

Betongkonstruksjoner med pålimt karbonfiberforsterkning

Nicolas Oppheim Bakkebø
Sondre Liavåg Larssen

Bygg- og miljøteknikk (2-årig)
Innlevert: mai 2015
Hovedveileder: Helge Brå, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



Institutt for konstruksjonsteknikk

Fakultet for ingeniørvitenskap og teknologi

NTNU- Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet

TILGJENGELIGHET

ÅPEN

MASTEROPPGAVE 2015

FAGOMRÅDE: Betongkonstruksjoner	DATO: 10.06.2015	ANTALL SIDER: 119 + 122 sider vedlegg
------------------------------------	---------------------	--

TITTEL:

Betongkonstruksjoner med pålimt karbonfiberforsterkning

Concrete Structures strengthened with externally bonded Carbon Fibre reinforced Polymer Composites

UTFØRT AV:

Nicolas Oppheim Bakkebø

Sondre Liavåg Larssen



SAMMENDRAG:

Målet med denne oppgaven er å øke kunnskapen om karbonfiberforsterket betong, og utvikle et beregningsprogram til bruk ved dimensjonering. Det er vist fremgangsmåter for beregning av forsterkede tverrsnitt i bruksgrensetilstanden (SLS) og bruddgrensetilstanden (ULS). Det sees på forsterkning for å øke momentkapasitet og skjærkapasitet for rektangulære og T-tverrsnitt.

Festing av pålimt karbonfiberkompositt gjøres som regel med hefting til betongen, og det er viktig med en god forankring for å oppnå ønskede resultater. Ved forsterkning av bjelker for skjær og moment, kan en utilstrekkelig forankringskapasitet føre til brudd i konstruksjonen før den beregnede kapasiteten er oppnådd. Rapporten inkluderer derfor begrensninger med hensyn til forankringsberegninger. Med bakgrunn i de metodene som er presentert, er det utviklet et beregningsprogram til bruk ved dimensjonering av karbonfiberforsterkede tverrsnitt. Programmet er laget i MathCAD. Ved forsterkning av fritt opplagte bjelker, er det lagt inn beregninger for forankring av karbonfiber på strekksiden av bjelken. For å vise hvordan beregningsprogrammet virker, er det gjort beregninger med 5 forskjellige fritt opplagte bjelker som skal forsterkes. Beregningsresultatene oppnådd ved bruk av programmet, viser at programmet samsvarer med resultater fra tilsvarende program som finnes på markedet.

FAGLÆRER: Helge Brå

VEILEDER(E): Helge Brå, SINTEF

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU

Forord

Denne oppgaven markerer slutten på en 5 års lang reise for to eventyrlystne studenter. Disse årene har gitt oss både oppturer og nedturer. Vi har testet grenser og konstruksjoner, og har tilegnet oss kunnskap vi ser frem til å teste ut i praksis.

Vi vil rette en stor takk til vår veileder, Helge Brå, som har vært til god hjelp under arbeidet med oppgaven, og kommet med gode råd og rettledning. Vi vil også takke Ove Sletten for bidrag med beregningsprogram, samt SIKKA for sitt gratisprogram for forsterkningsberegninger. Vil også takke alle andre som har vært involvert i oppgaven, spesielt Eivind og Espen.

“Å være student er gøy, men det er bedre å være ferdig“ – Sondre Liavåg Larssen (2015)

Sondre Liavåg Larssen

Nicolas Oppheim Bakkebo

Trondheim, juni 2015

Sammendrag

Pålimt karbonfiberforsterkning har blitt mye benyttet til forsterkning og reparasjon av betongkonstruksjoner i utlandet. I Norge er det lite brukt, men i de siste årene har det blitt anvendt til enkelte vedlikehold- og oppgraderingsarbeid. Lite kunnskap og forståelse om karbonfiberforsterket betongkonstruksjoner er en av hovedårsaken til at dette ikke er så mye anvendt i Norge, men det forventes økt bruk også her.

Målet med denne oppgaven er å øke kunnskapen om karbonfiberforsterket betong, og utvikle et beregningsprogram til bruk ved dimensjonering. Første delen av oppgaven omhandler en lett innføring i hva karbonfiber er, og hvordan det kan brukes til forsterkning av eksisterende konstruksjoner. Det er vist fremgangsmåter for beregning av forsterkede tverrsnitt i bruksgrensetilstanden (SLS) og bruddgrensetilstanden (ULS). Rapporten tar utgangspunkt i rektangulære tverrsnitt, men metodene blir også tilpasset for å kunne brukes ved forsterkning av bjelker med trykkflenser (T-tverrsnitt). Det sees på forsterkning for å øke momentkapasitet og skjærkapasitet.

Festing av pålimt karbonfiberkompositt gjøres som regel med hefting til betongen, og det er viktig med en god forankring for å oppnå ønskede resultater. Ved forsterkning av bjelker for skjær og moment, kan en utilstrekkelig forankringskapasitet føre til brudd i konstruksjonen før den beregnede kapasiteten er oppnådd. Rapporten inkluderer derfor begrensninger med hensyn til forankringsberegninger.

Med bakgrunn i de metodene som er presentert, er det utviklet et beregningsprogram til bruk ved dimensjonering av karbonfiberforsterkede tverrsnitt. Programmet er laget i MathCAD, med separate filer for ulike tverrsnitt og armering. Skjærberegningene er gjort separat for å få best mulig oversikt over alle beregningene. Ved forsterkning av fritt opplagte bjelker, er det lagt inn beregninger for forankring av karbonfiber på strekksiden av bjelken. For å vise hvordan beregningsprogrammet virker, er det gjort beregninger med 5 forskjellige fritt opplagte bjelker som skal forsterkes. Beregningsresultatene oppnådd ved bruk av programmet, viser at programmet samsvarer med resultater fra tilsvarende program som finnes på markedet.

Abstract

Externally bonded carbon fibre reinforcement has been widely used for repair and strengthening of concrete structures in foreign countries. In Norway, this is rare, but in recent years, it has been used for some maintenance and upgrade work. Little knowledge and understanding of concrete structures reinforced with externally bonded carbon fibres is one of the main reasons for the limited use in Norway, but usage is expected to increase.

The aim of this paper is to increase the knowledge of carbon fibre for strengthening of concrete structures, and to develop a calculation program for use in design processes. The first part of the thesis gives a light introduction to what carbon fibre is, and how it could be used to strengthen existing structures. Methods of calculating reinforced sections in the serviceability limit state (SLS) and ultimate limit state (ULS) are included. The calculations bases on rectangular cross sections, but the methods are adapted to use for strengthening of beams with compressive flanges (T-sections). It is looked upon strengthening for increasing moment capacity and shear capacity.

Fastening of the carbon fibre is usually done with adhesion to the concrete, and a proper anchorage is important in order to achieve the desired results. When strengthening beams for shear and moment, an inadequate anchorage capacity may lead to failure in the structure before the calculated capacity is reached. The report therefore includes restrictions in regards to anchorage calculations.

Based on the presented methods, a calculation program for design of carbon fibre strengthened sections is developed. The program is made in MathCAD, with separate files for different sections and reinforcement. The calculations for shear are done separately in order to get the best possible overview of all the calculations. For strengthening of simply supported beams, the program includes calculations on the anchoring of carbon fibre in the tensile zone. Calculations of five different simply supported beams are included in order to show how the calculation program works. The calculated results show that the program designed in this paper is on par with other programs on the market.

Innhold

Forord.....	i
Sammendrag.....	iii
Abstract.....	v
Innhold.....	vii
Figurliste.....	x
Tabelliste.....	xii
1 Innledning.....	1
2 Bakgrunn og Teori.....	3
2.1 Materialer.....	3
2.1.1 Fibre.....	4
2.1.2 Matrise.....	5
2.1.3 Lim.....	7
2.2 Bruksområder.....	8
2.2.1 Begrensninger.....	10
2.3 HMS.....	11
2.4 Branndimensjonering.....	12
2.5 Dimensjoneringsgrunnlag.....	13
2.5.1 Generelt.....	13
2.5.2 Dimensjonering for bøyemoment.....	16
2.5.3 Dimensjonering for skjærkraft.....	17
2.5.4 Dimensjonering for forankring.....	19
3 Bruksgrensetilstanden (SLS).....	21
3.1 Slakkarmerte tverrsnitt.....	21
3.1.1 Rektangulært tverrsnitt.....	21
3.1.1.1 Beregning av spenninger før forsterkning.....	22
3.1.1.2 Beregning av spenninger og tøyninger under forsterkning.....	24

3.1.1.3	Beregning av spenninger etter forsterkning	24
3.1.2	T-tverrsnitt.....	25
3.2	Spennarmerte tverrsnitt.....	27
3.2.1	Rektangulært tverrsnitt.....	29
3.2.1.1	Beregning av spenninger før forsterkning	29
3.2.1.2	Beregning av spenninger og tøyninger under forsterkning.....	32
3.2.1.3	Beregning av spenninger etter forsterkning	32
3.2.2	T-tverrsnitt.....	33
4	Momentkapasitet i bruddgrensetilstanden (ULS).....	35
4.1	Slakkarmerte tverrsnitt.....	35
4.1.1	Rektangulære tverrsnitt	35
4.1.1.1	Brudd i forsterkning.....	39
4.1.1.2	Stukning av betongen i trykksonen med fiberbrudd.....	40
4.1.1.3	Stukning av betongen i trykksonen uten fiberbrudd.....	40
4.1.2	T-Tverrsnitt	41
4.2	Spennarmerte tverrsnitt.....	42
5	Skjærkapasitet.....	45
5.1	Bruddmekanismer.....	45
5.1.1	Skjærstrekkbrudd.....	45
5.1.2	Skjærtrykkbrudd	47
5.2	Bruk av karbonfiber for skjærforsterkning	48
5.3	Bidrag fra CFRP til skjærkapasitet.....	49
5.3.1	Effektiv fibertøyning.....	54
5.3.2	Alternativ metode	61
5.3.3	Sammenligning.....	64
6	Forankring	67
6.1	Forankringsbrudd ved siste riss.....	69

6.2	Forankringsbrudd mellom riss.....	76
7	Programoppsett.....	77
7.1	Dimensjonering for bøyemoment.....	77
7.1.1	Bruksgrensetilstanden (SLS).....	77
7.1.2	Bruddgrensetilstanden.....	80
7.2	Dimensjonering av skjærforsterkning.....	83
7.3	Forankring.....	85
8	Beregningseksempler.....	89
8.1	Material- og tverrsnittsdata.....	89
8.1.1	Moment og forankring.....	89
8.1.2	Skjærforsterkning.....	92
8.2	Resultater.....	95
8.2.1	Tøyninger.....	95
8.2.2	Momentkapasitet.....	96
8.2.3	Forankring.....	97
8.2.4	Skjærkapasitet.....	98
9	Oppsummering og konklusjon.....	99
10	Referanser.....	103
11	Vedlegg.....	105

Figurliste

Figur 2.1 – Termoplaster.....	5
Figur 2.2 Mulige anvendelser for karbonfiberforsterkning (Norsk Betongforening, 2006).....	8
Figur 2.3 – Stadium I (Norsk Betongforening, 2006).....	13
Figur 2.4 – Stadium II (Norsk Betongforening, 2006).....	14
Figur 2.5 – Stadium III (Norsk Betongforening, 2006).....	14
Figur 2.6 – Bruddtyper for forsterket tverrsnitt (Norsk Betongforening, 2006).....	16
Figur 2.7 – Hovedtyper av skjærbrudd (Norsk Betongforening, 2006).....	17
Figur 2.8 – Hovedtyper av skjærbrudd i en forsterket betongbjelke (Norsk Betongforening, 2006).....	18
Figur 3.1 – Rektangulært tverrsnitt.....	22
Figur 3.2 – Spenninger og tøyninger etter forsterkning (Norsk Betongforening, 2006).....	24
Figur 3.3 – Slakkarmert T-tverrsnitt med nøytralakse i steg.....	25
Figur 3.4 – Spennarmert rektangulært tverrsnitt.....	29
Figur 3.5 – Grafisk løsning av α	31
Figur 3.6 – Spennarmert t-tverrsnitt med nøytralakse i steg.....	33
Figur 4.1 – Beregningsmodell for momentkapasitet (Sørensen, 2013).....	35
Figur 4.2 – Parabel-rektangel diagram for betong under trykk (Standard Norge, 2008).....	36
Figur 4.3 – Spennings- og tøyningssammenheng for armeringsstål (Standard Norge, 2008)	37
Figur 4.4 – Tøyninger og krefter for et forsterket tverrsnitt.....	38
Figur 4.5 – Beregningsmodell for spennarmerte tverrsnitt.....	42
Figur 5.1 – Skjærbrudd for fritt opplagte bjelker (Balaguru et al., 2009).....	46
Figur 5.2 – Metoder for skjærforsterkning av fritt opplagte bjelker (Chen & Teng, 2008)....	48
Figur 5.3 – Ulike former for skjærforsterkning (Balaguru et al., 2009).....	49
Figur 5.4 – Bjelke med karbonfiberforsterkning.....	49
Figur 5.5 – Skjærforsterkning av T-tverrsnitt (Chen & Teng, 2008).....	51

Figur 5.6 – Forhold mellom fiberbredde og senteravstand for kontinuerlig heftet CFRP (Teng et al., 2002).....	53
Figur 5.7 – Skjærbrudd grunnet avskalling ved CFRP påført i U-profil (Teng et al., 2002)..	54
Figur 5.8 – Skjærbrudd grunnet avskalling ved CFRP påført på sidene (Teng et al., 2002)..	55
Figur 5.9 – Skjærbrudd ved forsterket tverrsnitt (Triantafillou & Antonopoulos, 2000).....	56
Figur 5.10 – Utdrag fra tabell for effektiv fibertøyning (Triantafillou & Antonopoulos, 2000)	57
Figur 5.11 – Effektiv fibertøyning for skjærbrudd kombinert med avskalling (Triantafillou & Antonopoulos, 2000).....	58
Figur 5.12 – Normalisert fibertøyning for skjærbrudd kombinert med, eller etterfulgt av, brudd i FRP (Triantafillou & Antonopoulos, 2000).....	58
Figur 5.13 – Effektiv fibertøyning med varierende bjelkebredde, dimensjonerende verdi. ...	64
Figur 5.14 – Effektiv fibertøyning med varierende bjelkebredde, beste passform.	65
Figur 5.15 – Effektiv fibertøyning med varierende bjelkehøyde, dimensjonerende verdi.	65
Figur 5.16 – Effektiv fibertøyning med varierende bjelkehøyde, beste passform.	66
Figur 6.1 – Debonding failure modes for karbonfiber (Teng et al., 2008).....	68
Figur 6.2 Grafisk fremstilling av de ulike beregningsmetodene.....	73
Figur 6.3 Forskyvningskurve (SIKA, 2014).....	74
Figur 6.4 – Skjær-glidningsforhold (fib, 2001).....	74
Figur 7.1 – Flytskjema slakkarmert t-tverrsnitt.....	78
Figur 7.2 – Flytskjema spennarmert t-tverrsnitt.....	79
Figur 7.3 – Flytskjema for beregning av momentkapasitet for forsterket tverrsnitt.....	82
Figur 7.4 – Flytskjema for beregning av skjærkapasitet til forsterket tverrsnitt.....	84
Figur 7.5 – Flytskjema forankring slakkarmert tverrsnitt.....	86
Figur 7.6 – Flytskjema forankring spennarmert tverrsnitt.....	87
Figur 8.1 – Navn på variabler for slakkarmerte tverrsnitt.....	89
Figur 8.2 – Skjærforsterkning i U-profil uten mekanisk forankring.....	92

Tabelliste

Tabell 2.1 - Materialeegenskaper for ulike typer karbonfiber (Norsk Betongforening, 2006)...	4
Tabell 2.2 – Sammenligning av typiske egenskaper for epoksy-lim, stål og betong (fib, 2001)	7
Tabell 6.1 – Ulike beregningsmetoder for forankring	69
Tabell 6.2 – Ulike tøyningsgrenser.....	76
Tabell 8.1 – Tverrsnittsegenskaper for slakkarmerte tverrsnitt.....	90
Tabell 8.2 – Tverrsnittsegenskaper for spennarmerte tverrsnitt.....	91
Tabell 8.3 – Tverrsnittsegenskaper for skjærforsterkning av slakkarmerte tverrsnitt	93
Tabell 8.4 – Tverrsnittsegenskaper for skjærforsterkning av spennarmerte tverrsnitt	94
Tabell 8.5 – Tøyningsresultater for slakkarmerte tverrsnitt.....	95
Tabell 8.6 – Tøyningsresultater for spennarmerte tverrsnitt.....	96
Tabell 8.7 – Momentkapasitet og dimensjonerende moment for slakkarmerte tverrsnitt	96
Tabell 8.8 – Momentkapasitet og dimensjonerende moment for spennarmerte tverrsnitt.....	96
Tabell 8.9 – Forankringsresultater for slakkarmerte tverrsnitt.....	97
Tabell 8.10 – Forankringsresultater for spennarmerte tverrsnitt.....	97
Tabell 8.11 – Total skjærkapasitet og bidrag fra CFRP for slakkarmerte tverrsnitt.....	98
Tabell 8.12 – Total skjærkapasitet og bidrag fra CFRP for spennarmerte tverrsnitt.....	98

1 Innledning

Vedlikehold er viktig for sikkerheten og påliteligheten til konstruksjoner, og med manglende oppfølging vil disse reduseres. Norge har et stort etterslep i vedlikehold av offentlige bygg og infrastruktur. Rådgivende Ingeniørers Forening (RIF) la den 18. mars 2015 frem en rapport om Norges tilstand på dette området. Rapporten viste et etterslep på i alt 2600 milliarder kroner. Dette er en drastisk økning fra forrige rapport i 2010, som viste et etterslep på over 800 milliarder kroner (RIF, 2015). Ifølge Statens Vegvesen (2014) finnes det om lag 10 700 bruer på fylkesvegnettet, og over 5000 på riksvegene. På riksvegnettet alene er 50% av bruene over 30 år, og behovet for både reparasjon og oppgradering er stort.

Årsakene til reparasjon eller oppgradering av konstruksjoner er varierende. Det skjer ofte forandringer i bruken av et bygg som gir andre situasjoner enn det konstruksjonen opprinnelig er dimensjonert for. Det er i slike tilfeller viktig med en grundig gjennomgang av konstruksjonen for å fastslå om endringene kan gjøres, med tanke på større laster eller en ny fordeling av krefter. I andre tilfeller kan det ha oppstått skader på konstruksjonen som kan gjøre reparasjon nødvendig.

Fiberkompositter brukes mye innen fly- og romfartsindustriene (Norsk Betongforening, 2006). I bygningsindustrien har betong og stål blitt brukt i årevis, og er foreløpig den billigste måten å lage nye konstruksjoner, som krever lang levetid. Bruken av fiberkompositter er økende, både som erstatning for tradisjonell armering, og ved forsterkning av konstruksjoner (Norsk Betongforening, 2006). Forsterkning av eksisterende konstruksjoner, ved bruk av fiberkompositter, gjøres vanligvis ved ekstern påføring for å øke kapasiteten.

Ved bruk av pålimt karbonfiber til forsterkning av eksisterende konstruksjoner, er det viktig med en god forståelse av temaet, samt klare retningslinjer som kan bidra til en sikker utføring. For øyeblikket arbeides det med å utvikle en ny Eurokode for forsterkning av konstruksjoner med fiberkompositter, men foreløpig er rapportene utviklet av *fib* (2001) og Norsk Betongforening (2006) de mest utfyllende for dimensjonering her i Norge, og gir bakgrunn for denne oppgaven.

2 Bakgrunn og Teori

2.1 Materialer

Fiberarmert polymer (FRP) er et komposittmateriale, som består av fiber omhyllt av en matrise (GangaRao et al., 2007; Norsk Betongforening, 2006). I et karbonfiberarmert polymer (CFRP) er matrisen armert ved hjelp av karbonfiber, og disse karbonfibrene fungerer i praksis som armeringen i armert betong. Fibrene, som er det sterkeste materialet, tar opp strekkreftene, mens matrisen binder sammen og beskytter fibrene (GangaRao et al., 2007). Orienteringen til armeringen i betongen har stor betydning for egenskapene til det ferdigstilte komposittmaterialet, og det samme gjelder fiberretningen ved bruk av CFRP. Ved å orientere fibrene etter ønske kan man få en kompositt som oppfører seg isotropt (samme materialegenskaper i alle retninger) eller anisotropt (materialegenskapene varierer med retningen). Man kan for eksempel bruke anisotropt CFRP til bjelkeforsterkning, der det kun er nødvendig å ta opp strekkrefter i én bestemt retning. Det er også mulig å kombinere to eller flere typer fiber, for å oppnå materialegenskaper som ikke kan fås ved bruk av bare én enkelt fibertype (Balaguru et al., 2009).

Det er flere måter å fremstille CFRP, men de har alle de samme “hovedingrediensene” som brukes i fremstilling og påføring; karbonfiber, matrise og lim (GangaRao et al., 2007; Norsk Betongforening, 2006).

2.1.1 Fibre

Fibrene er det som gir kompositten styrke og stivhet, og de fleste materialer er sterkest og stivest i fiberform. De vanligste fibermaterialene er glass, aramid og karbon, hvorav karbon er det som er best egnet til bruk i bygningskonstruksjoner. Av disse tre vanligste fibermaterialene er glassfiber eldst og mest benyttet, men med en lav elastisitetsmodul er det ikke optimalt å bruke i konstruksjoner hvor det er ønskelig med stor stivhet. Aramidfiber (for eksempel Kevlar) har høy strekkfasthet, men grunnet lav elastisitetsmodul, er heller ikke denne optimal med hensyn til bygningskonstruksjoner (Norsk Betongforening, 2006).

Karbonfiber lages normalt av én av tre basismaterialer; rayon, polyakrylnitril og Pitch. Forskjellen mellom de tre er innholdet av karbon, og det skilles mellom karbon i karbonfiber og grafittfiber. Karbonfiber har et karboninnhold på 80-95% og grafittfiber må ha et karboninnhold som er over 99% (Norsk Betongforening, 2006). Fibrene er fremstilt gjennom varmebehandling, og høyere temperatur gir høyere karboninnhold. Grunnet stor styrke og stivhet i forhold til egenvekt er karbonfiber meget gunstig å bruke, men fremstillingen er relativt kostbar og komplisert (Norsk Betongforening, 2006). Karbonfiber er også meget motstandsdyktig mot ytre miljøpåvirkninger, som for eksempel korrosjon, og er derfor veldig gunstig å bruke i områder med store miljøbelastninger. Ubehandlet stål korroderer forholdsvis fort, noe som gir karbonfiber en stor fordel.

Egenskap	Type karbonfiber				
	Rayon	PAN, HS	PAN, HM	Pitch	Pitch, HM
Strekkfasthet [MPa]	2070-2760	3500	2500-4000	780-1000	3000-3500
Elastisitetsmodul [GPa]	415-550	200-240	350-650	38-40	400-800
Bruddtøyning [%]	0.5	1,3-1,8	0,4-0,8	2,1-2,5	0,4-1,5
Densitet [kg/m^3]	2700	1700-1800	1800-2000	1600-1700	1900-2100
Diameter [μm]	6.5	5-8	5-8	9-18	9-18

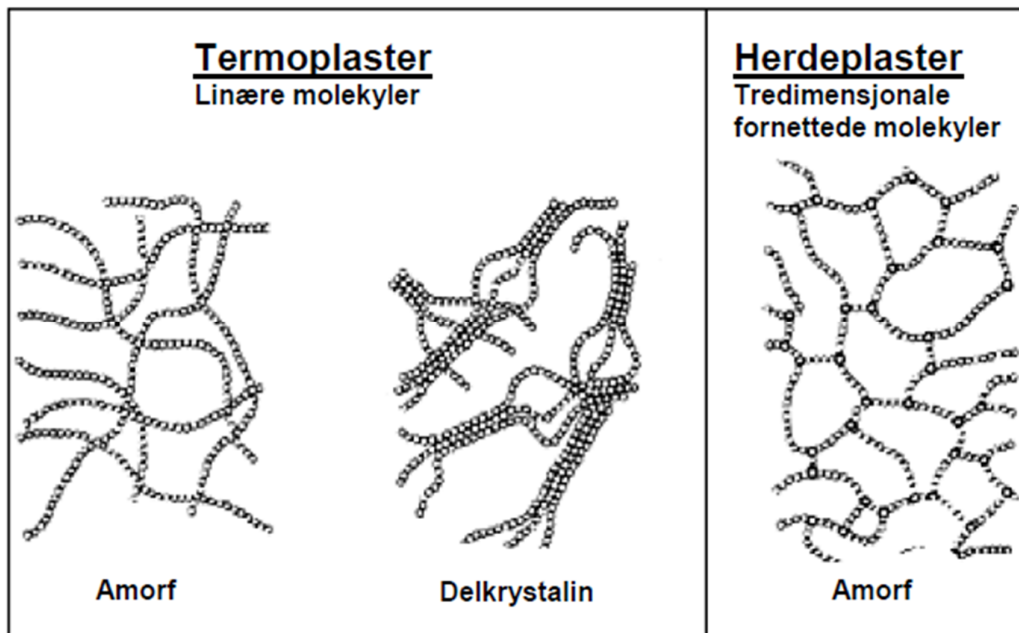
Tabell 2.1 - Materialelegenskaper for ulike typer karbonfiber (Norsk Betongforening, 2006)

2.1.2 Matrise

Matrisen kan bestå av enten herdeplast eller termoplast, der herdeplast er den mest vanlige typen (Norsk Betongforening, 2006).

Termoplast er oppbygd av lineære eller forgrenede polymerer. Kraften mellom polymerkjedene er svake sekundære bindinger såkalte *van der Waals-bindinger*, som slipper ved oppvarming og gir molekylene økt bevegelighet slik at materialet mykner. (Norsk Betongforening, 2006, s.10).

I motsetning til herdeplast, kan termoplast omformes flere ganger. Termoplast kan videre skilles mellom amorf og delkrystallinsk struktur (Figur 2.2).



Figur 2.1 – Termoplaster

Norsk Betongforening (2006) omtaler amorf som de polymerer som ikke kan krystalliseres, og delkrystalline som de polymerer som delvis kan krystalliseres. Videre sies det at herdeplast har en begrenset bevegelighet, og ødelegges ved smelting, som gjør gjenbruk umulig. Eksempel på herdeplast er polyester, epoksy, vinylester (Balaguru et al., 2009; GangaRao et al., 2007). Det er kun herdeplast som blir brukt til bærende konstruksjoner og detaljer i byggeindustrien. Polyester og epoksy er de vanligste matrisene i FRP, hvor epoksy er overlegen på flere områder (Norsk Betongforening, 2006).

En viktig faktor på matrisens egenskaper er den såkalte glasstransisjonstemperaturen, T_g , en temperatur hvor de mekaniske egenskapene til polymeren endres. "... T_g defineres som overgangen fra glassartet til gummilignende oppførsel for polymeren" (Norsk Betongforening, 2006, s.11).

Egenskapen til matrisen er å beskytte fibrene mot slitasje eller korrosjon, binde fibrene sammen og å fordele kreftene mellom fibrene (Balaguru et al., 2009). Det er viktig med god heft mellom disse to for å oppnå optimal ytelse. Styrke og stivhet i FRP avhenger av forholdet mellom fibre og matrise. Matrisen har mindre styrke og stivhet enn fibrene, og komposittmaterialet vil derfor ha egenskaper deretter.

2.1.3 Lim

Ifølge Norsk Betongforening (2006), er limet som benyttes den viktigste komponenten. Formålet med limet er å gi full samvirke mellom betong og karbonfiber ved å la skjærkraften gå gjennom limet (*fib*, 2001). Før limet påføres og konstruksjonsdelen kan forsterkes, må betongens overflate renses nøye, slik at full heft mellom betong og forsterkning kan oppnås. Det er i tillegg viktig å påse at fiberkompositten som skal benyttes er ren (Hutchinson, 2008).

Det mest brukte limet er epoksy harpiks tilsatt herdermiddel. Ved bruk av epoksy er det, ifølge *fib* (2001), to forskjellige tidskonsepter som er viktig å ta i betraktning: *pot life* og *open time*. *Pot life* er tiden man kan arbeide med limet etter at harpiksen og herderen er blandet, før det starter å herde i blandingskaret. Denne tiden kan variere veldig. *Open time* er tiden som er tilgjengelig fra limet er påført, og før delene skal limes sammen.

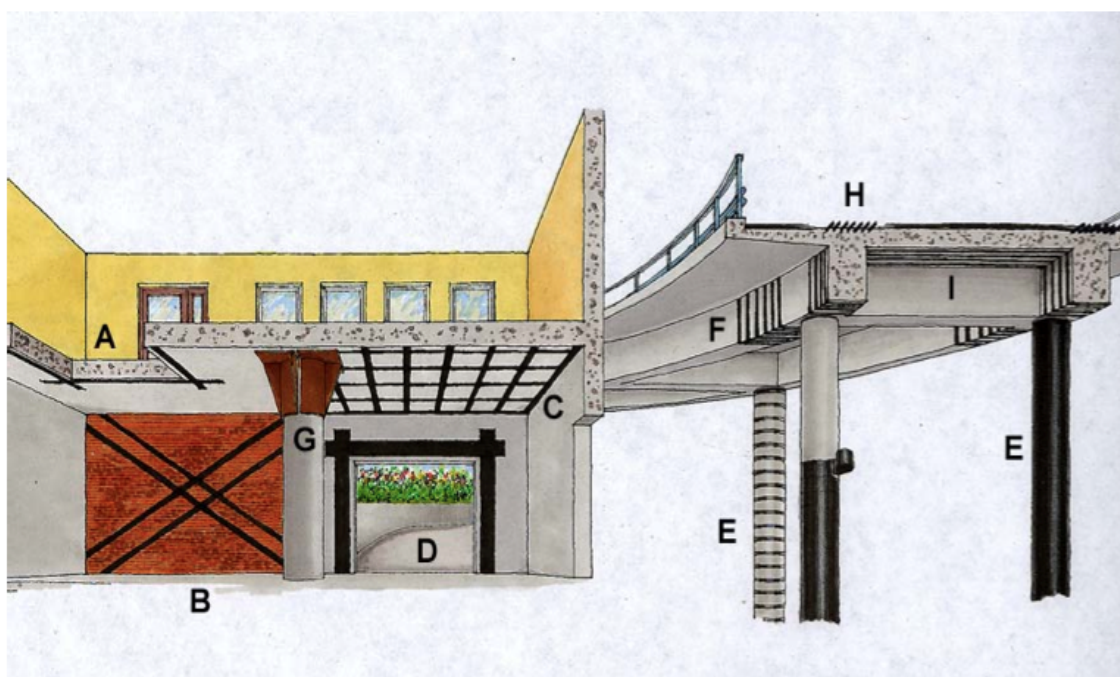
Glasstransijsjonstemperaturen (T_g) er også en viktig parameter.

Property (at 20 °C)	Cold-curing epoxy adhesive	Concrete	Mild steel
Density (kg/m ³)	1100 – 1700	2350	7800
Young's modulus (GPa)	0.5 - 20	20 - 50	205
Shear modulus (GPa)	0.2 – 8	8 - 21	80
Poisson's ratio	0.3 – 0.4	0.2	0.3
Tensile strength (MPa)	9 - 30	1 - 4	200 - 600
Shear strength (MPa)	10 - 30	2 - 5	200 - 600
Compressive strength (MPa)	55 - 110	25 - 150	200 - 600
Tensile strain at break (%)	0.5-5	0.015	25
Approximate fracture energy (Jm ⁻²)	200-1000	100	10 ⁵ -10 ⁶
Coefficient of thermal expansion (10 ⁻⁶ /°C)	25 - 100	11 - 13	10 - 15
Water absorption: 7 days - 25 °C (% w/w)	0.1-3	5	0
Glass transition temperature (°C)	45 - 80	---	---

Tabell 2.2 – Sammenligning av typiske egenskaper for epoksy-lim, stål og betong (*fib*, 2001)

2.2 Bruksområder

Forsterkning med karbonfiberlaminat er betydelig enklere og mer smidig enn med for eksempel stålplater. CFRP kan leveres på ruller, som eliminerer behovet for skjøter for å oppnå ønsket lengde. Vekten i forhold til strekkapasiteten er også mye lavere enn for stål, noe som gjør det lettere å montere laminatet på eksisterende konstruksjon (Norsk Betongforening, 2006). Det er også mulig å påføre CFRP med en forhåndstøying, på samme måte som ved vanlig spennarmering (*fib*, 2001). Dette blir ikke diskutert i denne oppgaven. Figur 2.2 viser mulige anvendelser for utenpåliggende forsterkning, hovedsakelig ved bruk av karbonfiber.



Figur 2.2 Mulige anvendelser for karbonfiberforsterkning (Norsk Betongforening, 2006)

- A) Forsterkning ved hulltaging i bjelkelag
- B) Forsterkning av teglvegg
- C) Forsterkning av etasjeskiller eller plate
- D) Forsterkning ved hulltaging i vegg
- E) Forsterkning av søyler
- F) Skjærforsterkning av bjelker
- G) Økning av gjennomlokkingskapasitet ved pålimt stålkrage
- H) Laminat i overflaten (Near Surface mounted Reinforcement)
- I) Forsterkning av bjelker for bøyning

De ulike forsterkningsteknikkene er listet under:

- **Omvikling:** Forsterkning av søyler
- **Laminat:** Ofte brukt på plane flater, som dekker og vegger
- **Prefabrikkert laminat:** Laminat som er formet etter den konstruksjonsdelen som skal forsterkes
- **Vev eller duk:** Kan fås i forskjellige tykkelser og tetthet, og fibre kan orienteres i forskjellige retninger. Passer best for krumme flater
- **Near Surface mounted Reinforcement (NSR):** Legger forsterkningen i slisser i betongen slik at forsterkningen får større heftflate mot konstruksjonen og er bedre beskyttet (Norsk Betongforening, 2006)

2.2.1 Begrensninger

Bruk av komposittmaterialer har en rekke begrensende faktorer som tilsier at andre materialer kan være like gunstige å benytte. Under er det listet opp faktorer som kan bidra til at andre løsninger og metoder benyttes:

- **Materialkostnad:** Karbonfiber er kostbart sammenlignet med andre materialer, og byggeprosjekt med lave investeringskostnader og vedlikeholdskostnader vil som regel bruke billigere løsninger
- **Geometriske forhold:** Konstruksjonsdeler som har for mye skader, støpefeil eller som ikke har rette flater er vanskelige å forsterke med CFRP grunnet krav til egenskaper ved forsterkning
- **Tilgjengelighet:** Andre konstruksjonsdeler, installasjoner eller skjulte konstruksjoner kan begrense tilgjengeligheten og gjøre det vanskelig å forsterke
- **Forankring av laminat/vev:** For liten tilgjengelig forankringslengde grunnet andre konstruksjonsdeler/installasjoner begrenser optimal ytelse
- **Bestandighet over tid:** Faktorer som temperaturvekslinger, klorider, salter, UV-stråling og fukt kan ha negativ effekt
- **Materialegenskaper over tid:** Utmattingsmotstand over tid og langtids effekter som kryp og relaksasjon kan redusere materialeegenskapene
- **Mekanisk nedbrytning:** Slitasje og skader kan fort redusere egenskapene
- **Egenskaper ved brannbelastning:** CFRP mister fort egenskaper ved høye temperaturer, og må ha brannbeskyttelse for å tilfredsstille krav til brannbelastning
- **Hefteegenskaper til eksisterende konstruksjoner:** Avspaltning av overdekningen, redusert heftfasthet (Norsk Betongforening, 2006)

2.3 HMS

For å unngå personskader ved håndtering av epoksy på byggeplass, er det fastsatt tiltak som skal forhindre dette. Dette er fordi epoksy er et giftig materiale, som er farlig for personer som er i kontakt med det. Det er i hovedsak tre måter å bli eksponert for epoksy; ved direkte kontakt med huden, ved innånding av damp og ved fortæring av hardplastkomponenter (Norsk Betongforening, 2006). Den mest vanlige eksponeringen er ved kontakt på huden, som vil resultere i irritasjon og eksem. Ved innånding av epoksydamp kan det oppstå irritasjon i luftveiene. For å unngå disse skadene skal det brukes verneutstyr ved håndtering av epoksy. Det skal brukes engangs plasthansker, vernebriller/visir, armbeskyttelse, forkle, vernesko/støvler, filtermaske/heldekkende hjelm og overtrekksklær av engangstype. Dette kommer i tillegg til verneutstyret som til vanlig brukes på en byggeplass (hjelm, hørselsvern o.l.). Leverandør av herdeplastprodukter skal alltid sende et HMS-blad med detaljer om produktets helse- og miljøfarligheter, og den skal være tilgjengelig for arbeidstaker (Norsk Betongforening, 2006).

2.4 Branndimensjonering

Krav med hensyn til branndimensjonering kan begrense mulighetene for forsterkning ved fiberkompositter (Norsk Betongforening, 2006). Glasstransisjonstemperaturen til matrisen og limet som brukes ved ekstern forsterkning, er som regel relativt lav i forhold til de temperaturer som oppstår ved brann, og egenskapene til forsterkningen kan forandres raskt (De Lorenzis et al., 2008; Hollaway, 2008). Matrisen er også brennbar (Hollaway, 2008).

Konstruksjoner dimensjoneres i henhold til gjeldende lover og krav om brannmotstand, vanligvis med reduserte laster. Dersom den opprinnelige konstruksjonen har tilfredsstillende styrke ved branndimensjonering, vil ikke en ekstern forsterkning med CFRP redusere bæreevnen i disse tilfeller, såfremt forsterkningen ikke er utført ved å endre det statiske systemet (De Lorenzis et al., 2008; Norsk Betongforening, 2006). I de tilfeller som sees på i denne rapporten antas CFRP å påføres på utsiden av den eksisterende konstruksjonen, og med korrekt branndimensjonering vil dette ikke ha noen innflytelse på bæreevnen i branntilfeller.

I de tilfeller der CFRP skal brukes for å øke brannmotstanden, kan det være aktuelt å beskytte forsterkningen med brannbestandige materialer, som for eksempel spesialmaling eller isolasjon (De Lorenzis et al., 2008; Hollaway, 2008; Norsk Betongforening, 2006). Det tas ikke hensyn til branndimensjonering i denne oppgaven.

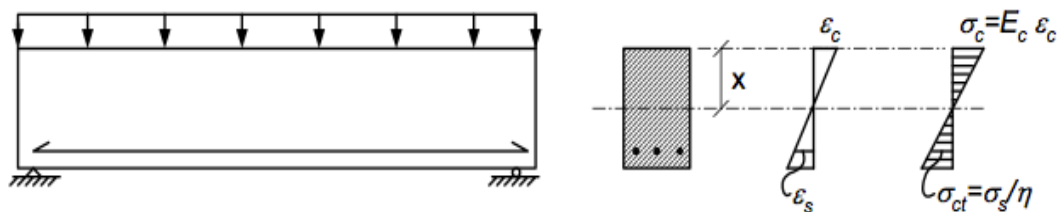
2.5 Dimensjoneringsgrunnlag

2.5.1 Generelt

I de fleste tilfeller blir kompositten festet til den aktuelle konstruksjonsdelen i en såkalt ubelastet tilstand for å få en maksimal effekt av forsterkningen (Teng et al., 2008). Dette innebærer at man fjerner (eventuelle) variable laster, og det kun er egenvekten til konstruksjonen som gir krefter. Et greit eksempel på dette er brukonstruksjoner. Her er det som regel vanlig å gjøre forsterkningsarbeid på undersiden for å øke momentkapasitet og redusere nedbøyning. Lastene som skal tas opp er primært trafikklast. Ved å stenge bruen for trafikk vil det kun være egenvekten som gir krefter. I noen tilfeller er det også mulig å avlaste konstruksjonen ved å jekke den opp. Man vil da få en bedre effektivitet ettersom forsterkningen bidrar på både egenvekt og nyttelaster. Norsk Betongforening (2006) påpeker at ved forsterkning av skadete konstruksjoner, må skadeomfanget vurderes, da det ofte kan gjøre konstruksjonen uegnet for ekstern forsterkning.

Ved dimensjonering må to tilfeller studeres, før og etter forsterkning. Før en eventuelt forsterkning må tøyningstilstanden i betongen fastlegges, samt hvilket stadium betongen og armeringen befinner seg i. Det bør også undersøkes om betongen er opprisset. Betongen kan finne seg i tre stadium; stadium I, stadium II og stadium III. Stadium I og stadium II regnes å tilhøre bruksgrensetilstand, mens stadium III tilhører bruddgrensetilstand (Norsk Betongforening, 2006; Sørensen, 2013).

De forskjellige stadium oppstår ved ulike belastninger og tilstander i betongen. Ved små laster vil tverrsnittet bli lite påkjent, og strekkspenningene i underkant av bjelken vil være mindre enn betongens strekkkapasitet. Bjelken befinner seg da i stadium I som kjennetegnes ved at betongen ikke er opprisset (Figur 2.3).

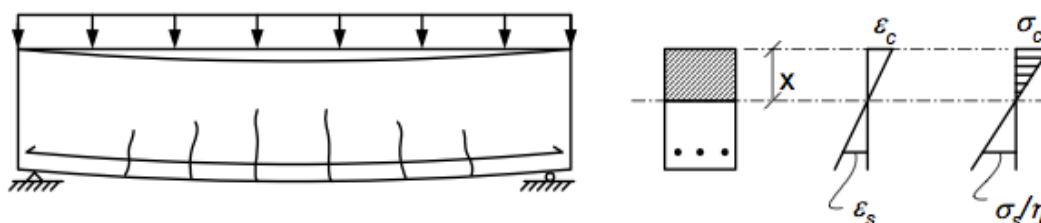


Figur 2.3 – Stadium I (Norsk Betongforening, 2006)

Følgende forutsetninger for dimensjonering benyttes, ifølge Norsk Betongforening (2006), for betong i stadium I:

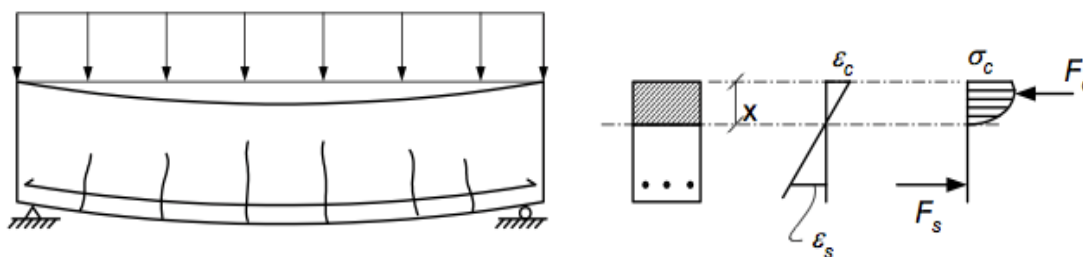
- Bernoullis hypotese gjelder, og plane tverrsnitt forblir plane under bøyning
- Hooks lov gjelder ved små betongspenninger. Betongspenningene vil variere lineært over tverrsnittet
- Betongspenningene fås fra materialets arbeidskurve (Norsk Betongforening, 2006)

Dersom lasten økes, slik at strekkspenningene i underkant av bjelken overskrider betongens strekkkapasitet, oppstår det riss i underkant av betongen som vil utvikles opp mot nøytralaksen til bjelken. Bjelken befinner seg da i stadium II (Figur 2.4).



Figur 2.4 – Stadium II (Norsk Betongforening, 2006)

Ved ytterligere økning av belastningen, øker spenningene i betongen og armeringen, helt til bruddverdi nås i det ene eller begge materialene. Her utnyttes den krumme delen av betongens arbeidsdiagram (som vist i Figur 2.5), og man kan ikke forutsette at tøyningene er proporsjonal med belastningen. Når dette oppstår, befinner bjelken seg i stadium III.



Figur 2.5 – Stadium III (Norsk Betongforening, 2006)

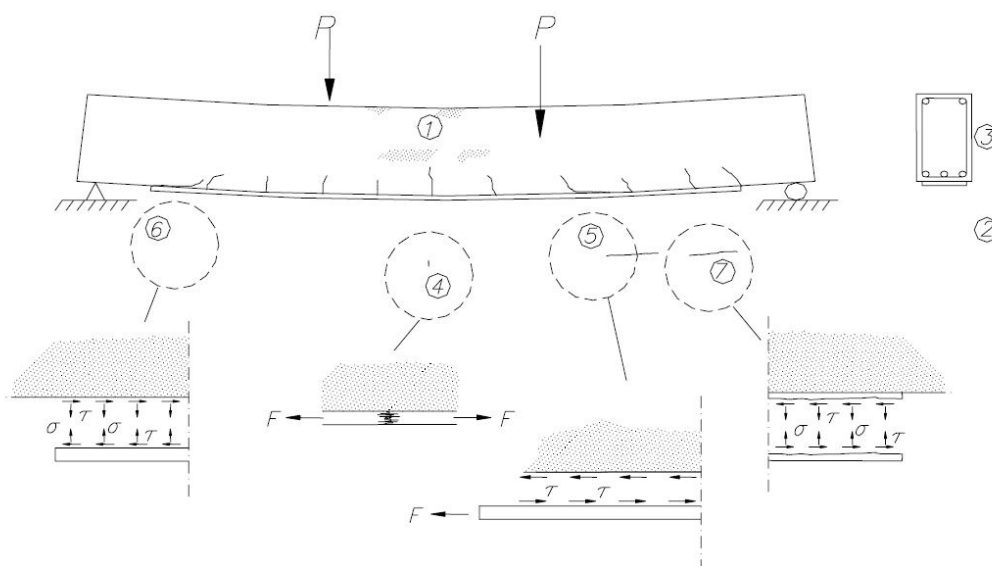
Norsk Betongforening (2006) angir følgende forutsetninger for dimensjonering i stadium III, som settes i tillegg til de for stadium I:

- Maksimal tøyning i armering er 30 ‰ i henhold til NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008, heretter omtalt som EK2
- Det sees bort fra betongens strekkapasitet i beregninger med opprisset betong
- Spenningsene i strekk- og trykkarmering beregnes etter armeringens arbeidsdiagram, og den totale tøyningen kan ikke være større enn bruddtøyningen (Norsk Betongforening, 2006)

2.5.2 Dimensjonering for bøyemoment

Som ved vanlig dimensjonering er det ønskelig med forvarsel om brudd, som for eksempel deformasjoner. Seige brudd forårsaker som regel store deformasjoner, og gir et godt forvarsel om mulig overskridelse av kapasiteten til konstruksjonen. Ifølge Norsk Betongforening (2006) finnes det ulike bruddtyper som begrenser momentkapasiteten til et forsterket tverrsnitt:

1. Stukning i betongens trykksone (sprøtt brudd)
2. Flytning i lengdearmeringen (seigt strekkbrudd)
3. Flytning i trykkarmeringen (relativt seigt brudd)
4. Strekkbrudd i forsterkning, laminat-/stålplate (sprøtt brudd)
5. Forankringsbrudd i limfugen ved laminat-/stålplaten (ofte seigt brudd)
6. Avflakingsbrudd ved forsterkningen sin ende mot betongbjelken (sprøtt brudd)
7. Delaminering i laminatplaten (sprøtt brudd)



Figur 2.6 – Bruddtyper for forsterket tverrsnitt (Norsk Betongforening, 2006)

Ettersom forvarsel om brudd er ønskelig, anbefaler Norsk Betongforening (2006) å tilstrebe å få brudd i forankringen for forsterkningsplaten, altså bruddtype 5. Kombinert med tilstrekkelig forankringslengde gir dette et varslende propagerende brudd. Bruddtype 4 sees

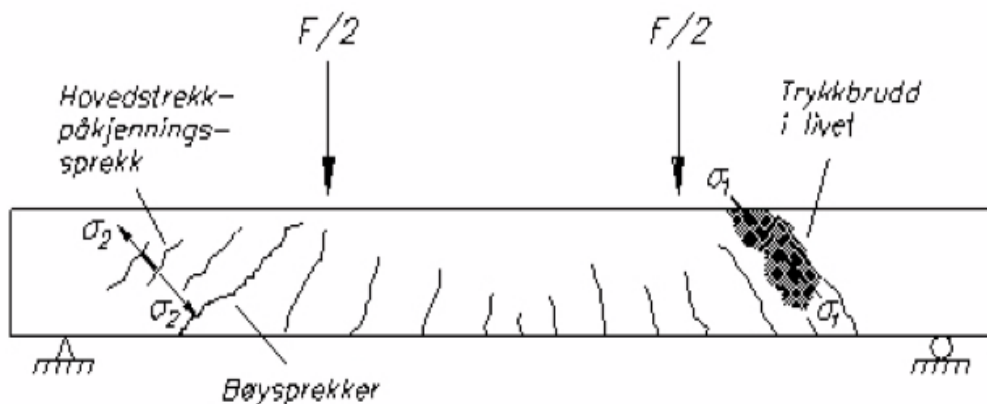
også på som et ønskelig brudd til tross for at det er sprøtt, da strekkbrudd i FRP ofte fører med seg store deformasjoner i konstruksjonen. Dette er også den vanligste bruddtypen i konstruksjoner med T-tverrsnitt. Flytning i trykkarmeringen regnes, i likhet som strekkbrudd i forsterkningen, som et sikkert brudd. Det anbefales å unngå bruddtypene 1, 6 og 7.

GangaRao et al. (2007) angir strekkbrudd i forsterkning og stukning av betong, før eller etter flytning i armering, som vanligste bruddtyper ved dimensjonering av forsterkede betongbjelker.

2.5.3 Dimensjonering for skjærkraft

I henhold til Norsk Betongforening (2006) finnes det ingen allmenn akseptert fysikalsk beregningsmodell for konstruksjoner belastet med skjærkraft, og beregningsmetodene som brukes er i hovedsak basert på empiriske studier av forsøk og analyser med hjelp av enkle likevektsmodeller for bruddsonen. For en konstruksjonsdel med tradisjonell skjærarmering kan skjærbrudd deles inn i 3 hovedtyper:

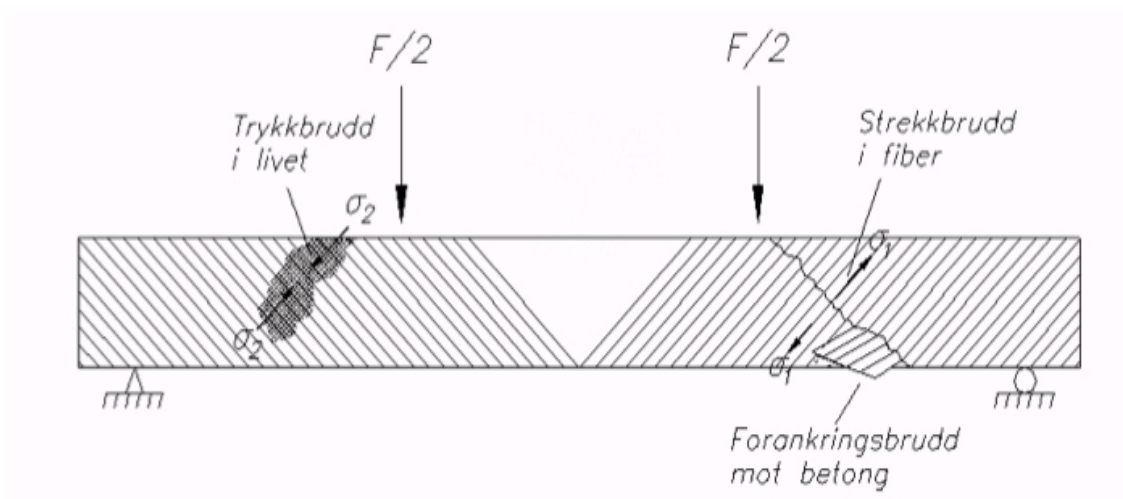
- **Strekkbrudd**, som følge av overskridelse av betongens strekkfasthet i områder uten, eller med moderate mengder skjærarmering
- **Trykkbrudd**, som følge av overdimensjonering av skjærarmering
- **Forankringsbrudd** mellom ordinær armering og betong (Norsk Betongforening, 2006)



Figur 2.7 – Hovedtyper av skjærbrudd (Norsk Betongforening, 2006)

For en konstruksjonsdel som er forsterket med en pålimt fiberkompositt, kan det ifølge Norsk Betongforening (2006) oppstå ytterligere to hovedtyper:

- **Fiberbrudd i kompositten** grunnet overskridelse av tøyningkapasiteten til forsterkningen
- **Forankringsbrudd** mellom kompositten og betongen grunnet dårlig heft eller for lite forankringsområde



Figur 2.8 – Hovedtyper av skjærbrudd i en forsterket betongbjelke (Norsk Betongforening, 2006)

Ved skjærforsterkning med pålimt fiberkompositt tas det, i henhold til Norsk Betongforening (2006), ikke hensyn til konstruksjonens spenninger i forsterkningsøyeblikket, og følgende forutsetninger gjelder:

- Ytre last og opplagerreaksjon forutsettes å angripe slik at skjærkraften kan betraktes som jevnt fordelt på hele konstruksjonsbredden vinkelrett på spennvidden
- Riss fra skjærkraft oppstår i største hovedstrekretning
- Bernoullis hypotese gjelder

2.5.4 Dimensjonering for forankring

Tap av samvirke mellom ekstern armering og betong (forankringsbrudd) er en ofte forekommende bruddtype for bjelker forsterket med CFRP. Som nevnt tidligere er forankringsbrudd en sprø bruddtype, og vil i liten grad gi varsel om tap av forankringskraft. Forankring av bøye- og skjærarmering skjer som oftest ved at det blir laget en U-formet profil i karbonfiber, som legges utenpå de andre utenpåliggende armeringene (Teng et al., 2002). Det er også mulig å bolte CFRP fast til betongen dersom konstruksjonsdelens utforming gjør det vanskelig å forankre ved hjelp av ekstra karbonfiber, men dette er ikke ønskelig, og vil normalt sett bli forsøkt unngått. En av grunnene til dette er for å unngå å lage hull i CFRP, da dette kan føre til en ufullstendig kraftoverføring mellom fibre (fib, 2001).

3 Bruksgrensetilstanden (SLS)

Det skiller mellom beregninger for slakkarmerte og spennarmerte konstruksjoner.

Fremgangsmåten er omtrent den samme, men for spennarmerte konstruksjoner er det påført en aksial trykkspenning. For spennarmerte konstruksjoner i stadium II må det brukes en grafisk løsning for å finne nøytralaksen (Figur 3.5) (Sørensen, 2013). For slakkarmerte konstruksjoner blir det i denne oppgaven sett bort i fra tverrsnitt som er påført aksiale krefter.

3.1 Slakkarmerte tverrsnitt

Det sees her på to typer tverrsnitt: rektangulære og T-tverrsnitt. Rektangulære bjelker som er støpt inn i plater der bjelken og platen virker i ett, blir ofte omtalt som T-tverrsnitt. Bøyning fører til at platen virker som en trykkflens i tverrsnittet. Det er dette som i hovedsak skiller rektangulære tverrsnitt fra T-tverrsnitt (Sørensen, 2013).

3.1.1 Rektangulært tverrsnitt

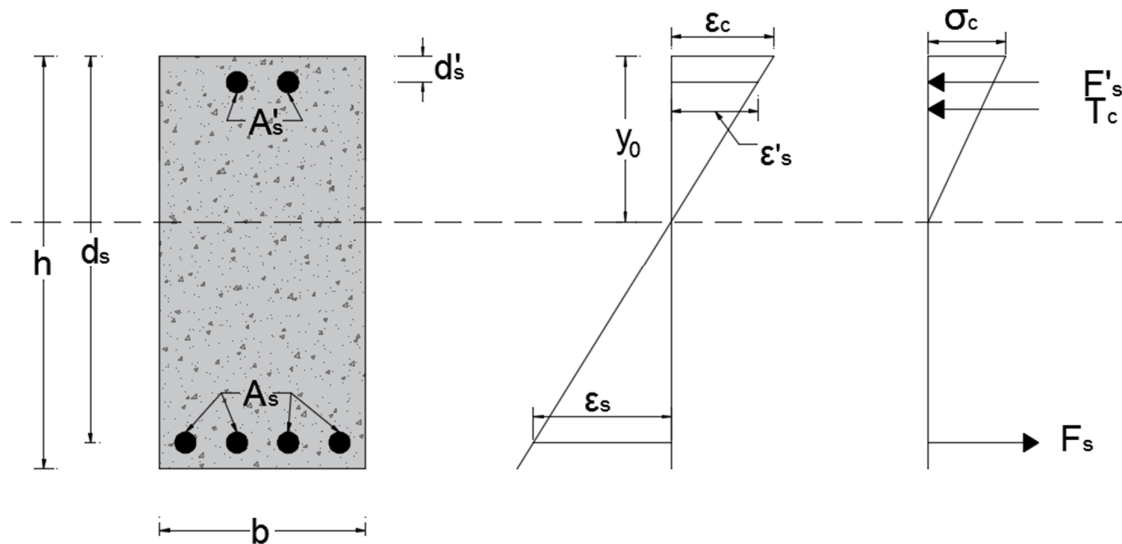
Ved beregninger i bruksgrensetilstanden skiller det mellom beregninger før forsterkningen påføres, under forsterkning og etter forsterkningen er gjennomført. Beregningene for tverrsnittet før forsterkning er viktig med hensyn til hvilket stadium konstruksjonen befinner seg i. Idet konstruksjonen forsterkes vil lastsituasjonen som regel være endret. Etter forsterkning vil konstruksjonen tåle en økt belastning grunnet det pålimte CFRP. Beregningene her er viktig for å kunne dokumentere at konstruksjonen kan bære belastningen.

3.1.1.1 Beregning av spenninger før forsterkning

Spenningene i bruksgrensetilstand skal beregnes i henhold til elastisitetsteorien med konstante elastisitetsmoduler for stål og betong. Effekten av kryp på grunn av langtidslast kan tas hensyn til ved hjelp av en redusert elastisitetsmodul for betong (Norsk Betongforening, 2006). For lasttilfeller med små laster, vil strekkspenningen i betongen være mindre enn strekkfastheten, i henhold til EK2 pkt. 3.1.8. Tverrsnittet kan i slike tilfeller regnes som uopprikket. Dersom spenningene overskrider strekkfastheten, risser betongen opp. Hele tverrsnittets strekksone forutsettes dermed å være oppsprukket, og kan ikke ta opp krefter vinkelrett på rissene. Tverrsnittet befinner seg da i stadium II. Det antas videre at tøyningene i armering og betong følger hverandre. I henhold til elastisitetsteorien blir da:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c, \text{ og } \sigma_s = \eta_s \sigma_c$$

der $\eta_s = \frac{E_s}{E_c}$ er materialstivhetsforholdet.



Figur 3.1 – Rektangulært tverrsnitt

Fra Figur 3.1 kan avstanden til bjelkens tyngdepunkt fra overkant, y_0 , beregnes som:

$$y_0 = \frac{\frac{bh^2}{2} + (\eta_s - 1)A_s d_s + (\eta_s - 1)A_s' d_s'}{bh + (\eta_s - 1)A_s + (\eta_s - 1)A_s'} \quad (3.1)$$

Det ideelle treghetsmomentet for stadium I, I_1 , beregnes som:

$$I_1 = I_1 + (\eta_s - 1)I_s = \frac{bh^3}{12} + bh\left(y_0 - \frac{h}{2}\right)^2 + (\eta_s - 1)A_s(d_s - y_0)^2 + (\eta_s - 1)A'_s(y_0 - d'_s)^2 \quad (3.2)$$

De maksimale spenningene i bjelkens over- og underkant og armering, kan finnes ved:

$$\sigma_{cok} = \frac{M_0}{I_1}y_0 \quad (3.3)$$

$$\sigma_{cuk} = \frac{M_0}{I_1}(h - y_0) \quad (3.4)$$

$$\sigma_s = \frac{M_0}{I_1}(d_s - y_0) \quad (3.5)$$

Tøyningene i et tverrsnitt som befinner seg i stadium I blir da:

$$\varepsilon_{cok} = \frac{\sigma_{cok}}{E_{cm}} \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_{cuk} = \frac{\sigma_{cuk}}{E_{cm}} \quad (3.7)$$

Dersom tverrsnittet befinner seg i stadium II, kan nøytralaksen finnes ved statisk momentlikevekt om nøytralaksen:

$$bx\frac{x}{2} + (\eta_s - 1)A'_s(x - d'_s) = \eta_s A_s(d_s - x) \quad (3.8)$$

Treghetsmomentet for stadium II blir da:

$$I_2 = \frac{bx^3}{12} + bx\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \eta_s A_s(d_s - x)^2 + (\eta_s - 1)A'_s(x - d'_s)^2 \quad (3.9)$$

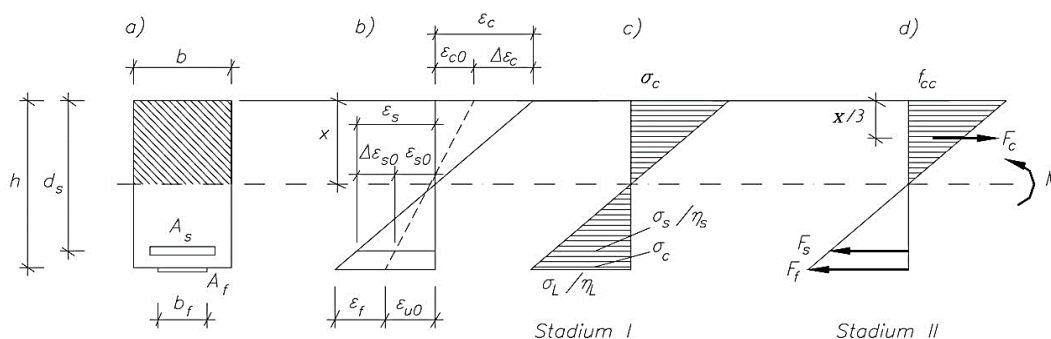
Spenningene og tøyningene kan beregnes som tidligere ved å skifte ut I_1 med I_2 og y_0 med x .

3.1.1.2 Beregning av spenninger og tøyninger under forsterkning

Under forsterkning fjernes deler av, eller hele nyttelasten fra konstruksjonsdelen, og spennings- og tøyningstilstanden for tverrsnittet beregnes for det gitte momentet. Dette gjøres ved formlene gitt ovenfor. Hvilket stadium tverrsnittet befinner seg i, bestemmer også hvilket treghetsmoment og hvilken nøytralakseavstand som skal benyttes. Spenningen i underkant av tverrsnittet, ε_{u0} , brukes videre i beregningene for bruddgrensetilstand.

3.1.1.3 Beregning av spenninger etter forsterkning

Spennings- og tøyningstilstanden for et tverrsnitt i stadium I eller stadium II etter forsterkning, kan beregnes som beskrevet over. Tilleggstøyningene grunnet økt belastning, er i betongen $\Delta\varepsilon_c$, i armering $\Delta\varepsilon_s$ og i forsterkning ε_f (Figur 3.2). Da tykkelsen på forsterkningen er liten, settes $d_f = h$.



Figur 3.2 – Spenninger og tøyninger etter forsterkning (Norsk Betongforening, 2006)

$$\varepsilon_c = \varepsilon_f \text{ og } \sigma_f = \eta_f \sigma_c$$

$$\text{der } \eta_f = \frac{E_f}{E_{cm}}$$

Avstanden fra overkant til bjelkens tyngdepunkt for stadium I, kan beregnes som:

$$y_0 = \frac{bh \frac{h}{2} + (\eta_s - 1)A_s d_s + (\eta_s - 1)A'_s d'_s + \eta_f A_f h}{bh + (\eta_s - 1)A_s + (\eta_s - 1)A'_s + \eta_f A_f} \quad (3.10)$$

Det ideelle treghetsmomentet for et forsterket tverrsnitt:

$$I_1 = \frac{bh^3}{12} + bh \left(y_0 - \frac{h}{2} \right)^2 + (\eta_s - 1)A'_s(y_0 - d'_s)^2 + (\eta_s - 1)A_s(d_s - y_0)^2 + \eta_f A_f (h - y_0)^2 \quad (3.11)$$

Avstanden fra overkant til bjelkens tyngdepunkt for stadium II, kan beregnes ved en ligning for statisk moment om nøytralaksen:

$$bx \frac{x}{2} + (\eta_s - 1)A'_s(x - d'_s) = \eta_s A_s (d_s - x) + \eta_f A_f (h - x) \quad (3.12)$$

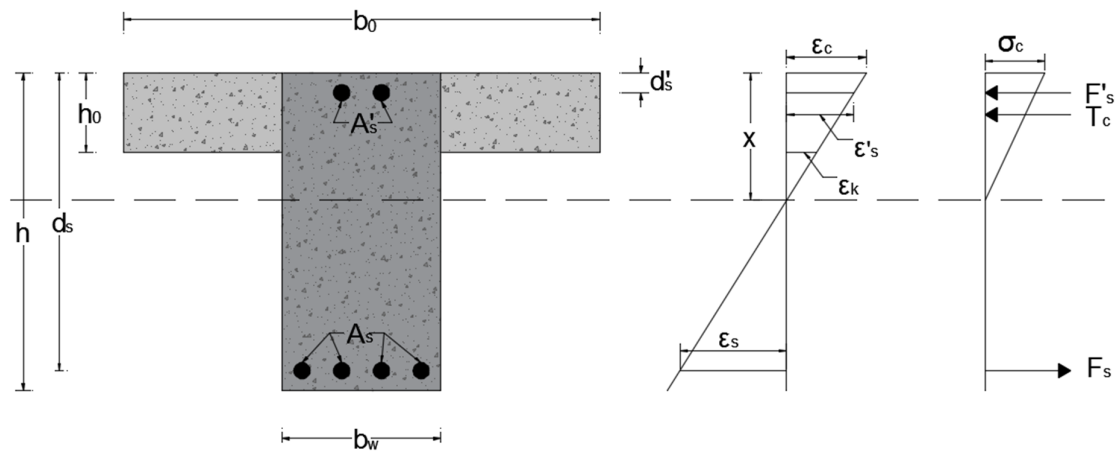
Ligningen løses deretter for x , som brukes videre i ligningen for treghetsmomentet:

$$I_2 = \frac{bx^3}{12} + bx \left(\frac{x}{2} \right)^2 + (\eta_s - 1)A'_s(x - d'_s)^2 + \eta_s A_s (d_s - x)^2 + \eta_f A_f (h - x)^2 \quad (3.13)$$

3.1.2 T-tverrsnitt

Beregningene for t-tverrsnitt er de samme som for rektangulært, men her kan nøytralaksen befinne seg i flensen eller steget. Posisjonen til nøytralaksen og tverrsnittets stadium må derfor finnes før bestemmelse av treghetsmomentet. Dersom nøytralaksen ligger i steget, deles tverrsnittet opp i en rektangulær del og flensene for seg, som vist i Figur 3.3.

Beregninger i stadium I, med en nøytralakse i steget, blir da som vist ligning (3.14) og (3.15).



Figur 3.3 – Slakkarmert T-tverrsnitt med nøytralakse i steg

$$y_0 = \frac{(b_0 - b_w) \frac{h_0^2}{2} + b_w \frac{h^2}{2} + (\eta_s - 1)A'_s d'_s + (\eta_s - 1)A_s d_s}{(b_0 - b_w)h_0 + b_w h + (\eta_s - 1)A'_s + (\eta_s - 1)A_s} \quad (3.14)$$

$$I = \frac{b_w h^3}{12} + b_w h \left(y_0 - \frac{h}{2} \right)^2 + \frac{(b_0 - b_w) h_0^3}{12} + (b_0 - b_w) h_0 \left(y_0 - \frac{h_0}{2} \right)^2 + (\eta_s - 1)A'_s (y_0 - d'_s)^2 + (\eta_s - 1)A_s (d_s - y_0)^2 \quad (3.15)$$

Beregninger i stadium II med nøytralakse i steg blir da:

$$\frac{b_w x^2}{2} + (b_0 - b_w) h_0 x - (b_0 - b_w) \frac{h_0^2}{2} + (\eta_s - 1)A'_s (x - d'_s) - \eta_s A_s (d_s - x) = 0 \quad (3.16)$$

$$I = \frac{b_w x^3}{12} + b_w x \left(\frac{x^2}{2} \right) + \frac{(b_0 - b_w) h_0^3}{12} + (b_0 - b_w) h_0 \left(x - \frac{h_0}{2} \right)^2 + (\eta_s - 1)A'_s (x - d'_s)^2 + \eta_s A_s (x - d_s)^2 \quad (3.17)$$

Dersom nøytralaksen befinner seg i flensen, blir beregningene i stadium I og II på samme måte som ved et vanlig rektangulært tverrsnitt, og $b = b_0$. Spenningene og tøyningene finnes ved å bruke ligning (3.3) til (3.7). Beregningene av spenninger og tøyninger under forsterkning og etter forsterkning er de samme som vist tidligere.

3.2 Spennarmerte tverrsnitt

For førøppspente og etterøppspente betongtverrsnitt med utsparingsrør fylt med injiseringsmasse, kan man anta full heft mellom spennarmeringen og betongen (Sørensen, 2013). Tverrsnittet beregnes som et vanlig armert betongtverrsnitt, der spennarmeringen har en forhåndstøyning. Dette representeres ved en tøyningdifferanse mellom spennstålet og betongen som forutsettes beregnet på forhånd. Som med vanlig slakkarmering, vil spennarmering bidra til tverrsnittets indre motstand. Ved vanlig likevektsbetraktning kan spenninger i armering og betong beregnes (Sørensen, 2013).

EK2 angir spenningsbegrensninger for både spennarmering og trykkspenninger i betong. For spennarmering er det to punkter som angir begrensninger for spenningene.

Pkt.5.10.2.1(1): Største tillatte spenning i spennarmering ved oppspenning er:

$$\sigma_{p,max} = \min(k_1 f_{pk} ; k_2 f_{p0,1k})$$

der verdiene for k_1 og k_2 er: $k_1 = 0.8$ og $k_2 = 0.9$

Pkt.5.10.3(2): Verdien på den initielle forspenningskraften $P_{m0}(x)$ som påføres betongen umiddelbart etter oppspenning og låsing, eller etter overføring av forspenning, finnes ved at de umiddelbare tapene $\Delta P_i(x)$ trekkes fra oppspenningskraften P_{max} , og bør ikke overskride følgende verdi:

$$P_{m0}(x) = A_p \sigma_{pm0}(x)$$

$$\text{der } \sigma_{pm0}(x) = \min(k_7 f_{pk} ; k_8 f_{p0,1k})$$

der verdiene for k_7 og k_8 er: $k_7 = 0.75$ og $k_8 = 0.85$

For betongen gjelder pkt.5.10.2.2(5):

Betongens trykkspenning i konstruksjonen, som følge av forspenningskraften og andre belastninger som virker på tidspunktet for oppspenning eller overføring av forspenning, bør begrenses til følgende:

$$\sigma_c \leq 0.6f_{ck}(t)$$

der $f_{ck}(t)$ er karakteristisk trykkfasthet for betongen på tidspunktet t når forspenningen påføres.

Som for slakkarmerte tverrsnitt, kan forspente tverrsnitt få strekkspenninger. Her må det også deles inn i stadium I (urisset) og stadium II (oppriisset), ut fra hvor store strekkspenninger som opptrer i tverrsnittet. Grensen for strekkfasthet settes til f_{ctm} , som finnes i EK2 tabell 3.1. Overskrider den opptredende strekkspenningen strekkfastheten, vil tverrsnittet være i stadium II, og omvendt for stadium I.

Ved kapping av spennarmeringen påføres bjelken en trykkraft P_0 , ved bjelkeenden. Denne kraften er:

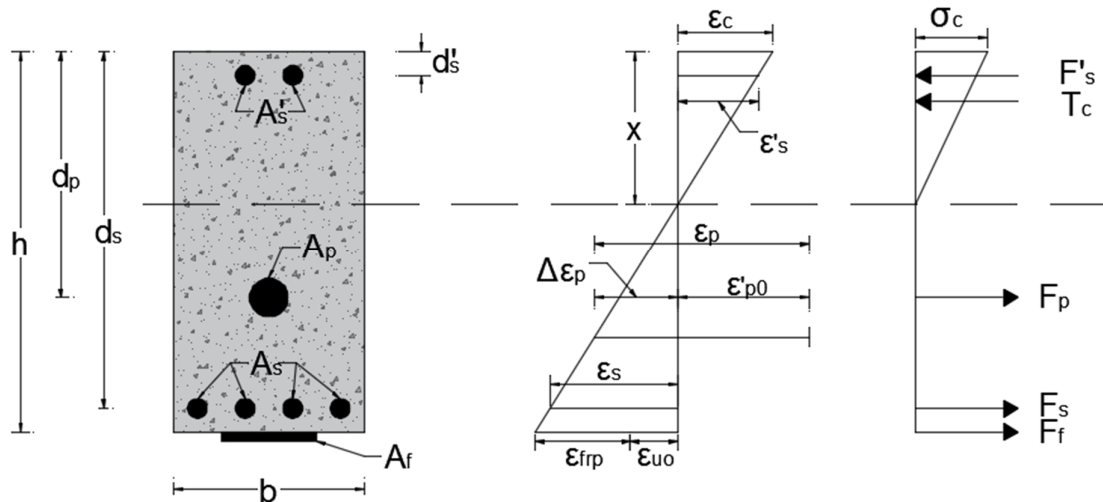
$$P_0 = \varepsilon'_{p0} E_p A_p \quad (3.18)$$

der ε'_{p0} er forhåndstøyningen i spennstålet. Strekkspenninger og strekkrefter defineres som positive, og det sees kun på strekk på undersiden av tverrsnittet.

3.2.1 Rektangulært tverrsnitt

3.2.1.1 Beregning av spenninger før forsterkning

Figur 3.4 viser tøynings- og spenningstilstanden for et spennarmert rektangulært tverrsnitt.



Figur 3.4 – Spennarmert rektangulært tverrsnitt

For å beregne spenningene og tøyningene, må tyngdepunktet for det armerte tverrsnittet bestemmes. Dette gjøres først ved å finne det transformerte tverrsnittet:

$$A_t = A_c + (\eta_s - 1)A_s + (\eta - 1)A'_s + (\eta_p - 1)A_p \quad (3.19)$$

der $\eta_p = \frac{E_p}{E_{cm}}$

Moment av arealer om tyngdepunktet til betong gir deretter:

$$y_t A_t = A_c \frac{h}{2} + (\eta_s - 1)A_s d_s + (\eta_s - 1)A'_s d'_s + (\eta_p - 1)A_p d_p \quad (3.20)$$

$$y_t = \frac{A_c \frac{h}{2} + (\eta_s - 1)A_s d_s + (\eta_s - 1)A'_s d'_s + (\eta_p - 1)A_p d_p}{A_t} \quad (3.21)$$

y_t er avstanden fra overkant av tverrsnittet til nøytralaksen.

Det armerte tverrsnittets treghetsmoment om det armerte tverrsnittets tyngdepunkt er (stadium I):

$$I_t = \frac{bh^3}{12} + bh \left(y_t - \frac{h}{2} \right)^2 + (\eta_s - 1)A_s(d_s - y_t)^2 + (\eta_s - 1)A'_s(y_t - d'_s)^2 + (\eta_p - 1)A_p(d_p - y_t)^2 \quad (3.22)$$

Aksialkraft og moment som virker på tverrsnittet er:

$$N = -(P_{m0} - \Delta F \cdot P_{m0}) \quad (3.23)$$

$$M_t = N(d_p - y_t) + M_n \quad (3.24)$$

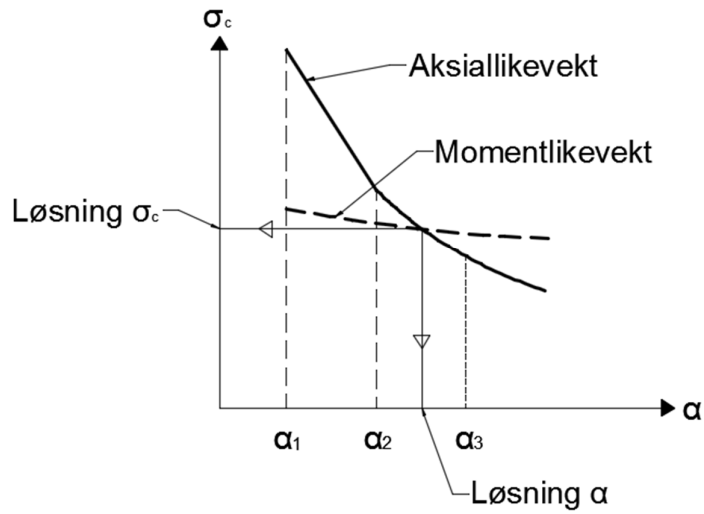
der ΔF er totalt tap av spennkraft i %, og M_n er moment fra belastning av konstruksjonen.

Videre uttrykkes spenningene i betongen som:

$$\sigma_c = \frac{N}{A_t} + \frac{M_t(y - y_t)}{I_t} \quad (3.25)$$

Her er y definert fra betongtyngdepunktet og som positiv nedover og negativ oppover.

Dersom spenningene overskrider strekkfastheten til betongen, risser betongen og tverrsnittet er i stadium II. Det må da gjøres nye beregninger. For et spennarmert tverrsnitt, med kombinert aksialkraft og moment, vil bøyestivheten i stadium II endre seg med størrelsen av momentet (Sørensen, 2013). Ved å sette aksiallikevekten lik momentlikevekten, kan nøytralaksen α løses ut (Figur 3.5)



Figur 3.5 – Grafisk løsning av α

Aksiallikevekt:

$$N = \frac{1}{2} E_{cm} \alpha d_p b + \varepsilon'_s A'_s E_s - \varepsilon'_s A'_s E_c - \varepsilon_p A_p E_p - \varepsilon_s A_s E_s \quad (3.26)$$

Setter inn for tøyningene, dividerer på betongspenningen:

$$\sigma_{cA} = \frac{N}{\left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \alpha d_p b + (\eta_s - 1) \left(\frac{\alpha d_p - d'_s}{\alpha d_p} \right) A'_s - \eta_p \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) A_p \\ -\eta_s \left(\frac{d_s - \alpha d_p}{\alpha d_p} \right) A_s \end{array} \right]} \quad (3.27)$$

Momentlikevekt:

$$N(e + a) = \frac{1}{2} E_{cm} \alpha d_p^2 b \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) + \varepsilon'_s A'_s E_s (d_p - d'_s) - \varepsilon'_s A'_s E_c (d_p - d'_s) + \varepsilon_s A_s E_s (d_s - d_p) \quad (3.28)$$

$$\sigma_{cM} = \frac{N(e + a)}{\left[\frac{1}{2} \alpha d_p^2 b \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) + (\eta_s - 1) \left(\frac{\alpha d_p - d'_s}{\alpha d_p}\right) A'_s (d_p - d'_s) + \eta_s \left(\frac{d_s - \alpha}{\alpha d_p}\right) A_s (d_s - d_p) \right]} \quad (3.29)$$

Tøyningen til betong kan regnes ut ved å dividere betongspenningen i ligning (3.27) eller (3.29) på E-modulen til betong. De andre tøyningene kan finnes ved Navier/Bernoulli.

3.2.1.2 Beregning av spenninger og tøyninger under forsterkning

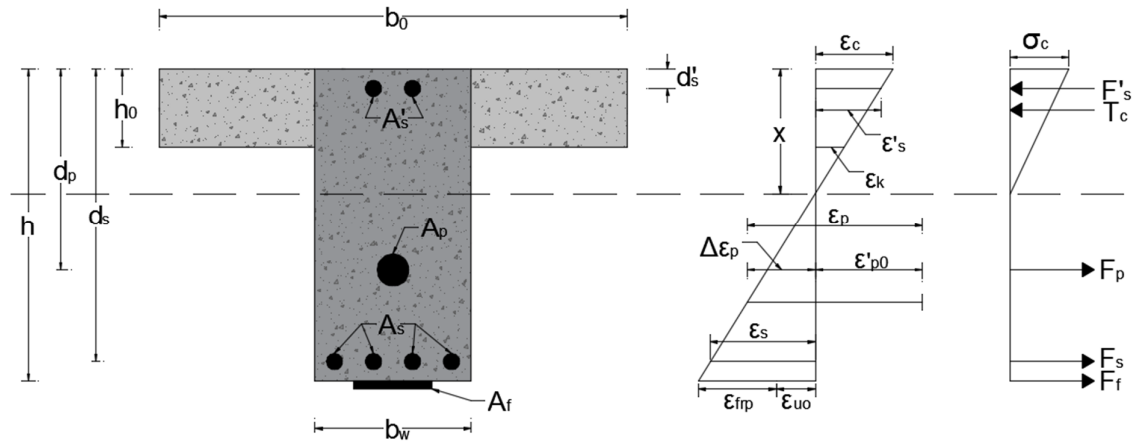
Under forsterkning tas deler av, eller all nyttelast vekk som i tilfellet for slakkarmering. Spenningene beregnes som tidligere, der momentet blir byttet ut med det initielle momentet. Tøyningene blir beregnet ved hjelp av spenningen og avstanden til nøytralaksen. Her beregnes tøyningen i underkant av betongen, da denne skal brukes videre i bruddgrenseberegningene. Til forskjell fra beregninger med slakkarmering, vil spennarmerte tverrsnitt få en oppbøyning dersom det initielle momentet er for lite. Oppbøyning tas ikke hensyn til i denne oppgaven. Bakgrunnen for dette valget begrunnes i kapittel 4.

3.2.1.3 Beregning av spenninger etter forsterkning

Etter at tverrsnittet er forsterket, må spenningene kontrolleres slik at de ikke overskrider kapasiteten til hver enkelt del i tverrsnittet. Beregningene er nesten de samme som for slakkarmert tverrsnitt, forskjellen er bidraget fra spennarmeringen. Beliggenheten av nøytralaksen kan finnes slik som vist tidligere, enten for stadium I eller stadium II.

3.2.2 T-tverrsnitt

Beregningene for T-tverrsnitt er ganske likt som for rektangulært tverrsnitt. I likhet med beregninger for slakkarmerte T-tverrsnitt, deles tverrsnittet opp i en rektangulær del og flensene for seg (Figur 3.6). Fremgangsmåten for å finne ligningene for aksialkraft og moment er beskrevet i kapittel 3.2.1.



Figur 3.6 – Spennarmert t-tverrsnitt med nøytralakse i steg

Nøytralakse i steg:

$$\sigma_{cA} = \frac{N}{\left[\frac{1}{2} \alpha d_p b_w + \frac{1}{2} h_0 (b_0 - b_w) + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha d_p - h_0}{\alpha d_p} \right) (b_0 - b_w) h_0 + (\eta_s - 1) \left(\frac{\alpha d_p - d_s'}{\alpha d_p} \right) A_s' - \eta_s \left(\frac{d_s - \alpha d_p}{\alpha d_p} \right) A_s - \eta_p \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) A_p \right]} \quad (3.30)$$

$$\sigma_{cM} = \frac{N(e + a)}{\left[\frac{1}{2} \alpha d_p^2 b_w \left(1 - \frac{\alpha}{3} \right) + \left(\frac{\alpha d_p - h_0}{\alpha d_p} \right) h_0 (b_0 - b_w) \left(d_p - \frac{h_0}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{\alpha d_p - h_0}{\alpha d_p} \right) \right) h_0 (b_0 - b_w) \left(d_p - \frac{h_0}{3} \right) + (\eta_s - 1) \left(\frac{\alpha d_p - d_s'}{\alpha d_p} \right) A_s' (d_p - d_s') + \eta_s \left(\frac{d_s - \alpha d_p}{\alpha d_p} \right) A_s (d_s - d_p) \right]} \quad (3.31)$$

Nøytralakse i flens:

$$\sigma_{cA} = \frac{N}{\frac{1}{2}\alpha d_p b_0 + (\eta_s - 1) \left(\frac{\alpha d_p - d'_s}{\alpha d_p}\right) A'_s + \eta_s \left(\frac{d_s - \alpha d_p}{\alpha d_p}\right) A_s} \quad (3.32)$$

$$\sigma_{cM} = \frac{N(e + a)}{\left[\frac{1}{2}\alpha d_p^2 b_0 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) + (\eta_s - 1) \left(\frac{\alpha d_p - d'_s}{\alpha d_p}\right) A'_s (d_p - d'_s) \right.} \quad (3.33)$$

$$\left. + \eta_s \left(\frac{d_s - \alpha d_p}{\alpha d_p}\right) A_s (d_s - d_p) \right]$$

Beregningene av tøyningene under og etter forsterkning, er de samme som beskrevet tidligere.

4 Momentkapasitet i bruddgrensetilstanden (ULS)

Ved beregninger av forsterkning med pålimt karbonfiber i bruddgrensetilstanden (ULS), er tøyningene i en redusert bruksgrensetilstand (SLS) viktig for å beregne kapasiteten til tverrsnittet. Konstruksjonen som skal forsterkes vil i de fleste tilfeller ha noen (om enn reduserte) laster som virker idet den forsterkes. Dette skaper initielle tøyninger. Selv om strekkapasiteten til CFRP er stor, er tykkelsen så liten at plateknekkingsproblematikk kan oppstå ved aksialtrykk. Ved forsterkning for bøyemoment er det derfor mest hensiktsmessig å plassere karbonfiberen i strekksonen.

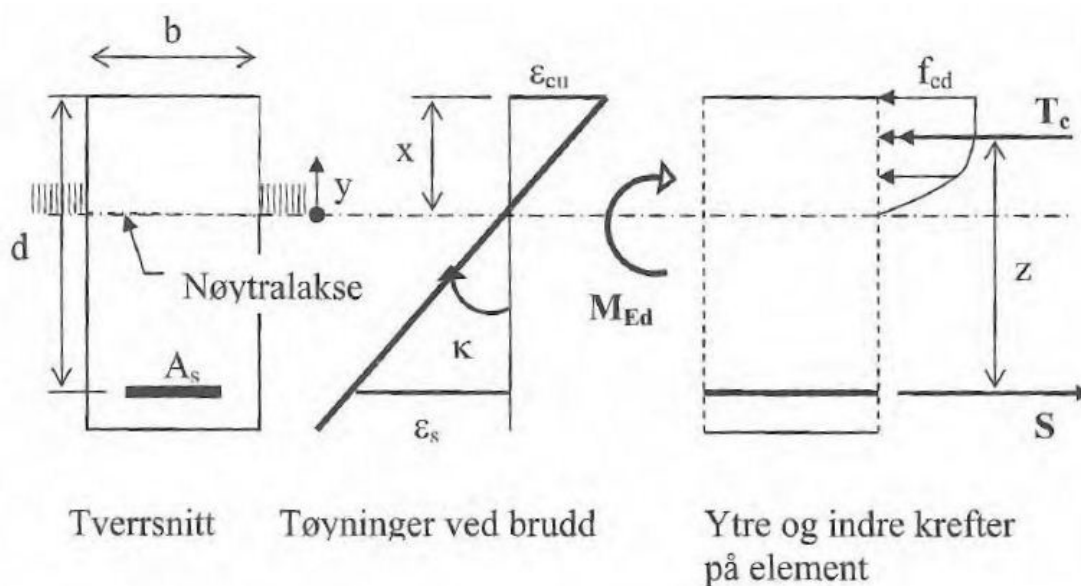
4.1 Slakkarmerte tverrsnitt

4.1.1 Rektangulære tverrsnitt

I bruddgrensetilstanden betraktes alle deler som indre krefter, og trykksonehøyden finnes ved å tilfredssette en horisontal likevekt mellom de tilhørende trykk- og strekkreftene i tverrsnittet. Tøyningene forutsettes lineære. Ved hjelp av spennings- og tøyningsegenskapene til betongen, er det mulig å beregne størrelse og angrepspunkt av trykkresultanten T_c , uttrykt ved trykksonehøyden x (Sørensen, 2013).

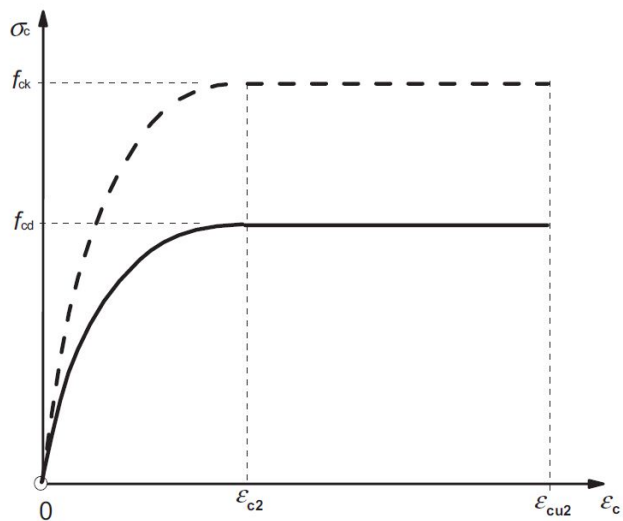
σ_c er gitt som funksjon av ε_c , hvor ε_c kan uttrykkes ved hjelp av krumningen, κ , og y (Figur 4.1):

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot y \quad (4.1)$$



Figur 4.1 – Beregningsmodell for momentkapasitet (Sørensen, 2013)

Betongspenningene σ_c beregnes fra EK2 pkt. 3.1.7, med tilhørende parabel-rektangel diagram, for betong under trykk (Figur 4.2).



Figur 4.2 – Parabel-rektangel diagram for betong under trykk (Standard Norge, 2008)

Trykkresultanten kan dermed finnes av:

$$T_c = \int_{A_T} \sigma_c dA_T \quad (4.2)$$

der A_T er arealet av trykksonen. For rektangulære tverrsnitt vil $dA_T = b \cdot dy$, og trykkresultanten uttrykkes da som:

$$T_c = b \int_0^x \sigma_c dy \quad (4.3)$$

Angrepspunktet til trykkresultanten kan finnes fra:

$$T_c y_T = \int_{A_T} \sigma_c y dA_T \quad (4.4)$$

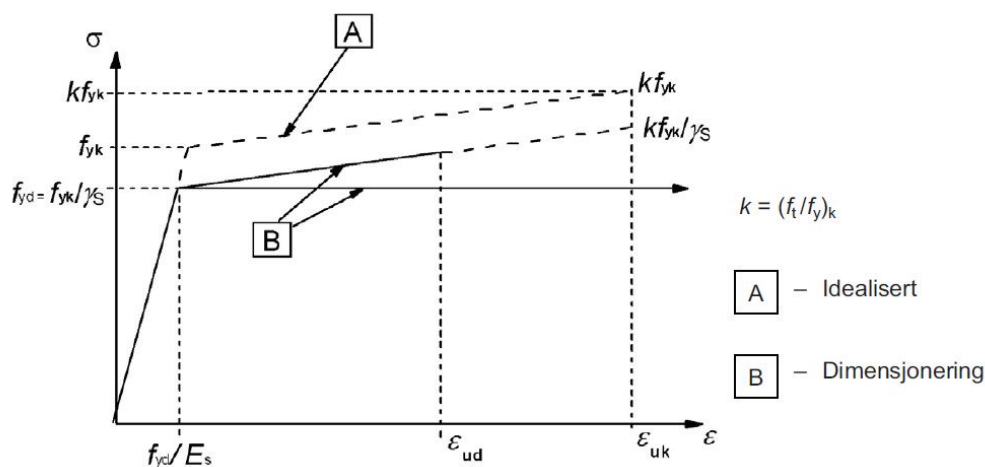
hvor y_T er avstanden fra nøytralaksen til trykkresultantens angrepspunkt. For rektangulære tverrsnitt, kan ligning (4.4) omskrives til:

$$T_c y_T = b \int_0^x \sigma_c y dy \quad (4.5)$$

Trykkresultanten og dens avstand til nøytralaksen, kan da finnes ved å utføre integralene for T_c og $T_c y_T$ (Sørensen, 2013).

I henhold til EK2 pkt. 3.1.7, kan det benyttes en rektangulær spenningsfordeling i trykksonen dersom den er fullt utnyttet ($\epsilon_c = \epsilon_{cu3}$). Faktorene λ og η definerer henholdsvis den effektive høyden av trykksonen og den effektive fastheten. Det kan antas at selv om bruddet er forårsaket av fiberbrudd, vil betongen gjennomgå tilstrekkelig tøyning, og den rektangulære spenningsfordelingen vil fortsatt være gyldig (Balaguru et al., 2009).

Ettersom bruddtøyningen til karbonfiber avhenger av hvilken type som benyttes, kan det oppstå tilfeller hvor betongtøyningene er mye lavere enn tøyningsgrensen ϵ_{cu} . For mest mulig nøyaktige beregninger løses derfor ligning (4.2) og (4.4) ved hjelp av en iterasjonsprosess. Videre er det også antatt en spennings-tøyningsskurve for armeringsstålet fra EK2 pkt. 3.2.4, som ikke gir økt kapasitet ved overskridelse av flytegrensen (Figur 4.3). Ved flytning i stål, vil man kunne få en økt kapasitet ved omlagring og plastisk deformasjon av armeringen. Maksimal kapasitet settes dermed til f_{yd} for armeringsstålet.



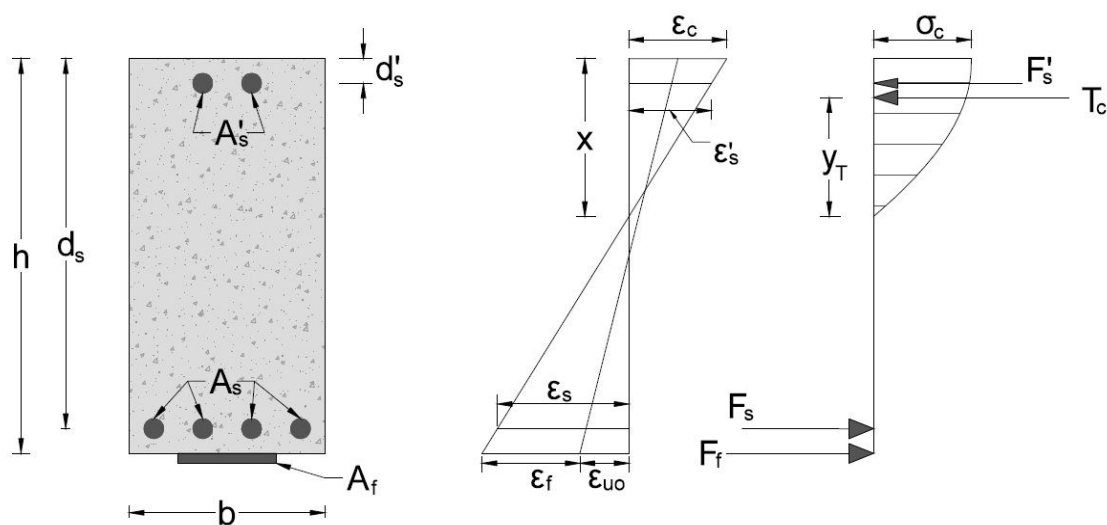
Figur 4.3 – Spennings- og tøyningssammenheng for armeringsstål (Standard Norge, 2008)

For å finne dimensjonerende momentkapasitet i bruddgrensetilstanden for et karbonfiberforsterket slakkarmert betongverrsnitt, sees det her på tre hovedbruddtyper, hvor hver bruddtype har fire forskjellige tilfeller:

1. Brudd i forsterkning
2. Stukning av betong med tilhørende fiberbrudd
3. Stukning av betong uten fiberbrudd

Bruddtøyningen til vanlig armering er som nevnt, ifølge EK2 pkt. NA.3.2.7, 30‰. Norsk Betongforening (2006) oppgir bruddtøyning i CFRP til 4-25‰, avhengig av type. For betong brukes ϵ_{cu2} , som avhenger av betongkvaliteten. For de mest brukte betongkvalitetene er $\epsilon_{cu2} = 3,5\%$. Ettersom tøyningsgrensen til forsterkning og betong generelt sett er mye lavere enn for vanlig armering, sees det bare på situasjoner hvor brudd i fiber eller stukning av betong kan inntreffe.

Ved brudd i forsterkning brukes tøyningsgrensen til den pålimte karbonfiberen for å finne tøyninger og spenninger i tverrsnittet, mens ved stukning av betong benyttes bruddtøyningen til betongen. Figur 4.4 viser tøyninger og spenninger for et forsterket tverrsnitt. Ettersom den pålimte karbonfiberen generelt sett er veldig tynn, sammenlignet med resten av høyden, brukes bare høyden på tverrsnittet som en forenkling for avstanden fra ytterste trykkfiber i betongen til karbonfiber.



Figur 4.4 – Tøyninger og krefter for et forsterket tverrsnitt

4.1.1.1 Brudd i forsterkning

Ved brudd i forsterkning antas en betongtrykksone som ikke er fullt utnyttet, altså $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu2}$. Tverrsnittet blir kontrollert for brudd i CFRP. Tøyningene begrenses da av den valgte bruddtøyningen til den pålimte karbonfiberen, og gir krumningen

$$\kappa = \frac{\varepsilon_f + \varepsilon_{uo}}{h - x} \quad (4.6)$$

Horisontal likevekt benyttes for å utlede de indre kreftene i betongtverrsnittet:

$$F'_s + T_c = F_s + F_f \quad (4.7)$$

Tøyningen i karbonfiberen settes lik den definerte eller ønskede bruddtøyningen:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{f,brudd} \quad (4.8)$$

Tøyning i trykk- og strekkarmering uttrykkes ved krumningen:

$$\varepsilon'_s = \kappa(x - d'_s) \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_s = \kappa(d_s - x) \quad (4.10)$$

Det sjekkes for følgende tilfeller:

- 1) Flyt i både trykk- og strekkarmering; $\left(\varepsilon'_s > \frac{f'_{yd}}{E_s}\right)$ og $\left(\varepsilon_s > \frac{f_{yd}}{E_s}\right)$
- 2) Kun flyt i strekkarmering; $\left(\varepsilon'_s < \frac{f'_{yd}}{E_s}\right)$
- 3) Kun flyt i trykkarmering; $\left(\varepsilon_s < \frac{f_{yd}}{E_s}\right)$
- 4) Ikke flyt i trykk- eller strekkarmering; $\left(\varepsilon'_s < \frac{f'_{yd}}{E_s}\right)$ og $\left(\varepsilon_s < \frac{f_{yd}}{E_s}\right)$

Tøyningene, uttrykt ved krumningen eller flytetøyningen, innføres i ligning (4.7) for de aktuelle tilfellene, og trykksonehøyden løses ved hjelp av iterasjoner. Ikke alle tilfeller er reelle, men for å ivareta en kontroll av alle mulige bruddtyper må samtlige kontrolleres. Strekkarmeringen vil som regel oppnå flyt ved normal forsterkning, men må sjekkes for å ta høyde for en lav bruddtøyning i den pålimte forsterkningen.

Armeringstøyningene kontrolleres mot kravene for de aktuelle tilfellene, og momentlikevekt om nøytralaksen gir momentkapasitet:

$$M_i = A'_s E_s \varepsilon'_s (x - d'_s) + A_s E_s \varepsilon_s (d_s - x) + \varepsilon_f E_f A_f (h - x) + T_c y_T \quad (4.11)$$

Der flytning i armering antas, erstattes $E_s \varepsilon_s$ med f_{yd} . Den minste beregnede kapasiteten vil være gjeldene for denne bruddtypen.

4.1.1.2 Stukning av betongen i trykksonen med fiberbrudd

For stukning av betong med tilhørende fiberbrudd sjekkes de samme tilfellene som tidligere, men her antas fiberbrudd å oppstå samtidig som betongen knuses. Horisontal likevekt i tverrsnittet benyttes på lik linje som ved brudd i forsterkning, men trykksonen antas fullt utnyttet ($\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$). Krumningen er derfor utledet fra bruddtøyningen til betongen i trykksonen, og settes til:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{cu2}}{x} \quad (4.12)$$

Tøyningene blir uttrykt på samme måte som tidligere. Disse innføres i den horisontale likevekten, avhengig av hvilket tilfelle som sjekkes, og løses ved hjelp av iterasjoner. Deretter kontrolleres tøyningene, og momentkapasitet beregnes av ligning (4.11).

4.1.1.3 Stukning av betongen i trykksonen uten fiberbrudd

For stukning av betong uten tilhørende fiberbrudd antas forsterkningen å ikke gå til brudd, men betongen knuses. Etersom CFRP antas å ikke oppnå brudd, må tøyningen ε_f til CFRP finnes for videre momentkapasitetsberegninger. Fra tøyingsprofilen til tverrsnittet og krumning fra ligning (4.12):

$$\varepsilon_f = \kappa(h - x) - \varepsilon_{uo} \quad (4.13)$$

Fremgangsmåten er den samme som for stukning av betong med tilhørende fiberbrudd, men tøyningen i karbonfiber kan ikke være større enn oppgitt bruddtøyning:

$$\varepsilon_f \leq \varepsilon_{f,brudd} \quad (4.14)$$

4.1.2 T-Tverrsnitt

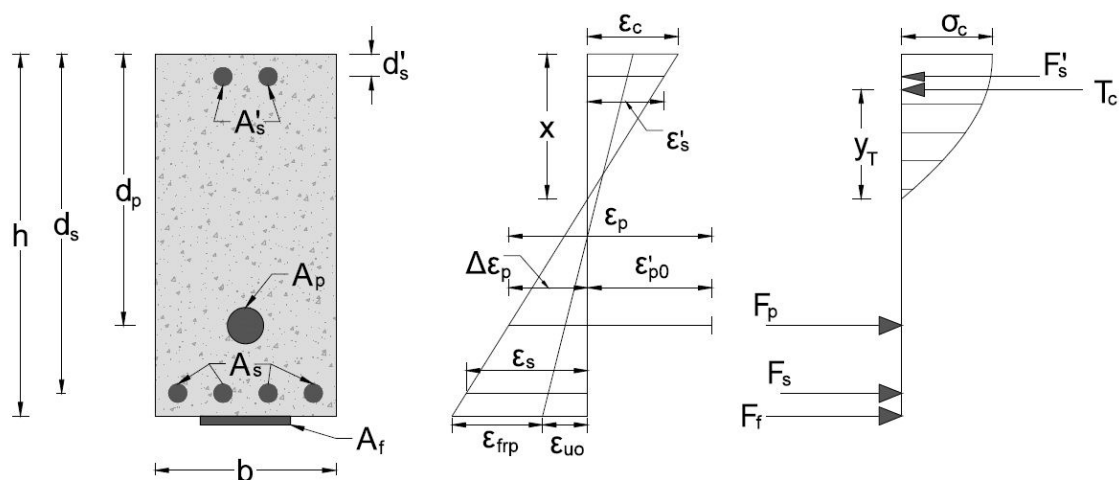
For beregninger av T-tverrsnitt er fremgangsmåten den samme som ved et rektangulært tverrsnitt. Tøyningsberegningene og bruddtypene er de samme, men her må det i tillegg tas hensyn til om nøytralaksen befinner seg i flensen eller steget. Dersom nøytralaksen ligger i flensen, beregnes tverrsnittet på samme måte som et rektangulært tverrsnitt, med en bredde lik flensens bredde, b_0 . I de fleste tilfeller vil flensen være såpass stor at nøytralaksen vil finne seg her, men for noen tilfeller vil den kunne bevege seg ned i steget. Da må ligning (4.2) benytte stegets tykkelse (b_w) i spenningsberegningene for den delen av trykksone som befinner seg under flensen. For beregninger med nøytralaksen i steget, kan derfor ligning (4.3) og (4.5) omskrives til:

$$T_c = b_w \int_0^{x-h_0} \sigma_c dy + b_0 \int_{x-h_0}^x \sigma_c dy \quad (4.15)$$

$$T_c y_T = b_w \int_0^{x-h_0} \sigma_c y dy + b_0 \int_{x-h_0}^x \sigma_c y dy \quad (4.16)$$

4.2 Spennarmerte tverrsnitt

Beregningene for spennarmerte tverrsnitt er de samme som for slakkarmerte tverrsnitt, men her innføres også spennarmeringens tøyninger som restriksjoner i beregningene. Det antas en gitt effektiv forhåndstøyning ε'_{p0} i spennarmeringen (Figur 4.5). Denne tar hensyn til tidsavhengige tap av spennkraft som følge av kryp, svinn og relaksasjon (Sørensen, 2013). Konstruksjonen kan være føroppspent eller etteroppspent. I likhet med beregninger i bruksgrensetilstanden antas det full heftforbindelse mellom spennarmering og betong, og tøyningsemdringene i spennarmeringen og betongen i samme nivå i tverrsnittet vil være like. Dette er for å sikre kompatibilitet mellom betong og spennarmering. Beregningene benytter lineære tøyingsprofiler over tverrsnittet, og forutsetningen om et fullt samvirke mellom spennarmering og betong er viktig for å kunne beregne tøyninger og spenninger i tverrsnittet.



Figur 4.5 – Beregningsmodell for spennarmerte tverrsnitt

Med en antakelse om full heft mellom betong og spennarmering, blir tøyningen i spennarmeringen:

$$\varepsilon_p = \kappa(d_p - x) + \varepsilon'_{p0} \quad (4.17)$$

der κ settes inn fra ligning (4.6) eller (4.12), avhengig av hvilken bruddtype som sjekkes.

For alle tilfeller hvor det antas at spennarmering ikke flyter innføres kravet

$$\varepsilon_p \leq \frac{f_{pd}}{E_p} \quad (4.18)$$

Vanligvis vil et spennarmert tverrsnitt være utformet med en effektiv forhåndstøyning i spennarmeringen som ligger opp mot flytetøyningen til spennstålet (Sørensen, 2013). Det vil derfor være sjeldent med et brudd hvor spennarmeringen ikke har overskredet flytetøyningen, men for å ta vare på og sjekke alle mulige tilfeller og bruddtyper, tas dette med på lik linje som ved alle de tidligere kontrollene.

Ved påføring av CFRP i et spennarmert tverrsnitt vil man, som nevnt i kapittel 3.2, få en oppbøyning dersom initialmomentet er for lite. Det vil i slike tilfeller oppstå trykktøyninger i forsterkningssonen, noe som er ugunstig. Alle tidligere beregninger er gjort for konstruksjoner med strekk i underkant. Tverrsnitt med trykk i underkant antas ikke å trenge forsterkning på samme måte. Med bakgrunn i dette gjøres det derfor ikke beregninger for spennarmerte tverrsnitt der det oppstår oppbøyning av konstruksjonen.

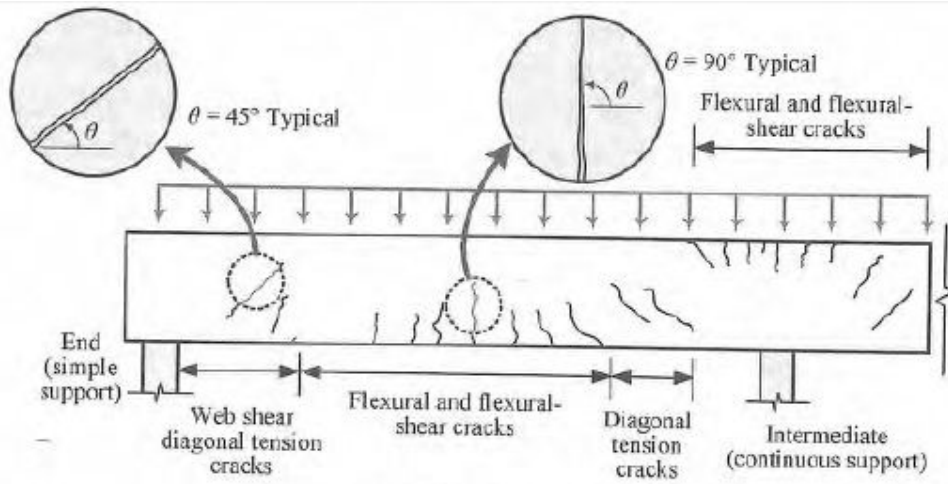
5 Skjærkapasitet

5.1 Bruddmekanismer

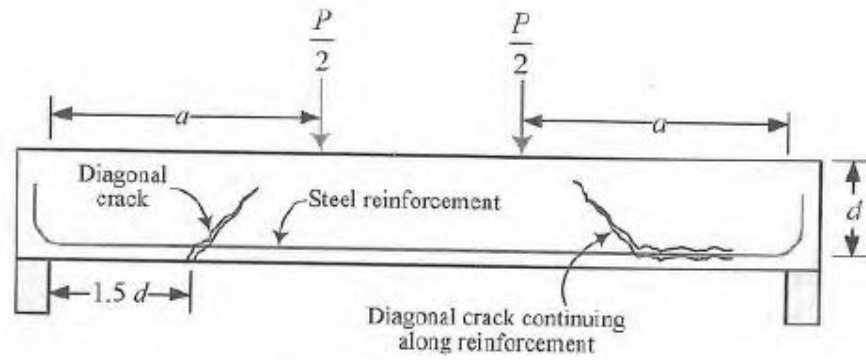
For brudd forårsaket av bøyemoment vil rissene, som følge av bøyning i snittet med det største momentet, bevege seg mot trykksonen og lage et ledd før bruddet inntreffer (Balaguru et al., 2009). Krumningen og rotasjonen i dette punktet fører som regel til en stor nedbøyning, og vil fungere som en advarsel om et kommende brudd. Ved skjærbrudd kan bruddet bli forårsaket av diagonale strekkspenninger eller skjærtrykkbrudd, og i begge tilfeller vil bruddet være mye mer sprøtt enn ved brudd som følge av bøyning (Balaguru et al., 2009).

5.1.1 Skjærstrekkbrudd

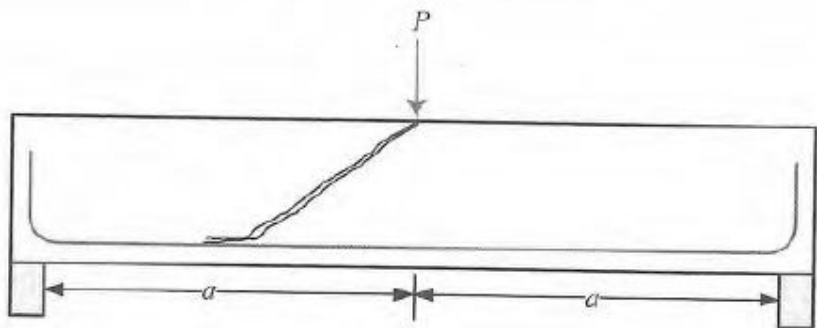
Skjærstrekkbrudd oppstår vanligvis i bjelker med et skjærspennforhold i området 2,5-5,5 (Balaguru et al., 2009; Teng et al., 2002). Skjærspennet er avstanden a mellom lasten og opplageret, og skjærspennforholdet defineres som a/d (Figur 5.1). Med en økende last vil området hvor skjærspenningene er størst, utvikle diagonale spenninger som kan overgå strekkfastheten til betongen. I noen tilfeller vil små bøyeriss, som er vinkelrette på bjelkeaksen, kunne slutte seg til de diagonale rissene. I noen tilfeller vil risset utvikle seg langs armeringen, noe som kan føre til utrivning av strekkarmeringen dersom denne ikke er godt nok forankret. Det kritiske punktet for de diagonale rissene er mellom $1,5$ og $2,5d$ fra opplageret. Forutsatt at rissene vanligvis oppstår 45° i forhold til bjelkeaksen, og opptrer over en lengde lik d langs bjelken, kan skjærdimensjoneringen forenkles. Ved å begrense den maksimale senteravstanden mellom bøylearmeringen til d , sikres det tilstedeværelse av skjærarmering ved hvert diagonale riss. Dette prinsippet bør også brukes ved skjærforsterkning med fiberkompositter (Balaguru et al., 2009).



(a) Different types of cracks



(b) Diagonal tension failure



(c) Shear compression failure

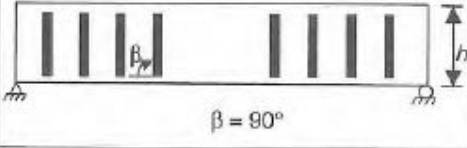



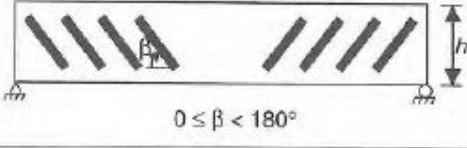



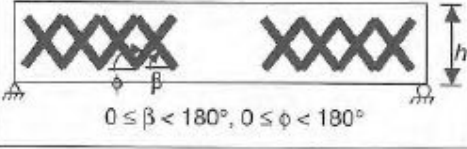



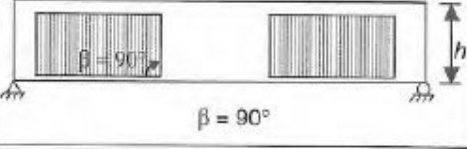



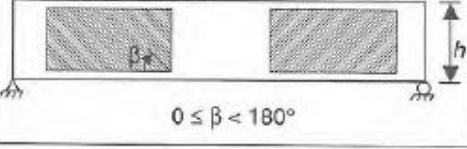



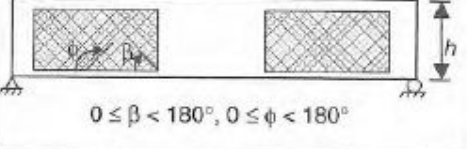



Figur 5.1 – Skjærbrudd for fritt opplagte bjelker (Balaguru et al., 2009)

5.1.2 Skjærtrykkbrudd

Ifølge Balaguru et al. (2009) oppstår skjærtrykkbrudd som regel når a/d er mindre enn 2,5 for konsentrerte laster, og 5 for distribuerte laster. Disse bjelkene er ofte referert til som dype bjelker. Her vil risset i hovedsak ferdes fra lastpunktet til et område nær opplageret (Figur 5.1c). Utviklingen er et resultat av både bøye- og skjærspenninger. Dype bjelker er gunstige for skjærforsterkning med karbonfiberkompositt, fordi de har et stort overflateareal. Et forsterkningssystem med karbonfiber orientert i felles vinkelrette retninger vil gi en tilstrekkelig armering (Balaguru et al., 2009).

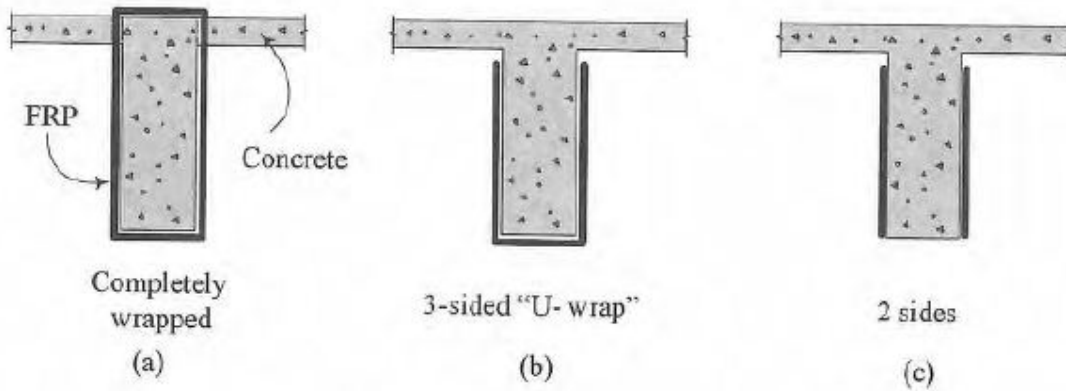
5.2 Bruk av karbonfiber for skjærforsterkning

For å øke skjærkapasiteten til et tverrsnitt påføres karbonfiberkompositt langs høyden til bjelken, eller vinkelrett på de potensielle skjærrissene. Forsterkningen kan være plater eller staver med en gitt senteravstand, eller plater som er kontinuerlig heftet langs bjelkens side. Figur 5.2 og Figur 5.3 viser ulike metoder for skjærforsterkning av fritt opplagte bjelker.

Fibre orientations and distributions	Bonding scheme and notation		
 <p>$\beta = 90^\circ$</p>	 <p>SS90</p>	 <p>US90</p>	 <p>WS90</p>
 <p>$0 \leq \beta < 180^\circ$</p>	 <p>SSβ</p>	 <p>USβ</p>	 <p>WSβ</p>
 <p>$0 \leq \beta < 180^\circ, 0 \leq \phi < 180^\circ$</p>	 <p>SSβ/ϕ</p>	 <p>USβ/ϕ</p>	 <p>WSβ/ϕ</p>
 <p>$\beta = 90^\circ$</p>	 <p>SP90</p>	 <p>UP90</p>	 <p>WP90</p>
 <p>$0 \leq \beta < 180^\circ$</p>	 <p>SPβ</p>	 <p>UPβ</p>	 <p>WPβ</p>
 <p>$0 \leq \beta < 180^\circ, 0 \leq \phi < 180^\circ$</p>	 <p>SPβ/ϕ</p>	 <p>UPβ/ϕ</p>	 <p>WPβ/ϕ</p>

Figur 5.2 – Metoder for skjærforsterkning av fritt opplagte bjelker (Chen & Teng, 2008)

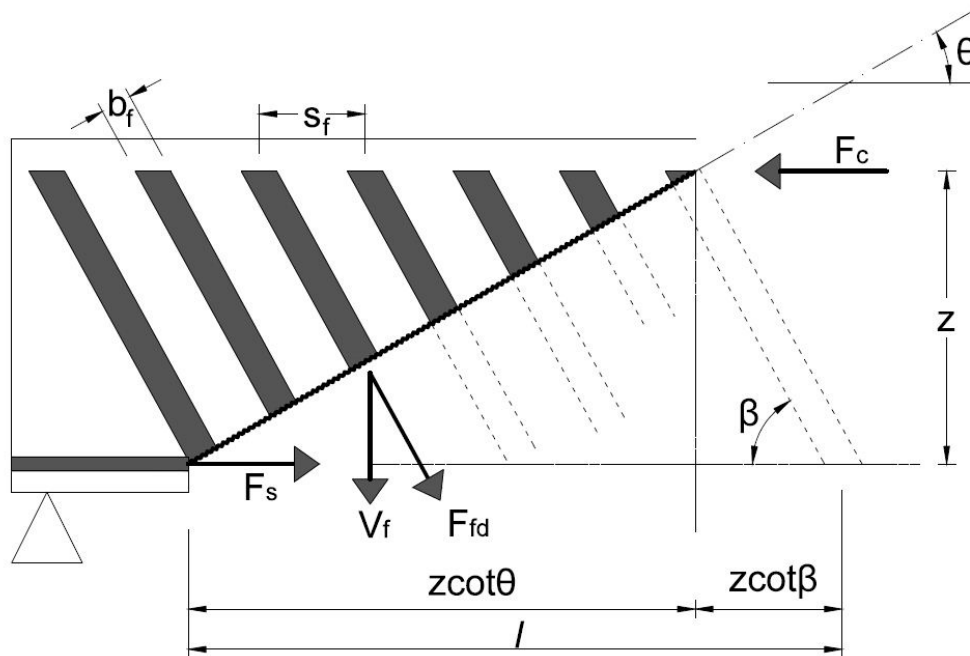
Full innkapsling (W) er mest effektivt, men U-profil (U) eller påføring på sidene (S) er ofte de eneste alternativene i de fleste tilfellene for skjærforsterkning.



Figur 5.3 – Ulike former for skjærforsterkning (Balaguru et al., 2009)

5.3 Bidrag fra CFRP til skjærkapasitet

Bidraget fra pålimt karbonfiber for skjærforsterkning kan utledes ved hjelp av en enkel fagverksmodell, på samme måte som ved vanlig skjærarmering som er benyttet i EK2. Figur 5.4 viser en bjelkeende med tilhørende skråriss. Risset danner en vinkel, her definert som θ , med bjelkeaksen. Karbonfiberforsterkningen påføres med en vinkel β i forhold til bjelkeaksen. Utledningen gjøres på samme måte som beskrevet i Sørensen (2013).



Figur 5.4 – Bjelke med karbonfiberforsterkning

Ved å anta CFRP til å kun ta opp krefter i fiberretningen, vil kraften som virker over området som krysser risset (sum over alle armeringsenheter) være

$$F_{fd} = \sum f_{f,e} A_f \quad (5.1)$$

hvor $f_{f,e}$ er den effektive bruddspenningen til karbonfiberlaminatet, fastsatt av en dimensjonerende verdi for en redusert effektiv tøyningsgrense, $\varepsilon_{fd,e}$, og bruk av Hooks lov ($\sigma = E \cdot \varepsilon$), med tilhørende tverrsnittsareal A_f . Ettersom CFRP påføres på begge sider av bjelken, vil man få følgende:

$$A_f = 2t_f b_f \quad (5.2)$$

$$f_{f,e} = E_{fu} \varepsilon_{fd,e} \quad (5.3)$$

Skjærkraftkapasiteten til forsterkningen, V_f , i skjærkraftens retning, er avhengig av laminatets vinkel i forhold til bjelkens lengdeakse, β , og blir dermed:

$$V_f = \sum (f_{f,e} A_f) \cdot \sin\beta \quad (5.4)$$

Med en konstant senteravstand mellom pålimt CFRP, vil kraften i fiberretningen per lengdeenhet langs bjelkeaksen være

$$\frac{f_{f,e} A_f}{s_f} \quad (5.5)$$

Skrårisset oppstår over en lengde langs bjelkeaksen, og skjærforsterkningen krysser risset over en lengde, l . Ved å definere $z = h_{frrp,e}$ i Figur 5.4 fås dermed:

$$l = h_{frrp,e} (\cot\alpha + \cot\beta) \quad (5.6)$$

hvor $h_{frrp,e}$ er den effektive høyden til forsterkningen. Kraft i fiberretningen for all karbonfiber som krysser skrårisset blir da:

$$F_{fd} = \frac{f_{f,e} A_f}{s_f} h_{frrp,e} (\cot\alpha + \cot\beta) \quad (5.7)$$

I skjærkraftens retning blir da skjærstrekkkapasiteten:

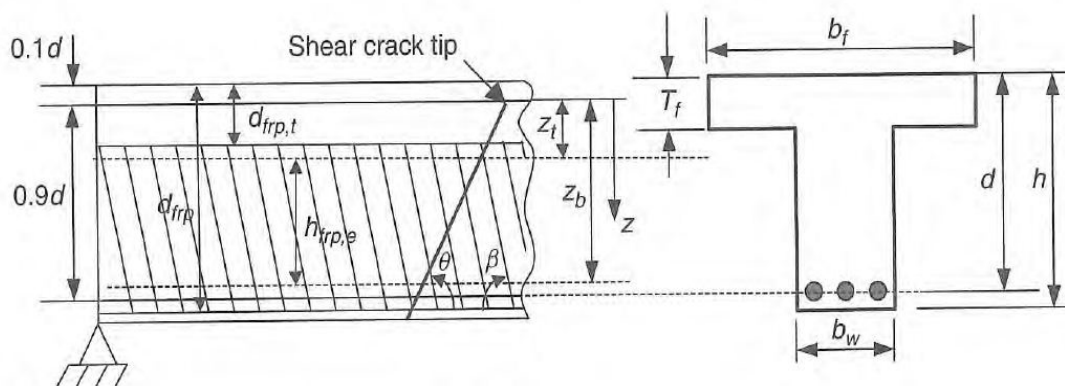
$$V_f = \frac{f_{f,e} A_f}{s_f} h_{f_{rp},e} (\cot\alpha + \cot\beta) \sin\beta \quad (5.8)$$

Innsatt uttrykk for A_f og $f_{f,e}$ gir kapasitet:

$$V_f = E_{fu} \varepsilon_{fd,e} \frac{2t_f b_f}{s_f} h_{f_{rp},e} (\cot\alpha + \cot\beta) \sin\beta \quad (5.9)$$

For beregning av total skjærkapasitet for tverrsnittet, legges V_f til den eksisterende kapasiteten, beregnet i henhold til EK2 pkt 6.2. *fib* (2001), som bruker beregningsmodellen til Triantafillou (1998), uttrykker den effektive høyden til karbonfiberforsterkningen $h_{f_{rp},e}$ på samme måte som EK2; med bakgrunn i den indre momentarmen mellom trykkraft i betong og strekkraft i lengdearmoring. Dermed blir $h_{f_{rp},e} = z = 0,9d$. Dette blir gjort uavhengig av hvilket tverrsnitt som skal forsterkes, og tar med andre ord ikke hensyn til en mindre effektiv høyde ved forsterkning av for eksempel T-tverrsnitt. De italienske retningslinjene i CNR-DT 200/2004 angir verdien til å være den minste av $0,9d$ og stegets høyde (*fib*, 2006). Teng et al. (2002) inkluderer tverrsnittet og begrensningene det eventuelt måtte tilføre den effektive høyden. Det er her valgt å bruke sistnevntes uttrykk for å kunne ta hensyn til både T-tverrsnitt og rektangulære tverrsnitt som skal forsterkes. Av Figur 5.5 kan det sees at

$$h_{f_{rp},e} = z_b - z_t \quad (5.10)$$



Figur 5.5 – Skjærforsterkning av T-tverrsnitt (Chen & Teng, 2008)

z_t og z_b er koordinatene til henholdsvis topp og bunn av den effektive karbonfiberen, og defineres av Teng et al. (2002) som:

$$z_t = (0,1d + d_{frrp,t}) - 0,1d = d_{frrp,t} \quad (5.11)$$

$$z_b = [d - (h - d_{frrp})] - 0,1d \quad (5.12)$$

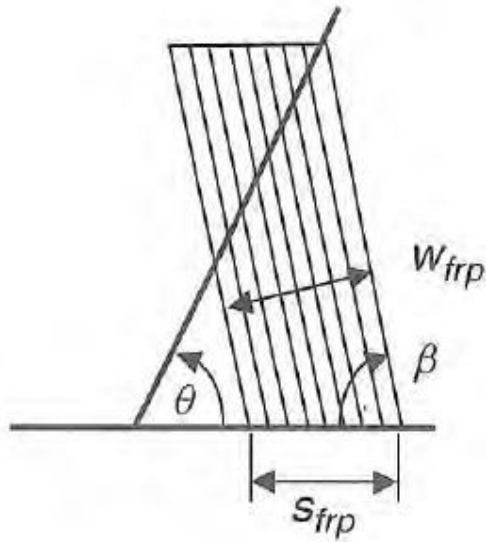
Ved full innkapsling av en rektangulær bjelke blir $d_{frrp,t} = 0$ og $d_{frrp} = h$, som dermed gir $h_{frrp,e} = 0,9d$, hvilket er verdien brukt i *fib* (2001).

Den mest kompliserte parameteren i uttrykket for skjærkraftkapasitet, er den reduserte effektive tøyningsgrensen. *fib* (2001) anbefaler bruk av den dimensjonsløse parameteren ρ_f , som angir det volumetriske forholdet av CFRP, i skjærkraftbidraget fra CFRP. Denne defineres, i tilfeller hvor det brukes bånd eller plater med en gitt senteravstand, som

$$\rho_f = \frac{2t_f b_f}{b_w s_f} \quad (5.13)$$

Dersom CFRP er kontinuerlig heftet, vil senteravstanden s_f bli (Figur 5.6)

$$s_f = \frac{b_f}{\sin\beta} \quad (5.14)$$



Figur 5.6 – Forhold mellom fiberbredde og senteravstand for kontinuerlig heftet CFRP (Teng et al., 2002)

Dette gir et volumetrisk forhold av CRFP definert som

$$\rho_f = \frac{2t_f}{b_w} \sin\beta \quad (5.15)$$

Ved innsetting i kapasitetslikningen:

$$V_f = E_{fu} \varepsilon_{fd,e} \rho_f b_w h_f (\cot\alpha + \cot\beta) \sin\beta \quad (5.16)$$

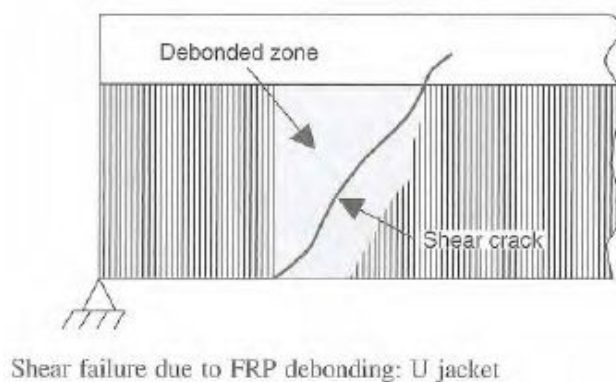
5.3.1 Effektiv fibertøyning

Ved bruk av ligning (5.16) må det bestemmes en verdi for $\varepsilon_{fd,e}$. Verdien begrenses enten av fiberbrudd grunnet overskridelse av maksimalt tillatte fibertøyning, eller avskalling av den eksterne forsterkningen som følge av utilstrekkelig forankring. Figur 5.7 og Figur 5.8 viser mulige avskallingssoner for henholdsvis forsterkning med CFRP i U-profil og kun på sidene. *fib* (2001) anbefaler en dimensjonerende verdi for den effektive tøyningsgrensen til CFRP til å være en karakteristisk verdi, redusert med en sikkerhetsfaktor γ_f . Den karakteristiske verdien estimeres, av hensyn til mangelfulle data, til å være gjennomsnittsverdien til den effektive tøyningen, multiplisert med en reduksjonsfaktor k :

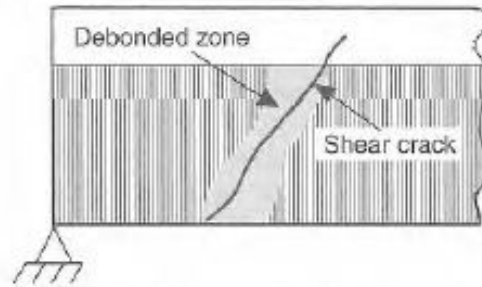
$$\varepsilon_{fd,e} = \frac{\varepsilon_{fk,e}}{\gamma_f} = \frac{k \cdot \varepsilon_{f,e}}{\gamma_f} \quad (5.17)$$

I uttrykket over settes $k = 0,8$. Sikkerhetsfaktoren $\gamma_f = 1,2$ for brudd som involverer skjærstrekkbrudd kombinert med, eller etterfulgt av, brudd i CFRP. Dersom brudd som fører til avskalling dominerer, settes $\gamma_f = 1,3$.

Det foreslås en effektiv tøyning som er begrenset til en maksimal verdi på 6‰, for å beholde integriteten til betongen og sikre et godt samvirke mellom betong og fiber (*fib*, 2001). Kombinert med sikkerhetsfaktoren for brudd i CFRP, gir dette en maksimal effektiv tøyningsgrense $\varepsilon_{fmax} \leq 5‰$. Den amerikanske veiledningen for forsterkning ved bruk av pålimt fiberkompositt (ACI 440.2R-02) begrenser verdien for ε_{fmax} til 4‰ (GangaRao et al., 2007). Det velges her å bruke den førstnevnte grensen for videre beregninger.



Figur 5.7 – Skjærbrudd grunnet avskalling ved CFRP påført i U-profil (Teng et al., 2002)



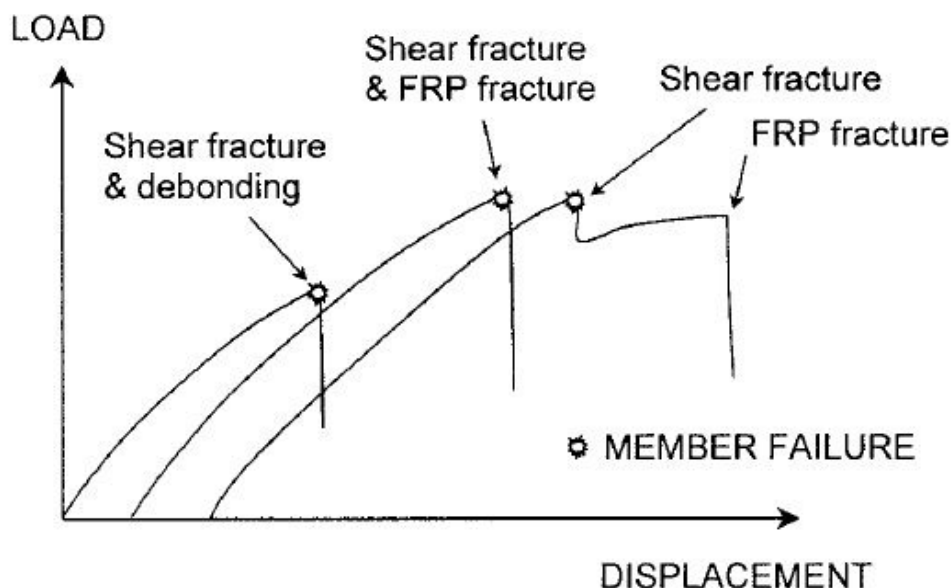
Shear failure due to FRP debonding: side-bonded FRP

Figur 5.8 – Skjærbrudd grunnet avskalling ved CFRP påført på sidene (Teng et al., 2002)

Triantafillou (1998) fant en sammenheng mellom den effektive tøyningen til FRP ved skjærbrudd, og aksialstivheten til den pålimte forsterkningen. Aksialstivheten ble uttrykt som $E_f \rho_f$, hvor E_f måles i GPa. Med utgangspunkt i omtrent 40 testresultater fra ulike forskere, utviklet han en polynomisk funksjon ved hjelp av kurvetilpasning, som viste en klar tendens til at den effektive tøyningen reduseres med aksialstivheten. Ifølge Triantafillou & Antonopoulos (2000) hadde overnevnte metode noen mangler: (1) brudd i FRP ble antatt å inntreffe samtidig som skjærstrekkbrudd i betongen, mens det i virkeligheten noen ganger kan opptre etter skjærkapasiteten er nådd; (2) det ble brukt én ligning for å beskrive både brudd i FRP og avskalling, uavhengig av hvilken type FRP som ble brukt; (3) betongstyrken, som er antatt å påvirke avskalling, ble ikke brukt som en variabel. Disse manglene var relativt tydelige og kjente, men resultatene rettferdiggjorde ikke en grundigere analyse på den tiden.

Studier publisert av Triantafillou & Antonopoulos (2000) viser, ved hjelp av over 75 eksperimentelle data for skjærforsterkning med pålimt FRP, en reduksjon av den effektive tøyningen til karbonfiber med aksialstivheten til FRP, dividert på betongens skjærstyrke. Det er også vist at skjærkapasitetsbidraget fra FRP som regel begrenses av enten den maksimale effektive tøyningen eller ved avskalling, og at for en gitt betongfasthet vil skjærbidraget øke lineært med karbonfiberens aksialstivhet frem til sistnevnte når en grenseverdi over verdien avskalling kontrollerer, og økningen i skjærkapasiteten er relativt liten (Triantafillou & Antonopoulos, 2000).

Figur 5.9 viser at skjærbrudd kan opptre som et resultat av avskalling av FRP (*debonding*), eller når FRP har en stor tøyning. For sistnevnte kan bruddet i FRP opptre enten nøyaktig ved maksimal belastning, eller rett etterpå grunnet overbelastning i nærheten av de diagonale rissene.



Figur 5.9 – Skjærbrudd ved forsterket tverrsnitt (Triantafillou & Antonopoulos, 2000)

Ifølge Triantafillou & Antonopoulos (2000) vil det som regel oppstå en grad av avskalling for FRP, selv om skjærbruddet ikke opptrer samtidig som avskalling. Dette skyldes store tøyninger i FRP som resulterer i inkompatibiliteter med betongen og fører til riss. Rissene lager konsentrasjoner av spenninger, og produserer dermed lokal avskalling. Det kan derfor argumenteres for at den effektive tøyningen er avhengig av forankringslengden til FRP, dens relasjon til den effektive forankringslengden hvor skjærspenningene oppstår, og forholdet for sistnevnte til utviklingslengden, som er definert som den nødvendige lengden for å nå strekkbrudd i FRP før avskalling. Utviklingslengden avhenger av aksialstivheten til FRP, og er omvendt proporsjonal med strekkfastheten til betongen. Strekkfastheten til betong er proporsjonal med $f_{ck}^{2/3}$, noe som brukes i for eksempel EK2. Dermed kan den effektive tøyningen til CFRP, $\varepsilon_{f,e}$, uttrykkes i form av $E_f \rho_f / f_{ck}^{2/3}$.

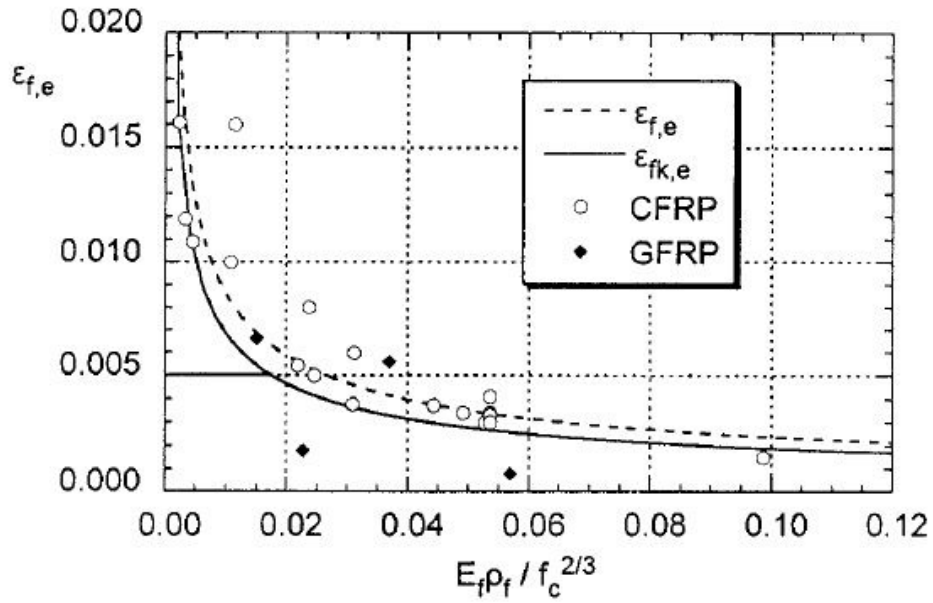
Med bakgrunn i dette, samlet Triantafillou & Antonopoulos (2000) data fra over 70 ulike forsøk, for å analysere skjærkapasiteten til betongbjelker forsterket med fiberkompositter. Ved hjelp av kapasitetslikningen og kjente variabler, samt en kjent bruddlast som fra forsøkene, var det mulig å beregne den effektive tøyningen til FRP ved skjærbrudd. Figur 5.10 viser et utdrag fra resultatene oppnådd i forsøkene. Både glassfiber (G), aramidfiber (A) og karbonfiber (C) ble benyttet. Av figuren ser man at den beregnede effektive tøyningen $\varepsilon_{f,e}$ varierer veldig, og avhenger av hvilket brudd som ble oppnådd. For tverrsnitt hvor det ble limt fiberforsterkning kun på sidene (s) eller i U-profil (s,b), var det nesten utelukkende avskalling av FRP ved skjærbrudd, med tilhørende lave tøyninger i FRP. Ved full innkapsling av bjelketverrsnittet (w), oppstod det brudd i FRP ved skjærbrudd for omtrent samtlige forsøk. Den effektive tøyningen ved full innkapsling ble også beregnet til å være høyere enn for de andre tilfellene. Ved å innføre en skikkelig forankring for FRP, enten i form av innkapsling eller ved bolter til betongen, vil dermed avskallingsmekanismen undertrykkes og det kan oppnås en betydelig økning av skjærkapasiteten.

Specimen ^a (1)	b_w (m) (2)	d (m) (3)	f_c (MPa) (4)	FRP ^b (5)	$\varepsilon_{f,d}(\times 10^{-3})$ (6)	$\rho_f(\times 10^{-3})$ (7)	E_f (GPa) (8)	β (degrees) (9)	FRP at failure ^c (10)	$\varepsilon_{f,e}(\times 10^{-3})$ (11)
B(3)	0.114	0.085	42.9	G, s	20.5	11.0	16.8	45	Debonded	6.6
B(4)	0.114	0.085	42.9	G, s	20.5	27.0	16.8	45	Debonded	5.6
U(3)	0.1	0.17	24.6	C, w	11.5	1.94	230	90	Fracture	5.0
U(5)	0.1	0.17	24.6	C, s	11.5	1.94	230	90	Debonded	3.0
U(6)	0.1	0.17	27.4	C, s	11.5	1.94	230	56	Debonded	3.4
U(7)	0.1	0.17	27.4	C, s	11.5	3.9	230	90	Debonded	1.5
AS(WO)	0.15	0.113	37.7	G, s	12.5	40.0	16	90	Debonded	0.8
AS(SO)	0.15	0.113	37.7	G, s	12.5	16.0	16	90	Debonded	1.8
OO(BS12)	0.18	0.36	27.8	C, w	12.0	1.2	230	90	Fracture	8.4
OO(BS24)	0.18	0.36	27.8	C, w	12.0	2.4	230	90	Fracture	6.2
OO(BM06)	0.18	0.36	27.8	C, w	12.0	0.6	230	90	Fracture	11.7
OO(BM12)	0.18	0.36	27.8	C, w	12.0	1.2	230	90	Fracture	9.3
OO(BM18)	0.18	0.36	27.8	C, w	12.0	1.8	230	90	Fracture	7.8
OO(BM24)	0.18	0.36	27.8	C, w	12.0	2.4	230	90	Fracture	6.0
OO(BL06)	0.18	0.36	27.8	C, w	12.0	0.6	230	90	Fracture	8.4
OO(BL12)	0.18	0.36	27.8	C, w	12.0	1.2	230	90	Fracture	7.8
OO(BMW06)	0.18	0.36	21.0	C, w	12.0	0.6	230	90	Fracture	8.4
OO(BMW012)	0.18	0.36	21.0	C, w	12.0	1.2	230	90	Fracture	6.9
OO(BMW24)	0.18	0.36	21.0	C, w	12.0	2.4	230	90	Fracture	4.6
OO(2)	0.4	0.34	27.8	C, w	12.0	0.29	230	90	Fracture	12.0
OO(3)	0.4	0.34	27.8	C, w	12.0	0.58	230	90	Fracture	10.3

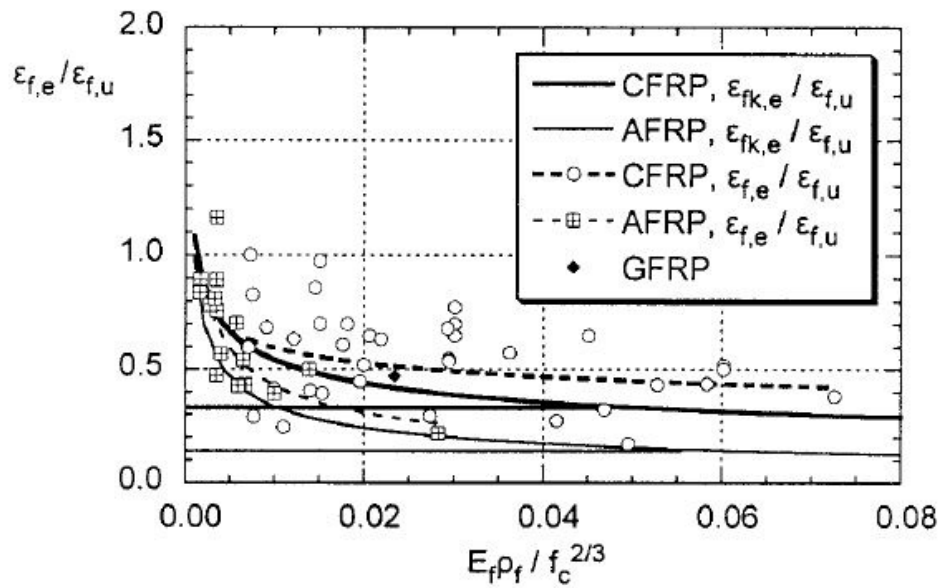
Figur 5.10 – Utdrag fra tabell for effektiv fibertøyning (Triantafillou & Antonopoulos, 2000)

Tøyningsresultatene fra forsøkene ble deretter satt inn i to ulike grafer: for tidlig skjærbrudd grunnet FRP-avskalling (Figur 5.11) og skjærbrudd kombinert med, eller etterfulgt av, brudd i FRP (Figur 5.12). Her kan det tydelig sees at den effektive tøyningen reduseres når

$$E_f \rho_f / f_{ck}^{2/3} \text{ øker.}$$



Figur 5.11 – Effektiv fibertøyning for skjærbrudd kombinert med avskalling (Triantafillou & Antonopoulos, 2000)



Figur 5.12 – Normalisert fibertøyning for skjærbrudd kombinert med, eller etterfulgt av, brudd i FRP (Triantafillou & Antonopoulos, 2000)

Resultatene ble deretter brukt for å finne et uttrykk med best mulig passform, vist som de stiplede kurvene i figurene ovenfor. Følgende uttrykk for karbonfiber (CFRP) ble utviklet som følge av denne modellen:

For tidlig skjærbrudd grunnet avskalling:

$$\varepsilon_{f,e} = 0,65 \left(\frac{f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{E_f \rho_f} \right)^{0,56} \cdot 10^{-3} \quad (5.18)$$

Skjærbrudd kombinert med, eller etterfulgt av, brudd i FRP:

$$\frac{\varepsilon_{f,e}}{\varepsilon_{fu}} = 0,17 \left(\frac{f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{E_f \rho_f} \right)^{0,3} \quad (5.19)$$

Ved å innføre de nevnte materialfaktorene som avhenger av type brudd, samt en maksimal effektiv tøyning til CFRP, vil man da få $\varepsilon_{f,d,e}$ til bruk i kapasitetslikningen V_f . Ved full forankring i form av for eksempel full innkapsling av bjelke vil, som nevnt tidligere, avskallingsmekanismen undertrykkes. Dermed fås følgende uttrykk for en fullt forankret eller fullt innkapslet bjelke:

$$\varepsilon_{f,d,e} = \min \left\{ \frac{0,8 \cdot 0,17 \left(\frac{f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{E_{fu} \rho_f} \right)^{0,3} \cdot \varepsilon_{fu}}{1,2}, \varepsilon_{fmax} \right\} \quad (5.20)$$

Ofte vil det, av praktiske årsaker og andre eventuelle begrensninger, være umulig å oppnå en full innkapsling av bjelken. T-tverrsnitt er mer vanlig enn rektangulære tverrsnitt, og flensen skaper problemer med innfesting av karbonfiber, da det er lite ønskelig å skjære seg gjennom denne. Her vil avskalling kunne være dimensjonerende bruddtype, og dette må sjekkes. Ved å sette inn materialfaktorer, på samme måte som tidligere, vil uttrykket for effektiv tøyning til CFRP for tverrsnitt med pålimt fiber kun på sidene eller i form av U-profil bli:

$$\varepsilon_{f,d,e} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{0,8 \cdot 0,65 \left(\frac{f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{E_{fu} \rho_f} \right)^{0,56} \cdot 10^{-3}}{1,3} \\ \frac{0,8 \cdot 0,17 \left(\frac{f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{E_{fu} \rho_f} \right)^{0,3} \cdot \varepsilon_{fu}}{1,2} \\ \varepsilon_{fmax} \end{array} \right. \quad (5.21)$$

Ligning (5.20) og (5.21) settes deretter inn i ligning (5.16), avhengig av hvilken forankringsmetode som brukes ved påføring av CFRP. Dette er beregningsmetoden som anbefales brukt i *fib* (2001).

5.3.2 Alternativ metode

Det finnes ulike teorier for skjærkraftbidraget til CFRP, hvorav flertallet baserer seg på en fagverksmodell lik den som benyttes ved vanlig skjærdimensjonering i EK2. Den maksimale effektive tøyningen til CFRP ved skjærforsterkning i ligning (5.20) og (5.21) er, som nevnt tidligere, basert på empiriske studier av forsøk og utvikling av løsninger med best mulig passform i henhold til observasjonene. Grunnet relativt få eksperimentelle data, i forhold til å kunne utarbeide en modell med høy statistisk sannsynlighet, er det mye usikkerhet forbundet med beregningene.

Chen & Teng (2001b; 2003; 2008; 2002) beskriver bidraget til skjærkapasiteten ved hjelp av ligning (5.22), hvor $f_{frp,e}$ er gjennomsnittsspenningene til CFRP som krysses av skjærrisset i bruddgrensetilstanden. Vinkelen til skjærrisset er antatt å være 45°.

$$V_f = 2f_{frp,e}t_f b_f \frac{h_{frp,e}(\sin\beta + \cos\beta)}{s_f} \quad (5.22)$$

Tøyningsfordelingen i CFRP som krysses av skjærrisset ved fiberbrudd, er relatert til rissvidden. Rissvidden varierer over lengden til risset (Chen & Teng, 2003). På samme måte er spenningsfordelingen ved avskallingsbrudd også varierende, hovedsakelig fordi forankringslengden til forsterkningen varierer langs skjærrisset (Chen & Teng, 2001a; Chen & Teng, 2008). Gjennomsnittsspenningene i CFRP langs risset, uttrykkes da som:

$$f_{frp,e} = D_{frp}\sigma_{frp,max} \quad (5.23)$$

Her er $\sigma_{frp,max}$ er den maksimale spenningen som kan oppnås i CFRP, og D_{frp} er spenningsfordelingsfaktoren, definert ved

$$D_{frp} = \frac{f_{frp,e}}{\sigma_{frp,max}} \quad (5.24)$$

Verdiene avhenger av om bruddet forårsakes av fiberbrudd eller ved avskalling.

For fiberbrudd er det utviklet følgende uttrykk:

$$D_{frp} = \frac{1 + \frac{z_t}{z_b}}{2} \quad (5.25)$$

$$\sigma_{frp,max} = \begin{cases} 0,8 \frac{f_{frp}}{\gamma_{frp}}, & \frac{f_{frp}}{E_{frp}} \leq \varepsilon_{max} \\ 0,8 \frac{\varepsilon_{max} E_{frp}}{\gamma_{frp}}, & \frac{f_{frp}}{E_{frp}} > \varepsilon_{max} \end{cases} \quad (5.26)$$

Dette gir $D_{frp} = 0,5$ for tverrsnitt som er fullt innkapslet, da $z_t = 0$. $\varepsilon_{max} = 1,5\%$ anbefales. Faktoren lik 0,8 er valgt for å ta hensyn til en redusert styrke i CFRP ved påføring rundt skarpe hjørner.

For avskalling av CFRP vil de maksimale spenningene i CFRP oppstå der den lengste forankringslengden finnes. Spenningene er begrenset av enten forankringskapasiteten eller strekkapasiteten til CFRP, gitt ved:

$$\sigma_{frp,max} = \min \begin{cases} 0,8 \frac{f_{frp}}{\gamma_{frp}} \\ \frac{\alpha}{\gamma_b} \beta_w \beta_L \sqrt{\frac{E_{fu}}{t_f} \sqrt{f_{cm}}} \end{cases} \quad (5.27)$$

hvor $\alpha = 0,427$ for beste passform, og $\alpha = 0,315$ ved dimensjonering i bruddgrensetilstanden. γ_b er sikkerhetsfaktoren for avskallingsbrudd, her spesifisert som 1,25. β_L gjenspeiler effekten av forankringslengden, og β_w viser virkningen av forholdet mellom CFRP og betong, her definert som:

$$\beta_L = \begin{cases} 1, & \lambda \geq 1 \\ \sin \frac{\pi \lambda}{2}, & \lambda < 1 \end{cases} \quad (5.28)$$

og

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{s_f \sin \beta}}{1 + \frac{w_f}{s_f \sin \beta}}} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (5.29)$$

Den normaliserte maksimale forankringslengden λ , maksimal forankringslengde L_{max} , og den effektive forankringslengden L_e er gitt ved:

$$\lambda = \frac{L_{max}}{L_e} \quad (5.30)$$

Den maksimale forankringslengden er avhengig av hvilken forsterkningsform som brukes:

$$L_{max} = \begin{cases} \frac{h_{frp,e}}{\sin\beta}, & \text{U – profiler} \\ \frac{h_{frp,e}}{2\sin\beta}, & \text{Full innkapsling} \end{cases} \quad (5.31)$$

Den effektive forankringslengden er definert som:

$$L_e = \sqrt{\frac{E_{fu}t_f}{f_{ck}}} \quad (5.32)$$

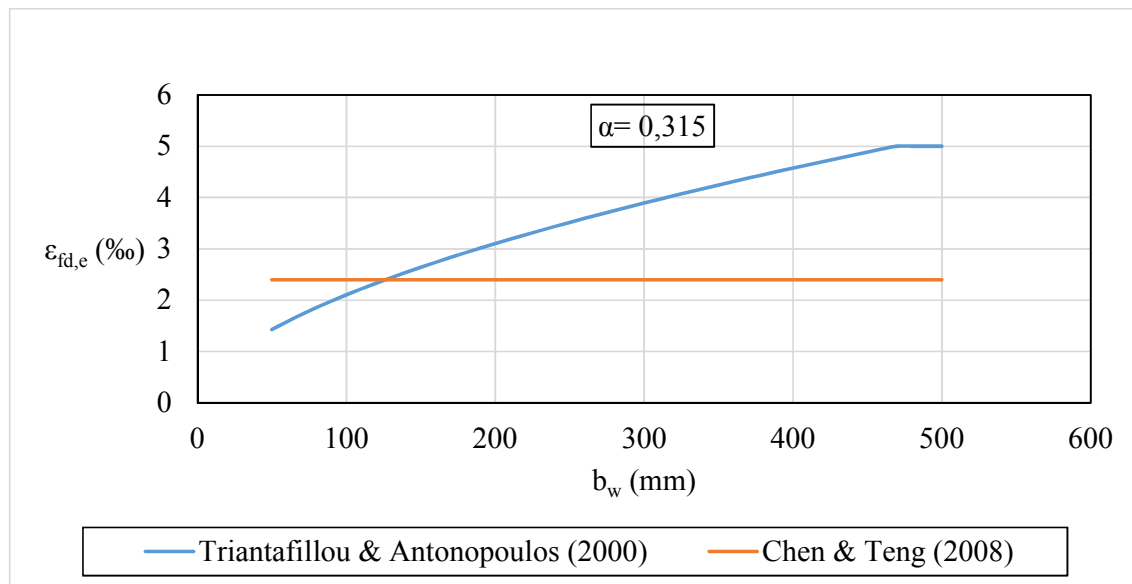
Dersom det antas at all forsterkning som krysser skjærrisset kan oppnå full forankringsstyrke, kan spenningsfordelingsfaktoren D_{frp} for avskalling uttrykkes som

$$D_{frp} = \begin{cases} \frac{2}{\pi\lambda} \frac{1 - \cos\frac{\pi\lambda}{2}}{\sin\frac{\pi\lambda}{2}}, & \lambda \leq 1 \\ 1 - \frac{\pi - 2}{\pi\lambda}, & \lambda > 1 \end{cases} \quad (5.33)$$

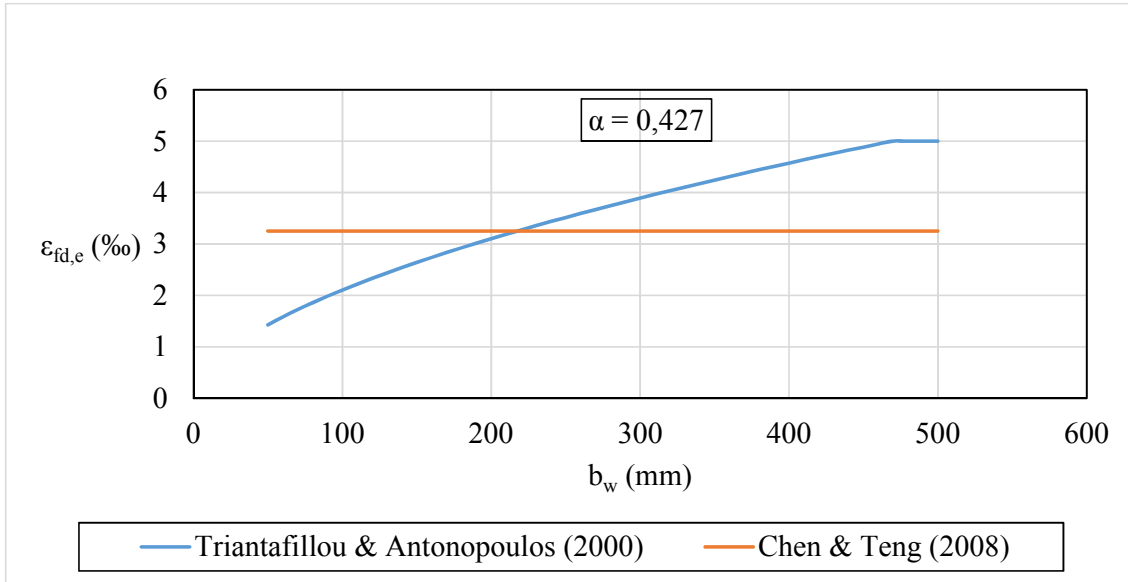
I likhet med metoden nevnt tidligere, sjekkes det kun for fiberbrudd ved full innkapsling av tverrsnittet. Ved forsterkning kun på sidene, vil det som regel være unødvendig å sjekke for fiberbrudd, da avskalling vanligvis vil være gjeldende med mindre det er store tverrsnitt forsterket med veldig tynne karbonfiberlaminat, eller dersom forsterkningen er tilstrekkelig forankret med for eksempel bolter. Dersom det benyttes en U-profil sjekkes det for både fiberbrudd og avskalling, hvor den minste verdien brukes (Chen & Teng, 2008).

5.3.3 Sammenligning

For å vurdere forskjellene i de to nevnte metodene for beregning av skjærforsterkning, kan $f_{frp,e}$ i metoden til Chen & Teng (2008) gjøres om til en ekvivalent effektiv fibertøyning, ved å sette $\varepsilon_{fd,e} = \frac{f_{frp,e}}{E_{fu}}$ og fremstille resultatene i en grafisk sammenligning. Karbonfiberens materialegenskaper og størrelse settes konstant, og det benyttes betong B35. Det antas påføring av forsterkning i U-profil, hvor $d_{frp,t} = 150$ og $d = h - 50\text{mm}$. Sikkerhetsfaktoren for avskalling settes lik 1,3. De to tidligere oppgitte verdiene for α , benyttes også. I Figur 5.13 og Figur 5.14 er tverrsnittets bredde b_w variert, mens høyden er 750mm.

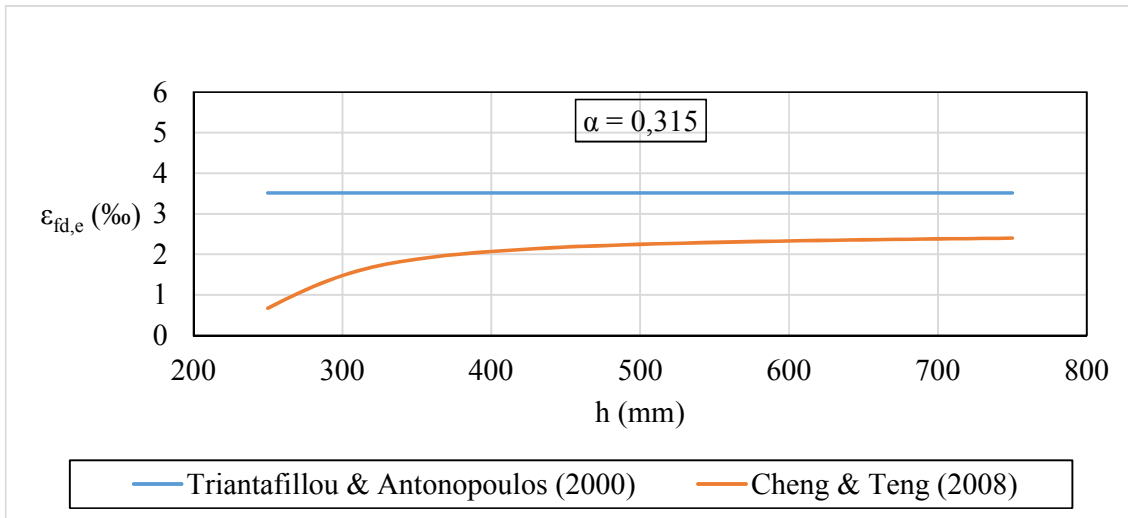


Figur 5.13 – Effektiv fibertøyning med varierende bjelkebredde, dimensjonerende verdi.

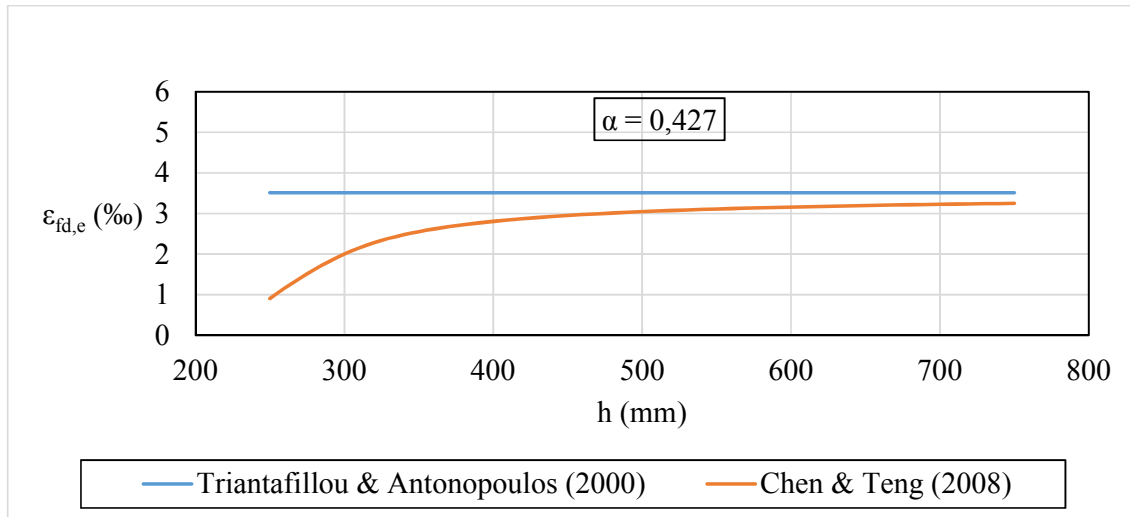


Figur 5.14 – Effektiv fibertøyning med varierende bjelkebredde, beste passform.

$\varepsilon_{f,d,e}$ beregnet av Chen & Teng avhenger ikke av tverrsnittets bredde, og er derfor konstant for alle verdier av b_w . Triantafillou & Antonopoulos' beregninger viser en tendens til å ha størst effektiv fibertøyning, med unntak for slanke tverrsnitt. Figur 5.15 og Figur 5.16 har varierende høyde h og $b_w = 250\text{mm}$, for å vise forskjellene ved ulike tverrsnittshøyder.



Figur 5.15 – Effektiv fibertøyning med varierende bjelkehøyde, dimensjonerende verdi.



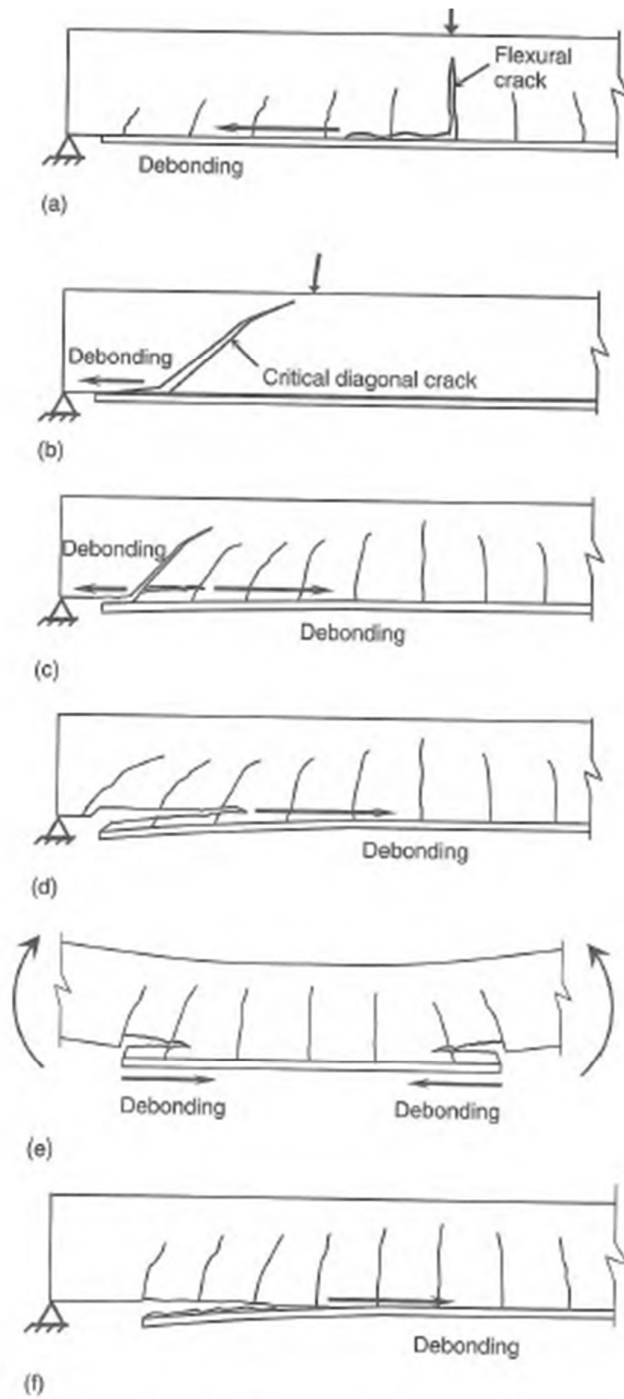
Figur 5.16 – Effektiv fibertøyning med varierende bjelkehøyde, beste passform.

Her synes metoden til Chen & Teng å konvergere mot løsningen til Triantafillou & Antonopoulos, dersom α -verdien fra den beste passformen til førstnevnte brukes, men tøyningene er fortsatt lavere. Det er relativt store forskjeller i de dimensjonerende verdiene ($\alpha = 0,315$). Det understrekes at det her kun er sett på forsterkning med U-profil, med konstante karbonfiberdata. Ved endringer i tykkelse på forsterkningen og bruk av andre festemetoder, kan resultatene variere fra tendensene i figurene ovenfor.

Skjærforsterkning med pålimt CFRP er vanskelig, om ikke umulig, å beregne nøyaktig. I denne oppgaven er det valgt å benytte metoden til Triantafillou & Antonopoulos (2000), ettersom denne brukes i veiledningen til *fib* (2001). Dette vil som regel gi en høyere skjærkapasitet enn tilsvarende beregninger med bruk av Chen & Teng (2008).

6 Forankring

Forankringsbrudd er en hyppig forekommende bruddtype for bjelker som er forsterket med eksternt pålimt karbonfiber. I Figur 6.1 vises ulike typer forankringsbrudd. Beregningsregler for kontroll av forankring gitt i internasjonal litteratur, kan være svært ulike og dårlig forklart. Aram et al. (2007) har testet forskjellige teorier og retningslinjer opp mot testforsøk gjennomført i laboratorier. I publikasjonen diskuteres avvik mellom de ulike retningslinjene, avvik i forhold til testresultatene, og anbefalinger på hvilke formler som skal benyttes. Aram et al. (2007) ser i hovedsak på forankringsbrudd ved siste riss og forankringsbrudd mellom riss. Et mangfold av ulike typer forankringsbrudd blir sett på i dimensjoneringsregler og retningslinjer, men det i denne oppgaven blir det kun tatt for seg forankringsbrudd ved siste riss, og forankringsbrudd mellom riss i midten av spennet.



Figur 6.1 – Debonding failure modes for karbonfiber (Teng et al., 2008)

6.1 Forankringsbrudd ved siste riss

Aram et al. (2007) tar for seg en del retningslinjer, der et utvalg er representert i Tabell 6.1. Dette er de mest anvendte formlene når det kommer til forankringskapasitet. Det finnes flere ulike retningslinjer som tar for seg forankringskapasitet, men denne oppgaven konsentrerer seg i hovedsak om det som redegjøres for i Aram et al. (2007) og Norsk Betongforening (2006).

Tabell 6.1 – Ulike beregningsmetoder for forankring

TR55 (Arya et al., 2001)	$T_{f,max} = 0.5k_b b_f \sqrt{E_f t_f f_{ctm}}, l_{b,max} = 0.7 \sqrt{\frac{E_f t_f}{f_{ctm}}}$
Teng, Chen, Smith, Lam (Teng et al., 2002)	$T_{f,max} = 0.3\beta_p \beta_L \sqrt{f_{cu}} b_f l_{b,max}, l_{b,max} = 2 \sqrt{\frac{E_f t_f}{\sqrt{f_{cu}}}}$ $\beta_p = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b_c}}{1 + \frac{b_f}{b_c}}}, \beta_L = \begin{cases} 1 & l_b \geq l_{b,max} \\ \sin\left(\frac{\pi l_b}{2l_{b,max}}\right) & l_b < l_{b,max} \end{cases}$
fib(1) (2001)	$T_{f,max} = 0.64\alpha k_c k_b b_f \sqrt{E_f t_f f_{ctm}}, l_{b,max} = \sqrt{\frac{E_f t_f}{2f_{ctm}}}$
fib(2) (2001)	$T_{f,max} = 0.23b_f t_f \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f_c f_{ctm}}}{t_f}}, l_{b,max} = 1.44 \sqrt{\frac{E_f t_f}{\sqrt{f_c f_{ctm}}}}$
Norsk betongforening (2006)	$F_{b,max} = b \sqrt{0.5f_{bf} E_f t_f}$
CNR-DT200/2004 (2004)	$N_{fa} = \frac{1}{\gamma_{f,d} \sqrt{\gamma_c}} \beta_L b_f \sqrt{k_G k_b} \sqrt{2E_f t_f \sqrt{f_{ck} f_{ctm}}}, k_G = 0.03$ $\beta_L = \begin{cases} \frac{l_b}{l_{b,max}} \left(2 - \frac{l_b}{l_{b,max}}\right) & l_b \leq l_{b,max} \\ 1 & l_b > l_{b,max} \end{cases}$

Ifølge Norsk Betongforening (2006) kan skjærspenningene antas konstante og den kritiske skjærforskyvningen til skjærriss i betongen, like under overflaten, kan settes som:

$$S_{f,cr} = \frac{f_{bf}}{t_f E_f} \frac{l_{cr}^2}{2} = 0.25mm \quad (6.1)$$

Kritisk lengde blir definert som:

$$l_{cr} = \sqrt{\frac{2S_{f,cr} t_f E_f}{f_{bf}}} = \sqrt{\frac{0.5 t_f E_f}{f_{bf}}} \quad (6.2)$$

Den maksimale spenningen som kan forankres i et forankringsområde, uttrykkes som:

$$\sigma_{f,max} = \frac{l_{cr} f_{bf}}{t_f} = \sqrt{\frac{0.5 f_{bf} E_f}{t_f}} \quad (6.3)$$

Maksimal forankringskraft blir:

$$F_{b,max} = \sigma_{f,max} b_f t_f = b \sqrt{0.5 f_{bf} E_f t_f} \quad (6.4)$$

Ifølge EK2 pkt.8.4.2 er dimensjonerende heftfasthet:

$$f_{bd} = f_{bf} = 2.25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \quad (6.5)$$

f_{ctd} er dimensjonerende verdi av betongtrekkfastheten etter pkt. 3.1.6(2), og $\eta_1 = \eta_2 = 1$.

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} \quad (6.6)$$

$$f_{ctk,0,05} = 0.7 f_{ctm} \quad (6.7)$$

Ligning (6.5) kan dermed omskrives til:

$$f_{bd} = \frac{2.25 * 0.85 * 0.7 * f_{ctm}}{1.5} = 0.8925 * f_{ctm} \quad (6.8)$$

Innføres dette i ligningene for forankringskapasitet og kritisk lengde, fås dermed:

$$F_{b,max} = b \sqrt{0.5 * 0.8925 f_{ctm} E_f t_f} = 0.67b \sqrt{f_{ctm} E_f t_f} \quad (6.9)$$

$$l_{cr} = \sqrt{\frac{0.5 t_f E_f}{0.8925 * f_{ctm}}} = \sqrt{\frac{0.56 t_f E_f}{f_{ctm}}} \quad (6.10)$$

Til sammenligning, benytter *fib* (2001) følgende (*fib*(1) i Tabell 6.1):

$$N_{fa,max} = \alpha c_1 k_c k_b b_f \sqrt{E_f t_f f_{ctm}} \quad (6.11)$$

Her kan α settes til 1, k_c til 1, c_1 til 0.64, og k_b er en geometrisk faktor, definert ved:

$$k_b = 1.06 \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{400}}} \geq 1 \text{ og } \frac{b_f}{b} \geq 0.33 \quad (6.12)$$

Settes k_b til 1, som er konservativt, fås:

$$N_{fa,max} = 0.64b \sqrt{E_f t_f f_{ctm}} \quad (6.13)$$

$$l_{b,max} = \sqrt{\frac{E_f t_f}{c_2 f_{ctm}}} \quad (6.14)$$

Her er $c_2 = 2$, og ligning (6.14) blir dermed:

$$l_{b,max} = \sqrt{\frac{0.5 E_f t_f}{f_{ctm}}} \quad (6.15)$$

fib (2001) og Norsk Betongforening (2006) er forholdsvis like i beregningsreglene for forankring. Fremgangsmåten til Arya et al. (2001) er også nokså lik de som er listet opp ovenfor, med følgende uttrykk for maksimal forankringskraft:

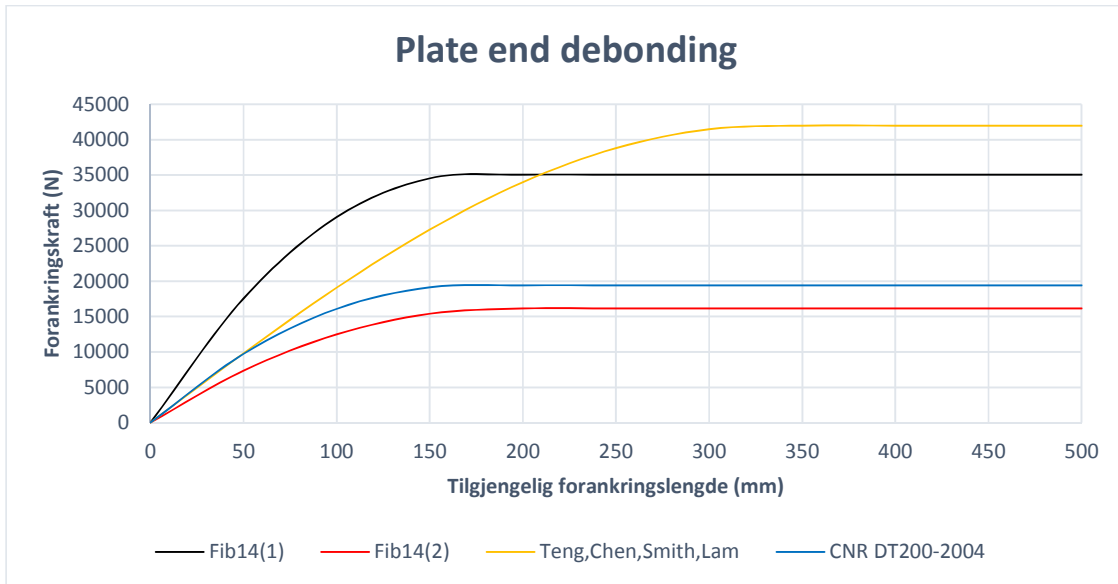
$$T_{r,max} = 0.5k_b b_f \sqrt{E_f t_f f_{ctm}} \text{ , der } k_b = 1.06 \sqrt{\frac{(2 - \frac{b_f}{b})}{(1 + \frac{b_f}{400})}} \quad (6.16)$$

Kritisk forankringslengde blir uttrykt som:

$$l_{b,max} = 0.7 \sqrt{\frac{E_f t_f}{f_{ctm}}} \geq 500mm \quad (6.17)$$

Aram et al. (2007) anbefaler bruk av metoden til TR55, fordi denne tar hensyn til en del faktorer som andre retningslinjer ikke gjør. Selv om de 3 retningslinjene nevnt ovenfor er forholdsvis like, velges det her å bruke retningslinjene til *fib* (2001). Dette fordi *fib* (2001) tar med en reduksjon av forankringskraft dersom $l_b < l_{b,max}$. I disse tilfeller blir da ligning (6.11) som følger:

$$N_{f,a} = N_{f,a,max} \frac{l_b}{l_{b,max}} \left(2 - \frac{l_b}{l_{b,max}} \right) \quad l_b < l_{b,max} \quad (6.18)$$

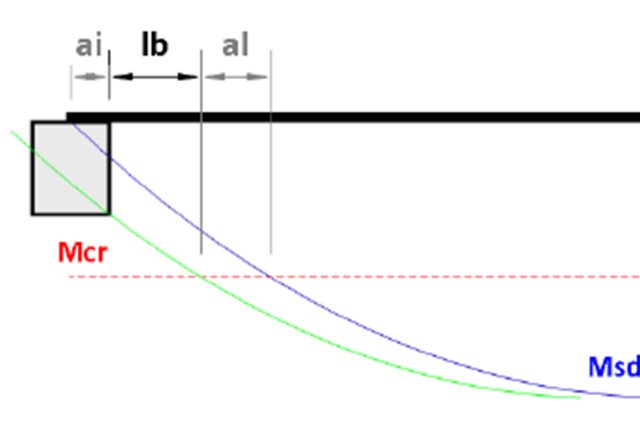


Figur 6.2 Grafisk fremstilling av de ulike beregningsmetodene

I Figur 6.2 er metodene som tar hensyn til både $l_b < l_{b,max}$ og $l_b \geq l_{b,max}$ fremstilt. Her er materialfaktor og sikkerhetsfaktor satt lik 1.

Figur 6.2 viser at fib(2) og CNR-DT200-2004 oppnår forholdsvis lave verdier sammenlignet med fib(1) og Teng, Chen, Smith, Lam. En av årsakene til dette kan være at metodene er bygd opp på ulike måter, og har forskjellige utgangspunkt. I Teng et al. (2002) benyttes arealet av forankringslengde, $l_{b,max} \cdot b_f$, til å finne forankringskraft, mens de resterende fremgangsmåtene bruker arealet av karbonfiber $b_f \cdot t_f$. I Teng et al. (2002) får $l_{b,max}$ en mye større verdi i forhold til de andre formlene som er listet opp i Tabell 6.1, og fordi den benyttes i formelen for forankringskraft, vil forankringskraften bli større. Fib(1) er relativt lik TR55, det eneste som skiller de er faktoren som er multiplisert inn.

Kraften som opptrer i snittet ved første riss og tilgjengelig forankringslengde, finnes ved først å beregne rissmomentet (M_{cr}) ved bruk av f_{ctm} . Deretter regnes forskyvningen av momentkurven, i henhold til EK2 (Figur 6.3), og avstanden til første riss. Tilgjengelig forankringslengde er da avstand til første riss, subtrahert med forskyvningen av momentkurven og halve oppleggsbredden.

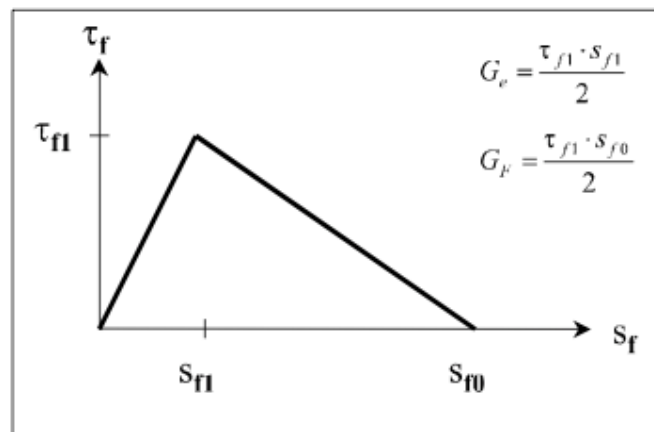


Figur 6.3 Forskyvningskurve (SIKA, 2014)

Kraften som opptrer i snittet, finnes ved momentlikevekt om trykkresultanten til betongen. Her neglisjeres trykkarmeringen:

$$F_f = \frac{\frac{M_{snitt}}{0.9h}}{1 + \frac{E_s A_s}{E_f A_f} \left(\frac{d_s}{h}\right)^2} \quad (6.19)$$

Den oppredende kraften må da være mindre enn kapasiteten som er innenfor den tilgjengelige forankringslengden. Bakgrunnen for denne metoden er utarbeidet av P. Holzenkämpfer (Chen & Teng, 2001a). Oppførselen mellom betong og karbonfiber kan uttrykkes ved skjær-glidnings forholdet, som er basert på en bilineær modell, vist i Figur 6.4.



Figur 6.4 – Skjær-glidningsforhold (fib, 2001)

Ligningen, som blir utledet av kompliserte differensialligninger, ikke-lineære elementanalyser, og testforsøk er:

$$F_{\max} = b_f \sqrt{2G_f E_f t_f} \quad (6.20)$$

Arealet under grafen indikerer energien (G_f) som kan bli tatt opp i forsterkningen. I flertallet av ligningene er denne energien uttrykt ved trykk- og/eller strekkfastheten til betong, og en formfaktor som avhenger av forholdet mellom karbonfiberbredde og betongbredde ($\frac{b_f}{b}$).

6.2 Forankringsbrudd mellom riss

Aram et al. (2007) tar også for seg forankringsbrudd mellom riss i midtspennet. Studier viser at styrken til betong har mye å si for hvor mye kraft som kan overføres til karbonet. I Tabell 6.2 vises det et utdrag fra Aram et al. (2007), med tøyningbegrensningene for de ulike retningslinjene.

Tabell 6.2 – Ulike tøyningsgrenser for karbonfiber

Fib 14	$\varepsilon_f < 6 - 8.5\%$
SIA 166	$\varepsilon_f \leq 8\%$
TR55	$\varepsilon_f \leq 8\%$

I tabellen ser man at TR55 og SIA166 har en tøyningbegrensning på 8% i fiberen. Dette er for å motvirke *midspan debonding* (Aram et al., 2007). Av samme årsak har *fib* (2001) en tøyningbegrensning på 6.5% – 8.5%. Aram et al. (2007) anbefaler en tøyningsgrense på 8%. Denne begrensningen brukes i denne oppgaven, da Aram et al. (2007) har tatt for seg en flere ulike beregningsmetoder, og testet disse opp mot laboratorieforsøk.

7 Programoppsett

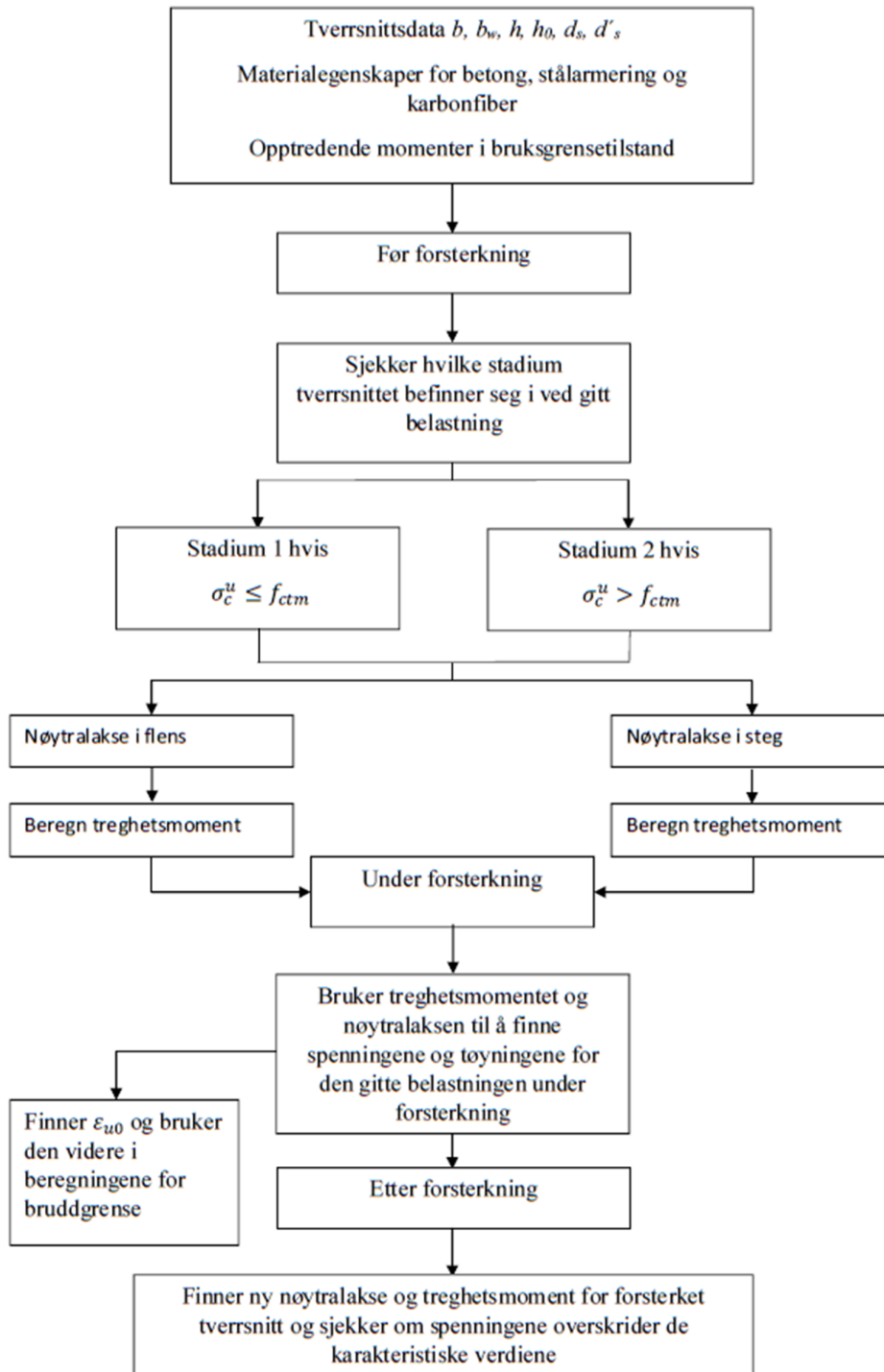
Selve programmet er utviklet i MathCAD. Dette ble gjort for å få et oppsett som enkelt lar seg skrive ut, og hvor alle beregningene kan vises. Her beskrives det i korte trekk hvordan programmet er satt opp, og hvordan det opererer. Oppsettet følger beregningene, utledet tidligere, for moment, skjær og forankring. Brukeren legger selv inn tverrsnittets egenskaper, samt ønsket karbonfiberforsterkning. Under hvert delkapittel er det korte beskrivelser og flytskjema som viser fremgangsmåten.

7.1 Dimensjonering for bøyemoment

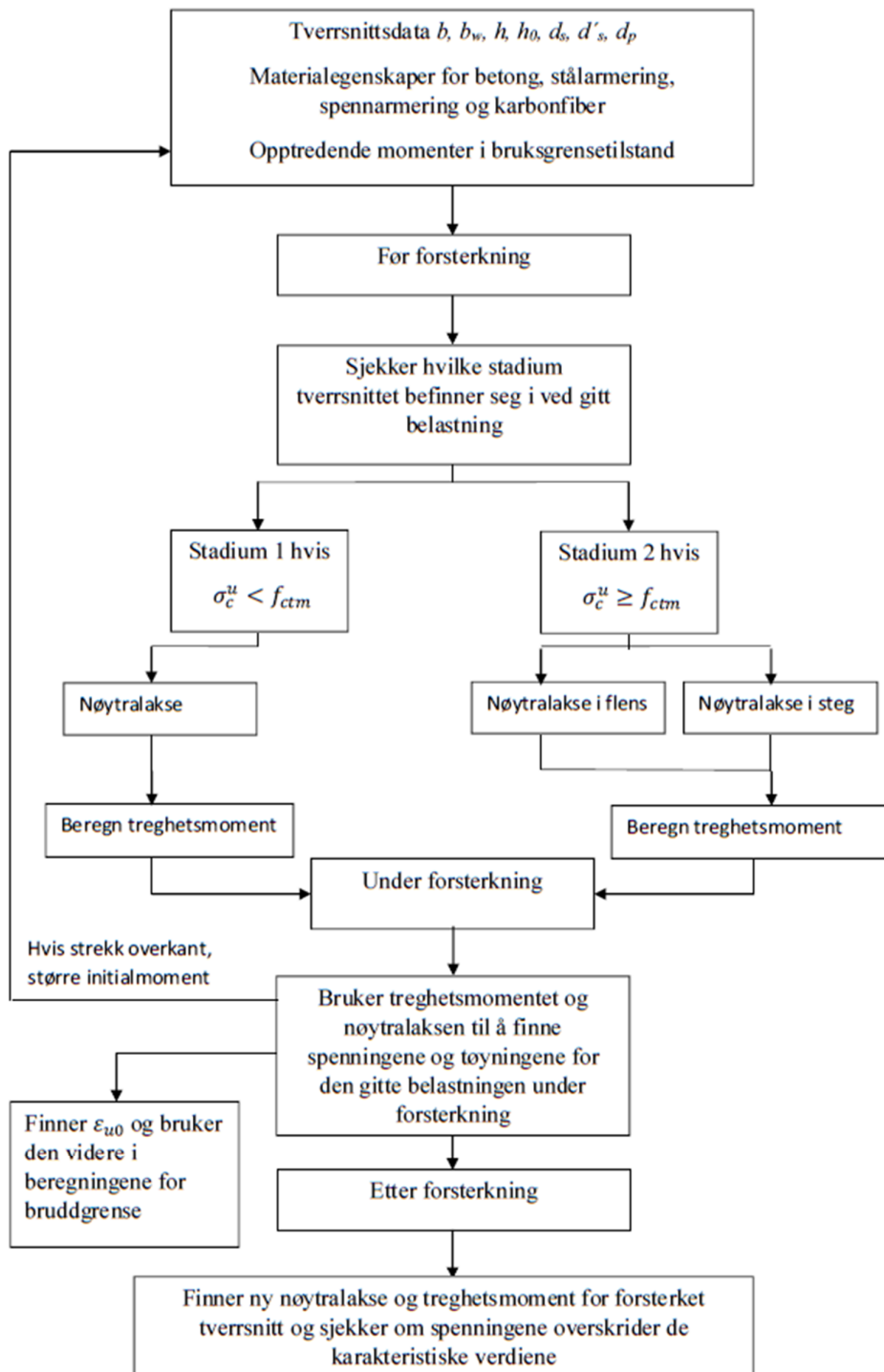
7.1.1 Bruksgrensetilstanden (SLS)

Programmet beregner spenninger og tøyninger for de ulike lastsituasjonene i bruksgrensetilstand. Hovedmålet med beregningene i bruksgrensetilstand er å kontrollere at spenningene ikke overskrider de karakteristiske verdiene for hver enkelt del, og å finne den initiale tøyningen som skal brukes videre i bruddgrenseberegningene. Dersom spenningene i bruksgrensetilstand overskrider de karakteristiske verdiene, gis det beskjed om dette. Da må en enten redusere lasten eller øke tverrsnittet/arealet på konstruksjonsdelen.

Hvis tverrsnittet er spennarmert, blir de samme kontrollene utført. I tillegg sjekker programmet om tverrsnittet får strekk på oversiden. Programmet har en knapp for å kontrollere dette. Dersom det oppstår strekk på oversiden, må en enten redusere spennarmeringsarealet, eller øke lasten.



Figur 7.1 – Flytskjema slakkarmert t-tverrsnitt



Figur 7.2 – Flytskjema spennarmert t-tverrsnitt

7.1.2 Bruddgrensetilstanden

Som forklart tidligere, sees det på 3 ulike bruddtyper. Hver bruddtype har 4 tilfeller for slakkarmerte tverrsnitt, noe som gir 12 ulike varianter som sjekkes. For spennarmerte tverrsnitt må det i tillegg tas hensyn til om spennarmeringen flyter eller ikke, noe som gir 24 ulike beregninger. Alle beregningene er skjult under hvert sitt område i programmet for å spare plass, men hvert tilfelle blir kontrollert.

I programmet er det lagt inn en begrensning på bruddtøyningen til CFRP på 8‰ for å forhindre *midspan debonding*. Bruker velger selv hvilken bruddtøyning som skal benyttes, men dersom denne settes høyere enn 8‰, vil programmet bruke den fastsatte grensen i beregningene. Ved bruk av programmet for dimensjonering uten pålimt CFRP, vil tøyningsgrensen settes til 30‰, som er bruddtøyning til armering i henhold til EK2. Ettersom strekkarmeringen befinner seg nærmere nøytralaksen, vil ikke dette være helt korrekt for å beregne momentkapasitet uten forsterkning, og dette er kun lagt inn for å få et estimat av opprinnelig kapasitet.

For å beregne momentkapasiteten til tverrsnittet, antas det først en verdi for trykksonehøyden x ved brudd. Denne brukes deretter for å beregne krumningen κ , og settes inn i uttrykkene for tøyningene til betongen og eventuelt armeringen.

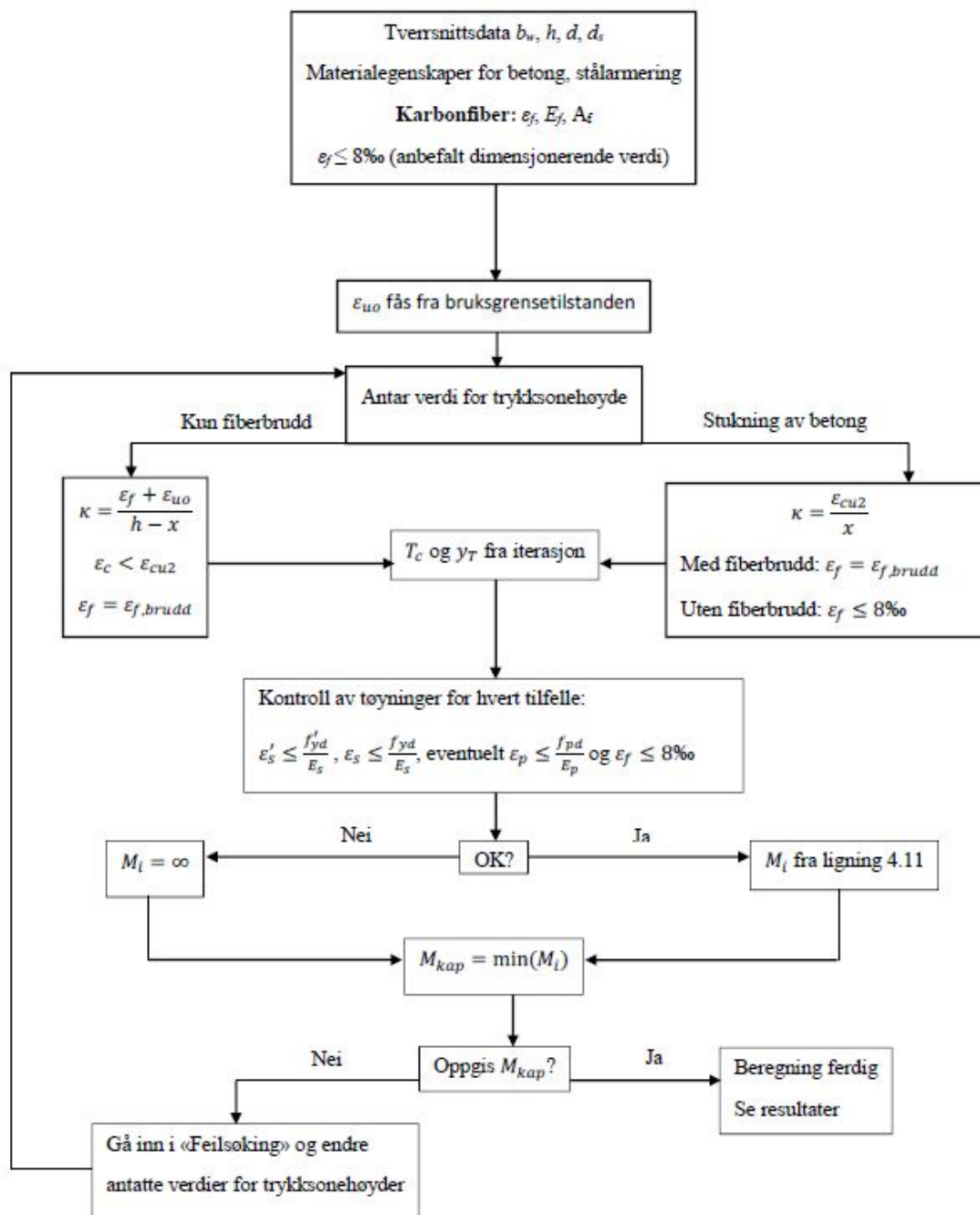
For enkelthets skyld settes trykkarmeringen inn som en negativ aksial strekkraft i likevektslikningen. Kravet for likevekt vil da bety at resultanten i betongens trykksone skal være lik all strekkraft i tverrsnittet. Ved hjelp av iterasjoner løser deretter programmet for en korrekt trykksonehøyde for hvert tilfelle, og beregner trykkresultanten og dens avstand til nøytralaksen. I tilfeller hvor betongen ikke knuses, innføres kravet $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu2}$. På samme måte vil kravet, der CFRP antas å ikke gå til brudd, være $\varepsilon_f < \varepsilon_{fbrudd}$. I tillegg må armeringstøyningene sjekkes i henhold til hvilket tilfelle som antas. Dersom det for eksempel antas at trykkarmeringen ikke flyter, må tøyningen være mindre enn flytetøyningen.

På denne måten blir alle kontroller utført, og for beregningene der tøyningene ikke samsvarer med antakelsene, settes $M_i = \infty$. Dersom tøyningene er korrekte, brukes ligning (4.11) for å beregne momentkapasiteten for det aktuelle tilfellet. Momentkapasiteten M_{kap} for det forsterkede tverrsnittet vil da være den minste av alle M_i . Ettersom programmet finner den minste momentkapasiteten, vil tilfeller som er ugyldige ikke medregnes.

I resultatene oppgis kapasiteten, trykksonehøyden, og tøyningene i tverrsnittet. I noen tilfeller vil det ikke oppgis momentkapasitet grunnet feil antatt verdi for trykksonehøyden. I slike tilfeller kan dette løses ved å åpne området for feilsøking, og forandre startverdien for x hvor det ikke kan beregnes en momentkapasitet.

Vanlig praksis ved dimensjonering er å innføre sikkerhetsfaktorer for alle materialer, og dette er lagt inn for betong og armering. Ettersom bruker selv velger dimensjonerende verdi for bruddtøyningen til CFRP, er det ikke benyttet materialfaktor for karbonfiber. Det antas at valgt bruddtøyning er vesentlig lavere enn oppgitt bruddtøyning for den valgte forsterkningen.

Figur 7.3 viser fremgangsmåten for bruddgrenseberegningene.



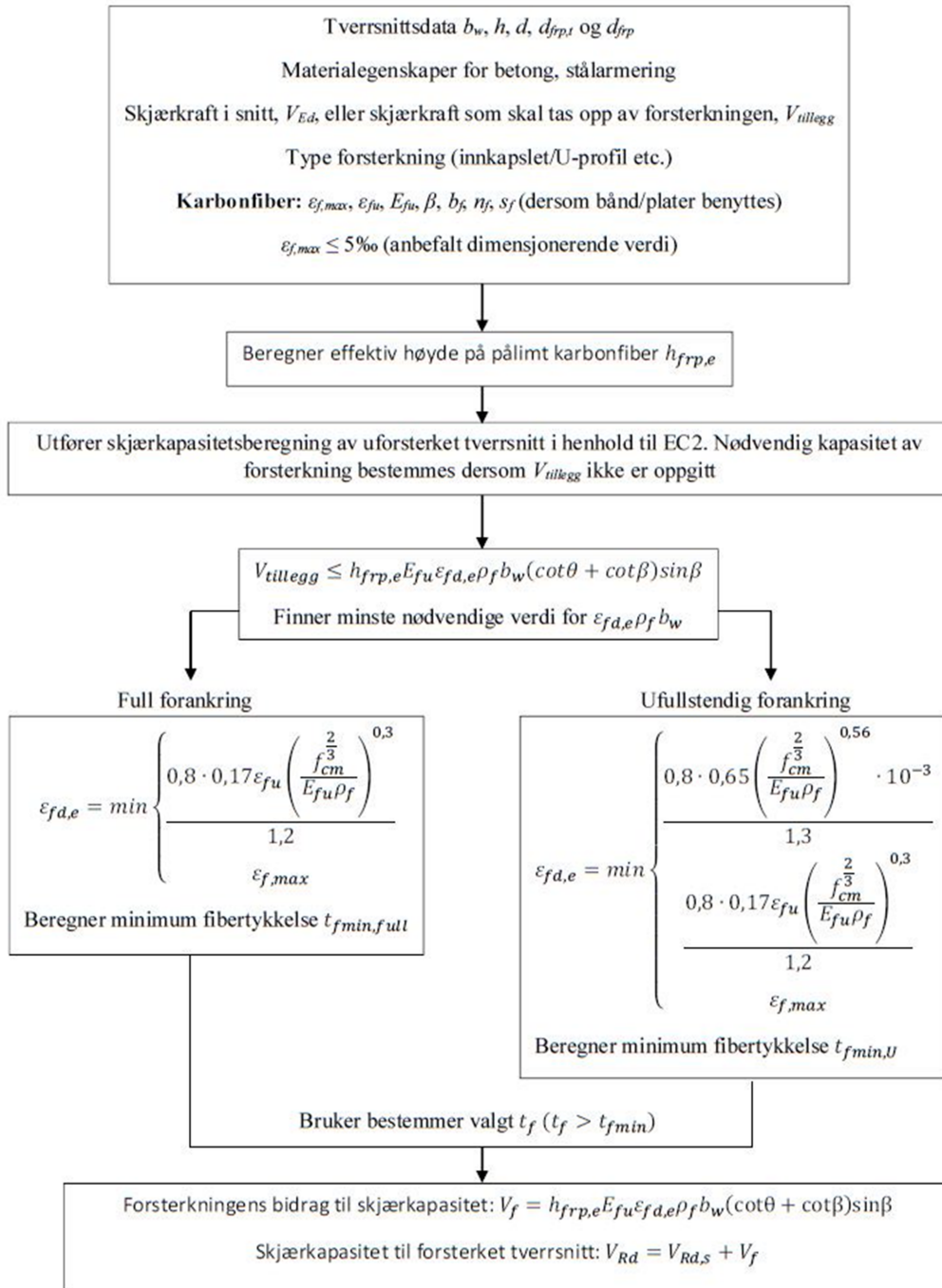
Figur 7.3 – Flytskjema for beregning av momentkapasitet for forsterket tverrsnitt

7.2 Dimensjonering av skjærforsterkning

Ved beregning av bidraget fra forsterkningen til skjærkapasiteten, benyttes ligning (5.16), med tilhørende effektiv fibertøyning i ligning (5.20) og (5.21). Programoppsettet er valgt slik at det finnes en minimumstykkelse på skjærforsterkningen, med gitte materialegenskaper og dimensjoner. Det er mulig å påføre flere lag CFRP, men *fib* (2001) anbefaler en begrensning på 3-5 lag. Dette er ikke lagt inn som restriksjon i programmet, og bruker må selv ta en avgjørelse i forhold til en trygg dimensjonering.

Ved å angi de geometriske bestemmelsene til tverrsnittet, samt informasjon om eksisterende bølgearmoring, kan skjærkapasiteten beregnes i henhold til EK2 pkt 6.2 for slakkarmerte konstruksjoner. Det legges inn dimensjonerende skjærkraft V_{Ed} , eller ønsket tilleggs kraft $V_{tillegg}$, som skal tas opp av CFRP. Dersom tilleggs kraften ikke oppgis, brukes differansen mellom kapasiteten til det opprinnelige tverrsnittet og den dimensjonerende skjærkraften. Ved dimensjonering av skjærforsterkning for spennarmerte tverrsnitt, legges det bare inn skjærkraften som skal tas opp av forsterkningen.

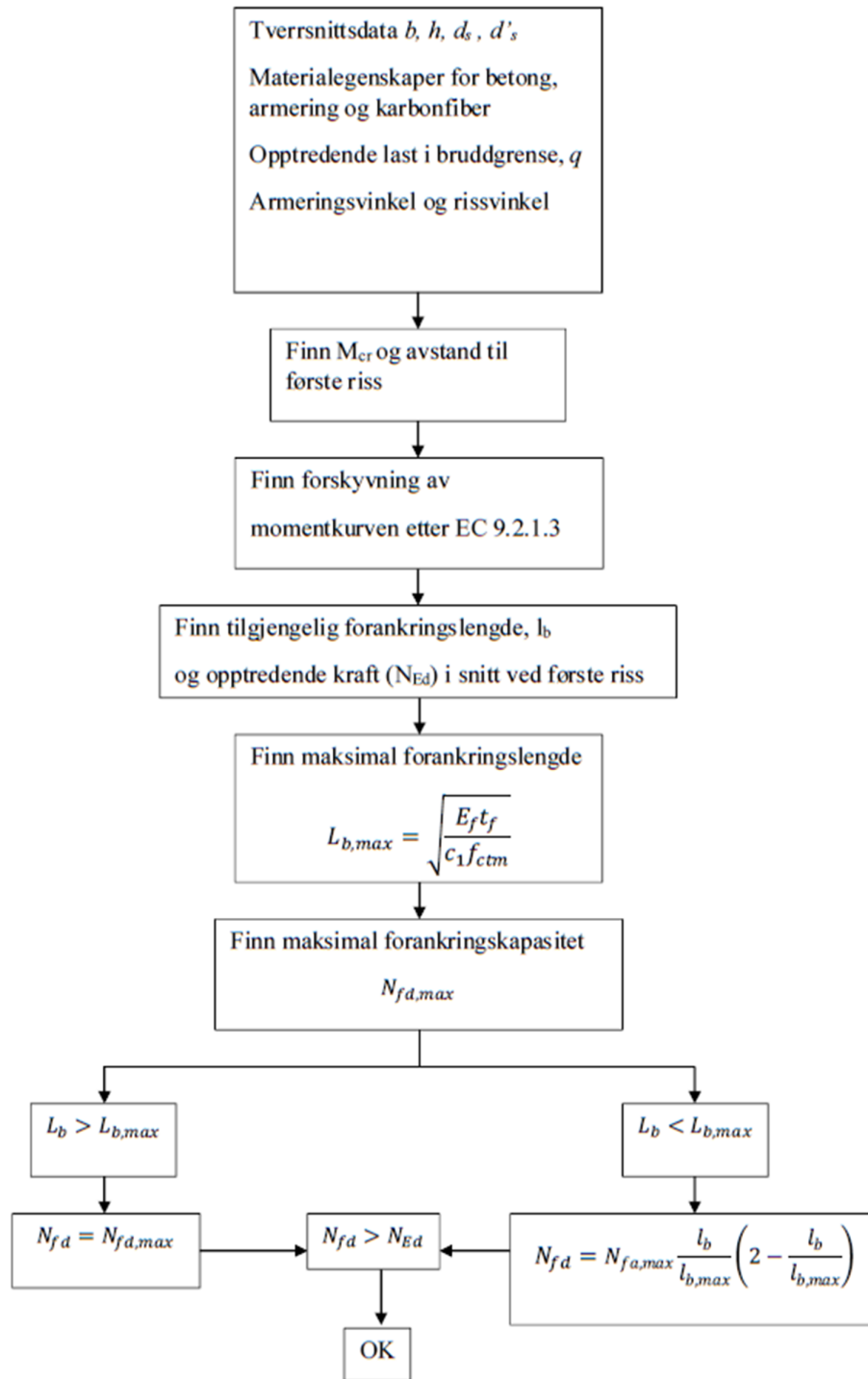
Den ekstra kraften gir bakgrunn for å beregne en minimumstykkelse på CFRP, og bruker angir en valgt fibertykkelse. Det beregnes to ulike minimumstykkelser: en for CFRP som er skikkelig forankret, og en hvor det antas ufullstendig forankring. Forskjellen mellom de to beregningene er den effektive fibertøyningen, som generelt sett er lavest ved ufullstendig forankring. Fremgangsmåten er vist i Figur 7.4.



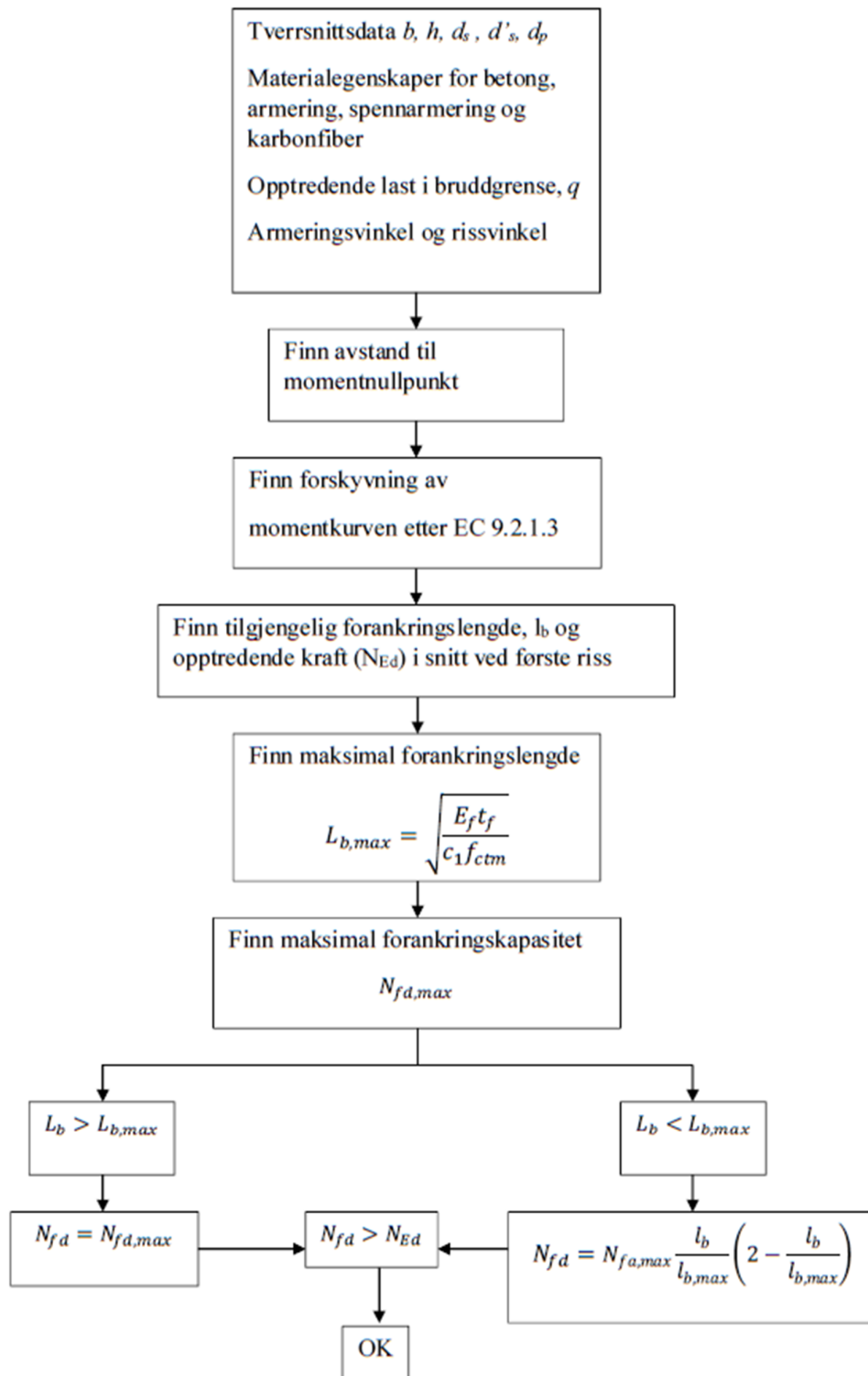
Figur 7.4 – Flytskjema for beregning av skjærkapasitet til forsterket tverrsnitt

7.3 Forankring

Ved beregning av forankring brukes ligningene definert i kapittel 6.1. Programmet regner ut moment som opptrer langs bjelken for jevnt fordelt last, men tar ikke hensyn til punktlaster. Eventuelle punktlaster må derfor justeres manuelt av bruker i momentligningen. Programmet finner avstanden til første riss ved hjelp av rissmomentet og momentligningen, og regner videre ut forskyvning av momentkurven som subtraheres fra avstanden til første riss. Om pålimt CFRP er festet med en avstand fra opplegget til bjelken, kan dette legges inn. Figur 7.5 og Figur 7.6 viser hvordan programmet beregner kapasiteten.



Figur 7.5 – Flytskjema forankring slakkarmert tverrsnitt



Figur 7.6 – Flytskjema forankring spennarmert tverrsnitt

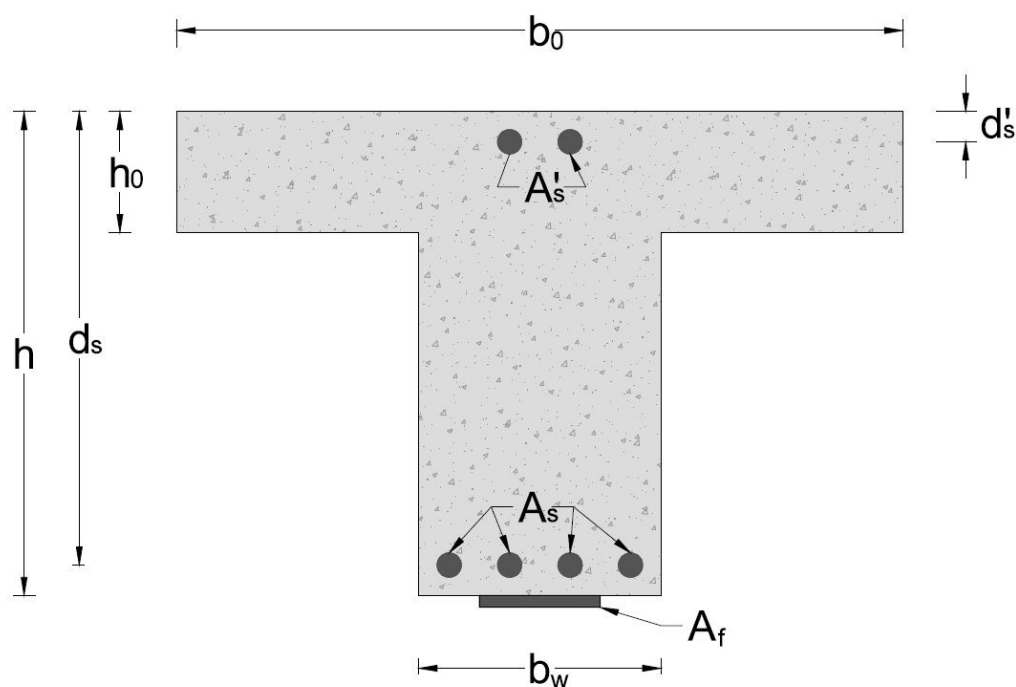
8 Beregningseksempler

For å teste programmet er det gjort 5 beregningseksempler for T-tverrsnitt: 3 for slakkarmerte og 2 for spennarmerte. I alle beregningseksemplene er det sett på fritt opplagte bjelker med en jevnt fordelt last. Det er ikke valgt eksisterende konstruksjoner som utgangspunkt, og eksemplene kan derfor være urealistiske. Dette er ikke tatt hensyn til, ettersom formålet er å kontrollere at programmet fungerer.

8.1 Material- og tverrsnittsdata

8.1.1 Moment og forankring

Tverrsnittene forutsettes å bestå av en gitt betongkvalitet, med B500C som eksisterende armering. $E_f = 165 \text{ GPa}$, $t_f = 1,2 \text{ mm}$ og $b_f = 50 \text{ mm}$ brukes i alle beregningseksempler. ε_f er den valgte bruddtøyningen for CFRP ($\varepsilon_f \leq 8\%$). $M_{før}$ er opptredende moment i SLS før forsterkning, M_{under} er lastsituasjon i det øyeblikket CFRP påføres, og M_{etter} er moment i SLS etter forsterkning. M_{Ed} er dimensjonerende moment i ULS etter forsterkning, og brukes til å beregne den jevnt fordelte lasten q for beregninger av forankringskapasitet. Variablene i Tabell 8.1 er vist i Figur 8.1.



Figur 8.1 – Navn på variabler for slakkarmerte tverrsnitt

Tabell 8.1 – Tverrsnittsegenskaper for slakkarmerte tverrsnitt

	Eksempel 1 (B45)	Eksempel 2 (B35)	Eksempel 3 (B35)
b_0 [mm]	1000	1000	700
h_0 [mm]	150	100	150
b_w [mm]	300	300	200
h [mm]	750	750	650
d_s [mm]	675	681	602
d'_s [mm]	-	48	48
A_s [mm ²]	1885	2513	1257
A'_s [mm ²]	-	1257	628
A_f [mm ²]	200	420	240
ε_f [‰]	8	5	8,5
$M_{f\ddot{o}r}$ [kNm]	350	400	200
M_{under} [kNm]	150	50	120
M_{etter} [kNm]	450	500	300
M_{Ed} [kNm]	700	930	500
q $\left[\frac{kN}{m}\right]$	87,5	74,4	40
L_{bjelke} [m]	8	10	10

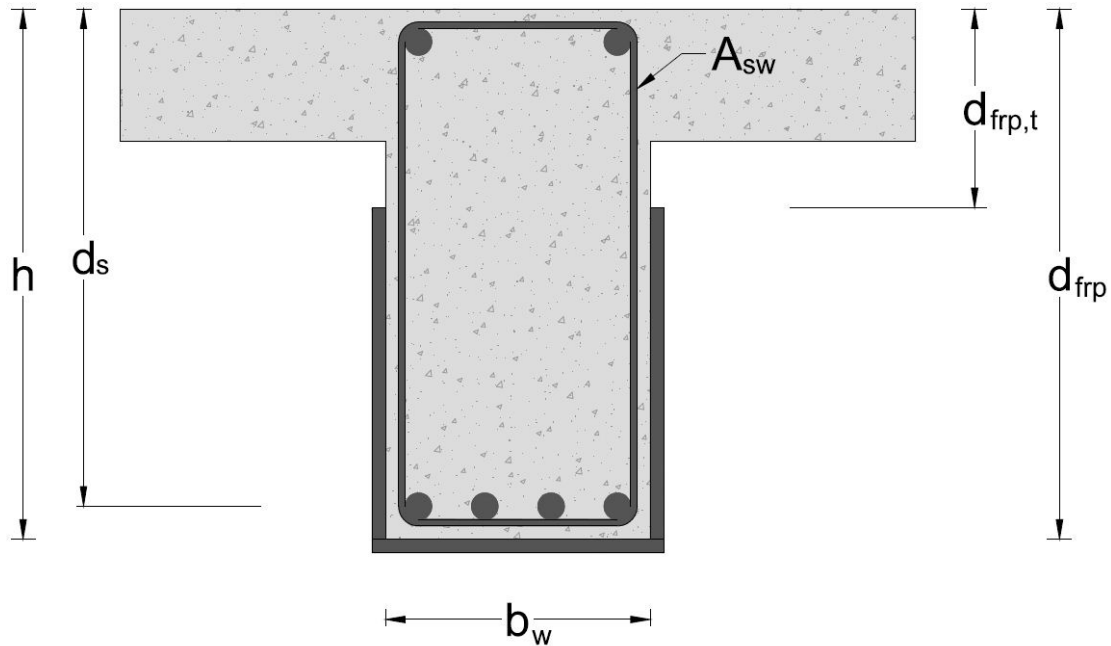
For beregningseksemplene med spennarmering benyttes $f_{p0,01k} = 1550 \text{ MPa}$ og $E_p = 195 \text{ GPa}$. ε'_{p0} er den effektive forhåndstøyningen av spennarmeringen, mens ΔF er prosentvis tap av spennkraft ved beregninger. De samme tverrsnittsvareblene brukes her, med en avstand d_p til spennarmeringsarealet A_p , med verdier gitt i Tabell 8.2.

Tabell 8.2 – Tverrsnittsegenskaper for spennarmerte tverrsnitt

	Eksempel 4 (B45)	Eksempel 5 (B45)
b_0 [mm]	700	1000
h_0 [mm]	150	100
b_w [mm]	300	250
h [mm]	750	700
d_s [mm]	700	-
d'_s [mm]	-	-
d_p [mm]	600	600
A_s [mm ²]	1257	-
A'_s [mm ²]	-	-
A_p [mm ²]	800	1000
ε'_{p0} [‰]	6,3	5
ΔF [%]	10	8
A_f [mm ²]	400	300
ε_f [‰]	8	8
$M_{\text{før}}$ [kNm]	600	650
M_{under} [kNm]	500	600
M_{etter} [kNm]	800	750
M_{Ed} [kNm]	1200	1000
q $\left[\frac{kN}{m}\right]$	96	125
L_{bjelke} [m]	10	8

8.1.2 Skjærforsterkning

For skjærforsterkning brukes CFRP med $E_{fu} = 230 \text{ GPa}$ og $\varepsilon_{fu} = 15 \text{ ‰}$ og $\varepsilon_{fmax} = 5 \text{ ‰}$ for alle beregningseksempler. Det benyttes n_f antall lag CFRP. Det antas påføring av forsterkning i U-profil, uten bruk av mekanisk innfesting. Alle tverrsnitt må derfor sjekkes for avskalling av CFRP. Figur 8.2 viser forsterkningsmetoden brukt for tverrsnittene i Tabell 8.3 og Tabell 8.4. I Tabell 8.3 er s senteravstanden til eksisterende armering.



Figur 8.2 – Skjærforsterkning i U-profil uten mekanisk forankring

Tabell 8.3 – Tverrsnittsegenskaper for skjærforsterkning av slakkarmerte tverrsnitt

	Eksempel 1	Eksempel 2	Eksempel 3
$d_{frp,t}$ [mm]	150	100	150
d_{frp} [mm]	750	750	650
A_{sw} [mm ²]	157	157	100
s [mm]	200	200	200
V_{Ed} [kN]	350	372	200
b_f [mm]	300	300	300
s_f [mm]	500	500	300
n_f	3	2	1
β [°]	90	45	90
t_f [mm]	0,129	0,129	0,129

For de spennarmerte tverrsnittene i Tabell 8.4 er det antatt eksisterende skjærarmoring som tar opp kraften $V_{Rd,s}$. Forsterkningen dimensjoneres dermed for å ta opp $V_{tillegg} = V_{Ed} - V_{Rd,s}$.

Tabell 8.4 – Tverrsnittsegenskaper for skjærforsterkning av spennarmerte tverrsnitt

	Eksempel 4	Eksempel 5
$d_{frp,t}$ [mm]	150	100
d_{frp} [mm]	750	700
V_{Ed} [kN]	480	500
$V_{Rd,s}$ [kN]	300	350
$V_{tillegg}$	180	150
b_f [mm]	300	300
s_f [mm]	300	300
n_f	3	3
β [°]	90	90
t_f [mm]	0,129	0,129

8.2 Resultater

Resultatene er vist i tabellene under. For å gi en enklere fremstilling deles de opp i tøyninger, momentkapasitet, forankringskapasitet og skjærkapasitet. Eksempel 2 og 3 er i tillegg kontrollert opp mot SIKA® sin programvare for bøyemoment i bruks- og bruddgrense, SIKA® CARBODUR®. Resultater fra SIKA® finnes i Vedlegg 6 og 7.

8.2.1 Tøyninger

I Tabell 8.5 og Tabell 8.6 presenteres tøyningene ved påføring av CFRP, samt tøyningene i overkant betong, trykk- og strekkarmering, og eventuell spennarmering.

Tabell 8.5 – Tøyningsresultater for slakkarmerte tverrsnitt

	Eksempel 1	Eksempel 2	Eksempel 2 (SIKA)	Eksempel 3	Eksempel 3 (SIKA)
ϵ_{uo} [‰]	0,7418	0,1815	0,17	0,9618	0,92
ϵ_c [‰]	-1,184	-1,194	-1,18	-1,551	-1,60
ϵ'_s [‰]	-	-0,7863	-0,79	-0,7749	-0,80
ϵ_s [‰]	7,749	4,595	4,59	8,185	8,60
ϵ_{fiber} [‰]	8	5	5	8	8,5

For beregningseksempel 3 er tøyningsgrensen til CFRP satt til 8,5 ‰ i SIKA® CARBODUR®, og resultatene vil derfor avvike noe, da det i denne oppgaven er lagt inn begrensning på 8 ‰. For beregningseksempel 2 er det også noe avvik fra de to programvarene, men dette kan skyldes fremgangsmåten for å beregne trykkresultanten. For denne oppgaven integreres spenningene over trykksonehøyden. SIKA (2014) angir en ligning som brukes i iterasjonsprosedyren for bestemmelse av trykkresultanten. De to fremgangsmåtene gir ulike løsninger, men differansen er relativt liten, og vil ikke ha stor innflytelse på selve momentkapasiteten til tverrsnittet.

Tabell 8.6 – Tøyningsresultater for spennarmerte tverrsnitt

	Eksempel 4	Eksempel 5
ϵ_{uo} [‰]	0,1016	0,1199
ϵ_c [‰]	-2,372	-1,637
ϵ'_s [‰]	-	-
ϵ_s [‰]	7,403	-
ϵ_p [‰]	12,307	11,726
ϵ_{fiber} [‰]	8	8

8.2.2 Momentkapasitet

I

Tabell 8.7 og Tabell 8.8 vises den beregnede kapasiteten til det forsterkede tverrsnittet, og dimensjonerende moment i bruddgrensetilstanden.

Tabell 8.7 – Momentkapasitet og dimensjonerende moment for slakkarmerte tverrsnitt

	Eksempel 1	Eksempel 2	Eksempel 2 (SIKA)	Eksempel 3	Eksempel 3 (SIKA)
M_{kap} [kNm]	717	939	939	504	516
M_{Ed} [kNm]	700	930	930	500	500

Momentkapasiteten beregnet i SIKA® CARBODUR® stemmer overens med beregningene i det utviklede programmet for beregningseksempel 2, til tross for tøyningsavvikene i Tabell 8.5. Beregningseksempel 3 oppnår ulik momentkapasitet grunnet den maksimale fibertøyningen som forklart i 8.2.1.

Tabell 8.8 – Momentkapasitet og dimensjonerende moment for spennarmerte tverrsnitt

	Eksempel 4	Eksempel 5
M_{kap} [kNm]	1286	1014

M_{Ed} [kNm]	1200	1000
----------------	------	------

8.2.3 Forankring

Forankringskapasiteten til CFRP er OK dersom $N_{Ed} < N_{fd}$, vist i Tabell 8.9 og Tabell 8.10.

Tabell 8.9 – Forankringsresultater for slakkarmerte tverrsnitt

	Eksempel 1	Eksempel 2	Eksempel 3
l_b [mm]	288,347	228,923	220,326
$l_{b,max}$ [mm]	161,408	175,891	175,891
N_{fd} [kN]	99,032	178,302	101,887
N_{Ed} [kN]	40,813	61,612	37,742

Tabell 8.10 – Forankringsresultater for spennarmerte tverrsnitt

	Eksempel 4	Eksempel 5
l_b [mm]	167,156	325,626
$l_{b,max}$ [mm]	161,408	161,408
N_{fd} [kN]	185,047	138,786
N_{Ed} [kN]	34,333	49,655

8.2.4 Skjærkapasitet

Her vises skjærbidraget fra CFRP i Tabell 8.11 og Tabell 8.12. Total skjærkapasitet og dimensjonerende skjærkraft er også oppgitt.

Tabell 8.11 – Total skjærkapasitet og bidrag fra CFRP for slakkarmerte tverrsnitt

	Eksempel 1	Eksempel 2	Eksempel 3
V_f [kN]	144,4	174,3	86,9
V_{Rd} [kN]	351,8	383,6	205,3
V_{Ed} [kN]	350	372	200

Tabell 8.12 – Total skjærkapasitet og bidrag fra CFRP for spennarmerte tverrsnitt

	Eksempel 4	Eksempel 5
V_f [kN]	189,6	156,9
V_{Rd} [kN]	489,6	506,9
V_{Ed} [kN]	480	500

Resultatene i Tabell 8.5 til Tabell 8.12, med tilhørende kontrollberegninger, er vist i Vedlegg 1 til 5.

9 Oppsummering og konklusjon

Hensikten med oppgaven var å lage et dataprogram for kapasitetsberegninger ved forsterkning av betongbjelker med pålimt karbonfiberkompositt. Det er benyttet MathCAD for å få et oppsett med tydelige resultater, hvor kontrollering av beregninger og fremgangsmåte enkelt lar seg gjøre. Hovedfokuset har vært å beregne kapasiteten til et gitt tverrsnitt med valgte egenskaper til CFRP, både for slakkarmerte og spennarmerte betongtverrsnitt. Det er sett på forsterkning med hensyn på økt moment- og skjærbelastning. For øyeblikket er en ny Eurokode for forsterkning med fiberkompositter under arbeid. Beregningene i programmet er gjort med samme fremgangsmåte som anbefales i *fib* (2001), da dette foreløpig er den mest relevante veiledningen for dimensjonering i Norge.

Ved forsterkning for å øke momentkapasiteten til tverrsnittet, beregnes opptredende spenninger i tverrsnittet ved normal bruksgrensebelastning, for å avgjøre om betongens strekkapasitet i underkant fortsatt er gyldig. Ved påføring av CFRP beregnes tøyninger i underkant under eventuelle reduserte laster. Etter fullføring av forsterkning, sjekkes spenningene i tverrsnittet i henhold til vanlige SLS-krav i EK2.

Bruddgrenseberegningene tar for seg ulike typer brudd ved maksimal belastning. Iterasjoner brukes for å finne minste momentkapasitet til tverrsnittet. For slakkarmerte tverrsnitt sjekkes det for 12 ulike tilfeller, mens for spennarmerte tverrsnitt økes antallet til 24. De fleste beregningene vil ikke være gyldige, og blir i slike tilfeller luket ut ved hjelp av kontroll av tøyninger.

Ettersom forankring av forsterkningen er viktig for å oppnå ønsket kapasitet, er det lagt inn beregninger for forankringskapasiteten til pålimt CFRP for fritt opplagte bjelker. I oppgaven er det tatt for seg ulike måter å beregne forankringskapasiteten.

Beregninger for skjærkapasitet er inkludert for å ha mulighet til å benytte programmet til en full forsterkning av konstruksjoner. Her gjøres dette på samme måte som ved vanlig skjærarmering i EK2, men kapasiteten avhenger av den maksimalt tillatte fibertøyningen i CFRP. I rapporten er det også gjort en sammenligning med en alternativ metode.

Sammenligningen viser at den valgte måten å beregne fibertøyningen på, synes å gi høyest verdi for visse tilfeller av skjærforsterkning, og dermed en høyere kapasitet. Det er knyttet mye usikkerhet til beregninger av skjærforsterkning, og mer forskning på temaet er nødvendig for å utvikle en helt korrekt beregningsmetode. Det er i beregningsprogrammet valgt å bruke alternativet som anbefales i *fib* (2001), selv om denne gir høyest skjærkapasitet.

Det er gjort 5 beregningseksempler hvor programmet er brukt, hvorav to er gjort for spennarmerte bjelker. Beregningene er gjort av tilfeldig valgte tverrsnitt, og er gjennomført for å demonstrere virkningen av programmets beregninger og resultater. Det er ikke tatt hensyn til om de valgte tverrsnittene har urealistiske dimensjoner, da de ble valgt for å teste beregningene for eventuelle feil ved både små og store flenser ved bruk av T-tverrsnitt.

For to av beregningseksemplene er det foretatt en sammenligning med programvaren til SIKA®. Resultatene er tilnærmet identiske, og beregningsprogrammet utarbeidet i denne oppgaven stiller dermed på lik linje med tilsvarende beregningsprogram som allerede finnes på markedet.

Selve beregningsprogrammet utviklet i denne oppgaven virker å være solid, og kan brukes for de fleste tilfeller av karbonfiberforsterkning av fritt opplagte bjelker. Det gjøres iterasjoner for å finne korrekt trykksonehøyde, og feil kan enkelt rettes opp i. Bruk av MathCAD for beregningene har både fordeler og ulemper. For å unngå tilfeller hvor det ikke oppgis resultater, er en løsning å lage et nytt oppsett for beregningene, som for eksempel bruk av lamellemetoden. Det er også mulig å bruke makroer eller lignende metoder med andre tilgjengelige verktøy, og med skikkelig programmeringskunnskaper er det fullt mulig å lage et brukervennlig og nøyaktig beregningsprogram.

Korrekt bruk av eksternt karbonfiberkompositt kan være effektivt for forsterkning av betongkonstruksjoner. Det er mye som må tas hensyn til for å sikre et godt samvirke mellom forsterkningen og den eksisterende konstruksjonen, hvorav noe av det viktigste er å oppnå god nok heft mellom delene.

Under arbeidet med oppgaven har studentene opparbeidet seg en bedre forståelse av betongkonstruksjoner og betongkonstruksjoner forsterket med karbonfiber. Programmet som er blitt laget i denne oppgaven er fullt brukelig i arbeidslivet. Skal programmet brukes av andre, må brukeren settes seg godt inn i programvaren og hvordan den fungerer.

10 Referanser

- Aram, M.R., Czaderski, C. & Motavalli, M. (2007) Debonding failure modes of flexural FRP-strengthened RC beams. *Composites: Part B* 39, 826-841.
- Arya, C., Clarke, J.L., Kay, E.A. & O'Regan, P.D. (2001) TR 55: Design guidance for strengthening concrete structures using fibre composite materials: a review. *Engineering Structures* 24, 889-900.
- Balaguru, P., Nanni, A. & Giancaspro, J. (2009) *FRP composites for reinforced and prestressed concrete structures: a guide to fundamentals and design for repair and retrofit*, New York, Taylor & Francis.
- Chen, J. F. & Teng, J. G. (2001a) Anchorage Strength Models for FRP and Steel Plates Bonded to Concrete. *Journal of Structural Engineering*, 127, 784-791.
- Chen, J. F. & Teng, J. G. 2001b. A Shear Strength Model for FRP-Strengthened RC Beams. In: J., B. C. (ed.) *FRPRCS-5: Fibre-Reinforced Plastics For Reinforced Concrete Structures*.
- Chen, J. F. & Teng, J. G. (2003) Shear Capacity of Fiber-Reinforced Polymer-Strengthened Reinforced Concrete Beams: Fiber Reinforced Polymer Rupture. *Journal of Structural Engineering*, 129, 615-625.
- Chen, J. F. & Teng, J. G. (2008) Shear strengthening of reinforced concrete (RC) beams with fibre-reinforced polymer (FRP) composites, i Hollaway, L. C. & Teng, J. G. (red.) *Strengthening and rehabilitation of civil infrastructures using fibre-reinforced polymer (FRP) composites*. Cambridge: Woodhead Publ. and Maney Publ. on behalf of the Institute of Materials, Minerals & Mining.
- CNR-National Council for Research (2004) *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures*, National Council for Research.
- De Lorenzis, L., Stratford, T. J. & Hollaway, L. C. (2008) Structurally deficient civil engineering infrastructure: concrete, metallic, masonry and timber structures, i Hollaway, L. C. & Teng, J. G. (red.) *Strengthening and rehabilitation of civil infrastructures using fibre-reinforced polymer (FRP) composites*. Cambridge: Woodhead Publ. and Maney Publ. on behalf of the Institute of Materials, Minerals & Mining.
- fib (2001) *Externally bonded FRP reinforcement for RC structures: technical report on the design and use of externally bonded fibre reinforced polymer reinforcement (FRP EBR) for reinforced concrete structures*, [Lausanne]: (Bulletin 14)
- fib (2006) *Retrofitting of concrete structures by externally bonded FRPs: with emphasis on seismic applications*, (Bulletin 35)
- GangaRao, H. V. S., Taly, N. & Vijay, P. V. (2007) *Reinforced concrete design with FRP composites*, Boca Raton, Fla., CRC Press.
- Hollaway, L. C. (2008) Fibre-reinforced polymer (FRP) composites used in rehabilitation, i Hollaway, L. C. & Teng, J. G. (red.) *Strengthening and rehabilitation of civil infrastructures using fibre-reinforced polymer (FRP) composites*. Cambridge: Woodhead Publ. and Maney Publ. on behalf of the Institute of Materials, Minerals & Mining.

- Hutchinson, A. R. (2008) Surface preparation of component materials, i Hollaway, L. C. & Teng, J. G. (red.) *Strengthening and rehabilitation of civil infrastructures using fibre-reinforced polymer (FRP) composites*. Cambridge: Woodhead Publ. and Maney Publ. on behalf of the Institute of Materials, Minerals & Mining.
- Norsk Betongforening (2006) *Publikasjon nr. 36: Forsterkning av betongkonstruksjoner*, Oslo, Norsk betongforening.
- RIF. (2015) *Norges tilstand: 2600 milliarder i etterslep* Tilgjengelig fra: <http://www.rif.no/nytt-fra-rif/2015/norges-tilstand-2600-milliarder-i-etterslep/> (Hentet 22. mai 2015).
- SIKA (2014) *Brukerveiledning Sika Carbodur beregningsprogram*, SIKA.
- Sørensen, S. I. (2013) *Betongkonstruksjoner: beregning og dimensjonering etter Eurocode 2*, Trondheim, Akademika.
- Standard Norge (2008) *NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008: Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*, Lysaker, Standard Norge.
- Statens Vegvesen. (2014) *Vedlikehold og opprustning av vegene*. Tilgjengelig fra: <http://www.vegvesen.no/Om+Statens+vegvesen/Presse/Dette+mener+vi/Vedlikehold+og+forfall> (Hentet 20. mai 2015).
- Teng, J. G., Chen, J. F., Smith, S. T. & Lam, L. (2002) *FRP strengthened RC structures*, John Wiley & Sons, Ltd.
- Teng, J. G., Smith, S. T. & Chen, J. F. (2008) Flexural strengthening of reinforced concrete (RC) beams with fibre-reinforced polymer (FRP) composites, i Hollaway, L. C. & Teng, J. G. (red.) *Strengthening and rehabilitation of civil infrastructures using fibre-reinforced polymer (FRP) composites*. Cambridge: Woodhead Publ. and Maney Publ. on behalf of the Institute of Materials, Minerals & Mining.
- Triantafillou, T. C. (1998) Composites: a new possibility for the shear strengthening of concrete, masonry and wood. *Composites Science and Technology*, 58, 1285-1295.
- Triantafillou, T. C. & Antonopoulos, C. P. (2000) Design of Concrete Flexural Members Strengthened in Shear with FRP. *Journal of Composites for Construction*, 4, 198-205.

11 Vedlegg

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Vedlegg 6: Resultater fra SIKA (beregningseksempel 2)

Vedlegg 7: Resultater fra SIKA (beregningseksempel 3)

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Tverrsnittsdata

$$h = 750\text{mm}$$

$$b_w = 300\text{mm}$$

$$b_0 = 1000\text{mm}$$

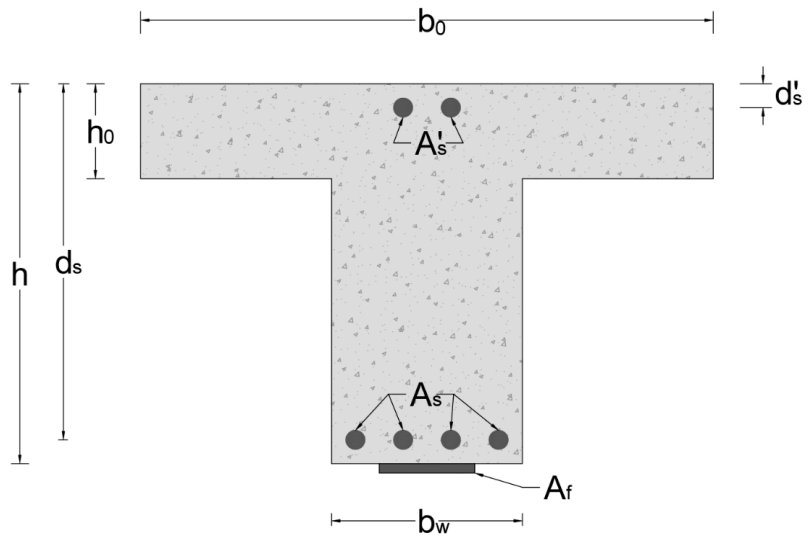
$$h_0 = 150\text{mm}$$

$$d_s = 675\text{mm}$$

$$d'_s = 50\text{mm}$$

ORIGIN := 1

Fyll inn felt markert med gul farge!



Strekkarmering (underkant):

$$\varnothing := 20\text{mm}$$

(diameter)

$$n := 6$$

(antall)

$$A_s := \pi \cdot n \cdot \left(\frac{\varnothing}{2}\right)^2 = 1.885 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Trykkarmering (overkant):

$$\varnothing' := 20\text{mm}$$

(diameter)

$$n' := 0$$

(antall)

$$A'_s := \pi \cdot n' \cdot \left(\frac{\varnothing'}{2}\right)^2 = 0 \cdot \text{mm}^2$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Karbonfiberarmering:

$$A_f := 200\text{mm}^2$$

Betongkvalitet:

C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

Karbonfiberdata:

Bredde på fiber: $b_f := 50\text{mm}$

Tykkelse fiber: $t_f := 1.2\text{mm}$

E-modul fiber: $E_f := 165000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Spenning fiber: $\sigma_f := 3100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Tøyning fiber: $\epsilon_{f..} := 8.0 \cdot 10^{-3}$

Tøyning i fiber ved brudd velges selv til ønsket verdi. Anbefalt maksimal tøyning er 8‰, og beregningene vil bruke dette som maksimalverdi.

Kryptall: $\varphi := 2$

Skriv inn opptredende momenter.

$M_{\text{før}}$ er momentet i SLS før konstruksjonen forsterkes

M_{under} er momentet i SLS når karbonfiberen påføres

M_{etter} er momentet i SLS som skal taes opp etter forsterkning

M_{Ed} er ønsket momentkapasitet i ULS (ikke nødvendig for beregningene)

$$M_{\text{før}} := 350\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{under}} := 150\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{etter}} := 450\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := 700\text{kN}\cdot\text{m}$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

► Tverrsnitt- og materialegenskaper

► FØR FORSTERKNING

Stadium 2

► UNDER FORSTERKNING

► ETTER FORSTERKNING

$$\epsilon_{u0} = 7.418 \times 10^{-4}$$

*Tøyning underkant
bjelke ved påføring
av karbonfiber*

Armering = Spenning OK

Karbonfiber = Spenning OK

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Beregningene sjekker som følger:

1 - 4 : Fiberbrudd

5 - 7 : Fiberbrudd + trykkbrudd betong

8 - 11 : Trykkbrudd betong

 1. Kun fiberbrudd _____

 2. Ikke flyt i trykkarmering _____

 3. Ikke flyt i strekkarmering _____

 4. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____

 5. Fiberbrudd + trykkbrudd _____


 6. Ikke flyt i trykkarmering _____

 7. Ikke flyt i strekkarmering _____

 8. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____

 9. Ikke flyt i trykkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 10. Ikke flyt i strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 11. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 12. Ikke fiberbrudd _____

 Sortering og resultatutregning _____

 Tøyninger _____

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Nedenfor gis momentkapasitet for tverrsnittet (M_{kap}), trykksonehøyde, og tilhørende bruddtype
Hvis ingen momentkapasitet blir gitt, prøv endring av TOL til en større verdi (evt. CTOL):
Tools -> Worksheet Options -> Built-In Variables -> Convergence Tolerance (TOL)

Eventuelt kan man åpne området kalt "Feilsøking" og endre de initielle antatte verdiene for trykksonehøyden der hvor det ikke kan finnes en momentkapasitet.

$$M_{kap} = 716.904 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{trykksonehøyde} = 89.442 \cdot \text{mm}$$

Bruddtype for tverrsnittet er Brudd i forsterkning uten flyt i trykkarmering (flyt i strekkarmering)

► Feilsøking

Tøyningene (ved brudd) i betongen i overkant, trykkarmering, strekkarmering og karbonfiber vis nedenfor. Trykktøyninger er negative.

$$\epsilon_c = -1.184 \times 10^{-3}$$

Betongtøyning i overkant

$$\epsilon'_s = -5.22 \times 10^{-4}$$

Tøyning i trykkarmering

$$\epsilon_s = 7.749 \times 10^{-3}$$

Tøyning i strekkarmering

$$\epsilon_{\text{fiber}} = 8 \times 10^{-3}$$

Tøyning i karbonfiber

Momentkapasiteten kan kontrolleres mot ønsket momentkapasitet ved å trykke på knappen under. Viser også utnyttelse ved dersom kapasitet er tilstrekkelig, og overskridelse ved utilstrekkelig momentkapasitet

Kontroller Momentkapasitet

Momentutnyttelse = 0.98

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Forankring

Jevnt fordelt last etter forsterkning (bruddgrense):	$q := 87.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Spennvidde bjelke:	$L_{\text{bjelke}} := 8\text{m}$
Rissvinkel:	$\theta := 45\text{deg}$
Armeringsvinkel:	$\alpha := 90\text{deg}$
Avstand fra senter opplegg til kant	$a_1 := 0\text{mm}$



$l_b = 288.347 \cdot \text{mm}$	<i>Tilgjengelig forankringslengde</i>
$l_{b,\text{max}} = 161.408 \cdot \text{mm}$	<i>Nødvendig forankringslengde</i>
$N_{\text{fd}} = 99.032 \cdot \text{kN}$	<i>Forankringskapasitet</i>
$N_{\text{E,d}} = 40.813 \cdot \text{kN}$	<i>Opptredende krefter i snittet</i>

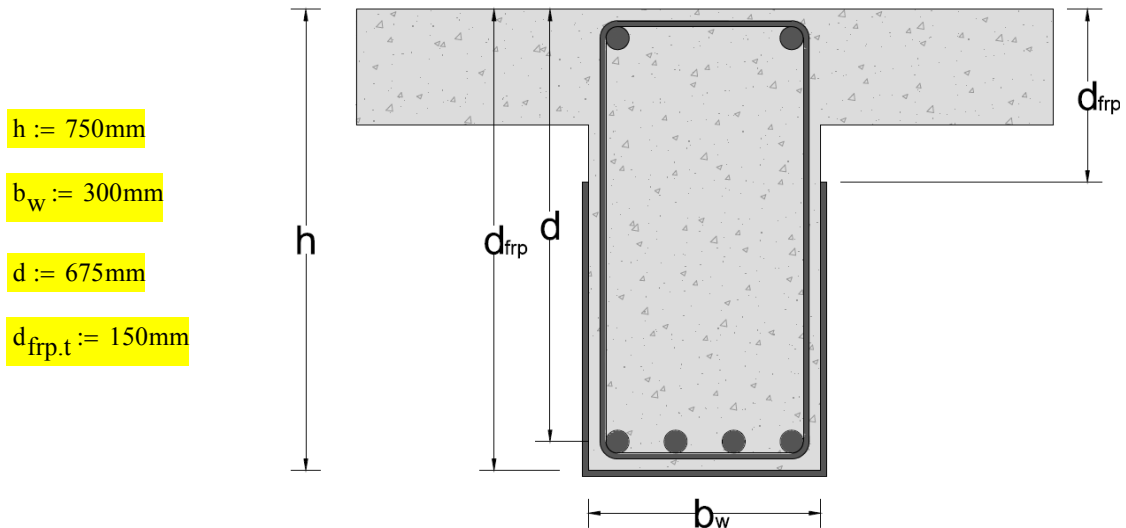
Endeforankring OK

Forankring mellom riss OK

Skjærkapasitet

Fyll inn felt markert med gul farge!

Mål på figur gjelder for både rektangulære og T-tversnitt



$$h := 750\text{mm}$$

$$b_w := 300\text{mm}$$

$$d := 675\text{mm}$$

$$d_{frp.t} := 150\text{mm}$$

$$d_{frp} := 750\text{mm}$$

Avstand fra overkant betong til nederste del av karbonfiber ($d_{frp} \leq h$)

Strekkarmering:

$$\varnothing_s := 20\text{mm} \quad \text{Diameter}$$

$$n := 6 \quad \text{Antall}$$

$$A_{s1} := \pi \cdot n \cdot \left(\frac{\varnothing_s}{2}\right)^2 = 1.885 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Skjærarmering (bøyler):

$$\varnothing_b := 10\text{mm}$$

$$s_w := 200\text{mm} \quad \text{Senteravstand}$$

$$\alpha := 90^\circ \quad \text{Skjærarmeringens vinkel i forhold til bjelkeaksen}$$

$$A_{sw} := 2\pi \cdot \left(\frac{\varnothing_b}{2}\right)^2 = 157.08 \cdot \text{mm}^2$$

Aksialkraft fra laster og forspenning:

$$N_{Ed} := 0\text{kN} \quad (N_{Ed} > 0 \text{ for trykk})$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Betongkvalitet:

C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

$\theta := 45^\circ$

Antatt vinkel for skjæriss

Dimensjonerende skjærkrefter i tverrsnittet

Velg enten ønsket skjærkapasitet til karbonfiber, eller opptredende skjærkraft i tverrsnittet. Programmet beregner automatisk skjærkapasitet til uforsterket tverrsnitt i henhold til EC2 og bestemmer tilleggskraft som skal tas opp av karbonfiber.

$V_{\text{tillegg}} := 0 \text{ kN}$

Ønsket skjærkraft som skal bli tatt opp av karbonfiber

$V_{\text{Ed}} := 350 \text{ kN}$

Dimensjonerende skjærkraft i tverrsnittet

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Karbonfiber:

Beregningene tar hensyn til om karbonfiber er fullstendig forankret, f.eks ved full innkapsling av bjelke, eller om den er festet i U-profil eller bare på sidene. Velg passende forankringsform:

Full innkapsling eller skikkelig forankret
Ufullstendig (U eller side) forankring

Velg hvordan karbonfiber festes (på hele sideflaten eller i form av bånd/plater):

Bånd/plater
Hele siden

$$\epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3}$$

Bruddtøyning

$$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3}$$

Anbefalt maks verdi for karbonfibertøyning (FIB). Kan endres til lavere verdi. Høyere enn 5 ‰ anbefales ikke!

$$E_{fu} := 230000 \text{MPa}$$

E-modul for karbonfiber

$$\beta := 90^\circ$$

Karbonfiberet sin vinkel i forhold til bjelkeaksen

$$b_f := 300 \text{mm}$$

Velg ønsket bredde på karbonfiber

$$n_f := 3$$

Antall lag karbonfiber

$$s_f := 500 \text{mm}$$

Senteravstand for karbonfiber dersom det brukes bånd eller plater.

Ved forsterkning av hele sideflaten settes verdien automatisk lik $b_f/\sin(\beta)$

► **Materialelegenskaper**

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

uten karbon

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

▶ full forankring del1

Full innkapsling eller skikkelig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er skikkelig forankret, f.eks i form av full innkapsling av bjelke, velge laminatrykkelse $t_{f,f}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{\text{min.full}} = 0.075 \cdot \text{mm}$$

Minimumstykkelse per lag laminat

$$t_{f,f} := 0.129 \text{mm}$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

▶ full forankring del2

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

► ufullstendig forankret del1

Ufullstendig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er ufullstendig forankret, f.eks som U-profil eller kun på sidene, velge en laminatrykkelse $t_{f,U}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{fmin,U} = 0.125 \cdot mm$$

Minimumstykkelse per lag fiber

$$t_{f,U} := 0.129mm$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

► ufullstendig forankret del2

Resultat

$$V_f = 144.355 \cdot \text{kN}$$

Skjærkraftkapasitet til pålimt karbonfiber

$$V_{Rd} = 351.802 \cdot \text{kN}$$

Skjærkraftkapasitet til forsterket tverrsnitt

Kontroll Eksempel 1

Tverrsnitt og materialegenskaper

Tverrsnitt:

$$h := 750\text{mm}$$

$$h_0 := 150\text{mm}$$

$$b_0 := 1000\text{mm}$$

$$b_w := 300\text{mm}$$

$$d_s := 675\text{mm}$$

Armering:

$$A_s := 6 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20\text{mm}}{2} \right)^2$$

$$f_{yk} := 500\text{MPa}$$

$$E_s := 200000\text{MPa}$$

$$\eta_s := 16.667$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783 \cdot \text{MPa}$$

Karbonfiber:

$$A_f := 200\text{mm}^2$$

$$b_f := 50\text{mm}$$

$$t_f := 1.2\text{mm}$$

$$n_{\text{fiber}} := \frac{A_f}{b_f \cdot t_f} = 3.333$$

$$E_f := 165000\text{MPa}$$

$$\eta_f := 13.75$$

$$\epsilon_f := 8 \cdot 10^{-3}$$

Betong:

$$f_{ck} := 45\text{MPa}$$

$$f_{ctm} := 3.8\text{MPa}$$

$$f_{cd} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{1.5} = 25.5 \cdot \text{MPa}$$

$$\epsilon_{c2} := 2 \cdot 10^{-3}$$

Laster og krefter:

$$L_{\text{bjelke}} := 8\text{m} \quad q := 87.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{\text{f\u00f8r}} := 350\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{\text{under}} := 150\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{\text{etter}} := 450\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := \frac{q \cdot L_{\text{bjelke}}^2}{8} = 700 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Bruksgrensetilstanden:

Avstand til nøytralakse i urisset tilstand

$$y_0 := 312.027 \text{ mm}$$

$$I_1 := 2.143 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$W_y := \frac{I_1}{y_0} = 6.868 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

Rissmoment

$$M_{cr} := W_y \cdot f_{ctm} = 260.984 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$M_{cr} < M_{\text{før}} \Rightarrow$ Tverrsnittet risser opp, stadium 2

Avstand til nøytralakse i risset tilstand under forsterkning

$$x := 178.243 \text{ mm}$$

Momentlikevekt om nøytralaksen under forsterkning

$$\left[-\eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x) + \frac{b_w}{2} \cdot x^2 + (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot x - h_0^2 \cdot \frac{(b_0 - b_w)}{2} \right] = -2.935 \times 10^{-4} L$$

Tilnærmet lik 0, nøytralaksen og likevekten er korrekt

$$I := \frac{b_w \cdot x^3}{12} + b_w \cdot x \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{(b_0 - b_w) \cdot h_0^3}{12} \dots = 9.635 \times 10^9 \cdot \text{mm}^4$$
$$+ (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot \left(x - \frac{h_0}{2}\right)^2 \dots$$
$$+ \eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x)^2$$

Spenninger i de forskjellige lagene:

$$\sigma_{\text{co.under}} := \frac{-M_{\text{under}}}{I} \cdot x = -2.775 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{\text{s.under}} := \eta_s \cdot \frac{M_{\text{under}}}{I} \cdot (d_s - x) = 128.897 \cdot \text{MPa}$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

$$\varepsilon_s := \frac{\sigma_{s.under}}{E_s} = 6.445 \times 10^{-4}$$

Initielle tøyningen:

$$\varepsilon_{uo} := \frac{\varepsilon_s \cdot (h - x)}{d_s - x} = 7.418 \times 10^{-4}$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Avstand til nøytralakse i risset tilstand etter forsterkning

$$x_1 := 186.354 \text{ mm}$$

Momentlikevekt etter forsterkning

$$(b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot x_1 \dots = -2.584 \times 10^{-4} \text{ L}$$

$$+ \left[\frac{b_w}{2} \cdot x_1^2 - \frac{h_0^2}{2} \cdot (b_0 - b_w) - \eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x_1) - (h - x_1) \cdot A_f \cdot \eta_f \right]$$

$$I_2 := \frac{b_w \cdot x_1^3}{12} + b_w \cdot x_1 \cdot \left(\frac{x_1}{2} \right)^2 + \frac{(b_0 - b_w) \cdot h_0^3}{12} \dots = 1.052 \times 10^{10} \cdot \text{mm}^4$$

$$+ (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot \left(x_1 - \frac{h_0}{2} \right)^2 + \eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x_1)^2 \dots$$

$$+ \eta_f \cdot A_f \cdot (h - x_1)^2$$

Spenningene i de forskjellige lagene:

$$\sigma_{s.etter} := \eta_s \cdot \frac{M_{etter} - M_{under}}{I_2} \cdot (d_s - x_1) = 232.225 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_f := \eta_f \cdot \frac{M_{etter} - M_{under}}{I_2} \cdot (h - x_1) = 220.987 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{co.etter} := \frac{-(M_{etter} - M_{under})}{I_2} \cdot x_1 = -5.314 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{co} := \sigma_{co.under} + \sigma_{co.etter} = -8.089 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_s := \sigma_{s.under} + \sigma_{s.etter} = 361.122 \cdot \text{MPa}$$

$$0.8 \cdot f_{yk} = 400 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_f = 220.987 \cdot \text{MPa}$$

Spenningene er mindre enn de karakteristiske, tverrsnittet og lastene er OK.

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Bruddgrensetilstanden:

$$x := 89.442 \text{ mm}$$

$$\kappa := \frac{\epsilon_f + \epsilon_{u0}}{h - x} = 0.013 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\epsilon_c = \kappa \cdot y$$

$$\epsilon_{c,\text{overkant}} := \kappa \cdot x = 1.184 \times 10^{-3}$$

Ettersom $\epsilon_{c,\text{overkant}} < \epsilon_{c2}$ vil det kun være følgende formel for σ_c i hele trykksonen:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad (n = 2 \text{ for valgt betongkvalitet})$$

Fra ligning XX fås trykkresultanten T_c i betongens trykksone:

$$T_c = b_0 \cdot \int_0^x \sigma_c \, dy = b_0 \cdot \int_0^x f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] dy \quad b = b_0 \text{ da hele trykksonen er i bjelkens flens}$$

$$T_c = b_0 \cdot \int_0^x f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] dy$$

$$T_c := b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^3}{3} \right] - 0 \right] = 1083.546 \cdot \text{kN}$$

Sjekker aksial likevekt:

$$T_c - A_s \cdot f_{yd} - A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f = 0.424 \text{ N} \quad \text{OK!}$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Fra ligning XX fås avstanden til nøytralaksen y_T :

$$T_c \cdot y_T = b_0 \cdot \int_0^x \sigma_c \cdot y \, dy = b_0 \cdot \int_0^x f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \cdot y \, dy$$

$$T_c \cdot y_T = b_0 \cdot \int_0^x f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \cdot y \right] dy$$

$$T_c \cdot y_T = b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^4}{4} \right] - 0 \right]$$

$$y_T := \frac{b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^4}{4} \right] - 0 \right]}{T_c} = 57.796 \cdot \text{mm}$$

Sjekker tøyningen i armeringen:

$$\epsilon_{s,\text{check}} := \kappa \cdot (d_s - x) = 7.749 \times 10^{-3} \quad \epsilon_{s,\text{check}} > \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Tverrsnittet har ingen trykkarmering, dermed blir kapasiteten M_{kap} :

$$M_{\text{kap}} := T_c \cdot y_T + A_s \cdot f_{yd} \cdot (d_s - x) + A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f \cdot (h - x) = 716.904 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Med tøyninger i armering, betong og fiber:

$$\epsilon_{s,\text{check}} := \kappa \cdot (d_s - x) = 7.749 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_c := -\kappa \cdot x = -1.184 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{\text{fiber}} := \kappa \cdot (h - x) - \epsilon_{u0} = 8 \times 10^{-3}$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Forankring

$$z := 0.9 \cdot d_s = 607.5 \cdot \text{mm}$$

Opplagerkraft

$$R := \frac{q \cdot L_{\text{bjelke}}}{2} = 350 \cdot \text{kN}$$

Avstand fra ende bjelke til første riss

$$x_f := 592.097 \text{mm}$$

Rissmomentet

$$M_{\text{cr.f}} := 191.896 \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_e := R \cdot x_f - \frac{q \cdot x_f^2}{2} = 191.896 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forskyvningsavstand

$$a_1 := \frac{z}{2} = 303.75 \cdot \text{mm}$$

Tilgjengelig forankringslengde

$$l_b := x_f - a_1 = 288.347 \cdot \text{mm}$$

Maksimal forankringslengde

$$l_{b,\text{max}} := \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{\text{ctm}}}} \cdot \text{mm}^{0.5} = 161.408 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{b_w} = 0.556$$

$$k_b := \max \left(1.06 \cdot \sqrt{\frac{2 - \frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{b_w}}{1 + \frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{400 \text{mm}}}}, 1 \right) = 1.07 \quad k_c := 1.0 \quad \alpha_1 := 1 \quad c_1 := 0.64$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Aksialkraft i snitt(x_f)

$$N_{Ed} := 40.813 \text{ kN}$$

Maksimal forankringskapasitet

$$N_{fd,max} := \alpha_1 \cdot c_1 \cdot k_b \cdot k_c \cdot n_{\text{fiber}} \cdot b_f \cdot \sqrt{E_f \cdot t_f \cdot f_{ctm}} \cdot \text{mm}^{0.5} = 99.032 \cdot \text{kN}$$

$$l_b > l_{bmax}$$

Forankringskapasitet

$$N_{fd} := N_{fd,max} = 99.032 \cdot \text{kN}$$

Vedlegg 1: Beregningseksempel 1

Skjærforsterkning:

$$A_{sw} := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{10 \text{ mm}}{2} \right)^2$$

$$s := 200 \text{ mm}$$

$$\alpha := 90^\circ \quad \theta := 45^\circ$$

$$z = 0.608 \text{ m}$$

$$V_{Rd.s} := \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{yd} \cdot (\cot(\theta) + \cot(\alpha)) \cdot \sin(\alpha) = 207.448 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet uten forsterkning}$$

$$V_{Ed} := \frac{q \cdot L_{bjelke}}{2} = 350 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkraft i snitt}$$

$$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3} \quad \epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3} \quad E_{fu} := 230000 \text{ MPa} \quad h_{frp,e} := 457.5 \text{ mm}$$

$$t_f := 0.129 \text{ mm} \quad n_f := 3 \quad b_f := 300 \text{ mm} \quad s_f := 500 \text{ mm} \quad \beta := 90^\circ$$

$$\rho_f := \frac{2 \cdot n_f \cdot t_f \cdot b_f}{b_w \cdot s_f} = 1.548 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{fd} := \min \left[\frac{0.8 \cdot 0.65 \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.56}}{1.3}, \frac{0.8 \cdot 0.17 \cdot \epsilon_{fu} \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.3}}{1.2}, \epsilon_{f,max} \right] = 2.954 \times 10^{-3}$$

$$V_f := h_{frp,e} \cdot E_{fu} \cdot \epsilon_{fd} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot (\cot(\theta) + \cot(\beta)) \sin(\beta) = 144.355 \cdot \text{kN}$$

$$\text{kapasitet} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_f > (V_{Ed} - V_{Rd.s}) \\ \text{"IKKE OK"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"OK"}$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Tverrsnittsdata

$$h = 750\text{mm}$$

$$b_w = 300\text{mm}$$

$$b_0 = 1000\text{mm}$$

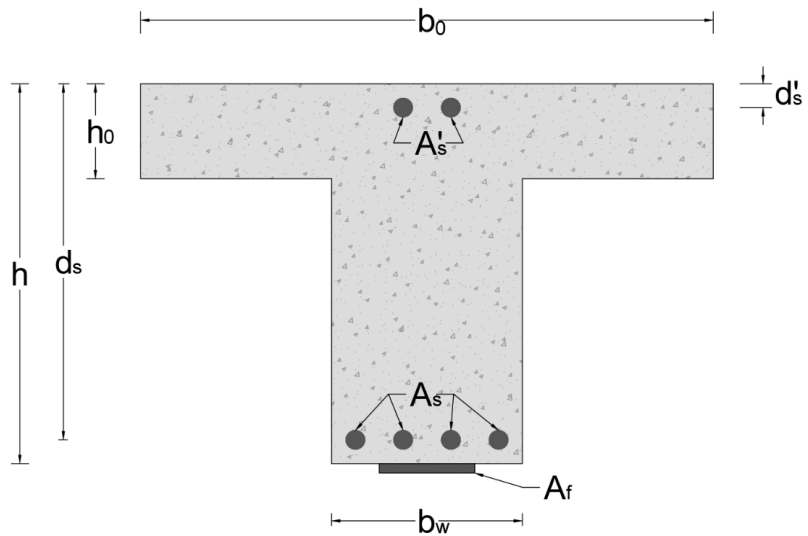
$$h_0 = 100\text{mm}$$

$$d_s = 681\text{mm}$$

$$d'_s = 48\text{mm}$$

ORIGIN := 1

Fyll inn felt markert med gul farge!



Strekkarmering (underkant):

$$\varnothing := 20\text{mm}$$

(diameter)

$$n := 8$$

(antall)

$$A_s := \pi \cdot n \cdot \left(\frac{\varnothing}{2}\right)^2 = 2513.274 \cdot \text{mm}^2$$

Trykkarmering (overkant):

$$\varnothing' := 20\text{mm}$$

(diameter)

$$n' := 4$$

(antall)

$$A'_s := \pi \cdot n' \cdot \left(\frac{\varnothing'}{2}\right)^2 = 1.257 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Karbonfiberarmering:

$$A_f := 420\text{mm}^2$$

Betongkvalitet:	C12/15
	C16/20
	C20/25
	C25/30
	C30/37
	C35/45
	C40/50
	C45/55
	C50/60
	C55/67
	C60/75
	C70/85
	C80/95
	C90/105

Karbonfiberdata:

Bredde på fiber: $b_f := 50\text{mm}$

Tykkelse fiber: $t_f := 1.2\text{mm}$

E-modul fiber: $E_f := 165000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Spenning fiber: $\sigma_f := 3100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Tøyning fiber: $\epsilon_{f..} := 5.0 \cdot 10^{-3}$

Tøyning i fiber ved brudd velges selv til ønsket verdi. Anbefalt maksimal tøyning er 8‰, og beregningene vil bruke dette som maksimalverdi.

Kryptall: $\varphi := 2$

Skriv inn opptredende momenter.

$M_{\text{før}}$ er momentet i SLS før konstruksjonen forsterkes

M_{under} er momentet i SLS når karbonfiberen påføres

M_{etter} er momentet i SLS som skal taes opp etter forsterkning

M_{Ed} er ønsket momentkapasitet i ULS (ikke nødvendig for beregningene)

$$M_{\text{før}} := 400\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{under}} := 50\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{etter}} := 500\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := 930\text{kN}\cdot\text{m}$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

▶ Tverrsnitt- og materialegenskaper

▶ FØR FORSTERKNING

Stadium 2

▶ UNDER FORSTERKNING

▶ ETTER FORSTERKNING

$$\epsilon_{u0} = 1.815 \times 10^{-4}$$

*Tøyning underkant
bjelke ved påføring
av karbonfiber*

Armering = Spenning OK

Karbonfiber = Spenning OK

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Beregningene sjekker som følger:

1 - 4 : Fiberbrudd

5 - 7 : Fiberbrudd + trykkbrudd betong

8 - 11 : Trykkbrudd betong

 1. Kun fiberbrudd _____

 2. Ikke flyt i trykkarmering _____

 3. Ikke flyt i strekkarmering _____

 4. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____

 5. Fiberbrudd + trykkbrudd _____


 6. Ikke flyt i trykkarmering _____

 7. Ikke flyt i strekkarmering _____

 8. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____

 9. Ikke flyt i trykkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 10. Ikke flyt i strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 11. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 12. Ikke fiberbrudd _____

 Sortering og resultatutregning _____

 Tøyninger _____

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Nedenfor gis momentkapasitet for tverrsnittet (M_{kap}), trykksonehøyde, og tilhørende bruddtype
Hvis ingen momentkapasitet blir gitt, prøv endring av TOL til en større verdi (evt. CTOL):
Tools -> Worksheet Options -> Built-In Variables -> Convergence Tolerance (TOL)

Eventuelt kan man åpne området kalt "Feilsøking" og endre de initielle antatte verdiene for trykksonehøyden der hvor det ikke kan finnes en momentkapasitet.

$$M_{kap} = 938.602 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{trykksonehøyde} = 140.496 \cdot \text{mm}$$

Bruddtype for tverrsnittet er Brudd i forsterkning uten flyt i trykkarmering (flyt i strekkarmering)

► Feilsøking

Tøyningene (ved brudd) i betongen i overkant, trykkarmering, strekkarmering og karbonfiber vis nedenfor. Trykktøyninger er negative.

$$\epsilon_c = -1.194 \times 10^{-3} \quad \text{Betongtøyning i overkant}$$

$$\epsilon'_s = -7.863 \times 10^{-4} \quad \text{Tøyning i trykkarmering}$$

$$\epsilon_s = 4.595 \times 10^{-3} \quad \text{Tøyning i strekkarmering}$$

$$\epsilon_{\text{fiber}} = 5 \times 10^{-3} \quad \text{Tøyning i karbonfiber}$$

Momentkapasiteten kan kontrolleres mot ønsket momentkapasitet ved å trykke på knappen under. Viser også utnyttelse ved dersom kapasitet er tilstrekkelig, og overskridelse ved utilstrekkelig momentkapasitet

Kontroller Momentkapasitet

Momentutnyttelse = 0.99

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Forankring

Jevnt fordelt last etter forsterkning (bruddgrense):	$q := 74.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Spennvidde bjelke:	$L_{\text{bjelke}} := 10\text{m}$
Rissvinkel:	$\theta := 45\text{deg}$
Armeringsvinkel:	$\alpha := 90\text{deg}$
Avstand fra senter opplegg til kant	$a_1 := 0\text{mm}$



$l_b = 228.923 \cdot \text{mm}$	<i>Tilgjengelig forankringslengde</i>
$l_{b,\text{max}} = 175.891 \cdot \text{mm}$	<i>Nødvendig forankringslengde</i>
$N_{\text{fd}} = 178.302 \cdot \text{kN}$	<i>Forankringskapasitet</i>
$N_{\text{E,d}} = 61.612 \cdot \text{kN}$	<i>Opptredende krefter i snittet</i>

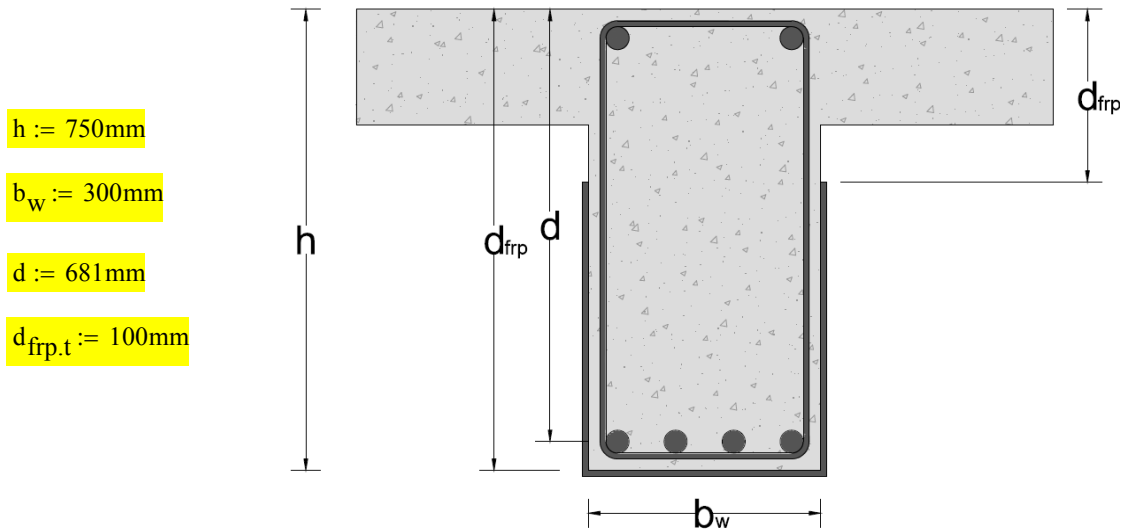
Endeforankring OK

Forankring mellom riss OK

Skjærkapasitet

Fyll inn felt markert med gul farge!

Mål på figur gjelder for både rektangulære og T-tversnitt



$$h := 750\text{mm}$$

$$b_w := 300\text{mm}$$

$$d := 681\text{mm}$$

$$d_{frp.t} := 100\text{mm}$$

$$d_{frp} := 750\text{mm}$$

Avstand fra overkant betong til nederste del av karbonfiber ($d_{frp} \leq h$)

Strekkarmering:

$$\varnothing_s := 20\text{mm} \quad \text{Diameter}$$

$$n := 8 \quad \text{Antall}$$

$$A_{s1} := \pi \cdot n \cdot \left(\frac{\varnothing_s}{2}\right)^2 = 2.513 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Skjærarmering (bøyler):

$$\varnothing_b := 10\text{mm}$$

$$s_w := 200\text{mm} \quad \text{Senteravstand}$$

$$\alpha := 90^\circ \quad \text{Skjærarmeringens vinkel i forhold til bjelkeaksen}$$

$$A_{sw} := 2\pi \cdot \left(\frac{\varnothing_b}{2}\right)^2 = 157.08 \cdot \text{mm}^2$$

Aksialkraft fra laster og forspenning:

$$N_{Ed} := 0\text{kN} \quad (N_{Ed} > 0 \text{ for trykk})$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Betongkvalitet:

C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

$\theta := 45^\circ$

Antatt vinkel for skjæriss

Dimensjonerende skjærkrefter i tverrsnittet

Velg enten ønsket skjærkapasitet til karbonfiber, eller opptredende skjærkraft i tverrsnittet. Programmet beregner automatisk skjærkapasitet til uforsterket tverrsnitt i henhold til EC2 og bestemmer tilleggskraft som skal tas opp av karbonfiber.

$V_{\text{tillegg}} := 0 \text{ kN}$

Ønsket skjærkraft som skal bli tatt opp av karbonfiber

$V_{\text{Ed}} := 372 \text{ kN}$

Dimensjonerende skjærkraft i tverrsnittet

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Karbonfiber:

Beregningene tar hensyn til om karbonfiber er fullstendig forankret, f.eks ved full innkapsling av bjelke, eller om den er festet i U-profil eller bare på sidene. Velg passende forankringsform:

Full innkapsling eller skikkelig forankret
Ufullstendig (U eller side) forankring

Velg hvordan karbonfiber festes (på hele sideflaten eller i form av bånd/plater):

Bånd/plater
Hele siden

$$\epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3}$$

Bruddtøyning

$$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3}$$

Anbefalt maks verdi for karbonfibertøyning (FIB). Kan endres til lavere verdi. Høyere enn 5 ‰ anbefales ikke!

$$E_{fu} := 230000 \text{MPa}$$

E-modul for karbonfiber

$$\beta := 45^\circ$$

Karbonfiberet sin vinkel i forhold til bjelkeaksen

$$b_f := 300 \text{mm}$$

Velg ønsket bredde på karbonfiber

$$n_f := 2$$

Antall lag karbonfiber

$$s_f := 500 \text{mm}$$

Senteravstand for karbonfiber dersom det brukes bånd eller plater.

Ved forsterkning av hele sideflaten settes verdien automatisk lik $b_f/\sin(\beta)$

► **Materialegenskaper**

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

uten karbon

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

▶ full forankring del1

Full innkapsling eller skikkelig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er skikkelig forankret, f.eks i form av full innkapsling av bjelke, velge laminatrykkelse $t_{f,f}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{\text{min.full}} = 0.081 \cdot \text{mm}$$

Minimumstykkelse per lag laminat

$$t_{f,f} := 0.129 \text{mm}$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

▶ full forankring del2

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

► ufullstendig forankret del1

Ufullstendig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er ufullstendig forankret, f.eks som U-profil eller kun på sidene, velge en laminattykkelse $t_{f,U}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{fmin,U} = 0.11 \cdot mm$$

Minimumstykkelse per lag fiber

$$t_{f,U} := 0.129mm$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

► ufullstendig forankret del2

Resultat

$$V_f = 174.325 \cdot \text{kN}$$

Skjærkraftkapasitet til pålimt karbonfiber

$$V_{Rd} = 383.617 \cdot \text{kN}$$

Skjærkraftkapasitet til forsterket tverrsnitt

Kontroll Eksempel 2

Tverrsnitt og materialegenskaper

Tverrsnitt:

$$h := 750\text{mm}$$

$$h_0 := 100\text{mm}$$

$$b_0 := 1000\text{mm}$$

$$b_w := 300\text{mm}$$

$$d_s := 681\text{mm}$$

$$d'_s := 48\text{mm}$$

Armering:

$$A_s := 8 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20\text{mm}}{2} \right)^2$$

$$A'_s := 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20\text{mm}}{2} \right)^2$$

$$f_{yk} := 500\text{MPa}$$

$$E_s := 200000\text{MPa}$$

$$\eta_s := 17.647$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783 \cdot \text{MPa}$$

Karbonfiber:

$$A_f := 420\text{mm}^2$$

$$b_f := 50\text{mm}$$

$$t_f := 1.2\text{mm}$$

$$n_{\text{fiber}} := \frac{A_f}{b_f \cdot t_f} = 7$$

$$E_f := 165000\text{MPa}$$

$$\eta_f := 14.559$$

$$\varepsilon_f := 5 \cdot 10^{-3}$$

Betong:

$$f_{ck} := 35 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctm} := 3.2\text{MPa}$$

$$f_{cd} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{1.5} = 1.983 \times 10^7 \text{ Pa}$$

$$\varepsilon_{c2} := 2 \cdot 10^{-3}$$

Laster og krefter:

$$L_{\text{bjelke}} := 10\text{m} \quad q := 74.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{\text{f\u00f8r}} := 400\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{\text{under}} := 50\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{\text{etter}} := 500\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := \frac{q \cdot L_{\text{bjelke}}^2}{8} = 930 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Bruksgrensetilstanden:

Avstand til nøytralakse i urisset tilstand

$$y_0 := 328.074 \text{ mm}$$

$$I_1 := 2.337 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$W_y := \frac{I_1}{y_0} = 7.123 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

Rissmoment

$$M_{cr} := W_y \cdot f_{ctm} = 227.949 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$M_{cr} < M_{\text{før}} \Rightarrow$ Tverrsnittet risser opp, stadium 2

Avstand til nøytralakse i risset tilstand under forsterkning

$$x := 208.413 \text{ mm}$$

Momentlikevekt om nøytralaksen under forsterkning

$$\left[\begin{array}{l} -\eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x) + \frac{b_w}{2} \cdot x^2 + (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot x - h_0^2 \cdot \frac{(b_0 - b_w)}{2} \dots \\ + (x - d'_s) \cdot A'_s \cdot (\eta_s - 1) \end{array} \right] = -3.537 \times 10^{-5} L$$

Tilnærmet lik 0, nøytralaksen og likevekten er korrekt

$$\begin{aligned} I := & \frac{b_w \cdot x^3}{12} + b_w \cdot x \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{(b_0 - b_w) \cdot h_0^3}{12} \dots = 1.316 \times 10^{10} \cdot \text{mm}^4 \\ & + (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot \left(x - \frac{h_0}{2}\right)^2 \dots \\ & + \eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x)^2 \dots \\ & + (\eta_s - 1) \cdot A'_s \cdot (x - d'_s)^2 \end{aligned}$$

Spenningene i de forskjellige lagene:

$$\sigma_{\text{co.under}} := \frac{-M_{\text{under}}}{I} \cdot x = -0.792 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{\text{s.under}} := \eta_s \cdot \frac{M_{\text{under}}}{I} \cdot (d_s - x) = 31.676 \cdot \text{MPa}$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

$$\epsilon_s := \frac{\sigma_{s.under}}{E_s} = 1.584 \times 10^{-4}$$

Initielle tøyningen

$$\epsilon_{uo} := \frac{\epsilon_s \cdot (h - x)}{d_s - x} = 1.815 \times 10^{-4}$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Avstand til nøytralakse i risset tilstand etter forsterkning

$$x_1 := 224.465 \text{ mm}$$

Momentlikevekt etter forsterkning

$$\begin{aligned} (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot x_1 \dots &= 8.724 \times 10^{-5} \text{ L} \\ + \frac{b_w}{2} \cdot x_1^2 - \frac{h_0^2}{2} \cdot (b_0 - b_w) - \eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x_1) - (h - x_1) \cdot A_f \cdot \eta_f \dots \\ + (\eta_s - 1) \cdot A'_s \cdot (x_1 - d'_s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 := \frac{b_w \cdot x_1^3}{12} + b_w \cdot x_1 \cdot \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \frac{(b_0 - b_w) \cdot h_0^3}{12} \dots &= 1.49 \times 10^{10} \cdot \text{mm}^4 \\ + (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot \left(x_1 - \frac{h_0}{2}\right)^2 + \eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x_1)^2 \dots \\ + \eta_f \cdot A_f \cdot (h - x_1)^2 + (\eta_s - 1) \cdot A'_s \cdot (x_1 - d'_s)^2 \end{aligned}$$

Spenningene i de forskjellige lagene:

$$\sigma_{s.etter} := \eta_s \cdot \frac{M_{etter} - M_{under}}{I_2} \cdot (d_s - x_1) = 243.248 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_f := \eta_f \cdot \frac{M_{etter} - M_{under}}{I_2} \cdot (h - x_1) = 231.014 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{co.etter} := \frac{-(M_{etter} - M_{under})}{I_2} \cdot x_1 = -6.777 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{co} := \sigma_{co.under} + \sigma_{co.etter} = -7.569 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_s := \sigma_{s.under} + \sigma_{s.etter} = 274.925 \cdot \text{MPa}$$

$$0.8 \cdot f_{yk} = 400 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_f = 231.014 \cdot \text{MPa}$$

Spenningene er mindre enn de karakteristiske, tverrsnittet og lastene er OK.

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Bruddgrensetilstanden:

$$x := 140.496 \text{ mm}$$

$$\kappa := \frac{\varepsilon_f + \varepsilon_{u0}}{h - x} = 8.501 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$$

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot y$$

$$\varepsilon_{c,\text{overkant}} := \kappa \cdot x = 1.194 \times 10^{-3}$$

Ettersom $\varepsilon_{c,\text{overkant}} < \varepsilon_{c2}$ vil det kun være følgende formel for σ_c i hele trykksone:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad (n = 2 \text{ for valgt betongkvalitet})$$

Fra ligning XX fås trykkresultanten T_c i betongens trykksone:

$$T_c = \int \sigma_c dA_T \quad \text{hvor } dA_T \text{ er arealet av trykksone}$$

Nøytralaksen befinner seg i steget. Må derfor variere trykkresultanten i forhold til bjelkens bredde
aktuelle posisjon ved integrering:

$$b = b_w \quad \text{for} \quad x - y > h_0$$

$$b = b_0 \quad \text{for} \quad x - y < h_0$$

Får dermed to integral, en for b_w og en for b_0 :

$$x - h_0 = 40.496 \text{ mm} \quad \text{\textit{Øverste grensen til integralet for } } b_w$$

$$T_c = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} \sigma_c dy + b_0 \cdot \int_{x-h_0}^x \sigma_c dy$$

$$T_c = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] dy + b_0 \cdot \int_{x-h_0}^x f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] dy$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

$$T_c = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} f_{cd} \cdot \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] dy \dots$$

$$+ b_0 \cdot \int_{x-h_0}^x f_{cd} \cdot \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] dy$$

$$T_c := b_w \cdot f_{cd} \cdot \left[\left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^3}{3} \right] - 0 \right] \dots = 1241.595 \cdot \text{kN}$$

$$+ b_0 \cdot f_{cd} \cdot \left[\left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^3}{3} \right] - \left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^3}{3} \right] \right]$$

Sjekker aksial likevekt:

$$T_c + A'_s \cdot E_s \cdot \kappa \cdot (x - d'_s) - A_s \cdot f_{yd} - A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f = -7.245 \text{ N} \quad \text{OK!}$$

Fra ligning XX fås avstanden til nøytralaksen y_T :

$$T_c \cdot y_T = \int \sigma_c \cdot y \, dA_T$$

$$T_c \cdot y_T = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} \sigma_c \cdot y \, dy + b_0 \cdot \int_{x-h_0}^x \sigma_c \cdot y \, dy$$

$$T_c \cdot y_T = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \cdot y \, dy + b_0 \cdot \int_{x-h_0}^x f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \cdot y \, dy$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

$$T_c \cdot y_T = b_w \int_0^{x-h_0} f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] \cdot y \, dy \dots$$

$$+ b_0 \int_{x-h_0}^x f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] \cdot y \, dy$$

$$T_c \cdot y_T = b_w \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^4}{4} \right] - 0 \right] \dots$$

$$+ b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^4}{4} \right] - \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^4}{4} \right] \right]$$

$$y_T := \frac{\left[b_w \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^4}{4} \right] - 0 \right] \dots \right.}{T_c} \left. + b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^4}{4} \right] - \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^4}{4} \right] \right] \right] = 95.454.$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Sjekker tøyningen i armeringen:

$$\epsilon_{s.check} := \kappa \cdot (d_s - x) = 4.595 \times 10^{-3} \quad \epsilon_{s.check} > \frac{f_{yd}}{E_s}$$

$$\epsilon'_{s.check} := \kappa \cdot (x - d'_s) = 7.863 \times 10^{-4} \quad \epsilon'_{s.check} < \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Tverrsnittet har trykkarmering som ikke flyter, dermed blir kapasiteten M_{kap} :

$$M_{kap} := T_c \cdot y_T + A_s \cdot f_{yd} \cdot (d_s - x) + A'_s \cdot \epsilon'_{s.check} \cdot E_s \cdot (x - d'_s) + A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f \cdot (h - x) = 938.611 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Med tøyninger i armering, betong og fiber:

$$\epsilon_{s} := \kappa \cdot (d_s - x) = 4.595 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon'_s := -\kappa \cdot (x - d'_s) = -7.863 \times 10^{-4}$$

$$\epsilon_c := -\kappa \cdot x = -1.194 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{fiber} := \kappa \cdot (h - x) - \epsilon_{u0} = 5 \times 10^{-3}$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Forankring

$$z := 0.9 \cdot d_s = 612.9 \cdot \text{mm}$$

$$R_w := \frac{q \cdot L_{\text{bjelke}}}{2} = 372 \cdot \text{kN}$$

$$x_f := 535.373 \text{mm}$$

$$M_{\text{cr.f}} := 188.496 \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_e := R \cdot x_f - \frac{q \cdot x_f^2}{2} = 188.496 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Tilgjengelig forankringslengde

$$a_1 := \frac{z}{2} = 306.45 \cdot \text{mm}$$

$$l_b := x_f - a_1 = 228.923 \cdot \text{mm}$$

$$l_{b,\text{max}} := \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{\text{ctm}}}} \cdot \text{mm}^{0.5} = 175.891 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{b_w} = 1.167$$

$$k_b := \max \left(1.06 \cdot \sqrt{\frac{2 - \frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{b_w}}{1 + \frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{400 \text{mm}}}}, 1 \right) = 1 \quad k_c := 1.0 \quad \alpha_1 := 1 \quad c_1 := 0.64$$

Aksialkraft i snitt(x.f)

$$N_{\text{Ed}} := 61.612 \text{kN}$$

$$N_{\text{fd,max}} := \alpha_1 \cdot c_1 \cdot k_b \cdot k_c \cdot n_{\text{fiber}} \cdot b_f \cdot \sqrt{E_f \cdot t_f \cdot f_{\text{ctm}}} \cdot \text{mm}^{0.5} = 178.302 \cdot \text{kN}$$

$$l_b > l_{b,\text{max}}$$

$$N_{\text{fd}} := N_{\text{fd,max}} = 178.302 \cdot \text{kN}$$

Vedlegg 2: Beregningseksempel 2

Skjærforsterkning:

$$A_{sw} := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{10 \text{ mm}}{2} \right)^2$$

$$s := 200 \text{ mm}$$

$$\alpha := 90^\circ \quad \theta := 45^\circ$$

$$z = 0.613 \text{ m}$$

$$V_{Rd,s} := \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{yd} \cdot (\cot(\theta) + \cot(\alpha)) \cdot \sin(\alpha) = 209.292 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet uten forsterkning}$$

$$V_{Ed} := \frac{q \cdot L_{bjelke}}{2} = 372 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkraft i snitt}$$

$$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3} \quad \epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3} \quad E_{fu} := 230000 \text{ MPa} \quad h_{frp,e} := 512.9 \text{ mm}$$

$$t_f := 0.129 \text{ mm} \quad n_f := 2 \quad b_f := 300 \text{ mm} \quad s_f := 500 \text{ mm} \quad \beta := 45^\circ$$

$$\rho_f := \frac{2 \cdot n_f \cdot t_f \cdot b_f}{b_w \cdot s_f} = 1.032 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{fd} := \min \left[\frac{0.8 \cdot 0.65 \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.56}}{1.3}, \frac{0.8 \cdot 0.17 \cdot \epsilon_{fu} \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.3}}{1.2}, \epsilon_{f,max} \right] = 3.375 \times 10^{-3}$$

$$V_f := h_{frp,e} \cdot E_{fu} \cdot \epsilon_{fd} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot (\cot(\theta) + \cot(\beta)) \sin(\beta) = 174.325 \cdot \text{kN}$$

$$\text{kapasitet} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_f > (V_{Ed} - V_{Rd,s}) \\ \text{"IKKE OK"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"OK"}$$

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

Tverrsnittsdata

$$h = 650\text{mm}$$

$$b_w := 200\text{mm}$$

$$b_0 := 700\text{mm}$$

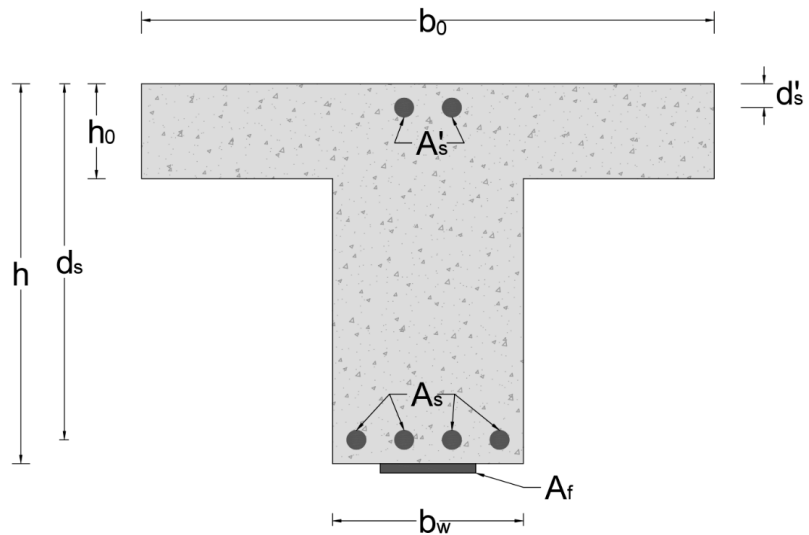
$$h_0 = 150\text{mm}$$

$$d_s = 602\text{mm}$$

$$d'_s := 48\text{mm}$$

ORIGIN := 1

Fyll inn felt markert med gul farge!



Strekarmering (underkant):

$$\varnothing := 20\text{mm}$$

(diameter)

$$n := 4$$

(antall)

$$A_s := \pi \cdot n \cdot \left(\frac{\varnothing}{2}\right)^2 = 1.257 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Trykkarmering (overkant):

$$\varnothing' := 20\text{mm}$$

(diameter)

$$n' := 2$$

(antall)

$$A'_s := \pi \cdot n' \cdot \left(\frac{\varnothing'}{2}\right)^2 = 628.319 \cdot \text{mm}^2$$

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

Karbonfiberarmering:

$$A_f := 240\text{mm}^2$$

Betongkvalitet:

C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

Karbonfiberdata:

Bredde på fiber: $b_f := 50\text{mm}$

Tykkelse fiber: $t_f := 1.2\text{mm}$

E-modul fiber: $E_f := 165000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Spenning fiber: $\sigma_f := 3100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Tøyning fiber: $\epsilon_{f..} := 8.5 \cdot 10^{-3}$

Tøyning i fiber ved brudd velges selv til ønsket verdi. Anbefalt maksimal tøyning er 8‰, og beregningene vil bruke dette som maksimalverdi.

Kryptall: $\varphi := 2$

Skriv inn opptredende momenter.

$M_{\text{før}}$ er momentet i SLS før konstruksjonen forsterkes

M_{under} er momentet i SLS når karbonfiberen påføres

M_{etter} er momentet i SLS som skal taes opp etter forsterkning

M_{Ed} er ønsket momentkapasitet i ULS (ikke nødvendig for beregningene)

$$M_{\text{før}} := 200\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{under}} := 120\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{etter}} := 300\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := 500\text{kN}\cdot\text{m}$$

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

► Tverrsnitt- og materialegenskaper

► FØR FORSTERKNING

Stadium 2

► UNDER FORSTERKNING

► ETTER FORSTERKNING

$$\epsilon_{u0} = 9.618 \times 10^{-4}$$

*Tøyning underkant
bjelke ved påføring
av karbonfiber*

Armering = Spenning OK

Karbonfiber = Spenning OK

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

Beregningene sjekker som følger:
1 - 4 : Fiberbrudd
5 - 7 : Fiberbrudd + trykkbrudd betong
8 - 11 : Trykkbrudd betong

 1. Kun fiberbrudd _____

 2. Ikke flyt i trykkarmering _____

 3. Ikke flyt i strekkarmering _____

 4. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____

 5. Fiberbrudd + trykkbrudd _____


 6. Ikke flyt i trykkarmering _____

 7. Ikke flyt i strekkarmering _____

 8. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____

 9. Ikke flyt i trykkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 10. Ikke flyt i strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 11. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 12. Ikke fiberbrudd _____

 Sortering og resultatutregning _____

 Tøyninger _____

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

Nedenfor gis momentkapasitet for tverrsnittet (M_{kap}), trykksonehøyde, og tilhørende bruddtype
Hvis ingen momentkapasitet blir gitt, prøv endring av TOL til en større verdi (evt. CTOL):
Tools -> Worksheet Options -> Built-In Variables -> Convergence Tolerance (TOL)

Eventuelt kan man åpne området kalt "Feilsøking" og endre de initielle antatte verdiene for trykksonehøyden der hvor det ikke kan finnes en momentkapasitet.

$$M_{kap} = 503.54 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\text{trykksonehøyde} = 95.912 \text{ mm}$$

Bruddtype for tverrsnittet er Brudd i forsterkning uten flyt i trykkarmering (flyt i strekkarmering)

► Feilsøking

Tøyningene (ved brudd) i betongen i overkant, trykkarmering, strekkarmering og karbonfiber vis nedenfor. Trykktøyninger er negative.

$$\epsilon_c = -1.551 \times 10^{-3} \quad \text{Betongtøyning i overkant}$$

$$\epsilon'_s = -7.749 \times 10^{-4} \quad \text{Tøyning i trykkarmering}$$

$$\epsilon_s = 8.185 \times 10^{-3} \quad \text{Tøyning i strekkarmering}$$

$$\epsilon_{\text{fiber}} = 8 \times 10^{-3} \quad \text{Tøyning i karbonfiber}$$

Momentkapasiteten kan kontrolleres mot ønsket momentkapasitet ved å trykke på knappen under. Viser også utnyttelse ved dersom kapasitet er tilstrekkelig, og overskridelse ved utilstrekkelig momentkapasitet

Kontroller Momentkapasitet

Momentutnyttelse = 0.99

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

Forankring

Jevnt fordelt last etter forsterkning (bruddgrense):	$q := 40 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Spennvidde bjelke:	$L_{\text{bjelke}} := 10\text{m}$
Rissvinkel:	$\theta := 45\text{deg}$
Armeringsvinkel:	$\alpha := 90\text{deg}$
Avstand fra senter opplegg til kant	$a_1 := 0\text{mm}$



$l_b = 220.326 \cdot \text{mm}$	<i>Tilgjengelig forankringslengde</i>
$l_{b,\text{max}} = 175.891 \cdot \text{mm}$	<i>Nødvendig forankringslengde</i>
$N_{\text{fd}} = 101.887 \cdot \text{kN}$	<i>Forankringskapasitet</i>
$N_{\text{E,d}} = 37.742 \cdot \text{kN}$	<i>Opptredende krefter i snittet</i>

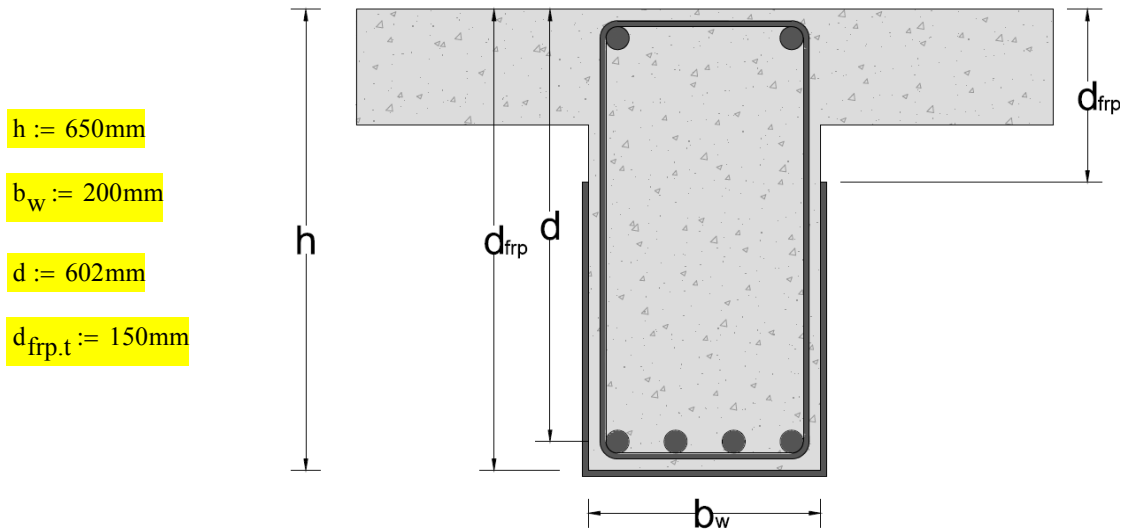
Endeforankring OK

Forankring mellom riss OK

Skjærkapasitet

Fyll inn felt markert med gul farge!

Mål på figur gjelder for både rektangulære og T-tversnitt



$$h := 650\text{mm}$$

$$b_w := 200\text{mm}$$

$$d := 602\text{mm}$$

$$d_{\text{frp.t}} := 150\text{mm}$$

$$d_{\text{frp}} := 750\text{mm}$$

Avstand fra overkant betong til nederste del av karbonfiber ($d_{\text{frp}} \leq h$)

Strekkarmering:

$$\varnothing_s := 20\text{mm} \quad \text{Diameter}$$

$$n := 4 \quad \text{Antall}$$

$$A_{s1} := \pi \cdot n \cdot \left(\frac{\varnothing_s}{2}\right)^2 = 1.257 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Skjærarmering (bøyler):

$$\varnothing_b := 8\text{mm}$$

$$s_w := 200\text{mm} \quad \text{Senteravstand}$$

$$\alpha := 90^\circ \quad \text{Skjærarmeringens vinkel i forhold til bjelkeaksen}$$

$$A_{sw} := 2\pi \cdot \left(\frac{\varnothing_b}{2}\right)^2 = 100.531 \cdot \text{mm}^2$$

Aksialkraft fra laster og forspenning:

$$N_{Ed} := 0\text{kN} \quad (N_{Ed} > 0 \text{ for trykk})$$

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

Betongkvalitet:

C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

$\theta := 45^\circ$

Antatt vinkel for skjæriss

Dimensjonerende skjærkrefter i tverrsnittet

Velg enten ønsket skjærkapasitet til karbonfiber, eller opptredende skjærkraft i tverrsnittet. Programmet beregner automatisk skjærkapasitet til uforsterket tverrsnitt i henhold til EC2 og bestemmer tilleggskraft som skal tas opp av karbonfiber.

$V_{\text{tillegg}} := 0 \text{ kN}$

Ønsket skjærkraft som skal bli tatt opp av karbonfiber

$V_{\text{Ed}} := 200 \text{ kN}$

Dimensjonerende skjærkraft i tverrsnittet

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

Karbonfiber:

Beregningene tar hensyn til om karbonfiber er fullstendig forankret, f.eks ved full innkapsling av bjelke, eller om den er festet i U-profil eller bare på sidene. Velg passende forankringsform:

Full innkapsling eller skikkelig forankret
Ufullstendig (U eller side) forankring

Velg hvordan karbonfiber festes (på hele sideflaten eller i form av bånd/plater):

Bånd/plater
Hele siden

$$\epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3}$$

Bruddtøyning

$$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3}$$

Anbefalt maks verdi for karbonfibertøyning (FIB). Kan endres til lavere verdi. Høyere enn 5 ‰ anbefales ikke!

$$E_{fu} := 230000 \text{MPa}$$

E-modul for karbonfiber

$$\beta := 90^\circ$$

Karbonfiberet sin vinkel i forhold til bjelkeaksen

$$b_f := 300 \text{mm}$$

Velg ønsket bredde på karbonfiber

$$n_f := 1$$

Antall lag karbonfiber

$$s_f := 500 \text{mm}$$

Senteravstand for karbonfiber dersom det brukes bånd eller plater.

Ved forsterkning av hele sideflaten settes verdien automatisk lik $b_f/\sin(\beta)$

► Materialegenskaper

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

uten karbon

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

▶ full forankring del1

Full innkapsling eller skikkelig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er skikkelig forankret, f.eks i form av full innkapsling av bjelke, velge laminatrykkelse $t_{f,f}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{\text{min.full}} = 0.072 \cdot \text{mm}$$

Minimumstykkelse per lag laminat

$$t_{f,f} := 0.129 \text{mm}$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

▶ full forankring del2

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

► ufullstendig forankret del1

Ufullstendig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er ufullstendig forankret, f.eks som U-profil eller kun på sidene, velge en laminatrykkelse $t_{f,U}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{fmin,U} = 0.112 \cdot mm$$

Minimumstykkelse per lag fiber

$$t_{f,U} := 0.129mm$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

► ufullstendig forankret del2

Resultat

$$V_f = 86.926 \cdot \text{kN}$$

Skjærkraftkapasitet til pålimt karbonfiber

$$V_{Rd} = 205.334 \cdot \text{kN}$$

Skjærkraftkapasitet til forsterket tverrsnitt

Kontroll Eksempel 3

Tverrsnitt og materialegenskaper

Tverrsnitt:

$$h := 650\text{mm}$$

$$h_0 := 150\text{mm}$$

$$b_0 := 700\text{mm}$$

$$b_w := 200\text{mm}$$

$$d_s := 602\text{mm}$$

$$d'_s := 48\text{mm}$$

Armering:

$$A_s := 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20\text{mm}}{2} \right)^2$$

$$A'_s := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20\text{mm}}{2} \right)^2$$

$$f_{yk} := 500\text{MPa}$$

$$E_s := 200000\text{MPa}$$

$$\eta_s := 17.647$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783 \cdot \text{MPa}$$

Karbonfiber:

$$A_f := 240\text{mm}^2$$

$$b_f := 50\text{mm}$$

$$t_f := 1.2\text{mm}$$

$$n_{\text{fiber}} := \frac{A_f}{b_f \cdot t_f} = 4$$

$$E_f := 165000\text{MPa}$$

$$\eta_f := 14.559$$

$$\varepsilon_f := 8.0 \cdot 10^{-3}$$

Betong:

$$f_{ck} := 35 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctm} := 3.2\text{MPa}$$

$$f_{cd} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{1.5} = 19.833 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{c2} := 2 \cdot 10^{-3}$$

Laster og krefter:

$$L_{\text{bjelke}} := 10\text{m} \quad q := 40 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{\text{f\u00f8r}} := 200\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{\text{under}} := 120\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{\text{etter}} := 300\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := \frac{q \cdot L_{\text{bjelke}}^2}{8} = 500 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

Bruksgrensetilstanden:

Avstand til nøytralakse i urisset tilstand

$$y_0 := 257.935 \text{ mm}$$

$$I_1 := 1.075 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$W_y := \frac{I_1}{y_0} = 4.168 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

Rissmoment

$$M_{cr} := W_y \cdot f_{ctm} = 133.367 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$M_{cr} < M_{\text{før}} \Rightarrow$ Tverrsnittet risser opp, stadium 2

Avstand til nøytralakse i risset tilstand under forsterkning

$$x := 157.814 \text{ mm}$$

$$\left[\begin{aligned} & -\eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x) + \frac{b_w}{2} \cdot x^2 + (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot x - h_0^2 \cdot \frac{(b_0 - b_w)}{2} \dots \\ & + (x - d'_s) \cdot A'_s \cdot (\eta_s - 1) \end{aligned} \right] = -2.445 \times 10^{-5} L$$

Tilnærmet lik 0, nøytralaksen og likevekten er korrekt

$$\begin{aligned} I := & \frac{b_w \cdot x^3}{12} + b_w \cdot x \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{(b_0 - b_w) \cdot h_0^3}{12} \dots = 5.418 \times 10^9 \cdot \text{mm}^4 \\ & + (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot \left(x - \frac{h_0}{2}\right)^2 \dots \\ & + \eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x)^2 \dots \\ & + (\eta_s - 1) \cdot A'_s \cdot (x - d'_s)^2 \end{aligned}$$

Spenningsene i de forskjellige lagene

$$\sigma_{\text{co.under}} := \frac{-M_{\text{under}}}{I} \cdot x = -3.495 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{\text{s.under}} := \eta_s \cdot \frac{M_{\text{under}}}{I} \cdot (d_s - x) = 173.596 \cdot \text{MPa}$$

Vedlegg 3: Beregningseksempel 3

$$\epsilon_s := \frac{\sigma_{s.under}}{E_s} = 8.68 \times 10^{-4}$$

Initielle tøyningen

$$\epsilon_{uo} := \frac{\epsilon_s \cdot (h - x)}{d_s - x} = 9.618 \times 10^{-4}$$

Avstand til nøytralakse i risset tilstand etter forsterkning

$$x_1 := 169.766 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} & (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot x_1 \dots & = -5.586 \times 10^{-5} \text{ L} \\ & + \frac{b_w}{2} \cdot x_1^2 - \frac{h_0^2}{2} \cdot (b_0 - b_w) - \eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x_1) - (h - x_1) \cdot A_f \cdot \eta_f \dots \\ & + (\eta_s - 1) \cdot A'_s \cdot (x_1 - d'_s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 := & \frac{b_w \cdot x_1^3}{12} + b_w \cdot x_1 \cdot \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \frac{(b_0 - b_w) \cdot h_0^3}{12} \dots & = 6.244 \times 10^9 \cdot \text{mm}^4 \\ & + (b_0 - b_w) \cdot h_0 \cdot \left(x_1 - \frac{h_0}{2}\right)^2 + \eta_s \cdot A_s \cdot (d_s - x_1)^2 \dots \\ & + \eta_f \cdot A_f \cdot (h - x_1)^2 + (\eta_s - 1) \cdot A'_s \cdot (x_1 - d'_s)^2 \end{aligned}$$

Spenningene i de forskjellige lagene

$$\sigma_{s.etter} := \eta_s \cdot \frac{M_{etter} - M_{under}}{I_2} \cdot (d_s - x_1) = 219.876 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_f := \eta_f \cdot \frac{M_{etter} - M_{under}}{I_2} \cdot (h - x_1) = 201.545 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{co.etter} := \frac{-(M_{etter} - M_{under})}{I_2} \cdot x_1 = -4.894 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{co} := \sigma_{co.under} + \sigma_{co.etter} = -8.389 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_s := \sigma_{s.under} + \sigma_{s.etter} = 393.472 \cdot \text{MPa}$$

$$0.8 \cdot f_{yk} = 400 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_f = 201.545 \cdot \text{MPa}$$

Spenningene er mindre enn de karakteristiske, tverrsnittet og lastene er OK.

Bruddgrensetilstanden:

$$x := 95.912 \text{ mm}$$

$$\kappa := \frac{\epsilon_f + \epsilon_{u0}}{h - x} = 0.016 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\epsilon_c = \kappa \cdot y$$

$$\epsilon_{c,\text{overkant}} := \kappa \cdot x = 1.551 \times 10^{-3}$$

Ettersom $\epsilon_{c,\text{overkant}} < \epsilon_{c2}$ vil det kun være følgende formel for σ_c i hele trykksone:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad (n = 2 \text{ for valgt betongkvalitet})$$

Fra ligning XX fås trykkresultanten T_c i betongens trykksone:

$$T_c = b_0 \cdot \int_0^x \sigma_c \, dy = b_0 \cdot \int_0^x f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] dy \quad b = b_0 \text{ da hele trykksonen er i bjelkens flens}$$

$$T_c = b_0 \cdot \int_0^x f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] dy$$

$$T_c := b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^3}{3} \right] - 0 \right] = 765.79 \cdot \text{kN}$$

Sjekker aksial likevekt:

$$T_c + A'_s \cdot E_s \cdot \kappa \cdot (x - d'_s) - A_s \cdot f_{yd} - A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f = 5.692 \text{ N} \quad \text{OK!}$$

Fra ligning XX fås avstanden til nøytralaksen y_T :

$$T_c \cdot y_T = b_0 \cdot \int_0^x \sigma_c \cdot y \, dy = b_0 \cdot \int_0^x f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \cdot y \, dy$$

$$T_c \cdot y_T = b_0 \cdot \int_0^x f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \cdot y \right] dy$$

$$T_c \cdot y_T = b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^4}{4} \right] - 0 \right]$$

$$y_T := \frac{b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^4}{4} \right] - 0 \right]}{T_c} = 61.154 \cdot \text{mm}$$

Sjekker tøyningen i armeringen:

$$\epsilon_{s,\text{check}} := \kappa \cdot (d_s - x) = 8.185 \times 10^{-3} \quad \epsilon_{s,\text{check}} > \frac{f_{yd}}{E_s}$$

$$\epsilon'_{s,\text{check}} := \kappa \cdot (x - d'_s) = 7.749 \times 10^{-4} \quad \epsilon'_{s,\text{check}} < \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Tversnittet har trykkarmering som ikke flyter, dermed blir kapasiteten M_{kap} :

$$M_{\text{kap}} := T_c \cdot y_T + A_s \cdot f_{yd} \cdot (d_s - x) + A'_s \cdot \epsilon'_{s,\text{check}} \cdot E_s \cdot (x - d'_s) + A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f \cdot (h - x) = 503.54 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Med tøyninger i armering, betong og fiber:

$$\epsilon_{s,\text{check}} := \kappa \cdot (d_s - x) = 8.185 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon'_{s,\text{check}} := -\kappa \cdot (x - d'_s) = -7.749 \times 10^{-4}$$

$$\epsilon_c := -\kappa \cdot x = -1.551 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{\text{fiber}} := \kappa \cdot (h - x) - \epsilon_{u0} = 8 \times 10^{-3}$$

Forankring

$$z := 0.9 \cdot d_s = 541.8 \cdot \text{mm}$$

$$R_w := \frac{q \cdot L_{\text{bjelke}}}{2} = 200 \cdot \text{kN}$$

$$x_f := 535.373 \text{mm}$$

$$M_{\text{cr.f}} := 188.496 \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_e := R \cdot x_f - \frac{q \cdot x_f^2}{2} = 101.342 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Tilgjengelig forankringslengde

$$a_1 := \frac{z}{2} = 270.9 \cdot \text{mm}$$

$$l_b := x_f - a_1 = 264.473 \cdot \text{mm}$$

$$l_{b,\text{max}} := \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{\text{ctm}}}} \cdot \text{mm}^{0.5} = 175.891 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{b_w} = 1$$

$$k_b := \max \left(1.06 \cdot \sqrt{\frac{2 - \frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{b_w}}{1 + \frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{400 \text{mm}}}}, 1 \right) = 1 \quad k_c := 1.0 \quad \alpha_1 := 1 \quad c_1 := 0.64$$

Aksialkraft i snitt(x.f)

$$N_{\text{Ed}} := 61.612 \text{kN}$$

$$N_{\text{fd,max}} := \alpha_1 \cdot c_1 \cdot k_b \cdot k_c \cdot n_{\text{fiber}} \cdot b_f \cdot \sqrt{E_f \cdot t_f \cdot f_{\text{ctm}}} \cdot \text{mm}^{0.5} = 101.887 \cdot \text{kN}$$

$$l_b > l_{b,\text{max}}$$

$$N_{\text{fd}} := N_{\text{fd,max}} = 101.887 \cdot \text{kN}$$

Skjærforsterkning:

$$A_{sw} := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{8\text{mm}}{2} \right)^2$$

$$s := 200\text{mm}$$

$$\alpha := 90^\circ \quad \theta := 45^\circ$$

$$z = 0.542\text{m}$$

$$V_{Rd,s} := \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{yd} \cdot (\cot(\theta) + \cot(\alpha)) \cdot \sin(\alpha) = 118.408 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet uten forsterkning}$$

$$V_{Ed} := \frac{q \cdot L_{bjelke}}{2} = 200 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkraft i snitt}$$

$$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3} \quad \epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3} \quad E_{fu} := 230000\text{MPa} \quad h_{frp,e} := 491.8\text{mm}$$

$$t_f := 0.129\text{mm} \quad n_f := 1 \quad b_f := 300\text{mm} \quad s_f := 300\text{mm} \quad \beta := 90^\circ$$

$$\rho_f := \frac{2 \cdot n_f \cdot t_f \cdot b_f}{b_w \cdot s_f} = 1.29 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{fd} := \min \left[\frac{0.8 \cdot 0.65 \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.56}}{1.3}, \frac{0.8 \cdot 0.17 \cdot \epsilon_{fu} \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.3}}{1.2}, \epsilon_{f,max} \right] = 2.979 \times 10^{-3}$$

$$V_f := h_{frp,e} \cdot E_{fu} \cdot \epsilon_{fd} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot (\cot(\theta) + \cot(\beta)) \sin(\beta) = 86.926 \cdot \text{kN}$$

$$\text{kapasitet} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_f > (V_{Ed} - V_{Rd,s}) \\ \text{"IKKE OK"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"OK"}$$

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

Tverrsnittsdata

ORIGIN := 1

$$h \equiv 750\text{mm}$$

$$b_w \equiv 300\text{mm}$$

$$b_0 \equiv 700\text{mm}$$

$$h_0 \equiv 150\text{mm}$$

$$d_s \equiv 700\text{mm}$$

$$d'_s \equiv 50\text{mm}$$

$$d_p \equiv 600\text{mm}$$

Strekkarmering (underkant):

$$\varnothing := 20\text{mm}$$

$$n := 4$$

(diameter)

(antall)

Trykkarmering (overkant):

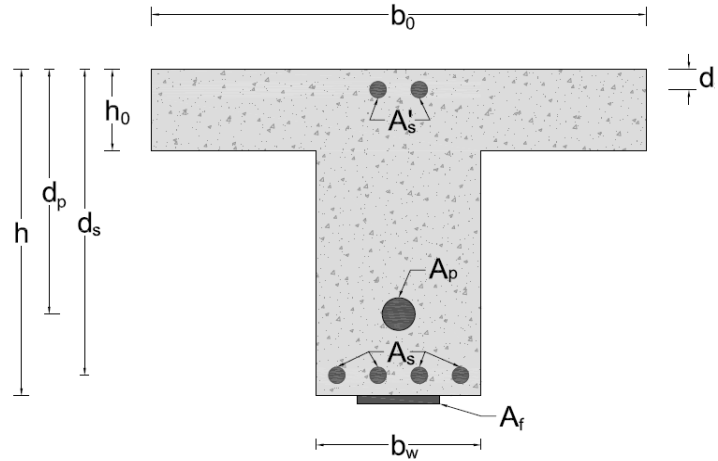
$$\varnothing' := 16\text{mm}$$

$$n' := 0$$

(diameter)

(antall)

Fyll inn felt markert med gul farge!



$$A_s := \pi \cdot n \cdot \left(\frac{\varnothing}{2}\right)^2 = 1.257 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$A'_s := \pi \cdot n' \cdot \left(\frac{\varnothing'}{2}\right)^2 = 0 \cdot \text{mm}^2$$

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

Karbonfiberarmering:

$$A_f := 400\text{mm}^2$$

Betongkvalitet:

C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

Karbonfiberdata:

Bredde på fiber: $b_f := 50\text{mm}$

Tykkelse fiber: $t_f := 1.2\text{mm}$

E-modul fiber: $E_f := 165000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Spenning fiber: $\sigma_f := 3100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Tøyning fiber: $\epsilon_{f..} := 8.0 \cdot 10^{-3}$

Tøyning i fiber ved brudd velges selv til ønsket verdi. Anbefalt maksimal tøyning er 8‰, og beregningene vil bruke dette som maksimalverdi.

Kryptall: $\varphi := 2$

Spennarmering (underkant):

$$A_p := 800\text{mm}^2$$

$$E_p := 195000\text{MPa}$$

$$f_{p0.01k} := 1550\text{MPa}$$

$$\epsilon'_{p0} := 6.3 \cdot 10^{-3}$$

*Effektiv
forhåndstøyning:*

$$\Delta F := 10\%$$

% Tap av spennkraft

Skriv inn opptredende momenter.

$M_{\text{før}}$ er momentet i SLS før konstruksjonen forsterkes

M_{under} er momentet i SLS når karbonfiberen påføres

M_{etter} er momentet i SLS som skal taes opp etter forsterkning

M_{Ed} er ønsket momentkapasitet i ULS (ikke nødvendig for beregningene)

$$M_{\text{før}} := 600\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{under}} := 500\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{etter}} := 800\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := 1200\text{kN}\cdot\text{m}$$

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

▶ Tverrsnitt- og materialegenskaper

▶ FØR FORSTERKNING

Stadium 2

▶ UNDER FORSTERKNING

▶ ETTER FORSTERKNING

$$\epsilon_{u0} = 3.048 \times 10^{-4}$$

*Tøyning underkant
bjelke ved påføring
av karbonfiber*

Kontroller initiell moment

Armering = Spenning OK

Karbonfiber = Spenning OK

betongtrykk = OK

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

Beregningene sjekker som følger:
1 - 8 : Fiberbrudd
9 - 16 : Fiberbrudd + trykkbrudd betong
17 - 24 : Trykkbrudd betong

- 1. Kun fiberbrudd _____
- 2. Ikke flyt i trykkarmering _____
- 3. Ikke flyt i strekkarmering _____
- 4. Ikke flyt i spennarmering _____
- 5. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____
- 6. Ikke flyt i trykk- og spennarmering _____
- 7. Ikke flyt i strekk- og spennarmering _____
- 8. Ikke flyt i noen armering _____
- 9. Fiberbrudd + trykkbrudd _____
- 10. Ikke flyt i trykkarmering _____
- 11. Ikke flyt i strekkarmering _____
- 12. Ikke flyt i spennarmering _____
- 13. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____
- 14. Ikke flyt i trykk- og spennarmering _____
- 15. Ikke flyt i strekk- og spennarmering _____
- 16. Ikke flyt i noen armering _____

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

▶ 17. Ikke flyt i trykkarmering (ikke fiberbrudd) _____

▶ 18. Ikke flyt i strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

▶ 19. Ikke flyt i spennarmering (ikke fiberbrudd) _____

▶ 20. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

▶ 21. Ikke flyt i trykk- og spennarmering (ikke fiberbrudd) _____

▶ 22. Ikke flyt i strekk- og spennarmering (ikke fiberbrudd) _____

▶ 23. Ikke flyt i noen armering (ikke fiberbrudd) _____

▶ 24. Ikke fiberbrudd _____

▶ Sortering og resultatutregning _____

▶ Tøyninger _____

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

Nedenfor gis momentkapasitet for tverrsnittet (M_{kap}), trykksonehøyde, og tilhørende bruddtype. Hvis ingen momentkapasitet blir gitt, prøv endring av TOL til en større verdi (evt. CTOL):
Tools -> Worksheet Options -> Built-In Variables -> Convergence Tolerance (TOL)

Eventuelt kan de initielle verdiene forandres under "feilsøking" for de tilfeller hvor iterasjonen ikke gir et svar.

$$M_{kap} = 1286.71 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{trykksonehøyde} = 168.57 \cdot \text{mm}$$

Bruddtype for tverrsnittet er Brudd i forsterkning uten flyt i trykkarmering (flyt i strekk- og spennarmering)

► Feilsøking

Tøyningene (ved brudd) i betongen i overkant, trykkarmering, strekkarmering, spennarmering og karbonfiber vises nedenfor. Trykktøyninger er negative.

$$\epsilon_c = -2.408 \times 10^{-3} \quad \text{Betongtøyning i overkant}$$

$$\epsilon'_s = -1.694 \times 10^{-3} \quad \text{Tøyning i trykkarmering}$$

$$\epsilon_s = 7.591 \times 10^{-3} \quad \text{Tøyning i strekkarmering}$$

$$\epsilon_p = 0.012 \quad \text{Tøyning i spennarmering}$$

$$\epsilon_{\text{fiber}} = 8 \times 10^{-3} \quad \text{Tøyning i karbonfiber}$$

Momentkapasiteten kan kontrolleres mot ønsket momentkapasitet ved å trykke på knappen under. Viser også utnyttelse ved dersom kapasitet er tilstrekkelig, og overskridelse ved utilstrekkelig momentkapasitet

Kontroller Momentkapasitet

Momentutnyttelse = 0.93

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

Forankring

Jevnt fordelt last etter forsterkning
(bruddgrense):
Spennvidde bjelke:

$$q := 96 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$L_{\text{bjelke}} := 10\text{m}$$

Rissvinkel:

$$\theta := 45\text{deg}$$

Armeringsvinkel:

$$\alpha := 90\text{deg}$$

Avstand fra senter opplegg til kant

$$a_i := 50\text{mm}$$

Avtanad kant til ende fiber

$$a_k := 0\text{mm}$$

$$N_{\text{Ed}} := \epsilon'_{\text{p0}} \cdot A_{\text{p}} \cdot E_{\text{p}} = 982.8 \cdot \text{kN}$$



$$l_{\text{b}} = 167.156 \cdot \text{mm}$$

Tilgjengelig forankringslengde

$$l_{\text{b,max}} = 161.408 \cdot \text{mm}$$

Nødvendig forankringslengde

$$N_{\text{fd}} = 185.047 \cdot \text{kN}$$

Forankringskapasitet

$$N_{\text{E,d}} = 34.333 \cdot \text{kN}$$

Opptredende krefter i snittet

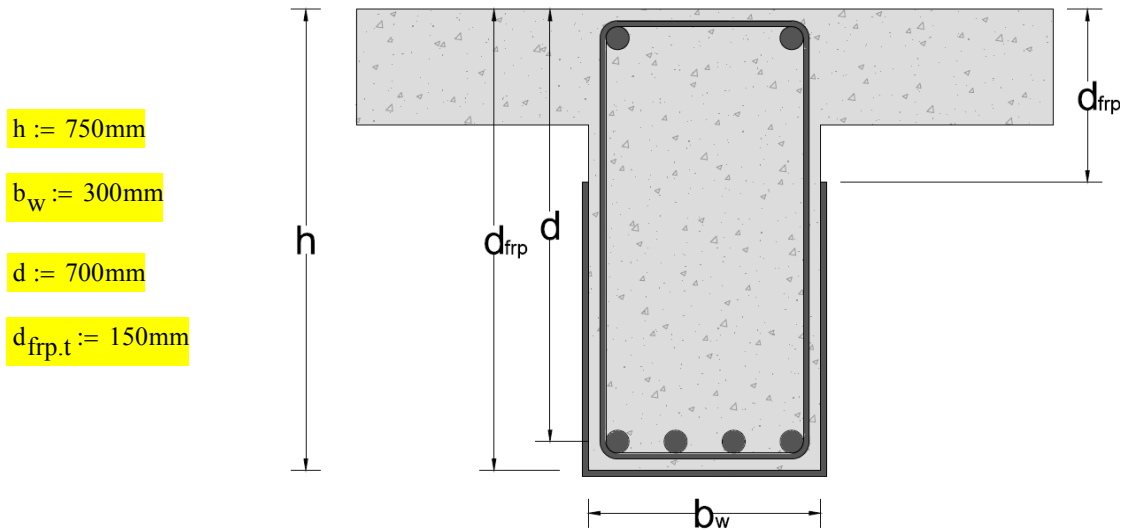
Endeforankring OK

Forankring mellom riss OK

Skjærkapasitet

Fyll inn felt markert med gul farge!

Mål på figur gjelder for både rektangulære og T-tversnitt



$$h := 750\text{mm}$$

$$b_w := 300\text{mm}$$

$$d := 700\text{mm}$$

$$d_{\text{frp.t}} := 150\text{mm}$$

$$d_{\text{frp}} := 750\text{mm}$$

Avstand fra overkant betong til nederste del av karbonfiber ($d_{\text{frp}} \leq h$)

$$z_t := d_{\text{frp.t}} = 150\text{mm}$$

$$z_b := [d - (h - d_{\text{frp}})] - 0.1d = 630\text{mm}$$

$$h_{\text{frp.e}} := z_b - z_t = 480\text{mm} \quad \text{Effektiv høyde til forsterkning}$$

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

Betongkvalitet:

C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

$\theta := 45^\circ$

Antatt vinkel for skjæriss

Skjærkrefter i tverrsnittet

$V_{\text{tillegg}} := 180\text{kN}$

Ønsket skjærkraft som skal bli tatt opp av karbonfiber

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

Karbonfiber:

Beregningene tar hensyn til om karbonfiber er fullstendig forankret, f.eks ved full innkapsling av bjelke, eller om den er festet i U-profil eller bare på sidene. Velg passende forankringsform:

Full innkapsling eller skikkelig forankret
Ufullstendig (U eller side) forankring

Velg hvordan karbonfiber festes (på hele sideflaten eller i form av bånd/plater):

Bånd/plater
Hele siden

$$\epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3}$$

Bruddtøyning

$$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3}$$

Anbefalt maks verdi for karbonfibertøyning (FIB). Kan endres til lavere verdi. Høyere enn 5 ‰ anbefales ikke!

$$E_{fu} := 230000 \text{MPa}$$

E-modul for karbonfiber

$$\beta := 90^\circ$$

Karbonfiberet sin vinkel i forhold til bjelkeaksen

$$b_f := 300 \text{mm}$$

Velg ønsket bredde på karbonfiber

$$n_f := 3$$

Antall lag karbonfiber

$$s_f := 500 \text{mm}$$

Senteravstand for karbonfiber dersom det brukes bånd eller plater.

Ved forsterkning av hele sideflaten settes verdien automatisk lik $b_f/\sin(\beta)$

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

▶ Materialelegenskaper _____

▶ full forankring del1 _____

Full innkapsling eller skikkelig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er skikkelig forankret, f.eks i form av full innkapsling av bjelke, velge laminatrykkelse $t_{f,f}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{\text{min.full}} = 0.054 \cdot \text{mm}$$

Minimumstykkelse per lag laminat

$$t_{f,f} := 0.129 \text{mm}$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

▶ full forankring del2 _____

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

► ufullstendig forankret del1

Ufullstendig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er ufullstendig forankret, f.eks som U-profil eller kun på sidene, velge en laminattykkelse $t_{f,U}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{fmin,U} = 0.115 \cdot \text{mm}$$

Minimumstykkelse per lag fiber

$$t_{f,U} := 0.129 \text{mm}$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

► ufullstendig forankret del2

Resultat

$$V_f = 189.625 \cdot \text{kN}$$

Skjærkraftkapasitet til pålimt karbonfiber

Kontroll Eksempel 1

Tverrsnitt og materialegenskaper

Tverrsnitt:

$$h := 750\text{mm}$$

$$h_0 := 150\text{mm}$$

$$b_0 := 700\text{mm}$$

$$b_w := 300\text{mm}$$

$$d_s := 700\text{mm}$$

$$d'_s := 50\text{mm}$$

$$d_p := 600\text{mm}$$

Armering:

$$A_s := 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20\text{mm}}{2}\right)^2$$

$$A'_s := 0 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20\text{mm}}{2}\right)^2$$

$$f_{yk} := 500\text{MPa}$$

$$E_s := 200000\text{MPa}$$

$$\eta_s := 16.667$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783 \cdot \text{MPa}$$

Karbonfiber:

$$A_f := 400\text{mm}^2$$

$$b_f := 50\text{mm}$$

$$t_f := 1.2\text{mm}$$

$$n_{\text{fiber}} := \frac{A_f}{b_f \cdot t_f} = 6.667$$

$$E_f := 165000\text{MPa}$$

$$\eta_f := 13.75$$

$$\varepsilon_f := 8.0 \cdot 10^{-3}$$

Betong:

$$f_{ck} := 45 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctm} := 3.8\text{MPa}$$

$$f_{cd} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{1.5} = 25.5 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{c2} := 2 \cdot 10^{-3}$$

$$E_{cm} := 12000\text{MPa}$$

Spennarmering:

$$A_p := 800\text{mm}^2$$

$$E_p := 195000\text{MPa}$$

$$f_{p0.01k} := 1550\text{MPa}$$

$$\varepsilon'_{p0} := 6.3 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta F := 10\%$$

$$\eta_p := 16.25$$

$$e_1 := d_p - \frac{h}{2} = 225 \cdot \text{mm}$$

$$f_{pd} := \frac{f_{p0.01k}}{1.15} = 1.348 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

Laster og krefter:

$$L_{\text{bjelke}} := 10\text{m} \quad q := 96 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{\text{f\u00f8r}} := 600\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{\text{under}} := 500\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{\text{etter}} := 800\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := \frac{q \cdot L_{\text{bjelke}}^2}{8} = 1200 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

Bruksgrensetilstanden:

$$A_t := 3.169 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

Avstand til nøytralakse urisset tilstand

$$y_0 := 347.051 \text{ mm}$$

$$I_1 := 1.851 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

Forspenningskraft

$$N_p := 979.2 \text{ kN}$$

$$M_t := -N_p \cdot (d_p - y_0) + M_{\text{før}} = 352.312 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\text{cu.før}} := \frac{-N_p}{A_t} + \frac{M_t \cdot (h - y_0)}{I_1} = 4.58 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{stadium_underkant} := \begin{cases} \text{"Stadium 1"} & \text{if } \sigma_{\text{cu.før}} < f_{\text{ctm}} \\ \text{"Stadium 2"} & \text{if } \sigma_{\text{cu.før}} > f_{\text{ctm}} \end{cases} = \text{"Stadium 2"}$$

Nøytralaksefaktor

$$\alpha_{\text{under}} := 0.864$$

Avstand fra kraft til tyngdepunkt betong

$$a_{\text{under}} := \frac{M_{\text{under}} - N_p \cdot e_1}{N_p} = 285.621 \cdot \text{mm}$$

Aksial likevekt under forsterkning

$$\sigma_{\text{cA1}} := \frac{N_p}{\frac{1}{2} \cdot \alpha_{\text{under}} \cdot d_p \cdot b_w + \frac{1}{2} \cdot (b_0 - b_w) \cdot h_0 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p - h_0}{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p} \right) \cdot (b_0 - b_w) \cdot h_0 \dots} = 8.181 \cdot \text{MPa}$$

$$+ (\eta_s - 1) \cdot \left(\frac{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p - d'_s}{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p} \right) \cdot A'_s - \left(\frac{d_s - \alpha_{\text{under}} \cdot d_p}{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p} \right) \cdot \eta_s \cdot A_s \dots$$

$$+ \left(\frac{1 - \alpha_{\text{under}}}{\alpha_{\text{under}}} \right) \cdot \eta_p \cdot A_p$$

Momentlikevekt under forsterkning

$$\sigma_{cM1} := \frac{N_p \cdot (e_1 + a_{\text{under}})}{\frac{1}{2} \cdot \alpha_{\text{under}} \cdot d_p^2 \cdot b_w \cdot \left(1 - \frac{\alpha_{\text{under}}}{3}\right) \dots + \left(\frac{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p - h_0}{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p}\right) \cdot h_0 \cdot (b_0 - b_w) \cdot \left(d_p - \frac{h_0}{2}\right) \dots + \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p - h_0}{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p}\right)\right] \cdot h_0 \cdot (b_0 - b_w) \cdot \left(d_p - \frac{h_0}{3}\right) \dots + (\eta_s - 1) \cdot \left(\frac{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p - d'_s}{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p}\right) \cdot A'_s \cdot (d_p - d'_s) \dots + \left(\frac{d_s - \alpha_{\text{under}} \cdot d_p}{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p}\right) A_s \cdot \eta_s \cdot (d_s - d_p)} = 8.182 \cdot \text{MPa}$$

Spenninger i de forskjellige lagene

$$\sigma_{\text{co.under}} := \sigma_{cA1} = 8.181 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{\text{co.under}} := \frac{\sigma_{\text{co.under}}}{E_{\text{cm}}} = 6.817 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{\text{s.under}} := \frac{(d_s - \alpha_{\text{under}} \cdot d_p)}{\alpha_{\text{under}} \cdot d_p} \cdot \varepsilon_{\text{co.under}} = 2.388 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_{\text{s.under}} := \varepsilon_{\text{s.under}} \cdot E_s = 47.763 \cdot \text{MPa}$$

Initielle tøyningen

$$\varepsilon_{\text{uo}} := \frac{\varepsilon_{\text{s.under}} \cdot (h - \alpha_{\text{under}} \cdot d_p)}{d_s - \alpha_{\text{under}} \cdot d_p} = 3.046 \times 10^{-4}$$

Nøytralaksefaktor

$$\alpha_{\text{etter}} := 0.595$$

$$a_{\text{etter}} := \frac{M_{\text{etter}} - N_p \cdot e_1}{N_p}$$

Aksial likevekt etter forsterkning

$$\begin{aligned} \sigma_{cA2} := & \frac{N_p}{\frac{1}{2} \cdot \alpha_{\text{etter}} \cdot d_p \cdot b_w + \frac{1}{2} \cdot (b_0 - b_w) \cdot h_0 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p - h_0}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \right) \cdot (b_0 - b_w) \cdot h_0 \dots} = 14.855 \cdot \text{MPa} \\ & + (\eta_s - 1) \cdot \left(\frac{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p - d'_s}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \right) \cdot A'_s - \left(\frac{d_s - \alpha_{\text{etter}} \cdot d_p}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \right) \cdot \eta_s \cdot A_s \dots \\ & + \left(\frac{1 - \alpha_{\text{etter}}}{\alpha_{\text{etter}}} \right) \cdot \eta_p \cdot A_p - \left(\frac{h - \alpha_{\text{etter}} \cdot d_p}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \right) \cdot A_f \cdot \eta_f \end{aligned}$$

Momentlikevekt etter forsterkning

$$\begin{aligned} \sigma_{cM2} := & \frac{N_p \cdot (e_1 + a_{\text{etter}})}{\frac{1}{2} \cdot \alpha_{\text{etter}} \cdot d_p^2 \cdot b_w \cdot \left(1 - \frac{\alpha_{\text{etter}}}{3} \right) \dots} = 14.849 \cdot \text{MPa} \\ & + \left(\frac{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p - h_0}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \right) \cdot h_0 \cdot (b_0 - b_w) \cdot \left(d_p - \frac{h_0}{2} \right) \dots \\ & + \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p - h_0}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \right) \right] \cdot h_0 \cdot (b_0 - b_w) \cdot \left(d_p - \frac{h_0}{3} \right) \dots \\ & + (\eta_s - 1) \cdot \left(\frac{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p - d'_s}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \right) \cdot A'_s \cdot (d_p - d'_s) \dots \\ & + \left(\frac{d_s - \alpha_{\text{etter}} \cdot d_p}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \right) \cdot A_s \cdot \eta_s \cdot (d_s - d_p) \dots \\ & + \left(\frac{h - \alpha_{\text{etter}} \cdot d_p}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \right) \cdot A_f \cdot \eta_f \cdot (h - d_p) \end{aligned}$$

Spenningene i de forskjellige lagene

$$\sigma_{\text{co.etter}} := \sigma_{\text{cA2}} = 14.855 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{\text{co.etter}} := \frac{\sigma_{\text{co.etter}}}{E_{\text{cm}}} = 1.238 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{\text{s.etter}} := \frac{(d_s - \alpha_{\text{etter}} \cdot d_p)}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \cdot \varepsilon_{\text{co.etter}} = 1.189 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_{\text{s.etter}} := \varepsilon_{\text{s.etter}} \cdot E_s = 237.869 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{\text{f.etter}} := \frac{(h - \alpha_{\text{etter}} \cdot d_p)}{\alpha_{\text{etter}} \cdot d_p} \cdot \varepsilon_{\text{co.etter}} = 1.363 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_f := \varepsilon_{\text{f.etter}} \cdot E_f = 224.849 \cdot \text{MPa}$$

$$0.8 \cdot f_{yk} = 400 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_f = 224.849 \cdot \text{MPa}$$

Spenningene er mindre enn de karakteristiske, tverrsnittet og lastene er OK.

Bruddgrensetilstanden:

$$x := 168.57 \text{ mm}$$

Trykksonehøyde fra beregningsprogram

$$\kappa := \frac{\epsilon_f + \epsilon_{u0}}{h - x} = 0.014 \frac{1}{\text{m}}$$

Krumning for aktuell bruddform

$$\epsilon_c = \kappa \cdot y$$

$$\epsilon_{c, \text{overkant}} := \kappa \cdot x = 2.408 \times 10^{-3}$$

Ettersom $\epsilon_{c, \text{overkant}} > \epsilon_{c2}$ vil det være følgende formler for σ_c i trykksonen:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad \begin{array}{l} \text{for } \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \\ (n = 2 \text{ for valgt betongkvalitet}) \end{array}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{for } \epsilon_c > \epsilon_{c2}$$

Må finne punktet der $\epsilon_c = \epsilon_{c2}$:

$$x_1 := \frac{\epsilon_{c2}}{\kappa} = 140.027 \cdot \text{mm}$$

Fra ligning XX fås trykkresultanten T_c i betongens trykksone:

$$T_c = \int \sigma_c dA_T \quad \text{hvor } dA_T \text{ er arealet av trykksonen}$$

Nøytralaksen befinner seg i steget. Må derfor variere trykkresultanten i forhold til bjelkens bredde aktuelle posisjon ved integrering:

$$b = b_w \quad \text{for } x - y > h_0$$

$$b = b_0 \quad \text{for } x - y < h_0$$

$$x - h_0 = 18.57 \cdot \text{mm} \quad \text{Øverste grensen til integralet for } b_w$$

Vedlegg 4: Beregningseksempel 4

$$T_c = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} \sigma_c dy + b_0 \cdot \int_{x-h_0}^x \sigma_c dy$$

Innsatt uttrykk for σ_c :

$$T_c = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] dy + b_0 \cdot \int_{x-h_0}^{x_1} f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] dy \dots$$

$$+ b_0 \cdot \int_{x_1}^x f_{cd} dy$$

$$T_c = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] dy \dots$$

$$+ b_0 \cdot \int_{x-h_0}^{x_1} f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] dy \dots$$

$$+ b_0 \cdot \int_{x_1}^x f_{cd} dy$$

$$T_c := b_w \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^3}{3} \right] - 0 \right] \dots = 2151.807 \cdot \text{kN}$$

$$+ b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x_1^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x_1^3}{3} \right] - \left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^3}{3} \right] \right] \dots$$

$$+ b_0 \cdot f_{cd} \cdot (x - x_1)$$

Sjekker aksial likevekt:

$$T_c - A_s \cdot f_{yd} - A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f - A_p \cdot f_{pd} = -0.818 \cdot \text{kN} \quad \text{OK!}$$

Fra ligning XX fås avstanden til nøytralaksen y_T :

$$T_c \cdot y_T = \int \sigma_c \cdot y \, dA_T$$

$$T_c \cdot y_T = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} \sigma_c \cdot y \, dy + b_0 \cdot \int_{x-h_0}^x \sigma_c \cdot y \, dy$$

$$\begin{aligned} T_c \cdot y_T &= b_w \cdot \int_0^{x-h_0} f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] \cdot y \, dy \dots \\ &+ b_0 \cdot \int_{x-h_0}^{x_1} f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] \cdot y \, dy \dots \\ &+ b_0 \cdot \int_{x_1}^x f_{cd} \cdot y \, dy \end{aligned}$$

$$y_T := \frac{\left[b_w \cdot f_{cd} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^4}{4} \right] - 0 \right] \dots + b_0 \cdot f_{cd} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x_1^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x_1^4}{4} \right] \dots + \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^4}{4} \right] + b_0 \cdot f_{cd} \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - x_1^2) \right]}{T_c} = 104.168 \text{ mm}$$

Sjekker tøyningen i armeringen:

$$\epsilon_{s.check} := \kappa \cdot (d_s - x) = 7.59 \times 10^{-3} \quad \epsilon_{s.check} > \frac{f_{yd}}{E_s}$$

$$\epsilon_{p.check} := \kappa \cdot (d_p - x) + \epsilon'_{p0} = 0.012 \quad \epsilon_{p.check} > \frac{f_{pd}}{E_p}$$

Tverrsnittet har ikke trykkarmering, dermed blir kapasiteten M_{kap} :

$$M_{kap} := T_c \cdot y_T + A_s \cdot f_{yd} \cdot (d_s - x) + A_p \cdot f_{pd} \cdot (d_p - x) + A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f \cdot (h - x) = 1286.693 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Med tøyninger i armering, betong og fiber:

$$\epsilon_s := \kappa \cdot (d_s - x) = 7.59 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_p := \kappa \cdot (d_p - x) + \epsilon'_{p0} = 0.012$$

$$\epsilon_c := -\kappa \cdot x = -2.408 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{fiber} := \kappa \cdot (h - x) - \epsilon_{u0} = 8 \times 10^{-3}$$

Forankring

$$z := 0.9 \cdot d_s = 630 \cdot \text{mm} \qquad y_{0f} := 353.926 \text{mm}$$

$$R_w := \frac{q \cdot L_{bjelke}}{2} = 480 \cdot \text{kN} \qquad N_{Ed} := 982.8 \text{kN}$$

$$a_1 := 50 \text{mm}$$

$$x_f := 532.156 \text{mm}$$

$$M_{cr.f} := 185.999 \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_e := -N_{Ed} \cdot (d_p - y_{0f}) + R_w \cdot x_f - \frac{q \cdot x_f^2}{2} = 2.324 \times 10^{-4} \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad ==>0, \text{ OK!}$$

Tilgjengelig forankringslengde

$$a_1 := \frac{z}{2} = 315 \cdot \text{mm}$$

$$l_b := x_f - a_1 - a_1 = 167.156 \cdot \text{mm}$$

$$l_{b,max} := \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}} \cdot \text{mm}^{0.5}} = 161.408 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{n_{fiber} \cdot b_f}{b_w} = 1.111$$

$$k_b := \max \left(1.06 \cdot \frac{2 - \frac{n_{fiber} \cdot b_f}{b_w}}{\sqrt{1 + \frac{n_{fiber} \cdot b_f}{400 \text{mm}}}}, 1 \right) = 1 \qquad k_c := 1.0 \qquad \alpha_1 := 1 \qquad c_1 := 0.64$$

Aksialkraft i snitt(x.f)

$$N_{E,d} := 34.333 \text{kN}$$

$$N_{fd,max} := \alpha_1 \cdot c_1 \cdot k_b \cdot k_c \cdot n_{fiber} \cdot b_f \cdot \sqrt{E_f \cdot t_f \cdot f_{ctm}} \cdot \text{mm}^{0.5} = 185.047 \cdot \text{kN}$$

$$l_b > l_{b,max}$$

$$N_{fd} := N_{fd,max} = 185.047 \cdot \text{kN}$$

Skjærforsterkning:

$V_{Rd,s} := 300\text{kN}$ *Skjærkapasitet uten forsterkning*

$V_{Ed} := \frac{q \cdot L_{bjelke}}{2} = 480 \cdot \text{kN}$ *Skjærkraft i snitt*

$\theta := 45^\circ$ *Rissvinkel*

$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3}$ $\epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3}$ $E_{fu} := 230000\text{MPa}$ $h_{frp,e} := 480\text{mm}$

$t_f := 0.129\text{mm}$ $n_f := 3$ $b_f := 300\text{mm}$ $s_f := 300\text{mm}$ $\beta := 90^\circ$

$\rho_f := \frac{2 \cdot n_f \cdot t_f \cdot b_f}{b_w \cdot s_f} = 2.58 \times 10^{-3}$

$$\epsilon_{fd} := \min \left[\frac{0.8 \cdot 0.65 \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.56}}{1.3}, \frac{0.8 \cdot 0.17 \cdot \epsilon_{fu} \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.3}}{1.2}, \epsilon_{f,max} \right] = 2.219 \times 10^{-3}$$

$V_f := h_{frp,e} \cdot E_{fu} \cdot \epsilon_{fd} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot (\cot(\theta) + \cot(\beta)) \sin(\beta) = 189.625 \cdot \text{kN}$

kapasitet := $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_f > (V_{Ed} - V_{Rd,s}) \\ \text{"IKKE OK"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"OK"}$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

ORIGIN := 1

Tverrsnittsdata

$h = 700\text{mm}$

$b_w = 250\text{mm}$

$b_0 = 1000\text{mm}$

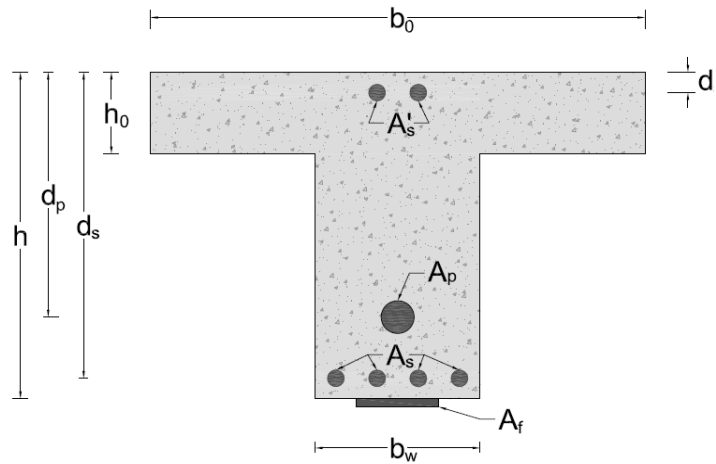
$h_0 = 100\text{mm}$

$d_s = 650\text{mm}$

$d'_s = 50\text{mm}$

$d_p = 600\text{mm}$

Fyll inn felt markert med gul farge!



Strekkarmering (underkant):

$\varnothing := 20\text{mm}$

$n := 0$

(diameter)

(antall)

$$A_s := \pi \cdot n \cdot \left(\frac{\varnothing}{2}\right)^2 = 0 \cdot \text{mm}^2$$

Trykkarmering (overkant):

$\varnothing' := 16\text{mm}$

$n' := 0$

(diameter)

(antall)

$$A'_s := \pi \cdot n' \cdot \left(\frac{\varnothing'}{2}\right)^2 = 0 \cdot \text{mm}^2$$

Karbonfiberarmering:

$A_f := 300\text{mm}^2$

Karbonfiberdata:

Bredde på fiber:

$b_f := 50\text{mm}$

Tykkelse fiber:

$t_f := 1.2\text{mm}$

E-modul fiber:

$E_f := 165000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Spenning fiber:

$\sigma_f := 3100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Tøyning fiber:

$\epsilon_{f..} := 8.0 \cdot 10^{-3}$

Betongkvalitet:

C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

Tøyning i fiber ved brudd velges selv til ønsket verdi. Anbefalt maksimal tøyning er 8‰, og beregningene vil bruke dette som maksimalverdi.

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Kryptall: $\varphi := 2$

Spennarmering (underkant):

$$A_p := 1000\text{mm}^2$$

$$E_p := 195000\text{MPa}$$

$$f_{p0.01k} := 1550\text{MPa}$$

$$\epsilon'_{p0} := 5 \cdot 10^{-3}$$

*Effektiv
forhåndstøyning:*

$$\Delta F := 8\%$$

% Tap av spennkraft

Skriv inn opptredende momenter.

$M_{\text{før}}$ er momentet i SLS før konstruksjonen forsterkes

M_{under} er momentet i SLS når karbonfiberen påføres

M_{etter} er momentet i SLS som skal taes opp etter forsterkning

M_{Ed} er ønsket momentkapasitet i ULS (ikke nødvendig for beregningene)

$$M_{\text{før}} := 650\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{under}} := 600\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{etter}} := 750\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := 1000\text{kN}\cdot\text{m}$$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

► Tverrsnitt- og materialegenskaper

► FØR FORSTERKNING

Stadium 1

► UNDER FORSTERKNING

► ETTER FORSTERKNING

$$\epsilon_{u0} = 1.199 \times 10^{-4}$$

*Tøyning underkant
bjelke ved påføring
av karbonfiber*

Kontroller initiell moment

Armering = Spenning OK

Karbonfiber = Spenning OK

betongtrykk = OK

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Beregningene sjekker som følger:
1 - 8 : Fiberbrudd
9 - 16 : Fiberbrudd + trykkbrudd betong
17 - 24 : Trykkbrudd betong


- 1. Kun fiberbrudd _____
- 2. Ikke flyt i trykkarmering _____
- 3. Ikke flyt i strekkarmering _____
- 4. Ikke flyt i spennarmering _____
- 5. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____
- 6. Ikke flyt i trykk- og spennarmering _____
- 7. Ikke flyt i strekk- og spennarmering _____
- 8. Ikke flyt i noen armering _____
- 9. Fiberbrudd + trykkbrudd _____
- 10. Ikke flyt i trykkarmering _____
- 11. Ikke flyt i strekkarmering _____
- 12. Ikke flyt i spennarmering _____
- 13. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering _____
- 14. Ikke flyt i trykk- og spennarmering _____
- 15. Ikke flyt i strekk- og spennarmering _____
- 16. Ikke flyt i noen armering _____


Vedlegg 5: Beregningseksempel 5


 17. Ikke flyt i trykkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 18. Ikke flyt i strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 19. Ikke flyt i spennarmering (ikke fiberbrudd) _____

 20. Ikke flyt i trykk- og strekkarmering (ikke fiberbrudd) _____

 21. Ikke flyt i trykk- og spennarmering (ikke fiberbrudd) _____

 22. Ikke flyt i strekk- og spennarmering (ikke fiberbrudd) _____

 23. Ikke flyt i noen armering (ikke fiberbrudd) _____

 24. Ikke fiberbrudd _____

 Sortering og resultatutregning _____

 Tøyninger _____

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Nedenfor gis momentkapasitet for tverrsnittet (M_{kap}), trykksonehøyde, og tilhørende bruddtype. Hvis ingen momentkapasitet blir gitt, prøv endring av TOL til en større verdi (evt. CTOL):
Tools -> Worksheet Options -> Built-In Variables -> Convergence Tolerance (TOL)

Eventuelt kan de initielle verdiene forandres under "feilsøking" for de tilfeller hvor iterasjonen ikke gir et svar.

$$M_{kap} = 1013.669 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{trykksonehøyde} = 117.453 \cdot \text{mm}$$

Bruddtype for tverrsnittet er Brudd i forsterkning uten flyt i trykkarmering (flyt i strekk- og spennarmering)

► Feilsøking

Tøyningene (ved brudd) i betongen i overkant, trykkarmering, strekkarmering, spennarmering og karbonfiber vises nedenfor. Trykktøyninger er negative.

$$\epsilon_c = -1.637 \times 10^{-3} \quad \text{Betongtøyning i overkant}$$

$$\epsilon'_s = -9.402 \times 10^{-4} \quad \text{Tøyning i trykkarmering}$$

$$\epsilon_s = 7.423 \times 10^{-3} \quad \text{Tøyning i strekkarmering}$$

$$\epsilon_p = 0.011726 \quad \text{Tøyning i spennarmering}$$

$$\epsilon_{\text{fiber}} = 8 \times 10^{-3} \quad \text{Tøyning i karbonfiber}$$

Momentkapasiteten kan kontrolleres mot ønsket momentkapasitet ved å trykke på knappen under. Viser også utnyttelse ved dersom kapasitet er tilstrekkelig, og overskridelse ved utilstrekkelig momentkapasitet

Kontroller Momentkapasitet

Momentutnyttelse = 0.99

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Forankring

Jevnt fordelt last etter forsterkning
(bruddgrense):
Spennvidde bjelke:

$$q := 125 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$L_{\text{bjelke}} := 8\text{m}$$

Rissvinkel:

$$\theta := 45\text{deg}$$

Armeringsvinkel:

$$\alpha := 90\text{deg}$$

Avstand fra senter opplegg til kant

$$a_i := 50\text{mm}$$

Avtanad kant til ende fiber

$$a_k := 0\text{mm}$$

$$N_{\text{Ed}} := \epsilon'_{\text{p0}} \cdot A_{\text{p}} \cdot E_{\text{p}} = 975 \cdot \text{kN}$$



$$l_b = 325.626 \cdot \text{mm}$$

Tilgjengelig forankringslengde

$$l_{b,\text{max}} = 161.408 \cdot \text{mm}$$

Nødvendig forankringslengde

$$N_{\text{fd}} = 138.786 \cdot \text{kN}$$

Forankringskapasitet

$$N_{\text{E,d}} = 49.655 \cdot \text{kN}$$

Opptredende krefter i snittet

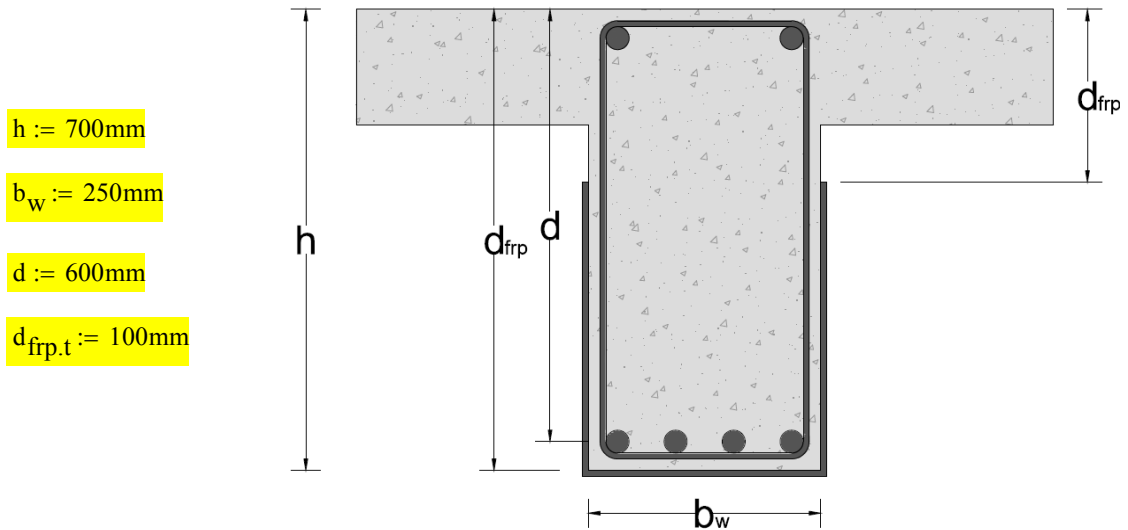
Endeforankring OK

Forankring mellom riss OK

Skjærkapasitet

Fyll inn felt markert med gul farge!

Mål på figur gjelder for både rektangulære og T-tversnitt



$$h := 700\text{mm}$$

$$b_w := 250\text{mm}$$

$$d := 600\text{mm}$$

$$d_{frp.t} := 100\text{mm}$$

$$d_{frp} := 700\text{mm}$$

Avstand fra overkant betong til nederste del av karbonfiber ($d_{frp} \leq h$)

$$z_t := d_{frp.t} = 100\text{mm}$$

$$z_b := [d - (h - d_{frp})] - 0.1d = 540\text{mm}$$

$$h_{frp.e} := z_b - z_t = 440\text{mm} \quad \text{Effektiv høyde til forsterkning}$$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Betongkvalitet:

C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C30/37
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105

$\theta := 45^\circ$

Antatt vinkel for skjæriss

Skjærkrefter i tverrsnittet

$V_{\text{tillegg}} := 150\text{kN}$

Ønsket skjærkraft som skal bli tatt opp av karbonfiber

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Karbonfiber:

Beregningene tar hensyn til om karbonfiber er fullstendig forankret, f.eks ved full innkapsling av bjelke, eller om den er festet i U-profil eller bare på sidene. Velg passende forankringsform:

Full innkapsling eller skikkelig forankret
Ufullstendig (U eller side) forankring

Velg hvordan karbonfiber festes (på hele sideflaten eller i form av bånd/plater):

Bånd/plater
Hele siden

$$\epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3}$$

Bruddtøyning

$$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3}$$

Anbefalt maks verdi for karbonfibertøyning (FIB). Kan endres til lavere verdi. Høyere enn 5 ‰ anbefales ikke!

$$E_{fu} := 230000 \text{MPa}$$

E-modul for karbonfiber

$$\beta := 90^\circ$$

Karbonfiberet sin vinkel i forhold til bjelkeaksen

$$b_f := 300 \text{mm}$$

Velg ønsket bredde på karbonfiber

$$n_f := 3$$

Antall lag karbonfiber

$$s_f := 500 \text{mm}$$

Senteravstand for karbonfiber dersom det brukes bånd eller plater.

Ved forsterkning av hele sideflaten settes verdien automatisk lik $b_f/\sin(\beta)$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

▶ Materialelegenskaper _____

▶ full forankring del1 _____

Full innkapsling eller skikkelig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er skikkelig forankret, f.eks i form av full innkapsling av bjelke, velge laminatrykkelse $t_{f,f}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{\text{min.full}} = 0.049 \cdot \text{mm}$$

Minimumstykkelse per lag laminat

$$t_{f,f} := 0.129 \text{mm}$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

▶ full forankring del2 _____

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

► ufullstendig forankret del1

Ufullstendig forankret

Dersom pålimt karbonfiber er ufullstendig forankret, f.eks som U-profil eller kun på sidene, velge en laminattykkelse $t_{f,U}$ (per lag) i gul boks nedenfor:

$$t_{fmin,U} = 0.116 \cdot \text{mm}$$

Minimumstykkelse per lag fiber

$$t_{f,U} := 0.129 \text{mm}$$

Valgt tykkelse på fiber. Må være større enn minimumstykkelse, hvis ikke bruker beregningene minimumstykkelsen.

► ufullstendig forankret del2

Resultat

$$V_f = 156.951 \cdot \text{kN}$$

Skjærkraftkapasitet til pålimt karbonfiber

Kontroll Eksempel 5

Tverrsnitt og materialegenskaper

Tverrsnitt:

$$h := 700\text{mm}$$

$$h_0 := 100\text{mm}$$

$$b_0 := 1000\text{mm}$$

$$b_w := 250\text{mm}$$

$$d_s := 650\text{mm}$$

$$d'_s := 50\text{mm}$$

$$d_p := 600\text{mm}$$

Armering:

$$A_s := 0 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20\text{mm}}{2}\right)^2$$

$$A'_s := 0 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20\text{mm}}{2}\right)^2$$

$$f_{yk} := 500\text{MPa}$$

$$E_s := 200000\text{MPa}$$

$$\eta_s := 16.667$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783 \cdot \text{MPa}$$

Karbonfiber:

$$A_f := 300\text{mm}^2$$

$$b_f := 50\text{mm}$$

$$t_f := 1.2\text{mm}$$

$$n_{\text{fiber}} := \frac{A_f}{b_f \cdot t_f} = 5$$

$$E_f := 165000\text{MPa}$$

$$\eta_f := 13.75$$

$$\varepsilon_f := 8.0 \cdot 10^{-3}$$

Betong:

$$f_{ck} := 45 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctm} := 3.8 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{cd} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{1.5} = 25.5 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{c2} := 2 \cdot 10^{-3}$$

$$E_{cm} := 12000\text{MPa}$$

Spennarmering:

$$A_p := 1000\text{mm}^2$$

$$E_p := 195000\text{MPa}$$

$$f_{p0.01k} := 1550\text{MPa}$$

$$\varepsilon'_{p0} := 5 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta F := 8\%$$

$$\eta_p := 16.25$$

$$e_1 := d_p - \frac{h}{2} = 250 \cdot \text{mm}$$

$$f_{pd} := \frac{f_{p0.01k}}{1.15} = 1.348 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

Laster og krefter:

$$L_{\text{bjelke}} := 8\text{m} \quad q := 125 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{\text{f\u00f8r}} := 650\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{under}} := 600\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{etter}} := 750\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{Ed}} := \frac{q \cdot L_{\text{bjelke}}^2}{8} = 1000 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Bruksgrensetilstanden:

$$A_t := 2.652 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

Avstand til nøytralakse urisset tilstand

$$y_0 := 279.548 \text{ mm}$$

$$I_1 := 1.359 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

Forspenningskraft

$$N_p := 1251.2 \text{ kN}$$

$$M_t := -N_p \cdot (d_p - y_0) + M_{\text{før}} = 249.05 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\text{cu.før}} := \frac{-N_p}{A_t} + \frac{M_t \cdot (h - y_0)}{I_1} = 2.987 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{stadium_underkant} := \begin{cases} \text{"Stadium 1"} & \text{if } \sigma_{\text{cu.før}} < f_{\text{ctm}} \\ \text{"Stadium 2"} & \text{if } \sigma_{\text{cu.før}} > f_{\text{ctm}} \end{cases} = \text{"Stadium 1"}$$

$$M_{\text{t.under}} := -N_p \cdot (d_p - y_0) + M_{\text{under}} = 199.05 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Spenningene i de forskjellige lagene

$$\sigma_{\text{co.under1}} := \frac{-N_p}{A_t} - \frac{M_{\text{t.under}}}{I_1} \cdot y_0 = -8.812 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{\text{s.under}} := \eta_s \cdot \left[\frac{-N_p}{A_t} + \frac{M_{\text{t.under}}}{I_1} \cdot (d_s - y_0) \right] = 11.8 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{\text{p.under}} := \eta_p \cdot \left[\frac{-N_p}{A_t} + \frac{M_{\text{t.under}}}{I_1} \cdot (d_p - y_0) \right] = -0.396 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{\text{cu.under}} := \frac{-N_p}{A_t} + \frac{M_{\text{t.under}} \cdot (h - y_0)}{I_1} = 1.44 \cdot \text{MPa}$$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Initielle tøyningen

$$\epsilon_{u0} := \frac{\sigma_{cu.under}}{E_{cm}} = 1.2 \times 10^{-4}$$

Avstand til nøytralakse urisset tilstand etter forsterkning

$$y_{0.etter} := 285.986 \text{ mm}$$

$$I_{1.f} := 1.431 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$M_{t.etter} := M_{etter} - N_p \cdot (d_p - y_{0.etter}) = 357.106 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{cu.etter1} := \frac{-N_p}{A_t} + \frac{M_{t.etter}}{I_{1.f}} \cdot (h - y_{0.etter}) = 5.614 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{stadium_underkant}_{etter} := \begin{cases} \text{"Stadium 1"} & \text{if } \sigma_{cu.etter1} < f_{ctm} \\ \text{"Stadium 2"} & \text{if } \sigma_{cu.etter1} > f_{ctm} \end{cases} = \text{"Stadium 2"}$$

Tverrsnittet rissre opp, Stadium 2 beregninger

Nøytralaksefaktor

$$\alpha_{etter} := 0.615$$

Avstand fra kraft til tyngdepunkt betong

$$a_{etter} := \frac{M_{etter} - N_p \cdot e_1}{N_p} = 349.425 \cdot \text{mm}$$

Aksial likevekt etter forsterkning

$$\sigma_{cA2} := \frac{N_p}{\frac{1}{2} \cdot \alpha_{etter} \cdot d_p \cdot b_w + \frac{1}{2} \cdot (b_0 - b_w) \cdot h_0 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha_{etter} \cdot d_p - h_0}{\alpha_{etter} \cdot d_p} \right) \cdot (b_0 - b_w) \cdot h_0 \dots} = 12.887 \cdot \text{MPa}$$

$$+ (\eta_s - 1) \cdot \left(\frac{\alpha_{etter} \cdot d_p - d'_s}{\alpha_{etter} \cdot d_p} \right) \cdot A'_s - \left(\frac{d_s - \alpha_{etter} \cdot d_p}{\alpha_{etter} \cdot d_p} \right) \cdot \eta_s \cdot A_s \dots$$

$$+ \left(\frac{1 - \alpha_{etter}}{\alpha_{etter}} \right) \cdot \eta_p \cdot A_p - \left(\frac{h - \alpha_{etter} \cdot d_p}{\alpha_{etter} \cdot d_p} \right) \cdot A_f \cdot \eta_f$$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Momentlikevekt etter forsterkning

$$\sigma_{cM5} := \frac{N_p \cdot (e_1 + a_{etter})}{\frac{1}{2} \cdot \alpha_{etter} \cdot d_p^2 \cdot b_w \cdot \left(1 - \frac{\alpha_{etter}}{3}\right) \dots + \left(\frac{\alpha_{etter} \cdot d_p - h_0}{\alpha_{etter} \cdot d_p}\right) \cdot h_0 \cdot (b_0 - b_w) \cdot \left(d_p - \frac{h_0}{2}\right) \dots + \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{\alpha_{etter} \cdot d_p - h_0}{\alpha_{etter} \cdot d_p}\right)\right] \cdot h_0 \cdot (b_0 - b_w) \cdot \left(d_p - \frac{h_0}{3}\right) \dots + (\eta_s - 1) \cdot \left(\frac{\alpha_{etter} \cdot d_p - d'_s}{\alpha_{etter} \cdot d_p}\right) \cdot A'_s \cdot (d_p - d'_s) \dots + \left(\frac{d_s - \alpha_{etter} \cdot d_p}{\alpha_{etter} \cdot d_p}\right) \cdot A_s \cdot \eta_s \cdot (d_s - d_p) \dots + \left(\frac{h - \alpha_{etter} \cdot d_p}{\alpha_{etter} \cdot d_p}\right) \cdot A_f \cdot \eta_f \cdot (h - d_p)}$$

Spenningene i de forskjellige lagene

$$\sigma_{co.etter} := \sigma_{cA2} = 12.887 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{co.etter} := \frac{\sigma_{co.etter}}{E_{cm}} = 1.074 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{s.etter} := \frac{(d_s - \alpha_{etter} \cdot d_p)}{\alpha_{etter} \cdot d_p} \cdot \varepsilon_{co.etter} = 8.178 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_{s.etter} := \varepsilon_{s.etter} \cdot E_s = 163.562 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{f.etter} := \frac{(h - \alpha_{etter} \cdot d_p)}{\alpha_{etter} \cdot d_p} \cdot \varepsilon_{co.etter} = 9.633 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_f := \varepsilon_{f.etter} \cdot E_f = 158.949 \cdot \text{MPa}$$

$$0.8 \cdot f_{yk} = 400 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_f = 158.949 \cdot \text{MPa}$$

Spenningene er mindre enn de karakteristiske, tverrsnittet og lastene er OK.

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Bruddgrensetilstanden:

$$x := 117.453 \text{ mm}$$

Trykksonehøyde fra beregningsprogram

$$\kappa := \frac{\varepsilon_f + \varepsilon_{u0}}{h - x} = 0.014 \frac{1}{\text{m}}$$

Krumning for aktuell bruddform

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot y$$

$$\varepsilon_{c,\text{overkant}} := \kappa \cdot x = 1.637 \times 10^{-3}$$

Ettersom $\varepsilon_{c,\text{overkant}} < \varepsilon_{c2}$ vil det kun være følgende formel for σ_c i hele trykksonen:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad (n = 2 \text{ for valgt betongkvalitet})$$

Fra ligning XX fås trykkresultanten T_c i betongens trykksone:

$$T_c = \int \sigma_c dA_T \quad \text{hvor } dA_T \text{ er arealet av trykksonen}$$

Nøytralaksen befinner seg i steget. Må derfor variere trykkresultanten i forhold til bjelkens bredde aktuelle posisjon ved integrering:

$$b = b_w \quad \text{for} \quad x - y > h_0$$

$$b = b_0 \quad \text{for} \quad x - y < h_0$$

$$x - h_0 = 17.453 \cdot \text{mm} \quad \text{\textit{Øverste grensen til integralet for } } b_w$$

$$T_c = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} \sigma_c dy + b_0 \cdot \int_{x-h_0}^x \sigma_c dy$$

$$T_c = b_w \cdot \int_0^{x-h_0} f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] dy + b_0 \cdot \int_{x-h_0}^x f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\kappa \cdot y}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] dy$$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

$$\begin{aligned}
 T_c &= b_w \int_0^{x-h_0} f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] dy \dots \\
 &+ b_0 \int_{x-h_0}^x f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] dy \\
 T_c &:= b_w \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^3}{3} \right] - 0 \right] \dots = 1743.765 \cdot \text{kN} \\
 &+ b_0 \cdot f_{cd} \left[\left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^3}{3} \right] - \left[\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x-h_0)^2 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x-h_0)^3}{3} \right] \right]
 \end{aligned}$$

Sjekker aksial likevekt:

$$T_c - A_s \cdot f_{yd} - A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f - A_p \cdot f_{pd} = -0.061 \cdot \text{kN} \quad \text{OK!}$$

Fra ligning XX fås avstanden til nøytralaksen y_T :

$$\begin{aligned}
 T_c \cdot y_T &= \int \sigma_c \cdot y \, dA_T \\
 T_c \cdot y_T &= b_w \int_0^{x-h_0} \sigma_c \cdot y \, dy + b_0 \int_{x-h_0}^x \sigma_c \cdot y \, dy \\
 T_c \cdot y_T &= b_w \int_0^{x-h_0} f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] \cdot y \, dy \dots \\
 &+ b_0 \int_{x-h_0}^x f_{cd} \left[1 - \left[1 - 2 \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot y + \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot y^2 \right] \right] \cdot y \, dy
 \end{aligned}$$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

$$y_T := \frac{\left[b_w \cdot f_{cd} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x - h_0)^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x - h_0)^4}{4} \right] - 0 \right] \dots}{T_c} + \frac{\left[b_0 \cdot f_{cd} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot x^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{x^4}{4} \right] \dots \right]}{T_c} + \frac{\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \cdot (x - h_0)^3 - \left(\frac{\kappa}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \cdot \frac{(x - h_0)^4}{4} \right]}{T_c} = 76.038 \cdot \text{mm}$$

Sjekker tøyningen i armeringen:

$$\epsilon_{p.\text{check}} := \kappa \cdot (d_p - x) + \epsilon'_{p0} = 0.012 \quad \epsilon_{p.\text{check}} < \frac{f_{pd}}{E_p}$$

Tverrsnittet har kun spennarmering, dermed blir kapasiteten M_{kap} :

$$M_{\text{kap}} := T_c \cdot y_T + A_p \cdot f_{pd} \cdot (d_p - x) + A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f \cdot (h - x) = 1013.67 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Med tøyninger i armering, betong og fiber:

$$\epsilon_p := \kappa \cdot (d_p - x) + \epsilon'_{p0} = 0.01173$$

$$\epsilon_c := -\kappa \cdot x = -1.637 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{\text{fiber}} := \kappa \cdot (h - x) - \epsilon_{u0} = 8 \times 10^{-3}$$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Forankring

$$z := 0.9 \cdot d_s = 585 \cdot \text{mm}$$

$$R := \frac{q \cdot L_{\text{bjelke}}}{2} = 500 \cdot \text{kN}$$

$$x_f := 668.126 \text{mm}$$

$$y_{0f} := y_{0,\text{etter}} = 285.986 \cdot \text{mm}$$

$$N_{Ed} := \epsilon'_p \cdot A_p \cdot E_p = 975 \cdot \text{kN}$$

$$a_i := 50 \text{mm}$$

$$M_e := -N_{Ed} \cdot (d_p - y_{0f}) + R \cdot x_f - \frac{q \cdot x_f^2}{2} = -1.72 \times 10^{-4} \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad ==> 0, \text{ OK!}$$

Tilgjengelig forankringslengde

$$a_1 := \frac{z}{2} = 292.5 \cdot \text{mm}$$

$$l_b := x_f - a_1 - a_i = 325.626 \cdot \text{mm}$$

$$l_{b,\text{max}} := \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}} \cdot \text{mm}^{0.5}} = 161.408 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{b_w} = 1$$

$$k_b := \max \left(1.06 \cdot \frac{2 - \frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{b_w}}{1 + \frac{n_{\text{fiber}} \cdot b_f}{400 \text{mm}}}, 1 \right) = 1 \quad k_c := 1.0 \quad \alpha_1 := 1 \quad c_1 := 0.64$$

Aksialkraft i snitt(x.f)

$$N_{E,d} := 49.655 \text{kN}$$

$$N_{fd,\text{max}} := \alpha_1 \cdot c_1 \cdot k_b \cdot k_c \cdot n_{\text{fiber}} \cdot b_f \cdot \sqrt{E_f \cdot t_f \cdot f_{ctm}} \cdot \text{mm}^{0.5} = 138.786 \cdot \text{kN}$$

$$l_b > l_{b,\text{max}}$$

$$N_{fd} := N_{fd,\text{max}} = 138.786 \cdot \text{kN}$$

Vedlegg 5: Beregningseksempel 5

Skjærforsterkning:

$$V_{Rd.s} := 350 \text{ kN}$$

Skjærkapasitet uten forsterkning

$$V_{Ed} := \frac{q \cdot L_{bjelke}}{2} = 500 \cdot \text{kN}$$

Skjærkraft i snitt

$$\theta := 45^\circ \quad \text{Rissvinkel}$$

$$\epsilon_{f,max} := 5 \cdot 10^{-3} \quad \epsilon_{fu} := 15 \cdot 10^{-3} \quad E_{fu} := 230000 \text{ MPa} \quad h_{frp,e} := 440 \text{ mm}$$

$$t_f := 0.129 \text{ mm} \quad n_f := 3 \quad b_f := 300 \text{ mm} \quad s_f := 300 \text{ mm} \quad \beta := 90^\circ$$

$$\rho_f := \frac{2 \cdot n_f \cdot t_f \cdot b_f}{b_w \cdot s_f} = 3.096 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{fd} := \min \left[\frac{0.8 \cdot 0.65 \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.56} \cdot 10^{-3}}{1.3}, \frac{0.8 \cdot 0.17 \cdot \epsilon_{fu} \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{E_{fu}}{\text{GPa}} \right) \cdot \rho_f} \right]^{0.3}}{1.2}, \epsilon_{f,max} \right] = 2.004 \times 10^{-3}$$

$$V_f := h_{frp,e} \cdot E_{fu} \cdot \epsilon_{fd} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot (\cot(\theta) + \cot(\beta)) \sin(\beta) = 156.951 \cdot \text{kN}$$

$$\text{kapasitet} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_f > (V_{Ed} - V_{Rd.s}) \\ \text{"IKKE OK"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"OK"}$$

SIKA® CARBODUR® BEREGNINGS PROGRAMVARE

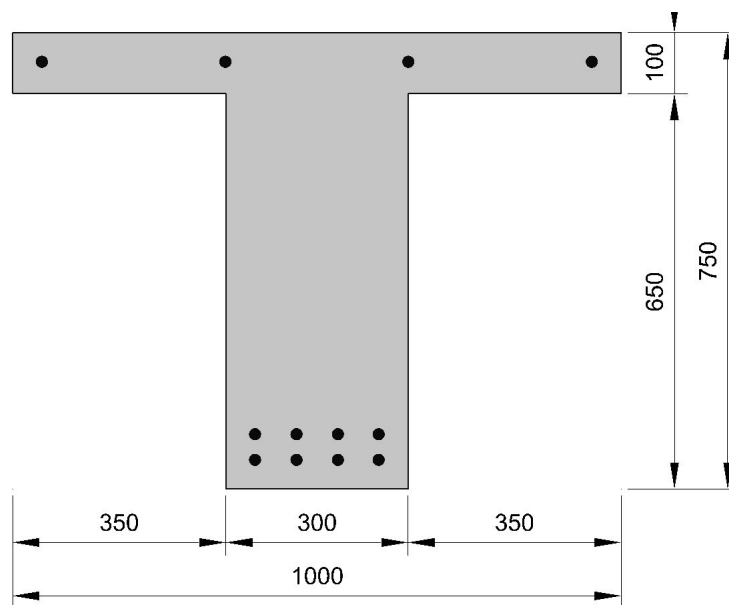
PROSJEKT:

ELEMENT:

1 TVERRSNITT OG BETONG

1.1 GEOMETRI

Tverrsnitt	T-Bjelke		
Bredde	b	=	1000 mm
	b_w	=	300 mm
Høyde	h_0	=	100 mm
	h	=	750 mm



1.2 BETONG

Betongkvalitet	C35/45		
Middelverdi av betongens trykkfasthet	f_{cm}	=	43 N/mm ²
Materialfaktor	γ_c	=	1.50

2 ARMERING

2.1 ARMERINGSTÅL

E- modul	E_s	=	200000 N/mm ²
Materialfaktor	γ_s	=	1.15

2.2 FORSTERKNINGS LAG

Topplag	d_2	Stål	f_{yk}	Areal	Nummer $\times d_s$
1.	48 mm	B500	500 MPa		4 \times 20 mm

Bunnlaget	d_1	Stål	f_{yk}	Areal	Nummer $\times d_s$
1.	48 mm	B500	500 MPa		4 \times 20 mm
2.	90 mm	B500	500 MPa		4 \times 20 mm

3 LASTPÅFØRING

Bøyemoment i forsterkningssonen M_0 = 50.00 kNm

Design last $M_{s,d}$ = 930.00 kNm

4 RESULTATER

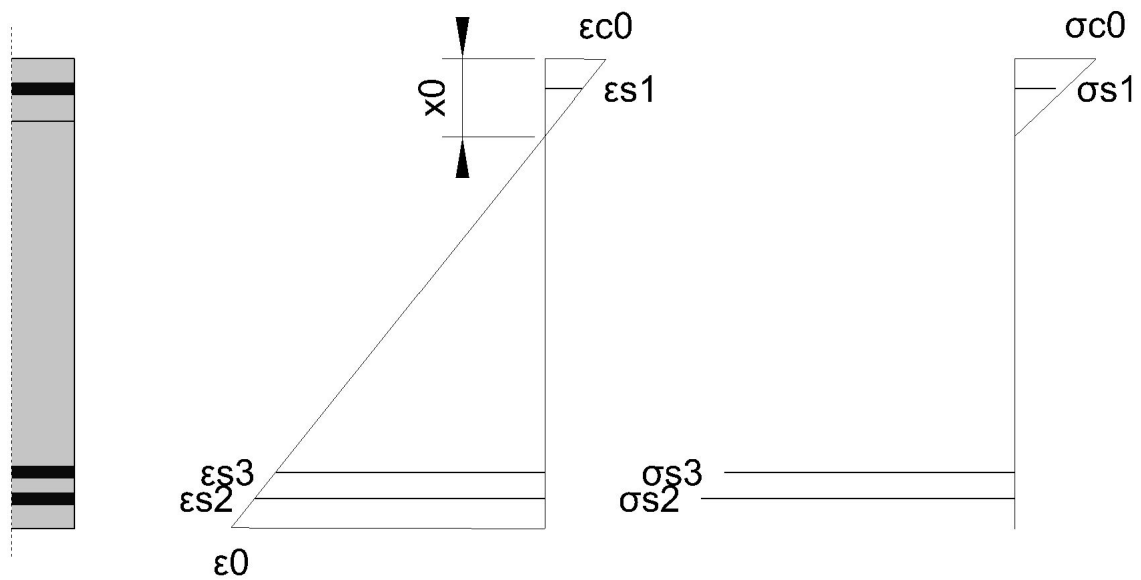
4.1 UARMERT TVERRSNITT, OPPRINNELIG TILSTAND

4.1.1 BETONG

Bruddforlengelse	ϵ_{c0}	=	-0.03 ‰
Bunnstrekk	ϵ_0	=	0.17 ‰
Komprimering sone høyde	x_0	=	124.50 mm

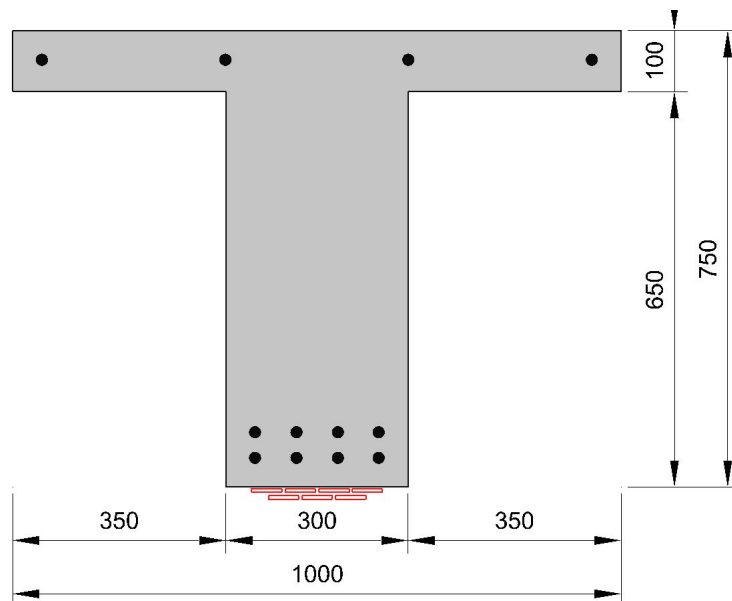
4.1.2 STÅL

Strekk	ϵ_{s1}	=	-0.02 ‰
	ϵ_{s2}	=	0.16 ‰
	ϵ_{s3}	=	0.15 ‰
Moment motstand	$M_{Rd,0}$	=	713.10 kNm



4.2 VALGT CFRP FORSTERKNING

Laminat	Sika® CarboDur® S512
Bristepunktet	$f_{lk} = 3000.00 \text{ N/mm}^2$
E- modul	$E_{lk} = 165.00 \text{ kN/mm}^2$
Bruddstyrke	$\epsilon_{lu} = 17.00 \text{ ‰}$
	$\epsilon_{eff} = 5.00 \text{ ‰}$
Materialfaktor	$\gamma_l = 1.20$
Laminat bredde	$b_f = 50 \text{ mm}$
Laminat tykkelse	$t_f = 1.20 \text{ mm}$
Antall lag	$l_f = 2$
Laminat overflate	$A_f = 60.00 \text{ mm}^2$
Nummer	$n = 7$
Totalt område	$A_f = 420.00 \text{ mm}^2$



4.3 ANALYSE AV ULS, FORSTERKEDE KOMPONENT

4.3.1 BETONG

Komprimering sone høyde	x	=	139.50 mm
Strekk i topp	ϵ_c	=	-1.18 ‰
Strekk i bunn	ϵ	=	5.16 ‰
Toppspenning	σ_c	=	16.53 N/mm ²

4.3.2 FORSTERKNINGS LAG

1. Lag

Strekk	ϵ_{s1}	=	-0.79 ‰
Spenning	σ_{s1}	=	-157.76 N/mm ²

2. Lag

Strekk	ϵ_{s2}	=	4.77 ‰
Spenning	σ_{s2}	=	434.78 N/mm ²

3. Lag

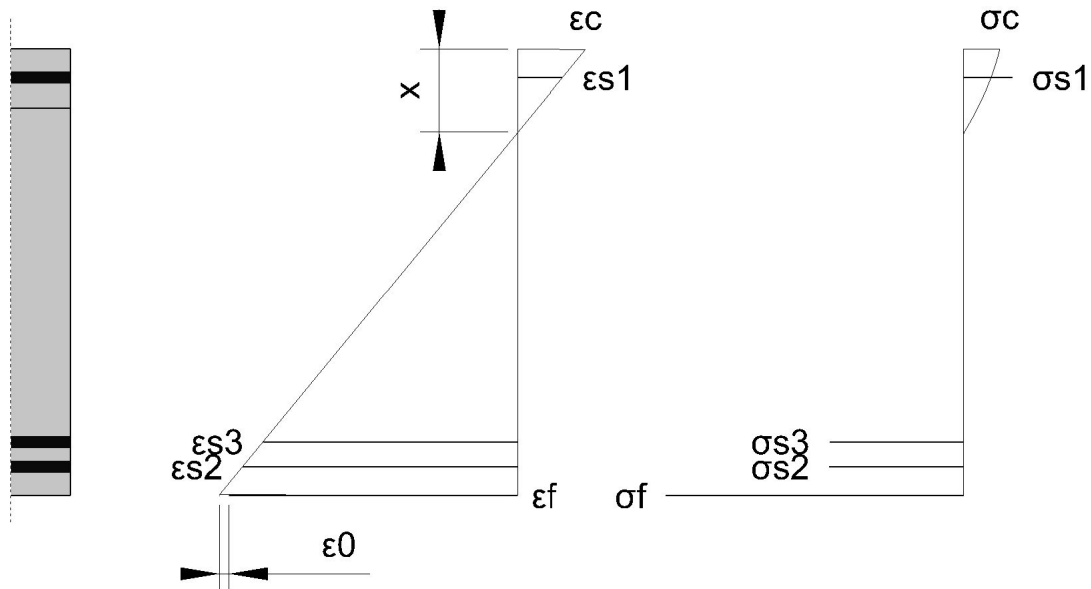
Strekk	ϵ_{s3}	=	4.41 ‰
Spenning	σ_{s3}	=	434.78 N/mm ²

4.3.3 LAMINAT

Strekk	ϵ_f	=	5.00 ‰
Spenning	σ_f	=	824.96 N/mm ²
Nødvendig tverrsnitt	A_f	=	420.00 mm ²

4.3.4 DUKTILITETEN

Relativ dybde på kompresjonszone	ζ	=	0.21
Maks anbefaling	ζ_{max}	=	0.45



4.4 OVERSIKT

4.4.1 BØYESTREKKFASTHET – RESULTAT

Nødvendig laminat tverrsnitt	A_f	=	405.00 mm ²
Tverrsnitt av de valgte laminater	A_f	=	420.00 mm ²

4.4.2 BÆREEVNE BEVIS (ULS)

Momentmotstand før forsterkning	$M_{rd,0}$	=	713.10 kNm
Momentmotstand etter forsterkning	M_{rd}	=	938.75 kNm
Forsterknings grad	$M_{rd}/M_{rd,0}$	=	1.32

5 SJEKK AV HEFT

Tilgjengelig forankringslengde	l_b	=	0 mm
Maksimal forankrings lengde	$l_{b,max}$	=	0 mm
Kraft utarbeidet av CFRP	$N_{f,d}$	=	0.00 kN
Maks. kraft som kan forankres	N_{fa}	=	0.00 kN

$$N_{f,d} = 0.00 \text{ kN} = N_{fa} = 0.00 \text{ kN}$$

Forankringslengde godkjent.

6 BEMERKNINGER

ANSVARSFRAKRIVELSE

DENNE PROGRAMVAREN OG RESULTATENE SOM FREMKOMMER FRA DETS BENYTTELSE ER KUN MENT FOR Å BRUKES AV PROFESJONELLE BRUKERE MED SPESIALKOMPETANSE INNENFOR DEN TILSIKTEDE ANVENDELSEN. BRUKERE MÅ SELV KONTROLLERE RESULTATENE FØR BRUK OG TA HENSYN TIL BYGGEPLASSEN OG PÅFØRINGSFORHOLDENE, PRODUKTINFORMASJON OG LITTERATUR, TEKNIKS „STATE OF THE ART“, SÅ VEL SOM LOKALE GJELDENE STANDARDER OG FORSKRIFTER.

Med hensyn til programvaren og resultatene som fremkommer fra dets benyttelse, GIR SIKKA INGEN GARANTIER FOR NØYAKTIGHET, PÅLITELIGHET, FULLSTENDIGHET, SALGBARHET ELLER EGNETHET FOR NOE FORMÅL. PROGRAMVAREN ER LEVERT PÅ EN "AS-IS" BASIS OG SIKKA FRASKRIVER UTTRYKkelig ENHVER GARANTI I FORHOLD TIL PROGRAMVAREN OG RESULTATENE SOM FREMKOMMER FRA DETS BENYTTELSE.

Sika shall not be liable for any consequential, punitive, incidental, exemplary, or special damages (including but not limited to loss of business opportunity or loss of profit) arising out of the evaluation or use of the software application and results derived from its use.

Sika er ikke ansvarlig for eventuelle følgeskader, strafferettslige, tilfeldige, eksemplariske, eller spesielle skader (inkludert, men ikke begrenset til, tap av forretningsmulighet eller tap av fortjeneste) som følge av evalueringen eller bruk av programvaren og resultatene som fremkommer ved det benyttelse.

Informasjonen, og i særdeleshet anbefalingene i forbindelse med montering og sluttbruk av Sika produkter, er gitt i god tro, basert på Sikas inneværende kunnskap og erfaring med produktene når de er riktig lagret, behandlet og benyttet under normale forhold i henhold til Sika anbefalinger.

I praksis vil forskjellene i materialer, underlag og stedlige forhold være slik at ingen garanti med hensyn til salgbarhet eller egnethet for et bestemt formål, og heller ikke noe ansvar for eventuelle rettslige forhold overhodet, kan utledes enten fra denne informasjonen, eller fra noen skriftlige anbefalinger, eller fra noen andre råd som tilbys. Brukeren av produktet må teste produktets egnethet for det tiltenkte anvendelsen og hensikten. Sika forbeholder seg retten til å endre produkttegenskapene. 3.parts opphavsrett må respekteres. Alle ordrer aksepteres i henhold til våre gjeldende salgs- og leveringsbetingelser.

© Copyright Sika Services AG 2013

SIKA® CARBODUR® BEREGNINGS PROGRAMVARE

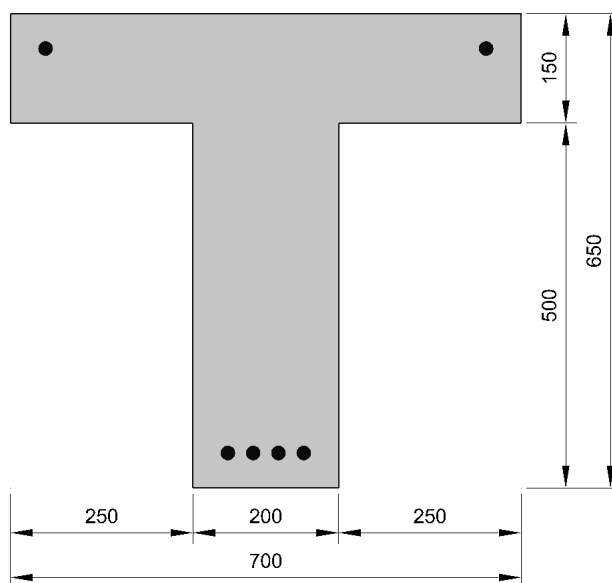
PROSJEKT:

ELEMENT:

1 TVERRSNITT OG BETONG

1.1 GEOMETRI

Tverrsnitt	T-Bjelke		
Bredde	b	=	700 mm
	b_w	=	200 mm
Høyde	h_0	=	150 mm
	h	=	650 mm



1.2 BETONG

Betongkvalitet	C35/45		
Middelverdi av betongens trykkfasthet	f_{cm}	=	43 N/mm ²
Materialfaktor	γ_c	=	1.50

2 ARMERING

2.1 ARMERINGSTÅL

E- modul	E_s	=	200000 N/mm ²
Materialfaktor	γ_s	=	1.15

2.2 FORSTERKNINGS LAG

Topplag	d_2	Stål	f_{yk}	Areal	Nummer x d_s
1.	48 mm	B500	500 MPa		2 x 20 mm

Bunnlaget	d_1	Stål	f_{yk}	Areal	Nummer x d_s
1.	48 mm	B500	500 MPa		4 x 20 mm

3 LASTPÅFØRING

Bøyemoment i forsterkningssonen $M_0 = 120.00$ kNm

Design last $M_{s,d} = 500.00$ kNm

4 RESULTATER

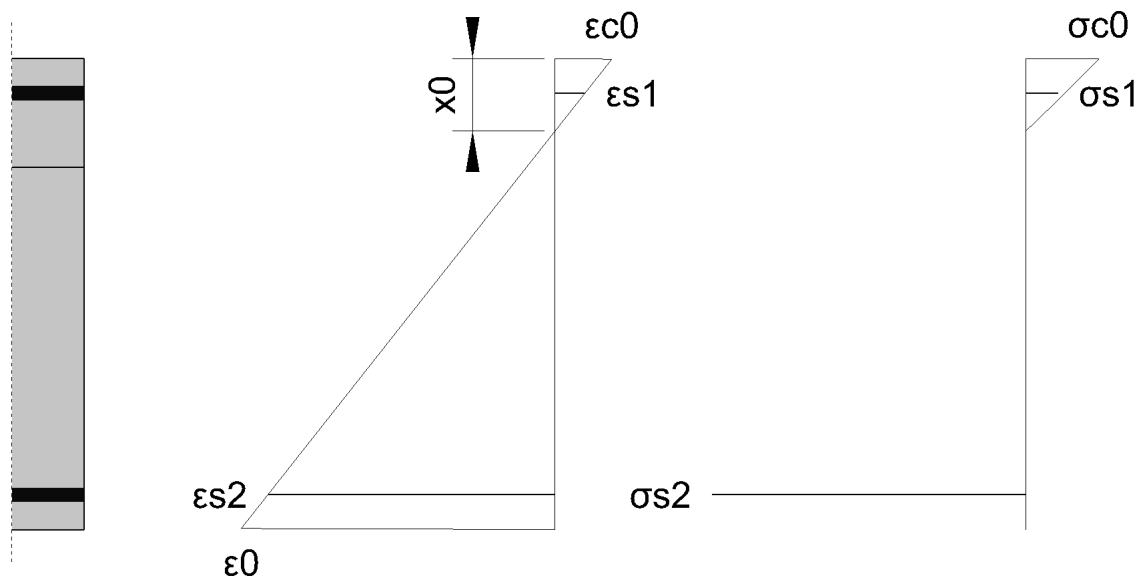
4.1 UARMERT TVERRSNITT, OPPRINNELIG TILSTAND

4.1.1 BETONG

Bruddforlengelse	ϵ_{c0}	=	-0.17 ‰
Bunnstrekk	ϵ_0	=	0.92 ‰
Komprimering sone høyde	x_0	=	99.50 mm

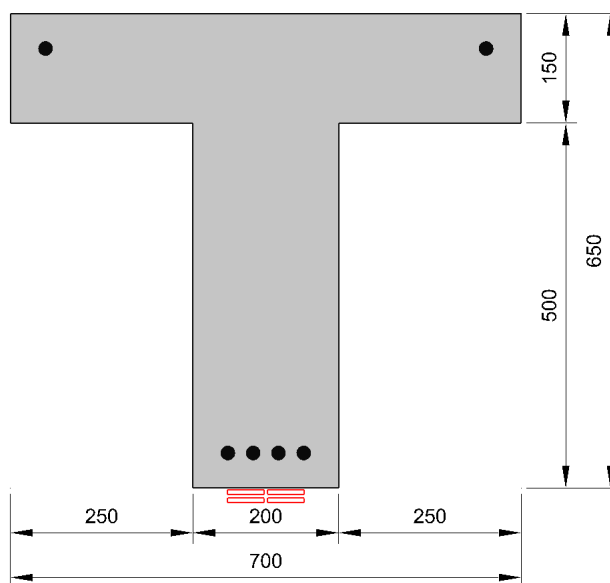
4.1.2 STÅL

Strekk	ϵ_{s1}	=	-0.09 ‰
	ϵ_{s2}	=	0.84 ‰
Moment motstand	$M_{Rd,0}$	=	317.17 kNm



4.2 VALGT CFRP FORSTERKNING

Laminat	Sika® CarboDur® S512
Bristepunktet	$f_{lk} = 3000.00 \text{ N/mm}^2$
E- modul	$E_{lk} = 165.00 \text{ kN/mm}^2$
Bruddstyrke	$\epsilon_{lu} = 17.00 \text{ ‰}$
	$\epsilon_{eff} = 8.50 \text{ ‰}$
Materialfaktor	$\gamma_l = 1.20$
Laminat bredde	$b_f = 50 \text{ mm}$
Laminat tykkelse	$t_f = 1.20 \text{ mm}$
Antall lag	$l_f = 2$
Laminat overflate	$A_f = 60.00 \text{ mm}^2$
Nummer	$n = 4$
Totalt område	$A_f = 240.00 \text{ mm}^2$



4.3 ANALYSE AV ULS, FORSTERKEDE KOMPONENT

4.3.1 BETONG

Komprimering sone høyde	x	=	96.50 mm
Strekk i topp	ϵ_c	=	-1.60 ‰
Strekk i bunn	ϵ	=	9.39 ‰
Toppspenning	σ_c	=	19.05 N/mm ²

4.3.2 FORSTERKNINGS LAG

1. Lag

Strekk	ϵ_{s1}	=	-0.80 ‰
Spenning	σ_{s1}	=	-160.67 N/mm ²

2. Lag

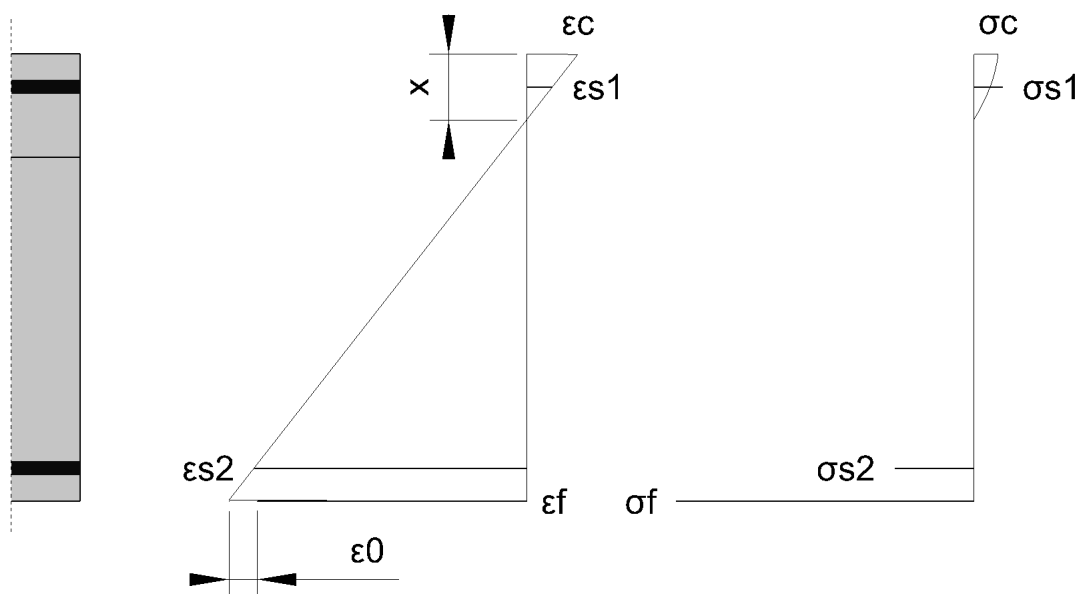
Strekk	ϵ_{s2}	=	8.60 ‰
Spenning	σ_{s2}	=	434.78 N/mm ²

4.3.3 LAMINAT

Strekk	ϵ_f	=	8.50 ‰
Spenning	σ_f	=	1402.46 N/mm ²
Nødvendig tverrsnitt	A_f	=	240.00 mm ²

4.3.4 DUKTILITETEN

Relativ dybde på kompresjonsone	ζ	=	0.16
Maks anbefaling	ζ_{max}	=	0.45



4.4 OVERSIKT

4.4.1 BØYESTREKKFASTHET – RESULTAT

Nødvendig laminat tverrsnitt	A_f	=	222.00 mm ²
Tverrsnitt av de valgte laminater	A_f	=	240.00 mm ²

4.4.2 BÆREEVNE BEVIS (ULS)

Momentmotstand før forsterkning	$M_{rd,0}$	=	317.17 kNm
Momentmotstand etter forsterkning	M_{rd}	=	515.71 kNm
Forsterknings grad	$M_{rd}/M_{rd,0}$	=	1.63

5 SJEKK AV HEFT

Tilgjengelig forankringslengde	l_b	=	0 mm
Maksimal forankrings lengde	$l_{b,max}$	=	0 mm
Kraft utarbeidet av CFRP	$N_{f,d}$	=	0.00 kN
Maks. kraft som kan forankres	N_{fa}	=	0.00 kN

$$N_{f,d} = 0.00 \text{ kN} = N_{fa} = 0.00 \text{ kN}$$

Forankringslengde godkjent.

6 BEMERKNINGER

ANSVARFRASKRIVELSE

DENNE PROGRAMVAREN OG RESULTATENE SOM FREMKOMMER FRA DETS BENYTTELSE ER KUN MENT FOR Å BRUKES AV PROFESJONELLE BRUKERE MED SPESIALKOMPETANSE INNENFOR DEN TILSIKTEDE ANVENDELSEN. BRUKERE MÅ SELV KONTROLLERE RESULTATENE FØR BRUK OG TA HENSYN TIL BYGGEPLASSEN OG PÅFØRINGSFORHOLDENE, PRODUKTINFORMASJON OG LITTERATUR, TEKNIKS „STATE OF THE ART“, SÅ VEL SOM LOKALE GJELDENE STANDARDER OG FORSKRIFTER.

Med hensyn til programvaren og resultatene som fremkommer fra dets benyttelse, GIR SIKKA INGEN GARANTIER FOR NØYAKTIGHET, PÅLITELIGHET, FULLSTENDIGHET, SALGBARHET ELLER EGNETHET FOR NOE FORMÅL. PROGRAMVAREN ER LEVERT PÅ EN "AS-IS" BASIS OG SIKKA FRASKRIVER UTTRYKkelig ENHVER GARANTI I FORHOLD TIL PROGRAMVAREN OG RESULTATENE SOM FREMKOMMER FRA DETS BENYTTELSE.

Sika shall not be liable for any consequential, punitive, incidental, exemplary, or special damages (including but not limited to loss of business opportunity or loss of profit) arising out of the evaluation or use of the software application and results derived from its use.

Sika er ikke ansvarlig for eventuelle følgeskader, strafferettslige, tilfeldige, eksemplariske, eller spesielle skader (inkludert, men ikke begrenset til, tap av forretningsmulighet eller tap av fortjeneste) som følge av evalueringen eller bruk av programvaren og resultatene som fremkommer ved det benyttelse.

Informasjonen, og i særdeleshet anbefalingene i forbindelse med montering og sluttbruk av Sika produkter, er gitt i god tro, basert på Sikas inneværende kunnskap og erfaring med produktene når de er riktig lagret, behandlet og benyttet under normale forhold i henhold til Sika anbefalinger.

I praksis vil forskjellene i materialer, underlag og stedlige forhold være slik at ingen garanti med hensyn til salgbarhet eller egnethet for et bestemt formål, og heller ikke noe ansvar for eventuelle rettslige forhold overhodet, kan utledes enten fra denne informasjonen, eller fra noen skriftlige anbefalinger, eller fra noen andre råd som tilbys. Brukeren av produktet må teste produktets egnethet for det tiltenkte anvendelsen og hensikten. Sika forbeholder seg retten til å endre produkttegenskapene. 3.parts opphavsrett må respekteres. Alle ordrer aksepteres i henhold til våre gjeldende salgs- og leveringsbetingelser.

© Copyright Sika Services AG 2013