Chen. *Plasticity in Reinforced Concrete.* J. Ross Publishing, 1982.
- [5] Bjarne Chr. Jensen. *Betonkonstruksjoner - etter DS/EN 1992-1-1.* Nyt Teknisk Forlag, 2008.
- [6] TNO DIANA. *DIANA - Finite Element Analysis User's Manual release 9.4.* TNO DIANA bv, 2008.
- [7] Linn Grepstad. *Brukarrettleiing for DIANA.* Master's thesis, NTNU - Norges Teknisk- Naturvitenskapelige Universitet, 2006.
- [8] Svein I. Sørensen. *Betongkonstruksjoner.* Tapir Akademisk Forlag, 2005.
- [9] K. Meakawa, A. Pimanmas, and H. Okamura. *Nonlinear mechanics of reinforced concrete.* Spon Press, 2003.
- [10] Kjell Magne Mathisen. *Forelesningsnotater TKT4197 Nonlinear Finite Element Analysis.* Institutt for konstruksjonsteknikk, 2009.
- [11] J. C. J. Schellekens and R. De. Borst. On the numerical integration of interface elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 36, 1993.
- [12] Fritz Leonhardt. *Vorlesungen über Massivbau - Dritter Teil Grundlagen zum Bewehren in Stahlbetonbau.* Springer-Verlag, 1976.
- [13] F. Leonhardt, R. Walther, and H. Dieterle. *Versuche zur Ermittlung der Tragfähigkeit von Zugschlaufenstößen.* W. Ernst u. Sohn, 1973.

- [14] The International Federation for Structural Concrete (fib fédération internationale du béton). *fib - history*. <http://fib.epfl.ch/>. Hentet 20. april 2010.
- [15] Prof. Giuseppe Mancini. *Minimum mandrel diameter - A concrete or a steel problem?* Presentasjon for CEN TC250/SC2 i London.
- [16] Gallus Rehm. Kriterien zur Beurteilung von Bewehrungsstäben mit hochwertigem Verbund. *Stahlbetonbau - Berichte aus Forschung und Praxis*, pages 79–96, 1969.
- [17] Giovanni Fabbrocino, Gerardo M. Verderame, and Gaetano Manfredi. Experimental behaviour of anchored smooth rebars in old type reinforced concrete buildings. *Engineering Structures*, 27(10):1575 – 1585, 2005.
- [18] Steinar Leivestad. *Minimum mandrel diameter, stress condition in bend - assuming fully stressed bars both legs*. Presentasjon for CEN TC250/SC2 2009-05-08.
- [19] Comité Euro-International du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*. Thomas Telford Ltd, 1990.

Vedlegg

A. Oversikt analysemodeller

Felles forutsetninger:

- Betong: B25
- Armeringsdiameter: $\phi = 16$ mm
- Overdekning: 40 mm
- Dordiameter: $10\phi = 160$ mm
- Senteravstand: $10\phi = 160$ mm

Tabell A.1.: Oversikt analysemodeller hovedoppsett

Modellnavn	Tverrstang	Annet
u_ela_10	nei	elastiske materialer for betong og armering
m_ela_10	ja	elastiske materialer for betong og armering
u_non_10	nei	
m_non_10	ja	

Tabell A.2.: Oversikt analysemodeller alternativt oppsett

Modellnavn	Tverrstang	Annet
cr_ela	ja	elastiske materialer for betong og armering
cr_non_parbo	ja	parabolsk trykkmodell for betong
cr_non_ideal	ja	ideell trykkmodell for betong
cr_non_elacomp	ja	elastisk trykkmodell for betong

B. Utnyttelse av maskinvare i implisitte elementanalyser

Dette vedlegget er tatt med for å beskrive noen av utfordringene i forhold til bruk av maskinvare i store implisitte elementanalyser. Utfordringer og muligheter i forhold til de viktigste komponentene i datamaskinen beskrives kort i det følgende. Til slutt i dette avsnittet er det også presentert hvilke løsningsmetoder elementprogrammet Diana tilbyr for å utnytte maskinvaren på en effektiv og pålitelig måte.

Proseszor - CPU

Det er prosessoren som utfører selve regnearbeidet når en kjører analyser. De fleste nye datamaskiner i dag har prosessor med flere kjerner. En utfordring ved kjøring av analyser blir dermed å dele opp regnearbeidet slik at maskinen kan jobbe parallelt på flere kjerner samtidig, og dermed utnytte hele prosessorens kapasitet. I implisitte elementanalyser er det å løse ligningssystemet, ($\mathbf{KD}=\mathbf{R}$), det mest arbeidskrevende for prosessoren.

Prosesorer har også et eget hurtigminne (cache), et høyhastighetsminne som maskinen bruker til flytting og midlertidig oppbevaring av data før prosessoren skal hente det. Dette minnet er veldig raskt, men også veldig lite (typisk 1-8 MB for en vanlig hjemme pc).

Minne - RAM

Arbeidsminnet er der maskinen lagrer det den jobber med. Denne lagringsplassen er raskere og mer tilgjengelig enn harddisken, og gjør dermed at dataflyten går raskere. Et problem i stor implisitte elementanalyser er at når antall elementer blir for mange, blir ligningssystemet som skal løses så stort at det ikke får plass i minnet. Datamaskinen løser ofte dette problemet midlertidig ved å opprette en sidevekslingsfil på harddisken. Dessverre fungerer denne løsningen kun for en viss datamengde, fordi data som blir lagret i denne filen trenger en allokasjon i minnet for at maskinen skal vite hvor dataene er lagret. Når disse allokasjonene har fylt opp minnet, vil en typisk få følgende feilmelding: "memory allocation failed". Et viktig kriterium for valg av løsningsmetode for analyser blir dermed å velge en metode som ikke bruker mer minne enn det som er tilgjengelig.

Når det gjelder minne kan det være verdt å merke seg at 32-bits versjoner av Windows kun klarer å utnytte omtrent 3 gigabyte med minne. Hvis en har mer minne bør en derfor

gå over til en 64-bits versjon av Windows for å få utnyttet dette skikkelig. En annen fordel med å bytte til 64 bits operativsystem, er at presisjonen i beregningene også øker. Dette er forutsatt at en har programvare som klarer å utnytte denne fordelene.

Harddisk

Harddisken er maskinens største lagringsenhet. Resultatene fra analyser skrives vanligvis til harddisken etterhvert som de blir produsert. Hvis en tar ut store mengder resultater fra beregningene kan skrivehastigheten på harddisken begrense effektiviteten i analysene. Den enkleste løsningen på dette problemet er å begrense den informasjonen en tar ut, ved å for eksempel kun hente ut informasjon i noen laststeg. En må også tenke gjennom hvilken informasjon en faktisk trenger å ta ut. Hvis en må ta ut store mengder data og skrivehastigheten blir begrensende kan det være avgjørende med en harddisk med god skrivehastighet.

Løsningsmetoder i Diana

Diana inneholder flere forskjellige løsningsmetoder for å løse ligningssystemet i elementanalyser. Disse kan overordnet deles opp i direkte og iterative løsningsmetoder. Hvis en ikke spesifiser hva slags løsningsmetode en ønsker vil Diana bruke en automatisk løsningsprosedyre for å løse ligningssystemet. I det følgende er fordeler og ulemper med de forskjellige løsningsmetodene i Diana presentert.

AUTOMA

Dette er den automatiske løsningsmetoden i Diana. Denne forsøker i første omgang å løse systemet direkte med en Sparse Cholesky metode. Dette er en metode som er optimalisert for cache-basert minnetilgang. Metoden går ut på å redusere ligningssystemets størrelse ved å fjerne unødvendige null-elementer fra systemmatrisen, og dermed redusere ligningssystemets størrelse, dette kalles *profillagring* eller "skyline storage format". Løsningsmetoder som Sparse Cholesky kalles ofte "in-core" løsningsmetoder fordi problemet løses inne i kjernen av prosessoren. Det raske cache-minnet gjør at denne metoden kan løse problemer raskt.

Ulempen er at metoden bruker mer ordinært minne (RAM) enn en generalisert elementmetodeløser. Dette kan være et problem hvis en har en elementmodell med veldig mange frihetsgrader, fordi dette skaper et stort ligningssystem som må løses. Hvis Diana ikke klarer å løse systemet med en Sparse Cholesky metode vil den forsøke å løse systemet med en generalisert elementmetodeløser. Denne er beskrevet under.

GENEL

Denne generaliserte løsningsmetoden er en direkte løsningsmetode i likhet med Sparse Cholesky metoden. Det som skiller den fra Sparse Cholesky er at den løser ligningssystemet ved hjelp av det ordinære minnet. Generaliserte løsningsmetoder som denne kalles ofte "out-of-core" løsningsmetoder fordi problemet løses ved hjelp av minnet som ligger utenfor prosessoren. Metoden er tregere enn Sparse Cholesky, men har den fordel at den bruker mindre ordinært minne. Dette kan være en fordel ved store modeller med mange frihetsgrader.

PARDIS

For Intel baserte Windows og Linux plattformer, tilbyr Diana denne direkte løsningsmetoden. Det som skiller den fra den vanlige Sparse Cholesky metoden, er at den er tilpasset bruk av prosessorer med flere kjerner, samt bruk av flere prosessorer. Dette gjør at en kan utnytte prosessorkapasiteten i maskinen langt bedre enn det en får med vanlig Sparse Cholesky. Denne metoden deler opp regnearbeidet ved å dele opp analysemodellen, regne på hver enkelt del og til slutt sammenstille disse.

ITERAT

Diana har også iterative løsningsmetoder. Disse er vanligvis tregere enn de direkte løsningsmetodene, men de har den fordelen at de bruker mindre ordinært minne enn de direkte. ITERAT er standard itersjonsprosedyre i Diana.

DOMDEC

Dette er også en iterativ løsningsmetode. Det som skiller den fra ITERAT er at den er tilpasset nye prosessorer med flere kjerner i likhet med PARDIS. Denne metoden er tregere enn den direkte løsningsmetoden, men bruker mindre ordinært minne. Dette gjør at den er spesielt godt egnet til store tredimensjonale problemer med mange frihetsgrader. Denne løseren var ny i Diana versjon 9.4 og er dermed ikke tilgjengelig i eldre versjoner.

Kilder:

TNO DIANA *DIANA - Finite Element Analysis User's Manual release 9.4*, 2008.
Microsoft Corporation, "<http://windows.microsoft.com>", mai 2010

