



MASTEROPPGAVE 2009

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 15. juni 2009	ANTALL SIDER: 132
------------------------------------	---------------------	-------------------

TITTEL:

Brudd i duktile materialer: Eksperimenter og simulering

Fracture of ductile materials: Experiments and simulation

UTFØRT AV:

Thorstein Kjøs Johnsen



SAMMENDRAG:

I denne masteroppgaven er 5 ulike bruddkriterier for duktilt brudd kalibrert og vurdert.

Oppgaven omfatter et litteraturstudie om brudd i duktile materialer, materialtester, numeriske analyser i LS-DYNA for bestemmelse av bruddegenskaper og til slutt kalibrering og evaluering av bruddkriteriene.

Litteraturstudiet består av et innledende kapittel om mekanismer og analysemetoder for duktilt brudd, så et kapittel om plastisitetsteori som danner grunnlaget for det påfølgende kapittelet om bruddmodellene.

Det er gjennomført materialtester av et tofasert høyfast stål av typen Docol 600DL og det er etablert komplette forsøksdata for materialet. Det er gjennomført strekktester, skjærtester, plan tøyning tester og Arcan-tester. Under materialtestene er det brukt Digital Image Correlating (DIC) for å bestemme bruddtøyningen lokalt.

Ikke-lineære analyser i LS-DYNA er utført og korrelasjonsnivået med materialtestene er relativt godt. Fra de numeriske analysene er bruddtøyningen og spenningstriaksialiteten lokalt i spenningsfeltet bestemt.

Bruddkriteriene er plottet i et diagram med bruddtøyningen som funksjon av spenningstriaksialiteten og følgende bruddkriterier er kalibrert og vurdert for materialet: Cockcroft-Latham, Konstant effektivtøyning, Johnson-Cook, Maksimal skjærspenning og Fracture Forming Limit Diagram.

FAGLÆRER: Odd Sture Hopperstad.

VEILEDERE: Tore Børvik og Odd Sture Hopperstad.

UTFØRT VED: NTNU, Institutt for konstruksjonsteknikk, SIMLab.

Institutt for konstruksjonsteknikk

FAKULTET FOR INGENIØRVITENSKAP OG TEKNOLOGI
NTNU – Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

MASTEROPPGAVE 2009

for

Thorstein Kjøs Johnsen

Brudd i duktile materialer: eksperimenter og simulering

Fracture of ductile materials: experiments and simulation

Oppgaven går ut på å etablere en metodikk for identifikasjon av bruddparametre for duktile materialer ved integrert bruk av eksperimenter og ikke-lineære elementmetoder. Det forutsettes materiale med liten godstykkelse, slik at plan spenningstilstand kan antas med god nøyaktighet. Ulike forsøk skal utføres og bruddtøyningen bestemmes som funksjon av triaksialitet i spenningsfeltet. Prøvestykkegeometri og testbetingelser skal beskrives i detalj. I forsøkene skal feltmåling benyttes for å bestemme tøyningfeltet frem til brudd. Elementmodeller for de ulike prøvestykkene og prosedyrer for simulering av testene skal etableres. Det skal etableres komplette forsøksdata for et høyfast stål. Ulike bruddkriterier skal evalueres for stålet ved bruk av elementanalyser. Oppgaven inneholder følgende aktiviteter:

1. Litteraturstudium om brudd i duktile materialer: eksperimenter, bruddmodeller og numerisk simulering
2. Laboratorieeksperimenter for høyfast stål: strekktester, plan tøyningstester, skjærtester og Arcan-tester med bruk av feltmåling
3. Numerisk analyse av testene ved bruk av ikke-lineære elementmetoder for bestemmelse av bruddegenskaper
4. Kalibrering og evaluering av bruddkriterier.

Besvarelsen organiseres i henhold til gjeldende retningslinjer.

Veileder(e): Odd Sture Hopperstad og Tore Børvik

Besvarelsen skal leveres til Institutt for konstruksjonsteknikk innen 12. juni 2009.

NTNU, 16. januar, 2009

Odd Sture Hopperstad
faglærer

Brudd i duktile materialer: eksperimenter og simulering

Thorstein Kjøs Johnsen

NTNU – Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for ingeniørvitenskap og teknologi
Institutt for konstruksjonsteknikk

Forord

Denne masteroppgaven er skrevet ved NTNU, institutt for konstruksjonsteknikk, Structural Impact Laboratory (SIMLab) av undertegnede i samarbeid med veilederne Tore Børvik og Odd Sture Hopperstad i perioden 19. februar til 15. juni 2009. I tillegg til veilederne har jeg samarbeidet med stipendiatene Egil Fagerholt og Gaute Gruben ved SIMLab.

SIMLab er et av sentrene innen Sentre for Forskningsdrevet Innovasjon (SFI) og et av forskningsområdene til SIMLab er brudd og sprekkutvikling ledet av Hopperstad. Innenfor dette forskningsområdet ble denne masteroppgaven gitt for å undersøke prestasjonsevnene til ulike bruddkriterier for brudd i duktile materialer.

Denne masteroppgaven har gitt meg innsikt i en del av forskningen som tidligere er gjort innen brudd i duktile materialer. I tillegg har jeg fått innsikt i metoder for å analysere duktile brudd og jeg har fått en fysisk forståelse for de mekaniske prosessene involvert. Videre har oppgaven gitt meg forståelse for grunnleggende plastisitetsteori og ikke minst har den gitt meg oversikt over hvordan materialtester gjennomføres fra testtrigg til analyse og vurdering av resultater med hensyn til nøyaktighet og påvirkningsfaktorer.

Jeg ønsker å takke veilederne Tore Børvik og Odd Sture Hopperstad for strukturert oppfølging, tidssparende råd og interessante samtaler innen blant annet fagene plastisitetsteori og duktilt brudd. Videre ønsker jeg å takke Egil Fagerholt for det omfattende arbeidet forbundet med registreringer og analyser ved hjelp av Digital Image Correlation (DIC). Jeg ønsker å takke Gaute Gruben for hjelp med analysene i LS-DYNA og under gjennomføringen av materialtestene. Takk til Trond Auestad som styrte testriggene. Til slutt vil jeg takke Torodd Berstad og Venkatapathi Tarigopula som også har vært behjelpelig for at analysene i LS-DYNA har vært vellykkede.

Trondheim, juni 2009
Thorstein Kjøs Johnsen

Sammendrag

Denne masteroppgaven omfatter et litteraturstudie om brudd i duktile materialer, materialtester, numeriske analyser i LS-DYNA for bestemmelse av bruddegenskaper og til slutt kalibrering og evaluering av fem bruddkriterier for duktilt brudd.

Litteraturstudiet består av et innledende kapittel om mekanismer og analysemetoder for duktilt brudd, så et kapittel om plastisitetsteori som danner grunnlaget for det påfølgende kapitlet om bruddkriteriene.

Det er gjennomført materialtester av et tofasert høyfast stål av typen Docol 600DL og det er etablert komplette forsøksdata for materialet. Under materialtestene er det brukt Digital Image Correlating (DIC) for å bestemme bruddtøyningen lokalt. Det er gjennomført strekktester, skjærtester, plan tøyning tester og Arcan-tester.

Fra de numeriske analysene i LS-DYNA er bruddtøyningen og triaksialiteten i spenningsfeltet bestemt. Korrelasjonsnivået mellom de numeriske analysene og materialtestene viste seg å være relativt godt.

Bruddkriteriene er plottet ved bruddtøyningen som funksjon av spenningsforholdet eller spenningstriaksialiteten og følgende bruddkriterier er kalibrert og vurdert: Cockcroft-Latham kriteriet, Konstant effektivtøyning, Johnson-Cook kriteriet, Maksimal skjærspenning kriteriet og Fracture Forming Limit Diagram.

Bakerst er det presentert et appendiks som kompletterer og utfyller kapitler i hoveddelen med hensyn til utledninger og resultater.

Innhold

Forord	iii
Sammendrag	iv
Tabell liste	viii
Figur liste	ix
Symbol liste	xii
1. Introduksjon	1
2. Grunnleggende mekanismer og analysemetoder for duktilt brudd	2
2.1. Grunnleggende mekanismer for duktilt brudd	2
2.2. Skademekanikk	3
2.2.1. Koblet og ukoblet metode	3
3. Plastisitetsteori	4
3.1. Introduksjon	4
3.2. Spenninger og tøyninger: definisjoner	4
3.2.1. Spenningsmatrisen og flatekreftene	4
3.2.2. Hovedspenningene og de maksimale skjærspenningene	6
3.2.3. Spenningsinvariantene	7
3.2.4. Plan spenningstilstand	8
3.2.5. Hydrostatisk og deviatorisk spenning	9
3.2.6. Deviatoriske spenningsinvarianter	11
3.2.7. Deviatorisk og volumetrisk tøyningsenergi	11
3.3. Fenomenologien av plastisk deformasjon	12
3.3.1. Eksperimentelle relasjoner	12
3.4. Flyteflaten: flytekriteriene	15
3.4.1. Trescas flytekriterium	15
3.4.2. Von Mises flytekriterium	15
3.5. Flyteregelen	16
3.5.1. Relasjon mellom spenning og tøyningsforholdet	17
3.6. Plastisk arbeid og fastning	17

3.6.1. Fastningsreglene	17
3.7. Effektivspenning og effektivtøyning	18
3.7.1. Effektivspenning	18
3.7.2. Effektivtøyning	19
3.8. Isotrope fastningsregler for effektivspenning-effektivtøyning relasjon	20
3.9. Deformasjonsmoder og spenningstilstander i plan spenning	21
3.9.1. Rent skjær	21
3.9.2. Enakset strekk	22
3.9.3. Plan tøyning	23
3.9.4. Oppsummering: deformasjonsmoder og spenningstilstander	24
4. Bruddkriterier	25
4.1. Introduksjon	25
4.2. Spenningstriaksialiteten	25
4.3. Fenomenologiske bruddkriterier	27
4.3.1. Cockcroft-Latham kriteriet	27
4.3.2. CrachFEM	28
4.3.3. Fracture Forming Limit Diagram	29
4.3.4. Johnson-Cook kriteriet	29
4.3.5. Konstant effektivtøyning	29
4.3.6. Maksimal skjærspenning kriteriet	30
4.3.7. Wilkins kriteriet	31
4.3.8. Xue-Wierzbicki modellen	32
5. Materialtester og testresultater	34
5.1. Materialtester	34
5.1.1. Materiale	34
5.1.2. Eksperimentell fremgangsmåte	35
5.1.3. UT200	36
5.1.4. ISS	38
5.1.5. PST	40
5.1.6. Arcan	42
5.2. Testresultater	44
5.2.1. UT200	44
5.2.2. ISS	53
5.2.3. PST	55
5.2.4. Arcan	58
6. Numeriske analyser i LS-DYNA	61
6.1. Elementmodell	61
6.2. UT200	61
6.3. ISS	66
6.4. PST	69
6.5. Arcan	72
6.6. Oppsummering av analyseresultater	76
7. Kalibrering og evaluering av bruddkriterier	77
7.1. Kalibrering	77
7.1.1. Kalibreringsmetode	79
7.2. Evaluering	80

7.2.1. Cockcroft-Latham kriteriet	80
7.2.2. Fracture Forming Limit Diagram	81
7.2.3. Johnson-Cook	82
7.2.4. Konstant effektivtøyning	83
7.2.5. Maksimal skjærspenning	84
7.2.6. Konklusjon	85
8. Kommentarer og konklusjoner	87
8.1. Nøyaktighet av metodene	87
8.2. Nøyaktighet av resultatene	88
8.3. Konklusjoner	89
8.4. Forslag til videre arbeid	90
9. Bibliografi	91
A. Utledninger innen plastisitetsteori	93
A.1. Spenninger og tøyninger: definisjoner	93
A.1.1. Plan spenningstilstand	93
A.2. Effektivspenning og effektivtøyning	94
A.2.1. Effektivspenning	94
A.2.2. Effektivtøyning	95
B. Utledninger av bruddkriterier	98
B.1. Cockcroft-Latham kriteriet	98
B.2. CrachFEM	99
B.3. Fracture Forming Limit Diagram	100
B.4. Maksimal skjærspenning kriteriet	102
B.5. Wilkins kriteriet	103
C. Testresultater	104
C.1. UT200	104
C.1.1. Kraft-forskyvning kurver	104
C.1.2. Spenning-tøyning kurver	108
C.1.3. Kalibrering av fastningsregel	116
C.2. PST	118
C.2.1. Kraft-forskyvning kurver	118
D. Numeriske analyser i LS-DYNA	119
D.1. UT200	119
D.2. ISS	120

Tabell liste

Tabell 3.1: Spenning og tøyningstilstand under tre deformasjonsmoder.	24
Tabell 4.1: Spenningstriaksialitet for tre karakteristiske deformasjonsmoder.	26
Tabell 4.2: Bruddkriteriene.	33
Tabell 5.1: Kjemisk sammensetning.	34
Tabell 5.2: Mekaniske egenskaper.	34
Tabell 5.3: Initielle mål for UT200 prøvestykkene.	37
Tabell 5.4: Initielle mål for ISS prøvestykkene.	39
Tabell 5.5: Initielle mål for PST prøvestykkene.	41
Tabell 5.6: Initielle mål for Arcan prøvestykkene.	43
Tabell 5.7: Opprinnelig areal for UT200 prøvene.	46
Tabell 5.8: Parametere for Ludwik og Voce fastningsregel.	49
Tabell 5.9: Bruddtøyning fra DIC.	50
Tabell 5.10: Bruddtøyning beregnet fra bruddareal for UT200-00-2.	50
Tabell 5.11: Bruddtøyning fra DIC for PST.	56
Tabell 5.12: Bruddtøyning beregnet fra bruddareal for PST.	56
Tabell 5.13: Bruddtøyning fra DIC for Arcan-00-4 og Arcan-45-3.	60
Tabell 6.1: σ^* og ϵ_f for Arcan-00 og Arcan-45 beregnet med LS-DYNA og DIC.	74
Tabell 6.2: Bruddtøyning, spenningstriaksialitet og kritisk plastisk arbeid.	76
Tabell 7.1: ϵ_f , σ^* og W_f for kalibrering av bruddodellene.	77
Tabell 7.2: σ^* og tilhørende α for kalibrering.	79
Tabell 7.3: Kalibreringskonstanter og punkter for CL-kriteriet.	80
Tabell 7.4: Kalibreringskonstanter og punkter for FFLD-kriteriet.	81
Tabell 7.5: Kalibreringskonstanter og punkter for JC-kriteriet.	82
Tabell 7.6: Kalibreringskonstanter og punkter for KE-kriteriet.	83
Tabell 7.7: Kalibreringskonstanter og punkter for MS-kriteriet.	84
Tabell 7.8: Kvadratsum, maksimalt avvik for snittkurvene og anbefalt test for kalibrering for bruddkriterier.	85
Tabell B.1: Parametere i Wilkins kriteriet uttrykt for tre deformasjonstilstander.	103
Tabell C.1: Redusert E-modul for σ - ϵ_p og s- ϵ_p kurvene for alle UT200 testene.	108
Tabell C.2: Modellparametere for UT200.	116
Tabell C.3: Bruddareal og beregnet bruddtøyning.	117

Figur liste

Figur 3.1: Infinitesimalt spenningselement med traksjonsvektorene og tilhørende komponenter.	5
Figur 3.2: Infinitesimalt spenningselement med numerisk notasjon.	5
Figur 3.3: Infinitesimalt spenningselement med hovedspenningene.	7
Figur 3.4: Infinitesimalt spenningselement med maksimal skjærspenning.	7
Figur 3.5: Hovedspenning som en sum av hydrostatisk og deviatorisk spenningstilstand.	10
Figur 5.1: Testoppsett for UT200 testene.	36
Figur 5.2: UT200 med dimensjoner.	37
Figur 5.3: Målepunkter for UT200 prøvestykkene.	37
Figur 5.4: Testoppsett for alle ISS testene.	38
Figur 5.5: ISS med dimensjoner.	39
Figur 5.6: Målepunkter for ISS prøvestykkene.	39
Figur 5.7: Testoppsett for alle PST testene.	40
Figur 5.8: PST med dimensjoner.	41
Figur 5.9: Målepunkter for PST prøvestykkene.	41
Figur 5.10: Testoppsett for Arcan testene.	42
Figur 5.11: Monterte prøvestykker av Arcan-00 (venstre) og Arcan-45 (høyre).	42
Figur 5.12: Arcan med dimensjoner.	43
Figur 5.13: Målepunkter for Arcan prøvestykkene.	43
Figur 5.14: Kraft-forskyvning kurve for alle UT200 testene.	45
Figur 5.15: Spenning-tøyning kurver for alle UT200 testene.	45
Figur 5.16: s-e kurve for UT200-45-1 og UT200-90-1 med tøyning fra maskin og ekstensometer.	47
Figur 5.17: s-ep kurve for UT200-45-1 og UT200-90-1 med tøyning fra maskin og ekstensometer.	47
Figur 5.18: s-ep kurver for UT200-00-3 fra maskin og DIC.	48
Figur 5.19: σ - ϵ_p kurver for UT200-00-2 og Ludwik (venstre) og Voce fastningsregel (høyre).	49
Figur 5.20: Bruddbilde av alle UT200 (2 mm tykkelse).	51
Figur 5.21: Bruddbilde av alle UT200 (0.7 mm tykkelse).	51
Figur 5.22: Kraft-forskyvning kurve for alle ISS.	53
Figur 5.23: Bruddbilder for alle ISS testene.	54
Figur 5.24: Kraft-forskyvning kurver for PST.	55
Figur 5.25: Bruddbilder av alle PST testene.	57
Figur 5.26: Kraft-forskyvning kurve for Arcan-00 testene.	59
Figur 5.27: Kraft-forskyvning kurve for Arcan-45 testene.	59

Figur 5.28: Bruddbilder av Arcan-00 testene.	60
Figur 5.29: Bruddbilder av Arcan-45 testene.	60
Figur 6.1: Kraft-forskyvning for UT200-00-2 og LS-DYNA uten brudd.	62
Figur 6.2: Diagram for identifisering av kritisk W for UT200.	63
Figur 6.3: Ingeniørspenning-plastisk ingeniørtøyning kurver for UT200-00-2 og analysen.	63
Figur 6.4: Bruddtøyning for UT200 fra LS-DYNA.	64
Figur 6.5: Spenningstriaksialitet-effektivtøyning for kritisk element for UT200.	64
Figur 6.6: σ^* , σ_2 og innsnevring (y-forskyvning) for kritisk element.	65
Figur 6.7: Bruddbilde fra LS-DYNA og UT200-00-2 testen.	65
Figur 6.8: Diagram for identifisering av kritisk W for ISS.	66
Figur 6.9: Kraft-forskyvning kurve fra ISS-3 testen og analysen.	66
Figur 6.10: Effektivtøyning i skjærsone før brudd fra LS-DYNA (venstre) og DIC (høyre).	67
Figur 6.11: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning kurve for kritisk element fra ISS analysen.	67
Figur 6.12: Bruddbilde fra LS-DYNA og ISS-3.	68
Figur 6.13: Identifisering av kritisk W for PST-3 testen.	69
Figur 6.14: Kraft-forskyvning (venstre) og kraft-plastisk forskyvning (høyre) for PST-3 og analysen.	69
Figur 6.15: Effektivtøyning for kritisk element før brudd for PST i analysen og for DIC.	70
Figur 6.16: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning for kritisk element fra ISS analysen.	70
Figur 6.17: Bruddforløp for PST: Sprekkdannelse og utvikling.	71
Figur 6.18: Sammenligning av brudd fra analysen av PST og materialtesten PST-3.	71
Figur 6.19: Kraft-forskyvning kurver for Arcan-00 fra LS-DYNA og Arcan-00-3.	72
Figur 6.20: Kraft-forskyvning kurver for Arcan-45 fra LS-DYNA og Arcan-45-3.	72
Figur 6.21: Effektivtøyning for kritisk element før brudd for Arcan-00 i analysen og for Arcan-00-4 fra DIC.	73
Figur 6.22: Effektivtøyning for kritisk element før brudd for Arcan-45 i analysen og for Arcan-45-3 fra DIC.	73
Figur 6.23: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning for kritisk element fra Arcan-00 analysen.	74
Figur 6.24: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning for kritisk element fra Arcan-45 analysen.	74
Figur 6.25: Bruddbilder fra analysen av Arcan-00 og materialtesten Arcan-00-4.	75
Figur 6.26: Bruddbilder fra analysen av Arcan-45 og materialtesten Arcan-45-3.	75
Figur 6.27: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning for UT200. ISS og PST.	76
Figur 7.1: Forsøkspunkter fra alle forsøksmetodene.	78
Figur 7.2: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av CL-kriteriet.	80
Figur 7.3: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av FFLD-kriteriet.	81
Figur 7.4: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av JC-kriteriet.	82
Figur 7.5: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av KE-kriteriet.	83
Figur 7.6: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av MS-kriteriet.	84
Figur 7.7: Snittkurver av alle de evaluerte bruddkriteriene.	86
Figur C.1: Kraft-forskyvning kurve for UT200-00-1	104
Figur C.2: Kraft-forskyvning kurve for UT200-00-2.	105
Figur C.3: Kraft-forskyvning kurve for UT200-3.	105
Figur C.4: Kraft-forskyvning kurver for (a) UT200-45-1, (b) UT200-45-2 og (c) UT200-45-3.	106
Figur C.5: Kraft-forskyvning kurver for (a) UT200-90-1, (b) UT200-90-2 og (c) UT200-90-3.	107

Figur C.6: σ - ϵ_p og s-ep kurver for UT200-00-1.	108
Figur C.7: σ - ϵ_p og s-ep kurver for UT200-00-2.	109
Figur C.8: σ - ϵ_p og s-ep kurver UT200-00-3.	109
Figur C.9: σ - ϵ_p og s-ep kurver for (a) UT200-45-1, (b) UT200-45-2 og (c) UT200-45-3.	110
Figur C.10: σ - ϵ_p og s-ep kurver for (a) UT200-90-1, (b) UT200-90-2 og (c) UT200-90-3.	111
Figur C.11: s-e kurver for (a) UT200-00-1, (b) UT200-45-1 og (c) UT200-90-1 med tøyninger fra ekstensometer.	112
Figur C.12: s-ep kurve for UT200-00-2 med tøyning fra maskin og DIC.	113
Figur C.13: s-ep kurve for UT200-00-3 med tøyning fra maskin og DIC.	113
Figur C.14: s-ep kurve for UT200-45-2 med tøyning fra maskin og DIC.	114
Figur C.15: s-ep kurve for UT200-45-3 med tøyning fra maskin og DIC.	114
Figur C.16: s-ep kurve for UT200-90-1 med tøyning fra maskin og DIC.	115
Figur C.17: s-ep kurve for UT200-90-2 med tøyning fra maskin og DIC.	115
Figur C.18: s-ep kurve for UT200-90-3 med tøyning fra maskin og DIC.	115
Figur C.19: Effekt av gridstepping på bruddtøyningen.	117
Figur C.20: Kraft-forskyvning kurve for PST testene med forskyvninger fra maskin og ekstensometer.	118
Figur D.1: s-ep kurve for UT200-00-2 og analyse med materialmodellene MAT_135 og MAT_107.	119
Figur D.2: Kraft-forskyvning kurver for ISS-3 og analyser med MAT_107 og MAT_135.	120

Symbol liste

E	Elastisitetsmodul
e	Ingeniørtøyning
e_p	Plastisk ingeniørtøyning
G	Skjærmodul
I_1, I_2, I_3	Spenningsinvarianter
J_1, J_2, J_3	Deviatoriske spenningsinvarianter
K	Styrke koeffisient
n	FastningsekspONENT
s	Ingeniør spenning
s_1, s_2, s_3	Deviatoriske hovedspenninger
ν	Tverrkontrajsonstallet (eller poisson forholdet)
α	Spenningsforhold mellom minste og største hovedspenning
β	Tøyningsforhold mellom minste og største hovedtøyning
$\bar{\epsilon}$	Effektivtøyning (eller effektiv plastisk tøyning)
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	Hovedtøyninger (eller plastiske hovedtøyninger)
ϵ_f	Sann bruddtøyning
$\bar{\epsilon}_f$	Effektiv bruddtøyning
$\bar{\sigma}$	Effektivspenning
σ^*	Spenningsstriaksialitet
σ_0	Flytegrensen
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hovedspenninger
σ_f	Flytespenningen
σ_m	Hydrostatisk spenning
τ_1, τ_2, τ_3	Hovedskjærspenninger

1. Introduksjon

Det moderne samfunnet stiller stadig høyere krav til kvaliteten og sikkerheten til industrielle produkter. Materialet og dets egenskaper er ofte avgjørende for kvalitets- og sikkerhetsnivået. Det er i mange tilfeller ønskelig at materialet har høy styrke og samtidig god duktilitet slik at f.eks. industrielle produkter raskt kan produseres ved forming. For å vurdere begrensningene ved materialets styrke og duktilitet, er det nødvendig å se på materialegenskapene under høye deformasjoner og komplekse spenningstilstander frem til brudd.

I en industriell sammenheng kan man dele duktilt brudd inn i to kategorier. Den ene kategorien befatter seg med duktile brudd i konstruksjoner som utsettes for kollisjoner, eksplosjoner og prosjektiler. Den andre kategorien omfatter brudd ved at selve materialets duktilitet overskrides og brudd oppstår. Denne typen brudd er mest aktuell innen metallformingsindustrien der materialet utsettes for forming og ekstrudering.

For å kunne gjøre bruddanalyser av strukturer utsatt for komplekse spenningstilstander kreves det at man forstår de fysiske prosessene som inngår og kan modellere de på en tilfredsstillende måte. Det er velkjent at duktilt brudd i metaller er forårsaket av vekst og sammenvekst av mikroskopiske porer som oppstår fra inklusjoner og partikler innstøpt i materialet. Det er foreslått flere modeller for å beskrive disse fysiske prosessene. Modellene forsøker å beskrive nokså kompliserte fysiske prosesser som forårsaker en forringelse av materialets strekkfasthet. Dette er imidlertid hva som skjer på mikronivå i materialet. På et makronivå er det vist at det i stor grad er den triaksiale spenningstilstanden som kontrollerer brudd. Bruddkriterier som tar i bruk makroskopiske variabler som spenning og tøyning kan enkelt implementeres i et elementprogram.

I denne masteroppgaven er det brukt bruddkriterier som baserer seg på observasjoner fra materialtester. Basert på observasjonene er bruddkriteriene kalibrert og nøyaktigheten av de vurdert. Det er også gjort en validering av ett av kriteriene.

2. Grunnleggende mekanismer og analysemetoder for duktilt brudd

Et duktilt brudd er forårsaket av en kontinuerlig mekanisk prosess der det skjer vekst og sammenvekst av mikroskopiske porer inni materialet og hovedsaklig der tøyingskonsentrasjonen er høyest. Dette kapittelet beskriver de grunnleggende mekaniske prosessene som skjer under et duktilt brudd og de tilhørende analysemetodene.

2.1. Grunnleggende mekanismer for duktilt brudd

Ingen legeringer er fullstendig rene i den forstand at de ikke inneholder en viss mengde partikler og inklusjoner. I noen tilfeller kan partikler tilføres for å gi materialet en spesiell egenskap, men som oftest vil de bli beskrevet som uunngåelige fremmedlegemer. Partikler og inklusjoner representerer svakheter i materialet ved initiering av et duktilt brudd og det er velkjent at duktile brudd i metaller kan beskrives som en kontinuerlig prosess der det foregår dannelse av mikroskopiske porer fra partikler, vekst og sammenvekst av porer. De vanlige stadiene i et duktilt brudd er [1]:

1. Dannelse av fri overflate ved en inklusjon eller annengenerasjons partikkel enten ved at partikkelen løsrives fra grunnmaterialet eller at selve partikkelen sprekker.
2. Vekst av porer rundt partiklene forårsaket av plastisk tøyning og hydrostatisk spenning.
3. Sammenvekst av nærliggende voksende porer på grunn av lokalisering¹ av plastisk flytning mellom de forstørrede porene.
4. Endelig rivning av ligamentene mellom de forstørrede porene.

En komplett matematisk modell for duktile brudd bør derfor inneholde et kriterium for vekst av porer, en modell for porevekst, og et kriterium for sammenvekst av porer [4]. Det er flere matematiske modeller som beskriver vekst og sammenvekst av porer. Disse modellene beskriver en akkumulert skade² som forårsaker en forringelse av materialet og inngår under fagterminologien skademekanikk.

1 Lokalisering er benevnelsen på tøyingskonsentrasjonen som skjer lokalt i materialet og kan ses som en innsnevring av tverrsnittet før brudd.

2 Skade er benevnelsen på pore og sprekkdannelse som skjer under et duktilt brudd.

2.2. Skademekanikk

Skademekanikk blir også kalt for lokalmetoden ettersom den forsøker å beskrive prosessene som skjer i materialet lokalt hvor bruddet utvikles og inntreffer. For oversiktlighetens skyld kan det nevnes at klassisk bruddmekanikk i motsetning til skademekanikk kan kalles en globalmetode ettersom den tar i bruk globale bruddparametre [21]. Bruddmekanikk forsøker å forutsi brudd ved å ta utgangspunkt i antagelsen om at det foreligger en sprekk eller sprekk-lignende defekt i materialet. Bruddmekanikk blir ikke brukt her siden prøvestykkene ikke initielt inneholder sprekker eller sprekk-lignende defekter.

Innenfor skademekanikk kan man skille mellom to ulike metoder for å simulere duktilt brudd; den koblede og den ukoblede metoden.

2.2.1. Koblet og ukoblet metode

For duktile materialer er det foreslått mange modeller for å forutsi skadeutviklingen frem til endelig brudd. De fleste modellene behandler plastisitet og skade separat slik at plastisiteten kan behandles og karakteriseres uavhengig. Matematisk behandles derfor skaden og de to hovedvariablene spenning og tøyning ukoblet og metoden kalles derfor ukoblet metode. Spenningene og tøyningene blir da beregnet ved bruk av plastisitetsteori og von Mises plastisitet. Andre modeller antar derimot at skaden påvirker plastisiteten og følgelig er det en matematisk kobling mellom de. Metoden kalles derfor koblet metode [7].

Innenfor den koblede metoden har man to hovedlinjer; mikromekanisk metode og kontinuum skademekanikk [21]. Gurson modellen er en av de mest kjente mikromekaniske modellene og det finnes flere modifikasjoner av modellen, blant annet av Needleman og Tvergaard. Gurson modellen tar hensyn til en økende porøsitet i materialet under et duktilt brudd ved å modellere porevekst. Kontinuum skademekanikk modeller introduserer skade som en termodynamisk variabel og det er ikke nødvendigvis noen link til de fysiske prosessene som forårsaker skade.

Den koblede metoden er mer nøyaktig enn den ukoblede da den har en mykningseffekt på materialet forårsaket av skaden. Derimot er implementeringen og bruken av den koblede metoden mer komplisert enn den ukoblede. Dette er fordi det er mange parametre involvert som skal identifiseres fra tester og disse er i tillegg vanskelig å bestemme nøyaktig. Av den grunn blir bruddkriterier innenfor den ukoblede metoden evaluert.

Ukoblet metode og fenomenologiske bruddkriterier

Innenfor den ukoblede metoden for å analysere duktilt brudd bruker man makroskopiske bruddkriterier som uttrykker relasjoner mellom de eksperimentelle observasjonene fra tester og komponenter av spenninger og tøyninger uten å vurdere alle detaljene i mikrostrukturen. Ettersom man baserer teorien på eksperimentelle data kalles bruddkriteriene fenomenologiske. Plastisk tøyning er ofte brukt som en indikator for endelig brudd.

Før de fenomenologiske bruddkriteriene presenteres er det passende å gå via plastisitetsteorien ettersom denne representerer mye av grunnlaget for kriteriene.

3. Plastisitetsteori

Plastisitetsteorien og flytekriteriene utgjør et viktig grunnlag for bruddkriteriene som blir presentert i kapittel 4. Innledende til plastisitetsteorien er det praktisk å presentere noen grunnleggende definisjoner av spenninger og tøyninger.

3.1. Introduksjon

Innenfor klassisk mekanikk har man fasthetslæren og under denne grenen finner man elastisitetsteorien og plastisitetsteorien. Innenfor elastisitetsteorien er deformasjonene lineære og reversible og man kan dermed matematisk beskrive entydige forhold mellom spenning og tøyning ved Hookes lov. Innen plastisitetsteorien er deformasjonene ikke-lineære, irreversible og permanente. Den plastiske deformasjonen blir derfor bestemt ut i fra den totale lasthistorien og den totale deformasjonen er summen av alle de inkrementelle deformasjonene langs tøyningsveien. Relasjonene mellom spenning og tøyning blir derfor etablert som differensialligninger som integreres over tøyningshistorien for å oppnå spenningshistorien [14].

De matematiske relasjonene innen plastisitetsteorien er basert på eksperimentelle observasjoner av fenomener på makronivå og teorien sies derfor å være fenomenologisk.

Innledende gjennomgås noen grunnleggende og viktige definisjoner av spenninger og tøyninger [5] [13].

3.2. Spenninger og tøyninger: definisjoner

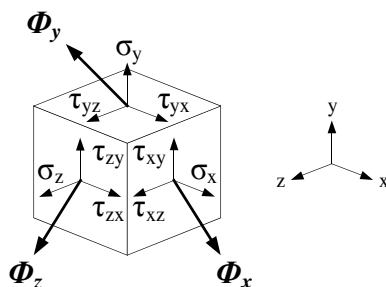
3.2.1. Spenningsmatrisen og flatekreftene

Et kontinuerlig legeme er utsatt for to typer krefter: volumkrefter (N/m^3) og flatekrefter (N/m^2). Flatekreftene kan uttrykkes som traksjonsvektorer med hensyn på koordinataksene

$$\{\Phi_x\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}, \quad \{\Phi_y\} = \begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}, \quad \{\Phi_z\} = \begin{Bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{Bmatrix}$$

der σ_x , σ_y og σ_z er normalspenningene og τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yx} , τ_{yz} , τ_{zx} og τ_{zy} er skjærspenningene.

Traksjonsvektorenes komponenter for et infinitesimalt element i et tilfeldig punkt i et legeme, er definert i figur 3.1. Sidekantenes lengder er dx , dy og dz .



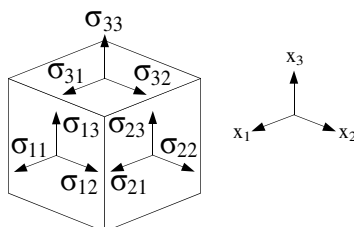
Figur 3.1: Infinitesimalt spenningselement med traksjonsvektorene og tilhørende komponenter.

Spenningen hvor som helst i et legeme er definert av Cauchy's spenningstensor, σ_{ij} . De ni komponentene av σ_{ij} beskriver fullstendig spenningsstilstanden i legemet og er gitt ved

$$\sigma_{ij} = [\boldsymbol{\sigma}] = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_x \\ \boldsymbol{\Phi}_y \\ \boldsymbol{\Phi}_z \end{Bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Indeks i angir at spenningen virker normalt på aksene x_i og j angir retningen til spenningen som er parallell med aksene x_j . Den numeriske notasjonen 1, 2 og 3 referer først og fremst til de kartesiske koordinatene x , y og z , men de angir også spenningsens plassering i matrisen ved rad i og kolonne j .

I et elementprogram er det mer gunstig å uttrykke spenningene med numerisk notasjon.



Figur 3.2: Infinitesimalt spenningselement med numerisk notasjon.

Spenningsmatrisen eller spenningsensoren er symmetrisk ettersom det kreves momentlikevekt slik at $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ og $\tau_{zx} = \tau_{xz}$. Spenningsensoren skrives dermed som

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} = [\boldsymbol{\sigma}] = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_x \\ \boldsymbol{\Phi}_y \\ \boldsymbol{\Phi}_z \end{Bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

En tilfeldig flatekraft kan uttrykkes som

$$\{\boldsymbol{\Phi}\} = [\{\boldsymbol{\Phi}_x\} \{\boldsymbol{\Phi}_y\} \{\boldsymbol{\Phi}_z\}] \{\mathbf{n}\} = [\boldsymbol{\sigma}]^T \{\mathbf{n}\}$$

der $\{\mathbf{n}\}$ er en normalvektor til flaten. Siden spenningsensoren er symmetrisk kan man skrive

følgende ligning som kalles Cauchys ligning

$$\{\boldsymbol{\Phi}\} = [\boldsymbol{\sigma}]\{\mathbf{n}\} \quad (3.3)$$

Hvis traksjonsvektoren er parallell med $\{\mathbf{n}\}$ kan man skrive

$$\{\boldsymbol{\Phi}\} = \sigma \{\mathbf{n}\}$$

og Cauchys ligning gir

$$[\boldsymbol{\sigma}]\{\mathbf{n}\} = \sigma \{\mathbf{n}\}$$

som er ekvivalent med

$$([\boldsymbol{\sigma}] - \sigma[\mathbf{I}])\{\mathbf{n}\} = \{0\} \quad (3.4)$$

og som kalles egenverdibetingelsen der $[\mathbf{I}]$ er enhetsmatrisen. En ikke-triviell løsning av egenverdiproblemet krever at

$$\det[\boldsymbol{\sigma} - \sigma\mathbf{I}] = 0 \quad (3.5)$$

Egenverdibetingelsen gir en tredjegradslikning med tre røtter som er hovedspenningene.

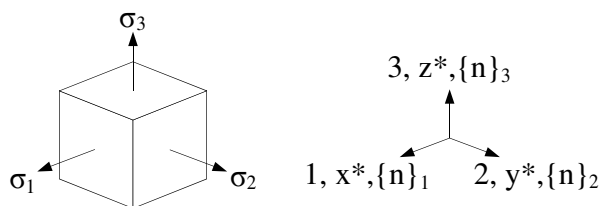
3.2.2. Hovedspenningene og de maksimale skjærspenningene

Dersom man betrakter et snittplan i et materiale og roterer dette planet slik at skjærspenningene i planet blir 0 vil normalspenningene på snittplanet få maksimalverdier. Disse kalles hovedspenningene og ordnes med avtagende størrelse som $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. På matriseform er hovedspenningene definert som

$$[\boldsymbol{\sigma}] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Der σ_1 og σ_2 er spenningene i planet og σ_3 er spenningen ut av planet, ofte definert som tykkelsesretningen.

Hovedspenningene for et infinitesimalt element er vist i figur 3.3.

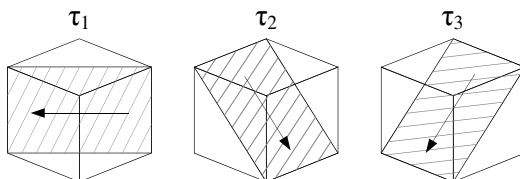


Figur 3.3: Infinitesimalt spenningselement med hovedspenningene.

De tilhørende egenvektorene $\{\mathbf{n}\}_1$, $\{\mathbf{n}\}_2$ og $\{\mathbf{n}\}_3$ fra ligning (3.4) gir hovedspenningsretningene 1, 2 og 3. Koordinatsystemet er dermed valgt slik at x, y og z sammenfaller med disse egenvektorene. De benevnes derfor x^* , y^* og z^* og kalles hhv. for hovedretning 1, 2 og 3. De maksimale skjærspenningene virker i sine respektive plan som heller 45° med hovedspenningene og er definert som

$$\tau_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \quad \tau_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}; \quad \tau_3 = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \quad (3.7)$$

Retningen for de maksimale skjærspenningene langs sine respektive skjærplan er definert i figur 3.4.



Figur 3.4: Infinitesimalt spenningselement med maksimal skjærspenning.

3.2.3. Spenningsinvariantene

Spenningsinvariantene er per definisjon invariante eller uavhengige av det valgte koordinatsystemet. Determinanten i ligning (3.5) gir tredjegradslikningen

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad (3.8)$$

hvor de tre spenningsinvariantene I_1 , I_2 og I_3 er gitt ved

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (3.9)$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 \quad (3.10)$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2 \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \quad (3.11)$$

De tre røttene i ligning (3.8) er hovedspenningene. I hovedspenningsrommet er som sagt skjærspenningene 0 og spenningsinvariantene blir dermed

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (3.12)$$

$$I_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3 \quad (3.13)$$

$$I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \quad (3.14)$$

3.2.4. Plan spenningstilstand

For testene som er utført her antar man en plan spenningstilstand ettersom platene er relativt tynne. Plan spenningstilstand er en antagelse og en forenkling der man sier at en av hovedspenningene er 0. For svært tynne plater er hovedspenningen ut av planet tilnærmet 0 og man sier at $\sigma_3 = 0$. Man kan gjøre en slik forenkling ettersom dimensjonene i hovedakse-retningene 1 og 2 er mye større enn i 3, noe som medfører at σ_3 er neglisjerbar liten i forhold til σ_1 og σ_2 . Plan spenningstilstand er en grenseverdi som kan tilnærmes ved å redusere tykkelsen av en belastet plate og er definert ved

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

Spenningstensoren i plan spenning blir dermed symmetrisk og er gitt ved

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Tøyningstensoren i plan spenning er gitt ved

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

der $\varepsilon_{33} \neq 0$ på grunn av Poisson effekten, men kan settes midlertidig lik 0 for ren 2-dimensjonal analyse.

Plan spenningstilstand uttrykt med hensyn på hovedspenningene er gitt ved

$$\sigma_1 > 0, \sigma_2 = \alpha \sigma_1; \sigma_3 = 0 \quad (3.17)$$

Det er praktisk å definere deformasjonen av et element med hensyn på spenningsforholdet, α eller tøyningsforholdet, β . Spenningsforholdet er gitt ved

$$\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (3.18)$$

For strekkforsøkene som er utført her er σ_1 aldri negativ og spenningsforholdet er derfor $0 \leq \alpha \leq 1$.

Utledet av ligningen for plastisk inkompressibilitet, ligning (3.58), får man de inkrementelle plastiske tøyningene gitt ved

$$d\varepsilon_1 > 0, \quad d\varepsilon_2 = \beta d\varepsilon_1; \quad d\varepsilon_3 = -(1 + \beta)d\varepsilon_1 \quad (3.19)$$

Tøyningsforholdet for de inkrementelle plastiske hovedtøyningene er

$$\beta = \frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} \quad (3.20)$$

For proporsjonale tøyningsveier er følgende gyldig i plan spenning

$$\varepsilon_1 > 0, \quad \varepsilon_2 = \beta\varepsilon_1; \quad \varepsilon_3 = -(1 + \beta)\varepsilon_1 \quad (3.21)$$

Tøyningsforholdet for de plastiske hovedtøyningene blir dermed

$$\beta = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (3.22)$$

Tykkelsestøyningen, ε_3 , er definert ut i fra at volumet er konstant ved plastisk deformasjon, gitt ved ligning (3.58).

De maksimale skjærspenningene for plan spenning kan dermed uttrykkes ved spenningsforholdet som

$$\tau_{max} = \max \left\{ \left| \frac{\sigma_1(1-\alpha)}{2} \right|, \left| \frac{\sigma_1\alpha}{2} \right|, \left| \frac{\sigma_1}{2} \right| \right\} \quad (3.23)$$

3.2.5. Hydrostatisk og deviatorisk spenning

En vilkårlig spenningstilstand kan representeres som en sum av to spenningstilstander som har forårsaket volumendring og formendring av et legeme. En tilstand som kun gir volumendring er en hydrostatisk³ spenningstilstand og en deviatorisk spenningstilstand vil kun gi formendring. Spenningsbidragene på matriseform blir da

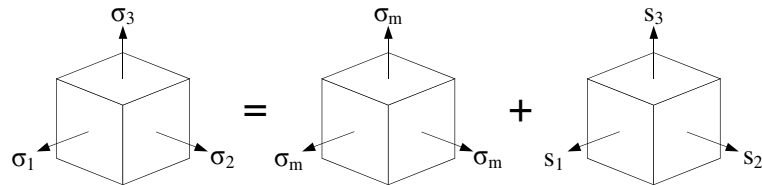
$$[\boldsymbol{\sigma}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_x & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{xy} & s_y & s_{yz} \\ s_{xz} & s_{yz} & s_z \end{bmatrix}$$

Med hensyn på hovedspenningene kan spenningstilstanden skrives som

3 Et neddykket legeme i en væske har en hydrostatisk spenningstilstand som kun gir volumendring av legemet og ingen formendring.

$$\sigma_i = \sigma_m + s_i \quad i=1,2,3 \quad (3.24)$$

Spenningstilstanden kan illustreres med spenningselementene i figur 3.5.



Figur 3.5: Hovedspenning som en sum av hydrostatisk og deviatorisk spenningstilstand.

Hydrostatisk spenning

Hydrostatisk eller volumetrisk spenning, σ_m , er gjennomsnittet av hovedspenningene definert ved

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (3.25)$$

og kalles derfor også gjennomsnittspenning.

I plan spenningstilstand uttrykkes den hydrostatiske spenningen ved hovedspenningen og spenningsforholdet som

$$\sigma_m = \sigma_1 \frac{(1+\alpha)}{3} \quad (3.26)$$

Deviatorisk spenning

Deviatorisk spenning er definert ved

$$[s] = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_m \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Hoveddeviatorspenningene er dermed definert ved

$$s_i = \sigma_i - \sigma_m \quad i=1,2,3 \quad (3.28)$$

og kalles naturlig nok også for redusert spenning. I plan spenning kan de deviatoriske hovedspenningene uttrykkes med hensyn på spenningsforholdet som

$$s_1 = \left(\frac{2-\alpha}{3}\right)\sigma_1, \quad s_2 = \left(\frac{2\alpha-1}{3}\right)\sigma_1, \quad s_3 = -\left(\frac{1+\alpha}{3}\right)\sigma_1 \quad (3.29)$$

Flyteteorien og plastisk deformasjon kan beskrives med maksimal skjærspenning eller de deviatoriske hovedspenningene.

3.2.6. Deviatoriske spenningsinvarianter

Fra egenverdibetingelsen $\det[\mathbf{s} - s\mathbf{I}]$ kan man etablere de deviatoriske spenningsinvariantene: J_1 , J_2 og J_3 gitt ved

$$J_1 = s_x + s_y + s_z \quad (3.30)$$

$$J_2 = s_x s_y + s_y s_z + s_z s_x - s_{xy}^2 - s_{yz}^2 - s_{zx}^2 \quad (3.31)$$

$$J_3 = s_x s_y s_z + 2 s_{xy} s_{yz} s_{zx} - s_x s_{yz}^2 - s_y s_{zx}^2 - s_z s_{xy}^2 \quad (3.32)$$

Med hensyn på de deviatoriske hovedspenningene er de deviatoriske spenningsinvariantene definert ved

$$J_1 = s_1 + s_2 + s_3 \quad (3.33)$$

$$J_2 = s_1 s_2 + s_2 s_3 + s_1 s_3 \quad (3.34)$$

$$J_3 = s_1 s_2 s_3 \quad (3.35)$$

3.2.7. Deviatorisk og volumetrisk tøyningsenergi

Den deviatoriske tøyningsenergitettheten er definert som

$$U_0 = \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \quad (3.36)$$

der ν er tverrkontraksjonstallet og G er skjærmodulen. Et annet navn på deviatorisk tøyningstetthet er formendningsenergi ettersom de deviatoriske spenningene er redusert til spenningene som kun forårsaker formendring av legemet. Den volumetriske tøyningstettheten er definert som

$$U_{0V} = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 \quad (3.37)$$

Den deviatoriske tøyningstettheten er analogt med ligning (3.28) definert ved

$$U_{0D} = U_0 - U_{0V} \quad (3.38)$$

og man kan skrive ut den deviatoriske tøyningstettheten som

$$U_{0D} = \frac{1}{12G} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] \quad (3.39)$$

I en flerakset spenningstilstand antar man at materialet flyter når U_{0D} når en kritisk verdi. Dette danner grunnlaget for von Mises flytekriterium som blir introdusert i et senere avsnitt. Først er det praktisk å presentere de eksperimentelle relasjonene som brukes for resultatene fra materialtestene.

3.3. Fenomenologien av plastisk deformasjon

De matematiske relasjonene innen plastisitetsteorien baserer seg på observasjoner av fenomener fra materialtester som hovedsaklig er utført i enakset spenningstilstand. Basert på observasjoner av materialoppførsel i enakset spenningstilstand kan man med matematiske formuleringer modellere en elastoplastisk materialoppførsel. Disse modellene kan så generaliseres for også å gjelde flerakset spenningstilstand.

3.3.1. Eksperimentelle relasjoner

Strekk testen er en av de vanligste mekaniske testene for konstruksjonsmaterialer. Den er raskt å gjennomføre og krever ikke avanserte apparater. Materialet blir testet under strekk i enaksiell spenningstilstand og resultatet er en spenning-tøyning kurve der spenningen og tøyningen er definert ved

$$s = \frac{F}{A_0} \quad (3.40)$$

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (3.41)$$

der A_0 er initielt tverrsnittsareal, l_0 er initiell lengde, F er påsatt kraft og l er deformert lengde. Disse relasjonene kalles hhv. for ingeniørspenning og ingeniørtøyning. Spenningen er definert som påsatt kraft over det opprinnelige arealet. Sann spenning, også kalt Cauchy spenning, er definert som

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3.42)$$

der A er det faktiske arealet som varierer gjennom hele strekktesten på grunn av plastisk deformasjon og innsnevring av tverrsnittet.

Eksperimentelle forsøk viser at plastisk deformasjon kun gir formendring og ingen volumendring. Relasjonen mellom ingeniørspenning og sann spenning er etablert basert på dette fenomenet. Etersom volumet under plastisk deformasjon holdes konstant, kan man også si at følgende forhold er konstant.

$$\frac{l}{l_0} = \frac{A_0}{A} \quad (3.43)$$

Hvis volumet er konstant så må l vokse med samme forhold som A forminskes. Dermed kan man skrive

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \frac{A_0}{A} = \frac{F}{A_0} \frac{l}{l_0} = \frac{F}{A_0} \left(1 + \frac{l-l_0}{l_0} \right)$$

og relasjonen mellom sann spenning og ingeniørspenning er definert som

$$\sigma = s(1 + e) \quad (3.44)$$

De sanne tøyningene etableres på en lignende måte for det plastiske området, men ettersom plastiske deformasjoner er veiavhengige og irreversible må de etableres på inkrementell form som

$$d\varepsilon = \frac{dl}{l} \Rightarrow \varepsilon = \int d\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right)$$

Sann tøyning kalles naturlig nok også logaritmisk tøyning og er definert ved

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (3.45)$$

Ved kombinasjon av ligningene (3.41) og (3.45) oppnår man relasjonen mellom sann tøyning og ingeniørtøyning ved

$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad (3.46)$$

Den sanne spenning-tøyning kurven for duktile materialer følger Hookes lov opp til flytegrensen gitt ved

$$\sigma = E \varepsilon \quad (3.47)$$

der E er materialets karakteristiske elastisitetsmodul. Når materialet har overskredet flytegrensen er deformasjonen permanent og ikke-reversibel og følgende ikke-lineær ligning kreves for å beskrive kurven

$$\sigma = K \varepsilon^n \quad (3.48)$$

Denne kurven kalles flytekurven og beskriver forholdet mellom flytespenningen, σ_f , og tøyningen. Flytespenningen er spenningen som kreves for å videre deformere materialet plastisk.

En ikke-lineær elastoplastisk modell kan dermed gis ved ligningene (3.47) og (3.48) som

$$\sigma = \begin{cases} E \varepsilon & \text{for } \varepsilon \leq \varepsilon_0 \\ K \varepsilon^n & \text{for } \varepsilon > \varepsilon_0 \end{cases} \quad (3.49)$$

der materialkonstanten K , kalt styrke koeffisienten, er spenningen ved $\varepsilon=1$ eller $\log \varepsilon=0$. n er fastningeksponenten som varierer fra 1 til 0 der 1 tilsvarer 100% elastisk materialoppførsel og 0 tilsvarer fullstendig perfekt plastisk materialoppførsel. Disse materialkonstantene må korrelere med flytegrensen, σ_0 , og tilhørende tøyning ved flytegrensen, ε_0 , slik at de oppfyller kravet $\sigma_0 = K \varepsilon_0^n$. Fastningeksponenten er stigningstallet til den lineære kurven for logaritmen til ligning (3.47).

Flytegrensen er spenningen som markerer grensen for proporsjonalitet mellom spenning og tøyning. I duktile materialer er ikke denne grensen lett å bestemme ettersom overgangen fra det elastiske til det plastiske området kan være svært jevn og et flyteplatå er fraværende. Flytegrensen blir da bestemt ut i fra spenningen som korresponderer til en avlastet og permanent tøyning på 0,002 eller 0,2%.

Plastisitetsteoriens grunnleggende kinematiske antagelse er at den totale tøyningen kan deles opp i elastisk og plastisk tøyning.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (3.50)$$

Og på inkrementell form

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \quad (3.51)$$

Flytekurven for materialer uten markant flyteplatå er ofte tilpasset med Ramberg-Osgood modellen [9]. Materialmodellen behandler den plastiske og elastiske tøyningen separat og summerer de som følger

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + k \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.52)$$

der k er en materialkonstant og kan tilpasses slik at σ_0 vil tilsvare en flytegrense ved 0,2% avlastet tøyning. Ramberg-Osgood modellen kan også skrives med hensyn på materialkonstanten K som

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K \left(\frac{\sigma}{E} \right)^n \quad (3.53)$$

I det elastiske området er forholdet mellom spenningene og tøyningene for hovedaksene definert ved Hookes lov som

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - v(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - v(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - v(\sigma_1 + \sigma_2)]\end{aligned}\tag{3.54}$$

der v er poisson forholdet eller tverrkontraksjonstallet. Tilsvarende relasjoner mellom spenning og tøyning etableres for det plastiske området for flerakset spenningstilstand, men da på inkrementell form. Flyteflaten, flyteregelen og fastningsregelen danner grunnlaget for relasjonene mellom spenningene og tøyningene under plastisk deformasjon.

3.4. Flyteflaten: flytekriteriene

Under enakset spenningstilstand flyter materialet når spenningen i tallverdi når flytegrensen. Under flerakset spenningstilstand representerer flytekriteriet en overflate for flyting i spenningsrommet der koordinataksene er hovedspenningene eller de deviatoriske spenningsinvariantene. Spenningstilstanden innenfor flaten er elastisk. Når spenningstilstanden ligger på overflaten for flyting sier man at materialet har nådd flytegrensen. Når flytespenningen øker utvider flyteflaten seg på grunn av isotrop fastning.

3.4.1. Trescas flytekriterium

Trescas flytekriterium, eller maksimal skjærspenning flytekriterium, er basert på at materialet flyter når den absolutte differansen mellom den største og den minste hovedspenningen er lik flytegrensen, σ_0 .

$$\max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) = \sigma_0\tag{3.55}$$

3.4.2. Von Mises flytekriterium

Eksperimentelle undersøkelser viser som sagt at under plastisk deformasjon av metaller er volumet konstant. Det deviatoriske bidraget gir kun formendring og ingen volumendring. Plastisk flytning er derfor kun avhengig av den deviatoriske spenningstilstanden.

I en flerakset spenningstilstand vil flytning inntreffe når deformasjonstøyningsenergien oppnår tilsvarende verdi som gir flytning i enakset strekk. Den deviatoriske tøyningstettheten, gitt ved ligning (3.39), for flytning i enakset strekk skrives som

$$U_{0D} = \frac{\sigma_0^2}{6G} = U_{0D,cr} \Rightarrow \sqrt{6G U_{0D,cr}} = \sigma_0$$

og flytekriteriet kan dermed skrives som

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{zx}^2)]} = \sigma_0 \quad (3.56)$$

som kalles von Mises flytekriterium og er kun avhengig av den andre deviatoriske spenningsinvarianten gitt ved ligning (3.31).

3.5. Flyteregelen

Det er tidligere nevnt at plastisk tøyning ikke gir volumendring og de deviatoriske spenningene gir kun formendring. Levy-Mises flyteregel (flyteregelen) tar utgangspunkt dette og sier at forholdet mellom de inkrementelle plastiske tøyningene og de deviatoriske spenningene er konstant. Flytning i enakset spenningstilstand gir

$$\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

og forholdet mellom de deviatoriske spenningene kan uttrykkes som

$$s_2 = s_3 = -\frac{1}{2}s_1 \quad (3.57)$$

Konservering av volum kan uttrykkes ved de inkrementelle hovedtøyningene som

$$d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0 \quad (3.58)$$

Se appendiks A.1.1 for utledning av ligning (3.58). Integrering av ligning (3.58) gir uttrykket for konservert volum uttrykt ved hovedtøyningene gitt ved

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0 \quad (3.59)$$

Konservering av volum og antagelsen om isotropisk materiale gir

$$d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3 = -\frac{1}{2}d\varepsilon_1 \quad (3.60)$$

Man antar her at materialet er isotropisk og at de elastiske tøyningene er neglisjerbare. Ved kombinasjon av ligningene (3.57) og (3.60) får man flyteregelen gitt ved ligning (3.61).

$$\frac{d\varepsilon_1}{s_1} = \frac{d\varepsilon_2}{s_2} = \frac{d\varepsilon_3}{s_3} = d\lambda \quad (3.61)$$

$d\lambda$ er den plastiske multiplikatoren som er en positiv skalar. For plan spenning kan de inkrementelle hovedtøyningene uttrykkes ved spenningsforholdet ved kombinasjon av ligningene (3.29) og (3.61) som

$$\frac{d\varepsilon_1}{(2-\alpha)} = \frac{d\varepsilon_2}{(2\alpha-1)} = \frac{d\varepsilon_3}{-(1+\alpha)} \quad (3.62)$$

3.5.1. Relasjon mellom spenning og tøyningsforholdet

Tøyningsforholdet kan dermed, basert på ligning (3.62), defineres med hensyn på spenningsforholdet som

$$\beta = \frac{2\alpha-1}{2-\alpha} \quad (3.63)$$

Spenningsforholdet kan dermed uttrykkes ved tøyningsforholdet som

$$\alpha = \frac{2\beta+1}{2+\beta} \quad (3.64)$$

Ved en gitt spenning under plastisk deformasjon, dersom α er kjent, kan tøyningsforholdet finnes. Flyteregelen gir forholdet mellom spenningene og tøyningene, men den gir ikke størrelsen av tøyningene.

3.6. Plastisk arbeid og fastning

Når materialet har nådd flytegrensen, σ_0 , og belastningen fortsetter å øke så flyter materialet med en kontinuerlig endrende spenning kalt flytespenningen, σ_f . Flytespenningen øker, riktignok med en avtagende rate, og følgelig utvider flyteflaten seg. Flytespenningen øker ettersom materialet gjennomgår en fastning. For å modellere en deformasjonsprosess kreves derfor at man kan følge deformasjonen langs med en gitt belastningshistorie etterhvert som flytespenning endrer seg. Det kreves at man avdekker fastningsegenskapene til materialet fra en sann spenning-tøyning kurve basert på en strekk test [10].

3.6.1. Fastningsreglene

Under plastisk deformasjon skjer det dislokasjoner av krystallene i materialstrukturen. En økning i plastisk deformasjon gir en økning i antall dislokasjoner. Ettersom krystallenes glideplan har ulike glideretninger vil et økende antall dislokasjoner føre til et økende antall kryssinger av krystallenes respektive glideretninger og følgelig et økende antall hindringer for andre krystaller mot dislokasjon [2]. Dette fenomenet åpenbarer seg som en motstand mot plastisk deformasjon; det skjer en fastning⁴ av materialet og flytespenningen øker. Fastningsreglene beskriver hvordan flyteflaten endrer seg i form og størrelse under plastisk deformasjon på grunn av tøyningfastning.

Det er to modeller for fastning;

1. Isotrop fastning beskriver monoton belastning. For denne modellen vil flyteflaten

⁴ Fastning eller herding er her beskrevet som deformasjonsherding. Andre herdingsmekanismer er løsningsherding, partikkelherding og korngrænseherding.

ekspandere i alle retninger under plastisk deformasjon.

2. Kinematisk fastning beskriver syklisk belastning. For denne modellen vil flyteflaten ha konstant form og størrelse, men den forflytter seg langs hovedaksene. Et eksempel på kinematisk fastning er Bauchinger effekten som beskriver fenomenet der endring av tøyingsretningen reduserer flytegrensen.

En kombinasjon av de to modellene blir også brukt som en generalisering.

Isotrop fastning er tilstrekkelig for bruddkriteriene her da prøvestykkene er monotont belastet. Kinematisk fastning blir derfor ikke videre utledet.

Isotrop fastning og plastisk arbeid

For å beskrive isotrop fastning kan man bruke plastisk arbeid. Det viser seg fra eksperimenter at flytespenningen øker med mengden plastisk arbeid som er utført uavhengig av typen deformasjonsprosess som produserte det plastiske arbeidet forutsatt en monoton deformasjonsprosess [10]. Det inkrementelle plastiske arbeidet er gitt ved

$$dW_p = \sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3 \quad (3.65)$$

Uttrykket for det inkrementelle plastiske arbeidet danner grunnlaget for spenning-tøyning relasjonene under plastisk deformasjon.

3.7. Effektivspenning og effektivtøyning

Det inkrementelle plastiske arbeidet kan uttrykkes som en funksjon på formen

$dW_p = f_1(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) df_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ der funksjonene f_1 og f_2 representerer henholdsvis en ekvivalent, representativ eller effektiv spenning, $\bar{\sigma}$, og effektiv tøyning, $\bar{\varepsilon}$. Effektivspenningen og effektivtøyningen beskriver tilstanden av spenning og tøyning under plastisk deformasjon slik at man kan skrive

$$dW_p = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon} \quad (3.66)$$

Etterhvert som materialet flyter, ekspanderer flyteflaten og en passende spenningsfunksjon for å beskrive spenningen under plastisk deformasjon er von Mises flytekriterium.

3.7.1. Effektivspenning

Von Mises flytekriterium gir det samme resultatet uavhengig av det valgte koordinatsystemet ettersom kriteriet viser seg å være relatert til den andre deviatoriske spenningsinvarianten, J_2 , gitt ved ligning (3.31). Når materialet flyter vil effektivspenningen, $\bar{\sigma}$, gitt ved von Mises flytekriterium, være lik flytespenningen, σ_f , og minst lik flytegrensen, σ_0 . Uttrykker man von Mises flytekriterium med hensyn på hovedspenningene så blir skjærspenningene 0 og man skriver von Mises flytekriterium eller effektivspenningen som

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (3.67)$$

Effektivspenningen i plan spenningstilstand blir dermed

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} \quad (3.68)$$

Effektivspenningen i plan spenning uttrykt ved hovedspenningen og spenningsforholdet er gitt ved

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 \sqrt{1 - \alpha + \alpha^2} \quad (3.69)$$

3.7.2. Effektivtøyning

Det antas at en effektiv plastisk tøyning eller effektivtøyning, $\bar{\varepsilon}$, kan uttrykkes som inkrementelt plastisk arbeid per enhetsvolum. Ved en kombinasjon av ligning (3.66) og (3.69) får man den inkrementelle effektivtøyningen.

$$\begin{aligned} dW_p &= \sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3 = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon} \\ \Rightarrow d\bar{\varepsilon} &= \frac{1}{\bar{\sigma}} (\sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3) \end{aligned}$$

Basert på ligning (3.61) kan flyteregelen med hensyn på de inkrementelle effektivtøyningene og den plastiske multiplikatoren uttrykkes ved

$$\begin{aligned} d\varepsilon_1 &= d\lambda s_1 \\ d\varepsilon_2 &= d\lambda s_2 \\ d\varepsilon_3 &= d\lambda s_3 \end{aligned} \quad (3.70)$$

Flyteregelen uttrykt med hensyn på de inkrementelle effektivtøyningene og effektivspenningen er gitt ved

$$\begin{aligned} d\varepsilon_1 &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] \\ d\varepsilon_2 &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] \\ d\varepsilon_3 &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right] \end{aligned} \quad (3.71)$$

Effektivtøyning, $\bar{\varepsilon}$, er gitt på inkrementell form som

$$d\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2)} \quad (3.72)$$

Ved kombinasjon av ligning (3.19) kan man uttrykke ligning (3.72) ved tøyingsforholdet

$$d\bar{\varepsilon} = d\varepsilon_1 \sqrt{\frac{4}{3} (1 + \beta + \beta^2)} \quad (3.73)$$

Integrasjon av ligning (3.73) gir effektivtøyningen uttrykt som

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\left[\frac{2}{3} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) \right]} \quad (3.74)$$

For utledning av ligning (3.74), se appendiks A.2.2.

Ved å kombinere ligning (3.21) og (3.74), kan effektivtøyningen uttrykkes for plan spenningstilstand ved den største hovedtøyningen og tøyingsforholdet som

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_1 \sqrt{\frac{4}{3} (1 + \beta + \beta^2)} \quad (3.75)$$

3.8. Isotrope fastningsregler for effektivspenning-effektivtøyning relasjon

Effektivspenning og effektivtøyning er nå etablert og relasjonen kan skrives som $\bar{\sigma} = f(\bar{\varepsilon})$. For modellering av effektivspenning-effektivtøyning kurven, kan ligning (3.48) brukes og uttrykkes ved effektivspenningen og effektivtøyningen som

$$\bar{\sigma} = K \bar{\varepsilon}^n \quad (3.76)$$

og kalles Hollomon & Voce spenning-tøyingsforhold eller Ludwik fastningsregel. Modellen kan brukes for å tilpasse en materialkurve fra en strekktest og for direkte implementering i et elementprogram uttrykkes den på formen

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + K \varepsilon_p^n \quad (3.77)$$

der ε_p er plastisk tøyning og er definert ved

$$\varepsilon_p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (3.78)$$

For en strekktest er $\varepsilon_p = \bar{\varepsilon}$. En modell av Voce [23] kan også brukes for å tilpasse materialkurven fra en strekktest med homogen deformasjon. Nøyaktigheten kan økes ved å legge til flere ledd. Voce fastningsregel med to ledd er gitt ved

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + \sum_{i=1}^2 Q_i \left[1 - \exp(-C_i \bar{\varepsilon}) \right] \quad (3.79)$$

der C_i og Q_i er materialparametere som man tilpasser kurven med.

3.9. Deformasjonsmoder og spenningstilstander i plan spenning

Definisjonene for effektivspenningen og effektivtøyningen er etablert med utgangspunkt i enakset spenningstilstand. Alle testene som er utført her er i plan spenningstilstand ($\sigma_3=0$) med deformasjonsmodene rent skjær, enakset strekk og plan tøyning. I tillegg er det utført Arcan-tester, der kombinasjoner av disse deformasjonsmodene inntreffer.

3.9.1. Rent skjær

Under rent skjær er spenningsforholdet $\alpha=-1$ og effektivspenningen blir da

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3} \sigma_1 \quad (3.80)$$

Spenningstensoren er gitt ved

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Under rent skjær er $\beta=-1$ og effektivtøyningen blir dermed

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \quad (3.82)$$

Tøyningstensoren er gitt ved

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

3.9.2. Enakset strekk

Under enakset strekk er $\sigma_1 = \sigma_f$ og $\sigma_2 = 0$. Dermed er spenningsforholdet $\alpha = 0$. Effektivspenningen gitt ved ligning (3.69) blir dermed

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 \quad (3.84)$$

Spenningstensoren er gitt ved

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Når platen strekkes i den første hovedretningen og trekker seg sammen i den andre og tredje hovedretningen, har man enakset strekk. Ved å anta isotropisk materialoppførsel antar man at materialet har identiske egenskaper i alle retninger og man kan si at $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$. Ettersom volum er konserverert ved plastisk deformasjon, får man følgende relasjon fra ligning (3.59).

$$\varepsilon_2 = -\frac{1}{2} \varepsilon_1 \quad (3.86)$$

For enakset strekk i plan spenning er dermed $\beta = -1/2$. Ved kombinasjon av ligningene (3.86) og (3.75), er effektivtøyningen for enakset strekk gitt ved

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_1 \quad (3.87)$$

Tøyningstensoren er gitt ved

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\varepsilon_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{\varepsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\bar{\varepsilon} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\bar{\varepsilon} \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

3.9.3. Plan tøyning

Under plan tøyning er spenningsforholdet $\alpha=1/2$. Effektivspenningen gitt ved ligning (3.69), er dermed

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_1 \quad (3.89)$$

Spenningstensoren er gitt ved

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Under plan tøyning er ε_2 tilnærmet lik 0 og man antar at $\varepsilon_2=0$ slik at $\beta=0$. Uttrykket for effektivtøyningen blir dermed

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \quad (3.90)$$

Ettersom volumet er konserververt under plastisk deformasjon, er $\varepsilon_{33}=-\varepsilon_{11}$ og tøyningstensoren er dermed gitt ved

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}\bar{\varepsilon} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}\bar{\varepsilon} \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

3.9.4. Oppsummering: deformasjonsmoder og spenningstilstander

Spenning og tøyningstilstandene for de karakteristiske deformasjonsmodene i plan spennings-tilstand er her oppsummert for å gi en oversikt.

	Rent skjær	Enakset strekk	Plan tøyning
$\alpha =$	-1	0	$\frac{1}{2}$
$\beta =$	-1	$-\frac{1}{2}$	0
$\sigma_1 =$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} = 0,58\bar{\sigma}$	$\bar{\sigma}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} = 1,15\bar{\sigma}$
$\sigma_2 =$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} = -0,58\bar{\sigma}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} = 0,58\bar{\sigma}$
$\sigma_3 =$	0	0	0
$\varepsilon_1 =$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\bar{\varepsilon} = 0,87\bar{\varepsilon}$	$\bar{\varepsilon}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\bar{\varepsilon} = 0,87\bar{\varepsilon}$
$\varepsilon_2 =$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\bar{\varepsilon} = -0,87\bar{\varepsilon}$	$-\frac{1}{2}\bar{\varepsilon}$	0
$\varepsilon_3 =$	0	$-\frac{1}{2}\bar{\varepsilon}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\bar{\varepsilon} = -0,87\bar{\varepsilon}$

Tabell 3.1: Spenning og tøyningstilstand under tre deformasjonsmoder.

Blant disse tre deformasjonsmodene er rent skjær den deformasjonsmoden som krever minst spenning. For flytning i rent skjær kreves 58% av den spenningen som kreves for flytning i enakset strekk. Siden deformasjonsmoden krever liten kraft og det er ingen deformasjon i tykkelsesretningen ($\varepsilon_3=0$), er denne deformasjonsmoden attraktiv i en industriell sammenheng.

4. Bruddkriterier

4.1. Introduksjon

I forkant av et duktilt brudd skjer det en økende forringelse av materialets strekkfasthet som er forårsaket av en progressiv mekanisk prosess der det foregår poredannelse, vekst og sammenvekst av porer på mikronivå inni materialet. Flytning i materialet reduserer spennin-
gene som ellers ville oppstått som en spenningskonsentrasjon, men erstatter de med en tøyningsskonsentrasjon. Under dannelsen av et duktilt brudd har man en plastisk tøyningsskonsentrasjon langs et plan med porer og lokal innsnevring utvikles. Den kritiske bruddtøyningen oppnås deretter raskt. Det viser seg etter beregninger av størrelsen og avstanden mellom porene, at de evner ikke å vokse sammen jevnt og homogent, men krever lokalisering for å generere de høye tøyningene som kreves for sammenvekst [17], [11]. Under lokalisering skjer det en endring av spenningstilstanden i materialet. Spenningstriaksialiteten karakteriserer denne tilstanden. Blant andre McClintock [17] og Rice & Tracy [19] har vist at raten porene vokser med avhenger sterkt av spenningstriaksialiteten. Det er blant annet vist ved strekk tester av Hancock & Mackenzie [11] at duktiliteten i høyfast stål, er markant avhengig av spenningstriaksialiteten. Eksperimenter viser forøvrig at poredannelse skjer lettere under høy treakset spenningstilstand.

Man kan dermed si at styringsmekanismene for utviklingen frem mot et duktilt brudd er poredannelse, porevekst og lokalisering. Ettersom spenningstriaksialiteten påvirkes av alle disse faktorene har man dermed en parameter som beskriver styringsmekanismene frem mot brudd, men et kriterium for endelig brudd kreves. Evnen et materiale har for å tillate store deformasjoner uten å gå til brudd, kalles brudd-duktilitet og effektivtøyningen viser seg å være et godt mål for dette [3]. Effektivtøyningen som funksjon av spenningstriaksialiteten kan derfor brukes som et bruddkriterium.

4.2. Spenningstriaksialiteten

Spenningstriaksialiteten er en dimensjonsløs parameter som karakteriserer spenningstilstanden i materialet. Lokalisering og innsnevring før brudd fører til økt treakset spenningstilstand lokalt i innsnevringen. En avtagende duktilitet øker spenningstriaksialiteten fordi materialet motsetter seg deformasjon. Spenningstriaksialiteten er definert som forholdet mellom hydrostatisk spenning og effektivspenningen gitt ved

$$\sigma^* = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \quad (4.1)$$

Matematisk sett ser man at spenningstriaksialiteten uttrykker andelen av effektivspenning som den hydrostatiske spenningen utgjør. Det er nevnt i kapittel 2.1 at den hydrostatiske spenningen forårsaker porevekst. Porevekst endrer volumet, og spenningene som svarer til denne prosessen er de hydrostatiske. Fra et spenningsbasert aspekt kan man dermed indirekte beskrive de fysiske prosessene som foregår på mikronivå i materialet under et duktilt brudd uten å gå i detalj.

For plan spenningstilstand kan spenningstriaksialiteten uttrykkes med hensyn på spenningsforholdet ved en kombinasjon av ligningene (3.26) og (3.69).

$$\sigma^* = \frac{1+\alpha}{3\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \quad (4.2)$$

En grenseverdi for spenningstriaksialiteten i plan spenning er når $\alpha=1$ som gir $\sigma^*=2/3$. I innsnevringen vil σ_2 kunne nærme seg σ_1 , men vil alltid være mindre eller lik σ_1 slik at $\alpha \leq 1$. En annen grenseverdi er for trykkspenninger når $\alpha=-\infty$ som gir $\sigma^*=-1/3$. For de tre karakteristiske deformasjonsmodene rent skjær, enakset strekk og plan tøyning er den tilhørende spenningstriaksialiteten gitt i tabell 4.1.

	Rent skjær	Enakset strekk	Plan tøyning
$\alpha =$	-1	0	$\frac{1}{2}$
$\sigma^* =$	0	$\frac{1}{3} \approx 0.333$	$\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.577$

Tabell 4.1: Spenningstriaksialitet for tre karakteristiske deformasjonsmoder.

4.3. Fenomenologiske bruddkriterier

I det innledende kapitlet om grunnleggende mekanismer for duktilt brudd, ble begrepet ukoblet metode introdusert. Innen den ukoblede metoden har man fenomenologiske bruddkriterier der det antas [12] at duktilt brudd er forårsaket av en av de to følgende mekanismene:

1. Det oppstår lokale skjærbånd hvor porer dannes, vokser og vokser sammen under høy skjærtøyning.
2. Dannelse av porer, porevekst og sammenvekst i hoveddelen av materialet.

De fenomenologiske bruddkriteriene er ofte uttrykt i et bruddiagram gitt ved spenningstriaksialiteten og effektiv bruddtøyning, og de fleste modellene uttrykker bruddkriteriet som et integral da tøyingsveien er ikke-lineær.

4.3.1. Cockcroft-Latham kriteriet

Cockcroft og Latham [6] foreslo et bruddkriterium som sier at brudd oppstår når den akkumulerte effektive plastiske tøyningen når bruddtøyningen. Cockcroft-Latham (CL) kriteriet krever kun en parameter for kalibrering og modellerer den andre av de to ovennevnte mekanismene for duktilt brudd. Kriteriet uttrykkes generelt ved

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} \langle \sigma_1 \rangle d\bar{\epsilon} = W_f \quad \langle \sigma_1 \rangle = \begin{cases} \sigma_1 & \text{for } \sigma_1 \geq 0 \\ 0 & \text{for } \sigma_1 < 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

hvor $\bar{\epsilon}_f$ er tøyning ved brudd og W_f er det totale plastiske arbeidet per enhetsvolum som kreves for brudd. W_f er en materialkonstant og kalibreringskonstanten for bruddkriteriet. Det totale plastiske arbeidet som kreves for brudd, W_f , kan finnes ved å integrere den sanne spenning-tøyning kurven frem til bruddtøyningen.

For strekktestene utført her er $\langle \sigma_1 \rangle = \sigma_1$. Setter man inn for den største hovedspenningen uttrykt ved ligning (3.68) blir CL-kriteriet:

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{1}{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} = W_f \quad (4.4)$$

Kombinerer man ligning (4.4) med ligning (3.48) og integrerer, får man uttrykket

$$\frac{K}{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \left(\frac{\bar{\epsilon}_f^{n+1}}{n+1} \right) = W_f$$

For detaljerte utledninger se appendiks B.1. CL-kriteriet blir dermed

$$\bar{\epsilon}_f = \left[\frac{W_f}{K} (n+1) \sqrt{1-\alpha+\alpha^2} \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (4.5)$$

4.3.2. CrachFEM

CrachFEM er sammensatt av to modeller der den ene tar hensyn til duktilt brudd og den andre skjærbrudd. Modellen som tar hensyn til duktilt brudd modellerer for porevekst og sammenvoksing av porer, er kun avhengig av spenningstriaksialiteten [25] og er uttrykt ved

$$\bar{\epsilon}_f^{ductile} = d_0 e^{(-3c\sigma^*)} + d_1 e^{(3c\sigma^*)} \quad (4.6)$$

der d_0 , d_1 og c er kalibreringskonstantene.

Modellen som beskriver skjærbrudd er uttrykt ved

$$\bar{\epsilon}_f^{shear} = d_2 e^{(-f\theta)} + d_3 e^{(f\theta)} \quad (4.7)$$

der skjærbrudd parameteren, θ , er avhengig av spenningstriaksialiteten og maksimal skjærspenning, definert ved

$$\theta = \frac{\bar{\sigma}}{\tau_{max}} (1 - 3k_s \sigma^*) \quad (4.8)$$

Den maksimale skjærspenningen, τ_{max} gitt ved ligning (3.23), har som sagt to maksimalverdier for positivt og negativt spenningsforhold. Man kan uttrykke θ ved α ved å kombinere ligningene (3.23), (3.69) og (4.2) med (4.8).

$$\theta = \begin{cases} 2 \left[\sqrt{1 - \alpha + \alpha^2} - k_s (1 + \alpha) \right] & \text{for } 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 2 \left[\frac{\sqrt{1 - \alpha + \alpha^2} - k_s (1 + \alpha)}{(1 - \alpha)} \right] & \text{for } -\infty \leq \alpha \leq 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

Materialparametrene k_s , f , d_2 og d_3 bestemmes fra forsøk. For kalibrering av crachFEM kreves 4 uavhengige tester. Det komplette funksjonsuttrykket for skjærbruddmodellen av crachFEM, blir ligning (4.7) kombinert med (4.9). For utledning av skjærparameteren se, appendiks B.2.

4.3.3. Fracture Forming Limit Diagram

Fracture Forming Limit Diagram (FFLD) er basert på lokal innsnevring og har blitt utviklet i metallformingsindustrien for å karakterisere overgangen fra innsnevringen i plan spenning til brudd på grunn av transversal plan tøyning. Kriteriet gjelder kun for tynne plater i plan spenning. Kriteriet krever kun en test for kalibrering og kalibreringskonstanten er den transversale bruddtøyningen, ε_{3f} . Kriteriet kan kalibreres med en test i enakset strekk eller plan tøyning. Bruddkriteriet sier at brudd oppstår når bruddtøyningen ut av planet når en kritisk bruddtøyning, ε_{3f} .

$$-\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_{3f} \quad (4.10)$$

Ved kombinasjon av ligningene (3.22), (3.59), (3.63) og (3.75), kan man uttrykke bruddtøyningen ved spenningsforholdet som

$$\bar{\varepsilon}_f = -\varepsilon_{3f} 2 \frac{(2-\alpha)}{(\alpha+1)} \sqrt{\frac{1-\alpha+\alpha^2}{(2-\alpha)^2}} \quad (4.11)$$

For detaljert utledning, se appendiks B.3.

4.3.4. Johnson-Cook kriteriet

Johnson og Cook [16] foreslo en modell der den effektive plastiske bruddtøyningen er en monoton funksjon av spenningstriaksialiteten. Johnson-Cook (JC) kriteriet er gitt ved

$$\bar{\varepsilon}_f = C_1 + C_2 e^{(C_3 \sigma^*)} \quad (4.12)$$

C_1 , C_2 og C_3 er materialkonstanter og kalibreringskonstanter som bestemmes fra forsøk. JC-kriteriet krever minst 3 tester for kalibrering.

4.3.5. Konstant effektivtøyning

Dette kriteriet har sin opprinnelse fra tidlig på 1900-tallet [15]. Kriteriet sier at brudd oppstår når den effektive plastiske tøyningen, $\bar{\varepsilon}$, når en effektiv kritisk bruddtøyning, $\bar{\varepsilon}_f$, slik at bruddkriteriet uttrykkes som

$$\bar{\varepsilon}_f = \text{konstant} \quad (4.13)$$

4.3.6. Maksimal skjærspenning kriteriet

Det er flere bevis som kan tyde på at duktilt brudd oppstår i et plan med maksimal skjærspenning. Wierzbicki m. fl. [25] utførte en serie tester for å finne en bruddmodell som kunne la seg nøyaktig kalibrere med et minst mulig antall tester og fant at maksimal skjærspenning (MS) kriteriet var det kriteriet som fulgte de eksperimentelle dataene med en «ingeniør» nøyaktighet, og kriteriet krever kun en test for kalibrering som er den maksimale skjærspenningen ved brudd. For kalibrering av denne modellen bør man derfor bruke en ren skjærtest eller en plan tøyning test. Kriteriet modellerer den første av de to ovennevnte mekanismene for duktilt brudd og modellen sier at brudd oppstår når den maksimale skjærspenningen når en kritisk verdi. Det generelle uttrykket for MS-kriteriet er

$$\tau_f = \tau_{max} \quad (4.14)$$

Der τ_{max} er gitt ved ligning (3.23). MS-kriteriet i plan spenningstilstand uttrykt ved spenningsforholdet, er gitt ved

$$\tau_f = \max \left\{ \left| \frac{\sigma_1(1-\alpha)}{2} \right|, \left| \frac{\sigma_1\alpha}{2} \right|, \left| \frac{\sigma_1}{2} \right| \right\} \quad (4.15)$$

Ved en kombinasjon av materialmodellen gitt ved ligningene (3.76) og effektivspenningen gitt ved ligning (3.68), får man MS-kriteriet uttrykt som bruddtøyningen.

$$\bar{\varepsilon} = \left[\frac{2\tau_{max}}{K} \sqrt{1-\alpha+\alpha^2} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (4.16)$$

Da τ_{max} gir to maksimalverdier for negative og positive verdier av α , får man følgende to uttrykk for MS-kriteriet

$$\bar{\varepsilon}_f = \begin{cases} \left[\frac{2\tau_f \sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{K} \right]^{\frac{1}{n}} & \text{for } 0 \leq \alpha \leq 1 \\ \left[\frac{2\tau_f \sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{K(1-\alpha)} \right]^{\frac{1}{n}} & \text{for } -\infty \leq \alpha \leq 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

For utledning henvises det til appendiks B.4.

4.3.7. Wilkins kriteriet

Wilkins påstod at brudd oppstår når integralet i ligning (4.18) når en kritisk verdi av den akkumulerte skaden, D_c . Bruddkriteriet er basert på en sum av den inkrementelle plastisiteten representert ved to vektfunksjoner w_1 og w_2 , som uavhengig veier opp samlet skade forårsaket av hhv. den hydrostatiske og deviatoriske komponenter av lasten.

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} w_1 w_2 d\bar{\epsilon} = D_c \quad (4.18)$$

Vektfunksjonen for hydrostatisk trykk er gitt ved $w_1 = (1 + a\sigma_m)^{-\lambda}$ og det deviatoriske vektuttrykket er gitt ved $w_2 = (2 - A)^\mu$.

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{(2 - A)^\mu}{(1 + a\sigma_m)^\lambda} d\bar{\epsilon} = D_c \quad (4.19)$$

I Wilkins kriteriet er det de fire kalibreringskonstantene A , a , λ og μ som må bestemmes fra forsøk. Fire forsøk kreves for kalibrering. Parameteren A er definert ved

$$A = \max\left(\frac{s_2}{s_1}, \frac{s_2}{s_3}\right) \quad (4.20)$$

Der $s_1 > s_2 > s_3$ er de deviatoriske spenningene. Integrering av kriteriet gitt ved ligning (4.19) gir

$$\bar{\epsilon}_f = \frac{D_c (1 + a\sigma_m)^\lambda}{(2 - A)^\mu} \quad (4.21)$$

For en ren skjærtrest er $\alpha = -1$, noe som gir $A = 0$ og $\sigma_m = 0$, og kriteriet reduseres til

$$\bar{\epsilon}_f = D_c 2^{(-\mu)} \quad (4.22)$$

For enakset strekk er $\alpha = 0$, noe som gir $A = 1$ og $\sigma_m = 1/3\sigma_1$, og kriteriet blir

$$\bar{\epsilon}_f = D_c \left(1 + \frac{1}{3} a\sigma_1\right)^\lambda \quad (4.23)$$

For plan tøyning er $\alpha = 1/2$, noe som gir $A = 0$ og $\sigma_m = 1/2\sigma_1$, og kriteriet blir

$$\bar{\epsilon}_f = D_c \left(1 + \frac{1}{2} a\sigma_1\right)^\lambda 2^{(-\mu)} \quad (4.24)$$

Utleddninger er gitt i appendiks B.5.

4.3.8. Xue-Wierzbicki modellen

Brudd påstås å inntreffe når den akkumulerte effektive tøyningen når en grenseverdi lik 1 [24].

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{1}{F(\sigma^*, \xi)} d\bar{\epsilon} = 1 \quad (4.25)$$

$$\bar{\epsilon}_f = F(\sigma^*, \xi) = C_1 e^{-C_2 \sigma^*} - (C_1 e^{-C_2 \sigma^*} - C_3 e^{-C_4 \sigma^*}) (1 - \xi^{1/n})^n \quad (4.26)$$

C_1 , C_2 , C_3 og C_4 er materialkonstanter og kalibreringskonstanter som bestemmes fra forsøk. Parameteren ξ er variabelen for den deviatoriske tilstanden og er definert ved

$$\xi = \frac{27}{2} \frac{J_3}{\bar{\sigma}^3} \quad (4.27)$$

der J_3 er definert ved ligning (3.35). For plan tøyning er $\xi=0$, og for aksesymmetrisk spenningstilstand er $\xi=1$. Siden ξ og σ^* varierer med belastningen må en gjennomsnittlig verdi av ξ og σ^* benyttes. Xue-Wierzbicki bruddkriteriet krever fire uavhengige tester for kalibrering.

Bruddkriterier: oppsummering

Cockcroft-Latham:	$\bar{\varepsilon}_f = \left[\frac{W_f}{K} (n+1) \sqrt{1-\alpha+\alpha^2} \right]^{\frac{1}{n+1}}$
CrachFEM:	$\bar{\varepsilon}_f^{ductile} = d_0 e^{(-3c\sigma^*)} + d_1 e^{(3c\sigma^*)}$
Fracture Forming Limit Diagram:	$\bar{\varepsilon}_f = -\varepsilon_{3f} 2 \frac{(2-\alpha)}{(\alpha+1)} \sqrt{\frac{1-\alpha+\alpha^2}{(2-\alpha)^2}}$
Johnson-Cook:	$\bar{\varepsilon}_f = C_1 + C_2 e^{(C_3\sigma^*)}$
Konstant effektivtøyning:	$\bar{\varepsilon}_f = konstant$
Maksimal skjærspenning:	$\bar{\varepsilon}_f = \begin{cases} \left[\frac{2\tau_f \sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{K} \right]^{\frac{1}{n}} & \text{for } 0 \leq \alpha \leq 1 \\ \left[\frac{2\tau_f \sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{K(1-\alpha)} \right]^{\frac{1}{n}} & \text{for } -\infty \leq \alpha \leq 0 \end{cases}$
Wilkins:	$\bar{\varepsilon}_f = \frac{D_c (1 + a\sigma_m)^\lambda}{(2-A)^\mu}$
Xue-Wierzbicki:	$\bar{\varepsilon}_f = C_1 e^{-C_2\sigma^*} - (C_1 e^{-C_2\sigma^*} - C_3 e^{-C_4\sigma^*}) (1 - \xi^{1/n})^n$

Tabell 4.2: Bruddkriteriene.

5. Materialtester og testresultater

5.1. Materialtester

I dette kapitlet beskrives materialet, utstyr, fremgangsmåter og prøvestykkenes dimensjoner i detalj. Logg fra testene blir presentert i kapittel 5.2.

5.1.1. Materiale

Materialet som her er testet er et tofasert kaldvalset stål av typen Docol 600DL og er levert av SSAB Svensk Stål A/S. Alle prøvestykkene ble tatt fra en 2 mm tykk plate i retning 0° med valseretningen utenom testen UT200 som i tillegg er tatt 45° og 90° med valseretningen. Følgende kjemiske egenskaper er gitt av produsenten [20].

%C	%Si	%Mn	%P	%S	%Al _{tot}
0.10	0.40	1.50	0.010	0.002	0.040

Tabell 5.1: Kjemisk sammensetning.

Stålets kornstruktur består av ferritt (myke korn), austenitt (hardere korn) og martensitt (hardeste korn). Materialet er utsatt for varmebehandling som produserer en tofasert struktur der ferritt, som gir formingsegenskapene, er den ene fasen og martensitt, som gir styrken, er den andre. Følgende mekaniske egenskaper er gitt av produsenten.

Flytegrense		Strekfasthet	
σ_0, R_{el}		σ_{max}, R_m	
(MPa)		(MPa)	
<i>Min</i>	<i>Max</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>
280	360	600	700

Tabell 5.2: Mekaniske egenskaper.

5.1.2. Eksperimentell fremgangsmåte

Materialtester i testmaskiner

Alle prøvestykkene ble initielt kontrollmålt med mikrometer, av typen Micromar 40 EW (IPG5), og skyvelære, av typen Mitutoyo absolute. Mikrometer er mer nøyaktig enn skyvelære så dette instrumentet ble brukt der det var mulig. For selve testene ble det i alt brukt tre testmaskiner med kapasiteter på 30kN, 100kN og 500kN. Maskinene registrerte den nominelle forlengelsen og kraften. På alle testene ble det brukt Digital Image Correlation (DIC) for å direkte registrere tøyningfeltet i materialet helt frem til brudd. For noen av testene ble det i tillegg brukt aksialt ekstensometer av typen MTS 634.12, som en ekstra kontroll. Alle materialtestene ble gjort i romtemperatur og de ble gjennomført ved materialteknisk lab ved NTNU av undertegnede, Trond Auestad (overingeniør), Egil Fagerholt (stipendiat), Gaute Gruben (stipendiat) og Terje Petersen (avdelingsingeniør).

Digital Image Correlation (DIC)

Digital Image Correlation (DIC) er en optisk metode for å måle deformasjoner, forskyvninger og tøyninger fra digitale bilder. Metoden går ut på å sammenligne bilder av prøvestykkets overflate i de ulike deformasjonstilstandene med et referansebilde som tas før deformasjon. For å bestemme forskyvningfeltet på overflaten til det deformerte prøvestykket i forhold til referansebildet, deler man en interesseregion inn i flere underordnede bilder der det enkelte bildet kalles en interessesone. Metoden sammenligner et mønster med små underordnede bilder og forsøker å evaluere en korrelasjons verdi. Denne korrelasjons verdien indikerer nivået av hvor mye bildene ligner hverandre. Forskyvningsfeltets komponenter i xy -planet, u og v , beregnes direkte [22].

For å optisk kunne registrere forskyvningen fra bilde til bilde kreves en viss detaljert kontrast på overflaten av prøvestykket. Alle prøvestykkene ble derfor initielt sprayet hvite med en lett dusj av svart spraymaling over, for å oppnå tilfredsstillende kontrast og detaljnivå. Frekvensen for bilderegistreringen var 2 bilder/sek. Kameraet som ble brukt har en oppløsning på ca. 2000x2500 og linsen er av typen Nikon 105mm AF MICRO NIKKOR. For Arcan og PST testene ble det brukt en 300 Watt lampe av typen FILMGEAR Tungsten 300 for å øke kontrasten i bildene. Målemetoden og databehandlingen ble gjennomført av stipendiat Egil Fagerholt.

Fotografering av bruddflater med makroskop

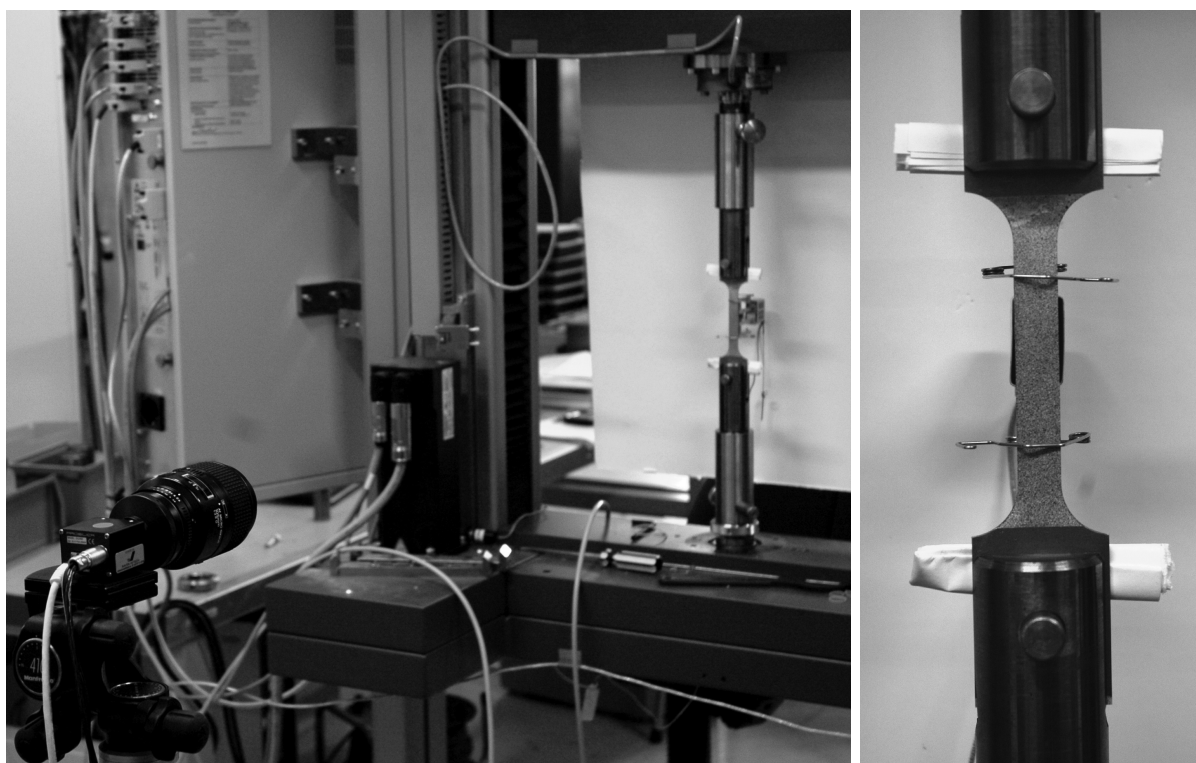
Prøvestykkene UT200 og PST ble fotografert med makroskop for å beregne bruddarealet. Bruddarealet, A_f , kan så benyttes for å beregne den tilhørende bruddtøyningen, ε_f . Ved å ta utgangspunkt i relasjonene i ligning (3.43) og kombinere disse med ligning (3.45), kan følgende uttrykk for bruddtøyningen settes opp

$$\varepsilon_f = \ln\left(\frac{A_0}{A_f}\right) \quad (5.1)$$

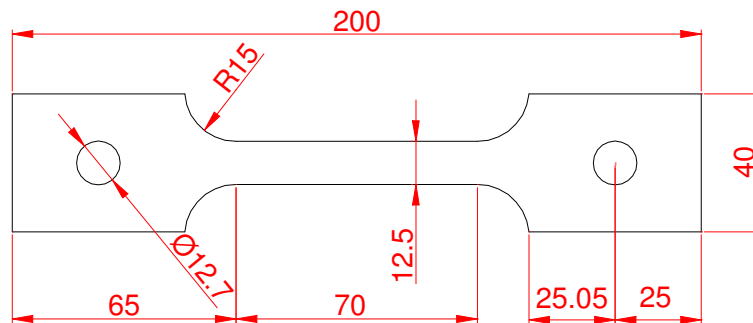
Et makroskop av typen WILD Photomakroskop M400 ble brukt. For UT200 ble det brukt 16x zoom og for PST 6.3x zoom.

5.1.3. UT200

UT200 (Uniaxial Tension) testen er 200 mm lange prøvestykker som ble belastet i enakset strekk. Det ble utført 9 tester av prøvestykker tatt fra platen med vinklene 0° , 45° og 90° mellom lengderetningen til prøvestykket og valseretningen. Prøvestykkene er navngitt UT200-AA-B der AA er vinkelen mellom lengderetningen til prøvestykket og valseretningen og B er prøvestykkets nummer. Testmaskinen som ble brukt var av typen Zwick/Roell Z030 med en kapasitet på 30kN. Tøyningshastigheten for alle testene ble satt til 2 mm/min. Dette er fornuftig lavt med hensyn til påvirkning av tøyningsraten på fastningen til materialet og testens varighet. Antar man at brudd inntreffer rundt en tøying på 0.3 vil testen vare i 10 min og 30 sek. ($70\text{mm} \cdot 0.3 \cdot 2\text{mm}/\text{min} = 10.5\text{mm}/\text{min}$). Med utgangspunkt i tøyningshastigheten 2 mm/min ble tøyningshastigheten for de påfølgende testene beregnet i forhold til denne slik at testene kan sammenlignes. Det ble brukt ekstensometer med knivavstand 40 mm på testene UT200-00-1, UT200-45-1 og UT200-90-1.

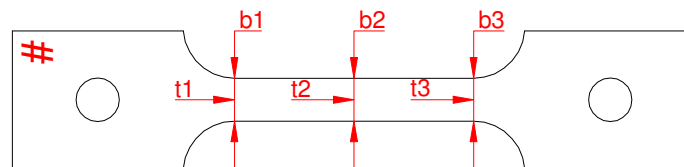


Figur 5.1: Testoppsett for UT200 testene.



Figur 5.2: UT200 med dimensjoner.

Alle UT200 prøvestykkene ble kontrollmålt på kritiske punkter med mikrometer før testing.



Figur 5.3: Målepunkter for UT200 prøvestykkene.

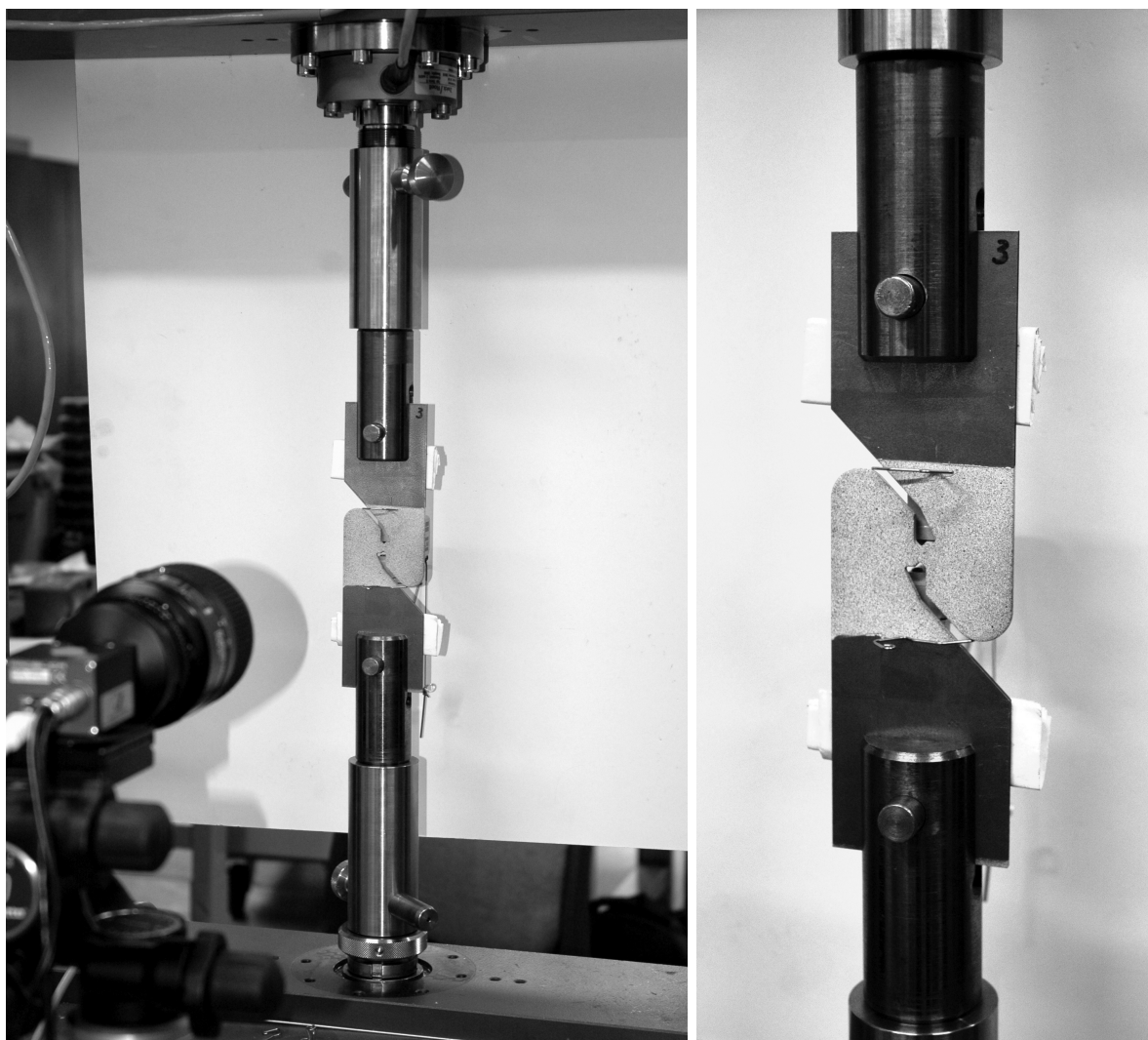
Målepunktene t1, t2 og t3 angir tykkelse og b1, b2 og b3 angir bredden i de anviste punktene i figur 5.3. Symbolet # angir hvor prøvestykket ble nummerert i forhold til de angitte målepunktene og verdiene er gitt i tabell 5.3.

Valseretning	#	Test	t1	t2	t3	b1	b2	b3
0°	1	UT200-00-1	1.973	1.967	1.965	12.652	12.719	12.694
	2	UT200-00-2	1.961	1.963	1.961	12.830	12.813	12.697
	3	UT200-00-3	1.973	1.961	1.958	12.655	12.725	12.707
45°	4	UT200-45-1	1.974	1.982	1.984	12.519	12.526	12.527
	5	UT200-45-2	1.968	1.975	1.973	12.473	12.475	12.483
	6	UT200-45-3	1.983	1.989	1.987	12.473	12.485	12.476
90°	7	UT200-90-1	1.971	1.966	1.970	12.533	12.510	12.515
	8	UT200-90-2	1.965	1.971	1.973	12.763	12.800	12.763
	9	UT200-90-3	1.963	1.964	1.966	12.769	12.790	12.731

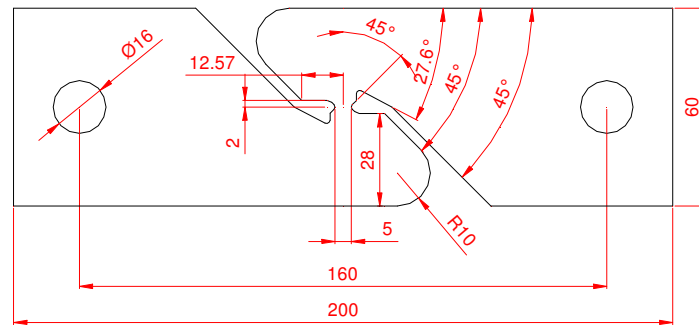
Tabell 5.3: Initiale mål for UT200 prøvestykkene.

5.1.4. ISS

ISS (In plane Single Shear) er en skjærttest med ett skjærpunkt og det ble utført tre tester av denne typen. Testmaskinen var en Zwick/Roell Z030. Det ble brukt ekstensometer med knivavstand 40 mm på alle ISS testene. For skjærttesten kan man si at den relative tøyningens lengden er ca. 5 mm. Den relative tøyningshastigheten ble for ISS-1 beregnet til 0.14 mm/min ($5\text{mm}/70\text{mm}\cdot 2\text{mm}/\text{min}=0.14\text{mm}/\text{min}$). Dette viste seg å være i overkant langsomt ettersom testen tok ca. 30 min. Ettersom UT200 testene hadde tatt ca. 10 minutter valgte vi å redusere tiden med 1/3 og dermed tredoble tøyningshastigheten. ISS-2 hadde derfor en tøyningshastighet på 0.42 mm/min som er mer relativ til tøyningshastigheten for UT200 testene. ISS-2 testen tok dermed ca. 10 min. Tøyningshastigheten for ISS-3 var også 0.42 mm/min.

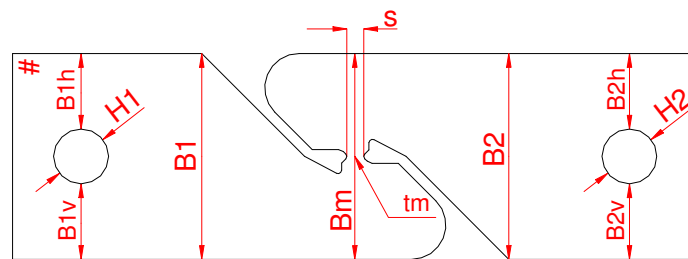


Figur 5.4: Testoppsett for alle ISS testene.



Figur 5.5: ISS med dimensjoner.

Før testing ble alle prøvestykkene kontrollmålt med skyvelære. Målepunktene er vist i figur 5.6 og verdier gitt i tabell 5.4.



Figur 5.6: Målepunkter for ISS prøvestykkene.

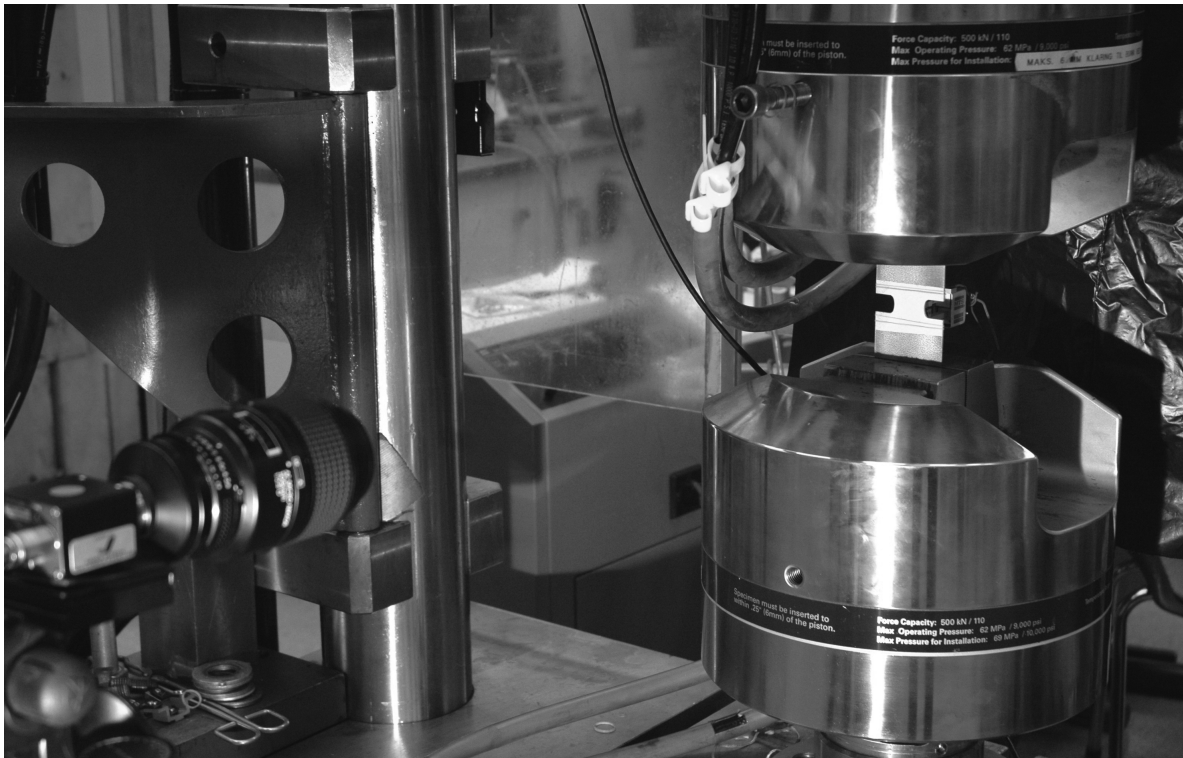
Symbolet # angir hvor prøvestykket ble nummerert i forhold til de angitte målepunktene.

#	Test	s	Bm	tm	B1	B2	B1v	B1h	H1	B2v	B2h	H2
1	ISS-1	5.14	60.08	1.96	60.00	60.06	21.43	22.43	16.08	22.44	21.32	16.15
2	ISS-2	5.15	60.09	1.96	60.09	60.08	21.48	22.35	16.08	22.44	21.37	16.09
3	ISS-3	5.15	60.08	1.96	60.08	60.10	20.90	22.90	16.12	22.67	21.18	16.12

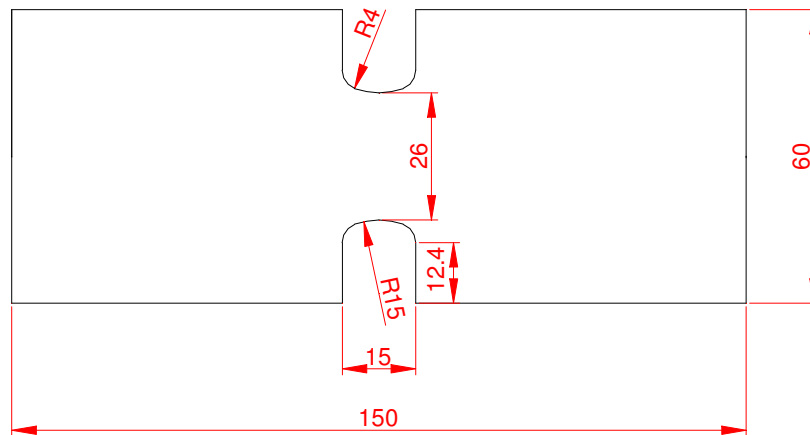
Tabell 5.4: Initielle mål for ISS prøvestykkene.

5.1.5. PST

PST (Plane Strain Tension) er en strekktest i plan tøyning. Det ble utført tre PST tester i en testmaskin av typen Dartec MTS med en kapasitet på 500 kN. Prøvestykket ble montert i maskinen med klemmer. Maskinen ble satt med en loggingsrate på 10Hz (logger/s). På alle testene ble det brukt ekstensometer med knivavstand 25 mm. Tøyningshastigheten ble for PST-1 beregnet til 0.28mm/min ved å anslå det relative tøyingsområdet til 10 mm slik at $10\text{mm}/70\text{mm}\cdot 2\text{mm}/\text{min}=0.28\text{mm}/\text{min}$. Dette viste seg å være for lite ettersom testen tok over 30 min. For PST-2 ble tøyningshastigheten doblet til 0.56 mm/min og testen tok dermed ca. 11 min. Tøyningshastigheten for PST-3 var også 0.56 mm/min og testen tok ca. 10 min.

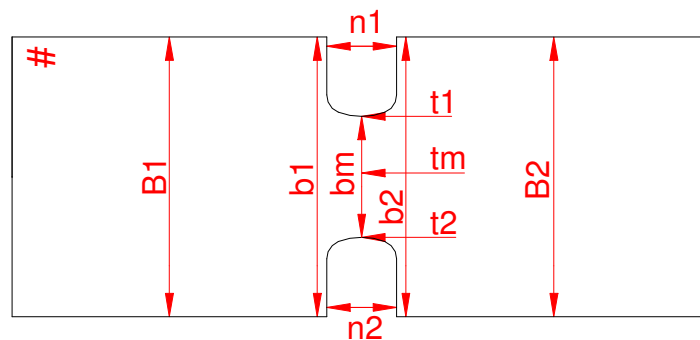


Figur 5.7: Testoppsett for alle PST testene.



Figur 5.8: PST med dimensjoner.

Tykkelsen ble kontrollmålt med mikrometer på punktene t_m , t_1 og t_2 anvist i figur 5.9. For de øvrige målene ble det brukt skyvelære. Symbolet # viser hvor prøvestykket ble nummerert i forhold til de angitte målepunktene.



Figur 5.9: Målepunkter for PST prøvestykkene.

#	Test	b_m	b_1	b_2	B_1	B_2	t_m	t_1	t_2	n_1	n_2
1	PST-1	25.99	60.06	60.06	59.98	59.94	1.955	1.955	1.954	14.95	14.92
2	PST-2	26.04	60.07	60.06	60.04	60.00	1.948	1.943	1.951	14.93	14.92
3	PST-3	26.01	60.03	60.04	60.01	60.02	1.959	1.955	1.954	14.91	14.93

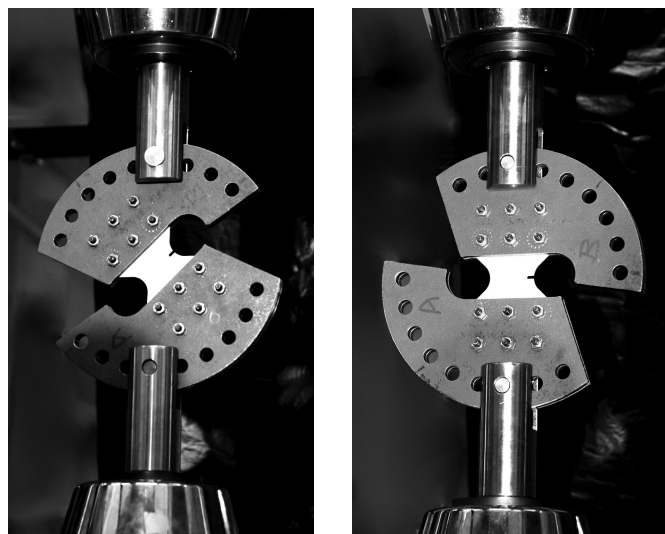
Tabell 5.5: Initielle mål for PST prøvestykkene.

5.1.6. Arcan

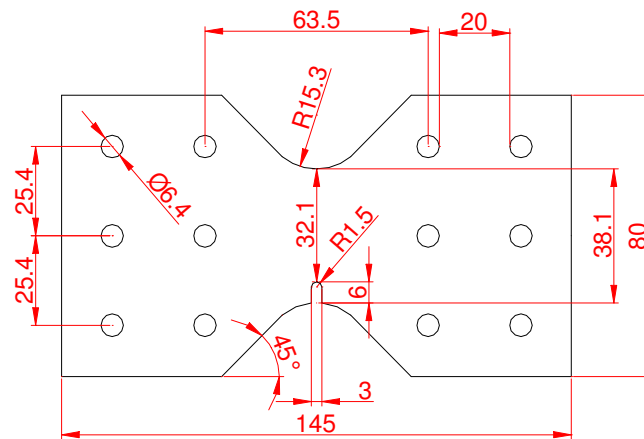
Arcan testene ble utført på en testmaskin av typen Instron 8550 med en kapasitet på 100 kN. Tøyningshastigheten var for alle Arcan testene 0.017 mm/sek. Testene varte omkring 10 min. Det ble utført to typer tester der prøvestykket ble strukket 0° og 45° i forhold til lengderetningen og prøvestykkene er navngitt med hensyn til dette som henholdsvis Arcan-00 og Arcan-45. Figur 5.10 viser testoppsettet med lampen, kameraet og prøvestykket.



Figur 5.10: Testoppsett for Arcan testene.

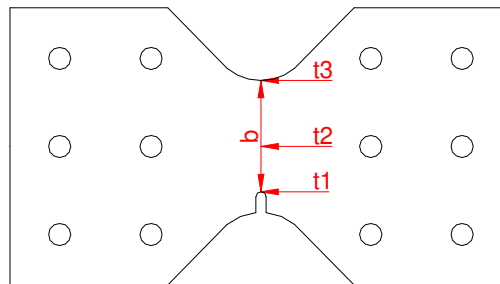


Figur 5.11: Monterte prøvestykker av Arcan-00 (venstre) og Arcan-45 (høyre).



Figur 5.12: Arcan med dimensjoner.

Før testing ble tykkelsen målt med mikrometer på tre punkter og bredden ved kjerven ble målt med skyvelære. Angitte målepunkter er gitt i figur 5.13 og verdiene er gitt i tabell 5.6.



Figur 5.13: Målepunkter for Arcan prøvestykkene.

#	Test	t1	t2	t3	b
2	Arcan-00-2	1.964	1.966	1.959	32.11
3	Arcan-00-3	1.954	1.955	1.959	32.12
8	Arcan-00-4	1.946	1.948	1.945	32.10
4	Arcan-45-1	1.962	1.958	1.962	32.10
5	Arcan-45-2	1.970	1.970	1.970	32.10
6	Arcan-45-3	1.975	1.969	1.972	32.09

Tabell 5.6: Initielle mål for Arcan prøvestykkene.

5.2. Testresultater

I dette kapitlet blir de viktigste testresultatene presentert. Det henvises til tilhørende appendiks C.1, som kompletterer testresultatene.

5.2.1. UT200

Logg fra UT200 testene

UT200-00-1

Testen ble gjennomført med ekstensometer. Bilderegistreringen for DIC ble avbrutt før brudd på grunn av lite diskplass. Tøyninger fra DIC mangler derfor for denne testen. Ekstensometeret ble tatt av prøven.

UT200-00-2

Testen ble gjennomført uten ekstensometer. Bruddet gikk utenfor bildet slik at tøyningen frem til brudd ikke kunne registreres.

UT200-00-3

Testen ble gjennomført uten ekstensometer. Testen forløp uten problemer.

UT200-45-1

Testen ble gjennomført med ekstensometer. Ekstensometeret nådde maks og testen ble satt på en kort pause før den fortsatte videre uten problemer. Bilderegistreringen for DIC stoppet på grunn av programvarefeil og deler av testen mangler bilder.

UT200-45-2

Testen ble gjennomført uten ekstensometer. Testen forløp uten problemer.

UT200-45-3

Testen ble gjennomført uten ekstensometer. Testen forløp uten problemer.

UT200-90-1

Testen ble gjennomført med ekstensometer. Ekstensometeret nådde maksimum. Testen ble da satt på en kort pause før den fortsatte videre uten problemer. Bruddet gikk for denne testen utenfor bildet, slik at tøyningene for DIC ikke kan registreres frem til brudd.

UT200-90-2

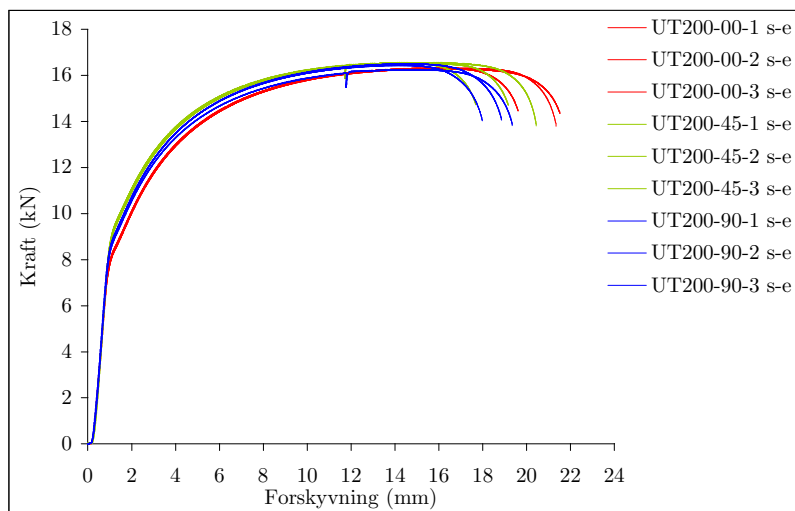
Testen ble gjennomført uten ekstensometer. Testen forløp uten problemer.

UT200-90-3

Testen ble gjennomført uten ekstensometer. Testen forløp uten problemer.

Kraft-forskyvning kurve

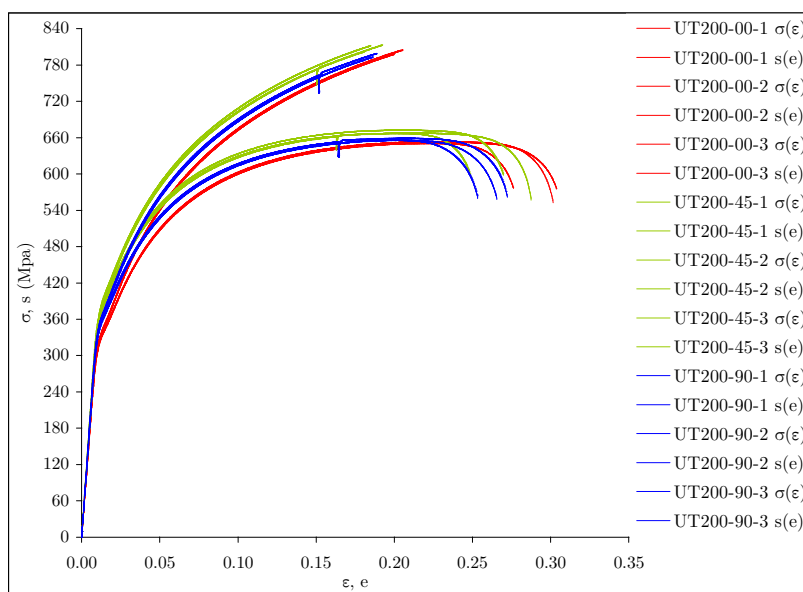
Se appendiks C.1.1 for kraft-forskyvning kurvene fra UT200 testene enkeltvis.



Figur 5.14: Kraft-forskyvning kurve for alle UT200 testene.

Spenning-tøyning kurve

Det viser seg at det er relativt lite anisotropi i materialet. Fra spenning-tøyning kurvene ser man at materialet har en tilnærmet lineær fastning i et lite område over flytegrensen i forhold til hva den er ved høyere spenninger. Årsaken kan være at det i materialstrukturen skjer en overgang fra flytning i austenitt til martensitt. Det er likevel en jevn overgang fra elastisk til plastisk område uten noe markant flyteplata. Flytespenningen ble derfor beregnet ut i fra 0,2% permanent ingeniørtøyning.



Figur 5.15: Spenning-tøyning kurver for alle UT200 testene.

Ingeniørspenning-ingeniørtøyning (s - e) kurvene i figur 5.15 er plottet med spenninger beregnet med ligning (3.40) og tøyninger gitt ved ligning (3.41). I ligning (3.40) er A_0 beregnet som $A_0=1/3(t1\cdot b1+t2\cdot b2+t3\cdot b3)$ med verdier gitt i tabell 5.3. Verdiene for A_0 er gitt i tabell 5.7. I ligning (3.41) er forskyvningen fra maskinen lik $l-l_0$ og $l_0=70$ mm som er lengden av midtpartiet til prøvestykket.

De samme spenning-tøyning kurvene i figur 5.15 er plottet med spenninger gitt ved ligning (3.44) og tøyninger gitt ved ligning (3.46).

Test	A_0
UT200-00-1	24.975
UT200-00-2	25.070
UT200-00-3	24,934
UT200-45-1	24.798
UT200-45-2	24.605
UT200-45-3	24.785
UT200-90-1	24.651
UT200-90-2	25.163
UT200-90-3	25.071

Tabell 5.7: Opprinnelig areal for UT200 prøvene.

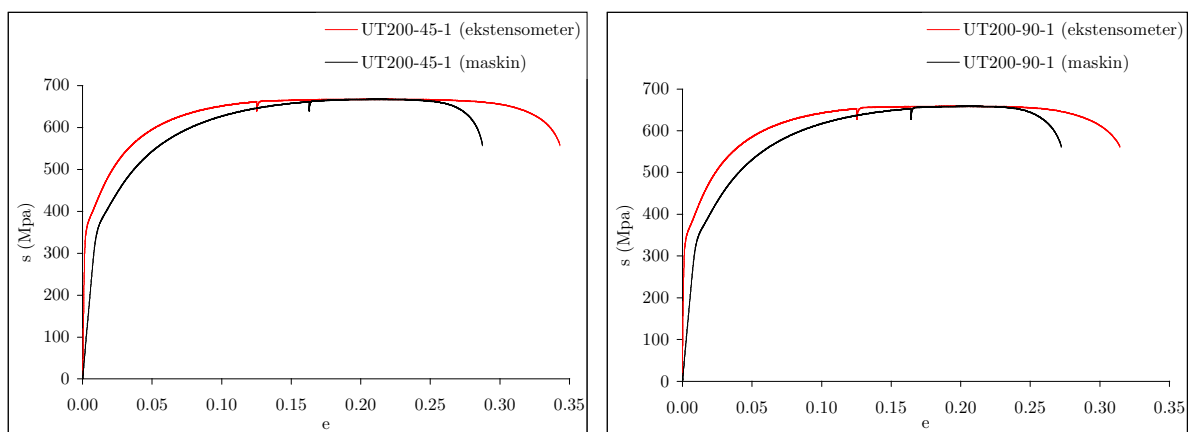
Tøyning fra ekstensometer

Det ble registrert forskyvning fra ekstensometer for UT200-00-1, UT200-45-1 og UT200-90-1. Målingene for UT200-00-1 ble avbrutt. En sammenligning av tøyningene fra maskinen og ekstensometeret er presentert i figur 5.16. For å kunne sammenligne s - e kurvene må man trekke fra de elastiske tøyningene, ettersom testmaskinen påvirker forskyvningene da den ikke er fullstendig stiv. De plastiske ingeniørtøyningene er gitt ved ligning (5.2) og er basert på ligning (3.78).

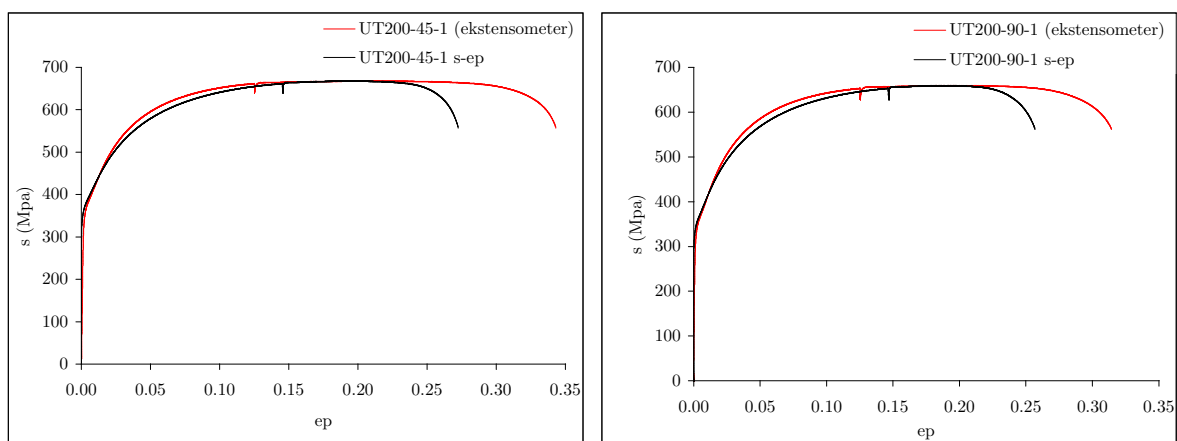
$$e_p = e - \frac{s}{\tilde{E}} \quad (5.2)$$

\tilde{E} er en redusert E-modul påvirket av testmaskinen. Ettersom testmaskinen ikke er fullstendig stiv og gir etter under strekktesten, får man en lavere E-modul når man tar en lineær regresjon av spenning-tøyning kurven i det elastiske området. Verdiene av \tilde{E} for alle prøvene er gitt i tabell C.1. Rådataene for spenning-tøyning kurvene ble også justert for initiell avrundning ettersom kraften ikke umiddelbart oppnår full effekt da festene har noe slingring. Dette ble gjort ved ekstrapolering av den lineære kurven i det elastiske området og trekke fra Δe slik at kurven starter i 0.

Figur 5.17 viser en sammenligning av kurvene når ingeniørspenningen er plottet med plastisk ingeniørtøyning. Ekstensometeret viser høyere tøyninger ved brudd enn maskinens. Dette er naturlig ettersom det innenfor den 40 mm lange knivavstanden til ekstensometeret er en relativt høyere tøyning i forhold til maskinens tøyninger som er beregnet innenfor hele prøvestykkets 70 mm lange midtparti.



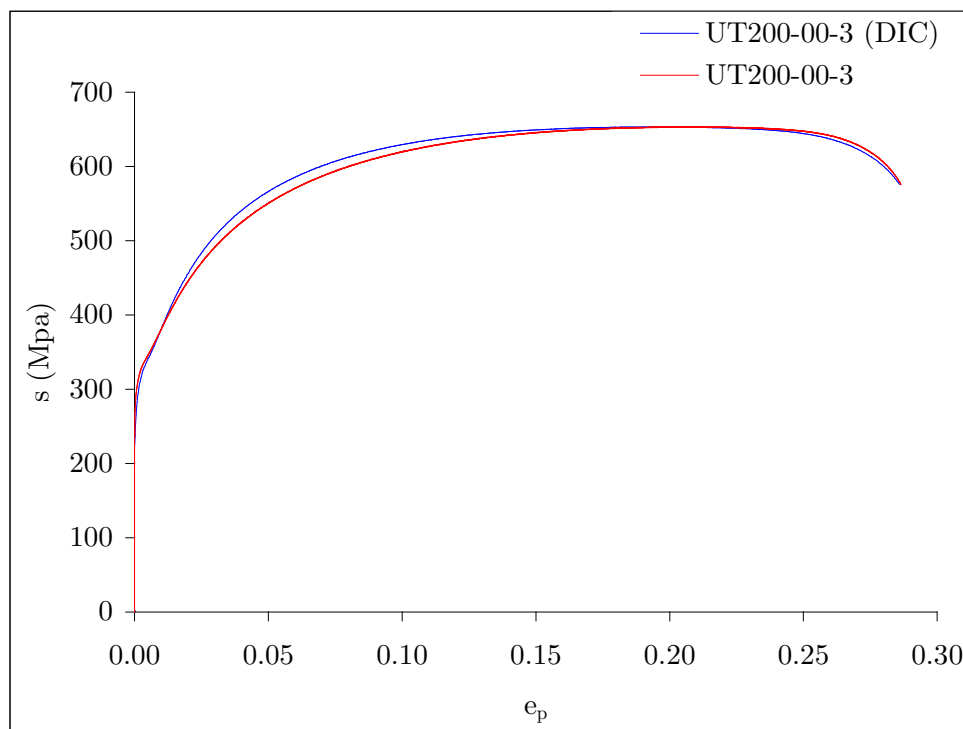
Figur 5.16: s-e kurve for UT200-45-1 og UT200-90-1 med tøyning fra maskin og ekstensometer.



Figur 5.17: s-ep kurve for UT200-45-1 og UT200-90-1 med tøyning fra maskin og ekstensometer.

Tøyning fra Digital Image Correlation (DIC)

Tøyningene fra DIC ble beregnet ut fra forskyvningen i piksler mellom to punkter innenfor prøvestykkets 70 mm lange midtparti. Tøyningene fra DIC viser seg å stemme godt overens med maskintøyningene fra forsøket når man trekker fra de elastiske tøyningene. Figur 5.18 illustrerer korrelasjonsnivået og de øvrige testene har et tilsvarende nivå.



Figur 5.18: s-ep kurver for UT200-00-3 fra maskin og DIC.

Avviket i kraften kan skyldes utfordringen ved at bildene må assosieres med riktig kraft fra testen. Det henvises til appendiks C.1 for de øvrige testene med tøyninger registrert med DIC.

Kalibrering av Voce fastningsregel

Siden de plastiske tøyningene fra DIC har en god korrelasjon med de plastiske tøyningene fra testmaskinen, ble tøyningene fra maskinen brukt videre i kalibreringen av materialmodellen. Dette var ønskelig da data registrert av maskinen eksisterte for samtlige av testene. Voce fastningsregel ble tilpasset prøvenes sann spenning-sann plastisk tøyning kurve fra flytegrensen, her definert som flytespenningen som gir 0,2% permanent ingeniørtøyning. Sann plastisk tøyning er definert som

$$\varepsilon_p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (5.3)$$

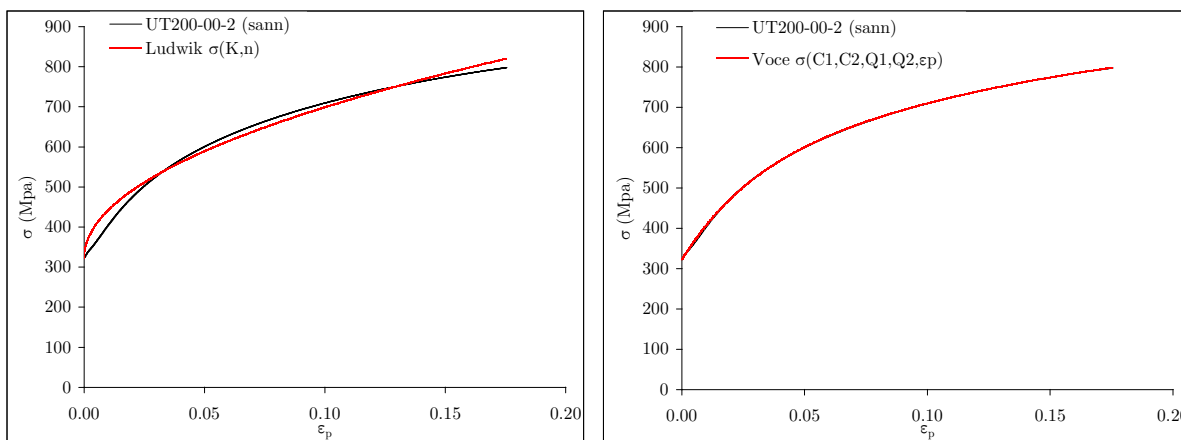
Kurvene ble tilpasset med Ludwik og Voce fastningsregel gitt ved henholdsvis ligning (3.76) og (3.79). Selve kurvetilpasningen ble gjort med Solver i excel. Solver ble satt til å minimere summen av kvadratet til hver enkelt differanse mellom sann spenning og funksjonsuttrykket for materialmodellen ved å variere funksjonsparametrene. For testene der maskinen ble satt

til en kort pause fikk prøvestykket en kort avlastning. Dataene i dette området ble ikke tatt med i tilpasningen av modellene ettersom de vil forvirre kurvetilpasningen og gi en mer unøyaktig kurve. Flere ledd ble forsøkt. Voce fastningsregel med ett ledd ble for unøyaktig. To ledd ga tilstrekkelig nøyaktighet. Fire ledd måtte til for å gi en god nøyaktighet fra nedre flytegrense på 280 MPa over den lineære fastningen og resten av kurven. En Voce fastningsregel med to ledd ble brukt for analysene i LS-DYNA og parametrene for alle kurvene er gitt i tabell C.2.

UT200-00-2 ble plukket ut som den karakteristiske kurven for å representere materialet i analysene. Ettersom det viste seg å være noe anisotropi og de øvrige prøvene er tatt 0° med valseretningen var det hensiktsmessig å velge blant strekkprøvene tatt 0° med valseretningen. Av disse tre viste UT200-00-1 og UT200-00-2 å være de mest representative ettersom UT200-00-3 hadde ujevnheter på kurven som medførte avvikende verdier for parametrene i Voce fastningsregel. Ettersom den beregnede flytespenningen for UT200-00-1 var noe høyere enn gjennomsnittet, ble UT200-00-2 valgt som den karakteristiske kurven. Parametere for Voce fastningsregel brukt i materialkortet til alle analysene er gitt i tabell 5.8.

Test	Ludwik		Voce			
	K	n	C_1	Q_1	C_2	Q_2
UT200-00-2	1182.82	0.5	6.04	419.31	36.27	203.03

Tabell 5.8: Parametere for Ludwik og Voce fastningsregel.



Figur 5.19: σ - ϵ_p kurver for UT200-00-2 og Ludwik (venstre) og Voce fastningsregel (høyre).

Beregning av bruddtøyning

Et estimat på bruddtøyningen fra strekktesten ble gjort med DIC ved å beregne den endelige bruddtøyningen i et element der bruddet skjer. Et godt estimat krever at man går svært nær og ser på et lite element lokalt i bruddet, noe som igjen krever god oppløsning ettersom kontrasten forringes med økt forstørrelse når man forfiner meshet. Ulikt oppsett av gridet, eller elementene, gir ulike verdier av $\bar{\epsilon}_f$. Påvirkningen av $\bar{\epsilon}_f$ ved å flytte (steppe) gridet er vist i figur C.19. Bruddtøyningene for UT200 registrert med DIC er gitt i tabell 5.9.

Test	ϵ_f
UT200-00-3	1.02
UT200-45-2	0.98
UT200-45-3	0.95
UT200-90-2	1.03
UT200-90-3	1.02

Tabell 5.9: Bruddtøyning fra DIC.

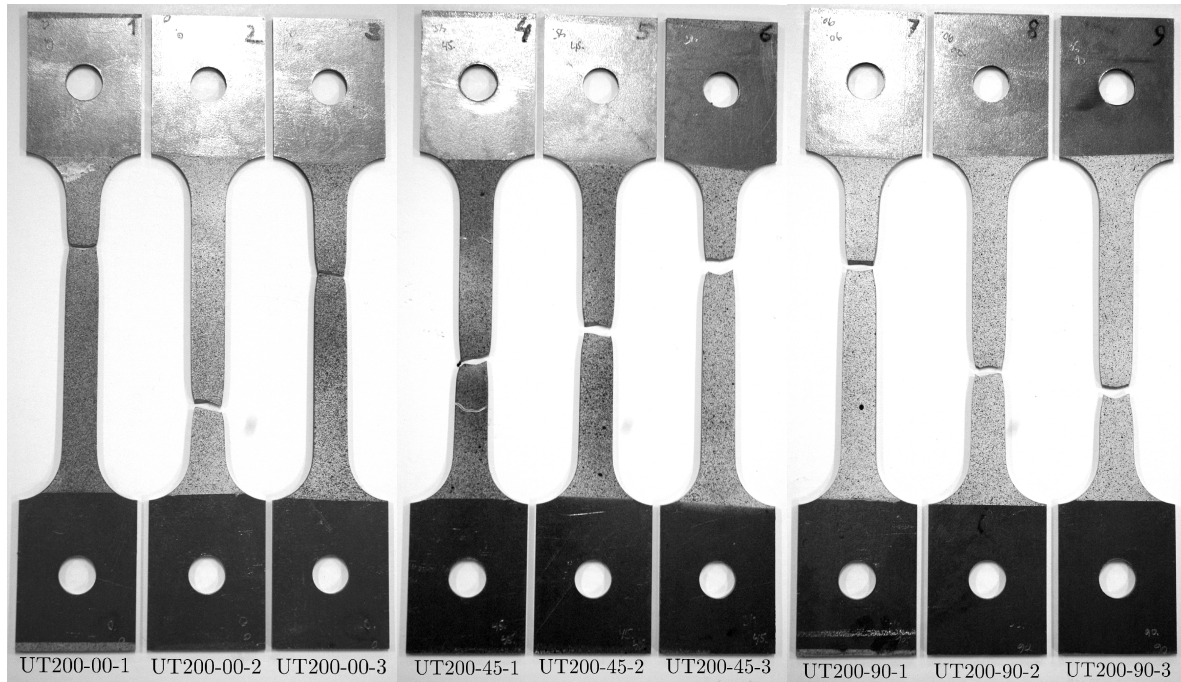
Bruddtøyningen ble også beregnet ut i fra bruddarealet ved å bruke ligning (5.1) gitt ved $\epsilon_f = \ln(A_0/A_f)$. Et godt estimat av bruddtøyningen krever et godt estimat av bruddarealet, A_f . Basert på bilder fra makroskop ble projeksjonen av bruddarealet beregnet ved hjelp av et Matlab script, skrevet av Egil Fagerholt. Bruddflatene er ujevne på grunn av skjærbrudd ved endelig avrivning, noe som ga ujevnt fokus under fotograferingen. Ved å beregne projeksjonen av arealet studerer man indirekte den relative lokale innsnevringen og tøyningen som kreves for brudd. Basert på antagelsen om plastisk inkompressibilitet ved plastisk deformasjon kan man dermed beregne bruddtøyningen. Det initielle arealet, A_0 , er et gjennomsnittlig areal basert på de initielle dimensjonene angitt i tabell 5.3 og er beregnet som $A_0 = 1/3(t_1 \cdot b_1 + t_2 \cdot b_2 + t_3 \cdot b_3)$. Usikkerheten ved denne metoden ligger i at man med øyemål avgjør hvor innsnevringen slutter og bruddflaten starter, og det initielle arealet er et målt gjennomsnitt.

Test	A_0	A_f	ϵ_f
UT200-00-2	25.070	10.680	0.853

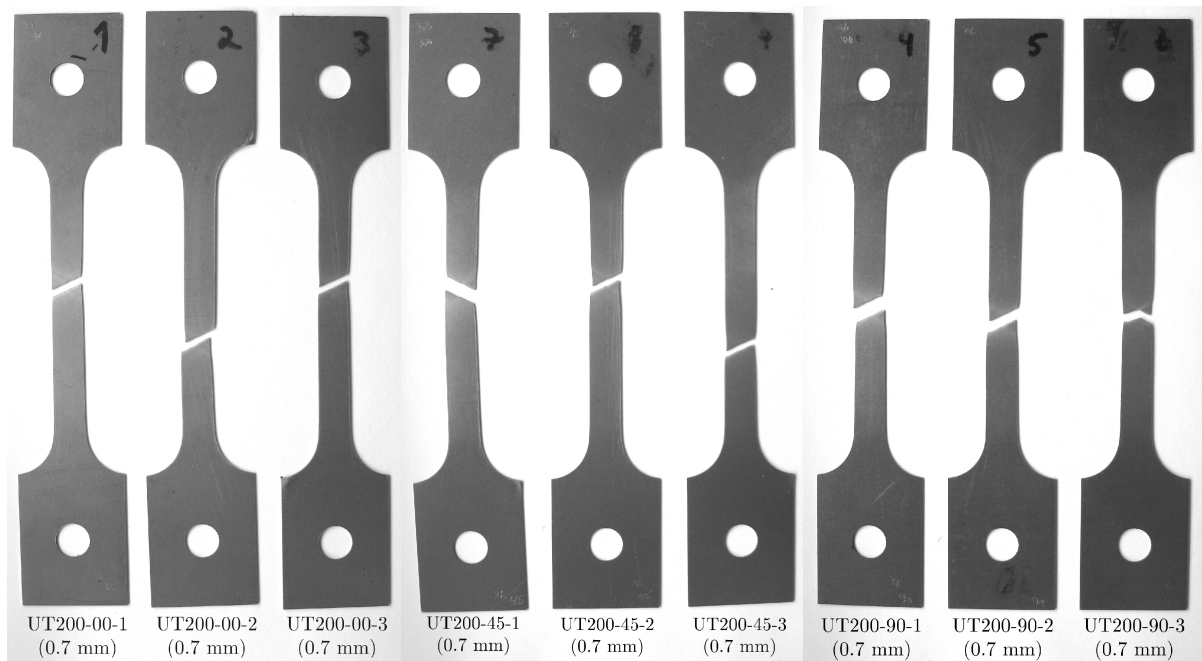
Tabell 5.10: Bruddtøyning beregnet fra bruddareal for UT200-00-2.

Beregnete verdier av ϵ_f for samtlige av strekktestene er gitt i tabell C.3.

Bruddbilder



Figur 5.20: Bruddbilde av alle UT200 (2 mm tykkelse).



Figur 5.21: Bruddbilde av alle UT200 (0.7 mm tykkelse).

Bruddbildene fra en UT200 test med platetykkelse 0.7 mm [18] er tatt med her for å gi vise hvordan spenningstilstanden og lokalisering i tverrsnittet påvirker bruddets utseende.

Plastisk lokalisering: innsnevring og skjærbånd

Det er nevnt i kapittel 2.1 at lokalisering av plastisk flytning er en av mekanismene for duktilt brudd. Duktiliteten til et materiale er begrenset av tøyingslokalisering. Denne lokaliserte deformasjonen kan ta form som en innsnevring eller et skjærbånd [8]. For de 0.7 mm tykke prøvene har bruddet gått i skjærbåndet. For de 2 mm tykke prøvene har ikke bruddet gått i skjærbåndene fordi lokal innsnevring har ikke fått utvikle seg tilstrekkelig. Det er her i større grad en treakset spenningstilstand i innsnevringen, og bruddet vil oppføre seg mer som et kopp & skål brudd, slik man ser tydeligst i runde prøvestykker.

Progresjonen av plastisk lokalisering kan deles inn i to faser. Først vil det oppstå det man kaller diffus innsnevring og etterhvert kan også lokalisert innsnevring utvikles. For de 2 mm tykke prøvene er det i større grad utviklet en diffus innsnevring enn for de 0.7 mm tykke prøvene, hvor lokalisert innsnevring har oppstått. Ved lokalisert innsnevring er all plastisk deformasjon konsentrert i et smalt bånd som har en fast vinkel med strekk retningen. For at bruddet skal gå i skjærbåndene, må lokal innsnevring utvikles. De tynnere platene er mer utsatt for å utvikle lokal innsnevring, fordi tykkelsen er svært liten relativt til bredden og dermed er tverrsnittet mer sårbart for innsnevring i tykkelsesretningen. Innsnevringen i bredderetningen blir relativt liten, noe som må kompenseres i tykkelsesretningen og en lokal innsnevring oppstår. Vinkelen, θ , er vinkelen mellom strekk retningen og skjærbåndet hvor bruddet har gått. Den gjennomsnittlige vinkelen for de 0.7 mm tykke prøvestykkene tatt i valseretningen ble målt til 63.8° . Vinkelen ble målt ut i fra bilder av prøvestykkene. Den teoretiske vinkelen for et fullstendig isotropt materiale er 54.7° .

5.2.2. ISS

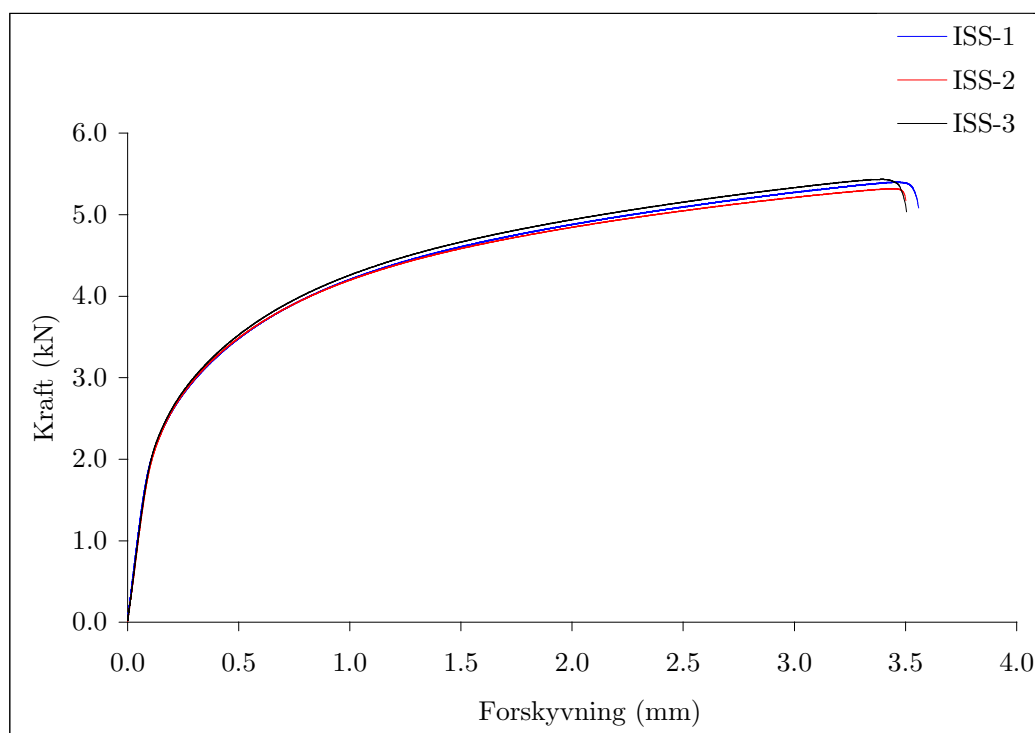
Logg fra ISS testene

ISS-1, ISS-2 og ISS-3

For ISS-1 kan kameraet som registrerte DIC ha fått en liten forskyvning under testen noe som kan forringe testresultatet. ISS-2 og ISS-3 testene forløp uten problemer.

Kraft-forskyvning kurve

Testen ISS-3 er valgt for å representere den karakteristiske kurven, ettersom bruddpunktet er ved tilnærmet samme forskyvning som for ISS-2 testen. En differanse på 0.003 mm skiller bruddforskyvningen mellom ISS-2 (3.502 mm) og ISS-3 (3.505 mm). Bruddpunktet for ISS-1 er ved en forskyvning på 3.56 mm. Årsaken kan være at ISS-1 hadde en lavere tøyningshastighet enn de to andre.



Figur 5.22: Kraft-forskyvning kurve for alle ISS.

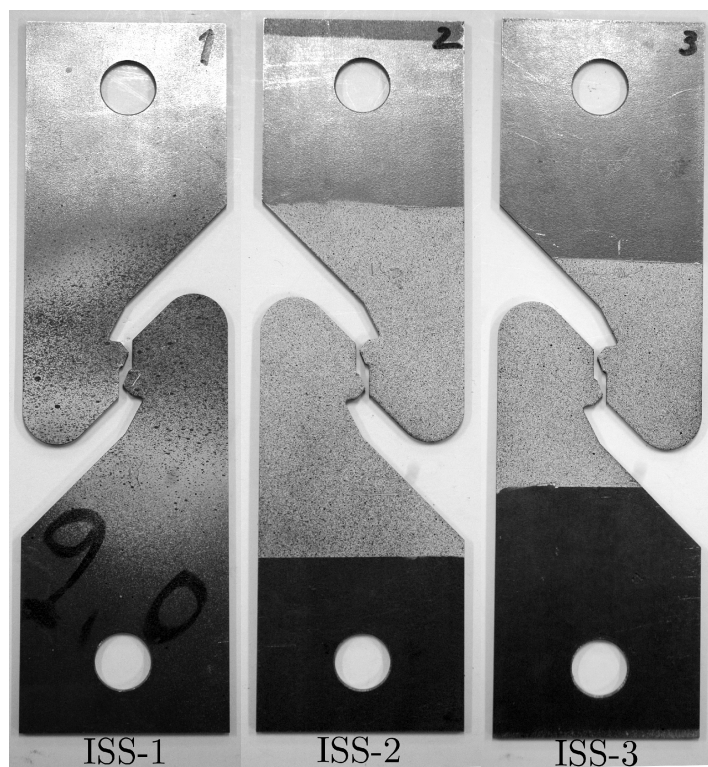
Forskyvning fra ekstensometer

Det viste seg fra rådatafilene at forskyvningene i kolonnen som var reservert for ekstensometeret viste identiske tøyninger som maskinen. En mulig forklaring på dette er at målingene for ekstensometeret ikke ble satt til logging i programmet til testmaskinen. Det er ikke mulig at ekstensometeret og testmaskinen viser identiske forskyvninger ettersom forskyvningen måles fra to ulike steder på prøven.

Bruddtøyninger fra DIC

Bruddtøyningen, $\bar{\epsilon}_f$, for ISS-1 fra DIC ble beregnet til 1.204.

Bruddbilder



Figur 5.23: Bruddbilder for alle ISS testene.

Ved å se på bruddformen fra skjærtesten trekkes det tvil om det her har vært rent skjær. Ideelt sett ved rent skjær burde bruddet vært tilnærmet vertikalt.

5.2.3. PST

Logg fra PST testene

PST-1

Trykket i klemmene var for lavt og prøvestykket glapp i festet ved en kraft på ca. 27 kN og droppet til ca. 26 kN. Man kunne se at testen var skjev i festet. Initiell kraft i klemmene var 2000 psi, men denne ble økt til 4000 psi. Prøven gikk til brudd med en initiell sprekk på midten som propagerte noe skrått ut til sidene.

PST-2

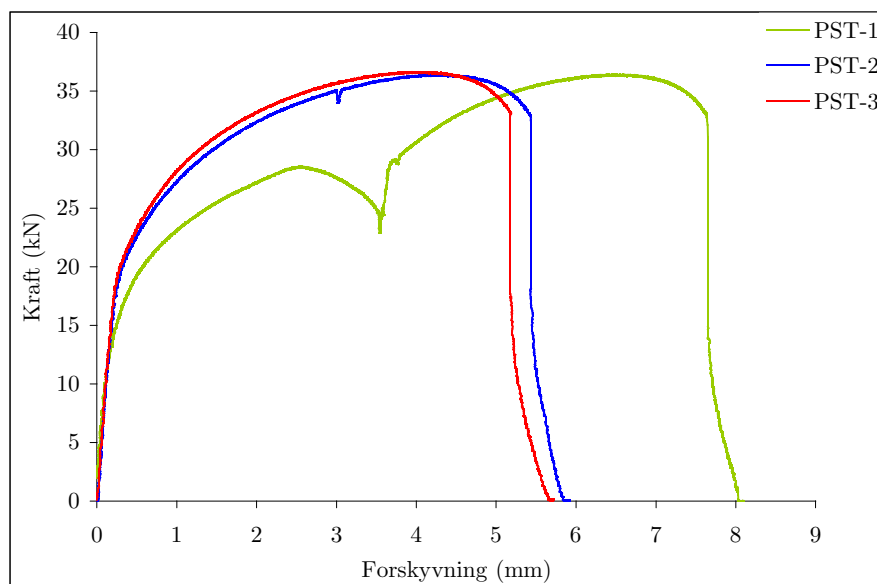
Prøvestykket glapp noe i det ene festet også under denne testen og kraften i klemmene ble derfor raskt økt fra 4000 psi til 5000 psi. Prøven gikk til brudd med en initiell sprekk på midten som propagerte horisontalt ut til sidene.

PST-3

Kraften i klemmene var nå under hele testen 5000 psi, noe som var tilstrekkelig for å unngå at prøvestykket glapp i festet. Prøven gikk til brudd på samme måte som PST-2.

Kraft-forskyvning kurve

For testene i plan tøyning ble PST-3 valgt som den karakteristiske kurven. PST-1 og PST-2 har for mye forstyrrelse på kurven og for store avvik på grunn av at klemmene glapp under testen til at disse kan brukes videre. På grunn av at PST-1 og PST-2 testene glapp i festet ser man et fall i lasten i figur 5.24.



Figur 5.24: Kraft-forskyvning kurver for PST.

Forskyvning fra ekstensometer

Forskyvningene fra ekstensometeret viser urealistisk høye verdier ettersom ekstensometeret forskjøv seg under testen. Ekstensometermålingene ble derfor ikke brukt videre og er presentert i appendiks C.2.1.

Bruddtøyning

Bruddtøyning beregnet med DIC og fra bruddarealer er gitt i tabell 5.11.

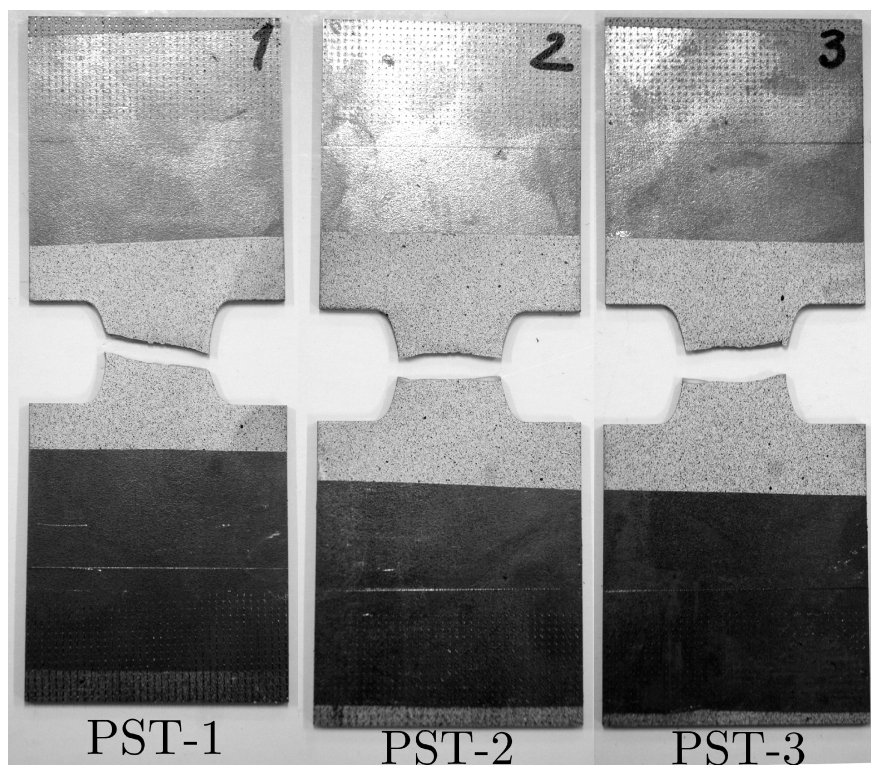
Test	$\bar{\varepsilon}_f$ (DIC)
PST-1	0.767
PST-2	0.721
PST-3	0.715

Tabell 5.11: Bruddtøyning fra DIC for PST.

Test	A_0	A_f	ε_f (bruddareal)
PST-1	50.802	29.205	0.554
PST-2	50.709	26.725	0.640
PST-3	50.876	27.662	0.609

Tabell 5.12: Bruddtøyning beregnet fra bruddareal for PST.

Bruddtøyningen er beregnet med ligning (5.1). Bruddarealet er beregnet på samme måte som for UT200 prøvene og opprinnelig areal er beregnet som $A_0 = bm \cdot [(tm \cdot t1 \cdot t2) / 3]$, der verdiene er gitt i tabell 5.5.

Bruddbilder

Figur 5.25: Bruddbilder av alle PST testene.

Bruddet for PST-1 er mer skrått ettersom klemmen glapp under 2000 psi, slik at prøven ble stående skrått når klemmene ble strammet til 4000 psi, for så å bli kjørt til brudd. Bruddet for alle PST testene gikk langsomt med en initiell sprekk på midten som utviklet seg ut mot sidene. Dette ser man tydeligst på bruddbildet av PST-2. Bruddet forløp slik fordi det utvikles en høy treakset spenningstilstand i midten mellom kjervene.

5.2.4. Arcan

Logg fra Arcan testene

Arcan-00-1

Under testen ble det observert et fall i kraften, noe som skyldes slark mellom boltene i festene og hullene.

Arcan-00-2

Under testen ble det noe rykking i boltene, da festene ikke var strukket i strekkretningen før de ble skrudd igjen.

Arcan-00-3

På grunn av programvarefeil stoppet bilderegistreringen for DIC, men ble startet igjen kort tid etter. Deler av testen mangler derfor bilder.

Arcan-00-4

Testen forløp uten problemer.

Arcan-45-1

På grunn av programvarefeil stoppet bilderegistreringen for DIC, men ble raskt startet igjen. Deler av testen mangler derfor bilder.

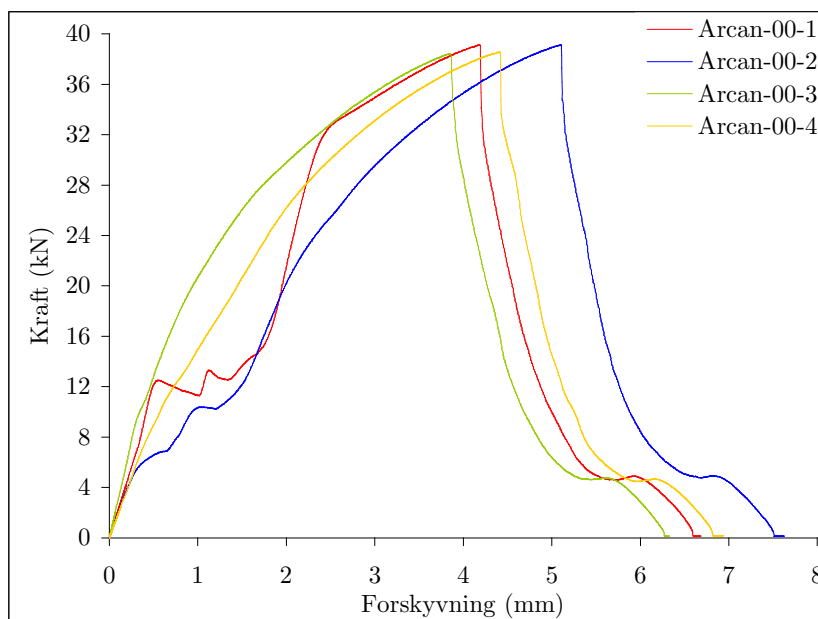
Arcan-45-2

Testen forløp uten problemer.

Arcan-45-3

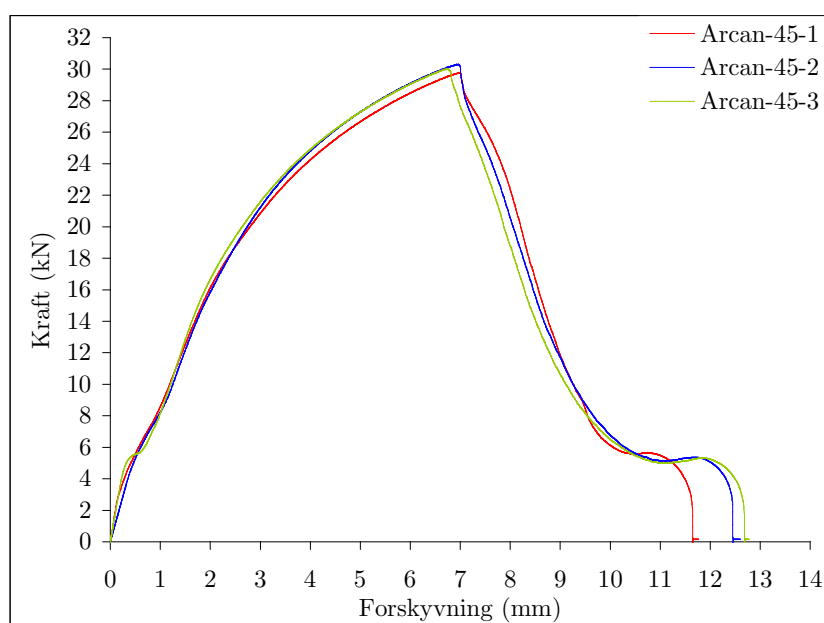
Under testen gikk lyset i laboratoriet av, men ble umiddelbart slått på igjen. Kontrastnivået for noen av de digitale bildene for DIC kan være lavere.

Kraft-forskyvning kurver



Figur 5.26: Kraft-forskyvning kurve for Arcan-00 testene.

Rykkingen i boltene medfører store svingninger i kraften for testene Arcan-00-1 og Arcan-00-2. Testene Arcan-00-3 og Arcan-00-4 er de mest representative testene da de ikke har noen tilsynelatende fall i kraften.



Figur 5.27: Kraft-forskyvning kurve for Arcan-45 testene.

For Arcan-45-3 er det et lite fall i kraften ved 5 kN noe som kan skyldes rykking i boltene.

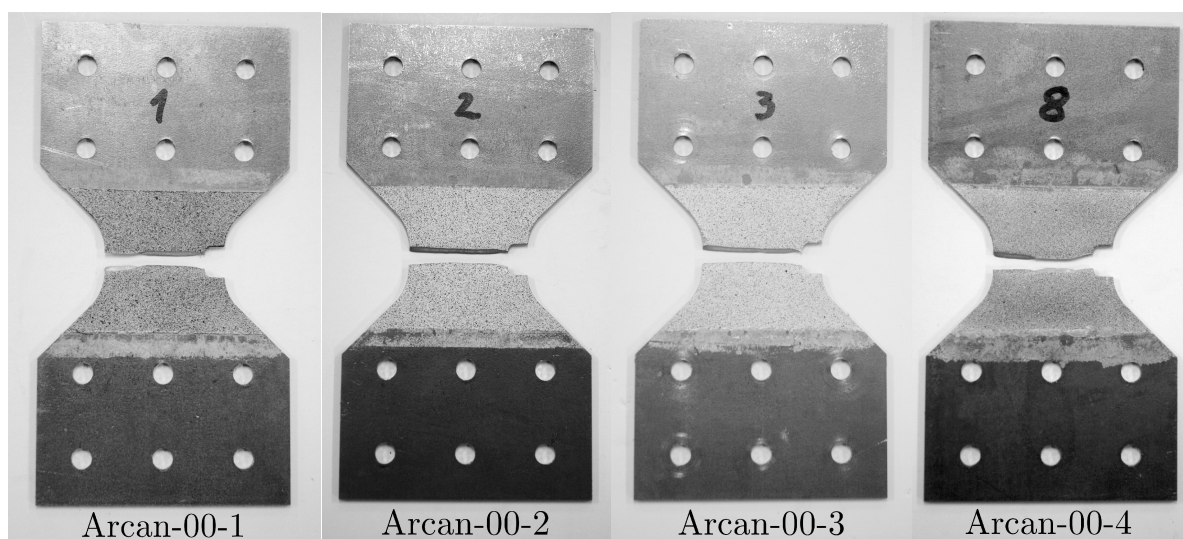
Bruddtøyning

Bruddtøyning beregnet med DIC er gitt i tabell 5.13.

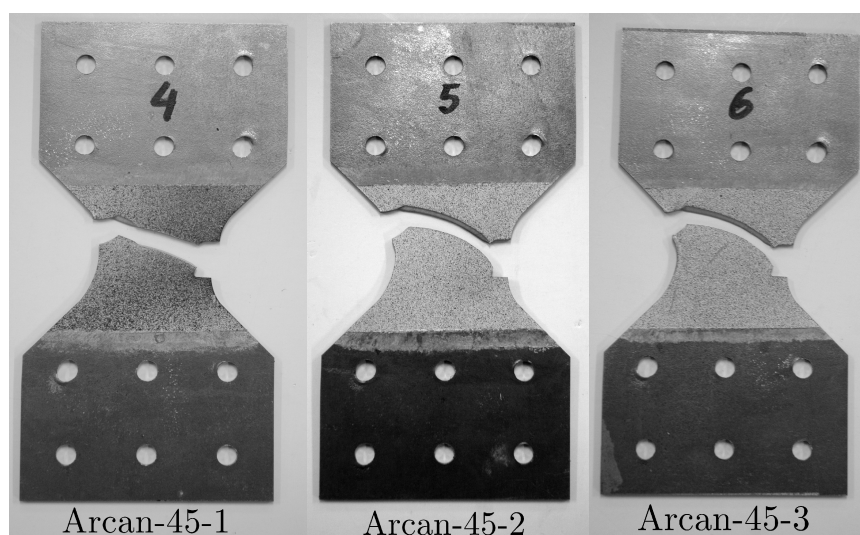
Test	$\bar{\epsilon}_f$
Arcan-00-4	0.848
Arcan-45-3	0.588

Tabell 5.13: Bruddtøyning fra DIC for Arcan-00-4 og Arcan-45-3.

Bruddbilder



Figur 5.28: Bruddbilder av Arcan-00 testene.



Figur 5.29: Bruddbilder av Arcan-45 testene.

Man ser også på bruddbildene at innfestningen ikke har vært optimal, da hullkantene har blitt deformert. Trykket mot hullkanten ville blitt noe mindre hvis boltene hadde vært strammet ytterligere.

6. Numeriske analyser i LS-DYNA

6.1. Elementmodell

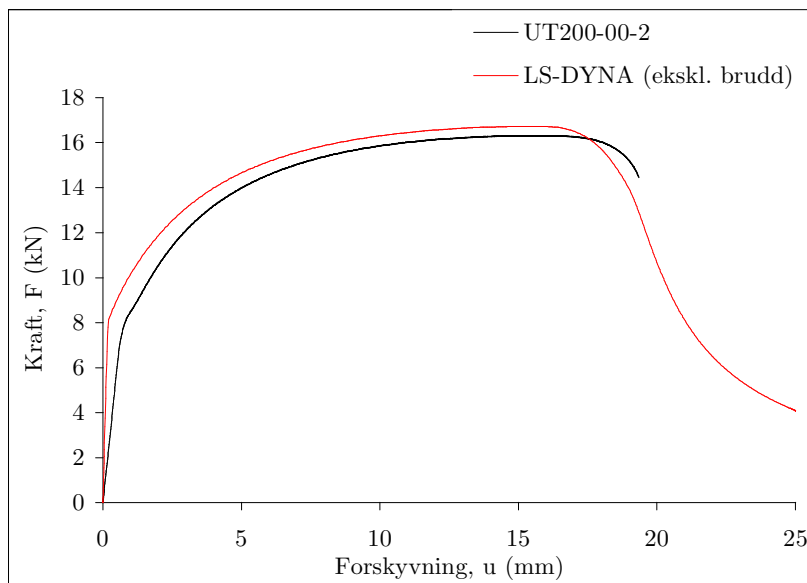
De numeriske analysene ble utført i LS-DYNA versjon ls971s R4.2, med enkel presisjon (I4R4), og med lisens fra avdeling for konstruksjonsteknikk, NTNU. Enhetene for alle analysene er millimeter, sekund, tonn og Newton. Alle analysene ble kjørt med fullt integrerte skall elementer som refereres til i LS-DYNA som element type 16. For UT200 analysen ble en modifisert Johnson-Cook materialmodell brukt. Denne refereres til i LS-DYNA som MAT_107. Denne materialmodellen ble ikke brukt for ISS og PST da det spesielt for PST viste seg at innsnevringen utviklet seg for mye ved for lave forskyvninger i forhold til eksperimentet. Materialmodellen Johnson-Cook (MAT_135) ble brukt for ISS og PST analysen. Sammen med MAT_135 ble det brukt ikke-lokal plastisk tynning for å redusere mesh størrelsens sensitivitet for brudd. Denne materialmodellen refereres til i LS-DYNA som MAT_NONLOCAL, og tar hensyn til tilnærmet lineær fastning ved høye tøyninger. Ikke-lokal plastisk tynning jevner ut tykkelsestøyningen ved å ta utgangspunkt i et område rundt elementet med en gitt radius, L , i stedet for at mesh-størrelsens tykkelsestøyning er bestemmende. Verdien av L bør være halve tykkelsen og her ble $L=1.0$ mm brukt. Det ble for UT200 i tillegg forsøkt med MAT_135 med MAT_NONLOCAL. For UT200 viste det seg at denne materialmodellen ga tilnærmet samme resultat som MAT_107 bortsett fra at MAT_107 ga et bedre resultat med hensyn til innsnevringen (se figur D.1). Det ble for alle analysene brukt en to-leddet Voce fastningsregel der parametrene er gitt i tabell 5.8. For prosessering av data fra analysene ble LS-PREPOST 2.1 brukt.

6.2. UT200

Det kritiske plastiske arbeidet, W_c eller W_f , er det plastiske arbeidet som kreves for brudd, og kan finnes ved å analytisk beregne arealet av en sann spenning-effektiv plastisk tøyning kurve frem til brudd. Et mer effektivt alternativ er å bruke en referanseanalyse fra LS-DYNA, der brudd er ekskludert, for så å identifisere W_f ved bruddforskyvningen fra eksperimentet.

Følgende metode ble brukt for å identifisere W_f . Først ble analysen kjørt til brudd og et kritisk element identifisert. Det kritiske elementet er det som først blir erodert bort i analysen og for UT200 modellen er dette elementnummer 728. Så ble en ny analyse kjørt der kritisk

plastisk arbeid ble satt svært høyt, slik at analysen ikke gikk til brudd. For det kritiske elementet ble kurven for plastisk arbeid (W) tatt ut. For å nøyaktig kunne plukke ut en kritisk verdi av W , forutsettes det at det er en god korrelasjon mellom kraft- forskyvning kurven fra eksperimentet og analysen. I figur 6.1 er kraft-forskyvning plottet for UT200-00-2 testen og analysen.



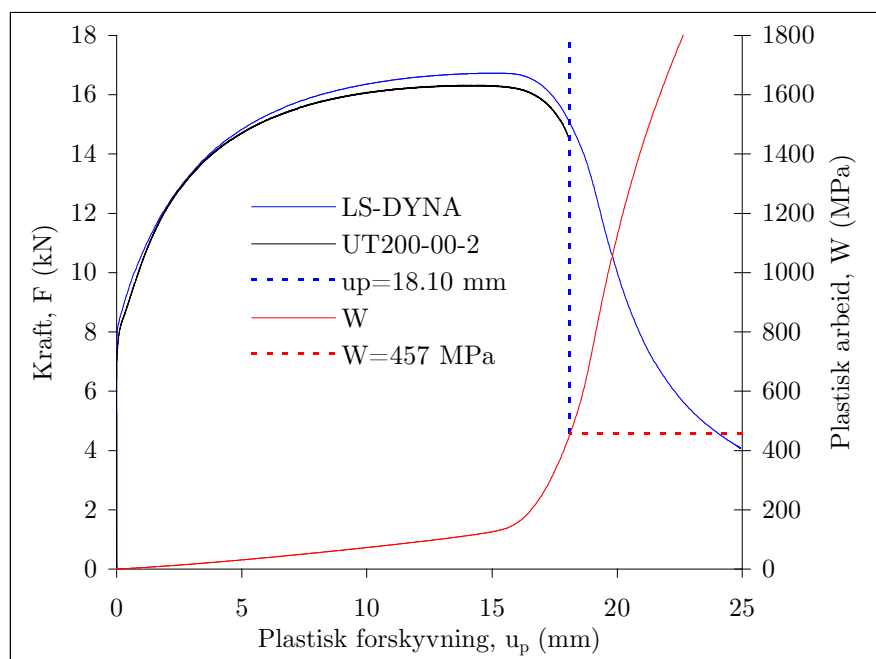
Figur 6.1: Kraft-forskyvning for UT200-00-2 og LS-DYNA uten brudd.

Det er god korrelasjon på formen. Kraften i analysen går noe høyere. Dette kan skyldes at flytegrensen er litt for høy og/eller at elementmodellen er for stiv. Det er minst korrelasjon mellom forskyvningene og avviket skyldes påvirkning av testmaskinens stivhet. Denne differansen elimineres ved å trekke fra de elastiske forskyvningene og man står igjen med den plastiske forskyvningen, u_p , gitt ved

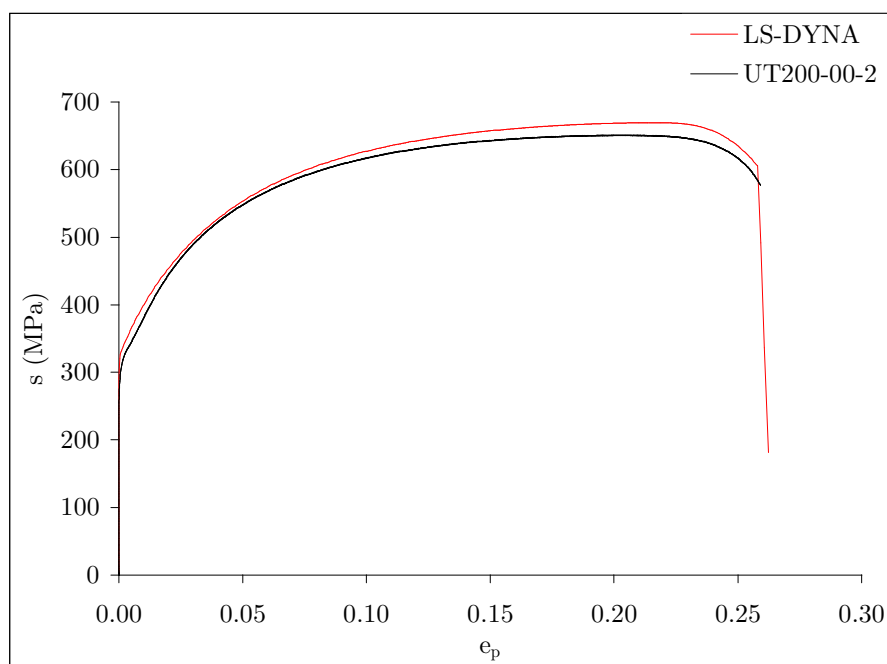
$$u_p = u - \left(\frac{F}{\tilde{y}} \right) \quad (6.1)$$

Der \tilde{y} er stigningstallet i det elastiske området av kraft-forskyvning kurven for UT200-00-2 testen ($\tilde{y}=11.606$) og analysen ($\tilde{y}=45.818$).

I figur 6.2 er $F - u_p$ kurven fra UT200-00-2 plottet sammen med $F - u_p$ og $W - u_p$ kurvene fra analysen. W_f er plukket ut ved den maksimale plastiske forskyvningen for UT200-00-2 testen ($u_p=18.10$ mm), noe som svarer til en verdi av W på 457 MPa. En ny analyse ble kjørt der W_f ble satt til 457 MPa, og figur 6.3 viser at denne verdien gir god korrelasjon ved brudd mellom testen og analysen.



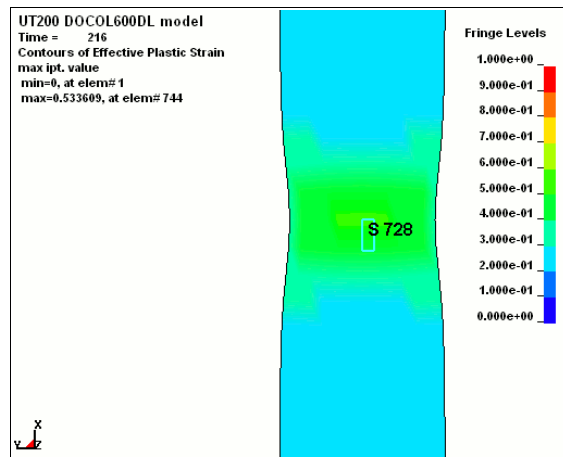
Figur 6.2: Diagram for identifisering av kritisk W for UT200.



Figur 6.3: Ingeniørspenning-plastisk ingeniørtøyning kurver for UT200-00-2 og analysen.

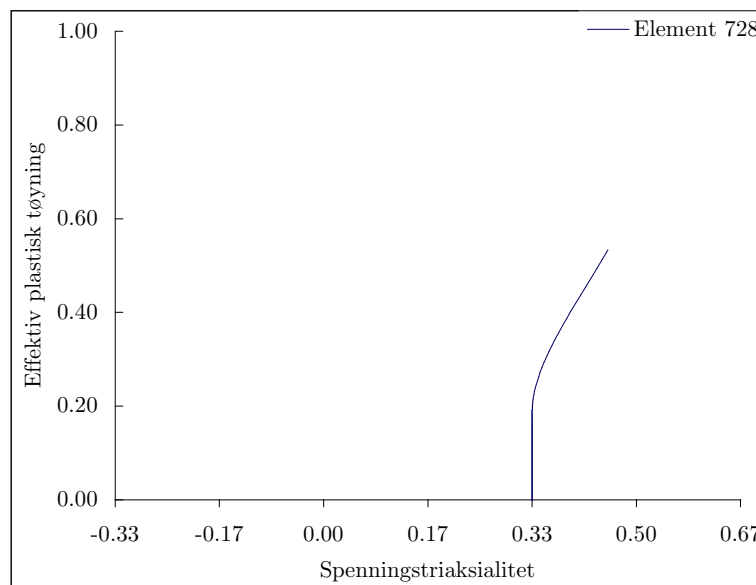
Figur 6.3 viser analysen av UT200 kjørt med $W_f = 457$ MPa. Etersom $s - e_p$ kurven fra analysen stemmer rimelig godt overens med materialforsøket, kan man gjøre et forsøk på å anslå bruddtøyningen og spenningstriaksialiteten for et kritisk element lokalt i bruddet fra analysen i LS-DYNA. Nøyaktigheten til verdiene av $\bar{\epsilon}_f$ og σ^* i forhold til forsøket, er først og fremst avhengig av korrelasjonsnivået av $s - e_p$ kurvene, mesh størrelsen og elementtypen.

Bruddtøyning og spenningstriaksialitet

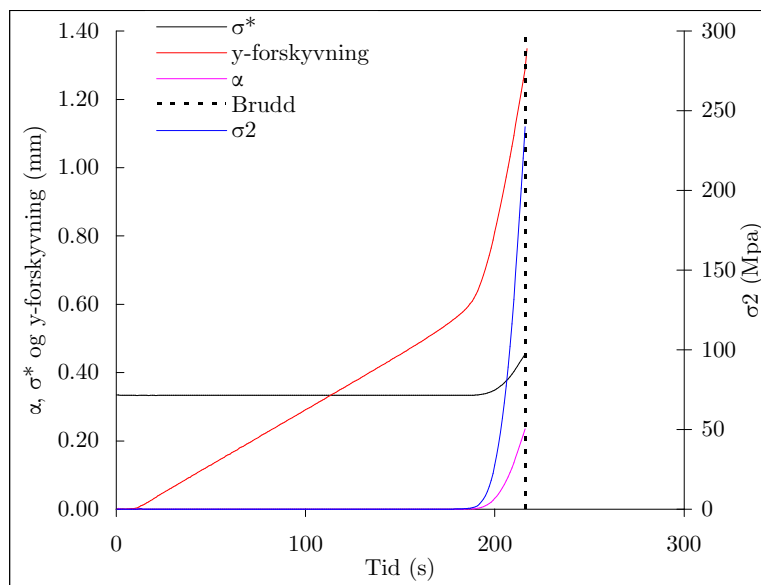


Figur 6.4: Bruddtøyning for UT200 fra LS-DYNA.

Det kritiske elementet ligger midt i tøyningfeltet. Elementene eroderte bort fra midten og ut mot siden. Bruddtøyningen, $\bar{\epsilon}_f$, i kritisk element (element 728) er 0.534 og spenningstriaksialiteten σ^* er 0.454. Ved enakset strekk under plan spenning er den ideelle verdien $\sigma^*=1/3$. På grunn av lokalisering øker σ_2 og α slik at σ^* øker med $\bar{\epsilon}$ (figur 6.5). Figur 6.6 viser innsnevringen og lokaliseringen som y-forskyvningen for en node i kanten av bruddet, og man ser tydelig at σ^* øker med økt innsnevring. Man ser at $\sigma^*=1/3$ frem til lokalisering, for så å øke, ettersom σ_2 øker raskt etterhvert som lokaliseringen utvikler seg. Figur 6.5 viser σ^* plottet med $\bar{\epsilon}$ for kritisk element frem til brudd. Spenningstriaksialiteten er beregnet som forholdet mellom hydrostatisk spenning (σ_m) og effektivspenningen ($\bar{\sigma}$) tatt ut som henholdsvis «pressure» og «effective stress (v-m)» fra LS-PREPOST.

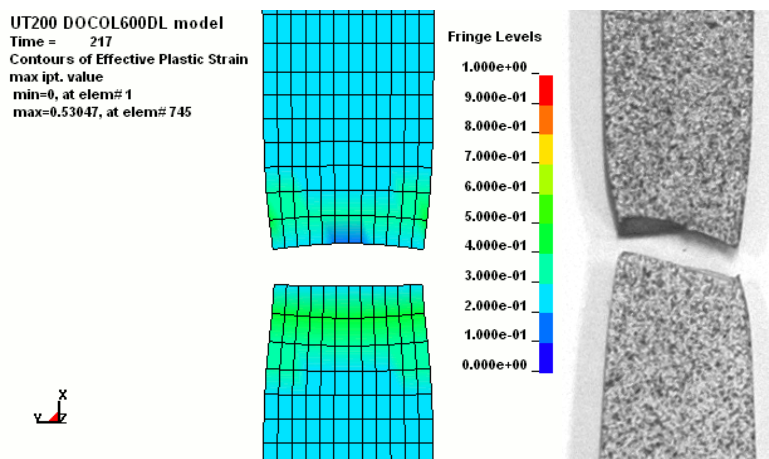


Figur 6.5: Spenningstriaksialitet-effektivtøyning for kritisk element for UT200.



Figur 6.6: σ^* , σ_2 og innsnevring (y-forskyvning) for kritisk element.

Bruddbilder

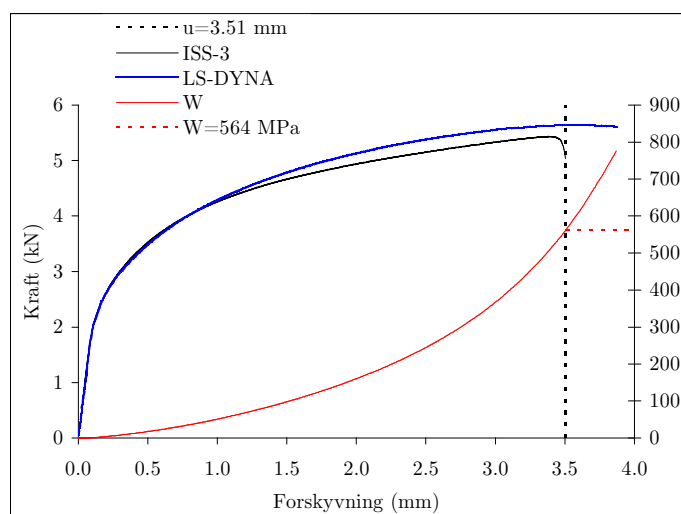


Figur 6.7: Bruddbilde fra LS-DYNA og UT200-00-2 testen.

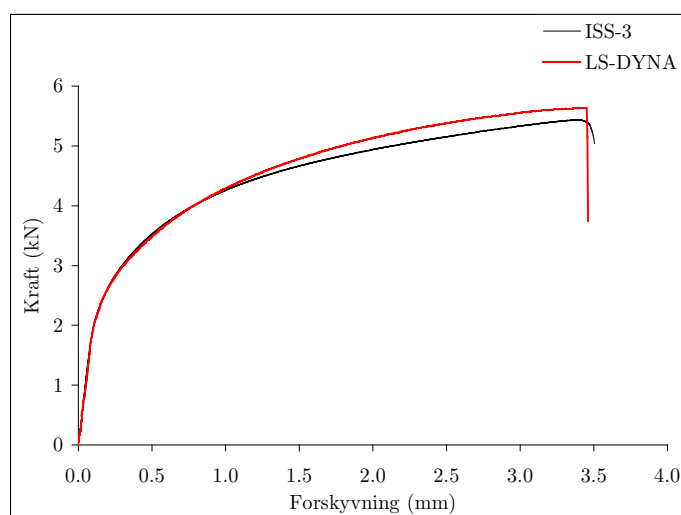
Bruddmodus for analysen og materialtesten viser en god korrelasjon ettersom bruddflaten er rett og bruddene går mot skjærbrudd i kantene.

6.3. ISS

Tilnærmet samme fremgangsmåte ble brukt for å bestemme W_f for ISS som for UT200. Det viser seg å være god korrelasjon mellom kraft-forskyvning kurvene fra ISS-3 testen og analysen. En analyse som ekskluderte brudd ble kjørt, og W ble plottet med forskyvningen for det kritiske elementet. Kritisk plastisk arbeid ble tatt ved forskyvningen ved brudd fra ISS-3 testen. Forskyvningen 3.51 mm gir et plastisk arbeid på 564 MPa. Et mer nøyaktig estimat av W_f forutsetter en bedre korrelasjon mellom kraft-forskyvning kurvene fra testen og analysen.



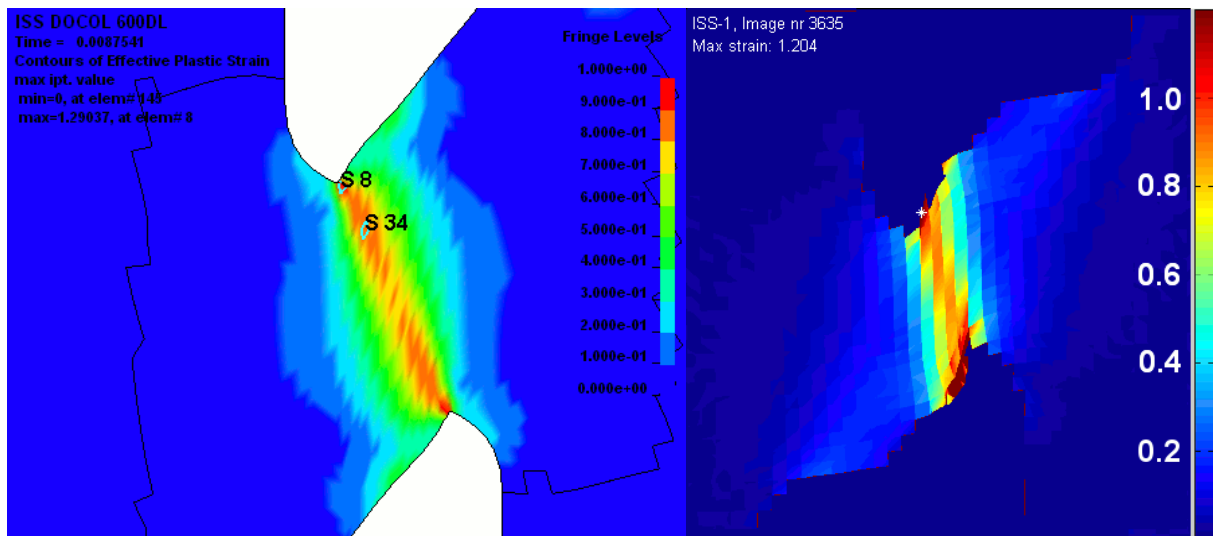
Figur 6.8: Diagram for identifisering av kritisk W for ISS.



Figur 6.9: Kraft-forskyvning kurve fra ISS-3 testen og analysen.

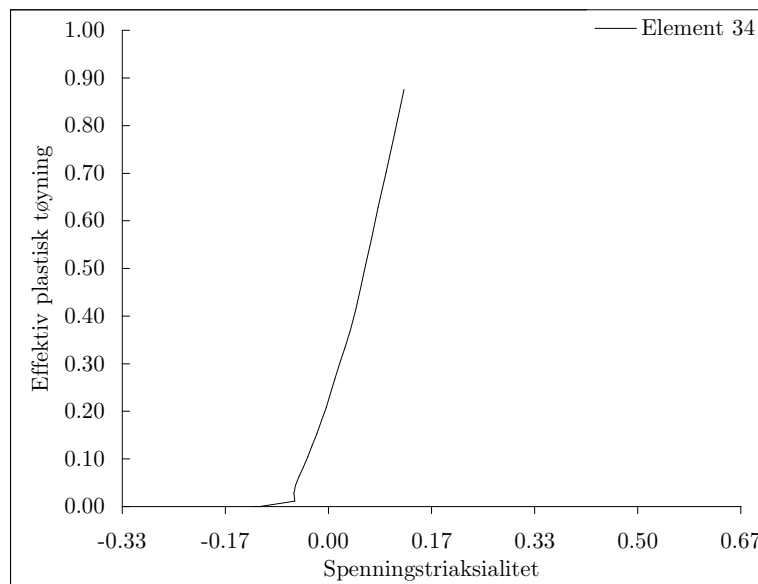
Figur 6.9 viser kraft-forskyvning fra analysen kjørt med $W_f=564$ MPa. Korrelasjonsnivået er akseptabelt med hensyn til å beregne $\bar{\epsilon}_f$ og σ^* lokalt i skjærsonen.

Bruddtøyning og spenningstriaksialitet



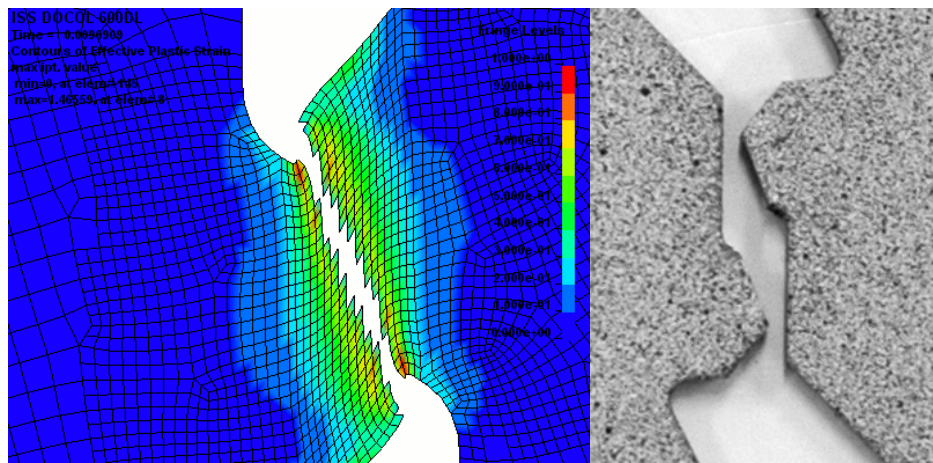
Figur 6.10: Effektivtøyning i skjærsonen før brudd fra LS-DYNA (venstre) og DIC (høyre).

Figur 6.10 viser effektiv plastisk tøyning fra analysen og logaritmisk tøyning fra DIC (ISS-1) med sammenlignbar fargeskala. ISS-3 er brukt som referansetest i LS-DYNA og bruddtøyningen for DIC er beregnet fra ISS-1, men variasjonen i materialkurvene er minimal og en sammenligning kan derfor gjøres. De maksimale tøyningene beregnet fra analysen og fra DIC er begge registrert i øvre kant av skjærsonen. Maksimal effektivtøyning fra DIC er 1.204. Maksimal effektivtøyning registrert i skjærsonen fra analysen er 1.29 i element 8. Element 8 går ikke til brudd. Det kritiske elementet er element 34 og for dette elementet er $\bar{\epsilon}_f = 0.876$ og $\sigma^* = 0.122$.



Figur 6.11: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning kurve for kritisk element fra ISS analysen.

Bruddbilder

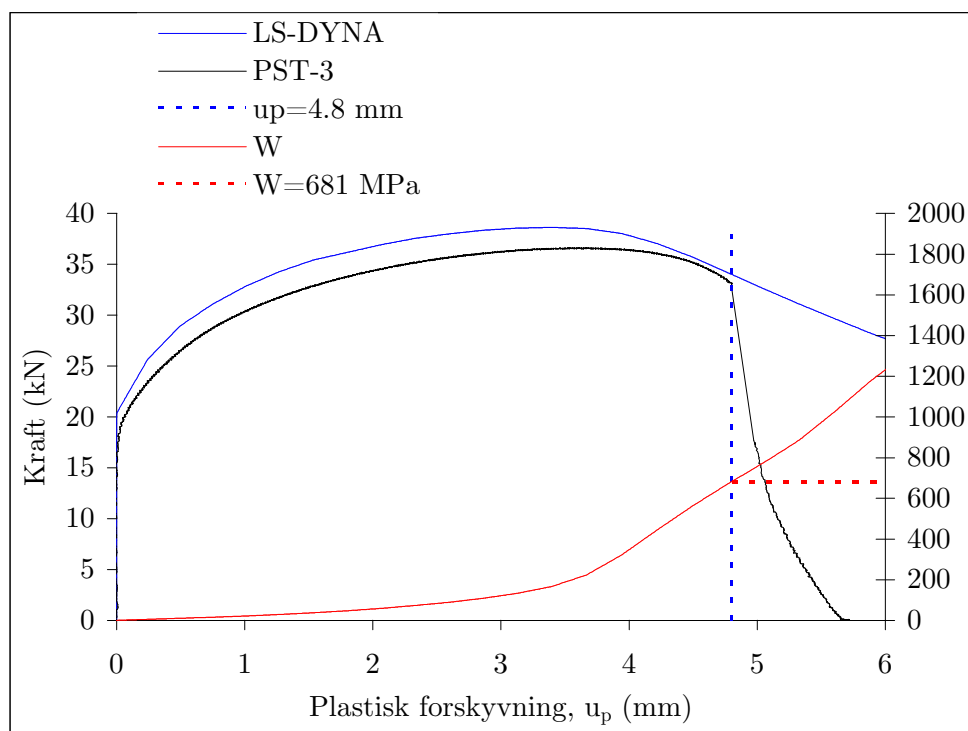


Figur 6.12: Bruddbilde fra LS-DYNA og ISS-3.

Figur 6.12 viser at det er god korrelasjon mellom analysen og materialtesten med hensyn til bruddmodus. Ideelt sett skulle σ^* under rent skjær og plan spenning vært 0, men på grunn av rotasjon blir ikke skjæret fullstendig vertikalt og rent. Likevel er verdien av $\sigma^*=0.122$ så lav at man kan si at det er en tilstand av tilnærmet rent skjær. σ^* ble beregnet på samme måte som for UT200.

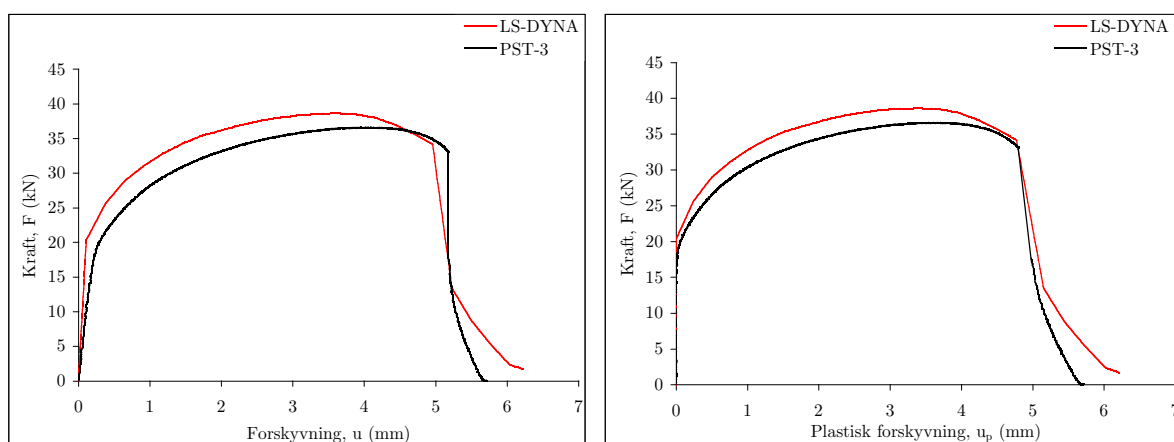
6.4. PST

Kalibreringskonstanten, W_f , ble for PST beregnet på en identisk måte som for UT200 testen, ettersom det viste seg at testmaskinens stivhet påvirket forskyvningene. En plastisk forskyvning på 4.8 mm gir et plastisk arbeid på 681 MPa.



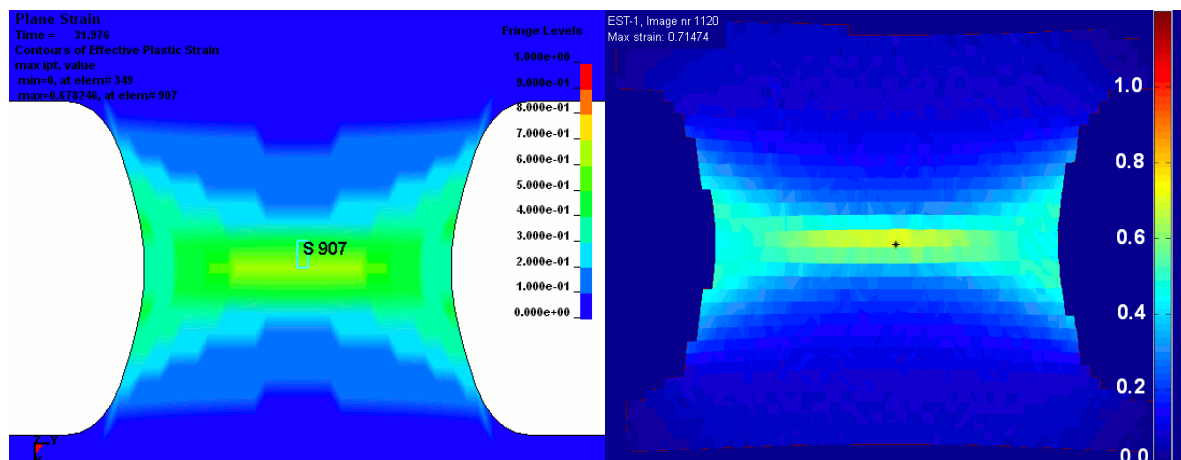
Figur 6.13: Identifisering av kritisk W for PST-3 testen.

En analyse der kritisk plastisk arbeid ble satt til 681 MPa ble så kjørt og figur 6.14 viser at dette gir en god korrelasjon med kraft-forskyvning kurven når de elastiske forskyvningene er trukket fra.



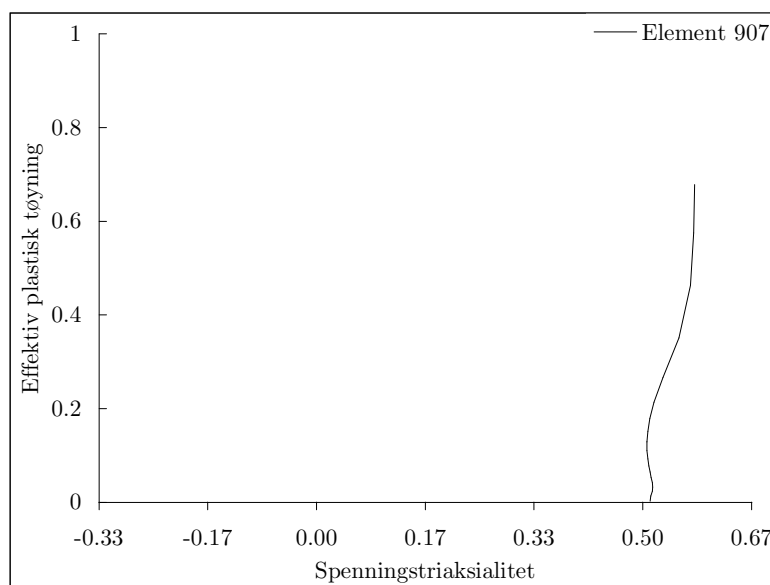
Figur 6.14: Kraft-forskyvning (venstre) og kraft-plastisk forskyvning (høyre) for PST-3 og analysen.

Bruddtøyning og spenningstriaksialitet



Figur 6.15: Effektivtøyning for kritisk element før brudd for PST i analysen og for DIC.

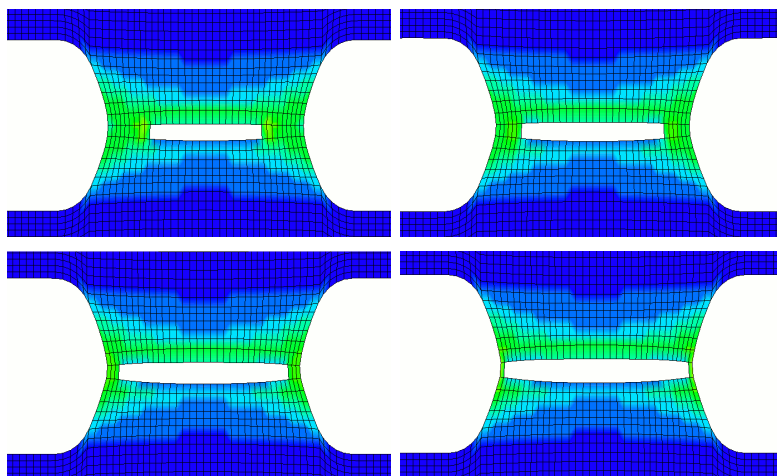
Figur 6.15 viser effektivtøyning fra LS-DYNA og effektivtøyningen fra DIC i innsnevringen med sammenlignbar fargeskala. I kritisk element (element 907) fra LS-DYNA er $\bar{\epsilon}_f$ beregnet til 0.678 og σ^* er 0.579. σ^* ble i analysen beregnet som for UT200. Den maksimale logaritmiske tøyningen beregnet med DIC før brudd er 0.715.



Figur 6.16: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning for kritisk element fra ISS analysen.

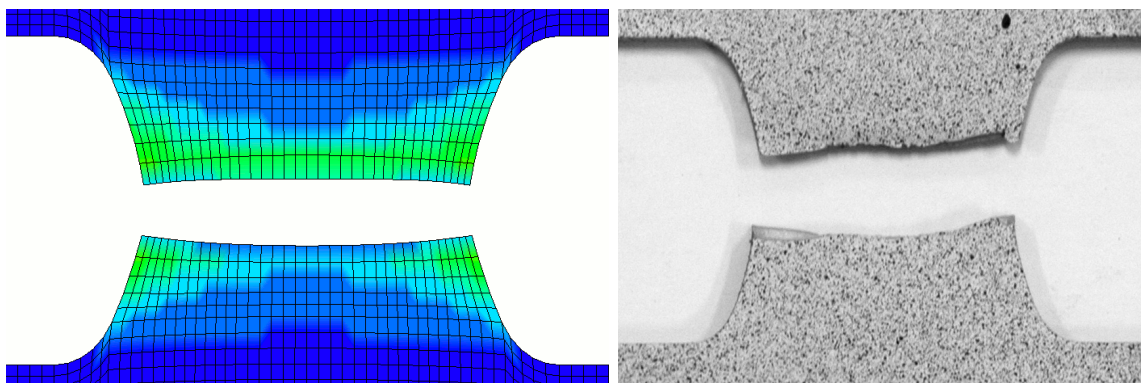
For det kritiske elementet kan man i figur 6.16 se at spenningstriaksialiteten varierer lite med effektivtøyningen. Frem til brudd går verdien av σ^* mot en tilstand av plan tøyning.

Bruddbilder



Figur 6.17: Bruddforløp for PST: Sprekkdannelse og utvikling.

Bruddet for analysen utviklet seg som en initiell sprekk på midten som propagerte horisontalt ut til sidene og lignende modus ble observert i materialtestene.

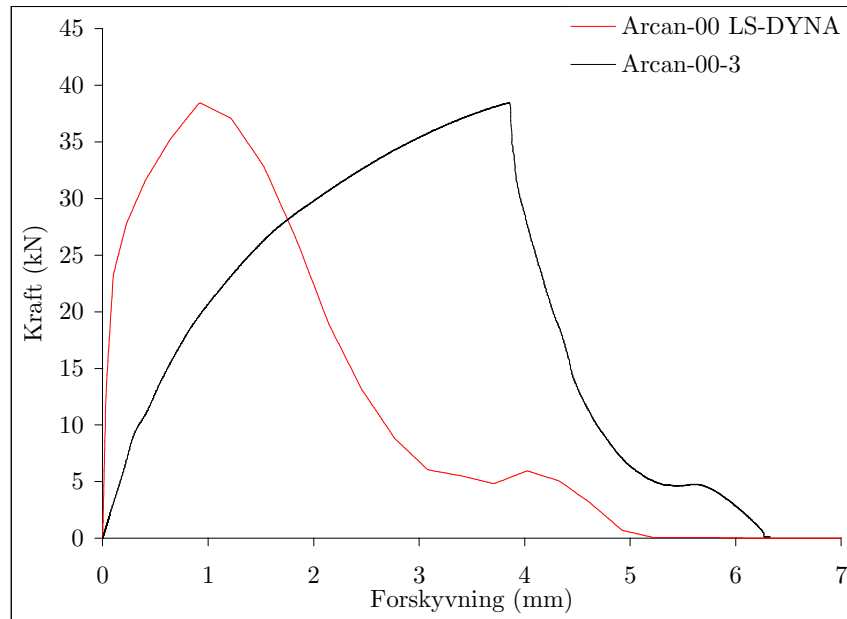


Figur 6.18: Sammenligning av brudd fra analysen av PST og materialtesten PST-3.

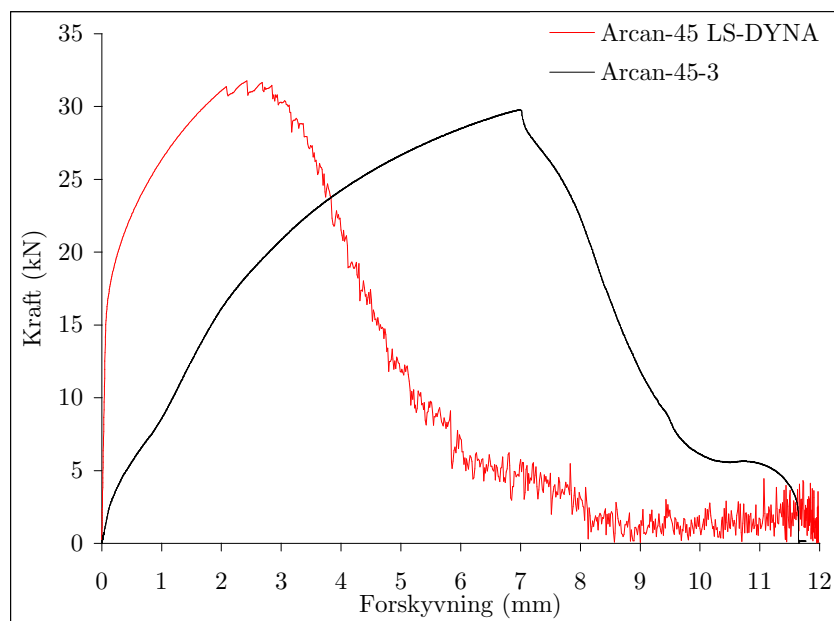
6.5. Arcan

Arcan testene ble kjørt med $W_f = 457$ MPa beregnet fra strekktesten.

Kraft-forskyvning



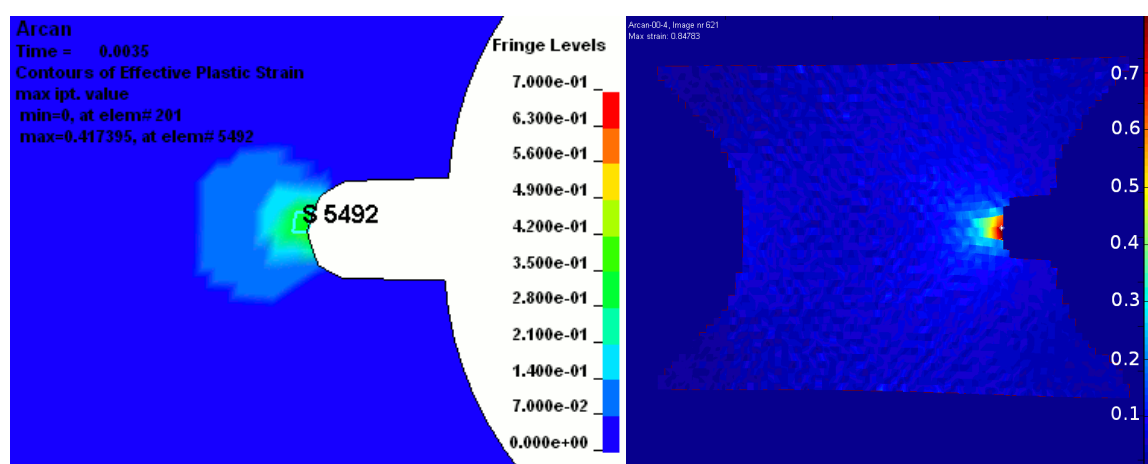
Figur 6.19: Kraft-forskyvning kurver for Arcan-00 fra LS-DYNA og Arcan-00-3.



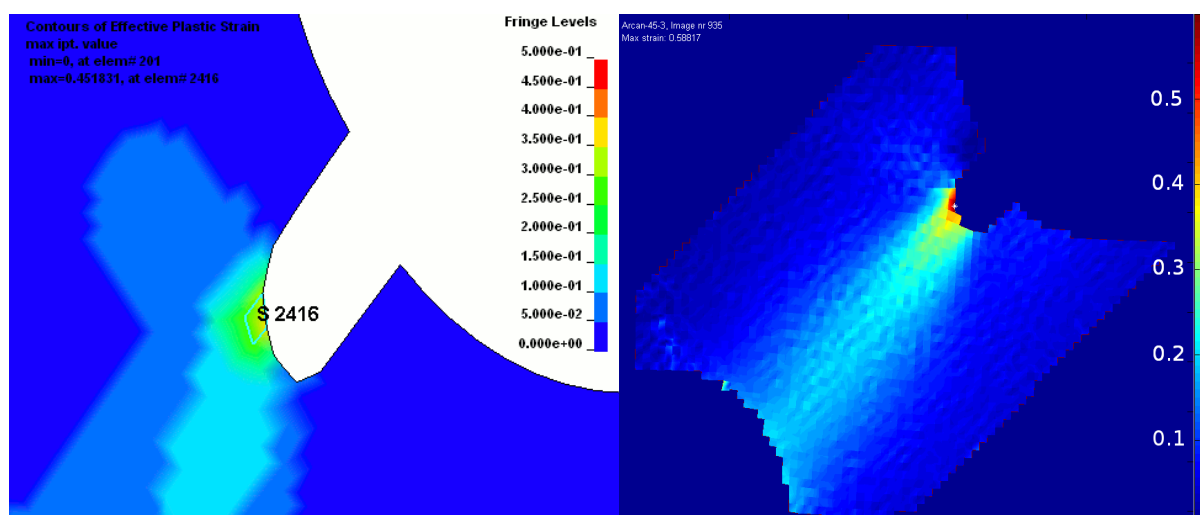
Figur 6.20: Kraft-forskyvning kurver for Arcan-45 fra LS-DYNA og Arcan-45-3.

Kraft-forskyvning kurven for Arcan-00 i figur 6.19, er tatt ut ved å summere kreftene i et snitt over midten av prøvestykket. Figur 6.20 viser kraft-forskyvning kurven for Arcan-45. Kraft-forskyvning kurven er her tatt ut som resultantkraften i den ene av de to stivlegemene som representerer innfestingen, og viser hvordan sprekken påvirker kraften. Støyet på kurven kommer av at når sprekken vokser, blir det et lite fall i kraften. Forskyvningen for materialtestene er mye høyere enn for analysen ettersom innfestingen gir etter. De delene av innfestingen som gir mest etter er hullkantene i prøvestykket og boltene. På bruddbildene av prøvestykkene kan man se at hullkanten er deformert. Det viktigste er uansett at den maksimale kraften fra analysen og materialtesten er omtrent like høy. For Arcan-00 og Arcan-00-3 er den maksimale kraften hhv. 38.43 kN og 38.44 kN. For Arcan-45 og Arcan-45-3 er den maksimale kraften hhv. 31.7 kN og 29.08 kN.

Bruddtøyning og spenningstriaksialitet



Figur 6.21: Effektivtøyning for kritisk element før brudd for Arcan-00 i analysen og for Arcan-00-4 fra DIC.



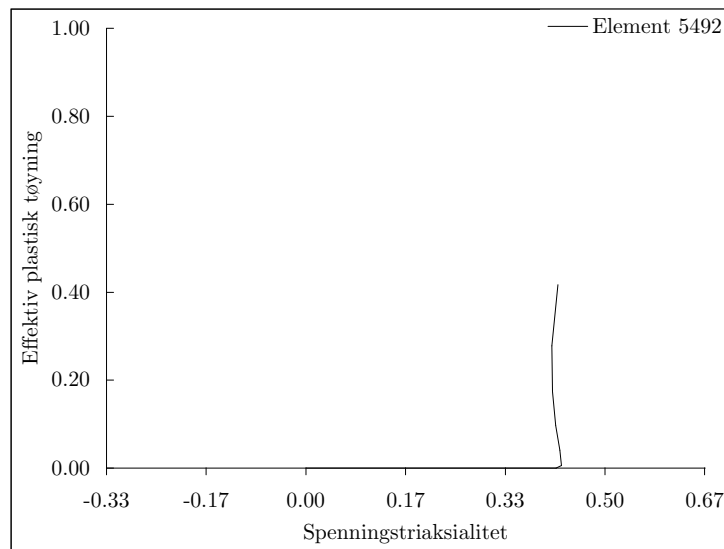
Figur 6.22: Effektivtøyning for kritisk element før brudd for Arcan-45 i analysen og for Arcan-45-3 fra DIC.

Figurene 6.21 og 6.22 viser fargeplot av effektivtøyningen rett før brudd fra analysen og fra DIC med sammenlignbar fargeskala. Verdiene er gitt i tabell 6.1.

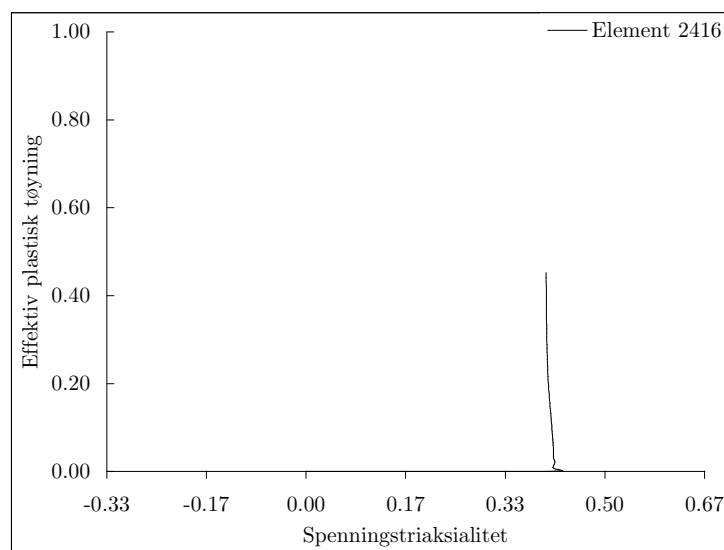
Test (LS-DYNA / DIC)	σ^* (LS-DYNA)	$\bar{\epsilon}_f$ (LS-DYNA)	$\bar{\epsilon}_f$ (DIC)
Arcan-00 / Arcan-00-4	0.421	0.417	0.847
Arcan-45 / Arcan-45-3	0.40	0.45	0.59

Tabell 6.1: σ^* og ϵ_f for Arcan-00 og Arcan-45 beregnet med LS-DYNA og DIC.

Ettersom Arcan testene er kjørt med $W_f=457$ MPa som er basert på verdiene fra strekktesten i LS-DYNA, er det å forvente at bruddtøyningen er lavere enn for DIC da bruddtøyningen for strekktesten beregnet fra LS-DYNA også er lavere enn DIC (se figur 7.1).

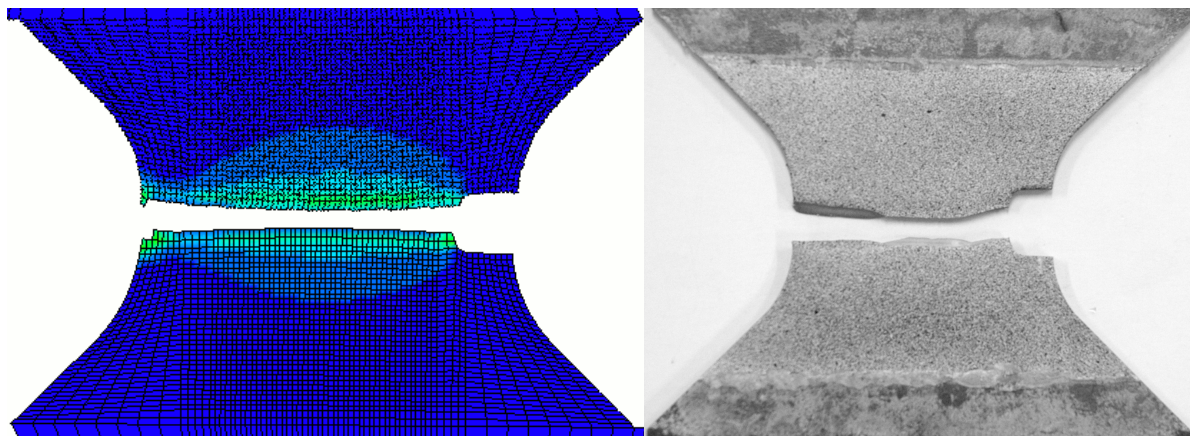


Figur 6.23: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning for kritisk element fra Arcan-00 analysen.

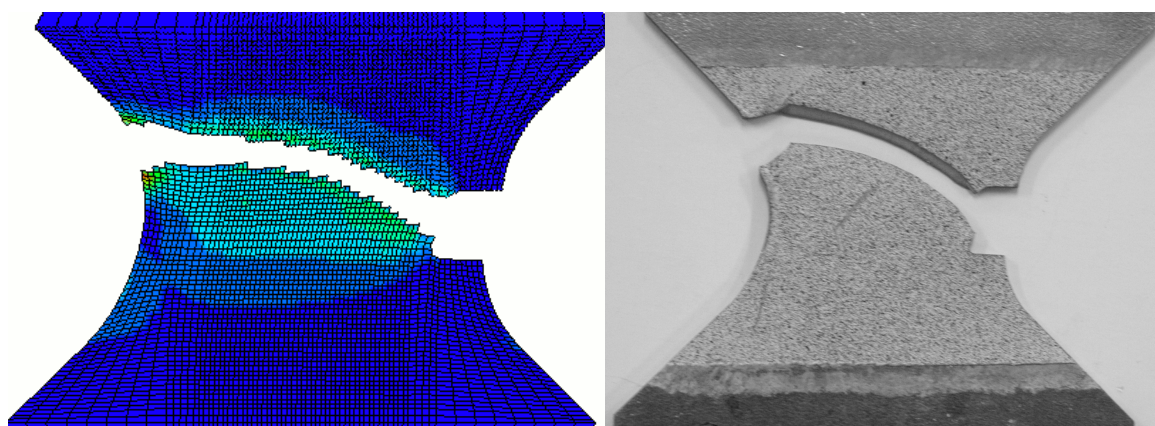


Figur 6.24: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning for kritisk element fra Arcan-45 analysen.

Bruddbilder



Figur 6.25: Bruddbilder fra analysen av Arcan-00 og materialtesten Arcan-00-4.



Figur 6.26: Bruddbilder fra analysen av Arcan-45 og materialtesten Arcan-45-3.

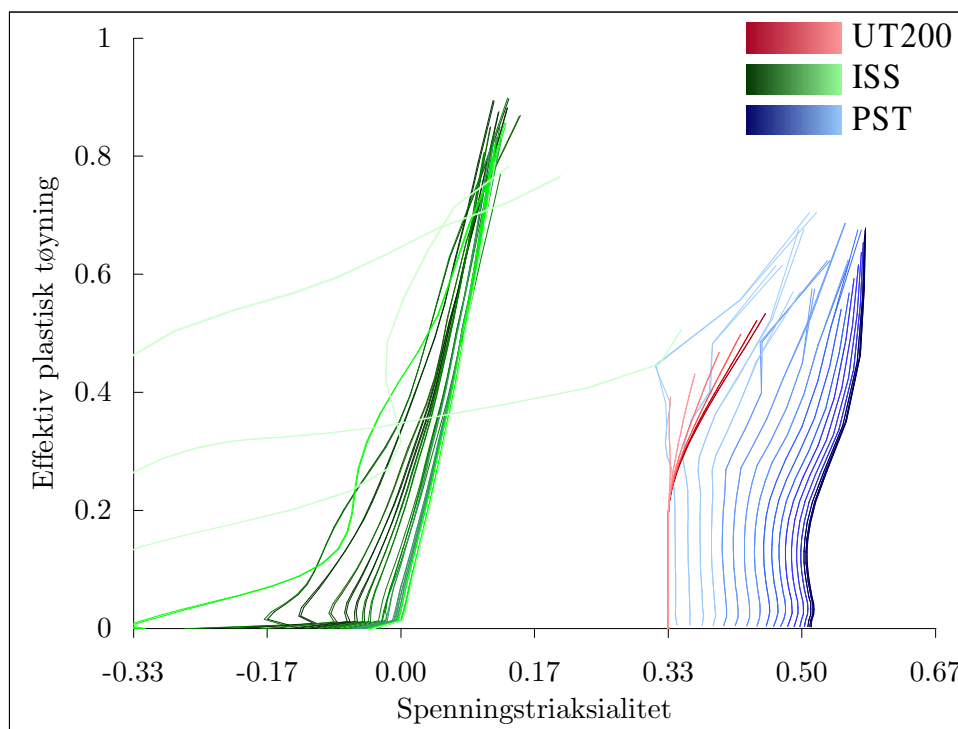
Det er en god korrelasjon mellom bruddmodus fra forsøket og analysen. Bruddene fra materialtesten danner skjærlepper, noe som viser at materialet er nokså duktilt. Denne bruddmodusen er ikke tatt hensyn til i elementmodellene ettersom disse består av skall elementer, men ettersom prøvestykkene er relativt tynne har dannelsen av skjærleppene mindre påvirkning på hvordan bruddflaten blir og simuleringen med skallelementer gir god korrelasjon.

Konklusjon av valideringstestene Arcan-00 og Arcan-45

Arcan-testene er ment som en validering av Cockcroft-Latham kriteriet, og det er oppnådd god korrelasjon til tross for at kriteriet kun har en kalibreringskonstant. Strekktesten er brukt som kalibreringstest med $W_f = 457$ MPa. Korrelasjonen for kraftnivået og bruddbildene fra analysen og materialtesten er meget god. Spenningstriaksialiteten for første brudd i strekktesten var 0.45, og for første brudd i Arcan-testene var σ^* omkring 0.41. Det er dermed vist at Cockcroft-Latham kriteriet kan kalibreres med en strekktest og forutsi brudd i verdier av σ^* på 0.45 ± 5 . Hadde man brukt PST som kalibreringstest, ville kraftnivået for Arcan-testene vært noe høyere ettersom W_f er høyere for PST.

6.6. Oppsummering av analyseresultater

Figur 6.27 viser spenningstriaksialiteten plottet med effektiv plastisk tøyning for elementene som gikk til brudd i analysene. Kronologisk angir valøren i fargen fra mørkest til lysest når elementene gikk til brudd. De mørkeste valøren svarer dermed til de første elementene som gikk til brudd og de lyse svarer til de siste.



Figur 6.27: Spenningstriaksialitet-effektiv plastisk tøyning for UT200, ISS og PST.

Bruddtøyningen og spenningstriaksialiteten for de kritiske elementene er presentert i tabell 6.2 sammen med tilhørende kritisk plastisk arbeid.

Test	LS-DYNA		
	$\bar{\epsilon}_f$	σ^*	W_f
UT200	0.534	0.454	457 MPa
ISS	0.876	0.122	564 MPa
PST	0.678	0.579	681 MPa

Tabell 6.2: Bruddtøyning, spenningstriaksialitet og kritisk plastisk arbeid.

Verdiene av σ^* for de tre karakteristiske deformasjonsmodene enakset strekk (UT200), rent skjær (ISS) og plan tøyning (PST) avviker fra de ideelle (tabell 4.1) med henholdsvis 26.6%, 12.2% og 0.28%. Selv om det er noe avvik så er målet likevel nådd med å dekke en bred andel positive verdier av spenningstriaksialitet ($0 \leq \sigma^* \leq 2/3$).

7. Kalibrering og evaluering av bruddkriterier

7.1. Kalibrering

Følgende bruddkriterier er kalibrert og evaluert:

- Cockcroft-Latham (CL)
- Fracture Forming Limit Diagram (FFLD)
- Johnson-Cook (JC)
- Konstant effektivtøyning (KE)
- Maksimal skjærspenning (MS)

Bruddkriteriene crachFEM, Wilkins og Xue-Wierzbicki blir ikke kalibrert og evaluert her ettersom disse kriteriene krever fire tester for kalibrering.

Påliteligheten av de beregnede verdiene av $\bar{\epsilon}_f$ og σ^* fra LS-DYNA er avhengig av korrelasjonsnivået mellom $s - e_p$ kurvene eller kraft-forskyvning kurvene fra de numeriske analysene og materialtestene. Tabell 7.1 viser de beregnede verdiene av $\bar{\epsilon}_f$ og σ^* . Tre punkter i en forholdsvis bred andel av spenningstriaksialitet er et tilnærmet minimum med hensyn til en sikker kalibrering og evaluering.

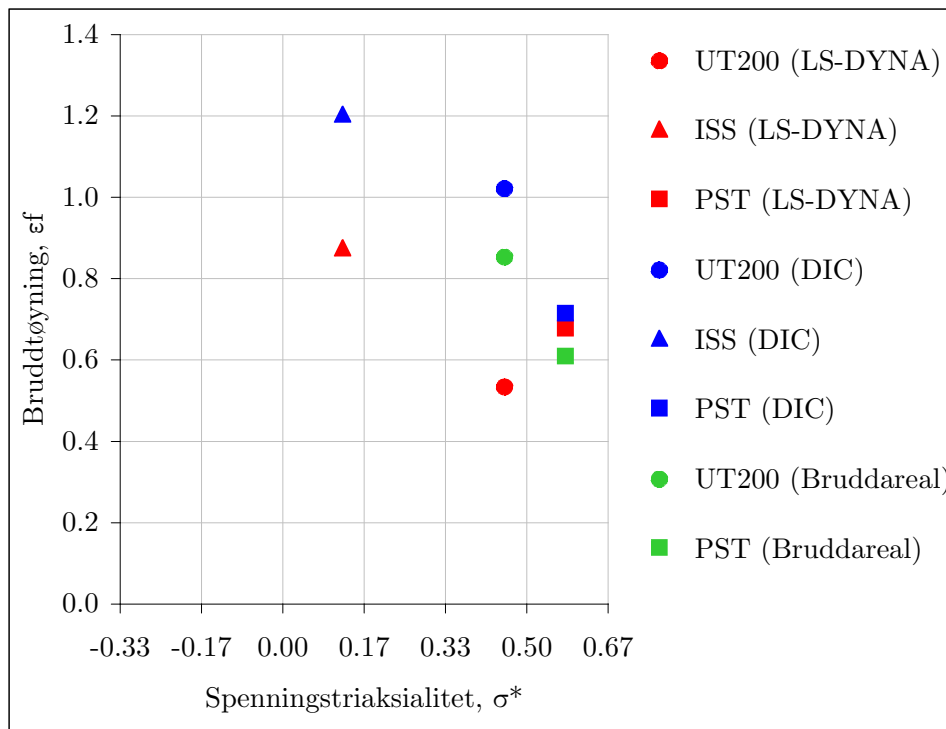
Test	DIC	Areal	LS-DYNA		
	$\bar{\epsilon}_f$	ϵ_f	$\bar{\epsilon}_f$	σ^*	W_f (MPa)
UT200	1.021	0.853	0.534	0.454	457
ISS	1.204	-	0.876	0.122	564
PST	0.715	0.609	0.678	0.579	681

Tabell 7.1: ϵ_f , σ^* og W_f for kalibrering av bruddmodellene.

For å kunne gjøre en fornuftig vurdering av nøyaktigheten av bruddkriteriene, bør forsøkspunktene danne en forventet trend i $\sigma^* - \bar{\epsilon}_f$ diagrammet. Trenden som forsøkspunktene danner viser i figur 7.1 at en økende verdi av σ^* reduserer $\bar{\epsilon}_f$. Dette er en forventet trend der porevekst er bruddmekanismen. Dette kan forklares i sammenheng med duktiliteten til materialet. Dersom duktiliteten øker vil bruddtøyningen også øke fordi materialet tillater høyere tøyninger uten å gå til brudd. Spenningstriaksialiteten i innsnevringen vil derimot

avta med en økende duktilitet fordi materialet har mindre motstand mot deformasjon. Avviket er nokså stort mellom verdiene av bruddtøyning for strekktesten og skjærttesten. En sannsynlig grunn til dette er ulik oppløsning. Forsøkspunktet fra strekktesten er lavere enn forsøkspunktene fra plan tøyning noe som er et avvik av en forventet trend. De mest pålitelige verdiene av bruddtøyning er de beregnet fra bruddarealet ettersom disse er en direkte måling fra materialtesten og dermed har få påvirkningsfaktorer. Trenden disse forsøkspunktene danner samsvarer med trenden til punktene fra DIC.

Tre tester er et lite antall for å kunne danne et godt bilde av en trend for materialet. For å gjøre en god evaluering av bruddkriteriene, bør man utføre tester ved flere verdier av σ^* .



Figur 7.1: Forsøkspunkter fra alle forsøksmetodene.

7.1.1. Kalibreringsmetode

For kalibreringen er det brukt minste kvadraters metode med Solver funksjonen i Excel. Bruddkriteriene CL, FFLD, KE og MS er alle uttrykt ved α og $\bar{\varepsilon}_f$ kan derfor ikke direkte beregnes fra forsøkspunktets verdi av σ^* . Verdien av α som korresponderer til verdien av σ^* fra forsøkspunktet ble derfor beregnet. Bruddkriteriets verdi av $\bar{\varepsilon}_f$ ble så beregnet for forsøkspunktene og differansen, $\Delta\bar{\varepsilon}_f$, mellom $\bar{\varepsilon}_f$ fra forsøkspunktene og $\bar{\varepsilon}_f$ fra bruddkriteriet ble deretter minimert med minste kvadraters metode for å finne den ideelle tilpasningen. For JC-kriteriet er verdiene av σ^* fra forsøkspunktene brukt direkte i kriteriet og summen av $\Delta\bar{\varepsilon}_f$ minimert med minste kvadraters metode.

Ettersom det er stor spredning i forsøkspunktene, ble evalueringen gjort ved å kalibrere bruddkriteriene mot alle forsøkspunktene for så å vurdere prestasjonsnivået. Bruddkriteriene ble også kalibrert mot øvre og nedre grense, for å vise hvilke tester som ga de ekstremale bruddkruvene.

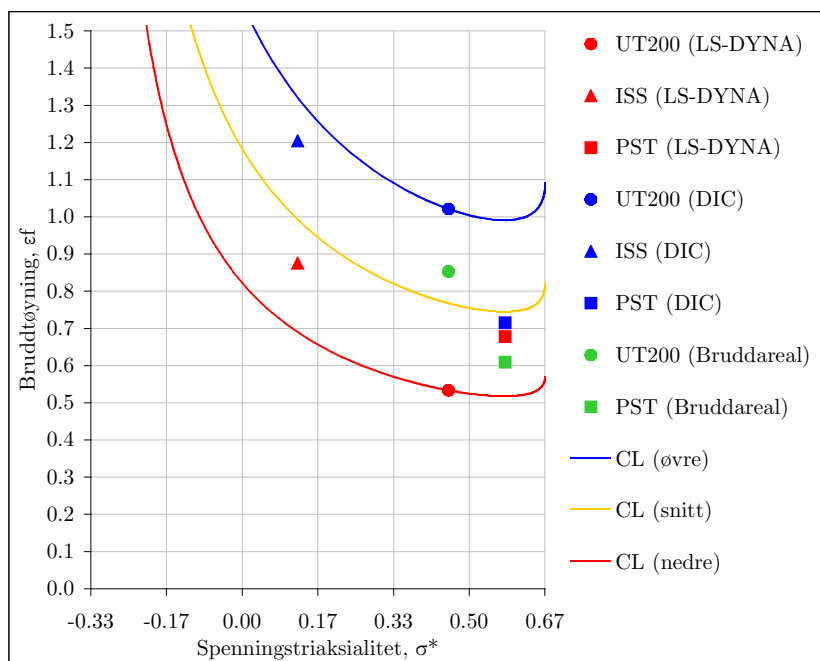
Test	σ^*	α
UT200	0.454	0.235
ISS	0.122	-0.512
PST	0.579	0.505

Tabell 7.2: σ^* og tilhørende α for kalibrering.

7.2. Evaluering

Bruddkriteriene er evaluert ut i fra nøyaktighet; hvor mye kriteriet avviker fra forsøkspunktene, og anvendelighet av bruddkriteriet i forhold antall tester som kreves for kalibrering.

7.2.1. Cockcroft-Latham kriteriet



Figur 7.2: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av CL-kriteriet.

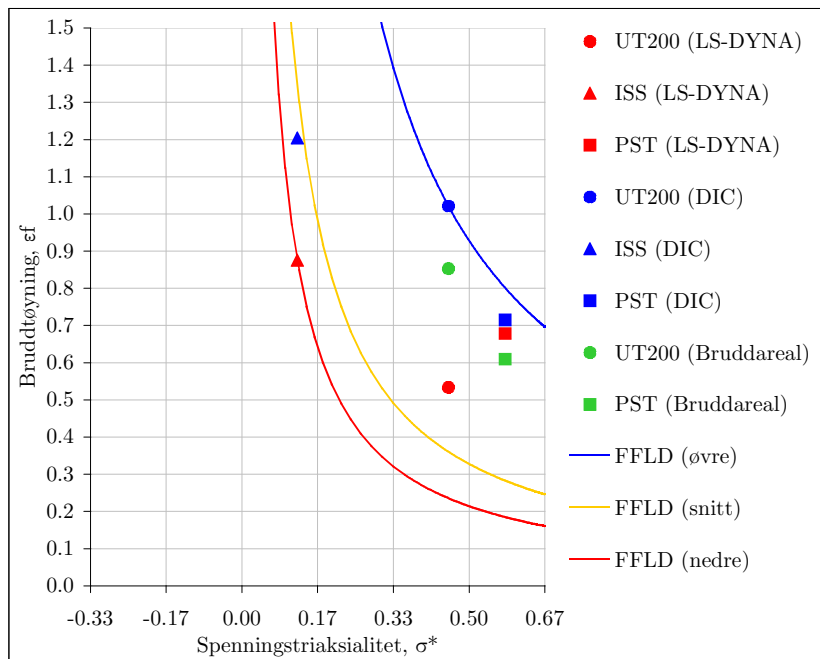
Cockcroft-Latham kriteriet				
Kurve	Kalibreringspunkter	W_f (MPa)	K (MPa)	n
CL (øvre)	●	899.97	1182.82	0.5
CL (snitt)	Alle	587.18		
CL (nedre)	●	340.60		

Tabell 7.3: Kalibreringskonstanter og punkter for CL-kriteriet.

Nøyaktighet: For snittkurven er det maksimale avviket av $\bar{\epsilon}_f$ på 0.25 for UT200 (DIC). Kvadratsummen av avvikene er for snittkurven 0.208.

Anvendelighet: CL-kriteriet har kun en kalibreringskonstant, W_f , og formen på kurven er derfor nokså rigid ved kalibrering. Kriteriet er gunstig for å forutsi brudd der porevekst er bruddmekanismen. For CL-kriteriet vil det her være mest gunstig å kalibrere mot en strekktest i plan spenning, men en enakset strekktest vil også gi gode resultater.

7.2.2. Fracture Forming Limit Diagram



Figur 7.3: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av FFLD-kriteriet.

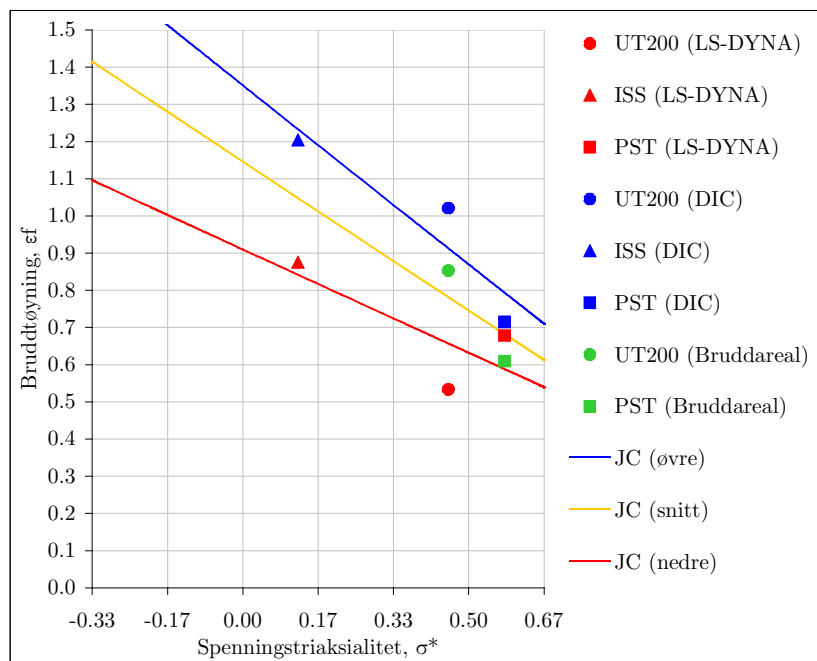
Fracture Forming Limit Diagram		
Kurve	Kalibreringspunkter	ε_{3f}
FFLD (øvre)	●	-0.696
FFLD (snitt)	Alle	-0.246
FFLD (nedre)	▲	-0.161

Tabell 7.4: Kalibreringskonstanter og punkter for FFLD-kriteriet.

Nøyaktighet: Det maksimale avviket av $\bar{\varepsilon}_f$ for snittkurven er 0.66 med UT200 (DIC) og kvadratavviket er 1.393. Etersom FFLD går mot uendelig når σ^* går mot 0, så må kriteriet her kalibreres mot det maksimale punktet for strekkprøven. Kalibreres det mot det maksimale punktet for skjærtesten vil ikke kriteriet gi noen øvre grense, men legge seg nærmere snittkurven. For den nedre grensen ble kriteriet kalibrert mot den laveste av skjærpunktene. Kalibreres kriteriet mot andre punkter enn de fra skjærtesten, overestimerer kriteriet for skjær.

Anvendelighet: Kriteriets anvendelse bør begrenses til verdier av σ^* i området 1/3 til 2/3, ettersom kriteriet vil overestimere ved lavere verdier av σ^* . Forholder man seg til at kriteriet er gyldig i dette området, vil den mest sikre testen å kalibrere mot være en strekktest i plan tøyning.

7.2.3. Johnson-Cook



Figur 7.4: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av JC-kriteriet.

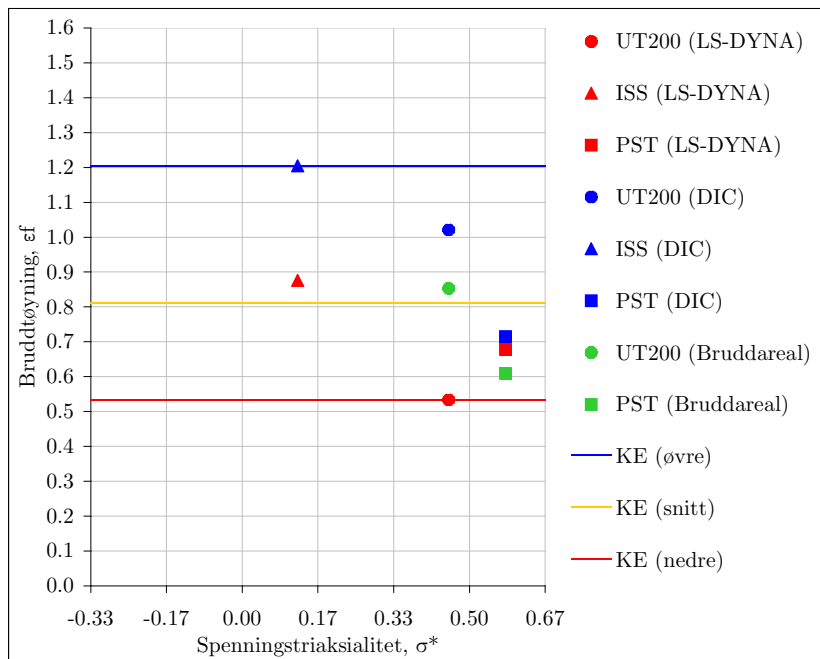
Johnson-Cook kriteriet				
Kurve	Kalibreringspunkter	C_1	C_2	C_3
JC (øvre)	●▲■	-41.824	43.176	-0.022
JC (snitt)	Alle	-41.927	43.073	-0.019
JC (nedre)	●▲■	-42.045	42.955	-0.013

Tabell 7.5: Kalibreringskonstanter og punkter for JC-kriteriet.

Nøyaktighet: JC-kriteriet har god evne til å følge trenden forsøkspunktene danner. Det maksimale avviket av $\bar{\epsilon}_f$ for snittkurven er på 0.25 for punktet for UT200 fra LS-DYNA, og kvadratsummen av avviket til forsøkspunktene er 0.184.

Anvendelighet: Kriteriet har evne til å følge en konkav form, slik trenden er når porevekst er bruddmekanismen. Når man kalibrerer JC-kriteriet mot forsøkspunktene blir kurvene lineære ettersom kriteriet ikke kan danne en konveks kurve.

7.2.4. Konstant effektivtøyning



Figur 7.5: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av KE-kriteriet.

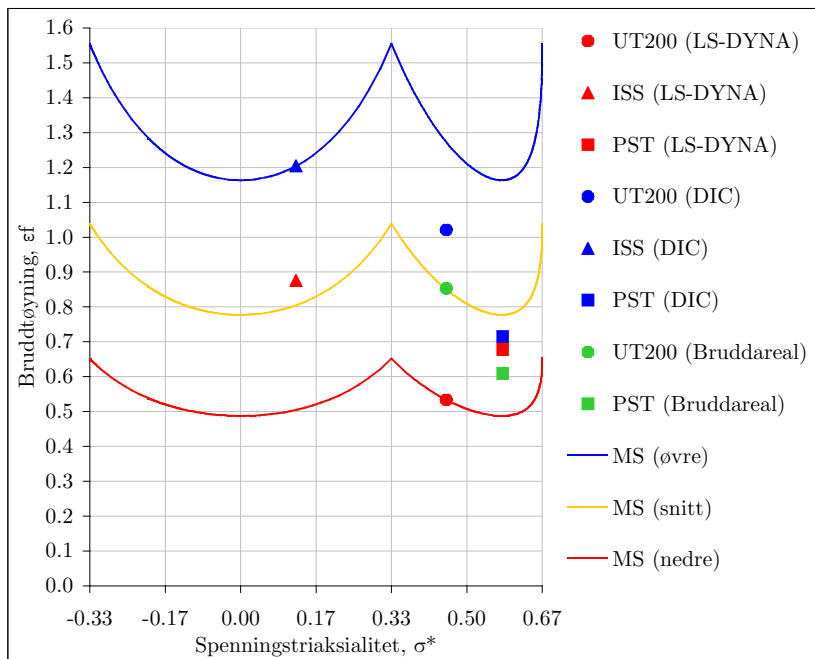
Konstant Effektivtøyning		
Kurve	Kalibreringspunkter	ε_{3f}
KE (øvre)	▲	1.204
KE (snitt)	Alle	0.811
KE (nedre)	●	0.534

Tabell 7.6: Kalibreringskonstanter og punkter for KE-kriteriet.

Nøyaktighet: Kurven er lineær og har dermed ikke evne til å følge noen trend. KE er derfor det mest konservative bruddkriteriet av de som er evaluert. Det maksimale avviket av $\bar{\varepsilon}_f$ for snittkurven er 0.39 for ISS-1 fra DIC.

Anvendelighet: Ettersom kriteriet er meget konservativt vil man underestimere brudd for lavere verdier av σ^* .

7.2.5. Maksimal skjærspenning



Figur 7.6: Kalibrerte snitt og ekstremale kurver av MS-kriteriet.

Maksimal Skjærspenning				
Kurve	Kalibreringspunkter	τ_f (MPa)	K (MPa)	n
MS (øvre)	▲	736.21	1182.82	0.5
MS (snitt)	Alle	602.52		
MS (nedre)	●	477.85		

Tabell 7.7: Kalibreringskonstanter og punkter for MS-kriteriet.

Nøyaktighet: Det maksimale avviket av $\bar{\epsilon}_f$ for snittkurven er 0.4 og kvadratsummen av avvikene er 0.34. Kriteriet vil her feile i å forutsi brudd ved lave verdier av σ^* og vil være for konservativt. Kriteriet vil være mest nøyaktig for spenningstriaksialitet i området 1/3 til 2/3. Anvendelighet: Kriteriet krever kun en test for kalibrering og det mest gunstige her vil være å kalibrere mot en test i plan tøyning forutsatt at kriteriets gyldighetsområde er fra 1/3 til 2/3.

7.2.6. Konklusjon

Forsøkspunktene beregnet med LS-DYNA, DIC og bruddareal viser stor spredning for strekktesten og skjærtesten. Det er derfor kalibrert mot ekstremalveridene og en snittkurve for å vurdere nøyaktigheten til kriteriene opp i mot hverandre. I tabell 7.8 er det gitt en oversikt over prestasjonene for snittkurven til kriteriene.

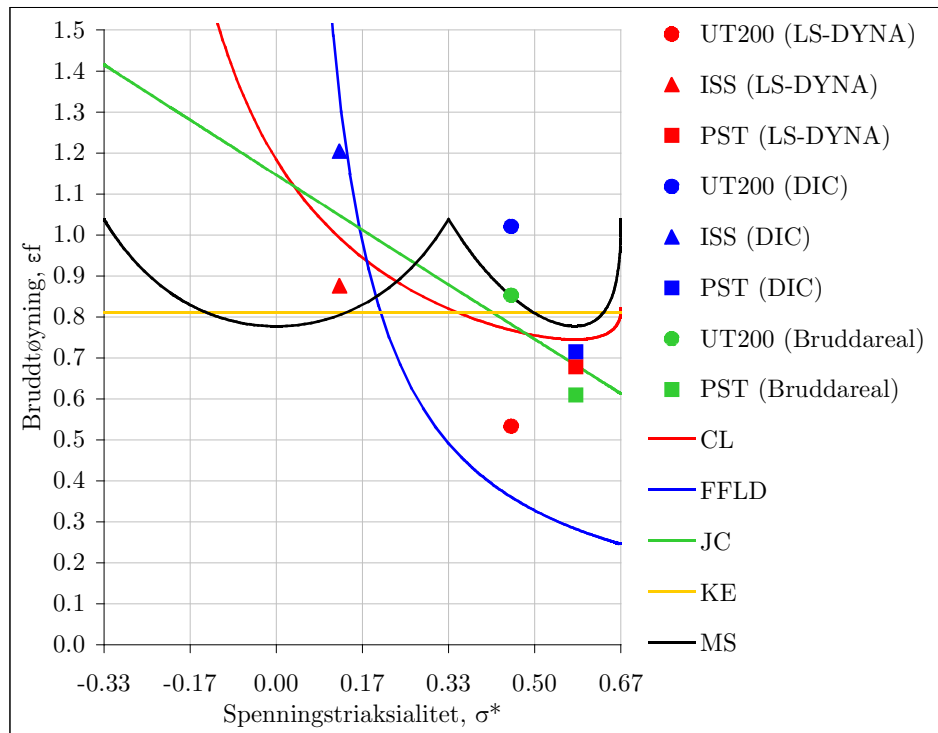
Kriterium	Kvadratsum av avvikene	Maksimalt avvik	Anbefalt test for kalibrering
CL	0.21	0.25	UT eller PST
FFLD	1.39	0.66	PST
JC	0.18	0.25	PST, UT, ISS
KE	0.35	0.39	UT eller PST
MS	0.34	0.40	PST

Tabell 7.8: Kvadratsum, maksimalt avvik for snittkurvene og anbefalt test for kalibrering for bruddkriterier.

Bruddkriteriet som følger trenden til forsøkspunktene med lavest avvik er JC-kriteriet. Dette er fordi kriteriet har tre kalibreringskonstanter og har evne til å innta flere former i motsetning til de øvrige kriteriene som er nokså rigide ved kalibrering. Baksiden ved JC-kriteriet er nettopp at minimum tre tester kreves for kalibrering.

Vurderer man kriteriene total sett ut i fra både nøyaktighet og anvendelse så vil CL-kriteriet være det ledende. CL-kriteriet har en tilsvarende nøyaktighet og maksimalt avvik som JC-kriteriet, og kun en test kreves for kalibrering.

Det er også et poeng å vise hvor stor spredning kriteriene har. Snittkurvene for alle kriteriene er presentert i figur 7.7. Kriteriene CL, JC, KE og MS gir relativt like verdier i området $1/3 < \sigma^* < 2/3$ ettersom forsøkspunktene stort sett er konsentrert i dette området. Relativt til de øvrige kriteriene underestimerer FFLD mye i dette området. Kalibrerer man FFLD mot kun et av PST punktene vil kriteriet gi bedre resultater i området $1/3$ til $2/3$, men vil overestimere mye for lavere verdier av σ^* .



Figur 7.7: Snittkurver av alle de evaluerte bruddkriteriene.

8. Kommentarer og konklusjoner

I dette kapittelet kommenteres nøyaktigheten av metodene og resultatene. Konklusjoner trekkes og til slutt er det gitt forslag til videre arbeid.

8.1. Nøyaktighet av metodene

Nøyaktigheten av resultatene forringes generelt med antall ledd de må gjennom. Resultatene her har gått via mange ledd. Her avdekkes nøyaktigheten av metodene som er brukt.

Fundamental teori

For det første er teorien for å beskrive duktilt brudd basert på dokumentert forskning. Denne forskningen omhandler ikke materialer som har en identisk oppførsel som materialet testet her, men teorien er generell nok til at man kan ta den videre til dette materialet.

For å beskrive de fysiske prosessene som inngår i et duktilt brudd, er det mest hensiktsmessig å bruke skademekanikk. Innenfor skademekanikken er den ukoblede metoden brukt, og metodene er basert på plastisitetsteorien, som er en akseptert vitenskapelig teori.

Materialtester

Den største feilen ligger her i at testmaskinene og festeanordningene ikke er fullstendig stive, slik at testmaskinen registrerer høyere forskyvninger enn hva som kun gjelder for materialet. Ettersom det er høye krefter involvert i en materialtest av et høystål, er det vanskelig å fullstendig eliminere denne feilen ved å endre på testutstyret. Her er kurvene gjort sammenlignbare ved å trekke fra de elastiske tøyningene og kun se på de plastiske. De forutsettes forøvrig at testmaskinene som er brukt er pålitelige.

DIC

Målemetoden DIC eliminerer feilen som ligger i testmaskinens stivhet. Den største feilen i denne målemetoden ligger i oppløsningen av elementene og kameraet. For å beregne tøyningene lokalt i bruddet er det avgjørende å ha små elementer for å kunne fange opp de høye tøyningsgradientene over det relativt lille området. Det er en nedre grense for elementstørrelsen som bestemmes av oppløsningen til det digitale bildet, som igjen bestemmes av digitalkameraet og linsen. Når elementstørrelsen blir for liten, er oppløsningen for dårlig for å kunne registrere tøyningene. Forutsatt relativt små tøyningsgradienter, er nøyaktigheten av målemetoden nokså høy ettersom tøyningsfeltet registreres direkte.

Behandling av rådata fra materialtestene

Rådatafilene generert av testmaskinen ble behandlet i Excel. Manuell inntasting ble her unngått og korrekturleste formler ble kopiert.

Ettersom testmaskinen gradvis øker kraften ble kurvene fra UT200, PST og Arcan justert for dette. Den lineære delen av kurven i det elastiske området er svært tydelig, slik at en god regresjon for å finne \tilde{E} kan gjennomføres. Feilen fra denne justeringen og for beregning av spenning-plastisk tøyning kurvene er derfor minimal.

Voce fastningsregel ble brukt som tilpasning til strekktesten og korrelasjonen er meget god. Mindre god er tilpasningen med Ludwik, noe som har betydning for nøyaktigheten av bruddkriteriene Cockcroft-Latham og Maksimal skjærspenning, der K og n er to av konstantene.

Numeriske analyser i LS-DYNA

Resultatene fra LS-DYNA er blant annet påvirket av element typen og mesh størrelsen. De to materialmodellene som er brukt i LS-DYNA påvirker dessuten testresultatet betydelig. I figur D.1 er det gitt en sammenligning av materialmodellene MAT_107 og MAT_135 med hensyn til påvirkning av $\bar{\epsilon}_f$ og W_f for UT200. Metoden for å beregne en realistisk verdi av W_f , er avhengig av at kraft-forskyvning kurven fra materialtesten og analysen stemmer bra overens. Her er korrelasjonsnivået akseptabelt for å gjøre en slik beregning. Metoden tillater å justere analysen for brudd, slik at korrelasjonen med materialtesten ved brudd blir svært god. Et godt estimat av bruddtøyningen og spenningstriaksialiteten er avhengig av at denne korrelasjonen er god.

8.2. Nøyaktighet av resultatene

Kraft-forskyvning kurver

Målingene fra DIC viser svært god korrelasjon med materialtesten når man betrakter de plastiske tøyningene.

For å kunne gjøre et godt estimat av bruddtøyningen fra elementanalysen forutsettes det at kraft-forskyvning kurven har et høyt korrelasjonsnivå med materialtesten. Korrelasjonsnivået fra analysene er ikke optimalt, men akseptabelt. Dette nivået kan justeres med hardningsraten (EMIN) i materialmodellen MAT_135. Alle kraft-forskyvning kurvene fra LS-DYNA overskyter kurvene fra materialtestene. Dette påvirker i høy grad verdien av kritisk plastisk arbeid og bruddtøyningen.

Bruddtøyning

Resultatene for de beregnede verdiene av bruddtøyning fra DIC og LS-DYNA har stor spredning. Det er likevel observert en tilsynelatende trend. Det er flere grunner til at spredningen er så stor. En grunn er elementstørrelsen i LS-DYNA og DIC. Forfines meshet i LS-DYNA vil bruddtøyningen gå opp da tøyningen måles over et mindre område lokalt i innsnevringen. Analyser av forfinet mesh ble ikke utført her.

Bruddmodus

Korrelasjonen for bruddmodus mellom analysen og materialtesten er svært bra. Arcan-testen viser god korrelasjon med materialtesten. Dette bekrefter at bruddkriteriet Cockcroft-Latham kan gi gode resultater. Flere tester og analyser bør gjennomføres for å få en sikker validering av kriteriet.

8.3. Konklusjoner

Materialtester og testresultater

For testene UT200, PST og Arcan forårsaket testmaskinene at forskyvningene ble urealistisk høye. For PST og Arcan-testene forårsaket festeanordningene på testmaskinen at forskyvningene i tillegg fikk forstyrrelser ved fall i kraftnivået. For ISS testene var kraftnivået lavt nok til at testmaskinen ikke påvirket forskyvningene. Korrelasjonen mellom de plastiske tøyningene fra DIC og materialtesten, viste seg å være svært god. Dette betyr at forstyrrelsene fra testmaskinen kan mer eller mindre elimineres ved å betrakte de plastiske tøyningene. De plastiske tøyningene fra testmaskinen ble derfor brukt videre, da de eksisterte for samtlige prøver. Ved å betrakte den plastiske delen av forskyvningen fra testmaskinen, kunne materialtestene sammenlignes med elementanalysene, og et tilfredsstillende korrelasjonsnivå oppnås for å beregne pålitelige verdier av W_f , $\bar{\epsilon}_f$ og σ^* .

Numeriske analyser og analyseresultater

Elementanalysene for alle prøvene ble først kjørt med MAT_107, men dette ga for PST et svært dårlig korrelasjonsnivå med materialtesten nær brudd. Alle tre testene ble så kjørt med MAT_135 og MAT_NONLOCAL for å se om korrelasjonsnivået ble bedre. UT200 fikk da en noe dårligere korrelasjon med materialtesten, men ISS og PST fikk et bedre korrelasjonsnivå. Det viste seg at W_f endret seg mye, spesielt for ISS, når denne materialmodellen ble brukt. For ISS endret W_f seg fra 1389 MPa til 564 MPa.

Et tilfredsstillende, men ikke optimalt, korrelasjonsnivå ble oppnådd mellom analysene og materialtestene. $\bar{\epsilon}_f$ og σ^* kunne dermed beregnes lokalt i kritisk element for alle prøvene. Korrelasjonsnivået for kraft-forskyvning kurvene ble ikke optimalt ettersom kraftnivået for alle analysene gikk noe over de tilhørende materialtestene. Årsaken er ikke avdekket, men den kan være en kombinasjon av for stiv elementmodellen og for høy flytegrense. For alle testene ble det gjort et svært godt estimat på forskyvningen ved brudd, noe som er viktig for å beregne en pålitelig verdi av $\bar{\epsilon}_f$.

Korrelasjonen for bruddmodus mellom alle analysene og materialtestene er svært god.

Kalibrering og evaluering av bruddkriterier

Et minimum antall typer tester i området $0 < \sigma^* < 2/3$ er her utført for å avdekke bruddegenskapene til materialet. Flere tester for andre verdier av σ^* vil gjøre evalueringen mer pålitelig. Spredningen i verdiene av $\bar{\epsilon}_f$ er relativt stor, men en forventet trend er likevel etablert da man ser et fall i $\bar{\epsilon}_f$ ved økende σ^* . En økning i σ^* vil redusere $\bar{\epsilon}_f$ da porevekst skjer lettere under høy spenningstriaksialitet.

Bruddkriteriene varierer mye seg i mellom. Kriteriene er derfor vurdert ved å kalibrere mot alle forsøkspunktene med minste kvadraters metode, og vurdere summen av kvadratavviket. Det viser seg at Johnson-Cook kriteriet gir den beste korrelasjonen, men kriteriet krever også tre tester for kalibrering. Cockcroft-Latham kriteriet gir svært gode resultater til tross for at det kun har en kalibreringskonstant. CL-kriteriet krever kun en test for kalibrering, og det anbefales at dette er en strekktest eller en test i plan tøyning. Kraftnivået og $\bar{\epsilon}_f$ er i høy grad styrt av kalibreringskonstanten, W_f i CL-kriteriet. Valideringen av CL-kriteriet viser at kriteriet kan forutsi brudd svært godt da korrelasjonen mellom analysene og materialtestene for Arcan-testene med hensyn til kraftnivå og bruddmodus er god.

8.4. Forslag til videre arbeid

Validering av øvrige bruddkriterier

I denne oppgaven er Cockcroft-Latham kriteriet validert ettersom kun dette kriteriet var implementert i LS-DYNA. For å validere de øvrige testene kan Arcan-tester kjøres i et elementprogram der kriteriet er implementert. En validering av bruddkriteriet kan dermed gjøres ved å sammenligne kraft-forskyvning kurven fra analysen og materialtesten, og sammenligne bruddtøyningen fra DIC med en effektiv plastisk tøyning fra et kritisk element i analysen.

Beregning av spenningstriaksialiteten ved bruk av DIC

Spenningstriaksialiteten fra materialtestene kan beregnes direkte fra tøyingsfeltet ved å bruke DIC. Ved å bruke uttrykket for σ^* gitt ved ligning (4.2), kan man ved hjelp av DIC finne tøyingsforholdet og regne dette om til spenningsforholdet med ligning (3.64). Tøyingsforholdet finnes ved å beregne komponentene av tøyningene i planet lokalt i bruddet, ε_1 og ε_2 . Ideelt sett bør mesh inndelingen ved beregning av σ^* fra DIC ha en finhet som tilsvarer den i elementprogrammet for at verdiene skal kunne sammenlignes.

Flere verdier av spenningstriaksialitet

Her er det utført tre tester og beregnet tre tilhørende verdier av spenningstriaksialitet i det positive området fra 0 til 2/3. For JC-kriteriet er dette er et minimum antall punkter som kreves for kalibrering. Flere tester for andre verdier av σ^* vil styrke trenden forsøkspunktene danner slik at det kan gjøres en bedre vurdering av kriteriene. Man kan justere σ^* ved å bruke en annen radius i innsnevringen for PST prøvestykket. En høyere radius vil senke σ^* og en lavere radius vil øke σ^* .

9. Bibliografi

- [1] ANDERSON T.L. «Fracture Mechanics Fundamentals and Applications». *Taylor & Francis Group*, 2005. ISBN 0-8493-1656-1.
- [2] ANDREASSEN R. «Tema i materiallære: Plastisk deformasjon og herdemekanismer (forelesningsnotat)». *Andreassen R., Høgskolen i Narvik*, 2004.
- [3] BAO Y., WIERZBICKI T. «On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space». *International Journal of Mechanical Sciences*, 2004.
- [4] BØRVIK T., HOPPERSTAD O.S., LANGSETH M. «Analysis of the Cockroft-Latham and maximum shear stress criteria for ductile fracture of metals». *SINTEF*, 2006.
- [5] CLAUSEN A.H. «Forelesningsnotater i Mekanikk 3». *Clausen A.H., NTNU*, 2007.
- [6] COCKCROFT M.G., LATHAM D.J. «Ductility and the workability of metals». *Journal of the Institute of Metals*, 1968.
- [7] COPPOLA T., CORTESE L., FOLGARAIT P. «The effect of stress invariants on ductile fracture limit in steels». *Engineering Fracture Mechanics*, 2009.
- [8] DODD B., BAI Y. «Ductile Fracture and Ductility». *Academic Press Inc. (London) Ltd.*, 1987. 0-12-219125-0
- [9] DOWLING N.E. «Mechanical behavior of materials». *Pearson Prentice Hall*, 2007. ISBN 0-13-186312-6
- [10] DUNCAN J.L., HU S.J., MARCINIAK Z. «Mechanics of sheet metal forming». *Butterworth-Heinemann*, 2002. ISBN 0 7506 5300 0
- [11] HANCOCK J.W., MACKENZIE A.C. «On the mechanisms of ductile failure in high-strength steels subjected til multi-axial stress-states». *J Mech. Phys. Solids*, 1976.
- [12] HOOPTURA H. ET AL. «A comprehensive failure model for crashworthiness simulation of aluminium extrusions». *International Journal of Crashworthiness*, 2004.
- [13] HOPPERSTAD O.S. «Lectures on plasticity theory». *Hopperstad O.S., NTNU*, 2003.

-
- [14] HOPPERSTAD O.S. «Introduksjon til plastisitetsteori». *Institutt for konstruksjonsteknikk, NTH*, 1994.
- [15] HUBER M.T. «Contribution to the foundation of the strength of material». *Czasopismo Techniczne*, 1904. 22: 81
- [16] JOHNSON G.R., COOK W.H. «Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperature and pressures». *Engineering Fracture Mechanics*, 1985.
- [17] McCLINTOCK F.A. «A criterion of ductile fracture by the growth of holes». *J Appl Mech*, 1968.
- [18] RAKVÅG K.G. «Kombinert eksplosjons -og fragmentlast på plater». *NTNU*, 2009.
- [19] RICE J.R., TRACY D.M. «On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1969.
- [20] SSAB SWEDISH STEEL «Docol DP/DL - Cold reduced dual phase steels». *SSAB Swedish Steel*: http://www.ssab.com/Global/DOCOL/Datasheets/en/201_Docol%20DP,%20DL.pdf, 2009.
- [21] SØVIK O.P. «Numerical Modelling of Ductile Fracture - A Damage Mechanics Approach». *NTNU, Trondheim, Norway*, 1996. ISBN 82-7119-968-4.
- [22] TARIGOPULA V., HOPPERSTAD O.S., LANGSETH M., CLAUSEN A.H., HILD F. «A study of localisation in dual-phase high-strength steels under dynamic loading using digital image correlation and FE-analysis». *International Journal of Solids and Structures*, 2007.
- [23] VOCE E. «The relationship between stress and strain for homogeneous deformation». *Journal of the Institute of Metals*, 1948. 537-562
- [24] XUE L. «Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile solids subject to triaxial loading». *International Journal of Solids and Structures*, 2005.
- [25] WIERZBICKI T., BAI Y., BAO Y., YOUNG-WOONG L. «Calibration and evaluation of seven fracture models». *International Journal of Mechanical Sciences*, 2005.

A. Utledninger innen plastisitetsteori

A.1. Spenninger og tøyninger: definisjoner

A.1.1. Plan spenningstilstand

Under plastisk deformasjon holder legemet et konstant volumet. Dette kan uttrykkes ved

$$dl \cdot wt + dw \cdot lt + dt \cdot lw = 0$$

der l , w og t er henholdsvis lengden, bredden og tykkelsen. Ved å dele på wlt får man

$$\frac{dl}{l} + \frac{dw}{w} + \frac{dt}{t} = 0$$

som gir

$$d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0 \tag{A.1}$$

A.2. Effektivspenning og effektivtøyning

A.2.1. Effektivspenning

Effektivspenningen gitt i ligning (3.67), kan uttrykkes med hensyn på de deviatoriske hovedspenningene ved å kombinere med ligning (3.28).

$$\begin{aligned}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 &= ((s_1 - \sigma_m) - (s_2 - \sigma_m))^2 = (s_1 - s_2 - \sigma_m + \sigma_m)^2 = (s_1 - s_2)^2 \\(\sigma_2 - \sigma_3)^2 &= ((s_2 - \sigma_m) - (s_3 - \sigma_m))^2 = (s_2 - s_3 - \sigma_m + \sigma_m)^2 = (s_2 - s_3)^2 \\(\sigma_3 - \sigma_1)^2 &= ((s_3 - \sigma_m) - (s_1 - \sigma_m))^2 = (s_3 - s_1 - \sigma_m + \sigma_m)^2 = (s_3 - s_1)^2\end{aligned}$$

Effektivspenningen kan dermed uttrykkes ved de deviatoriske spenningene som

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} [(s_1 - s_2)^2 + (s_2 - s_3)^2 + (s_3 - s_1)^2]} \quad (\text{A.2})$$

Parentesoppløsning gir

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{2} (2s_1^2 + 2s_2^2 + 2s_3^2 - 2s_1s_2 - 2s_2s_3 - 2s_1s_3)} \\ \Rightarrow \sqrt{(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 - s_1s_2 - s_2s_3 - s_1s_3)}\end{aligned}$$

Ved å faktorisere parentesuttrykket, får man

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\left[\frac{3}{2} (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) - \frac{1}{2} (s_1 + s_2 + s_3)^2 \right]} \quad (\text{A.3})$$

Egenskapene ved de deviatoriske spenningene, er at de summeres til 0 ved

$$s_1 + s_2 + s_3 = (\sigma_1 - \sigma_m) + (\sigma_2 - \sigma_m) + (\sigma_3 - \sigma_m) = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - 3\sigma_m = 0$$

Effektivspenningen er da uttrykt ved de deviatoriske hovedspenningene som

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2)} \quad (\text{A.4})$$

A.2.2. Effektivtøyning

Den effektive plastiske tøyningen eller effektivtøyningen er her utledet.

De deviatoriske hovedspenningene uttrykt ved hovedspenningene er gitt ved

$$\begin{aligned} s_1 &= \sigma_1 - \sigma_m = \sigma_1 - \frac{1}{3}\sigma_1 - \frac{1}{3}(\sigma_2 + \sigma_3) = \frac{2}{3} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] \\ s_2 &= \sigma_2 - \sigma_m = \sigma_2 - \frac{1}{3}\sigma_2 - \frac{1}{3}(\sigma_3 + \sigma_1) = \frac{2}{3} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] \\ s_3 &= \sigma_3 - \sigma_m = \sigma_3 - \frac{1}{3}\sigma_3 - \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2) = \frac{2}{3} \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Ved kombinasjon av ligningene (3.61) og (A.5), får man Levy-Mises flyteregel uttrykt ved de inkrementelle hovedtøyningene

$$\begin{aligned} d\varepsilon_1 &= d\lambda \frac{2}{3} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] \\ d\varepsilon_2 &= d\lambda \frac{2}{3} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] \\ d\varepsilon_3 &= d\lambda \frac{2}{3} \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Ved kombinasjon av ligningene (3.65) og (3.66), kan man skrive

$$\frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} = \frac{1}{\bar{\sigma}^2} (\sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3) = \frac{(\sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3)}{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (\text{A.7})$$

Kombinasjon av ligning (A.6) gir

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1 \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] + \sigma_2 \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] + \sigma_3 \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right]}{\frac{1}{2} [2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2\sigma_3 - 2\sigma_1\sigma_3]}$$

og ved å multiplisere ut parentesene får man

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{3} d\lambda \left[(2\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3) + (2\sigma_2^2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_2) + (2\sigma_3^2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3) \right]}{\frac{1}{2} [2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_1\sigma_3 - 2\sigma_2\sigma_3]}$$

som gir

$$\frac{\frac{1}{3} d\lambda [2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_1\sigma_3 - 2\sigma_2\sigma_3]}{\Rightarrow \frac{1}{2} [2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_1\sigma_3 - 2\sigma_2\sigma_3]}$$

Uttrykket for forholdet mellom inkrementell effektiv tøyning og effektivspenningen i ligning (A.7) kan dermed enkelt skrives som

$$\frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} = \frac{2}{3} d\lambda \quad (\text{A.8})$$

Ligning (A.8) kan dermed kombineres med (A.6) og skrives som

$$\begin{aligned} d\varepsilon_1 &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] \\ d\varepsilon_2 &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] \\ d\varepsilon_3 &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Kombinerer man ligningene (A.9) og (A.5), får man

$$\begin{aligned} d\varepsilon_1 &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \frac{3}{2} s_1 \\ d\varepsilon_2 &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \frac{3}{2} s_2 \\ d\varepsilon_3 &= \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \frac{3}{2} s_3 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Bruker man ligning (A.10) i ligningen for konservert volum gitt ved ligning (3.58), får man

$$\frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \frac{3}{2} (s_1 + s_2 + s_3) = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 \quad (\text{A.11})$$

Ved å kvadrerer alle leddene kan man lett kombinere med ligning (A.4). Kvadrering gir

$$\frac{d\bar{\varepsilon}^2}{\bar{\sigma}^2} \left(\frac{3}{2} \right)^2 (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) = d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2 \quad (\text{A.12})$$

Og innsatt ligning (A.4) gir

$$\frac{d\bar{\varepsilon}^2}{\bar{\sigma}^2} \left(\frac{3}{2} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \bar{\sigma}^2 \right) = d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2 \quad (\text{A.13})$$

Effektivtøyningen uttrykt ved de inkrementelle plastiske tøyningene, er dermed gitt ved

$$d\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2)} \quad (\text{A.14})$$

Ved proporsjonale tøyningsveier under monoton belastning kan de inkrementelle tøyningene integreres som

$$\int d\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}$$

Effektivtøyningen uttrykt ved de sanne tøyningene er dermed

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)} \quad (\text{A.15})$$

For plan spenningstilstand vil en kombinasjon med ligningene (3.21) og (3.22) gi

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1^2 \beta^2 + [-(1+\beta)\varepsilon_1]^2)} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_1^2 (1 + \beta^2 + 1 + 2\beta + \beta^2)}$$

Effektivtøyningen er da uttrykt ved tøyningsforholdet som

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_1 \sqrt{\frac{4}{3} (1 + \beta + \beta^2)} \quad (\text{A.16})$$

B. Utledninger av bruddkriterier

B.1. Cockcroft-Latham kriteriet

Integrasjon av CL-kriteriet for plan spenning skal utledes. Ved kombinasjon av ligningene (3.69) og (3.76) kan man skrive integralet som

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \sigma_1 = W_f \Rightarrow \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} d\bar{\varepsilon} = W_f \Rightarrow \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \frac{K \bar{\varepsilon}^n}{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} d\bar{\varepsilon} = W_f \quad (\text{B.1})$$

Integrasjon gir

$$\frac{K}{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \left[\frac{\bar{\varepsilon}_f^{n+1}}{(n+1)} \right] = W_f \Rightarrow \bar{\varepsilon}_f^{n+1} = \frac{W_f}{K} (n+1) \sqrt{1-\alpha+\alpha^2}$$

Effektiv bruddtøyningen er dermed uttrykt ved

$$\bar{\varepsilon}_f = \left[\frac{W_f}{K} (n+1) \sqrt{1-\alpha+\alpha^2} \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (\text{B.2})$$

B.2. CrachFEM

Bruddkriteriet som modellerer for skjærbruddmekanismen er gitt ved ligning (4.7). Skjærbrudd parameteren, θ , er gitt ved

$$\theta = \frac{\bar{\sigma}}{\tau_{max}} (1 - 3k_s \sigma^*) \quad (\text{B.3})$$

og har to ulike uttrykk for positive og negative verdier av α , ettersom den er avhengig av τ_{max} , gitt ved ligning (3.23).

Innsatt ligning (3.23) (for $0 \leq \alpha \leq 1$), (3.69) og (4.2) i (B.3) gir

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{(\sigma_1 \sqrt{1-\alpha+\alpha^2})}{\frac{\sigma_1}{2}} \left(1 - 3k_s \left(\frac{1+\alpha}{3\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \right) \right) \\ &\Rightarrow (2\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}) \left(1 - \frac{k_s(1+\alpha)}{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \right) \\ &\Rightarrow (2\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}) - 2k_s(1+\alpha) \end{aligned}$$

Dermed kan man skrive skjærbrudd parameteren som

$$\theta = 2 \left[\sqrt{1-\alpha+\alpha^2} - k_s(1+\alpha) \right] \quad (\text{B.4})$$

Innsatt ligning (3.23) for $-\infty \leq \alpha \leq 0$, (3.69) og (4.2) i ligning (B.3) gir

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{(\sigma_1 \sqrt{1-\alpha+\alpha^2})}{\frac{\sigma_1}{2}(1-\alpha)} \left(1 - 3k_s \left(\frac{1+\alpha}{3\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \right) \right) \\ &\Rightarrow \left(\frac{2\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{(1-\alpha)} \right) \left(1 - \frac{k_s(1+\alpha)}{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \right) \\ &\Rightarrow \frac{2\sqrt{1-\alpha+\alpha^2} - 2k_s(1+\alpha)}{(1-\alpha)} \end{aligned}$$

$$\theta = 2 \left[\frac{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2} - k_s(1+\alpha)}{(1-\alpha)} \right] \quad (\text{B.5})$$

Skjærbruddparameteren er dermed gitt ved

$$\theta = \begin{cases} 2 \left[\sqrt{1 - \alpha + \alpha^2} - k_s (1 + \alpha) \right] & \text{for } 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 2 \left[\frac{\sqrt{1 - \alpha + \alpha^2} - k_s (1 + \alpha)}{(1 - \alpha)} \right] & \text{for } -\infty \leq \alpha \leq 0 \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

Dermed får man to uttrykk for crackFEM skjærbruddmodellen gitt ved ligning (4.7) og (B.6).

B.3. Fracture Forming Limit Diagram

Bruddkriteriet tar utgangspunkt i lokalisering og innsnevring, og sier at brudd inntreffer når den transversale tøyningen, altså tøyningen ut av planet, når en kritisk bruddtøyning, definert som

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_{3f} \quad (\text{B.7})$$

Med utgangspunkt i at volumet er konstant under plastisk deformasjon, gitt ved ligning (3.59), og kombinert med tøyningsforholdet i ligning (3.22), kan man skrive følgende

$$\varepsilon_3 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = -\varepsilon_1(1 + \beta)$$

Kombinerer man i tillegg med ligningen for effektivtøyningen, gitt ved ligning (3.75), og uttrykker denne med hensyn på ε_1 , får man følgende

$$\varepsilon_3 = -\frac{\bar{\varepsilon}}{\sqrt{\frac{4}{3}(1 + \beta + \beta^2)}}(1 + \beta) \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -\varepsilon_3 \frac{\sqrt{\frac{4}{3}(1 + \beta + \beta^2)}}{(1 + \beta)}$$

Dermed blir bruddkriteriet

$$\bar{\varepsilon}_f = -\varepsilon_{3f} \frac{\sqrt{\frac{4}{3}(1 + \beta + \beta^2)}}{(1 + \beta)} \quad (\text{B.8})$$

Kombinerer man med ligning (3.63) kan man skrive bruddkriteriet med hensyn på spenningsforholdet som

$$\bar{\varepsilon}_f = -\frac{\varepsilon_{3f} \sqrt{\frac{4}{3} \left[1 + \frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha} + \left(\frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha} \right)^2 \right]}}{\left(1 + \frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha} \right)}$$

$$\Rightarrow - \frac{\varepsilon_{3f} \sqrt{\frac{4}{3} \left[\frac{(2-\alpha)^2}{(2-\alpha)^2} + \frac{(2\alpha-1)(2-\alpha)}{(2-\alpha)^2} + \left(\frac{2\alpha-1}{2-\alpha} \right)^2 \right]}}{\frac{2-\alpha}{2-\alpha} + \frac{2\alpha-1}{2-\alpha}}$$

$$\Rightarrow - \frac{\varepsilon_{3f} \sqrt{\frac{4}{3} \left[\frac{(4-4\alpha+\alpha^2+4\alpha-2\alpha^2-2+\alpha+4\alpha^2-4\alpha+1)}{(2-\alpha)^2} \right]}}{\frac{1+\alpha}{2-\alpha}}$$

Trekker man så sammen, får man FFLD kriteriet uttrykt ved spenningsforholdet som

$$\bar{\varepsilon}_f = -\varepsilon_{3f} 2 \frac{(2-\alpha)}{(\alpha+1)} \sqrt{\frac{1-\alpha+\alpha^2}{(2-\alpha)^2}} \quad (\text{B.9})$$

B.4. Maksimal skjærspenning kriteriet

Maksimal skjærspenning, gitt ved ligning (3.23), gir følgende to spenninger for henholdsvis positive og negative verdier av spenningsforholdet

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2} \quad (\text{B.10})$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2}(1-\alpha) \quad (\text{B.11})$$

Innsatt ligning (B.10) i (3.69) gir

$$\bar{\sigma} = 2\tau_{max}\sqrt{1-\alpha+\alpha^2} \quad (\text{B.12})$$

Innsatt ligning (B.11) i (3.69) gir

$$\bar{\sigma} = \frac{2\tau_{max}}{(1-\alpha)}\sqrt{1-\alpha+\alpha^2} \quad (\text{B.13})$$

Basert på materialmodellen gitt ved ligning (3.76), kombinert med ligning (B.12), får man

$$\bar{\varepsilon} = \left(\frac{\bar{\sigma}}{K}\right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \left(\frac{2\tau_{max}\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{K}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{B.14})$$

For negative verdier av α , får man følgende ved å sette ligning (B.13) inn i materialmodellen, gitt ved ligning (3.76).

$$\bar{\varepsilon} = \left(\frac{\bar{\sigma}}{K}\right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \left(\frac{2\tau_{max}\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{K(1-\alpha)}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{B.15})$$

MS-kriteriet er dermed gitt ved to uttrykk som

$$\bar{\varepsilon}_f = \begin{cases} \left[\frac{2\tau_f\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{K}\right]^{\frac{1}{n}} & \text{for } 0 \leq \alpha \leq 1 \\ \left[\frac{2\tau_f\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{K(1-\alpha)}\right]^{\frac{1}{n}} & \text{for } -\infty \leq \alpha \leq 0 \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

B.5. Wilkins kriteriet

Wilkins kriteriet har fire kalibreringskonstanter; a , A , λ og μ der A er avhengig av de deviatoriske spenningene. Ved en kombinasjon av ligning (3.29), kan A uttrykkes som en funksjon av α . Kriteriet er også avhengig av σ_m , som er uttrykt ved α i ligning (3.26). Wilkins kriteriet kan dermed uttrykkes for de tre karakteristiske spenningstilstandene rent skjær, enakset strekk og plan tøyning.

	Rent skjær	Enakset strekk	Plan tøyning
α	-1	0	$\frac{1}{2}$
s_1	1	$\frac{2}{3}\sigma_1$	$\frac{1}{2}\sigma_1$
s_2	-1	$-\frac{1}{3}\sigma_1$	0
s_3	0	$-\frac{1}{3}\sigma_1$	$-\frac{1}{2}\sigma_1$
A	0	1	0
σ_m	0	$\frac{1}{3}\sigma_1$	$\frac{1}{2}\sigma_1$

Tabell B.1: Parametere i Wilkins kriteriet uttrykt for tre deformasjonstilstander.

Wilkins kriteriet for rent skjær, enakset strekk og plan tøyning er gitt ved henholdsvis ligningene (B.17), (B.18) og (B.19)

$$\bar{\varepsilon}_f = D_c 2^{(-\mu)} \quad (\text{B.17})$$

$$\bar{\varepsilon}_f = D_c \left(1 + \frac{1}{3} a \sigma_1\right)^\lambda 2^{(-\mu)} \quad (\text{B.18})$$

$$\bar{\varepsilon}_f = D_c \left(1 + \frac{1}{2} a \sigma_1\right)^\lambda 2^{(-\mu)} \quad (\text{B.19})$$

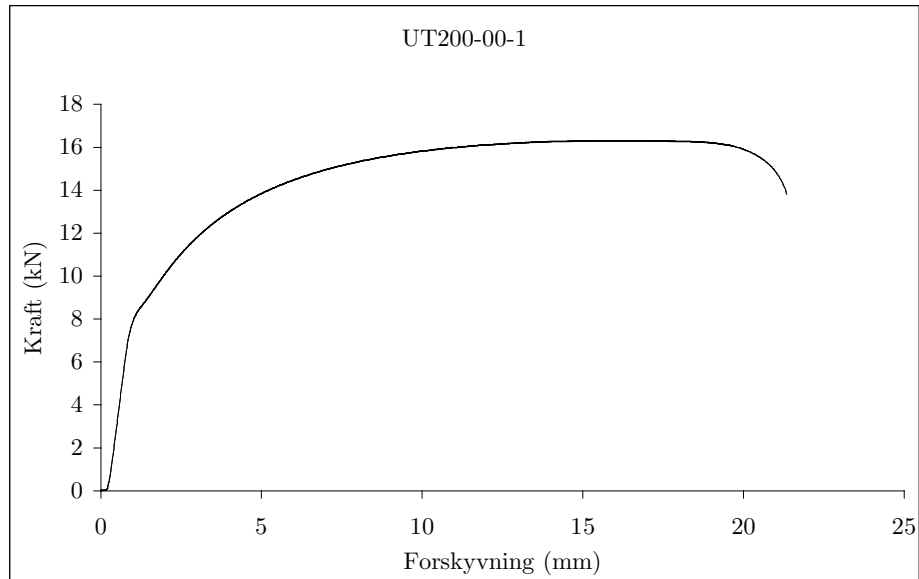
C. Testresultater

De viktigste testresultatene er presentert i hoveddelen. Dette appendikset kompletterer testresultatene slik at samtlige av resultatene blir presentert.

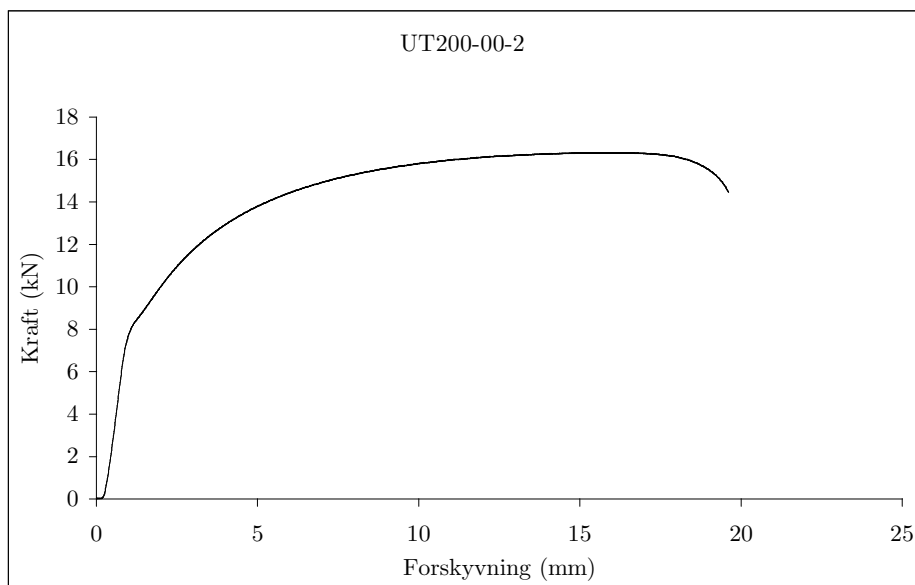
C.1. UT200

C.1.1. Kraft-forskyvning kurver

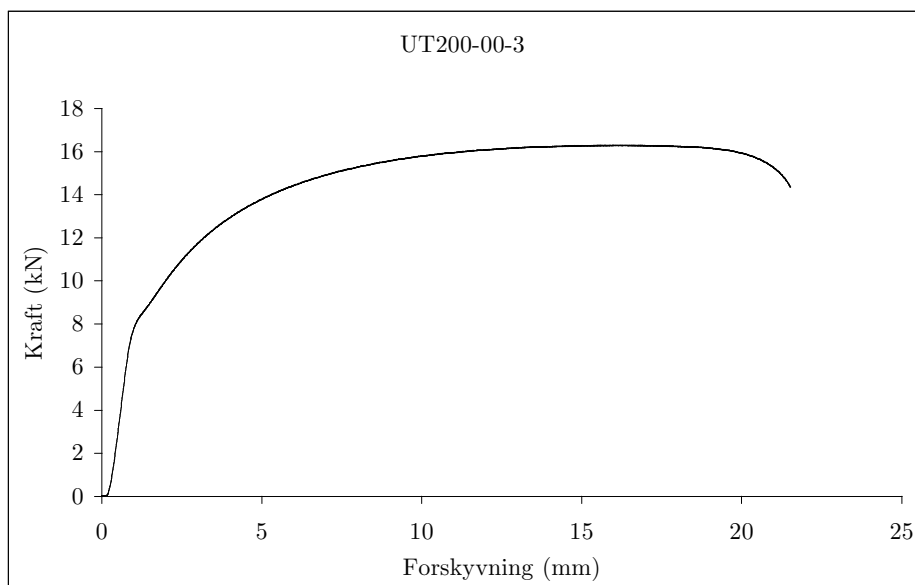
Kraft-forskyvning kurvene er her presentert for alle UT200 testene.



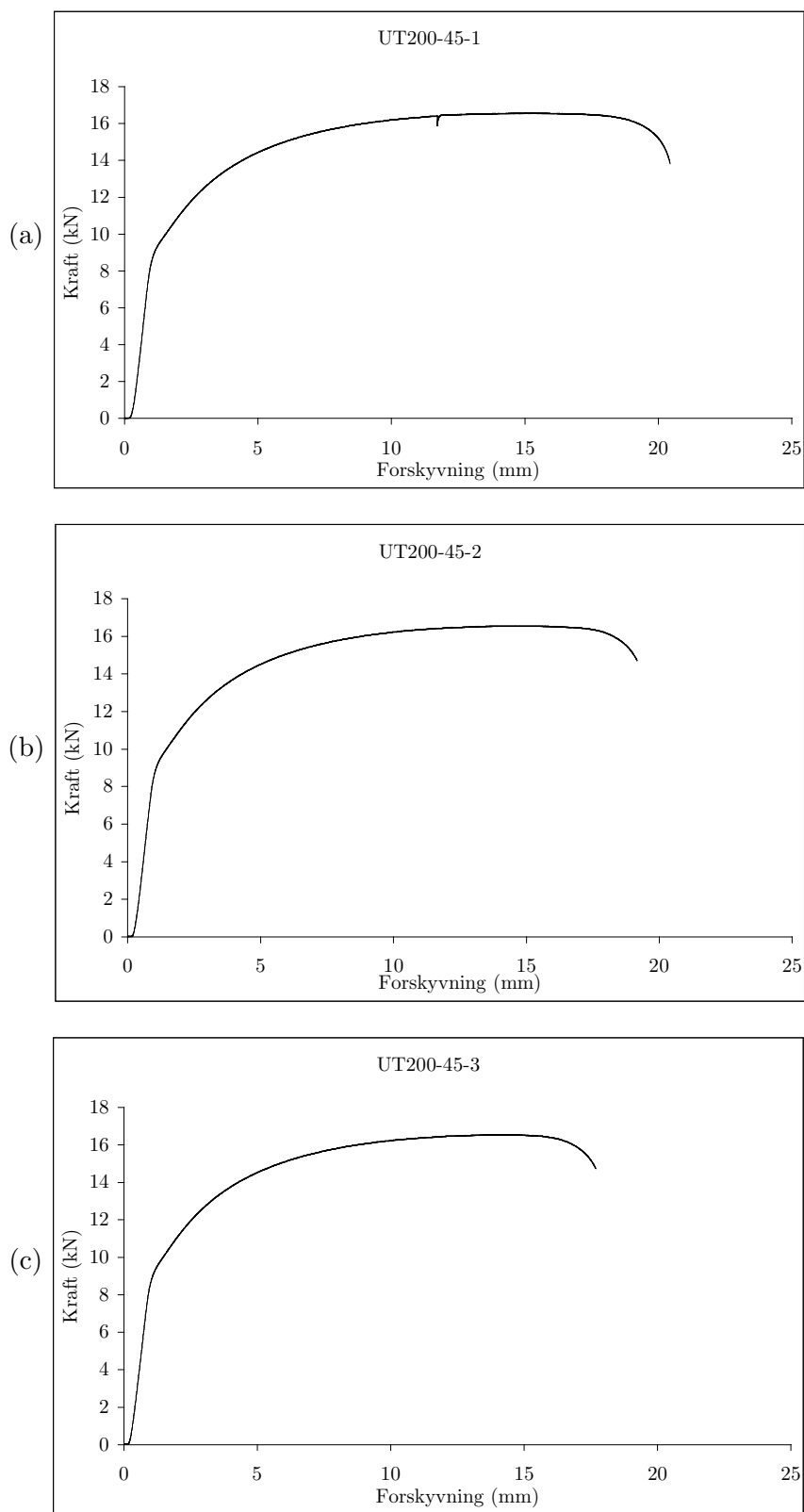
Figur C.1: Kraft-forskyvning kurve for UT200-00-1



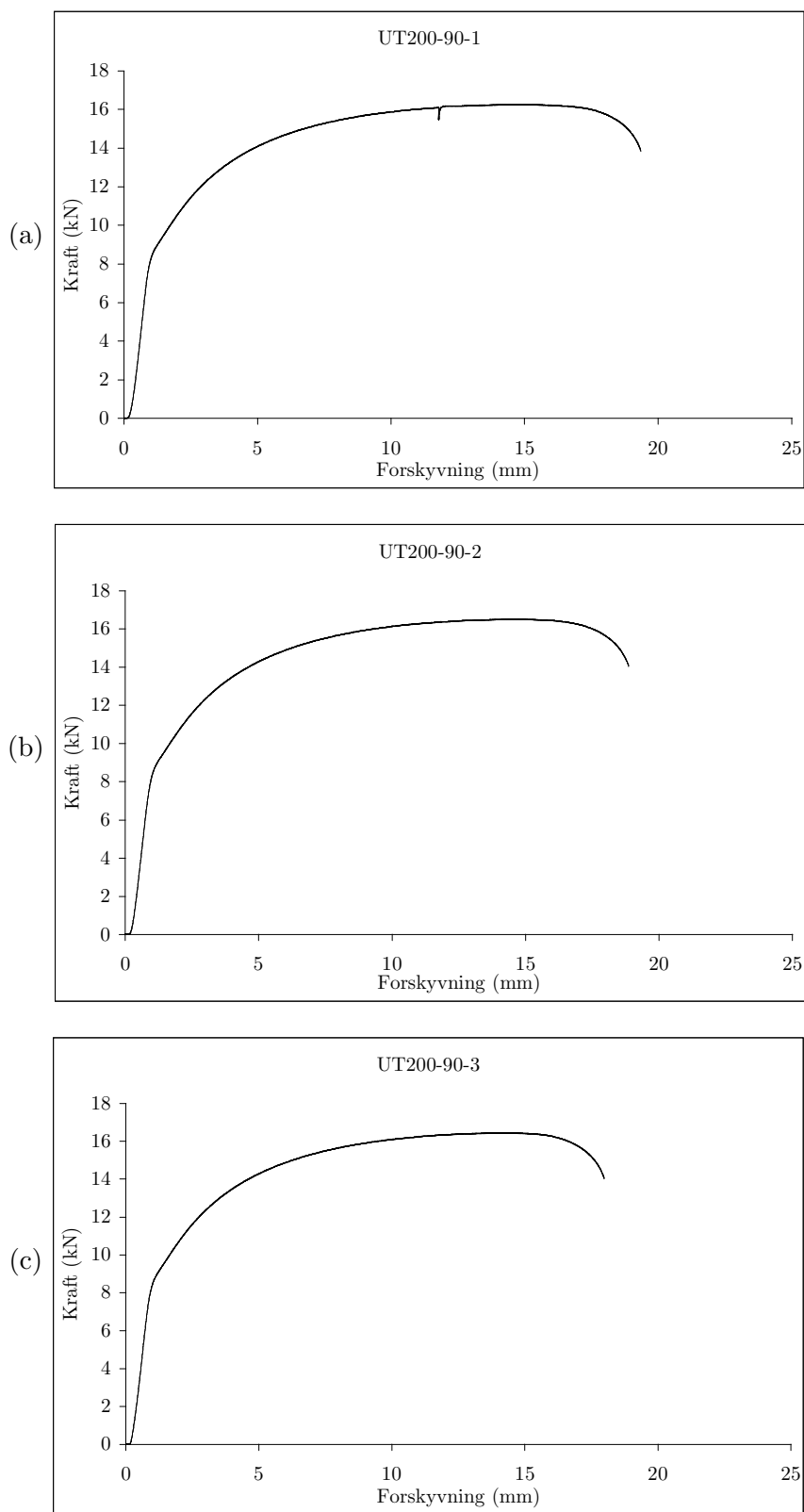
Figur C.2: Kraft-forskyvning kurve for UT200-00-2.



Figur C.3: Kraft-forskyvning kurve for UT200-3.



Figur C.4: Kraft-forskyvning kurver for (a) UT200-45-1, (b) UT200-45-2 og (c) UT200-45-3.



Figur C.5: Kraft-forskyvning kurver for (a) UT200-90-1, (b) UT200-90-2 og (c) UT200-90-3.

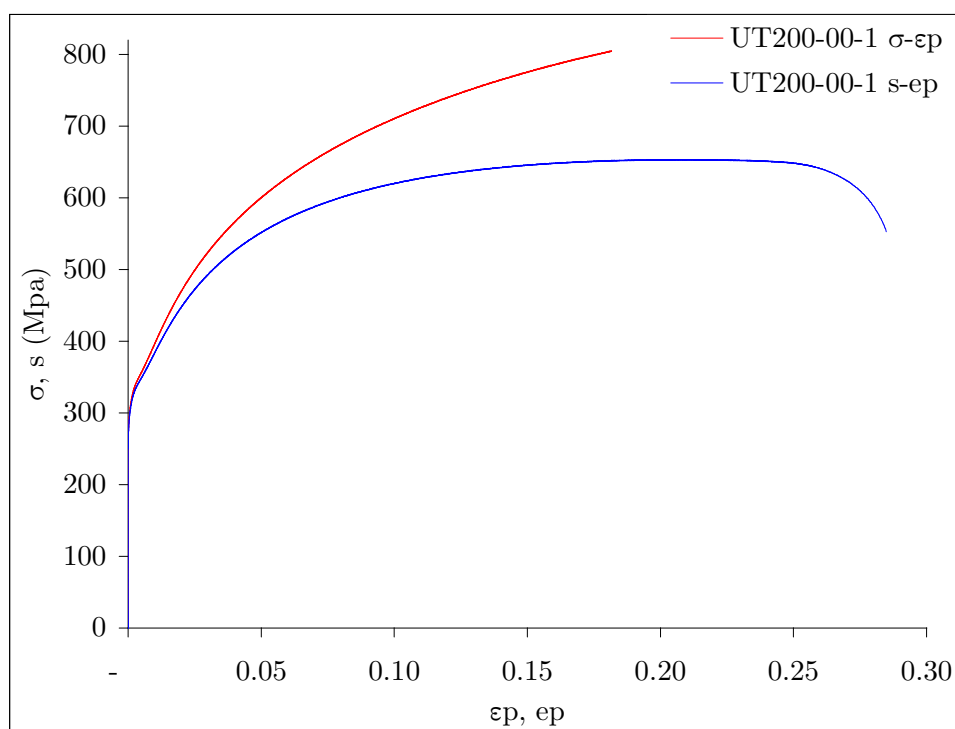
C.1.2. Spenning-tøyning kurver

Tøyning fra maskin

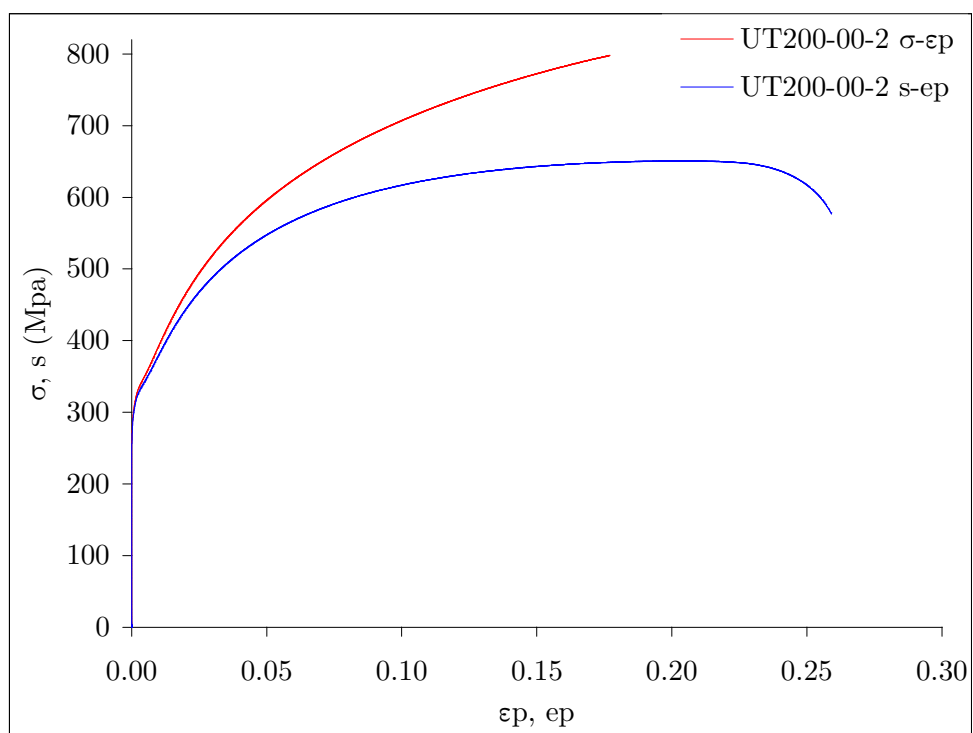
En tabell med redusert E-modul (\tilde{E}) er her presentert for å vise hvor mye testmaskinen påvirker stivheten. \tilde{E} ble brukt til å beregne ε_p og e_p .

Test	\tilde{E}	
	$\sigma - \varepsilon_p$ kurve	$s - e_p$ kurve
UT200-00-1	33927	33168
UT200-00-2	34733	33931
UT200-00-3	34063	33285
UT200-45-1	38253	37417
UT200-45-2	37235	36433
UT200-45-3	35621	34836
UT200-90-1	37059	36224
UT200-90-2	35811	35013
UT200-90-3	36104	35329

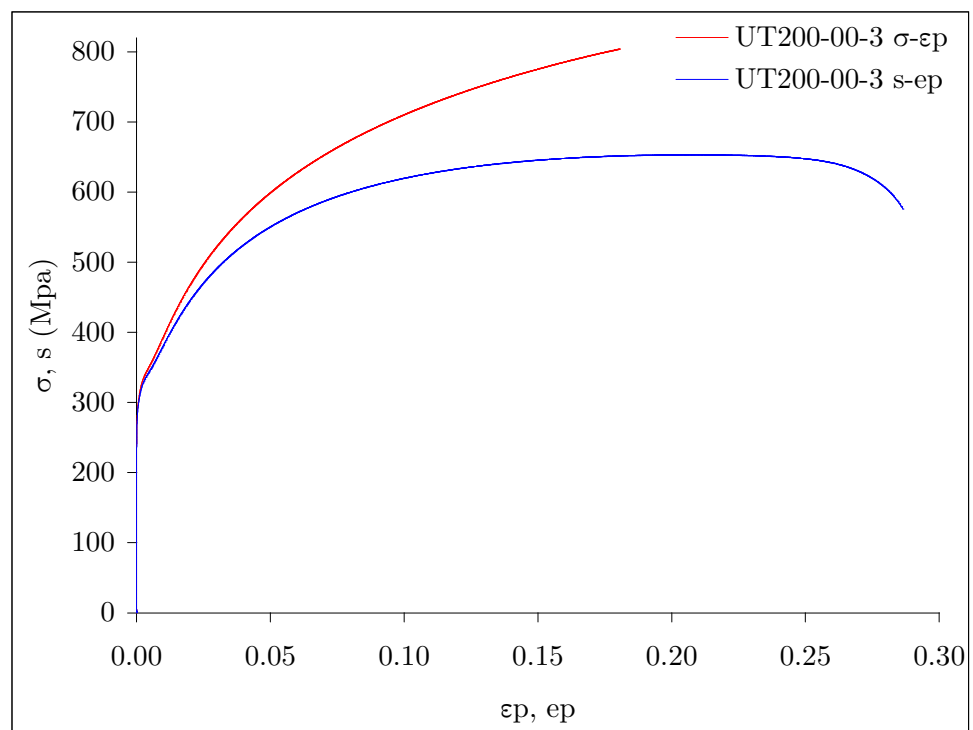
Tabell C.1: Redusert E-modul for σ - ε_p og s - e_p kurvene for alle UT200 testene.



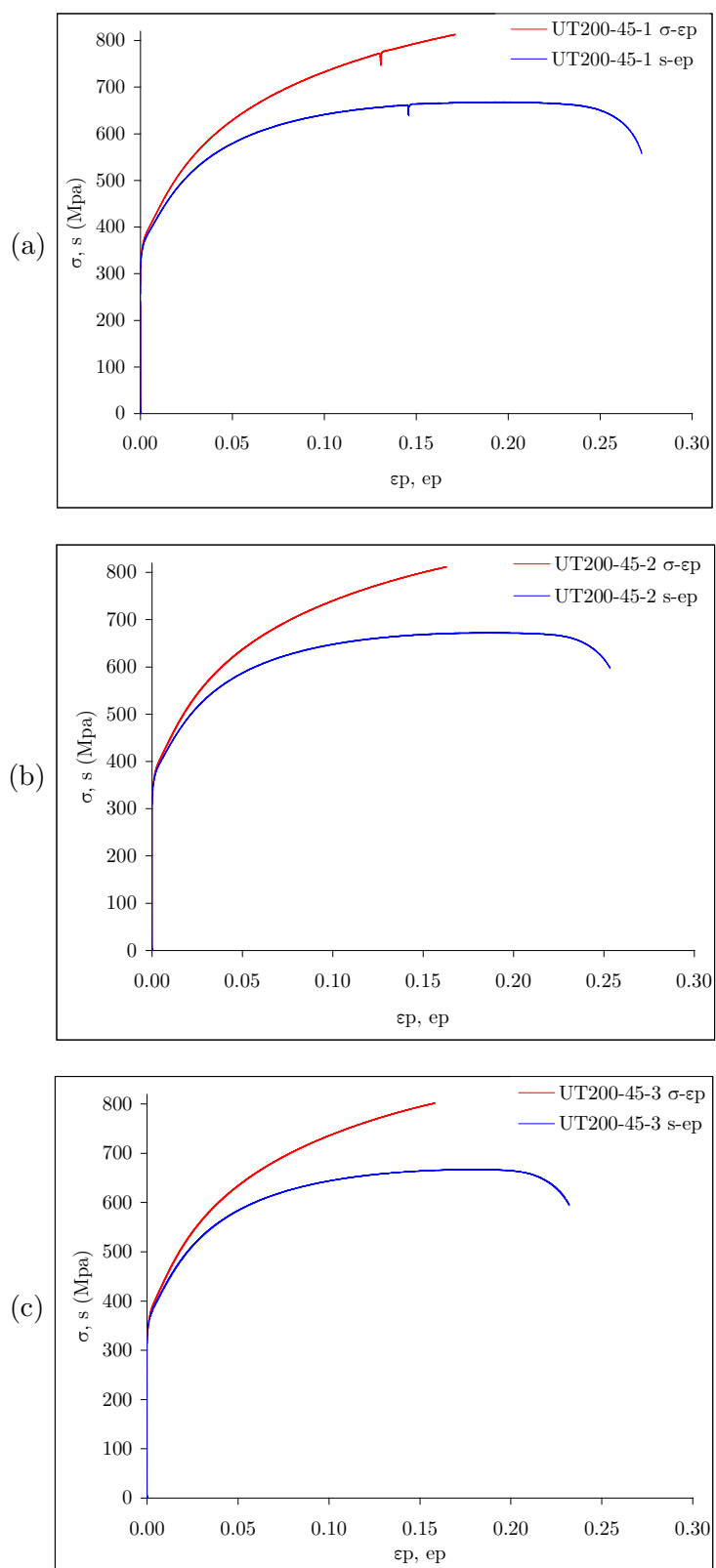
Figur C.6: σ - ε_p og s - e_p kurver for UT200-00-1.



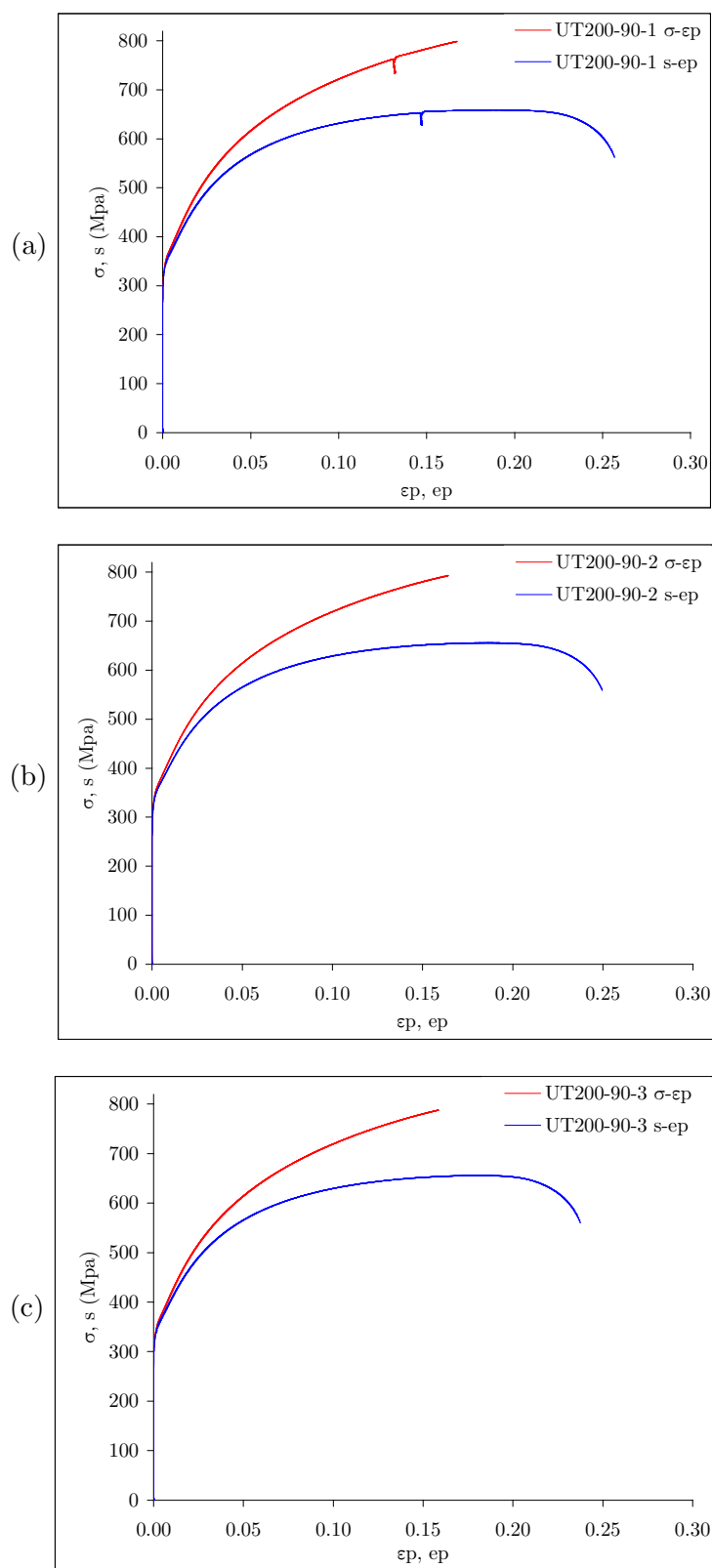
Figur C.7: σ - ϵ_p og s - ϵ_p kurver for UT200-00-2.



Figur C.8: σ - ϵ_p og s - ϵ_p kurver UT200-00-3.

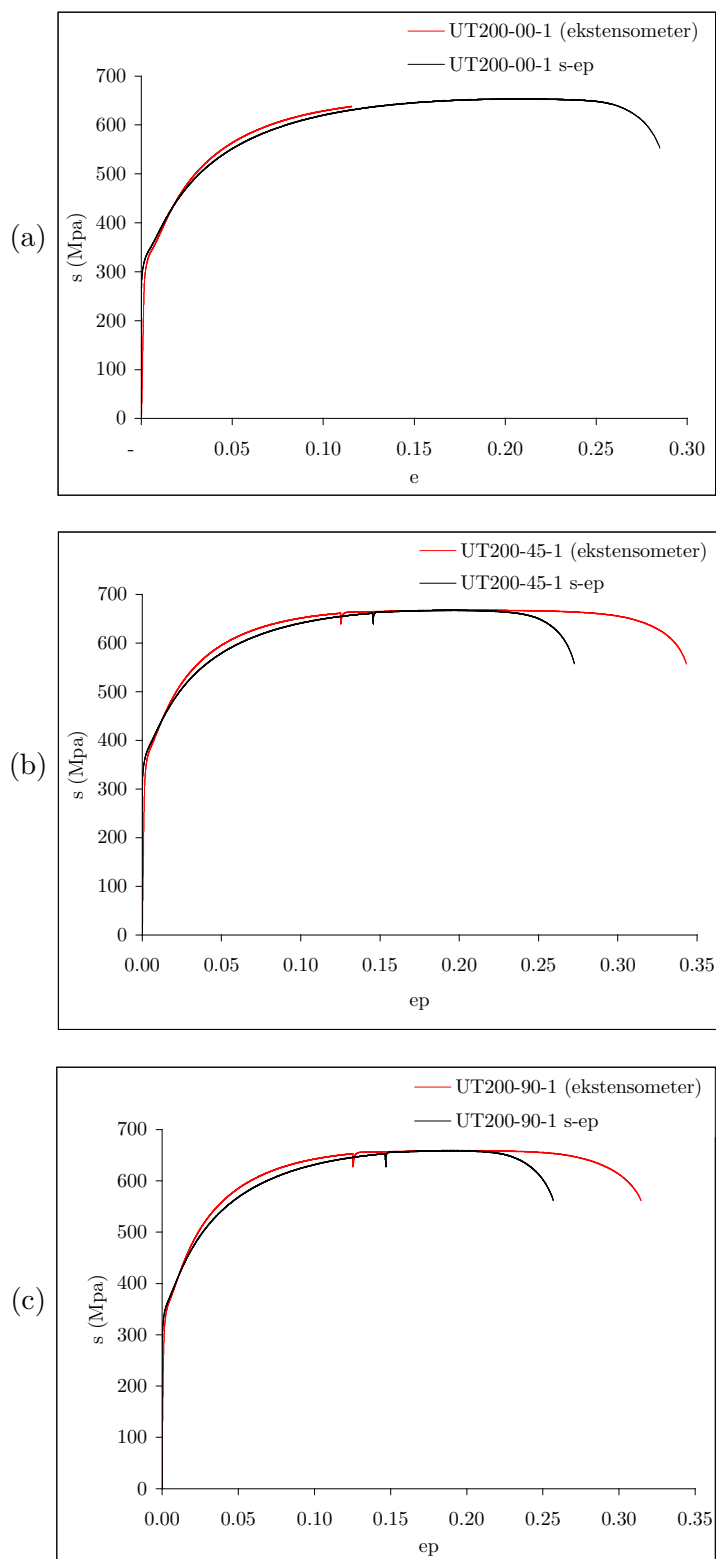


Figur C.9: σ - ϵ_p og s- ϵ_p kurver for (a) UT200-45-1, (b) UT200-45-2 og (c) UT200-45-3.



Figur C.10: σ - ϵ_p og s - ϵ_p kurver for (a) UT200-90-1, (b) UT200-90-2 og (c) UT200-90-3.

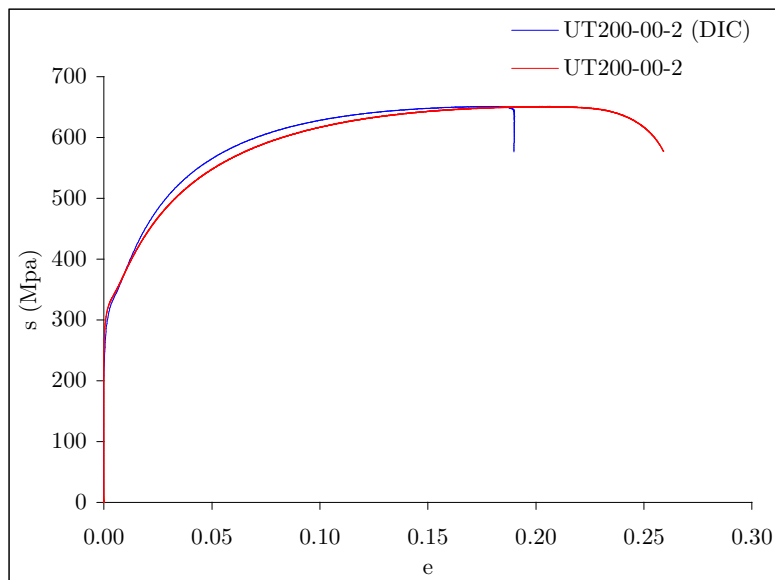
Tøyning fra ekstensometer



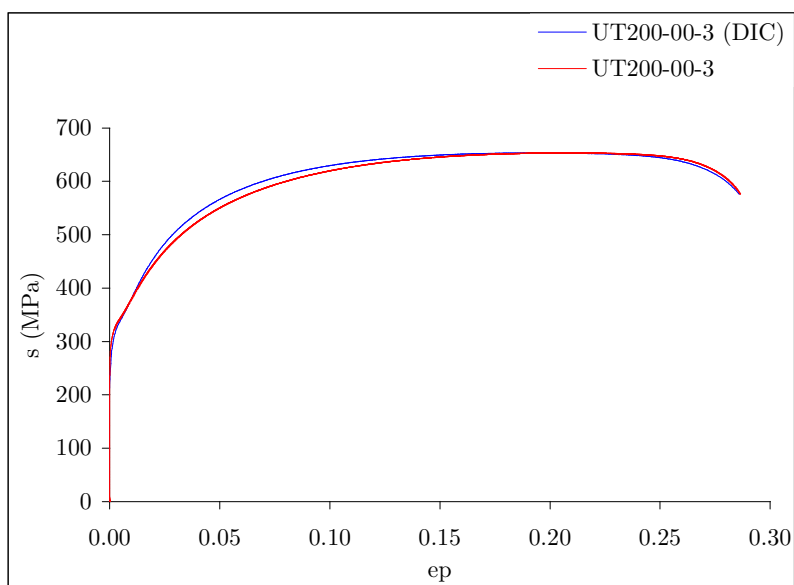
Figur C.11: s-e kurver for (a) UT200-00-1, (b) UT200-45-1 og (c) UT200-90-1 med tøyninger fra ekstensometer.

Tøyning fra DIC

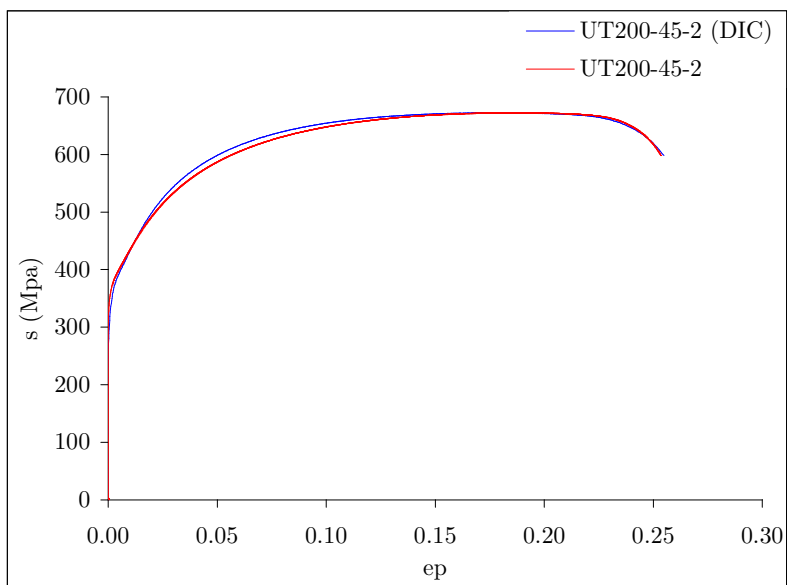
Tøyningene fra DIC er her presentert som en sammenligning med maskintøyningene, for å vise korrelasjonsnivået.



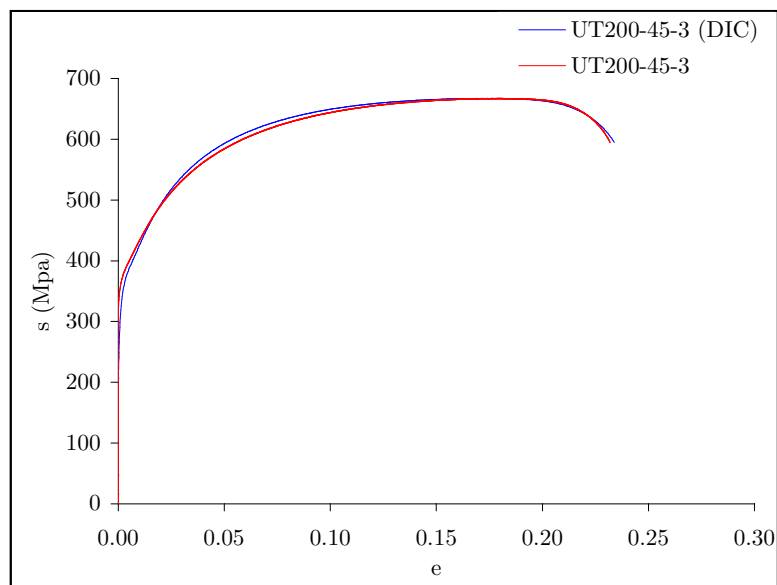
Figur C.12: s-ep kurve for UT200-00-2 med tøyning fra maskin og DIC.



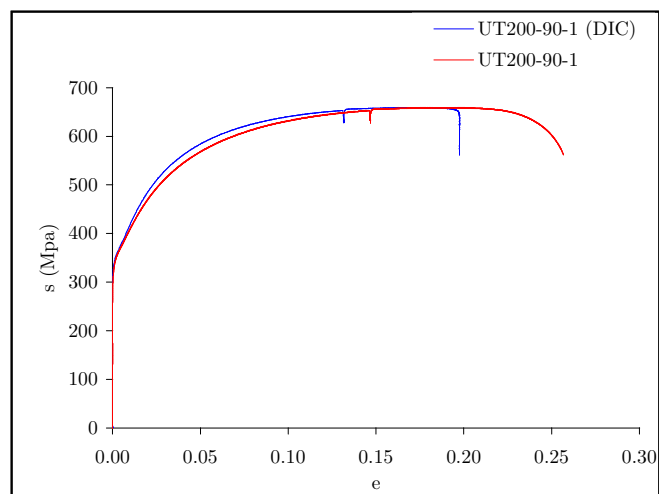
Figur C.13: s-ep kurve for UT200-00-3 med tøyning fra maskin og DIC.



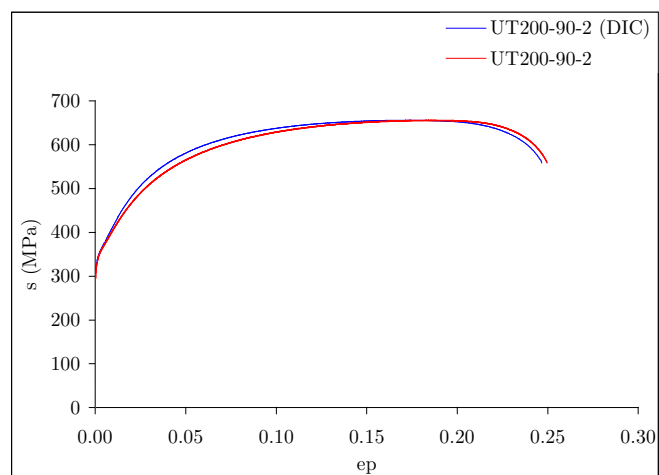
Figur C.14: s-ep kurve for UT200-45-2 med tøyning fra maskin og DIC.



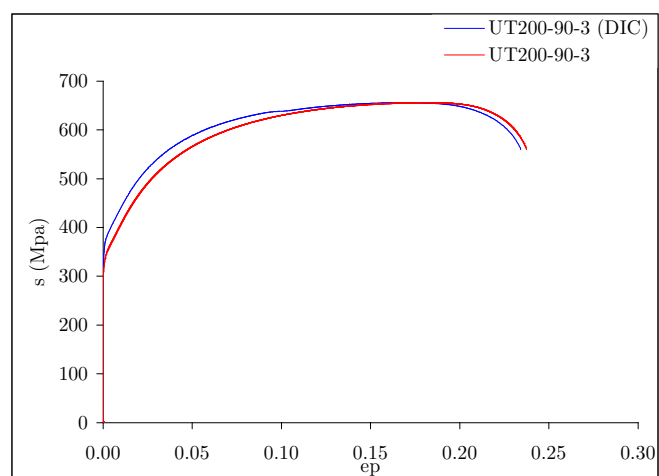
Figur C.15: s-e kurve for UT200-45-3 med tøyning fra maskin og DIC.



Figur C.16: s-ep kurve for UT200-90-1 med tøyning fra maskin og DIC.



Figur C.17: s-ep kurve for UT200-90-2 med tøyning fra maskin og DIC.



Figur C.18: s-ep kurve for UT200-90-3 med tøyning fra maskin og DIC.

C.1.3. Kalibrering av fastningsregel

Følgende parametere ble beregnet for tilpasning av $\sigma - \varepsilon_p$ kurven fra σ_0 til maksimal ingeniørspenning, s_{max} .

Test	σ_0	Ludwik		Voce			
		K	n	C_1	Q_1	C_2	Q_2
UT200-00-1	326	1161.46	0.49	6.03	415.18	36.28	204.65
UT200-00-2	322	1182.82	0.50	6.04	419.31	36.27	203.03
UT200-00-3	322	1172.51	0.49	4.91	419.39	30.53	237.18
UT200-45-1	365	1115.99	0.49	7.80	397.63	45.01	156.30
UT200-45-2	375	1125.83	0.49	8.44	391.66	47.69	145.62
UT200-45-3	373	1128.07	0.50	8.44	383.71	47.19	147.95
UT200-90-1	349	1146.95	0.49	7.26	397.85	42.08	172.85
UT200-90-2	347	1151.32	0.50	7.76	393.90	43.15	164.69
UT200-90-3	349	1169.10	0.50	7.42	390.57	41.49	171.33

Tabell C.2: Modellparametere for UT200.

Alle testene ble tilpasset fra σ_0 utenom UT200-00-3 som ble tilpasset fra en spenning på 444 MPa ettersom dette ga bedre korrelasjon ved høyere spenninger. Parametrene i Voce fastningsregel er fortsatt noe avvikende fra de øvrige testene tatt 0° med valseretningen. For testene UT200-45-1 og UT200-90-1 ble verdiene for teststopp ikke inkludert i kurvetilpasningen da disse vil være villedende.

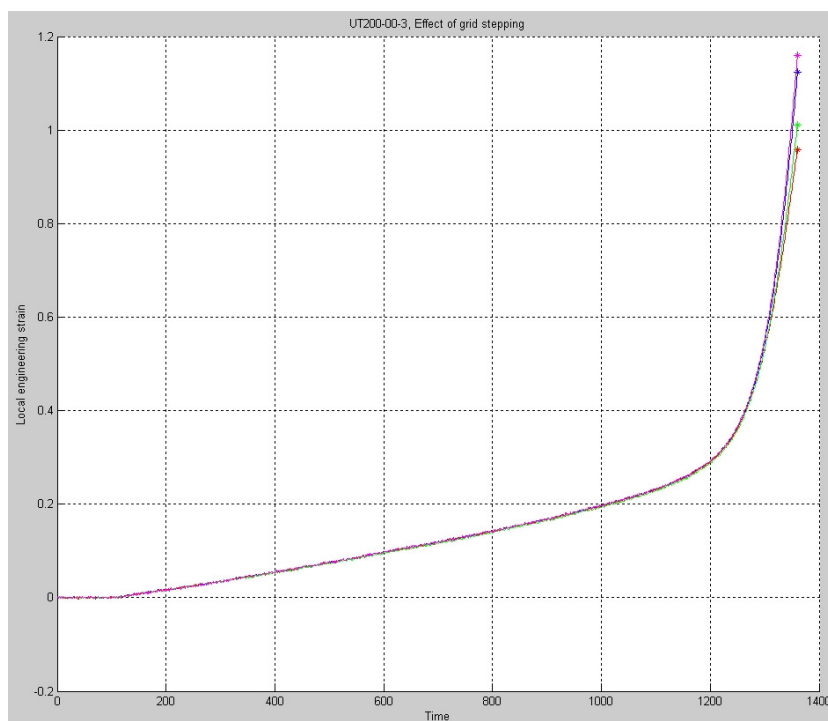
Beregning av bruddtøyning

Resultater fra beregning av bruddareal og bruddtøyning er her gitt i en tabell.

Test	A_0	A_f	ε_f
UT200-00-1	24.975	10.694	0.848
UT200-00-2	25.070	10.680	0.853
UT200-00-3	24,934	11.185	0.802
UT200-45-1	24.798	11.290	0.787
UT200-45-2	24.605	11.137	0.793
UT200-45-3	24.785	11.132	0.800
UT200-90-1	24.651	11.553	0.758
UT200-90-2	25.163	11.194	0.810
UT200-90-3	25.071	10.522	0.868

Tabell C.3: Bruddareal og beregnet bruddtøyning.

Figur C.19 viser effekten av å steppe gridet for å beregne $\bar{\varepsilon}_f$. Ulik plassering av gridet gir ulike verdier av $\bar{\varepsilon}_f$ lokalt. Siden et element har 32x32 piksler, vil man ha 1024 mulige oppsett av gridet for å beregne $\bar{\varepsilon}_f$. Her er det vist fire grid oppsett for UT200-00-3 der maksimal $\bar{\varepsilon}_f$ er ca. 1.8.



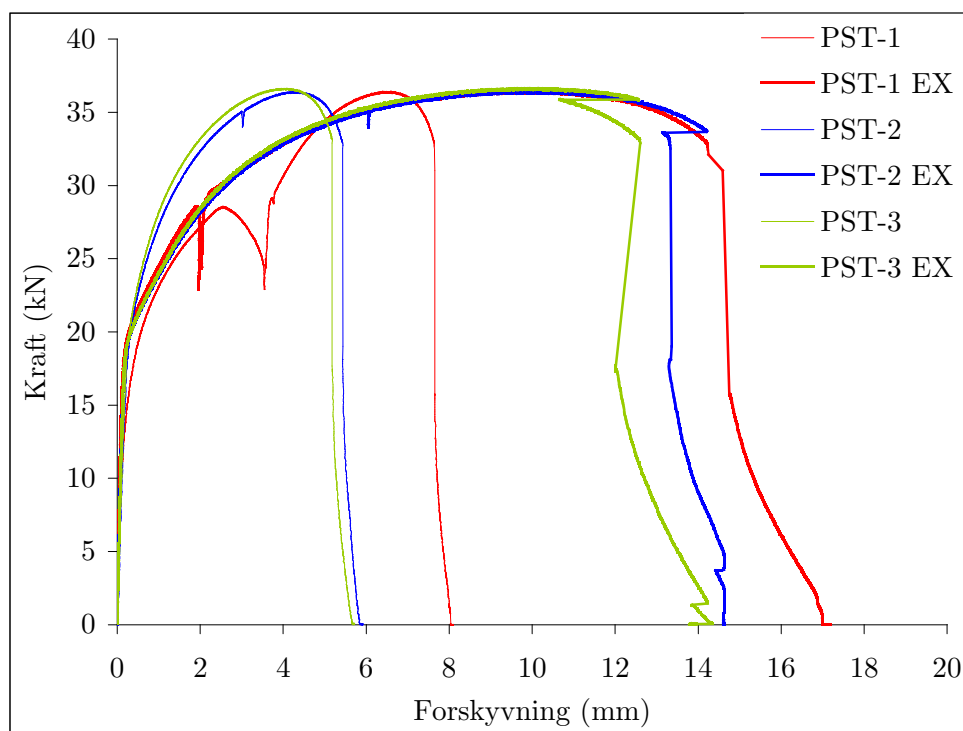
Figur C.19: Effekt av gridstepping på bruddtøyningen.

C.2. PST

C.2.1. Kraft-forskyvning kurver

En sammenligning mellom forskyvningene målt med ekstensometeret og maskinen er presentert i dette appendikset, ettersom målingene er ugyldige.

Etter brudd ble en verdi av n_1 for PST-3 (se figur 5.9) målt med skyvelære til ca. 20.2 mm. Differansen til verdien før brudd (se tabell 5.5) er dermed 5.3 mm, noe som stemmer overens med maskinforskyvningene. Forskyvningene fra ekstensometeret viser over dobbelt så store forskyvninger. Forstyrrelsene på kurven nær brudd kan skyldes at ekstensometeret flytter på seg når materialet gir etter på grunn av sprekkveksten.

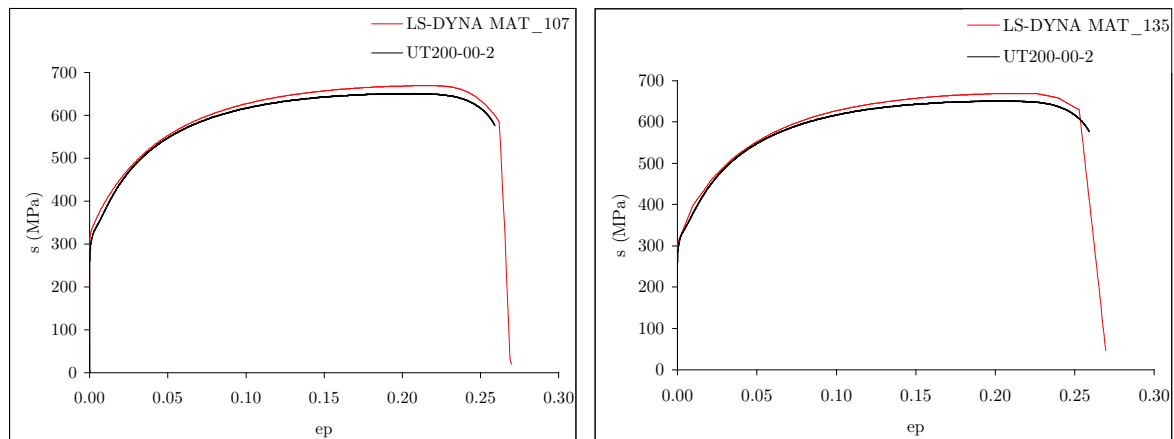


Figur C.20: Kraft-forskyvning kurve for PST testene med forskyvninger fra maskin og ekstensometer.

D. Numeriske analyser i LS-DYNA

D.1. UT200

Figur D.1 viser en sammenligning av materialmodellene MAT_107 og MAT_135 med MAT_NONLOCAL og UT200-00-2. Begge analysene er kjørt med et kritisk plastisk arbeid, W_f , på 538 MPa.

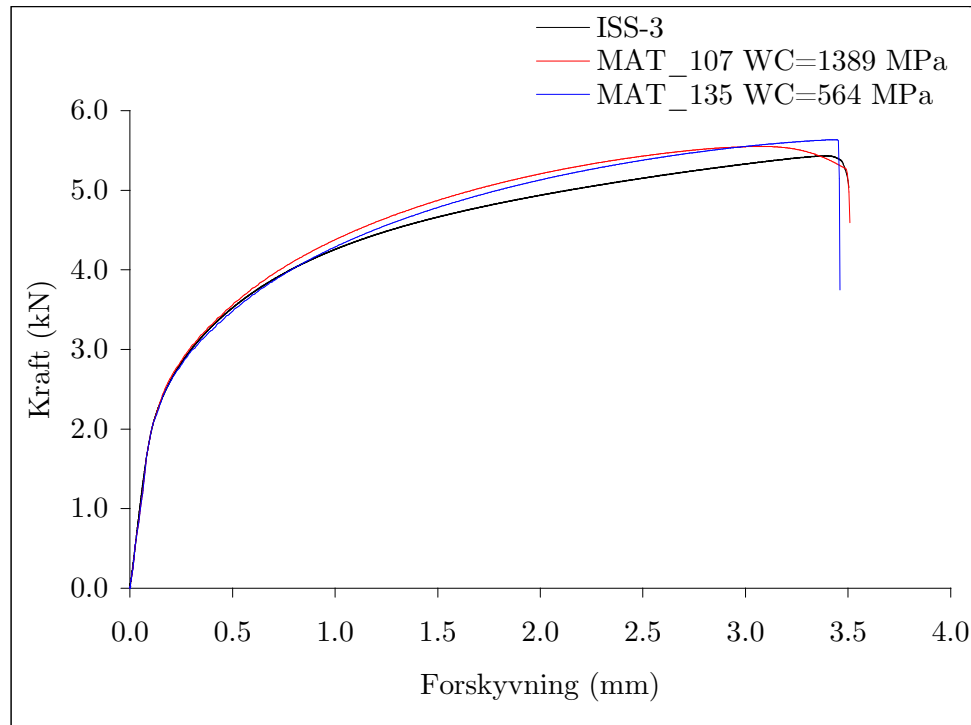


Figur D.1: s - ep kurve for UT200-00-2 og analyse med materialmodellene MAT_135 og MAT_107.

Formen på kurvene fra analysene er tilnærmet identisk. De oppfører seg ulikt i innsnevringen der MAT_135 gir mindre innsnevring og går hurtigere til brudd enn MAT_107. Bruddtøyningen, ϵ_f , i kritisk element fra analysen kjørt med MAT_135 er 0.446 og for MAT_107, 0.599.

D.2. ISS

I figur D.2 er det gitt en sammenligning av materialmodellene MAT_107 og MAT_135 med MAT_NONLOCAL for ISS. Analysene ble først kjørt der brudd ble ekskludert for å finne kritisk plastisk arbeid. Det viser seg å være stor forskjell i W_f .



Figur D.2: Kraft-forskyvning kurver for ISS-3 og analyser med MAT_107 og MAT_135.

Det er relativt lite forskjell i formen på kurvene, men ved innsnevringen gir MAT_107 en bedre gjengivelse av testkurven for ISS-3. Kritisk element for analysen kjørt med MAT_107 er element 3195 og for MAT_135, element 34. Disse ligger nær hverandre i skjærsonen.