



Beregning og numeriske analyser av samvirkebruer.

Anel Demirovic
Erlend Tomren Sanden

Bygg- og miljøteknikk
Innlevert: juni 2015
Hovedveileder: Arne Aalberg, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2015

FAGOMRÅDE: Samvirkekonstruksjoner	DATO: 9. juni 2015	ANTALL SIDER: 121 + 24
--------------------------------------	-----------------------	---------------------------

TITTEL:

Beregninger og numeriske analyser av samvirkebruer

Calculation and numerical analysis of composite bridges

UTFØRT AV:

Erlend Tomren Sanden
Anel Demirovic



SAMMENDRAG:

Bruer konstruert ved bruk av samvirke mellom stål og betong er av de mest brukte brutypene, spesielt for mellomlange spenn.

Formålet med denne oppgaven er å undersøke ulike beregningsmetoder for denne typen konstruksjon. I tillegg utarbeides det numeriske modeller for sammenligning. Sentralt ligger også problemstillinger knyttet til bruk av dybler og forskjeller mellom fullstendig og delvis samvirke.

Som basis for alle beregninger er det brukt bruskipper fra Loftesnes bru, tegnet av Reinertsen AS. I tillegg er beregningene basert på regler gitt i relevante Eurokoder og Vegdirektoratets Håndbok N400. Fap2d brukes for alle lastanalyser i håndberegninger, og Abaqus brukes for opprettelse og analyse av numeriske modeller.

Ved gjennomgang av formelverk fastsatt i "Samvirkekonstruksjoner i stål og betong" oppdages det feil i formler brukt ved beregning av svinn. Her utbedres formelverket og brukes til videre beregninger. Ved vurdering av spenninger fra svinn og temperatur merkes det at effekten er begrenset ved fullstendig samvirke. Ved delvis samvirke ser en derimot at disse spenningene har en vesentlig større effekt.

Egenskaper en gir dybler skaper skillet mellom fullstendig samvirke og delvis samvirke. Det gjøres beregninger med stive og duktile dybler. Modelleringsmetoden brukt for dybler viser seg å gi gode approksimasjoner til tverrsnittspenninger og overført skjærstrøm mellom betong og stål.

Sammenligning av modellene viser relativt god korrelasjon mellom resultater fra håndberegninger og numeriske beregninger, men ved numerisk beregning ser det ut til at spenninger i deler av stålprofilen underestimeres. Dette gjelder både for fullstendig og delvis samvirke.

FAGLÆRER: Førsteamanuensis Arne Aalberg

VEILEDER(E): Førsteamanuensis Arne Aalberg

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU



MASTEROPPGAVE VÅREN 2015

Anel Demirovic og Erlend Tomren Sanden

Beregninger og numeriske analyser av samvirkebruer

1. Bakgrunn

Opgaven skal for seg problemstillinger tilknyttet samvirke mellom stål og betong i brubjelker. Det skal tas utgangspunkt i tema fra en bru som er under prosjektering, Loftesnes bru i Sogndal. Reinertsen AS i Trondheim står for prosjekteringsarbeidet for brua og tilgrensende veger. Det skal sees på opptredende laster og lastvirkninger, og gjøres nærmere analyser for forhold tilknyttet samvirket mellom stål og betong, slik som dybelkapasitet og dybeloppførsel, effekter av svinn og temperatur, og det skal gjøres simuleringer med elementmetodeprogrammer for slike effekter.

2. Gjennomføring

Opgaven kan gjennomføres med følgende elementer:

- Kort redegjørelse for den aktuelle brukonstruksjonen.
- Redegjørelse for beregningsmetoder for samvirkekonstruksjoner med stål og betong.
- Vurdering av metoder for fullt og delvis samvirke.
- Oppstilling av uttrykk for effekter av svinn og temperatur.
- Numeriske beregninger for å se på skjærstrøm og tverrsnittsspenninger for bjelker med dybler.

Kandidatene kan i samråd med faglærer velge å konsentrere seg om enkelte av punktene i oppgaven, eller justere disse.

3. Rapporten

Opgaven skal skrives som en teknisk rapport i et tekstbehandlingsprogram slik at figurer, tabeller og foto får god rapportkvalitet. Rapporten skal inneholde et sammendrag, evt. en liste over figurer og tabeller, en litteraturliste og opplysninger om andre relevante referanser og kilder. Oppgaver som skrives på norsk skal også ha et sammendrag på engelsk. Oppgaven skal leveres igjennom «DAIM».

Sammendraget skal ikke ha mer enn 450 ord og være egnet for elektronisk rapportering.

Masteroppgaven skal leveres innen 10. juni 2015.

Kontaktperson (medveileder) i Reinertsen AS er dr.ing Morten Bjerkås.

Trondheim, 21. januar 2015

Arne Aalberg
Førsteamanuensis, faglærer

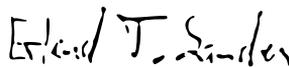
Forord

Denne masteroppgaven er det avsluttende arbeidet som avslutter 5-årig utdanning innen konstruksjonsteknikk ved NTNU. Oppgaven tilsvarende 30 studiepoeng for hver student, og er resultatet av 21 ukers arbeid. Den skrives i samarbeid med Institutt for konstruksjonsteknikk ved NTNU, og Reinertsen AS.

Oppgaven er skrevet for lesere med generell kunnskap innen konstruksjonsteknikk. Det er også en fordel med grunnleggende kunnskap om samvirkekonstruksjoner og elementmetodeprogrammer som Abaqus.

Det rettes stor takk til veileder Arne Aalberg fra Institutt for konstruksjonsteknikk og dr.ing. Morten Bjerkås fra Reinertsen AS. De har begge vært til stor hjelp, for faglige problemstillinger knyttet til oppgaven og utforming av rapporten.

I tillegg takker vi Reinertsen AS for tilgang til deres bruskisser av Loftesnes Bru.



.....
Erlend Tomren Sanden

Institutt for konstruksjonsteknikk



.....
Anel Demirovic

Institutt for konstruksjonsteknikk

Sammendrag

Bruer konstruert ved bruk av samvirke mellom stål og betong er av de mest brukte brutypene, spesielt for mellomlange spenn. Formålet med denne oppgaven er å undersøke ulike beregningsmetoder for denne typen konstruksjon. I tillegg utarbeides det numeriske modeller for sammenligning. Sentralt ligger også problemstillinger knyttet til bruk av dybler og forskjeller mellom fullstendig og delvis samvirke.

Som basis for alle beregninger er det brukt bruskisser fra Loftesnes bru, tegnet av Reinertsen AS. I tillegg er beregningene basert på regler gitt i relevante Eurokoder og Vegdirektoratets Håndbok N400. Fap2d brukes for alle lastanalyser i håndberegninger, og Abaqus brukes for opprettelse og analyse av numeriske modeller.

Ved gjennomgang av formelverk fastsatt i "Samvirkekonstruksjoner i stål og betong" oppdages det feil i formler brukt ved beregning av svinn. Her utbedres formelverket og brukes til videre beregninger. Ved vurdering av spenninger fra svinn og temperatur merkes det at effekten er begrenset ved fullstendig samvirke. Ved delvis samvirke ser en derimot at disse spenningene har en vesentlig større effekt.

Egenskaper en gir dybler skaper skillet mellom fullstendig samvirke og delvis samvirke. Det gjøres beregninger med stive og duktile dybler. Modelleringsmetoden brukt for dybler viser seg å gi gode approksimasjoner til tverrsnittspenninger og overført skjærstrøm mellom betong og stål.

Sammenligning av modellene viser relativt god korrelasjon mellom resultater fra håndberegninger og numeriske beregninger, men ved numerisk beregning ser det ut til at spenninger i deler av stålprofilen underestimeres. Dette gjelder både for fullstendig og delvis samvirke.

Abstract

Bridges utilizing interaction between steel and concrete are some of the most common types of bridges, especially for medium-length spans. The purpose of this study is to investigate different calculation methods for this construction-type. In addition numerical models are developed for comparison. Issues concerning the use of dowels and differences between full and partial interaction are also covered.

Basis for all calculations are sketches of Loftesnes Bridge, designed by Reiertsen AS. In addition, calculations are based on rules given in the relevant Eurocodes and Vegdirektoratets Manual N400. Fap2d used for all load-analysis in hand calculations, and Abaqus is used for creating and analyzing numerical models.

Upon review of the formulas in "Composite Steel and Concrete errors are detected in formulas used to calculate shrinkage. These errors are corrected and used for further calculations. When assessing stresses from shrinkage and temperature there are indications of limited effects on the composite beam when full interaction is assumed. With assumed partial interaction a substantially greater effect is observed.

The properties one gives dowels creates the distinction between full and partial interaction. Calculations are made with rigid and ductile dowels. The method used for modelling the dowels proves good, giving good approximations to the sectional stresses in the beam section and shear stresses transferred between concrete and steel.

Comparison of the models shows relatively good correlation between results from hand calculations and numerical calculations, it appears that stresses in parts of the steel section are underestimated in results from numerical calculations. This applies to both full and partial interaction.

Innhold

Forord	i
Sammendrag	iii
Abstract	v
1 Introduksjon	3
1.1 Bruksområder	4
1.2 Loftesnes bru	5
2 Beregningsgrunnlag	7
2.1 Prosjekteringsgrunnlag	7
2.2 Materialmodell	7
2.2.1 Stål	7
2.2.2 Betong	8
3 Kapasitet samvirke	9
3.1 Plastisk momentkapasitet	13
3.2 Kapasitet mot vertikalt skjær	14
3.2.1 Plastisk skjærkapasitet	14
3.2.2 Kapasitet mot skjærknekking	14
3.3 Vipping av samvirkebjelker	14
3.4 Interaksjon mellom vertikalt skjær og moment	15
3.5 Elastisk	15

3.5.1	Riss	18
3.5.2	Delvis samvirke	19
4	Tidsavhengige effekter	25
4.1	Kryp	25
4.2	Svinn	29
4.3	Korreksjon til svinn	32
4.4	Temperatur	37
5	Dybler	41
5.1	Illustrerende eksempel	41
5.2	Forskjellige dybelvarianter	43
5.3	Materialegenskaper	44
5.3.1	Stivhet og styrke	46
5.4	Kapasitet	46
5.5	Dimensjonering og plassering av dybler	49
5.5.1	Stive dybler	52
5.6	Oppløft	53
6	Laster	55
6.1	Permanente laster	55
6.1.1	Egenlast	56
6.2	Variable laster	56
6.2.1	Trafikkklaster	56
6.2.1.1	Last på kjørebane og skulder	56
6.2.1.2	Last på gangbane eller fortau	60
7	Lastkombinasjoner	61
7.1	Bruddgrensetilstanden	61

8	Abaqus FEA	65
8.1	Elementtyper	65
8.1.1	Volumelementer	66
8.1.2	Skallelementer	66
8.2	Fester	68
9	Numerisk beregning	71
9.1	Geometri	71
9.1.1	Stålprofil	72
9.1.2	Betongplate	72
9.2	Egenskaper	72
9.2.1	Materialmodell	73
9.2.2	Tverrsnitt	74
9.3	Sammenstilling	74
9.4	Steg	74
9.5	Interaksjon	75
9.5.1	Kontaktbetingelser	75
9.5.2	Festemetode	77
9.6	Laster og grensebetingelser	78
9.6.1	Laster	78
9.6.2	Temperaturbetingelser	78
9.6.3	Grensebetingelser	80
9.7	Elementinndeling	82
9.8	Analyse	83
9.9	Resultater	83
10	Resultater	85
10.1	Loftesnes bru	85
10.1.1	Beregningsinformasjon	86

10.2 Dyblenes stivhet	86
10.3 Abaqus	88
10.4 Verifisering av Abaqus-modell	90
10.5 Håndberegninger	95
10.5.1 Kryp	95
10.5.2 Svinn	98
10.5.3 Temperatur	102
10.5.4 Lineær reduksjon av stålprofilets steg	103
10.6 Riss	104
10.7 Hovedmodell	105
10.7.1 Fullstendig samvirke	105
10.7.1.1 Forenklet Temperaturmodell	105
10.7.1.2 Normal Temperaturmodell	106
10.7.2 Delvis samvirke	107
10.7.2.1 Forenklet Temperaturmodell	107
10.7.2.2 Normal Temperaturmodell	109
11 Diskusjon	111
11.1 Kryp og svinn	111
11.2 Sammenligning av modeller og regnemetoder	112
11.3 Dyblenes påvirkning på resultater	113
11.4 Numeriske beregninger av hovedmodell	113
12 Konklusjon	117
12.1 Forslag til videre arbeid	118
Bibliografi	119
A P.K.Larsens kapittel om svinn	123

<i>INNHold</i>	1
B Verifisering av svinn formler: Regneeksempel	125
C Loftesnes bru: Egenlast	131
D Loftesnes bru: Laster	133
E Script: Elastisk beregning	135
F Script: Svinnberegninger ved fullstending samvirke	137
G Script: Beregninger ved delvis samvirke	139
H Script: Beregninger ved delvis samvirke og stegreduksjon	141
I Bruskisser	143
J Effektiv flensbredde	145

Kapittel 1

Introduksjon

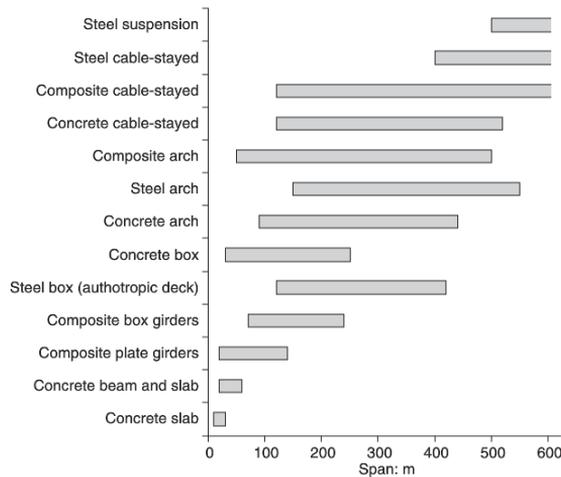
Samvirkebruer er konstruksjoner som består av to eller flere bygningsmaterialer. For bruer er de mest brukte materialene betong, stål og tre. Typiske elementer er betongplater hvilende på stålbjelker, og søyler der ståltverrsnitt er fylt med betong. Her vil vi konsentrere oss om bjelketverrsnitt bestående av stål og betong.

Formålet med bruk av samvirke er at materialene sammen skal bidra til en konstruksjon med økt styrke og stivhet. For å oppnå nevnte egenskaper, bør materialene bindes sammen på en måte som tillater skjærkrefter å overføres mellom delene. Dersom skjærkraft ikke kan overføres mellom de to delene, vil stivheten være summen av stivhetsbidraget til hver bjelkedel. Ved å innføre full skjærkraftoverføring mellom bjelkedelene, vil stivheten og bæreevnen øke betraktelig.

Det finnes flere måter å oppnå dette. I samvirkekonstruksjoner av betong og stål brukes vanligvis dybler.

1.1 Bruksområder

Samvirkebruer blir typisk vurdert for mellomlange bruer. En enkel bjelke- og platebru er konkurransedyktig med betongbruer fra 20 meter. I andre enden har vi skråkabel- og buebruer på opp til 500 meter. En oppsummering av brutyper og spennlengder vises i figur 1.1.



FIGUR 1.1: SPENNLENGDE FOR ULIKE BRUTYPER [2]

Fordeler ved bruk av samvirke i bruer kan forklares på grunnlag av flere egenskaper:

Så lenge bjelken er påvirket av et positivt moment vil betongen stå i trykk, og stålet i strekk. Dette representerer den mest gunstige spenningstilstanden for begge materialer, og dermed også den mest effektive bruken av materialene.

Bruk av stål gjør bruene lettere, og kan redusere størrelsen på resten av bæresystemet bruene trenger (pillarer og andre opplagere, landkar o.l.).

Store deler av bruens komponenter vil lages som moduler i fabrikk og på byggeplassen, for så å monteres. Dette sparer både tid og penger.

Ulempene ved samvirke er flere. Montering av dybler er en tidkrevende og dermed kostbar prosess. Det er også viktig å merke seg at ved større bruer vil det

være nødvendig med flere spenn i lengderetning. Vanlig praksis er å utføre bru-
en som kontinuerlig over alle spenn. Dette kan medføre problemer for samvir-
ket, da det vil føre negative støttemomenter. Samvirket vil miste sine fortrinn
som et resultat av dette. Betongen vil bli utsatt for strekk, som må tas av arme-
ringen. Stålet vil bli utsatt for trykk, og med dette fører fare for både vipping og
knekking av steg.

1.2 Loftesnes bru

Nye Loftesnes bru prosjekteres for å erstatte den gamle fagverksbruen i stål som
skal rives. Den nye bruene skal ligge rett ved den gamle, langs RV 5, og krysser
Loftesnessundet i Sogndal kommune. Bruskissene som brukes i denne oppga-
ven er tegnet av Reinertsen AS, som en del av forprosjektet. Nevnte tegninger er
å finne i vedlegg I.

Kapittel 2

Beregningsgrunnlag

2.1 Prosjekteringsgrunnlag

Samvirkekonstruksjoner i stål og betong blir prosjektert etter NS-EN 1994, der del 2 henviser til reglement spesifikt for samvirkebruer av stål og betong.

I NS-EN 1994 henvises det også til følgende standarder:

NS-EN 1990:	Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner
NS-EN 1991:	Laster på konstruksjoner
NS-EN 1992:	Prosjektering av betongkonstruksjoner
NS-EN 1993:	Prosjektering av stålkonstruksjoner
NS-EN 1997:	Geoteknisk prosjektering
NS-EN 1998:	Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning

2.2 Materialmodell

2.2.1 Stål

Stål modelleres som et elastisk-perfekt plastisk materiale, med flytespenning f_y og elastisitetsmodul E_a for alle fastheter. NS-EN 1994 er gyldig for ståltyper til

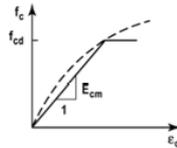
og med S460. Ved høyere fastheter vises til det til EN 1993, Del 1-12. Viktige parametere er vist i tabell 2.1.

E_a	ν	G	α
210000MPa	0,3	$\approx 81000MPa$	$12 * 10^{-6} K^{-1}$

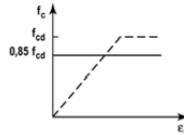
TABELL 2.1: MATERIALPARAMETERE FOR STÅL [5]

2.2.2 Betong

Betong har en ikke-lineær spennings- tøyningssammenheng, som vist i figur 2.1a. Denne tilnærmes ved en elastisk-perfekt plastisk relasjon, med dimensjonerende fasthet $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$. Betongens E-modul er avhengig av betongtype, men $\alpha = 10 * 10^{-6} K^{-1}$ og $\nu = 0,2$ [6].



(A) ELASTISK-PERFEKT PLASTISK



(B) PERFEKT PLASTISK

FIGUR 2.1: SPENNINGSSAMMENHENG BETONG

Kapittel 3

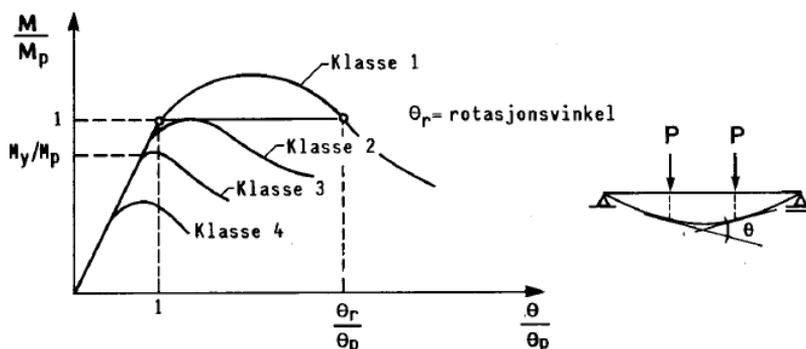
Kapasitet samvirke

Klassifisering av tverrsnitt

Klassifisering av ståltverrsnitt gjøres for å fastlegge i hvilken grad moment- og rotasjonskapasiteten blir begrenset av lokal knekking i tverrsnittsdeler.

Ved trykkpåkjenning av et stålprofil, kan tverrsnittsdeler bli utsatt for lokal plastisk eller elastisk knekking. Dette forekommer dersom enten flenser eller steg har for stor slankhet, som er uttrykt ved forholdet b/t , bredde og tykkelse.

Ståltverrsnitt er delt opp i fire tverrsnittsklasser gitt i tabell 3.1.



FIGUR 3.1: SAMMENHENG MELLOM MOMENT OG ROTASJON FOR TVERRSNITTSKLASSER [11]

Figur 3.1 viser en fritt opplagt bjelke belastet med to punktlaster. Her ser en

Klasse 1:	Kan danne flyteledd med rotasjonskapasitet som kreves for plastisk analyse uten at tverrsnittets dimensjonerende momentkapasitet reduseres
Klasse 2:	Kan utvikle dimensjonerende plastisk momentkapasitet, men har begrenset rotasjonskapasitet på grunn av lokal knekking av tverrsnittsdeler
Klasse 3:	Spenningen i tverrsnittets mest påkjente punkt kan nå flytegrensen dersom en har elastisk fordeling av spenninger, men lokal knekking forhindrer at dimensjonerende plastisk momentkapasitet utvikles
Klasse 4:	Lokal knekking vil oppstå innen flytegrensen nås i én eller flere deler av tverrsnittet

TABELL 3.1: TVERRSNITTSKLASSIFISERINGER [5]

igjen definisjonen av de ulike tverrsnittsklassene i figuren.

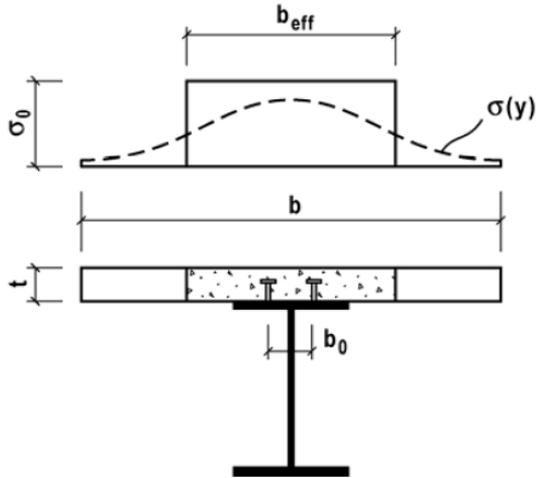
Klassifiseringen gjøres i henhold til NS-EN 1993-1-1, og den ugunstigste tverrsnittsdelen bestemmer profilets klasse.

Effektiv flensbredde

I situasjoner hvor et tverrsnitts flensbredde er stor, vil bøyepening σ være ujevnt fordelt over flensens bredde. Dette skyldes virkningene skjærdeformasjon har på tverrsnittet. Fenomenet kalles "shear lag" og forklares som at flensens render blir hengende etter delen av flensen som er koblet til steget. Dette gir en ikke-lineær spenningsfordeling som vist i figur 3.2

Det er ikke hensiktsmessig å dimensjonere på grunnlag av en ikke-lineær spenningsfordeling, og man definerer derfor en beregningsmodell med konstant bøyepening over en bredde b_{eff} .

I NS-1994-1-1 5.4.1.2 er effektiv flensbredde midt i opplegget eller ved innvendig opplager gitt som



FIGUR 3.2: EFFEKTIV FLENSBREDDE [11]

$$b_{eff} = b_0 + \sum_i b_{ei} \quad (3.1)$$

der

b_0 er senteravstanden mellom ytre dybler

b_{ei} er verdi av effektiv bredde på betongflensen på hver side av steget, satt til $L_e/8$ og men aldri større enn geometrisk bredde b_i . b_i defineres som avstanden mellom en utstående skjæradybel og et punkt midtveis mellom tilstøtende steg. L_e bør settes som tilnærmet avstand mellom momentnullpunkter, vist i figur 3.3.

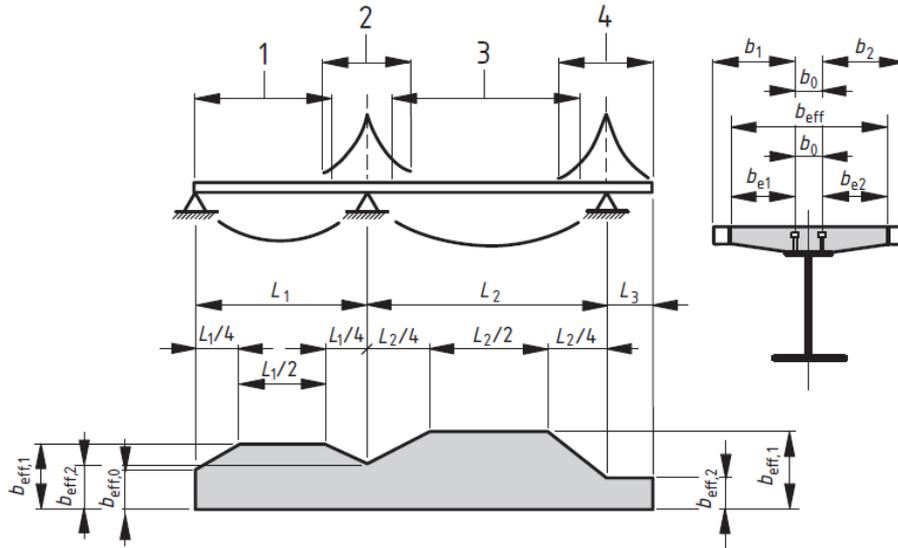
Effektiv bredde ved et endeopplager er gitt som

$$b_{eff} = b_0 + \sum_i \beta_i b_{ei} \quad (3.2)$$

$$\beta_i = (0,55 + 0,025L_e/b_{ei}) \leq 1,0 \quad (3.3)$$

der

b_{ei} er effektiv bredde midt i endespennet (3.1), og L_e er ekvivalent spennlengde av endespennet, vist i figur 3.3.



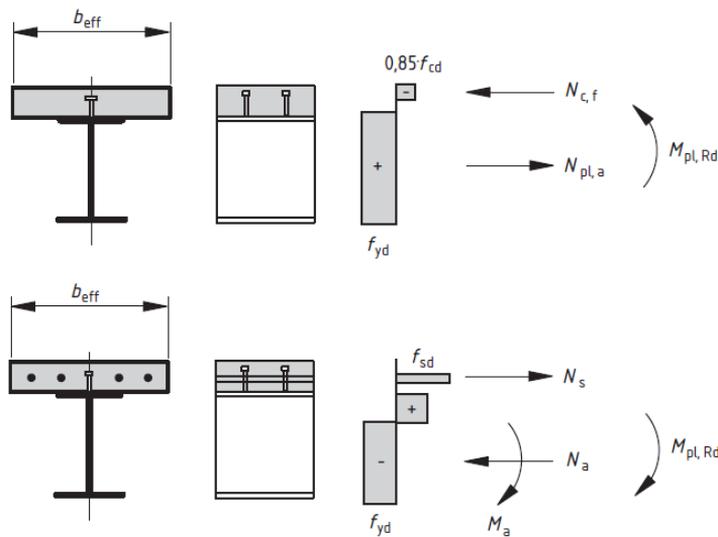
Tegnforklaring

- 1 $L_e = 0,85L_1$ for $b_{eff,1}$
- 2 $L_e = 0,25(L_1 + L_2)$ for $b_{eff,2}$
- 3 $L_e = 0,70L_2$ for $b_{eff,1}$
- 4 $L_e = 2L_3$ for $b_{eff,2}$

FIGUR 3.3: EKVIVALENTE SPENN [5]

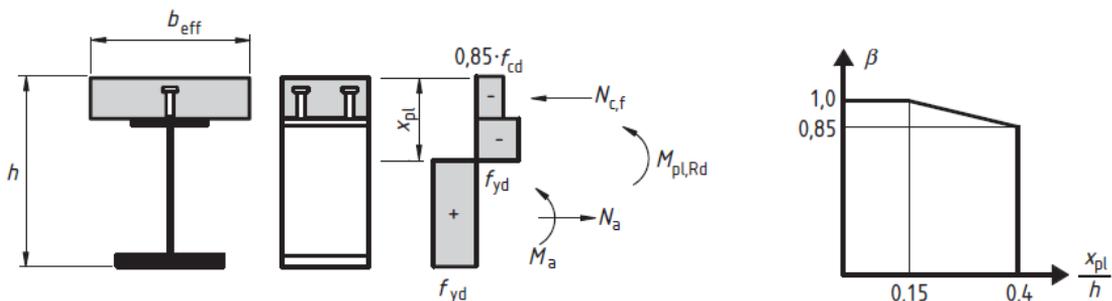
3.1 Plastisk momentkapasitet

For tverrsnitt i klasse 1 og 2 kan en bruke plastisitetsteori ved beregning av tverrsnittskapasitet. Stål og betong antas å ha en elastisk perfekt-plastisk materialoppførsel. Dimensjonerende fasthet på stål og armering er henholdsvis f_{cd} og f_{sd} , og beregningsmessig fasthet for betong er $0,85f_{cd}$. Ved plastisk beregning antas også full interaksjon mellom stål, betong og armering, og armeringsbidrag i trykkbelastede regioner neglisjeres. Typisk plastisk spenningsfordeling vises i figur 3.4.



FIGUR 3.4: PLASTISK SPENNINGSFORDELING VED POSITIVT OG NEGATIVT MOMENT [5]

Dersom det benyttes stål i fasthetsklasse S420 eller S460, må plastisk momentkapasitet reduseres med en faktor β om nøytralaksens avstand x_{pl} overskrider $0,15h$, se figur 3.5.

FIGUR 3.5: REDUKSJONSFAKTOR β FOR $M_{pl,Rd}$ [5]

3.2 Kapasitet mot vertikalt skjær

Tester viser at betongdekker har evnen til å ta opp vertikal skjær, uten at det er funnet noen enkel beregningsmodell for dette. Hvor mye betongdekket bidrar, avhenger av riss, detaljer i skjærforbindelsen og randbetingelser ved opplagere. Derfor antas det at alle vertikale skjærkrefter opptas av stålprofilet.

3.2.1 Plastisk skjærkapasitet

Plastisk skjærkapasitet beregnes etter NS-EN 1993-1-1, 6.2.6.

3.2.2 Kapasitet mot skjærknekking

Kapasitet mot skjærknekking beregnes etter NS-EN 1993-1-5, 5.

3.3 Vipping av samvirkebjelker

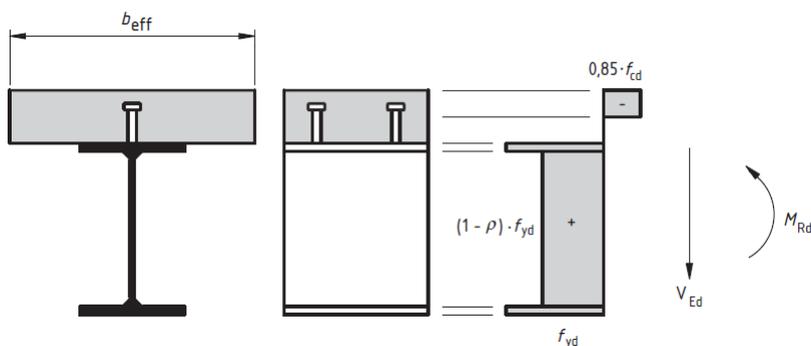
Stålfensler i samvirkebjelker er bundet til betongplaten med dybler. Som et resultat av dette vil disse være stabile, så lenge sideveis forskyvning av platen er forhindret. I en fritt opplagt bjelke vil det ikke være noen fare for vipping.

3.4 Interaksjon mellom vertikalt skjær og moment

Dersom den vertikale skjærkraften V_{Ed} overskrider halve skjærkapasiteten V_{Rd} , bør det tas hensyn til dette når en beregner momentkapasitet. Dette gjøres ved å reservere deler av eller hele steget til å ta skjærkrefter. Som følge av dette vil store deler av momentbidraget fra steget reduseres.

For tverrsnitt i klasse 1 eller 2 brukes beregningsmodell vist i NS-EN 1994-1-1 6.2.2.4 (2) og figur 3.6 der

$$\rho = (2V_{Ed}/V_{Rd} - 1)^2 \quad (3.4)$$



FIGUR 3.6: BEREGNINGSMODELL FOR INTERAKSJON MELLOM VERTIKALT SKJÆR OG MOMENT [5]

For tverrsnitt i klasse 3 eller 4 brukes fremgangsmåte vist i 6.2.2.4 (3).

3.5 Elastisk

Elastisk beregning brukes for kapasitetsberegninger for tverrsnitt i klasse 3. For tidsavhengige deformasjoner som svinn, kryp og temperaturendring i bruksgrensetilstand brukes også elastisk beregning. Dette blir behandlet i kapittel 4.

Ved kapasitetsberegninger er det viktig å ta i betraktning at tverrsnittet til en samvirkebjelke kan være varierende. Dette gir verdier for EI som varierer over bjelkens lengde. Hvordan samvirkebjelken monteres vil også påvirke spenningstil-

standen. En bjelke med full understøttelse under betongens herding vil ikke få initielle spenninger. Hele egenlasten og nyttelasten vil tas av samvirket når støttenes fjernes. Uten understøttelse vil samvirket ta nyttelast, men stålbjelken vil ha initielle spenninger fra egenlast av stål og betong.

P.K Larsens sin utledning av elastisk kapasitet for et samvirketverrsnitt blir gjen-gitt her for å trekke fram viktige poeng [11]. Beregningene forenkles ved omgjø-ring av betongens areal til ekvivalent stålareal med

$$A_{c,ekv} = \frac{A_c}{n_0} \quad (3.5)$$

hvor

$$n_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} \quad (3.6)$$

og

$$A_c = b_{eff} h_c \quad (3.7)$$

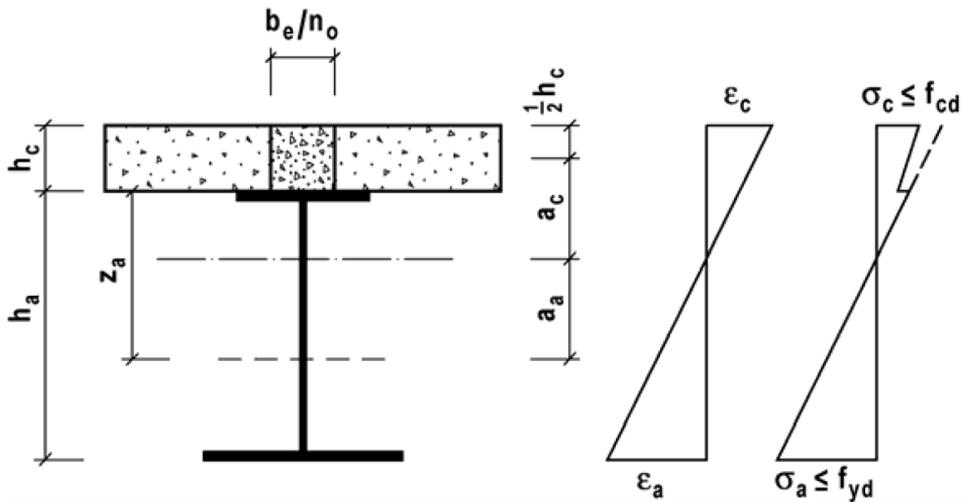
Ved å kun redusere bredden blir samvirkets arealsenter upåvirket. Tverrsnittet og spenningstilstanden er illustrert i figur 3.7

$a = a_c + a_a = z_a + 1/2 h_c$ defineres som avstanden mellom arealsentra til profile-
ne. Ved å neglisjere armeringen i betongen blir bjelkens totale tverrsnittsareal

$$A = A_a + A_{c,ekv} = A_a + \frac{A_c}{n_0} \quad (3.8)$$

1. arealmoment om henholdsvis betongplaten og profilets arealsenter gir iden-titetene

$$A_a(z_a + \frac{h_c}{2}) = A_a a = A a_c \rightarrow a_c = \frac{A_a}{A} a \quad (3.9)$$



FIGUR 3.7: ELASTISK KAPASITETSBEREGNING

$$A_{c,ekv}a = Aa_a \rightarrow a_a = \frac{A_{c,ekv}}{A}a \quad (3.10)$$

Tversnittets 2.arealmoment blir da

$$I = I_a + A_a a_a^2 + I_{c,ekv} + A_{c,ekv} a_c^2 = I_a + \frac{I_c}{n_0} + \frac{A_a A_{c,ekv} a^2}{A} \quad (3.11)$$

Z-aksen på figur 3.7 settes til positiv når den er rettet nedover. Bøyepeningene på grunn av momentet M_{Ed} i samvirketversnittet blir for stålet

$$\sigma_a = \frac{M_{Ed}}{I} z \quad (3.12)$$

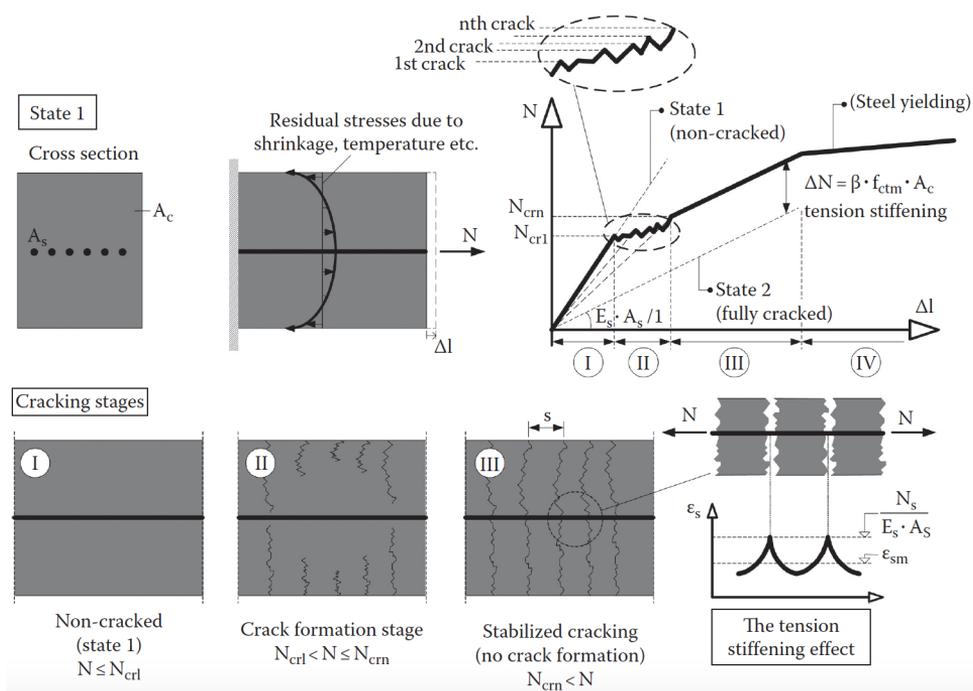
og for betongen

$$\sigma_c = \frac{M_{Ed}}{I} \frac{E_{cm}}{E_a} z = \frac{M_{Ed}}{n_0 I} z \quad (3.13)$$

I figur 3.7 ser en at tøyningen er lineært fordelt over tversnittet. Dette forutsetter Euler- Bernoullis bjelke teori (plane tversnitt forblir plane) og ingen glidning mellom platen og profilet. Spranget i tøyning i overgangen mellom komponentene skyldes forskjellen i elastisitetsmodul.

3.5.1 Riss

Riss dannes i betongen dersom den utsettes for høyere strekkspenninger enn betongens strekkfasthet f_{ctm} . Rissdannelsen deles inn i fire stadier. Før strekkraften N_{cr1} vil betongen forbli urisset. I andre stadiet vil nye riss dannes når strekkraften øker og stivhet vil minke proporsjonalt. Grunnet lavt spenn mellom første (N_{cr1}) og siste (N_{crn}) risskraft blir vanligvis gjennomsnittskraften N_{cr} brukt ved beregning. Videre stabiliseres stivheten og rissdannelsen stopper. Avstanden mellom rissene øker i stadie tre fram til strekkspenningene blir så store at armering flyter. Dette gir ytterligere stivhetsreduksjon [17].



FIGUR 3.8: RISSDANNELSE

Riss i samvirkebjelke

I NS-EN 1994 5.4.2.3 er det gitt to metoder bestemmelse av virkningen opprissing har på samvirkebjelker.

Den forenklete metoden kan brukes for kontinuerlige samvirkebjelker med betongflens øverst. Forholdet mellom korteste og lengste spenn kan ikke overskride 0,6. Dersom kravene over er innfridd kan 15% av spennet på hver side av hvert indre opplegg tilegnes bøyestivheten $E_a I_2$, hvor I_2 er andre arealmoment av det effektive ekvivalente ståltverrsnittet beregnet der strekkpåkjent betong neglisjeres (armering medregnes).

Virkningene av opprissing kan også gjøres ved å først gjennomføre en "analyse med et antatt urisset tversnitt". Bjelken blir antatt urisset med betongstivhet $E_a I_1$ og spenningene blir regnet ut ved en global analyse. I områder hvor strekkspenningene overskrider den dobbelte strekkfastheten $2f_{ctm}$ reduseres stivheten til $E_a I_2$. Denne stivhetsfordelingen kan brukes i både bruksgrensetilstand og bruddgrensetilstand. En ny analyse gjennomføres for å finne de endelige spenningene og deformasjonene [17].

3.5.2 Delvis samvirke

Utrekningsmetodene gjennomgått til nå baserer seg på fullstendig samvirke mellom stål og betong. Glidningene mellom elementene er satt lik null. Push-tester beskrevet i et senere avsnitt (5.3) bekrefter at dette er feil. Selv små laster gir en relativ forskyvning.

Problemer med delvis samvirke løses ved hjelp av differensiallikninger. Det er ingen fast formel som kan brukes, og forskjellige lastsituasjoner gir forskjellige sett med differensiallikninger. Grunnen til at denne teorien brukes er at den gir godt grunnlag for å analysere den langsgående skjærkraften dyblene må ta ved svinn og temperaturtøyninger [10].

Delvis samvirketeori for en fritt opplagt bjelke

Ved delvis samvirketeori utledes formelene for relativ bevegelse mellom stålfilet og betongplaten. Dette langsgående skjærkraft per lengde

$$v_L = \frac{k_d s}{p} \quad (3.14)$$

der

k_d	er dyblenes stivhet.
s	er glidning mellom stål og betong.
p	er avstand mellom dyblene.

Differensiallikningene for delvis samvirketeori vil variere med last og grensebetingelser. Under følger R.P Johnsons teori for en fritt opplagt bjelke påvirket av tøyning i betongen ϵ_c (temperatur eller svinn) og en jevnt fordelt last w [10]. Ligningene utledes fra likevekt-, elastisitet- og kompatibilitetsbetingelser. Disse blir redusert til en differensialligning som relaterer s til avstanden x , som ved innsetting av grensebetingelsene gir oss forholdet. x er lik null i midtpunktet av bjelken og $\pm L/2$ i endene. Grensebetingelsene er

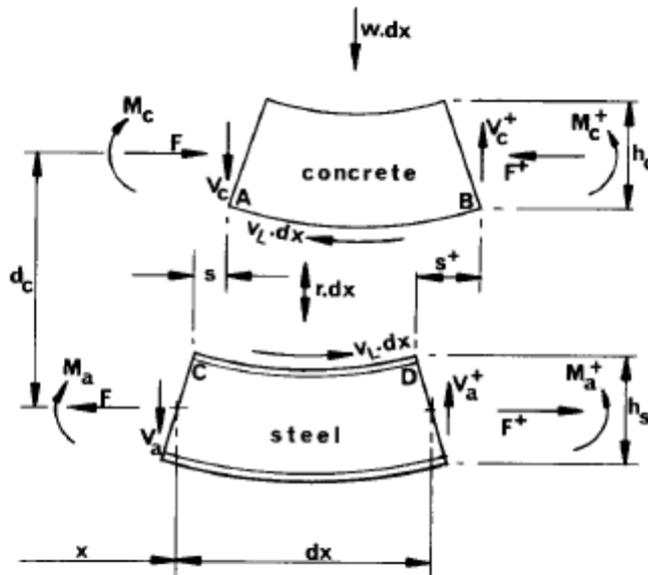
- (1) Ingen glidning i bjelkens midtpunkt, altså

$$s(x = 0) = 0 \quad (3.15)$$

- (2) Ved endene er aksialkraft F og moment M lik null. Det eneste som gir langsgående tøyning i overgang er ϵ_c . Derfor blir

$$\frac{ds}{dx}(\pm L/2) = -\epsilon_c \quad (3.16)$$

På figur 3.9 vil glidningen fram til tversnitt x være s og øke til $s + \frac{ds}{dx} dx (= s^x)$ over



FIGUR 3.9: KREFTER PÅ ET UTRISS AV EN SAMVIRKEBJELKE [10]

lengden på elementet. Likevekt i lengderetning gir

$$\frac{dF}{dx} = -v_L \quad (3.17)$$

for momentene:

$$\frac{dM_c}{dx} + V_c = \frac{1}{2} v_L h_c, \quad \frac{dM_a}{dx} + V_a = \frac{1}{2} v_L h_s, \quad (3.18)$$

Tverrsnitt x vil ha en skjærkraft på $w x$

$$V_c + V_a = w x \quad (3.19)$$

Ligning (3.18) og (3.19) lagt sammen gir

$$\frac{dM_c}{dx} + \frac{dM_a}{dx} + w x = v_L d_c \quad (3.20)$$

hvor $d_c = \frac{1}{2}(h_c + h_s)$

I bjelker med tilstrekkelig skjærforbindelse er effektene av oppløft neglisjerbare. Hvis det ikke er mellomrom mellom komponentene må de ha samme kurvatur

$$\phi = \frac{M_a}{E_a I_a} = \frac{M_c}{I_c \frac{E_a}{n_L}} \quad (3.21)$$

Den langsgående tøyningen i betongen langs AB og i stålet langs CD blir da

$$\epsilon_{AB} = \frac{1}{2} h_c \phi - \frac{F}{E_a \frac{A_a}{n_L}} - \epsilon_c \quad (3.22)$$

$$\epsilon_{CD} = -\frac{1}{2} h_s \phi + \frac{F}{E_a A_a} \quad (3.23)$$

Tøyningen som kommer av glippet finnes som forskjellen mellom ϵ_{AB} og ϵ_{CD} . Kompatibilitet gir

$$\frac{ds}{dx} = \epsilon_{AB} - \epsilon_{CD} = \phi d_c - \frac{F}{E_a} \left(\frac{n_L}{A_c} + \frac{1}{A_a} \right) - \epsilon_c \quad (3.24)$$

En kan nå finne uttrykket for $s(x)$. Ligning (3.20) og (3.21) satt sammen gir

$$E_a \left(\frac{I_c}{n} + I_a \right) \frac{d\phi}{dx} + wx = v_L d_c \quad (3.25)$$

Fra ligning (3.14) og $I_0 = \frac{I_c}{n} + I_a$ kommer

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{\frac{k d_c s}{p} - wx}{E_a I_0} \quad (3.26)$$

Ved å derivere ligning (3.24) og sette inn (3.17) kommer differensiallikningen fram som

$$\frac{d^2 s}{dx^2} = \frac{\frac{k d_c^2 s}{p} - w d_c x}{E_a I_0} + \frac{ks}{E_a A_0 p} = \frac{ks}{p E_a I_0} \left(d_c^2 + \frac{I_0}{A_0} \right) - \frac{w d_c x}{E_a I_0} \quad (3.27)$$

Forholdene $\frac{1}{\hat{A}} = d_c^2 + \frac{I_0}{A_0}$, $\beta = \frac{\hat{A} p d_c}{k}$ og $\alpha^2 = \frac{k}{p E_a I_0 \hat{A}}$ introduseres. Innsatt i ligning

(3.27) kommer differensiallikningen på formen

$$\frac{d^2s}{dx^2} - \alpha^2 s = -\alpha^2 \beta w x \quad (3.28)$$

løser for s ,

$$s = K_1 \sinh(\alpha x) + K_2 \cosh(\alpha x) + \beta w x \quad (3.29)$$

Grensebetingelsene (3.15) og (3.16) gir $K_2 = 0$ og $\epsilon_c = -K_1 \alpha \cosh(\frac{\alpha L}{2}) - \beta w$. Innsett i ligning (3.29) gir

$$s = \beta w x - \left(\frac{\beta w + \epsilon_c}{\alpha}\right) \operatorname{sech}\left(\frac{\alpha L}{2}\right) \sinh(\alpha x) \quad (3.30)$$

hvor $\operatorname{sech} = (\cosh)^{-1}$

Delvis samvirketeori for en fritt opplagt bjelke: Krefter og momenter

Formelen for glidning mellom stål og betong (3.30) muliggjør utledning av kraft og moment i nøytralaksene til de respektive delene i samvirketversnittet. Disse er gitt som F, M_a og M_c i figur 3.9.

Kraften F finnes ved å kombinere ligningene (3.14) og (3.17). Resultatet blir integralet

$$F = -\frac{k_d}{p} \int_0^{\frac{L}{2}} s dx \quad (3.31)$$

For å finne momentene må sammenhengen mellom krumning ϕ og avstand fra midten x utledes. Integrering av ligning (3.26) gir

$$\phi(x) = \frac{k d_c}{p E_a I_0} \left[\left(\frac{\beta w x^2}{2} \right) - \left(\frac{\epsilon_c + \beta w}{\alpha \cosh(\frac{\alpha L}{2})} \right) \cdot \frac{\cosh(\alpha x)}{\alpha} \right] - \frac{w x^2}{2 E_a I_0} + K \quad (3.32)$$

hvor konstanten K kan finnes ved å sette $\phi(x = \frac{L}{2}) = 0$ Ved å gjøre om på ligning

(3.21) finnes moment i nøytralaksene til et valgt tversnitt som

$$M_a = \phi(x)E_a I_a \quad (3.33)$$

og

$$M_c = \phi(x)I_c \frac{E_a}{n_L} \quad (3.34)$$

Spenningsberegning over et gitt tversnitt kan nå gjennomføres og sammenlignes med fullstendig samvirke.

Kapittel 4

Tidsavhengige effekter

Tidsavhengige effekter skaper tøyninger i betongen og til dels stålet, dette vil resultere i spenninger i tverrsnittet.

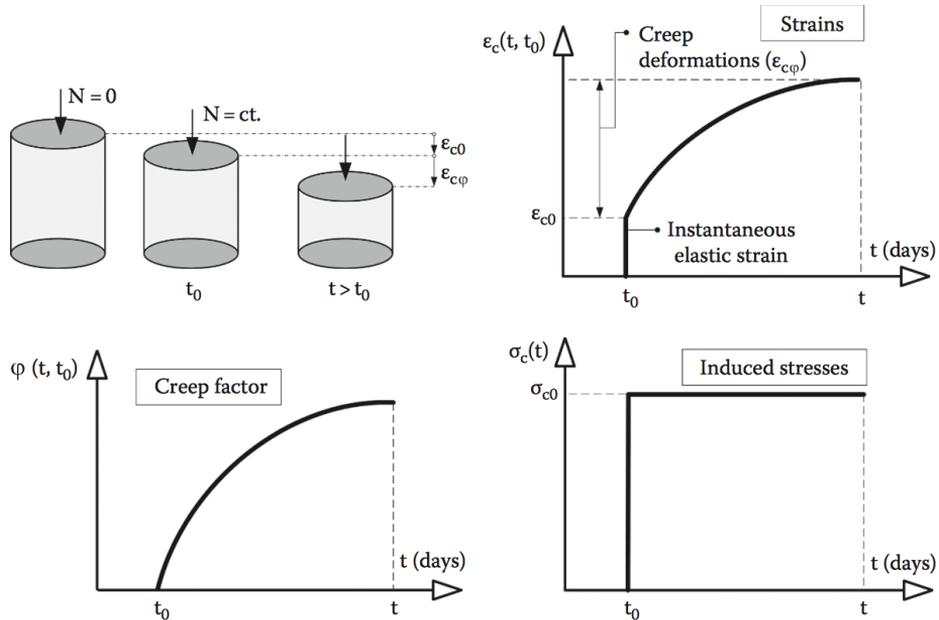
4.1 Kryp

Effektene av kryp endrer seg med tiden. Ved permanent trykklast σ_{c0} vil betongen få en initiell tøyning $\epsilon_{c0} = \sigma_{c0}/E_{cm}$ som avhengig av betongens alder ved belastningstidspunktet t_0 vil gi en kryptøyning

$$\epsilon_{c\phi} = \epsilon_{c0}\phi(t, t_0) \tag{4.1}$$

Dette gir betongens totale tøyning

$$\epsilon_c = \epsilon_{c0}(1 + \phi(t, t_0)) \quad (4.2)$$



FIGUR 4.1: KRYP VED PERMANENT LAST (P) [17]

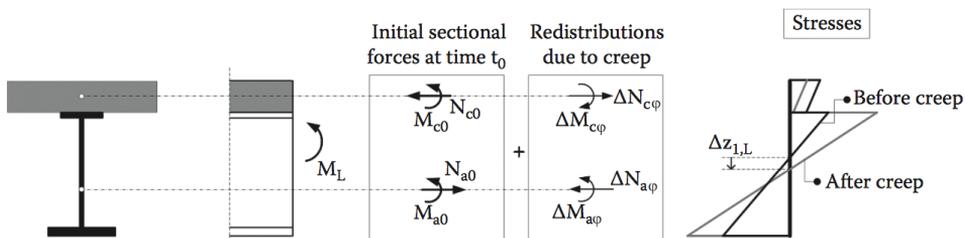
Kryptallet $\phi(t, t_0)$ avhengerer blant annet av betongens alder, densitet, dimensjoner, relativ luftfuktighet og temperatur. Kryptallet finnes i NS-EN 1992-1-1 tillegg B eller ved forenklet metode i avsnitt 3.1.4 figur 3.1 [17].

Kryp i samvirkebjelke

Kryp i samvirkebjelker opptrer bare når betongen er permanent lastet. For korttidslaster som trafikk-, vind- og temperaturlast beregnes spenningsfordelingen i tversnittet som i avsnitt 3.5 med modulforhold n_0 , gitt i ligning (3.6).

I samvirketverrsnittet vil det skje en redistribusjon av spenninger når det blir utsatt for kryp. Betongens stivhet svekkes over tid mens stålet forblir upåvirket. Figur 4.2 viser spenningsendringen ved kryp for en fritt opplagt samvirkebjelke

med strekk i underkant.



FIGUR 4.2: REDISTRIBUSJON AV SPENNING VED KRYP [17]

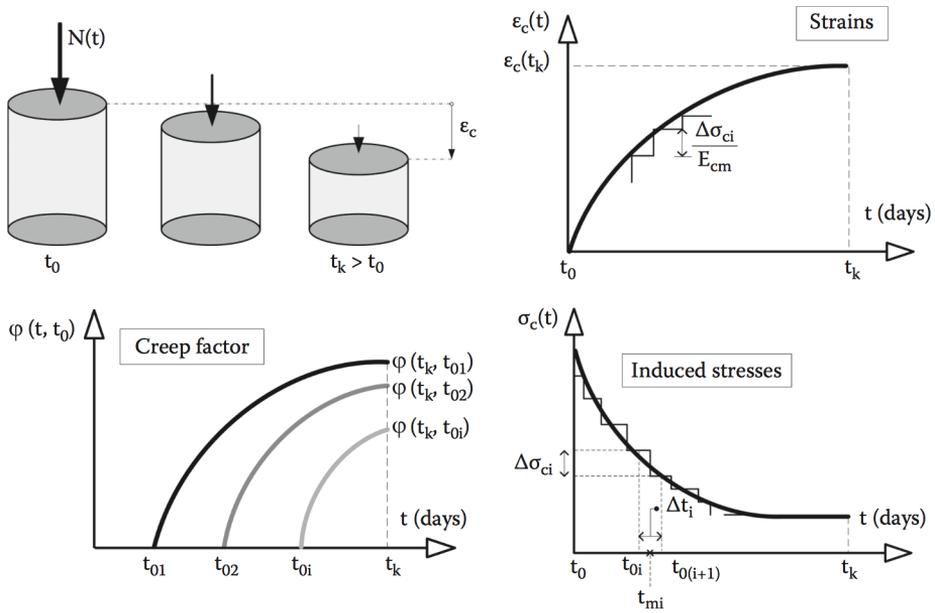
Graden av spenningsendring er ikke bare avhengig av lastens virkningstid t , men også dens styrke og type. Den permanente lasten deles inn i 3 kategorier

- 1) Permanent last (P),
- 2) Midlertidig permanent last (PT),
- 3) Last grunnet tvungen deformasjon (D).

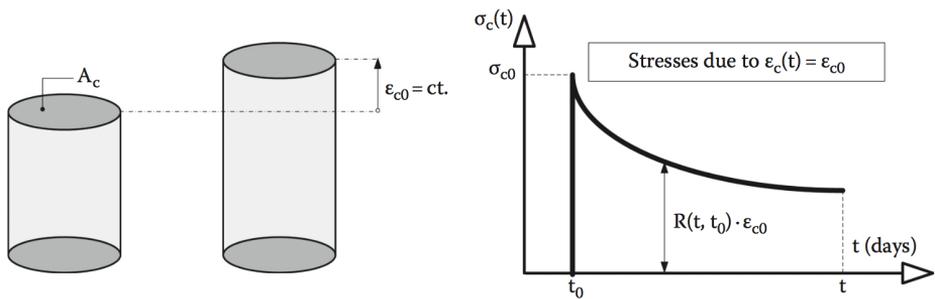
Permanent (P) (figur 4.1) opptrer ved konstant spenning som ikke endres med tiden. Et eksempel er egenlasten til betongen. I tilfelle med midlertidig permanent last (PT) (figur 4.3) vil spenningen endres over tid og den totale kryptøyningen vil bli lavere enn ved konstant spenning. Eksempler på dette er forspenning i betong og sekundære effekter ved kryp og svinn. Tvungen deformasjon (D) kan for eksempel være senking av midtre opplagerstøtte for å redusere opprissing. Deformasjonen kan oppstå plutselig eller endres med tid (figur 4.4).

Deformasjonen og kraften fra kryp opptrer i form av primære og sekundære effekter. Primære effekter er deformasjoner fra kryp på et statisk bestemt system. Sekundære effekter oppstår som ekstra indre krefter i statisk ubestemt system. Disse oppstår parallelt med kryp, og er derfor permanente. Den konstante endringen i styrke gjør at sekundære effekter blir sett på som en midlertidig permanent last (PT). Sekundære moment for bjelker kan finnes ved hjelp av kraftmetoden eller ved å definere krumningen som oppstår ved sekundære

effekter som ekvivalent temperaturfordeling over tversnittet [17].



FIGUR 4.3: KRYP VED MIDLERTIDIG PERMANENT LAST (PT) [17]



FIGUR 4.4: KRYP VED TVUNGEN DEFORMASJONSLAST (D) [17]

Modulært forholdstall for kryp, n_L

Redistribusjonen av krefter i samvirketverrsnittet utsatt for kryp kan finnes ved bruk av differensiallikninger. Eurokode 4 forenkler prosessen. Redistribusjonen blir "innbakt" i det modulære forholdstallet for kryp. Forholdstallet er i NS EN 1994 5.4.2.2 (2) gitt som

$$n_L = n_0(1 + \psi_L \phi(t, t_0)) \quad (4.3)$$

hvor

- n_0 er det modulære forholdstallet gitt i ligning (3.6)
- $\phi(t, t_0)$ er kryptallet.
- ψ_L er krypmultiplikatoren avhengig av type belastning. Verdiene er gitt i tabell 4.1.

Type permanent last	ψ_L
Permanent(P)	1,10
Midlertidig permanent (PT)	0,55
Ved tvungen deformasjon (D)	1,50
Svinn (primære og sekundære effekter)	0,55

TABELL 4.1: KRYPMULTIPLIKATOR ψ

Forholdstallet kan brukes for alle konstruksjonsdeler som kun har en samvirkeflens.

[17][4]

4.2 Svinn

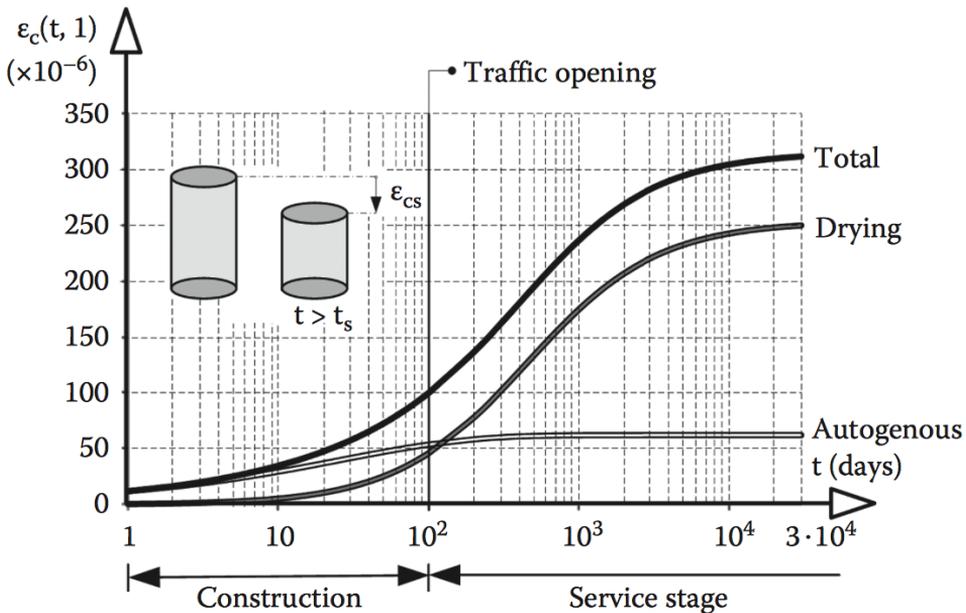
Betongens uttørking vil føre til at den krymper. Denne krympingen kalles svinn og er i motsetning til kryp uavhengig av last. Den totale svinntøyningen ϵ_{cs} er sammensatt av to komponenter:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} \quad (4.4)$$

Svinntøyning ved uttørkning ϵ_{cd} som er en funksjon av fukttransporten gjennom herdet betong som utvikler seg langsomt. ϵ_{cd} finnes i tillegg B i NS EN 1992. Den autogene svinntøyningen ϵ_{ca} utvikler seg med betongens fasthetsutvikling, dette skjer på et tidlig stadium etter utstøping.

Svinndeformasjonene øker dersom det er høy temperatur og lav luftfuktighet under betongens herding. Økning i betongens vannmengde og ved upassende sammensetting av tilslaget [16].

Svinntøyninger inkluderes i modultallet for kryp ved utregning. Krypmultiplikatoren for svinntøyning ψ_s er lik 0,55 både for primære og sekundære effekter [4].

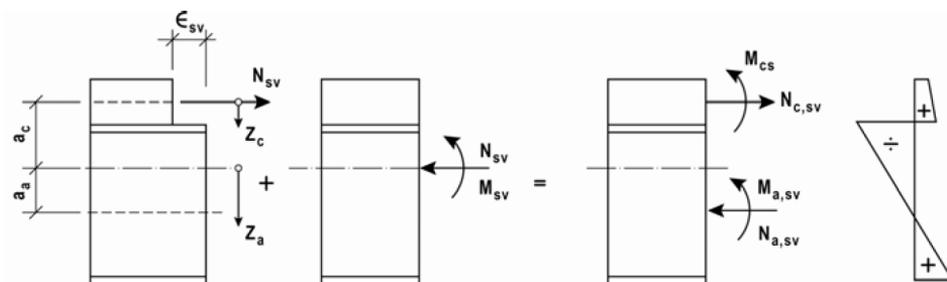


FIGUR 4.5: UTVIKLING AV SVINNTØYNING [17]

Svinn i samvirkebjelke

I samvirkekonstruksjoner vil svinn i betongen resultere i indre spenninger og deformasjoner i bjelken. Beregningsmessig løses problemet ved å se på betongen og stålet som frakoblet under svinn. Kompatibilitet opprettholdes ved å

sette en strekkraft $N_{sv} (=N_{cs})$ på betongen. Likevekt i samvirke krever en trykkraft N_{sv} i samvirkets nøytralakse og et moment $M_{sv} = N_{sv}a_c$. Figuren under viser kreftene som virker. Strekkpenninger er markert som positive.



FIGUR 4.6: BEREGNING VED SVINN [11]

Strekraft i betong utsatt for svinn blir

$$N_{sv} = \epsilon_{sv} A_c E_a \frac{1}{n_L} \quad (4.5)$$

med svinnmoment

$$M_{sv} = N_{sv} a_c \quad (4.6)$$

hvor n_L er modulært forholdstall for kryp med $\psi=0,55$ for primære og sekundære effekter av svinn.

Beregningsmessig er det gunstig å fordelene kreftene i henhold til nøytralaksene for betong og stål. Momentet M_{sv} fordeles til de respektive nøytralaksene etter

$$M_{a,sv} = \frac{M_{sv}}{I} (I_a + b_a a_a \int_h z dz) \quad (4.7)$$

$$M_{c,sv} = \frac{M_{sv}}{n_{sv} I} (I_c + b_c a_c \int_h z_c dz) \quad (4.8)$$

hvor I er tverrsnittets andre arealmoment med modulforhold n_L .

Aksialkreftene i nøytralaksene til tverrsnittene skal ved likevekt være lik ($N_{c,sv} = N_{a,sv}$) [11].

$$N_{c,sv} = N_{sv} - \frac{A_c}{A \cdot n_L} N_{sv} - \frac{M_{sv} a_c}{I \cdot n_L} A_c = N_{sv} \left(1 - \frac{A_c}{A \cdot n_L} - \frac{a_c^2 A_c}{I \cdot n_L} \right) \quad (4.9)$$

$$N_{a,sv} = -\frac{A_a}{A} N_{sv} + \frac{M_{sv} a_a}{I} A_a = N_{sv} \left(-\frac{A_a}{A} + \frac{a_c a_a A_a}{I} \right) \quad (4.10)$$

I statisk ubestemte system vil det oppstå sekundære effekter av svinn. Som i tilfellet med kryp kan disse finnes ved hjelp av kraftmetoden eller ekvivalent temperaturfordeling. Sekundære effekter av svinn har $\psi=0.55$ som modulært forholdstall n_L [17]. Utledning av formlene over gjennomgås i avsnitt 4.3.

4.3 Korreksjon til svinn

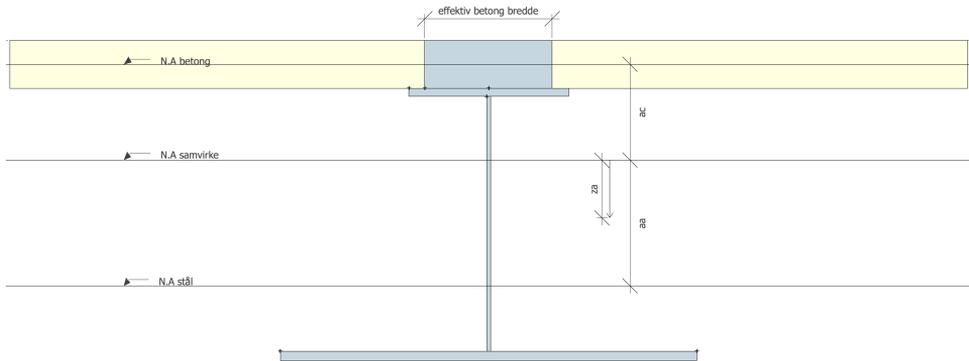
Utregningsmetoden for svinn og påfølgende formler ble i første omgang basert på samvirkekompendiet til Per Kristian Larsen [11]. Disse er gitt i vedlegg A. Gjennomgang av formlene viser at modulforholdet n_{sv} ikke er inkludert i aksialkraften $N_{c,sv}$, samt at første komponent i primærspenningen på grunn av svinnet i stål var $-\frac{N_{sv}}{A_a}$ og ikke $-\frac{N_{sv}}{A}$. Under følger utbedret utledning av formelverk med påfølgende eksempel for bekreftelse.

Betongen i tverrsnittet vist i figur 4.7 vil bli utsatt for svinn. For at lengden av betong skal være lik stålets gjøres svinnet om til en fiktiv strekkraft N_{sv} som virker i betongtverrsnittet. Den deformerte svinnlengden kan skrives som

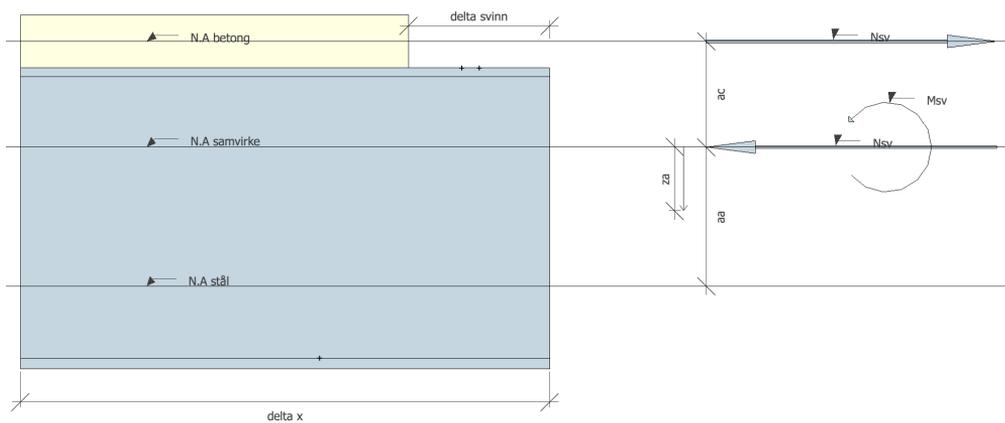
$$\Delta_{svinn} = \frac{FL}{EA} = \frac{N_{sv} \Delta x}{E_c A_c} \quad (4.11)$$

som gir følgende svinnkraft i betongen

$$F_c = N_{sv} = \frac{\Delta_{svinn} E_c A_c}{\Delta x} = \epsilon_{sv} E_c A_c \quad (4.12)$$



FIGUR 4.7: EKSEMPEL: TVERRSNITT AV EN TILFELDIG SAMVIRKEBJELKE



FIGUR 4.8: KREFTER VED SVINN

Betongen gjøres så om til ekvivalent stål lik den elastiske metoden. Under følger utledningen for dette.

$$F_c = \sigma_c A_c = \epsilon_c E_c A_c \quad (4.13)$$

$$F_a = \sigma_a A_a = \epsilon_a E_a A_a \quad (4.14)$$

Over betongtverrsnittet er det en kjent tøyning $\epsilon = \epsilon_c (= \epsilon_a)$. Hvis en krefer likevekt mellom kraft i stål og betong vil en få et betongareal som er ekvivalent til stål.

$$F_c = F_a \rightarrow \epsilon_c E_c A_c = \epsilon_a E_a A_a \rightarrow E_c A_c = E_a A_a \rightarrow A_{c,ekv} = \frac{E_c}{E_a} A_c \quad (4.15)$$

Dette er likt uttrykket i ligning (3.5). $A_{c,ekv}$ er ekvivalent areal av betongplaten når betongen beregningsmessig betraktes som et stålmateriale med elastitetsmodul E_a . Svinnkraften i ligning 3.24 blir da

$$N_{sv} = \epsilon_{sv} \frac{E_a}{n_{sv}} A_c \quad (4.16)$$

hvor n_{sv} er modulforholdet ved svinn.

Svinnet vil ikke føre til ytre krefter. Strekkraften i betongen må derfor balanseeres med en like stor og motsatt rettet kraft N_{sv} i samvirkets nøytralakse samt et moment M_{sv} .

$$M_{sv} = N_{sv} a_c = \epsilon_{sv} \frac{E_a}{n_{sv}} A_c a_c \quad (4.17)$$

Se figur 4.8.

Spenning

I et tverrsnitt påvirket av normalkraft og moment vil spenningen være gitt som

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} y \quad (4.18)$$

Stålet i samvirketverrsnittet er påvirket av kraften N_{sv} i nøytralaksen og momentet M_{sv} . Spenningene i stålprofilen er da gitt som (strekk har positivt fortegn)

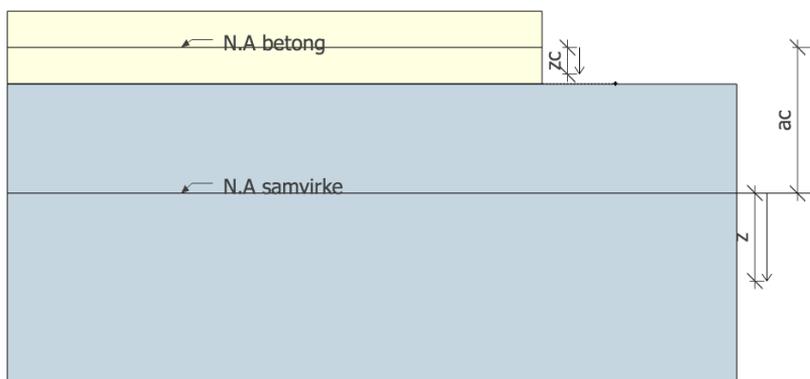
$$\sigma_{a,sv} = -\frac{N_{sv}}{A} + \frac{M_{sv}}{I} z_a \quad (4.19)$$

hvor indeks a i z_a indikerer at en er i stålet. Her korrigeres første feilen i svinnkapitelet i samvirkekompendiet til P.K Larsen. I ligning (28) er tverrsnittsarealet til stålet A_a brukt istedenfor A , tverrsnittsarealet til samvirket.

Spenningsene i betongen kommer av 3 belastninger; utstrekkingen N_{sv} , den balanserte trykkraften N_{sv} i samvirkets nøytralakse og momentkraften M_{sv} . Spenningsene blir først beregnet for betongen når den blir sett på som en stålkloss. Dette er kun en modell for materialet som i realiteten er mykere.

$$\sigma_{c,stålkloss} = \frac{N_{sv}}{A_c} - \frac{N_{sv}}{A} + \frac{M_{sv}}{I} z \quad (4.20)$$

z er illustrert i figur 4.9



FIGUR 4.9: AKSEBETEGNELSER

Beregningsmessig er det gunstig å gjøre et koordinatskifte til z_c . Sammenhengen er gitt som $z_c = a_c + z$ eller $z = z_c - a_c$. Ligning (4.20) blir da

$$\sigma_{c,stålkloss} = \frac{N_{sv}}{A_c} - \frac{N_{sv}}{A} - \frac{M_{sv}}{I} (a_c - z_c) \quad (4.21)$$

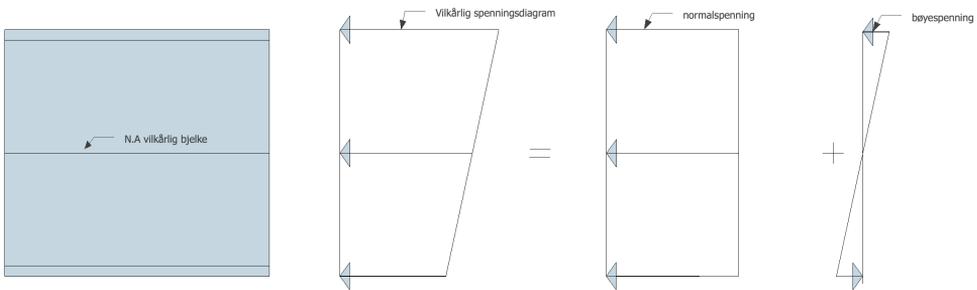
Dette når betongen er regnet som en stålkloss. Virkelig spenning i betongen er lavere. De to siste leddene blir påvirket fordi de er de eneste som betrakter betongen som en stålkloss.

$$\sigma_{c,sv} = \frac{N_{sv}}{A_c} - \frac{N_{sv}}{An_{sv}} - \frac{M_{sv}}{In_{sv}}(a_c - z_c) \quad (4.22)$$

Som ligning (29) i kompendiet.

Aksialkraft

Aksialkreftene i et tverrsnitt er alltid lik spenningen nøytralaksen multiplisert med arealet.



FIGUR 4.10: INNDELING I NORMAL- OG BØYESPENNING

For stålprofilen blir aksialkraften

$$N_{a,sv} = \sigma_{a,sv}(z_a = a_a)A_a = \left[-\frac{N_{sv}}{A} + \frac{M_{sv}}{I}a_a\right]A_a = -N_{sv}\left[\frac{A_a}{A} - \frac{A_a}{I}a_a a_c\right] \quad (4.23)$$

hvor $M_{sv} = N_{sv}a_c$ er satt inn. Dette stemmer overens med ligning (32). Tilsvarende situasjon skal gjelde for betongen. Ved $z_c = 0$ er aksialkraften som følger

$$N_{c,sv} = \sigma_{c,sv}(z_c = 0)A_c = \left[\frac{N_{sv}}{A} - \frac{N_{sv}}{An_{sv}} - \frac{M_{sv}}{In_{sv}}a_c\right]A_c = N_{sv}\left[1 - \frac{A_c}{An_{sv}} - \frac{A_c a_c^2}{In_{sv}}\right] \quad (4.24)$$

Ligning (33) i kompendiet mangler n_{sv} i både andre og tredje ledd. I tillegg har A_c blitt byttet ut med a_c i tredje ledd.

Moment

Formel for moment om nøytralaksen til komponentene finnes ved å multiplisere momentkomponenten av spenning i de respektive delene med armen fra nøytralaksen og arealet.

$$M_{a,sv} = \int_{A_a} \sigma_{a,sv} z dA = \int_{A_a} \frac{M_{sv}}{I} z_a z dA = \frac{M_{sv}}{I} \left[\int_{A_a} z^2 dA + \int_{A_a} z a_a dA \right] = \frac{M_{sv}}{I} (I_a + b_a a_a \int_h z dz) \quad (4.25)$$

hvor $z_a = z + a_a$ er som definert i ligning (4.19).

P.K Larsen gir momentet i stålet til $M_{a,sv} = M_{sv} \frac{\bar{I}_a}{I}$ hvor $\bar{I}_a = I_a + A_a a_a^2$. Det første bidraget stemmer overens med ligning (4.25), men bidraget fra Steiners sats er ikke riktig.

Moment i betongen følger samme prosedyre

$$M_{c,sv} = \int_{A_c} \sigma_{c,sv} z_c dA = \int_{A_c} \frac{M_{sv}}{n_{sv} I} z_c (z_c - a_c) dA = \frac{M_{sv}}{n_{sv} I} \left[\int_{A_c} z_c^2 dA - \int_{A_c} z_c a_c dA \right] = \frac{M_{sv}}{n_{sv} I} (I_c - b_c a_c \int_h z_c dz) \quad (4.26)$$

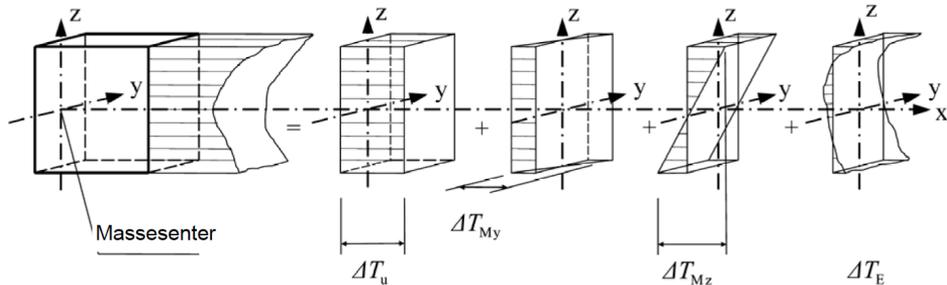
Her finner en samme feil. Også her er $M_{c,sv} = M_{sv} \frac{\bar{I}_c}{I}$ hvor $\bar{I}_c = I_c + A_{c,ekv} a_c^2$.

Tillegg B gjennomgår et regneeksempel som bekrefter formlene utledet ovenfor.

4.4 Temperatur

Temperatur endrer seg konstant over en konstruksjon. Dette kommer av variasjon i solstråling og lufttemperatur på daglig og årlig basis.

Beregningsmessig er det gunstig å dele temperaturfordelingen i fire komponenter som vist i figuren under.



FIGUR 4.11: TEMPERATURANDELER SOM UTGJØR EN TEMPERATURPROFIL [3]

hvor

- ΔT_u jevnt fordelt temperaturandel. Gir deformasjon i tverrsnittets lengderetning
- ΔT_{My} lineært varierende temperaturdifferanse om z-z-aksen. Gir deformasjon i y-retning og en rotasjonsvinkel ved nedbøyning. Denne deformasjonen blir vanligvis ikke tatt med i beregningene.
- ΔT_{Mz} lineært varierende temperaturdifferanse om y-y-aksen. Gir deformasjon i z-retning og en rotasjonsvinkel ved nedbøyning.
- ΔT_E ikke lineært varierende temperaturdifferanse. Gir et system med spenninger i indre likevekt med null netto lastvirkning på konstruksjonen.

Total temperaturfordeling over tverrsnittet er gitt som summen av alle de nevnte fordelingene multiplisert med en faktor $\omega(t)$ som er tidsavhengig. Faktorenes størrelse er påvirket av vindfart, tverrsnittsgeometri, tidspunkt på dagen, årstid, luftfuktighet osv. Temperatur responsen vil bli dominert av forskjellige komponenter avhengig av situasjon [17],[3].

Temperatur i samvirkebjelke

NS-EN 1991-1-5 fastsetter den representative verdien for termiske påvirkninger i samvirke ved hjelp av den jevnt fordelte temperaturandelen og temperaturdifferansen. Tøyningen fra temperatureffektene beregnes med

$$\epsilon = \alpha_T \Delta T \quad (4.27)$$

hvor temperaturkoeffisienten α_T forenklet settes til $10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ for hele tverrsnittet. For stål settes faktoren til $1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ i oppreisningsfasen.

Den jevnt fordelte temperaturandelen blir bestemt av endringene i skyggetemperaturen for området. Nasjonale temperaturparametre $T_{e,min}$ og $T_{e,max}$, blir satt til minimums og maksimumstemperatur i skyggen addert med 4°C . Initieell temperatur T_0 blir bestemt når opplagrene blir montert eller konstruksjonen er ferdig. Karakteristiske verdier for ekspansjon og kontraksjon ved temperatur settes til

$$\Delta TN, con = T_0 - T_{e,min} \quad (4.28)$$

$$\Delta TN, exp = T_{e,max} - T_0 \quad (4.29)$$

Ved beregning av ekspansjon og kontraksjon ved lagre og fuger adderes 20°C til de gitte verdiene.

Den lineære temperaturdifferansen i tverrsnittets vertikale retning bestemmes av $\Delta T_{M,heat}$ når topp er varmere enn bunn og $\Delta T_{M,cool}$ når bunn er varmere enn topp. Faktoren k_{sur} tar hensyn til beleggets tykkelse og multipliseres med de nevnte verdiene. Denne metoden blir som oftest brukt i brudesign. anbefalte verdier er gitt i Eurokode 1.

Ikke-lineær temperaturdifferanse for samvirkebruer er gitt i figur 4.12. Ved forenklet metode vil utregningene være like de som gjøres for svinn [3].

Type 2 Samvirkebruer	Temperaturdifferanse ΔT													
	a) Oppvarming	b) Avkjøling												
<p>2a), 2b) og 2c) Betongdekke på stålkasse, fagverksdragere eller platebærere</p>	<p>Normal prosedyre</p> <p>$h_1 = 0,6h$ og $h_2 = 0,4$ m</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>h</th> <th>ΔT_1</th> <th>ΔT_2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>m</td> <td>°C</td> <td>°C</td> </tr> <tr> <td>0,2</td> <td>13</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>0,3</td> <td>16</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	h	ΔT_1	ΔT_2	m	°C	°C	0,2	13	4	0,3	16	4	<p>Forenklet prosedyre</p> <p>$\Delta T_1 = 15$ °C</p>
h	ΔT_1	ΔT_2												
m	°C	°C												
0,2	13	4												
0,3	16	4												
<p>Forenklet prosedyre</p> <p>$\Delta T_1 = -15$ °C</p>		<p>$h_1 = 0,6h$ og $h_2 = 0,4$ m</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>h</th> <th>ΔT_1</th> <th>ΔT_2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>m</td> <td>°C</td> <td>°C</td> </tr> <tr> <td>0,2</td> <td>-3,5</td> <td>-8</td> </tr> <tr> <td>0,3</td> <td>-5,0</td> <td>-8</td> </tr> </tbody> </table>	h	ΔT_1	ΔT_2	m	°C	°C	0,2	-3,5	-8	0,3	-5,0	-8
h	ΔT_1	ΔT_2												
m	°C	°C												
0,2	-3,5	-8												
0,3	-5,0	-8												
<p>MERKNAD For samvirkebruer kan den forenklete prosedyren over benyttes, idet den gir øvre grenseverdier for termisk påvirkning. Verdiene til ΔT i denne prosedyren er veiledende og kan benyttes med mindre verdier er gitt i det enkelte prosjekt.</p>														

FIGUR 4.12: FORENKLET OG NORMAL TEMPERATURMODELL [3]

Kapittel 5

Dybler

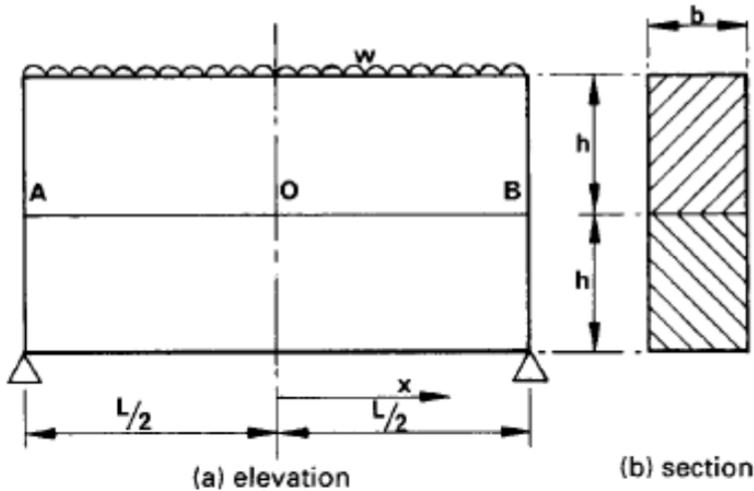
Samvirke mellom stålprofilet og betongplaten oppnås ved bruk av dybler. Dyblene monteres på stålets toppflens og betongen støpes rundt. Naturlig heft mellom komponentene neglisjeres i beregningsmetodene fra Eurokode 4. Skjærkraft i lengderetning blir i sin helhet tatt opp av dyblene. Kompleks geometri og spenningsfordeling gjør at metodene for skjærforbindelsenes utførelse er utviklet empirisk og bekreftet med tester [10]. Tverrsnittet oppnår best materialutnyttelse ved samvirke. Profilet får økt kapasitet og en ny nøytralakse.

5.1 Illustrerende eksempel

Eksempelet viser hvordan kapasiteten til en bjelke endres ved introduksjon av dybler i motsetning til et tilfelle med ingen skjærforbindelse mellom elementene [10].

En fritt opplagt bjelke bestående av to komponenter med lik størrelse belastes med en jevnt fordelt last w . Bjelken og tverrsnittets mål er som vist i figur 5.1. Materialene er elastiske med Young's modul lik E .

Først antas null skjærforbindelse mellom komponentene. Bjelkene ses på som separate med lik deformasjon på grunn av identisk geometri og materialegen-



FIGUR 5.1: TVERRSNITT AV SAMVIRKEBJELKE [10]

skaper. Hver av dem er belastet med en jevt fordelt last $w/2$ i lengderetning. Maksimalt moment blir $M_{midt} = qL^2/8 = wL^2/16$ med andre arealmoment $I = bh^3/12$ for hver bjelke. Maksimal bøye- og skjærspenning, σ_{maks} og τ_{maks} , er som følger

$$\sigma_{maks} = \frac{My_{maks}}{I} = \frac{\frac{wL^2}{16} \cdot \frac{h}{2}}{\frac{bh^3}{12}} = \frac{3wL^2}{8bh^2} \quad (5.1)$$

$$\tau_{maks} = \frac{V_{maks}S}{It} = \frac{\frac{wL}{4} \cdot \frac{bh^2}{8}}{\frac{bh^3}{12}b} = \frac{3wL}{8bh} \quad (5.2)$$

hvor t er tykkelsen og S er første arealmoment.

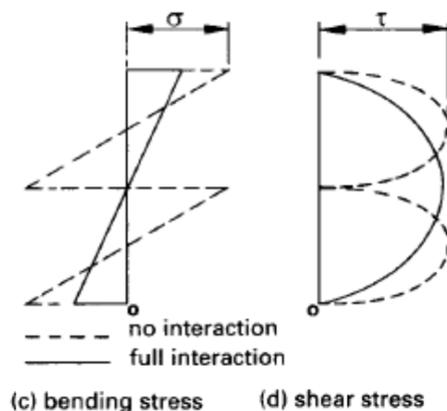
Nedbøying finnes som

$$\delta_{maks} = \frac{5qL^4}{384EI} = \frac{5wL^4}{64Ebh^3} \quad (5.3)$$

Nå antas fullt samvirke. Den relative bevegelsen mellom komponentene er null og plane flater forblir plane. Komponentene kan ses på som en bjelke med høyde $2h$ og bredde b . Dette gir et nytt maksimalt moment $M_{midt} = wL^2/8$ og

andre arealmoment $I = b(2h)^3/12 = 2bh^3/3$. De oppdaterte verdiene innsatt i (5.1), (5.2) og (5.3) gir henholdsvis $\sigma_{maks} = \frac{3wL^2}{16bh^2}$, $\tau_{maks} = \frac{3wL}{8bh}$ og $\delta_{maks} = \frac{5wL^4}{256Ebh^3}$ for samvirkebjelken.

Skjærspenningens maksverdi forblir lik for begge tilfellene. Bøyespenningen blir derimot halvert og nedbøyningen redusert med en fjerdel. Spenningsfordelingene over tversnittet er gitt i figur 5.2



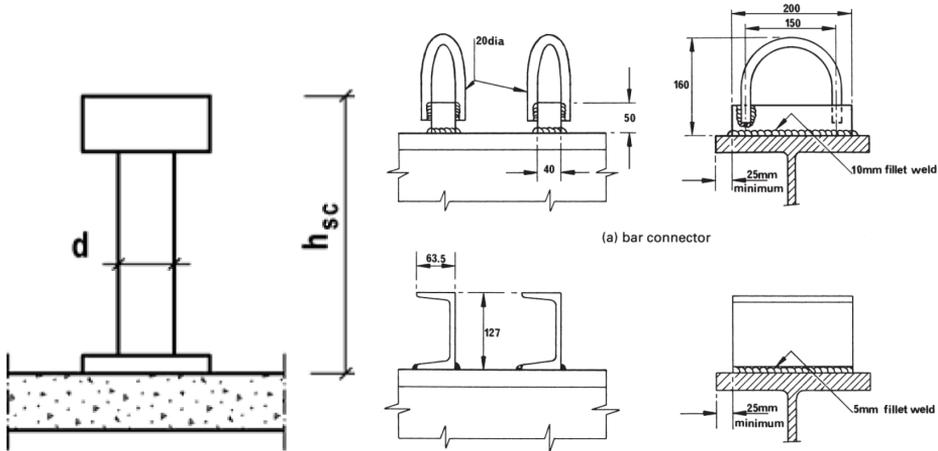
FIGUR 5.2: SPENNINGSFORDELING OVER SAMVIRKETVERRSNITT [10]

Samvirketverrsnittet har høyere kapasitet og stivhet. Bjelkens størrelse kan reduseres i forhold til samme bjelke uten samvirke. Samvirke vil derfor være en økonomisk gunstig løsning.

5.2 Forskjellige dybelvarianter

Boltedybelen er den vanligst forekommende dybelvarianten. Diameteren d er fra 13 til 25 mm. Bolten har en nominell høyde h_{sc} som ligger mellom 65 til 150 mm. Hodet er minst $1,5d$ bredt og har en høyde på minst $0,4d$. Se figur 5.3. Sirkulær geometri gir den lik skjærkapasitet i alle retninger normalt på akse. Monteringen gjøres enkelt 'on site' med sveisepistol. Boltedybelens geometri gjør at den ikke 'forstyrrer' armeringen i betongplaten. Beregning etter Eurokode 4 av strekk i overgangen mellom profil og plate er ikke nødvendig med boltedybele-

ne. Boltehode gir tilstrekkelig kapasitet mot oppløft (se 5.6) som gjør at dybelens dimensjonerende bruddstrekkraft (10% av skjærkapasiteten) ikke trenger å kontrolleres. (6.6.1.1 (8),(9)). Figur 5.4 viser forskjellige typer dybler. Forbindelsene er hovedsakelig utviklet for bruer på grunn av sin høye skjærkapasitet som kan ligge opp imot 1000kN (omtrent 8 ganger mer en boltedybelen). Ulempen med disse løsningene er at de ikke tar opp strekkraft like effektivt [10],[1].



FIGUR 5.3: BOLTEDYBEL [10]

FIGUR 5.4: ANDRE DYBELVARIANTER [10]

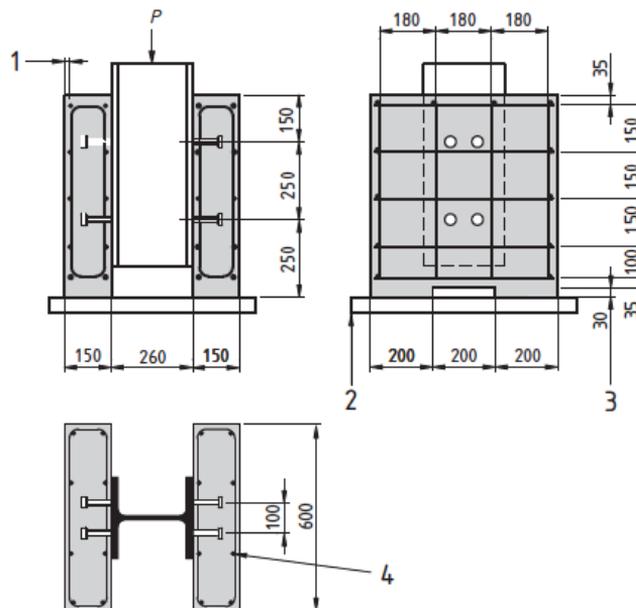
5.3 Materialegenskaper

Materialeenskapen til dybelene blir bestemt av forholdet mellom skjærkraften og forskyvningen i overgangen mellom betongen og stålet. Denne finnes ved forskjellige typer 'push-out'- og 'push' tester. Oppsett og beskrivelse av en slik test finnes i NS-EN 1994-1-1 i tillegg B [4].

Kort forklart blir en I-bjelke festet til to betongplater med dybler og påsatt trykk. Den relative forskyvningen blir målt ved flere punkter av betongplatene. Den gjennomsnittlige forskyvningen blir plottet mot kraften per dybel som i figur 5.6. Skyve-testen er avhengig av flere variabler:

- (1) Antall skjærforbindelser i prøveobjektet.
- (2) Gjennomsnittlig langsgående skjærkraft i betongplaten som omslutter skjærforbindelsene.
- (3) Størrelse, fordeling og styrke på armeringen i nærheten av skjærforbindelsene.
- (4) Betongens tykkelse.
- (5) Heft mellom stålet og betongen i overgangen.
- (6) Styrken til betongdekke og hvor kompakte betongkornene er i området ved skjærforbindelsene.

Testene er dyre å utføre. Skjærforbindelser med allerede bestemt styrke blir derfor foretrukket ved dimensjonering.



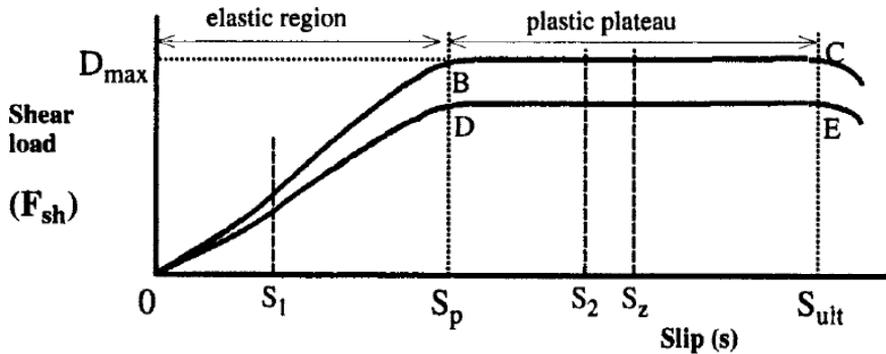
Tegnforklaring

- 1 overdekning 15 mm
- 2 plassert i mørtel eller gips
- 3 valgfri utsparring
- 4 armering: kamstål ϕ 10 mm som resulterer i stor heft med $450 \leq f_{sk} \leq 550 \text{ N/mm}^2$
stålterrsnitt: HE 260 B eller 254 x 254 x 89 kg. UC

FIGUR 5.5: STANDARD UTPRESSINGSPRØVE [4]

5.3.1 Stivhet og styrke

Responsen til en dybel leses av plottet for skjærkraft per dybel mot gjennomsnittlig forskyvning. En typisk graf for en boltedybel er illustrert i figur 5.6.



FIGUR 5.6: BOLTEDYBEL: KRAFT MOT DEFORMASJON [1]

Responsen er relativt lineær fra punkt O til B. Ved B, hvor plastisk deformasjon begynner, er boltens deformasjon ca. $0.1d$. Bolten når brudd ved $S_{ult} = 0.3d$. Dette er bare 3 ganger deformasjonen ved flyt. Sammenlignet med stål, hvor tøyningen ved brudd er 100 ganger større flytetøyning, er dette en liten brøkdell. Tidlig brudd ved skjærdeformasjon er derfor et viktig tema i samvirkebjelker [1].

5.4 Kapasitet

Tester ved lave laster har vist at heften mellom stål og betong tar det meste av den langsgående skjærkraften. Den brytes ved ytterligere pålasting og kan ikke opprettes igjen etter brudd. Heften settes til null og dyblene må ta den langsgående skjærkraften som enten gir brudd i dybelen eller betongen. [10] Kapasiteten til en enkel boltedybel er derfor avhengig av type betong og skjærforbindelsens materialegenskaper/form. Den er gitt som minimumsverdien av

$$P_{Rd} = \frac{0.8f_u \cdot \pi d^2 / 4}{\gamma_v} \quad (5.4)$$

$$P_{Rd} = \frac{0.29\alpha d^2 \sqrt{f_{ck} E_{cm}}}{\gamma_v} \quad (5.5)$$

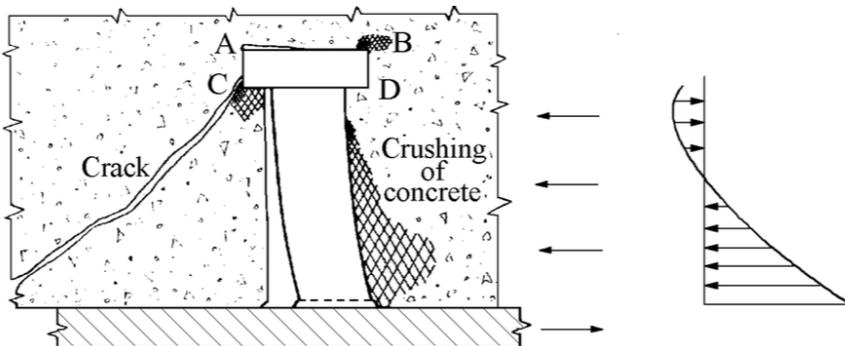
hvor α er en reduksjonsfaktoren som inkluderer dybelenes høyde:

$$\alpha = 0,2 \left(\frac{h_{sc}}{d} + 1 \right) \quad (5.6)$$

$\alpha=1$ for $h_{sc}/d > 4$

f_u	dybelens nominelle bruddstrekkfasthet
f_{ck}	betongens karakteristiske fasthet
E_{ck}	betongens E-modul
γ_v	materialfaktor for dybelen ($\gamma_v=1,25$)

Ved å ignorere materialfaktoren γ_v i ligning (5.4) går det tydelig fram at den representerer brudd i skaftet på dybelen ved 80 % bruddstrekkfasthet. Ligningen (5.5) for brudd i betong er mer komplisert å tolke. Spenningene er konsentrert nær bunnen. Skjærkraften er derfor fordelt på en lengde som tilsvarer to ganger diameteren d . Se figur 5.7



FIGUR 5.7: FORDELINGEN AV SKJÆRKRAFT PÅ BOLTEDYBEL [15]

Gjennomsnittlig spenning blir approksimert til $0.145 \sqrt{f_{ck} E_{cm}}$. Verdier for forskjellige betongtyper fra NS-EN 1992-1-1 gir brudd i betong fra $5.5 f_{ck}$ til $4.3 f_{ck}$. Verdiene er flere ganger høyere enn sylindertykkfastheten til betongen. Dette er en konsekvens av at betongen rundt boltedybelen er hindret sideveis av be-

tongmassen, armeringen og stålfleisene.

Ved 'push out'- testen (vist i figur 5.5) har responsen en viss spredning. Dette skyldes hovedsakelig variasjon i hvor kompakt betongen er og tilslags-partiklenes plassering i området rundt dybelen. Spredningen ovenfor blir håndtert ved at kapasiteten blir satt til 10% under den laveste av 3 tester og korrigeret for eventuelle avvik i materialeegenskaper. Den maksimale glidekapasiteten δ finnes også ved utpressingsprøven. NS-EN 1994-1-1 definerer en dybel som duktil hvis δ er minst 6mm.(6.6.1.1(5)) [10],[4].

Korrugerte tynnplater

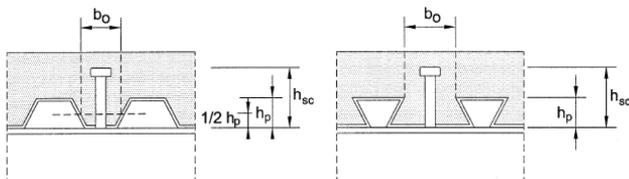
Formelene over gjelder kun for enkeltstående boltedybler. Ved introduksjon av korrugert tynnplate vil bruddformen endre seg. Kapasiteten vil reduseres med en faktor k_l i tilfelle hvor korrugeringen løper parallelt med stålbjelken og k_t ved en vinkelrett orientert korrugering.

$$k_l = 0,6 \frac{b_0}{h_p} \left(\frac{h_{sc}}{h_p} - 1 \right) \quad (5.7)$$

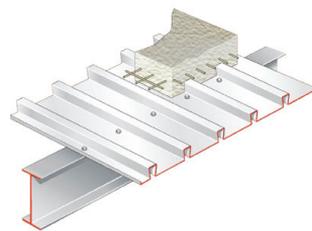
$$k_t = \frac{0,7b_0}{\sqrt{n_r} h_p} \left(\frac{h_{sc}}{h_p} - 1 \right) \quad (5.8)$$

Begge faktorene tar hensyn til korrugeringens dybde h_p og bredde b_0 . I tillegg må faktoren n_r tas hensyn til ved normal orientert korrugering. Den settes til det antallet dybler som opptrer i en ribbe i krysningsområdet mellom ribbe og stålbjelke.

Faktoren k_t kan ikke være større en verdien $k_{t,max}$. Den er også kun gyldig innefor området $n_r \leq 2$, $h_p \geq 85mm$ og $b_0 \geq h_p$. [11]



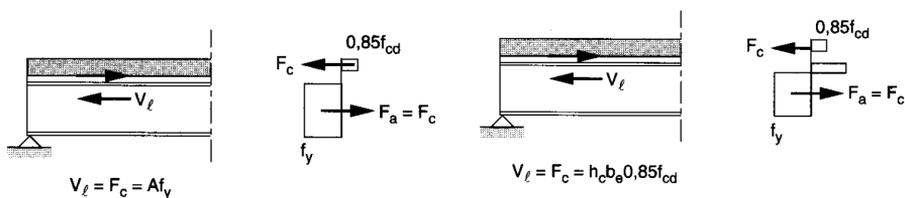
FIGUR 5.8: NORMALKORRUGERING [11]



FIGUR 5.9: NORMALKORRUGERING

5.5 Dimensjonering og plassering av dybler

Materialeegenskapene til dyblene spille en rolle for beregningsmetoden som brukes til dimensjoneringen av langsgående skjærkraft. Duktile dybler vil kunne gå til flyt og dermed tillatte en kraftomlagring. Dimensjonering ved plastisitetsteorien kan derfor brukes. Tilfeller hvor bjelkens momentdiagrammet har en ende med null moment kan beregningene utføres enkelt. Ved å sette opp en horisontal likevektsbetraktning finnes den totale skjærkraften V_ℓ som må overføres mellom elementene i samvirke. Formlene for dette er avhengig av nøytralaksens plassering.



FIGUR 5.10: LANGSGÅENDE SKJÆRKRAFT I DYBLER [11]

$$V_l = f_{yd} A_a \quad (5.9)$$

for nøytralakse i betongplaten

$$V_l = 0,85 f_{cd} b_{eff} h_c \quad (5.10)$$

for nøytralakse i stålprofil

NS EN 1994 6.6.1.3 sier at alle kritiske lengder må kontrolleres for langsgående-skjær. Kritiske lengder er mellom to kritiske tversnitt. Disse er definert i 6.1.1(4) og omfatter blant annet opplagere, tversnitt med maksimalt moment og plutselig tverrsnittendring.

Beregningene av skjærkraften V_l vil ikke alltid kunne idealiseres som en fritt opplagt bjelke. Ved forskjellige endemoment over en aktuelle lengde vil den horisontale likevektsbetraktningen være annerledes.

Forholdet mellom dimensjonerende skjærkraft og skjærkapasitet til en dybel P_{Rd} gir antallet nødvendige dybler n_f for konstruksjonen i lengderetning.

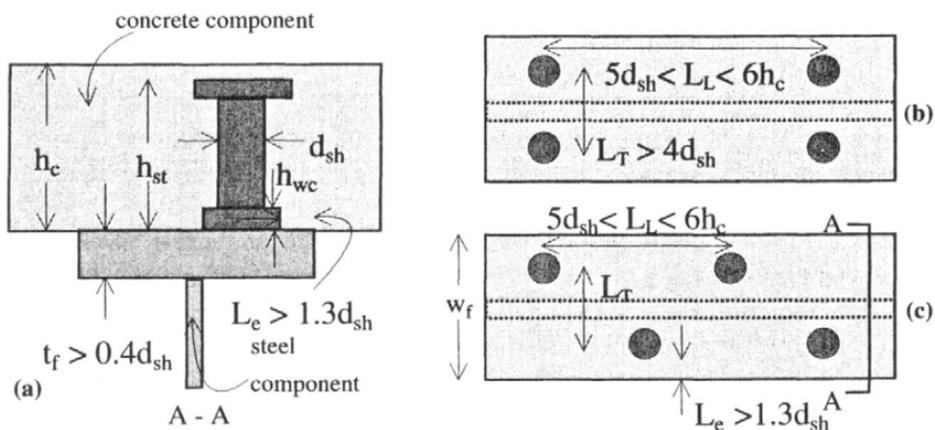
$$n_f = \frac{V_l}{P_{Rd}} \quad (5.11)$$

Dyblenes duktilitet gjør at de kan plasseres i jevnt fordelt avstand over hele lengden. Denne løsningen er praktisk for monteringen. En mer optimal løsning vil være og fordele dyblene i henhold til skjærkraftdiagrammet [11]. Skjærkraft er gitt som

$$V(x) = \frac{dM(x)}{dx} \quad (5.12)$$

over en gitt avstand. For en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last vil det si at 2/3 av momentendringen må tas i tilnærmet siste femtedel av bjelken. En løsning med avtagende tetthet dybeler fra opplager til midtpunkt av samvirkebjelken vil håndtere problemet på best måte.

Kreftene rundt dybelene ved skjær vil føre til at en liten volumandel av betongen i umiddelbar nærhet knuses. For at denne effekten ikke skal påvirke nabodyblene blir den langsgående avstanden satt til $5d_{sh} < L_L < 6h_c$ og avstand i tverretning til $L_T > 4d_{sh}$.



FIGUR 5.11: DETALJER RUNDT DYBLENES PLASSERING [10]

Det er anbefalt å fordele dyblene i lengde- og tverretning som vist i figur 5.11 (c) hvis mulig. Dette vil hindre langsgående riss i betongen som oppstår av splittelsen mellom dyblene [1].

Eurokoden inneholder krav på maksimal senteravstand mellom dyblene. Den blir bestemt i NS-EN 1994-1-1 6.6.5.5.

Med full kontakt mellom betong og stål blir avstanden: $22t_f\sqrt{235/f_y}$

Ufullstendig forbindelse (med feks ribber på tvers av bjelken): $15t_f\sqrt{235/f_y}$

hvor

t_f	tykkelse av flensen
f_y	flensens nominelle flytespenning

Den maksimale senteravstanden skal ikke være større enn fire ganger tykkelsen til betongen eller 800 mm [4].

5.5.1 Stive dybler

For stive dybler gjøres beregningene etter elastisitetsteorien. Relativ deformasjon mellom profilet og platen er ikke tilatt. Kapasiteten til skjærforbindelsen er nådd når kraften P_{Rd} inntreffer den mest påkjente dybelen. Ved ytterligere pålasting vil ikke denne dybelen bidra med lastbæring. Skjærspenningen mellom elementene er gitt som

$$q(x) = \frac{V(x) \cdot S}{I_s} \quad (5.13)$$

hvor S er 1.arealmoment av den trykkpåkjente delen av betongen, I_s er 2.arealmoment av samvirketversnittet og $V(x)$ er den opptredene skjærkraften i snittet. Basert på skjærkraftfordelingen indentifiseres også opptredene skjærspenninger, $q(x)$. Ut ifra den gitte skjærspenningen over bestemte områder kan dyblene plasseres med gunstig avstand. Antall dybler per lengdeenhet er gitt som [11]

$$n_f = \frac{q}{P_{Rd}} \quad (5.14)$$

5.6 Oppløft

Oppløft er når de to delene i samvirkebjelken strekkes fra hverandre. Det kan illustreres ved et enkelt eksempel. I overgangen mellom elementene i figur 5.1 (normalt på linje AOB) vil det være en trykkspenning på $w/2b$. Flyttes derimot lasten fra toppen av bjelken til underkant bjelke blir det strekkspenninger i overgangen med samme størrelse. Kreftene fra oppløft er mye mindre en den langsående skjærkraften. De fleste dyblene er designet med mostand mot oppløft. Beregninger er derfor sjeldent nødvendige [10].

Kapittel 6

Laster

Grunnlaget for beregning av laster er Håndbok N400 Bruprosjektering [18]. Det blir her gjort et sammendrag av lasttyper som er aktuelle for denne oppgaven. For mer utfyllende informasjon henvises det til håndboken.

6.1 Permanente laster

Med permanente laster menes laster som kan anses som konstante i det observerte tidsrommet:

- egenlast
- permanent ballast og utstyr
- vanntrykk
- jordtrykk

Bare egenlast er relevant i denne oppgaven.

6.1.1 Egenlast

Tyngden av de permanente delene av konstruksjonen inngår under egenlast. Dette blir da samlet tyngde av stål og betong.

I tillegg skal det tas hensyn til vekt av belegning på brudekket. Minimumsvalg for valg av belegningstyngde er gitt i kapittel 2.3.2.2 i Håndbok N400.

Fortau og gangbane skal dimensjoneres for minimum for $1,5 \text{ kN/m}^2$

6.2 Variable laster

Variable laster varierer over tid, og omfatter:

- trafikklaster
- naturlaster
- andre variable laster

Her skal vi i hovedsak fokusere på trafikklaster.

6.2.1 Trafikklaster

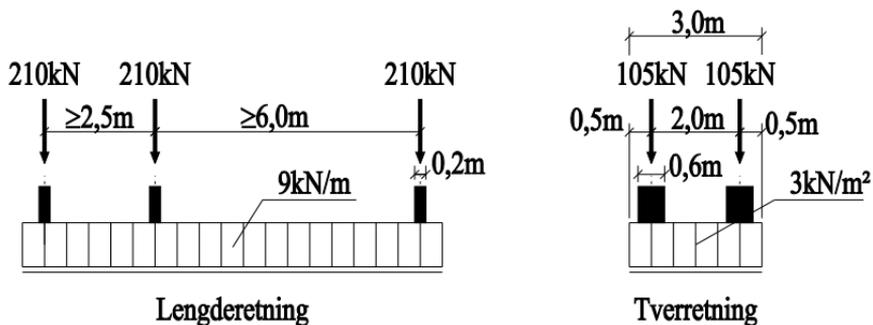
Trafikklast er belastning i vertikal og horisontal retning på kjørebane, skulder, gangbane, sykkelbane og midtdeler. Det tas hensyn til fotgjengere, og de lette og tunge kjøretøy som kan belaste konstruksjonen.

6.2.1.1 Last på kjørebane og skulder

Vertikal last

Lastvirkning av kjøretøy beregnes på grunnlag av 3 lasttyper.

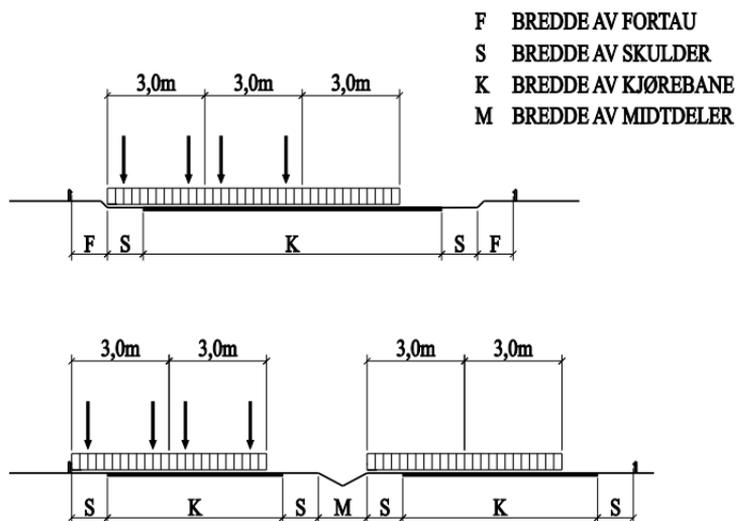
Lasttype VI:



FIGUR 6.1: LASTTYPE VI [18]

Består av $p = 9 \text{ kN/m}$ og tre aksellaster på 210 kN med avstand $\geq 2,5\text{m}$ og $\geq 6,0\text{m}$, vist i figur 6.1

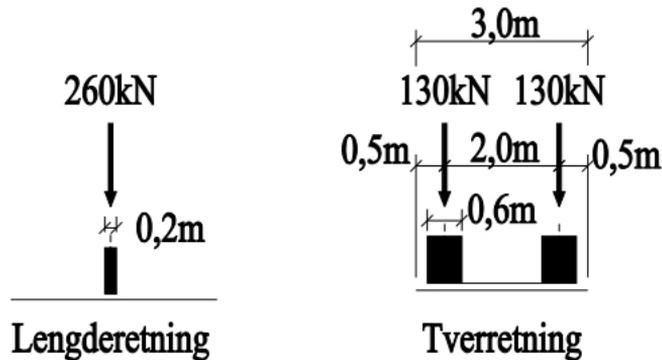
Aksellastene kan kun belaste to lastfelt, de øvrige lastfeltene belastes med flate-lasten. Posisjonering av lastene gjøres i ugunstigste stilling, der tilgjengelig område er kjørebane og vegskulder. Eksempel vises i fig 6.2



FIGUR 6.2: EKSEMPLER PÅ PLASSERING AV LAST VI [18]

Lasttype V2:

Består av en aksellast på 260 kN, vist i figur 6.3 Maks to lastfelt plassert i ugunstigste stilling belastes med lasttype V2, etter samme retningslinjer som lasttype V1.



FIGUR 6.3: LASTTYPE V2 [18]

Lasttype V3:

Består av en enkel hjullast på 130 kN, med samme fordeling som punktlaster fra V1 og V2.

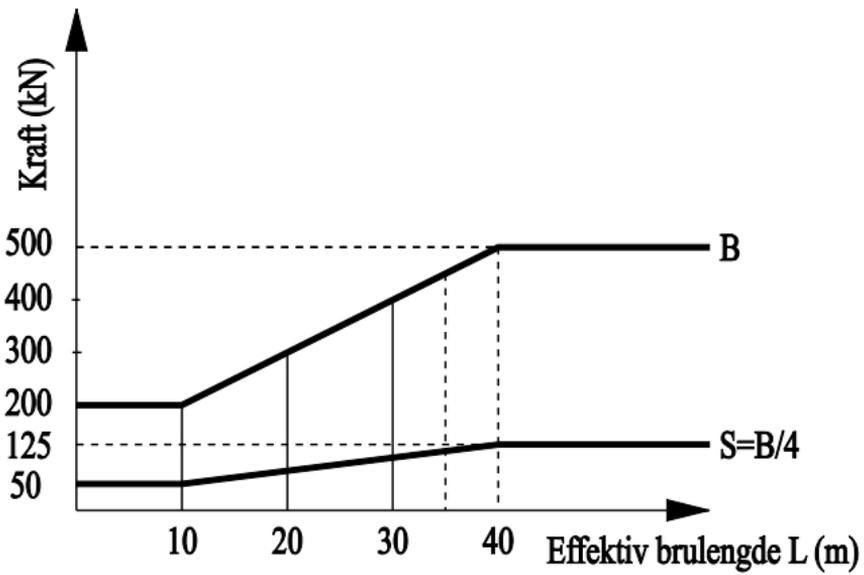
Horisontal last**Bremselast:**

Består av en horisontallast B som er avhengig av effektiv brulengde L , sammenhengen vises i figur 6.4. Horisontallast settes til $1,5 B$ ved to eller flere kjørefelt i samme retning.

Effektiv brulengde L er lengden av brudelen som overfører bremselast til konstruksjonsdelen som skal dimensjoneres.

Sidelast:

Det tas hensyn til virkning av skjev og/eller usymmetrisk bremsing av kjøretøy, sidestøt o.l. Dette gjøres gjennom en vilkårlig plassert horisontallast $S =$



FIGUR 6.4: BREMSELAST OG SIDELAST [18]

0,25B som opptrer samtidig med bremselasten, vist i figur 6.4.

6.2.1.2 Last på gangbane eller fortau

Gangbane eller fortau skal belastes med vertikal trafikklast G1, G2 eller G3.

For gangbaner som er atskilt fra kjørebanelen med rekkverk gjelder følgende bestemmelser.

Uten samtidig trafikklast

- føringsbredde på gangbane $\geq 2,5\text{ m}$, last G1, G2 eller G3
- føringsbredde på gangbane $< 2,5\text{ m}$, last G1 eller 0,6 G3

Med samtidig trafikklast er lasten på gangbanen lik $0,5G1$, der $G1 = 4\text{ kN/m}^2$.

Kapittel 7

Lastkombinasjoner

Som dimensjonerende lastkombinasjoner lister N400 opp følgende:

- Bruddgrensetilstand
- Bruksgrensetilstand
- Ulykkesgrensetilstand
- Utmattingsgrensetilstand

I denne oppgaven vil vi bare ta for oss lastkombinasjoner i bruddgrensetilstanden.

7.1 Bruddgrensetilstanden

I bruddgrensetilstanden brukes det to sett lastkombinasjoner. Den mest ugunstige av de to brukes som grunnlag til dimensjoneringen, vist i tabell [7.1](#).

Betegnelse → Kombinasjon ↓	P		D	Q
	J	Andre		
a	1,0	1,2	γ_D	$\gamma_1 Q_1$
b	1,0	1,0	1,0	$\gamma_2 Q_1 + 0,8 \sum Q_n$

TABELL 7.1: LASTFAKTORER FOR BRUDDGRENSETILSTAND [18]

hvor

$$\gamma_d = \begin{cases} 1,1(0,9), & \text{for direkte virkninger av spennkrefter som angitt i NS3473} \\ 0,9 - 1,1 & \text{for spennkrefter som angitt i NS3473} \\ 1,0 & \text{for \u00f8vrige deformasjonslaster} \end{cases}$$

$$\gamma_1 = \begin{cases} 1,3 & \text{for trafikklast} \\ 1,2 & \text{for variabel del av vanntrykk og st\u00f8t- og fort\u00f8yningslast av ferje} \\ 1,0 & \text{for temperaturlast} \\ 1,2 & \text{for friksjonslast} \\ 1,6 & \text{for \u00f8vrige variable laster} \end{cases}$$

$$\gamma_2 = \begin{cases} 1,2 & \text{for trafikklast} \\ 1,0 & \text{for variabel del av vanntrykk og st\u00f8t- og fort\u00f8yningslast av ferje} \\ 0,8 & \text{for temperaturlast} \\ 1,0 & \text{for friksjonslast} \\ 1,3 & \text{for \u00f8vrige variable laster} \end{cases}$$

og

- Q_1 er karakteristisk verdi for den variable lasten som er mest ugunstig
- Q_n er karakteristisk verdi for øvrige ugunstige variable laster

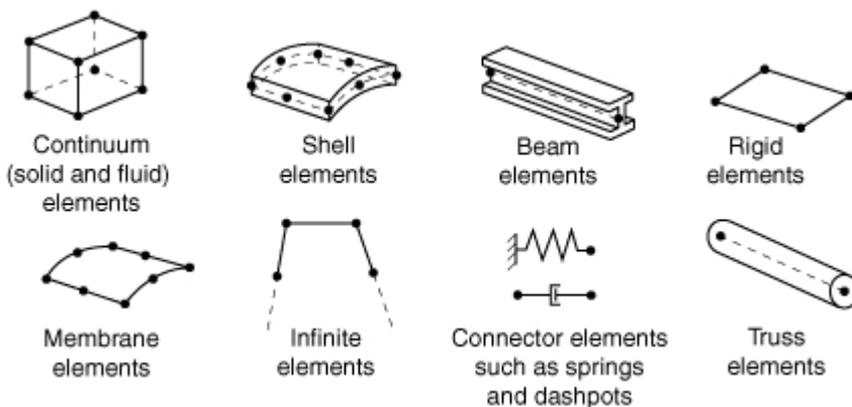
Kapittel 8

Abaqus FEA

Før opprettelse og analyser av modellen forklares, vil dette kapittelet forklare deler av Abaqus som er sentrale for denne modellen.

8.1 Elementtyper

For å oppnå ønsket respons fra en modell, er det essensielt å oppnå forståelse for elementfamiliene som tilbys og deres egenskaper. Med tanke på det omfattende elementbiblioteket Abaqus innehar, vil vi bare ta for oss elementfamilier som er relevante for denne oppgaven.



FIGUR 8.1: VANLIGE ELEMENTFAMILIER I ABAQUS [14]

8.1.1 Volumelementer

Volumelementer kan brukes til både lineære og ikke-lineære analyser for problemer som inneholder kontakt, plastisitet og store deformasjoner. Volumelementbiblioteket til Abaqus inneholder lineære interpolasjons-elementer og kvadratiske interpolasjonselementer i 1-, 2- og 3-D. Alle element-typer kan benytte seg av redusert integrasjon og hybride elementer, mens bare lineære elementer kan bruke inkompatible moder. Ved redusert integrasjon benyttes integrasjon av en lavere orden for å formulere stivhetsmatrisen. Dette betyr færre integrasjonspunkter og redusert regnetid.

Ved redusert integrasjon av lineære elementer kan man dog møte på problemer i form av nullenergimoder, også kalt "[Hour glass modes](#)" grunnet deres form.

Full integrasjon i volumelementer kan også føre med seg negative effekter. "[Skjærlåsing](#)" er det mest aktuelle i vår problemstilling, da dette oppstår i lineære, full-integrerte elementer som er utsatt for bøyning [14].

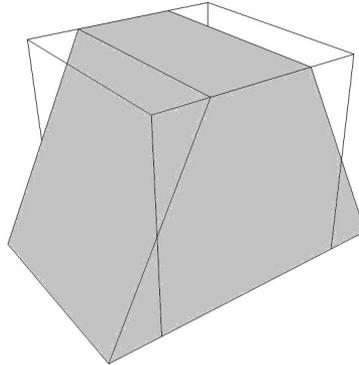
8.1.2 Skallelementer

Økonomisk sett, er skallelementer mer effektive enn volumelementer, men de har sine begrensninger. Skallelementer bør brukes til å modellere komponenter hvor en dimensjon er vesentlig mindre enn de andre, f.eks. plater. Ved redusert integrasjon og full integrasjon står skallelementer ovenfor de samme utfordringene som volumelementene gjør.

Nullenergimoder

Nullenergimoder – også kalt "[Hour glass modes](#)" – er moder som representerer et problem når redusert integrasjon brukes på lineære elementer. Ved slike deformasjonsmoder, vil integrasjonspunktet midt i elementet oppfatte det som fritt for spenning og tøyning. En sitter dermed igjen med null tøyningsenergi i

et deformert element. Elementet har ingen måte å unngå denne deformasjonsmoden, da det ikke har noen stivhet i denne moden. Derfor kan en i Abaqus gi elementer en kunstig stivhet, for å forhindre at moden skal forplante seg til andre elementer.

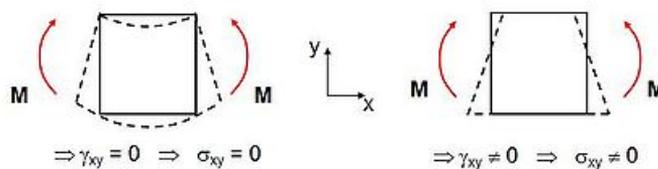


FIGUR 8.2: NULLENERGIMODE FOR ET VOLUMELEMENT

Dette problemet oppdages som oftest ved å se på deformert konfigurasjon av meshet. En kan også sammenligne energi i nullenergimoder og intern energi i systemet, energi i nullenergimoder skal ikke stå for mer enn 5 % av intern energi.

Skjær låsing

Skjær-låsing oppstår ved full integrasjon av lineære elementer som er utsatt for bøyning. Elementene vil gi en urealistisk stiv respons. Kanter i lineære elementer må holde seg rette, og denne deformasjonsmoden vil skape spenninger i elementet, som vil skape den stive responsen, dette illustreres i figur 8.3.



FIGUR 8.3: SKJÆRLÅSING [8]

Full integrasjon av lineære elementer bør bare brukes i situasjoner hvor en forventer lite bøyning i modellen. Det kan være lurt å bruke andre elementtyper ved usikkerhet om hvilke deformasjoner modellen vil ha.

Inkompatible moder

Denne elementtypen forsøker å unngå problemet shear-locking har på lineære elementer. Ved å legge til flere frihetsgrader, kan en representere bøyning bedre, og unngå den stive responsen. En kan dermed produsere resultater som kan sammenlignes med resultater fra høyere ordens elementer, men med lavere kostnader. En skal derimot være forsiktig med å bruke slike elementer på geometrier som kan skape forvrettede elementer, da det vil gå hardt ut over deres nøyaktighet.

8.2 Fester

I Abaqus bruker en **Fasteners** for å modellere punktforbindelser mellom flater. Dette egner seg godt som forenklete modeller av punktsveiser, boltede forbindelser og lignende.

Det finnes tre typer **Fasteners** i Abaqus:

- Point-based fasteners
- Discrete fasteners
- Assembled fasteners

Vi tar bare for oss point-based fasteners.

Point-based fasteners

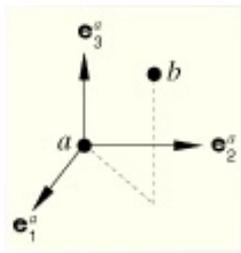
Brukes for å lage mesh-uavhengige fester. Festepunktene må angis et koblingstverrsnitt (**Connector Section**). Det finnes 4 forskjellige varianter å velge mellom:

- Basic
- Assembled
- Complex
- MPC (Multi-point constraint)

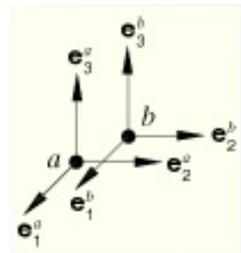
Alle festetyperne unntatt MPC kan angis stiv, elastisk og uelastisk oppførsel. En kan også lese resultater festepunktene. MPC's er enklere og billigere. Disse er helt stive, og en kan heller ikke avlese resultater fra disse festepunktene.

I denne analysen er det brukt MPC og Basic.

For Basic kan en velge et koblingstverrsnitt for forskyvning og rotasjon i festepunktene. Her velges henholdsvis *Cartesian* og *Align*. Begrunnelsen for disse valgene er at ved å bruke Cartesian kan en definere stivhet i x-, y- og z-retning, og *Align* forhindrer rotasjon i festepunktene.



(A) CARTESIAN DIAGRAM



(B) ALIGN DIAGRAM

FIGUR 8.4: DIAGRAM FOR KOBLINGSTYPER [14]

Kapittel 9

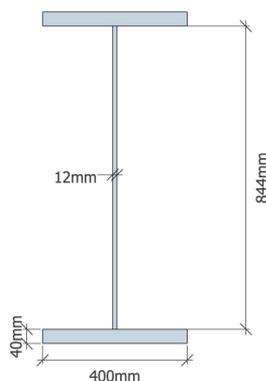
Numerisk beregning

I dette kapittelet vil oppretting av modell og påfølgende analyser forklares. Modellering og post-prosessering er gjort i Abaqus/CAE, og analysene er utført i Abaqus/Standard.

9.1 Geometri

Geometri til de ulike komponentene i modellen blir beskrevet under **Part**-modulen. Begge geometrier er tegnet på grunnlag av mål gitt av Morten Bjerkås hos Reinertsen AS. Mål som er brukt til grunnlag for modellering av geometri kan sees i figur 9.1 og 9.2.

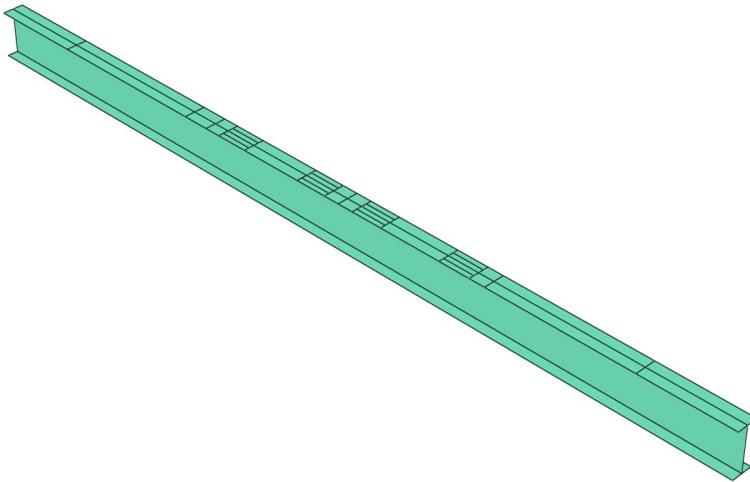
FIGUR 9.1: MÅLTEGNING STÅLPROFIL



FIGUR 9.2: MÅLTEGNING PLATEPROFIL

9.1.1 Stålprofil

Profilen er modellert som tre ulike skall-deler, to flenser og et steg. Dette blir gjort ved å velge et deformerbart skall. Videre dettes de sammen ved bruk av **Merge** i *Assembly*, resultatet vises i figur 9.3. Toppflensen på profilet er partisjonert for å forberede områder hvor de ulike lastene skal plasseres.



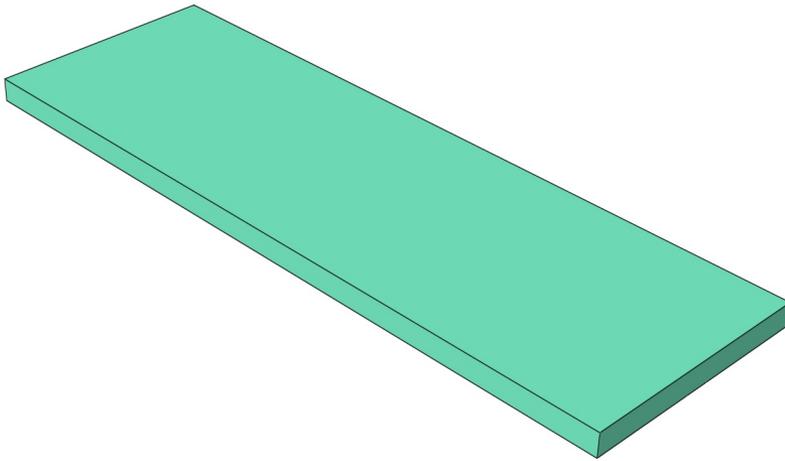
FIGUR 9.3: STÅLPROFIL ETTER SAMMENSETNING

9.1.2 Betongplate

Betongplaten blir modellert som en deformerbar solid del, vist i figur 9.4.

9.2 Egenskaper

De ulike komponentenes egenskaper blir bestemt i **Property**-modulen. Her beskriver en materialmodeller og tverrsnitt. I tillegg tildeler en disse tverrsnittene og materialmodellene til de ulike komponentene i modellen.



FIGUR 9.4: BETONGPLATE

9.2.1 Materialmodell

Siden det i denne oppgaven bare kjøres lineære analyser, trenger modellen ikke ta hensyn til en ikke-lineær materialoppførsel.

Det defineres enkle lineære materialoppførsler, lik de som er brukt som [beregningsgrunnlag](#).

For å oppsummere:

Konstruksjonsstål modelleres elastisk-perfekt plastisk, med følgende parametre:

Ståltype	Flytespenning	E-Modul	Poisson	Temp. utvidelse
S420 M/ML	420 MPa	210 000 MPa	0,3	$10 * 10^{-6} K^{-1}$

TABELL 9.1: MATERIALMODELL: STÅL

Betong modelleres også elastisk-perfekt plastisk:

Betongtype	Flytespenning	E-Modul	Poisson	Temp. utvidelse
B45 SV-40	45 MPa	36 000 MPa	0,2	$10 * 10^{-6} K^{-1}$

TABELL 9.2: MATERIALMODELL: BETONG

9.2.2 Tverrsnitt

Betongplaten defineres som et homogent volumtverrsnitt.

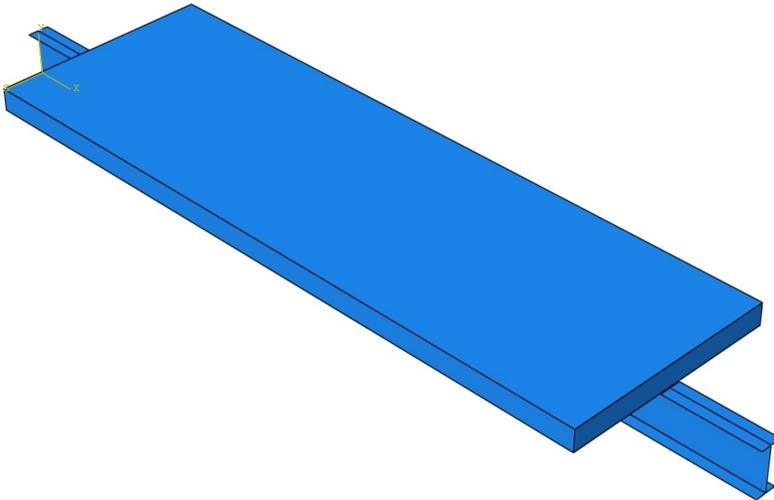
Stålprofilet defineres som et homogent skalltverrsnitt, og de ulike delene av stålprofilet blir tildelt riktig tykkelse

9.3 Sammenstilling

For å bli ferdig med modellens geometri, må de individuelle delene av modellen settes sammen. Dette gjøres i **Assembly**-modulen.

Som tidligere nevnt, settes ståldelene sammen slik at de fungerer som et stålprofil. Betongplaten blir også lagt til og plassert.

Ferdig sammenstilt konfigurasjon vises i figur 9.5.



FIGUR 9.5: SAMVIRKEBJELKE I ASSEMBLY

9.4 Steg

I **Step**-modulen lager en analyse-steg og definerer hvilke resultater en vil skrive fra de ulike stegene i analysen.

Det opprettes automatisk et initialt steg, hvor informasjon om blant annet geometri, mesh og grensebetingelser blir beregnet.

I denne analysen opprettes et lineært statisk steg i tillegg. Alle innstillinger for steget er satt til standard.

Når en skal definere resultater/output, skiller en mellom to typer:

Field output er mengder som distribueres over hele modellen, som f.eks spenning-, tøyning- og deformasjonsfelt.

History output er mengder ved spesifikke punkter eller mengder som gjelder for hele modellen, som f.eks tøyningsenergi og skjærkraft i et festepunkt.

I denne modellen endres history output, der det legges til krav om output for alle festepunkter i modellen. I tillegg endres field output slik at temperaturer i tverrsnittet kan kontrolleres.

9.5 Interaksjon

Interaction-modulen i Abaqus har mange formål, for enkelthetskyld sees det bare på de som har innvirkning på vår modell.

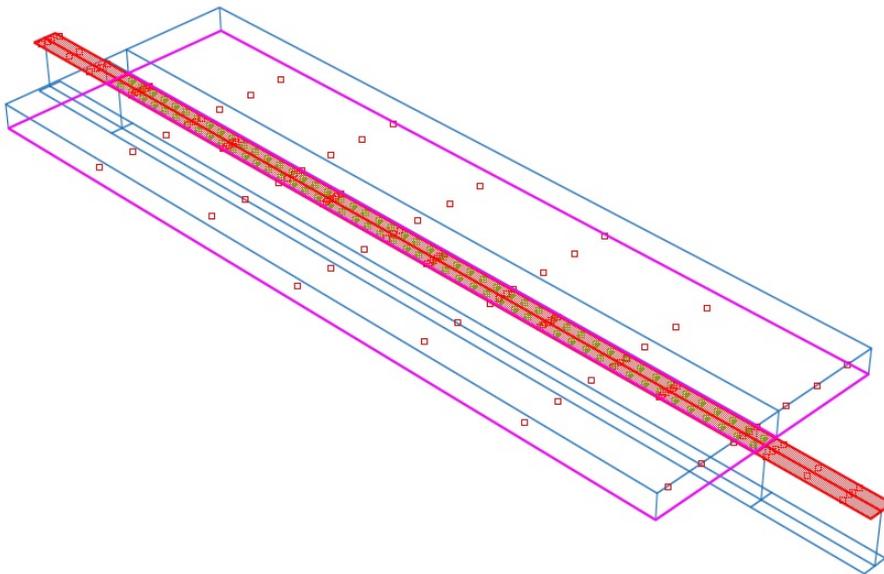
- Definere kontaktbetingelser for hele modellen og for deler av modellen
- Modellere dybler ved å velge festemetode og definere festetype og dens egenskaper

9.5.1 Kontaktbetingelser

For å modellere kontakten mellom de ulike delene av modellen, må en først definere kontaktegenskaper. Dette gjøres med **Interaction Properties**.

Her defineres kontakt med tangentiell og normal oppførsel. Tangentiell oppførsel er valgt med **Penalty-metode** og friksjonskoeffisient lik 0,45. For normal oppførsel velges "**Hard**"**Contact** for å minimere gjennomtrenging av mesterflaten fra slave-flaten.

Deretter må kontakttypen bestemmes. Dette gjøres i **Interaction**. Her velges det **Surface-to-surface** kontakt. Topplinsen angis som slave-flaten og undersiden av betongplaten som master, som vist i figur 9.6



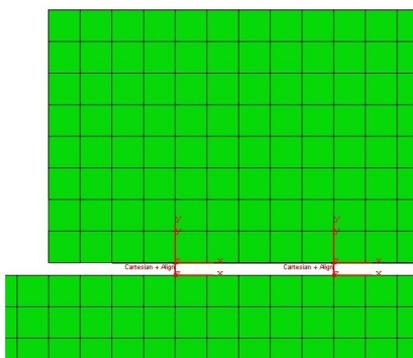
FIGUR 9.6: MASTER- OG SLAVE-FLATE

9.5.2 Festemetode

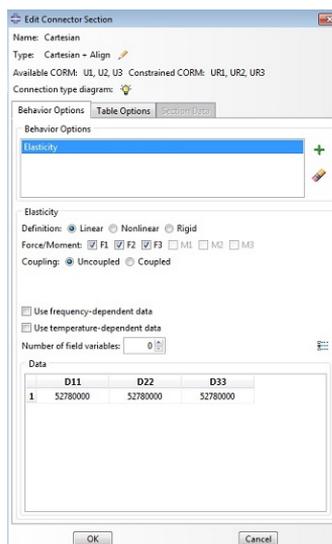
Modellering av dybler er sentralt i denne oppgaven, og i avsnitt 8.2 er det gitt mer informasjon om denne delen. Her vil det bare gjennomgåes hvordan dette er gjort.

Posisjon av festepunkter bestemmes ved hjelp av **Attachement Points Offset From Edges**. Her er det valgt at dybelrekken starter 100 mm fra betongkanten har senteravstand på 250 mm på resten av rekken.

Videre defineres det hvilken festetype som skal brukes. Dette gjøres i **Connector Section**. Her er det valgt **Cartesian** og **Align** som ligger under **Basic** i **Connection Category**. Deretter må stivheten defineres, dette gjøres ved å definere stivhet x-, y- og z-retning. Utsnitt av fester i lengderetning er gitt i figur 9.7a og for tverrretning i figur 9.8

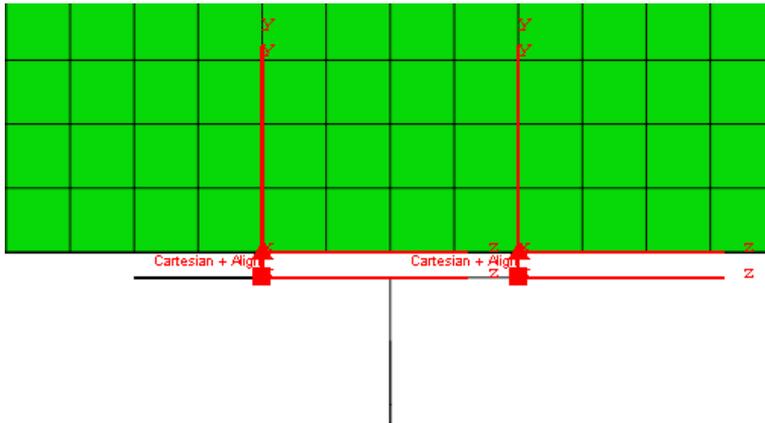


(A) UTSNITT AV FESTER



(B) DEFINISJONER FOR FESTER

FIGUR 9.7: FESTER



FIGUR 9.8: FESTER, TVERRRETNING

9.6 Laster og grensebetingelser

Fastsetting av laster og grensebetingelser gjøres i **Load**-modulen. Her knyttest fastsatte betingelser for modellen sammen med stegene som er opprettet.

9.6.1 Laster

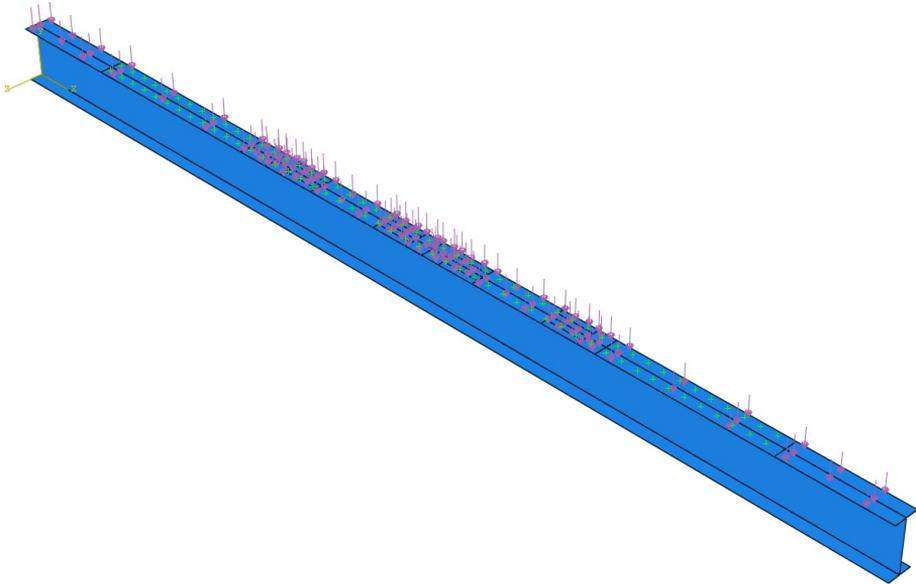
Oppretting av en last gjøres i **Create Load**. Her velges last-steget som tidligere er opprettet, og last-kategori og type, henholdsvis **Mechanical** og **Pressure**.

Lasten plasseres på toppflensen, som vist i figur 9.9.

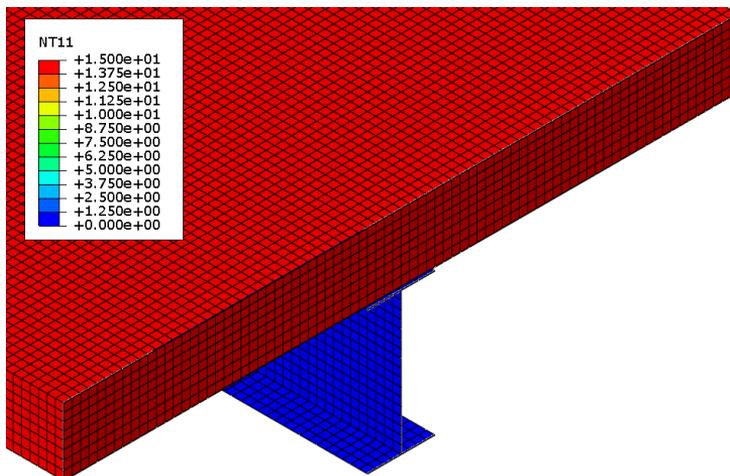
9.6.2 Temperaturbetingelser

Temperaturbetingelser fastsettes ved hjelp av **Predefined Fields**. Her kan deler, eller hele modellen angis en gitt temperatur i et gitt steg.

I modellene er både den forenklete og den normale temperaturmodellen brukt, figur 9.10 viser forenklet temperaturmodell.



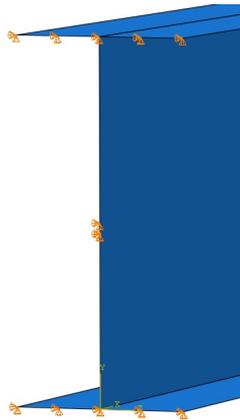
FIGUR 9.9: LAST

FIGUR 9.10: TEMPERATURFORDELING $\Delta T = 15$

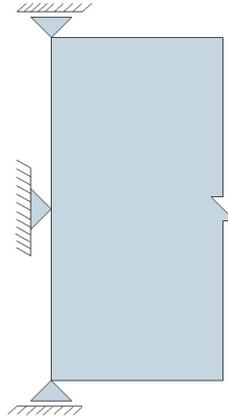
9.6.3 Grensebetingelser

Grensebetingelser defineres ved hjelp av **Create Boundary Condition**. Grensebetingelsene legges oftest til det initielle steget. Videre illustreres grensebetingelsene ved venstre opplager, høyre opplager og for betongplaten.

Venstre opplager



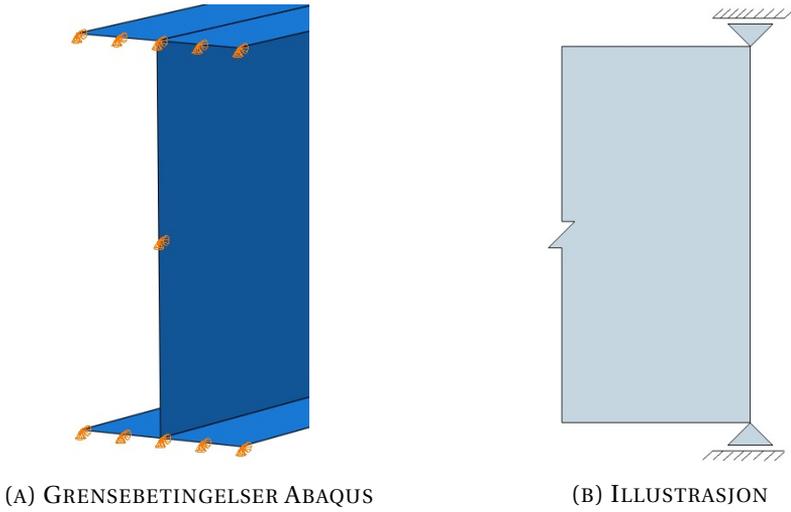
(A) GRENSEBETINGELSER ABAQUS



(B) ILLUSTRASJON

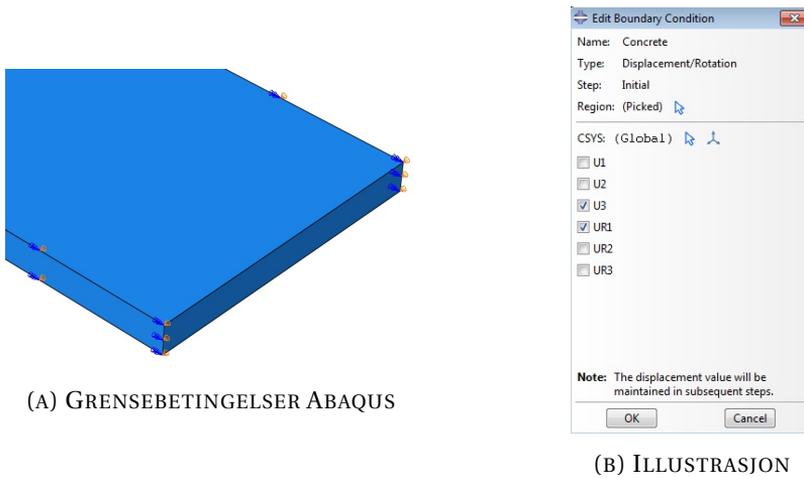
FIGUR 9.11: GRENSEBETINGELSER FOR VENSTRE OPPLAGER

Høyre opplager



FIGUR 9.12: GRENSEBETINGELSER FOR HØYRE OPPLAGER

Betongplate

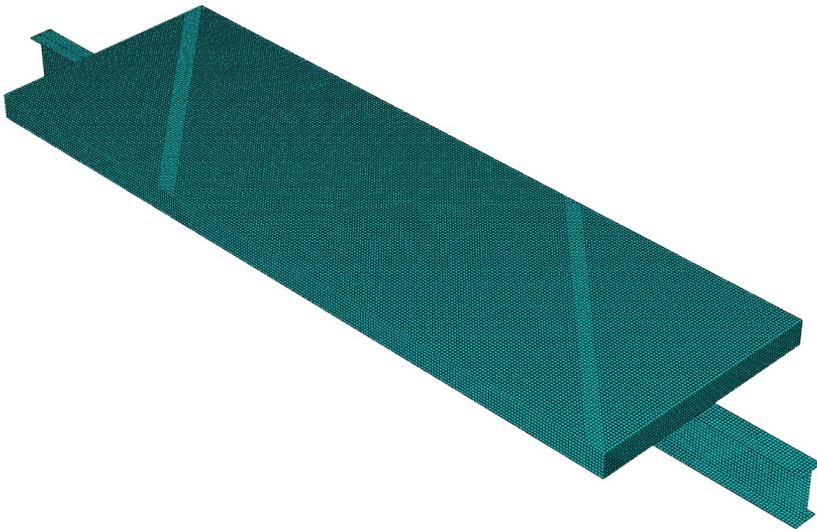


FIGUR 9.13: GRENSEBETINGELSER FOR BETONGPLATE

9.7 Elementinndeling

Meshing av geometri og valg av elementer blir gjort i **Mesh**-modulen i Abaqus. Størrelse og fordeling av mesh gjøres ved hjelp av **Seed**. En angir en global størrelse på elementer ved hjelp av **Seed Part**. Dette brukes som oftest sammen med **Seed Edges**, der en kan angi finere mesh til lokale områder dersom dette skulle være nødvendig.

I denne analysen brukes bare **Seed Part**, da det ikke er behov for variert mesh. Størrelse er satt til 0.05 m. Mesh vises i figur 9.14.

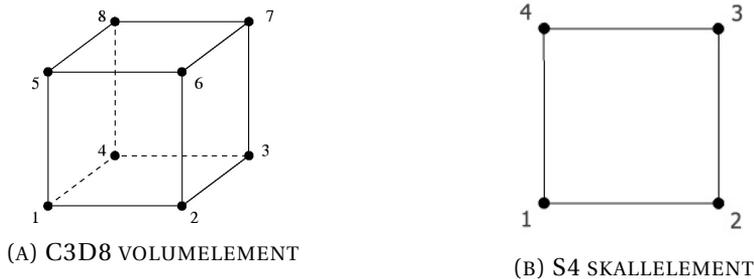


FIGUR 9.14: MESHET FIGUR

Neste steg er å angi mesh-kontroller og elementtyper. Mesh-kontroller defineres med **Assign Mesh Controls**. Den angir hvordan modellen blir meshet; structured, sweep eller free. I denne modellen brukes structured meshing, da dette er en veldig enkel geometri.

Assign Element Type brukes til å angi hvilke typer element som skal brukes i modellen. Som *volumelementer* brukes C3D8R elementer, da disse er anbefalt for bruk i statiske analyser. *Skallelementene* er av typen S4R. S4 elementer bru-

kes for sin evne til å modellere tykkere skall, som flensen i dette problemet [14]. Begge elementtypene er vist i figur 9.15



FIGUR 9.15: ELEMENTTYPER

9.8 Analyse

Ved ferdigstilling av en modell, brukes **Job**-modulen til sette opp analyser for modellen. Dette gjøres med **Create Job**, der en kan velge mellom å bruke modellen, eller en input-fil som kilde. I dette tilfellet brukes modellen som kilde. I **Edit Job** holdes alle innstillinger til standard.

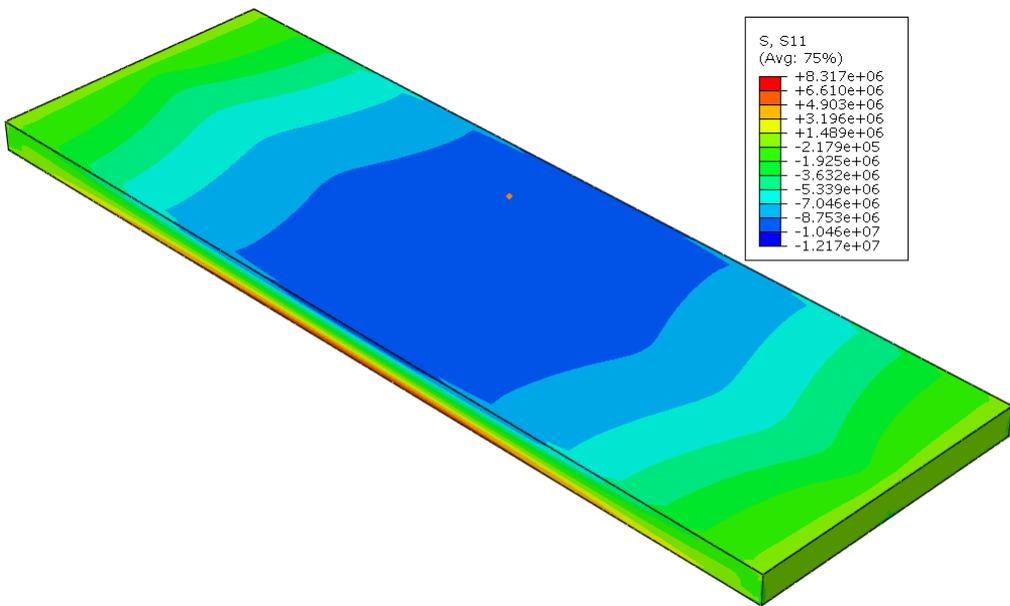
9.9 Resultater

Når en jobb er ferdig, blir alle resultater bearbeidet og tolket i **Vizualisation**-modulen.

Blant flere funksjoner, er viktige:

- Create XY Data
- Plot Contours

Create XY Data er hovedverktøyet en bruker til å lese og behandle verdier fra modellen. **Plot Contours** plottes verdier av en gitt variabel for et gitt steg på modell-geometrien. Et eksempel er gitt i figur 9.16



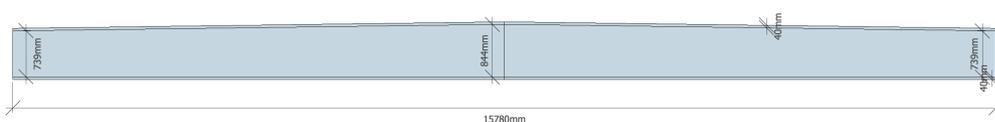
FIGUR 9.16: EKSEMPEL: CONTOUR-PLOT AV SPENNING S11 I EN PLATE

Kapittel 10

Resultater

10.1 Loftesnes bru

Den nye Loftesnes bru konstrueres for å erstatte den gamle fagverksbruen i stål. Plasseringen vil være den samme, på riksvei 5 over Loftesnessundet i Sogndal kommune. Vedlegg I viser Reinertsen sine skisser av planlagt utførelse. Beregninger i oppgaven er gjort for bruens bredderetning hvor det er samvirke mellom stål og betong. Snitt A-A er fokus på grunn av sin enkle statikk. Spennet idealiseres til en fritt opplagt bjelke. Betongplaten har konstant tversnitt som vist i figur 9.2. Stålprofilet vil i midtspennet ha mål som figur 9.1. Høyden til steget vil avta lineært mot oppleggene, fra 844 mm til 739 mm. Se figur 10.1. I beregningene neglisjeres dette, og profilet antas å ha konstant steg høyde på 844 mm. Bjelken har ikke samvirke over hele lengden. Betongplaten dekker ikke hele bjelkelengden, se figur 9.5.



FIGUR 10.1: LINEÆR ENDRING AV STEGETS HØYDE

10.1.1 Beregningsinformasjon

Tabell 10.1 gir relevant beregningsinformasjon om stål og betong brukt i Loftesnes bru. Materialverdiene er hentet fra bruskissene og fra samtaler med Morten Bjerkås i Reinertsen. Der informasjon mangler gjøres antagelser etter tidligere beregningserfaringer. Betongegenskapene er funnet i NS-EN 1992-1-1.[6]

Betong: B45	
karakteristisk sylindrefasthet f_{ck}	45 MPa
middelverdi av betongtrykkfasthet etter 28 døgn f_{cm}	53 MPa
midlere aksialtrekkfasthet f_{ctm}	3,8 MPa
elastitesmodul bestemt ved en alder av 28 døgn E_{cm}	$36 \cdot 10^3$ MPa
betongens alder i døgn ved belastning t_0	3 dager
betongens alder i døgn på det betraktete tidspunktet t	$\rightarrow \infty$
relativ luftfuktighet i omgivelsene RH	80% ¹
sement i fasthetsklasse CEM 32,5N	Sementklasse S ²
armeringsstål	B500NC
Stål: S420	
flytespenning f_y	420 MPa
Dybler: Nelson 22 S3L	
senteravstand c/c	300 mm
bruddtrekkfastheten f_u	420 MPa
materialfaktor γ_v	1,25

TABELL 10.1: VERDIER LOFTESNES BRU

10.2 Dyblenes stivhet

For Loftesnes skal boltedybler av typen Nelson 22 S3L brukes [12]. I bruens bredderetning plasseres to og to dybler med senteravstand $c/c = 250$ mm. Dyblenes diameter d blir settet til 25 mm. Bruddtrekkfastheten til boltematerialet er

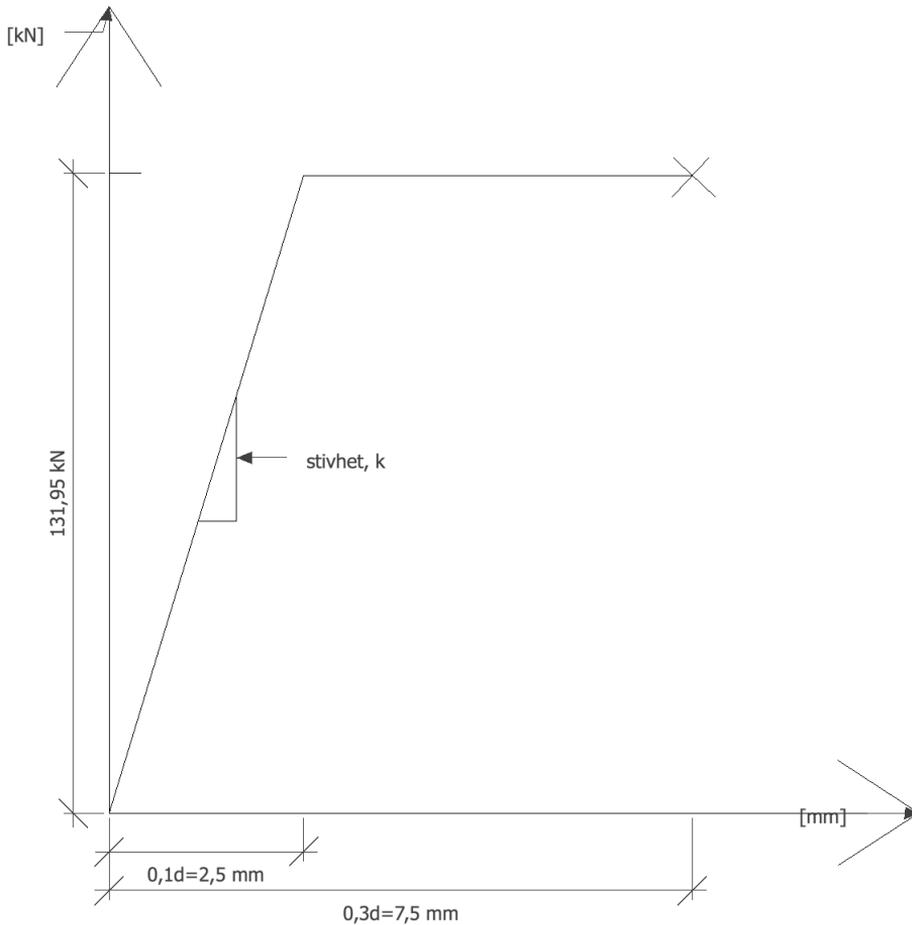
¹Den relative luftfuktigheten bestemmes ved å se på værmeldingene over en periode på et år og ta ut en middelverdi.

²Ingen verdi spesifisert av Reinertsen. Verdi valgt etter tidligere utregninger med B45 betong.

$f_u = 420\text{MPa}$. Kapasiteten finnes som minimumsverdien av ligningene (5.4) og (5.5).

$$P_{Rd} = \frac{0,8 \cdot 420\text{N/mm}^2 \cdot \pi \cdot 25\text{mm}^2}{4 \cdot 1,25} = 131,95\text{kN} \quad (10.1)$$

Kraft- forskyvningskurven for dyblene blir plottet etter samme metode som figuren 5.6. Plastisk deformasjon i bolten P_{Rd} til $0,1d$. Dette stemmer overens med andre deformasjonskurver for bolter [9],[13]. Grafen for Nelson 22 S3L dyblene med $d = 25\text{mm}$ er gitt i figur 10.2.



FIGUR 10.2: KRAFT- FORSKYVNINGSKURVE FOR DYBLER

Dyblenes stivhet k finnes fra stigningstallet til skrålinjen,

$$k = \frac{131,95kN - 0kN}{0,1 \cdot 25mm - 0mm} = 52,78 \frac{kN}{mm} \quad (10.2)$$

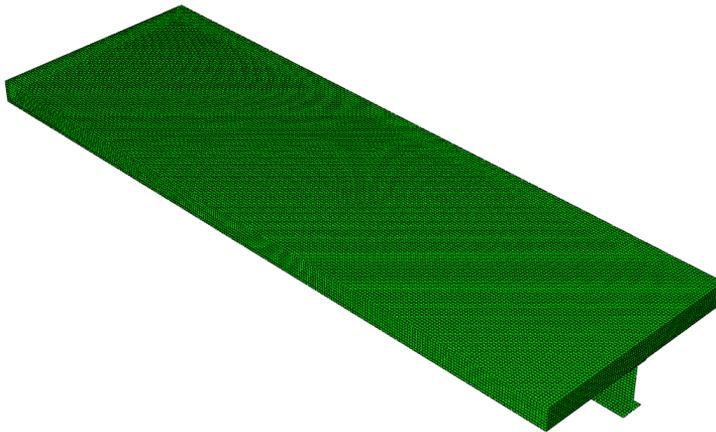
10.3 Abaqus

Modeller

Det er laget to modeller med forskjellig geometri og lasttilfelle. Først en forenklet testmodell som brukes til å sammenligne med håndberegninger og verifisere riktig oppbygning av modell. Så brukes samme modelleringsmetode til en hovedmodell. Modellene er identiske med unntak fra lasttilfelle og lengde på stålbejelen.

	Testmodell	Hovedmodell
Last	Uniform, $100kN/m$	Kombinerte laster ¹
Lengde	12,3 m	15,78 m

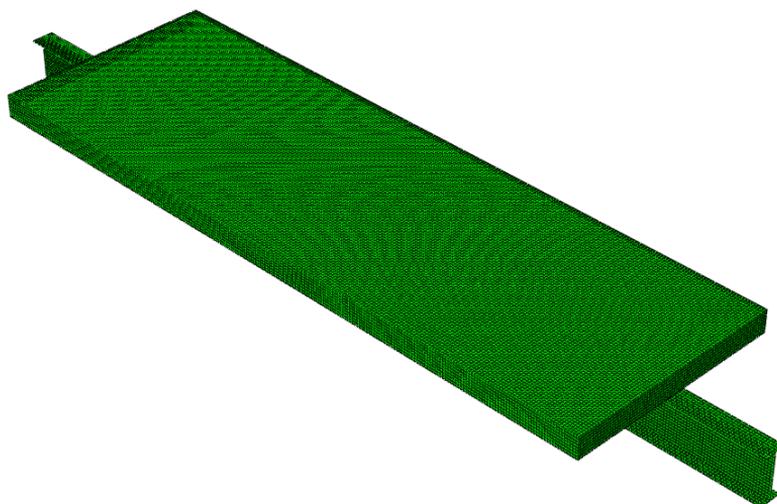
Testmodell



FIGUR 10.3: TESTMODELL

¹Kombinerte laster som vist i tabell D.3 i vedlegg D.

Hovedmodell



FIGUR 10.4: HOVEDMODELL

Temperaturmodell

Det lages temperaturmodeller for forenklet og normal metode, i henhold til NS-EN 1991-1-5. Temperaturmodellene kjøres først for testmodellen for å verifisere i forhold til beregninger gjort for hånd.

10.4 Verifisering av Abaqus-modell

Modellenes evne til å gi en realistisk respons testes ved å sammenligne de mot kjente formler. Tverrsnittspenninger brukes for vurderingsgrunnlag, og det tas utgangspunkt i bjelkens midtpunkt ved sammenligning av disse. Testmodellen i Abaqus blir brukt som grunnlag for sammenligningen.

Dobbel rad med dybler

Tabell 10.2 gir spenningene ved forskjellig dybelstivhet for en jevnt fordelt last på $w = 100\text{kN}/m$ og $n_L = n_0$

Stivhet	Håndberegninger	Numeriske beregninger
k	$\sigma_{c,topp} = -4,33\text{MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 2,83\text{MPa}$ $\sigma_{a,topp} = -19,76\text{MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 76,69\text{MPa}$ $N_{langs,skjær} = 1199,10\text{kN}$	$\sigma_{c,topp} = -4,66\text{MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 2,80\text{MPa}$ $\sigma_{a,topp} = -17,00\text{MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 70,60\text{MPa}$ $N_{langs,skjær} = 1132,5\text{kN}$
$3 \cdot k$	$\sigma_{c,topp} = -3,85\text{MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 1,95\text{MPa}$ $\sigma_{a,topp} = -3,14\text{MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 75,00\text{MPa}$ $N_{langs,skjær} = 1513,70\text{kN}$	$\sigma_{c,topp} = -4,25\text{MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 2,00\text{MPa}$ $\sigma_{a,topp} = -0,70\text{MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 70,10\text{MPa}$ $N_{langs,skjær} = 1431,3\text{kN}$
$1000 \cdot k$	$\sigma_{c,topp} = -3,52\text{MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 1,37\text{MPa}$ $\sigma_{a,topp} = 7,95\text{MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 73,88\text{MPa}$ $N_{langs,skjær} = 1723,70\text{kN}$	$\sigma_{c,topp} = -3,97\text{MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 1,37\text{MPa}$ $\sigma_{a,topp} = 10,50\text{MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 69,6\text{MPa}$ $N_{langs,skjær} = 1724,50\text{kN}$

TABELL 10.2: SPENNINGER OG LANGSGÅENDE SKJÆR VED JEVNT FORDELT LAST $w = 100\text{kN}/m$

Total langsgående skjærkraft hentes fra Abaqus ved å summere skjærkrefter tatt ut fra dyblene. Utregningen for delvis samvirke neglisjerer heft, det gjør ikke testmodellen i Abaqus. Tross denne forskjellen stemmer spenningsfordelingen og verdier for langsgående skjær godt.

Momentet for en fritt opplagt bjelke med lengde $L = 12,3\text{m}$ og $w = 100\text{kN}/m$

finnes til $M = 1891,13 \text{ kNm}$. Spenningsverdiene for fullstendig samvirke er som vist i tabell 10.3

Jevnt fordelt last, $w = 100 \text{ kN/m}$
$\sigma_{c,topp} = -3,52 \text{ MPa}$
$\sigma_{c,bunn} = 1,37 \text{ MPa}$
$\sigma_{a,topp} = 7,98 \text{ MPa}$
$\sigma_{a,bunn} = 73,87 \text{ MPa}$

TABELL 10.3: SPENNINGER VED FULLSTENDIG SAMVIRKE

Spenningsverdiene er tilnærmet identiske med verdier fra delvis samvirke stivhet $1000 \cdot k$. Dette bekrefter at modellens verdier når $k \rightarrow \infty$ blir som nærmer seg verdier for fullstendig samvirke.

Enkel rad med dybler

I begge modellene plasseres dyblene parvis i faste punkter. For å finne betydningen av dyblenes plassering forandres testmodellen til å ha en enkel rad med dybler. Følgelig vil hver dybel ha stivhet $2 \cdot k$.

Stivhet	Numeriske beregninger
k	$\sigma_{c,topp} = -4,60 \text{ MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 3,00 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,topp} = -17,20 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 75,40 \text{ MPa}$ $N_{lang,s,skjær} = 1128,3 \text{ kN}$
$1000 \cdot k$	$\sigma_{c,topp} = -3,99 \text{ MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 1,64 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,topp} = 9,00 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 73,20 \text{ MPa}$ $N_{lang,s,skjær} = 1711,5 \text{ kN}$

TABELL 10.4: ENKEL RAD MED DYBLER: SPENNINGER OG LANGSGÅENDE SKJÆR VED JEVT FORDELT LAST $w = 100 \text{ kN/m}$

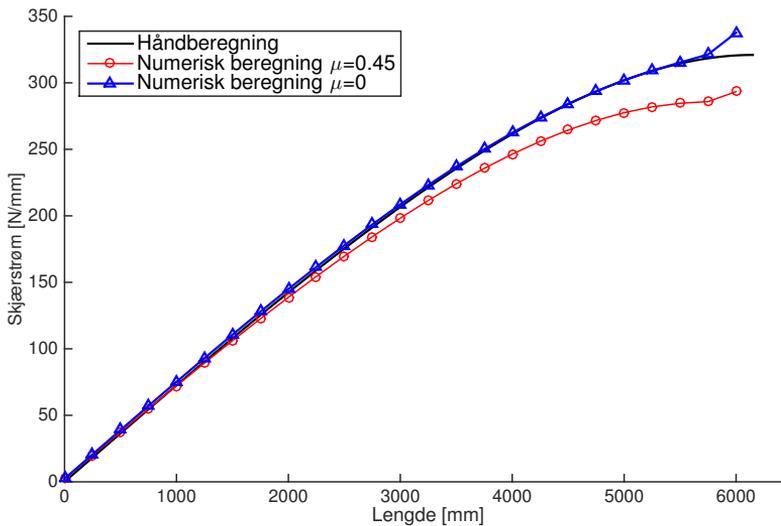
Tabell 10.4 viser ingen merkbare endringer i resultat. En viss forbedring av spenninger i stålet kan observeres, men ikke i betongplaten. Den langsgående skjær-

kraften er tilnærmet lik verdien i modellen med parvise dybler.

Heft

Heft mellom betongplaten og stålprofilet styres av friksjonstallet gitt i kontaktbetingelser i Abaqus. For å fastsette betydningen heft har for resultatene lages en modell med friksjonsløse kontaktbetingelser. Fra testmodellen kommer det frem at heft ikke har veldig stor innvirkning på spenningsfordelingen i tverrsnittet.

En ser imidlertid en endring i den langsgående skjærstrømmen dyblene overfører, vist i figur 10.5.



FIGUR 10.5: SKJÆRSTRØM VED ULIKE FRIKSJONSBETINGELSER

Endringen er en naturlig konsekvens av i en friksjonsløs tilstand vil det ikke noe kraft overføres ved friksjon mellom platen og profilet. Dyblene må da kompensere for dette tapet. Som et resultat ser en bedre korrelasjon med håndberegningene, som heller ikke tar hensyn til friksjon mellom plate og profil.

Temperaturmodell

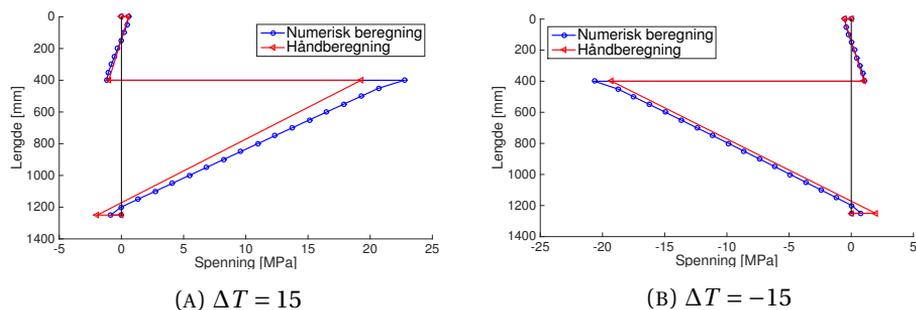
Forenklet metode

Tabell 10.5 viser resultater fra beregninger for forenklet temperaturmodell.

ΔT	Håndberegninger	Numeriske beregninger
-15	$\sigma_{c,topp} = -0,56 MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 1,02 MPa$ $\sigma_{a,topp} = -19,27 MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 1,95 MPa$	$\sigma_{c,topp} = -0,58 MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 1,18 MPa$ $\sigma_{a,topp} = -20,66 MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 0,86 MPa$
15	$\sigma_{c,topp} = 0,56 MPa$ $\sigma_{c,bunn} = -1,02 MPa$ $\sigma_{a,topp} = 19,27 MPa$ $\sigma_{a,bunn} = -1,95 MPa$	$\sigma_{c,topp} = 0,58 MPa$ $\sigma_{c,bunn} = -1,18 MPa$ $\sigma_{a,topp} = 22,74 MPa$ $\sigma_{a,bunn} = -0,86 MPa$

TABELL 10.5: TVERRSNITSPENNINGER FRA FORENKLET TEMPERATURMODELL

Tabellen viser at håndberegninger og numeriske beregninger stemmer godt overens med unntak av ved bunnflensen i stålet. I figur 10.6 plottes spenningsfordelingen for den forenklete temperaturmodellen. Her ser en at de numeriske resultatene stemmer godt overens med resultater fra håndberegninger.



FIGUR 10.6: SPENNINGSFORDELING - TESTMODELL: FORENKLET TEMPERATURMODELL

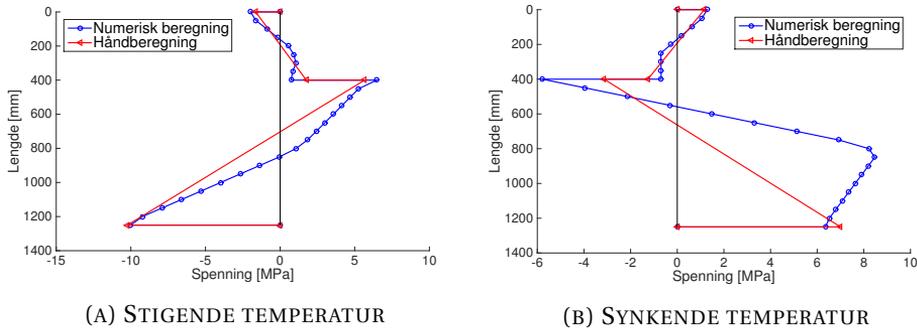
Normal metode

I tabell 10.6 vises resultater fra beregninger for normal temperaturmodell.

Temperatur	Håndberegninger	Numeriske beregninger
Synkende	$\sigma_{c,topp} = 1,16MPa$ $\sigma_{c,bunn} = -1,26MPa$ $\sigma_{a,topp} = -3,14MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 7,00MPa$	$\sigma_{c,topp} = 1,28MPa$ $\sigma_{c,bunn} = -0,69MPa$ $\sigma_{a,topp} = -5,79MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 6,35MPa$
Stigende	$\sigma_{c,topp} = -1,64MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 1,76MPa$ $\sigma_{a,topp} = 5,66MPa$ $\sigma_{a,bunn} = -10,23MPa$	$\sigma_{c,topp} = -1,98MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 0,73MPa$ $\sigma_{a,topp} = 6,48MPa$ $\sigma_{a,bunn} = -10,00MPa$

TABELL 10.6: TVERRSNITSPENNINGER FRA NORMAL TEMPERATURMODELL

Her ser en at verdiene stemmer dårligere overens enn for den forenklete temperaturmodellen, spesielt ved synkende temperatur. Dette inntrykket forsterkes ved observasjon av spenningsfordelingen i figur 10.7. Det bemerkes dog at spenningen ikke er håndregnet utenom de karakteristiske punktene, og at fordelingen vist i figuren ikke er representativ for reell spenningsfordeling.



FIGUR 10.7: SPENNINGSFORDELING - TESTMODELL: FORENKLET TEMPERATURMODELL

10.5 Håndberegninger

Formler utledet for beregning av problemer ved delvis samvirke gjelder kun delene av bjelken hvor det er samvirke. Utregningene for delvis samvirke i dette kapittelet vil derfor ta utgangspunkt i testmodellen, 10.3.

Fullstendig samvirke er ikke uavhengig av lengde. Den aktuelle lasten i tverrsnittet vil gi tilhørende spenninger.

10.5.1 Kryp

Kryptall

Kryptallet inngår i modulforholdet n_L . Modulforholdet gir tverrsnittets 2. arealmoment som videre brukes til å regne ut spenninger. Tillegg B.1 i NS-EN 1992-1-1 bestemmer ligningene som gir kryptallet. For Loftesnes bru blir 3 og 3 plater støpt samtidig med en glippe i overgangene, Se figur 10.8. I utregningsprosedyren for kryp (tillegg B.1) vil den effektive tverrsnittstykkelsen h_0 variere etter hvordan platene støpes, de andre ligningene vil være konstante.

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (10.3)$$

hvor

A_c er tverrsnittsareal
 u er den delen av konstruksjonsdelens omkrets som er utsatt for uttørking i kontakt med atmosfæren.

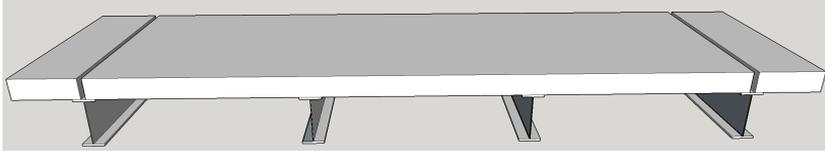
Effekten av plateleggingen i bruens bredderetning kommer fram ved å se på løsningen med 3 og 3 plater og et tilfelle hvor alle platene støpes uten mellomrom.

3 og 3 plater

$$h_0 = \frac{2 \cdot (400 \text{ mm} \cdot (3 \cdot 4000 \text{ mm}))}{2 \cdot (400 \text{ mm} + 3 \cdot 4000 \text{ mm}) - 2 \cdot 400 \text{ mm}} = 400 \text{ mm}$$

uten mellomrom

$$h_0 = \frac{2 \cdot (400 \text{ mm} \cdot 84000 \text{ mm})}{2 \cdot (400 \text{ mm} + 84000 \text{ mm}) - \frac{84}{3} \cdot 400 \text{ mm}} = 426,4 \text{ mm}$$

Forskjellen på h_0 er minimal.

FIGUR 10.8: PLATELEGGING: 3 OG 3 PLATER

Bestemmelse av kryptall

Kryptallet beregnes ut fra

$$\phi(t = \infty, t_0 = 3) = \phi_0 \cdot \beta_c(t = \infty, t_0 = 3) \quad (10.4)$$

$$\phi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 = \left[1 + \frac{1 - \frac{80}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{400}} \cdot \left(\frac{35}{53} \right)^{0,7} \right] \cdot \left(\frac{35}{53} \right)^{0,2} = 1,1072 \quad (10.5)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{16,8}{\sqrt{53}} = 2,3077 \quad (10.6)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,20})} = \frac{1}{(0,1 + 3^{0,20})} = 0,7431 \quad (10.7)$$

Dette gir det normerte kryptallet

$$\phi_0 = \phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) = 1,1072 \cdot 2,3077 \cdot 0,7431 = 1,8987 \quad (10.8)$$

Med $\beta_c(t = \infty, t_0 = 3) \approx 1$ for $t \rightarrow \infty$ blir kryptallet i ligning (8.7) $\phi(t = \infty, t_0 = 3) = \phi_0 = 1,8987$.

Spenningsberegning ved kryp

Som tidligere nevnt vil effekten av kryp kun opptre ved permanent last. For Loftesnes bru er vil den permanente lasten være egenlasten. Egenlaster endrer seg ikke over tid. Den gir en konstant spenning og faller i kategorien permanent (P) kryp.

Redistribusjon av krefter, som kommer av betongens tap i stivhet, finnes ved å sammenligne spenningstilstanden under lastpåføring ($n_L = n_0$) og etter lang tid med kryp. Lastsituasjon og momentfordeling for Loftesnes bru er gitt i vedlegg C. Det maksimale momentet fra egenlasten er $M_{Ed} = 1897,9 kNm$. Krypmultiplikatoren for permanent (P) kryp er $\psi = 1,1$. Ligning (4.3) gir

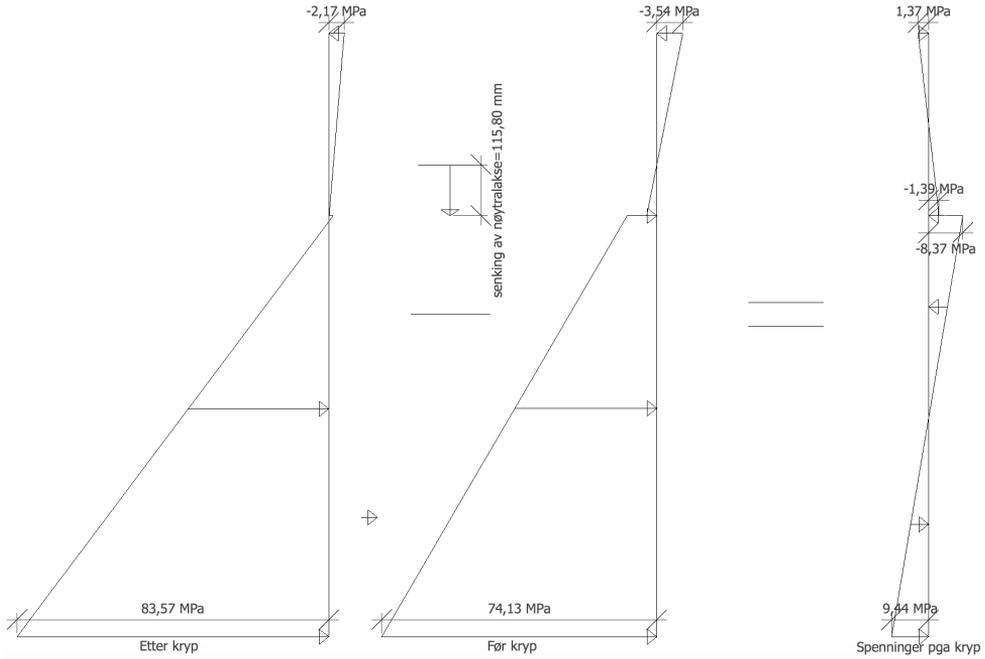
$$n_L = n_0(1 + \psi_L \phi(t = \infty, t_0 = 3)) = 18,02 \quad (10.9)$$

Scriptet gitt i vedlegg E gir spenningen før og etter kryp i tilfelle med fullstendig samvirke. Spenninger påtvunget av kryptet vil være spenningsdifferansen mellom etter kryp og før kryp. Tabell 10.7 viser verdiene og figur 10.9 spenningsfordelingen.

	etter kryp	før kryp	kryp
$\sigma_{c,topp}$	$-2,17MPa$	$-3,54MPa$	$1,37MPa$
$\sigma_{c,bunn}$	$-0,02MPa$	$1,37MPa$	$-1,39MPa$
$\sigma_{a,topp}$	$-0,36MPa$	$8,01MPa$	$-8,37MPa$
$\sigma_{a,bunn}$	$83,57MPa$	$74,13MPa$	$9,44MPa$

TABELL 10.7: SPENNINGER VED KRYP

Systemet som betraktes er statisk bestemt. Betongens stivhetsreduksjon vil derfor ikke resultere i sekundære effekter, eller endring i internt moment og skjær-



FIGUR 10.9: FULLSTENDIG SAMVIRKE: SPENNINGSTILSTAND VED KRYP

kraft. Bjelkene vil få økt deformasjon på grunn av den totale stivhets reduksjonen.

10.5.2 Svinn

Svinntøyning

NS-EN 1992-1-1 blir brukt til å bestemme totale svinntøyningen $\epsilon_{cs}(=\epsilon_{sv})$. Den autogene svinntøyningen finnes i 3.1.4(6) til

$$\epsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10)10^{-6} = 2,5(45 - 10)10^{-6} = 8,75 \cdot 10^{-5} \quad (10.10)$$

Tillegg B.2 gir den nominelle verdien for svinntøyning ved uttørring

$$\epsilon_{cd,0} = 0,85[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cmo}})}] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} = 1,775 \cdot 10^{-4} \quad (10.11)$$

hvor β_{RH} ved 80% relativ luftfuktighet er

$$\beta_{RH} = 1,55[1 - (\frac{RH}{RH_0})^3] = 1,55[1 - (\frac{80}{100})^3] = 0,7564 \quad (10.12)$$

når

f_{cmo}	=10MPa
α_{ds1}	= 3 for sementklasse S
α_{ds2}	= 0,13 for sementklasse S
RH_0	=100%

Interpolasjon av verdiene i tabell 3.3 gir $k_h = 0,725$ når $h_0 = 400mm$. Svinntøyning ved uttørking blir

$$\epsilon_{cd}(\infty) = k_h \cdot \epsilon_{cd,0} = 0,725 \cdot 1,775 \cdot 10^{-4} = 1,287 \cdot 10^{-4} \quad (10.13)$$

Total svinntøyningen er summen av begge bidragene

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{sv} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} = 1,287 \cdot 10^{-4} + 0,875 \cdot 10^{-4} = 2,162 \cdot 10^{-4} \quad (10.14)$$

Krefter og spenningsberegning ved svinn

I første omgang antas fullstendig samvirke. Det modulære forholdstallet til svinn n_{sv} blir fra (4.3)

$$n_{sv} = n_0(1 + \psi_{sv}\phi(t = \infty, t_0 = 3)) = 11,93 \quad (10.15)$$

hvor $\psi_{sv} = 0,55$ leses fra tabell. 4.1

Kapittel 3.5 gir verdiene for 2. arealmoment og avstandene mellom tyngdepunkt-saksene. Disse brukes igjen til å finne kreftene som oppstår på grunn av svinn

og hvordan disse fordeler seg i betongen og stålet. Fremgangsmåten er lik den i kapittel 4.2. Verdiene i tabell 10.8 med matlab scriptet 'Svinnberegninger ved fullstendig samvirke' i vedlegg F (Strekk positivt).

a_a	503,81mm
a_c	158,19mm
I	$2,2697 \cdot 10^{10} \text{mm}^4$
N_{sv}	6093,3kN
M_{sv}	964,5kNm
$N_{c,sv}$	555,0kN
$M_{c,sv}$	76,0kNm
$N_{a,sv}$	-555,0kN
$M_{a,sv}$	291,4kNm

TABELL 10.8: FULLSTENDIG SAMVIRKE: BEREGNING AV KREFTER VED SVINN

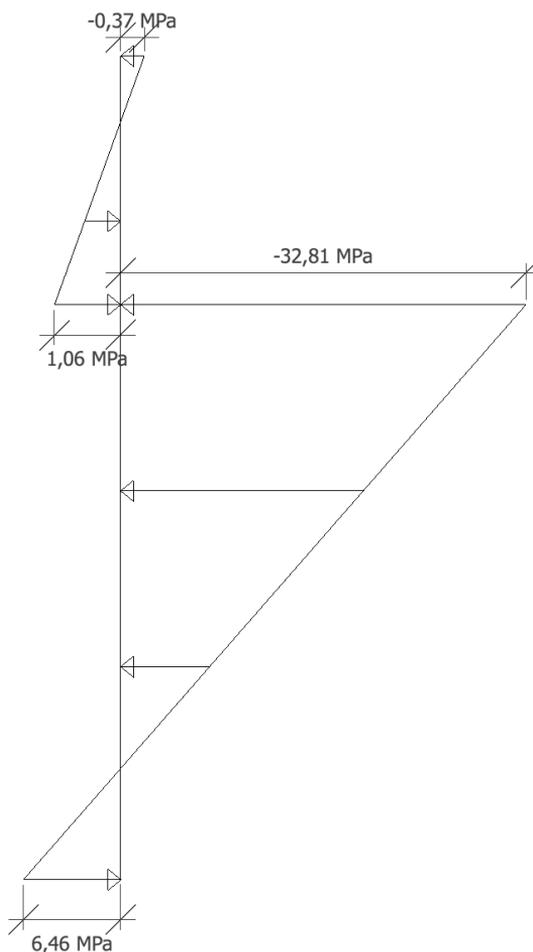
Spenningsstilstanden over tversnittet i midtpunktet av bjelken ved svinn blir som vist i figur 10.10.

Utrekningene for delvis samvirke gjøres i henhold til formlene i kapittelet 3.5.2. Boltenes stivhet bestemmes i avsnitt 10.2. Forbindelsen i samvirke har parvise dybler med senteravstand $c/c = 250\text{mm}$. Stivheten i tilfellet med en rad er satt til det dobbelte av k funnet med ligning (10.2). Matlab scriptet gitt i vedlegg G gir oss verdiene i tabell 10.9.

$N_{c,sv}$	463,8kN
$M_{c,sv}$	63,5kNm
$N_{a,sv}$	-463,8kN
$M_{a,sv}$	243,4kNm
$\sigma_{c,topp}$	-0,31MPa
$\sigma_{c,bunn}$	0,89MPa
$\sigma_{a,topp}$	-27,40MPa
$\sigma_{a,bunn}$	5,39MPa

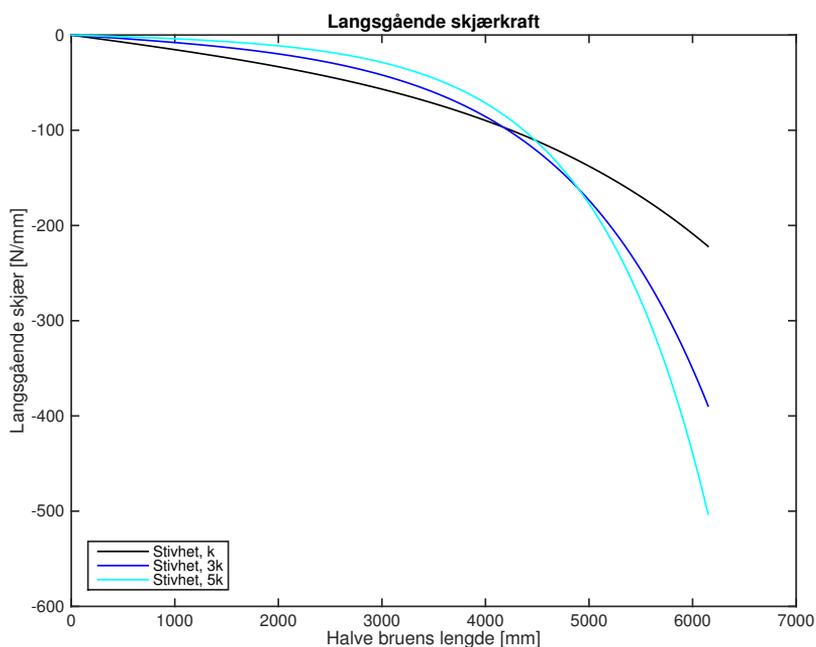
TABELL 10.9: DELVIS SAMVIRKE: BEREGNING AV KREFTER VED SVINN

Økning i stivhet og/eller tettere plassering av dybler fører til at spenningsverdiene for delvis samvirke ved svinn går mot verdiene for fullstendig samvirke.



FIGUR 10.10: FULLSTENDIG SAMVIRKE: SPENNINGSTILSTAND VED SVINN

Den langsgående skjærkraften har en parabel fordeling som øker mot opplagerene, dette illustreres i figur 10.11. For høyere stivheter vil fordelingen bli lavere fra bjelkens midtpunkt til fjerdelspunktet men øke drastisk mot opplagerene. Arealet under kurven gir den totalte langsgående skjærkraften, $N_{c,sv}$ og $N_{a,sv}$. Verdien konvergerer mot fullstendig samvirke når $k \rightarrow \infty$.



FIGUR 10.11: LANGSGÅENDE SKJÆRKRAFT VED ØKENDE BOLTESTIVHET

10.5.3 Temperatur

Forenklet prosedyre (figur 4.12) for avkjøling vil gi samme spenningsfordeling som svinn men med lavere verdier. Temperaturdifferanse ΔT for verdier gitt i tabell 10.10 er -15°C . For begge materialer settes α_T til 10^{-5} K^{-1} . Dette gir en temperaturtøyning på $\epsilon_T = 1,5 \cdot 10^{-4}$. Dyblenes stivhet er satt til k . Spenninger og total langsgående skjærkraft regnes ut med Matlab-scriptet gitt i vedlegg G og vises i tabell 10.10. Temperatur regnes ikke som en permanent last. Derfor er $n_L = n_0$ i beregningene.

Metoden anses som konservativ [7]. Den kan brukes direkte i scriptene brukt for svinnberegninger, både for fullstendig og delvis samvirke.

$N_{c,T}$	364,9kN
$M_{c,T}$	84,0kNm
$N_{a,T}$	-364,9kN
$M_{a,T}$	157,1kNm
$\sigma_{c,topp}$	-0,56MPa
$\sigma_{c,bunn}$	1.02MPa
$\sigma_{a,topp}$	-19,27MPa
$\sigma_{a,bunn}$	1,95MPa

TABELL 10.10: DELVIS SAMVIRKE: BEREGNING AV KREFTER VED TEMPERATUR

10.5.4 Lineær reduksjon av stålprofillets steg

Tidligere beregninger tar utgangspunkt i en konstant steghøyde på 844mm. Bjelken har en lineær reduksjon i stegets høyde, vist i figur 10.1. Matlab-scriptet i vedlegg H gir spenningene i samvirkebjelkens midtpunktet, den totale langsgående kraften og fordelingen. Scriptet skiller seg fra Matlab-scriptet for beregninger ved delvis samvirke (vedlegg G) ved at arealet og det andre arealmomentet endres i bjelkens lengderetning. Verdien er tatt fra ligningene om delvis samvirke med stivheten k og $1000 \cdot k$. To tilfeller er testet; et med jevnt fordelt last $w = 100kN/m$ og et med svinntøyning.

Spenningsverdier og langsgående skjærkraft for svinn og jevnt fordelt last vil være høyere enn ved konstant steg høyde. Økningen er på 10 – 25%. I tilfelle med stivhet $1000 \cdot k$ og jevnt fordelt last vil spenningen i $\sigma_{a,topp}$ skille seg hele 57%.

Stivhet	Delvis samvirke
Jevnt fordelt last, $w = 100 \text{ kN/m}$	
Stivhet, k	$\sigma_{c,topp} = -5,07 \text{ MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 3,50 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,topp} = -27,82 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 87,58 \text{ MPa}$ $N_{langs,skjær} = 1258,7 \text{ kN}$
Stivhet, $1000 \cdot k$	$\sigma_{c,topp} = -4,06 \text{ MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 1,80 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,topp} = 3,42 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 82,42 \text{ MPa}$ $N_{langs,skjær} = 1808,1 \text{ kN}$
Svinntøyning	
Stivhet, k	$\sigma_{c,topp} = -0,38 \text{ MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 0,95 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,topp} = -29,04 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 7,39 \text{ MPa}$ $N_{langs,skjær} = 456,2 \text{ kN}$
Stivhet, $1000 \cdot k$	$\sigma_{c,topp} = -0,44 \text{ MPa}$ $\sigma_{c,bunn} = 1,12 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,topp} = -34,26 \text{ MPa}$ $\sigma_{a,bunn} = 8,60 \text{ MPa}$ $N_{langs,skjær} = 540,5 \text{ kN}$

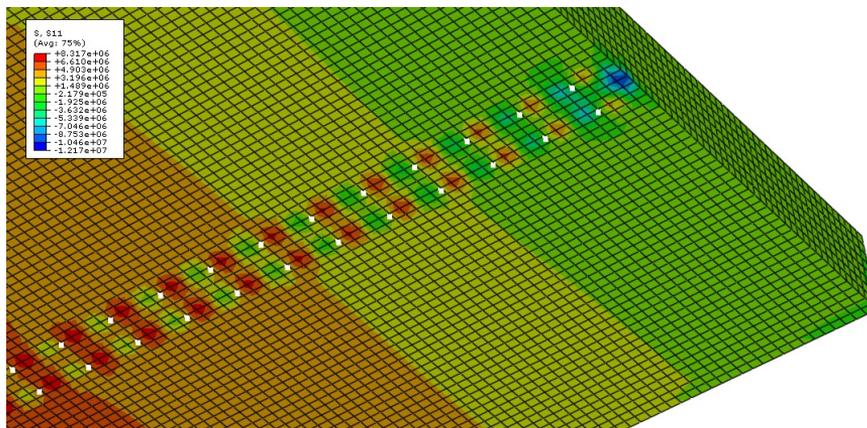
TABELL 10.11: SPENNINGER OG LANGSGÅENDE SKJÆR VED LINEÆR REDUKSJON AV STÅLPROFILETS STEG

10.6 Riss

En analyse med antatt urisset tversnitt (se avsnitt 3.5.1) gjennomføres for å bestemme virkningen av riss. Tabell 10.1 gir midlere aksialtrekkfasthet $f_{ctm} = 3,8 \text{ MPa}$. Av testmodellen i Abaqus leses strekkspenningene i nedre del av betongplaten i bjelkens midtspenn til ca. $5,5 \text{ MPa}$. Ved å ta med svinn- og temperatureffekter kan maksimalt 1 MPa legges til nedre del av bjelken. Høyest opp-tredende strekkspenning vil ligge under $2 \cdot f_{ctm}$ og videre reduksjon av betongens stivhet $E_a I_1$ er ikke nødvendig.

Betongen rundt dyblene har i konsentrerte områder økning i strekkspenninger,

se figur 10.12. Maksimal strekkspenning målt for betongen rundt dyblene ved opplagrene vil ligge rundt 8MPa . Til tross for at denne spenningen krever reduksjon av tverrsnittets stivhet vil det ikke være nødvendig siden den påvirker et så lite område.



FIGUR 10.12: AKSIELLE STREKKSPENNINGER I BETONPLATENS UNDERKANT

10.7 Hovedmodell

Etter verifikasjon av testmodellens oppbygning modelleres en hovedmodell på samme måte. For å ha sammenlignbare resultater må hovedmodellen kjøres med både fullstendig og delvis samvirke. Grunnet manglende formelverk for aktuelle lasttilfeller og geometri av modellen gjøres det bare håndberegninger for fullstendig samvirke. Som et resultat av dette vil numeriske resultater for delvis samvirke være usikre, og kan ikke verifiseres med det formelverket som er brukt i denne oppgaven.

10.7.1 Fullstendig samvirke

10.7.1.1 Forenklet Temperaturmodell

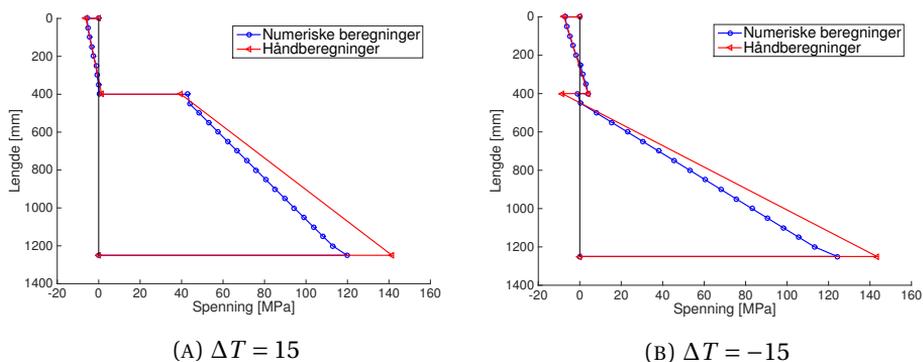
Resultater fra forenklet temperaturmodell vises i tabell 10.12

ΔT	Håndberegninger	Numeriske beregninger
-15	$\sigma_{c,topp} = -7,56MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 3,96MPa$ $\sigma_{a,topp} = -8,49MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 146,35MPa$	$\sigma_{c,topp} = -7,03MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 3,98MPa$ $\sigma_{a,topp} = -1,6MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 124,23MPa$
15	$\sigma_{c,topp} = -6,19MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 1,42MPa$ $\sigma_{a,topp} = 39,69MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 141,47MPa$	$\sigma_{c,topp} = -5,63MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 1,20MPa$ $\sigma_{a,topp} = 43,31MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 119,73MPa$

TABELL 10.12: SPENNINGSFORDELING - FULLSTENDIG SAMVIRKE: FORENKLET TEMPERATURMODEL

Fra resultatene ser en at spenningsverdier i betongplaten stemmer godt overens, men i stålprofilet øker feilen med økende avstand fra nøytralaksen.

Spenningsfordelinger vises i figur 10.13.



FIGUR 10.13: SPENNINGSFORDELING - FULLSTENDIG SAMVIRKE: FORENKLET TEMPERATURMODEL

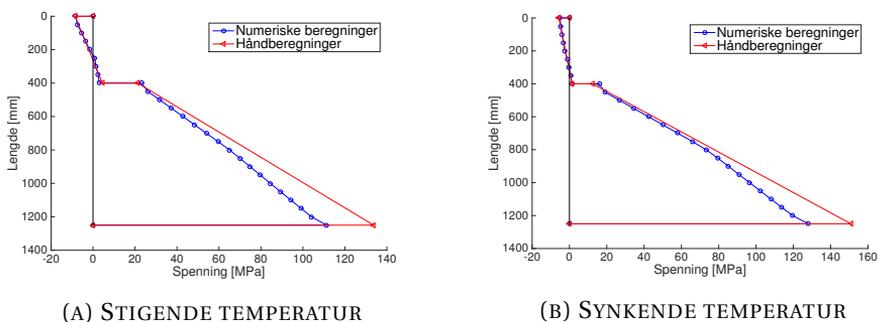
10.7.1.2 Normal Temperaturmodell

I tabell 10.13 følger resultater fra forenklet temperaturmodell.

Det gjøres samme observasjon som for forenklet temperaturmodell, spenningsverdier i platen stemmer godt, men feilen øker i stålprofilet. Spenningsfordeling i tverrsnittet vises i figur 10.14.

Temperatur	Håndberegninger	Numeriske beregninger
Synkende	$\sigma_{c,topp} = -5,73MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 1,43MPa$ $\sigma_{a,topp} = 12,46MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 150,91MPa$	$\sigma_{c,topp} = -5,02MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 1,36MPa$ $\sigma_{a,topp} = 15,96MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 128,01MPa$
Stigende	$\sigma_{c,topp} = -8,53MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 4,45MPa$ $\sigma_{a,topp} = 21,26MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 133,68MPa$	$\sigma_{c,topp} = -8,34MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 3,02MPa$ $\sigma_{a,topp} = 23,20MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 111,25MPa$

TABELL 10.13: SPENNINGSFORDELING - FULLSTENDIG SAMVIRKE: NORMAL TEMPERATURMODEL



FIGUR 10.14: SPENNINGSFORDELING - FULLSTENDIG SAMVIRKE: NORMAL TEMPERATURMODEL

10.7.2 Delvis samvirke

10.7.2.1 Forenklet Temperaturmodell

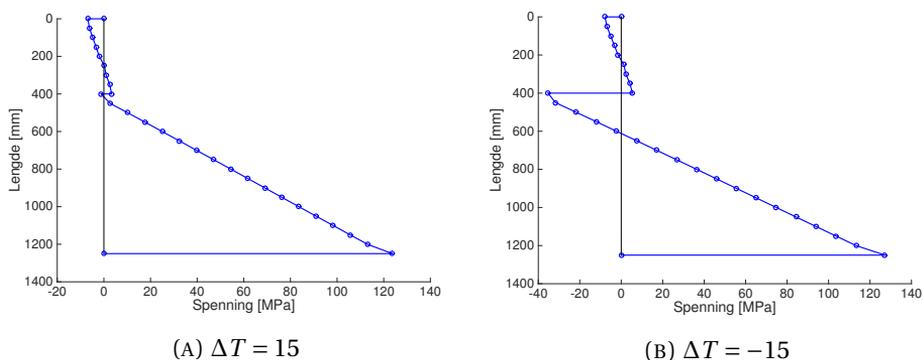
Langsgående spenning

Tabell 10.14 viser resultater fra numeriske beregninger.

Resultatene viser som ventet at spenninger i karakteristiske punkter øker ved delvis samvirke. Spenningsfordelingen i tverrsnittet vises i figur 10.15.

ΔT	Numeriske beregninger
-15	$\sigma_{c,topp} = -7,83 MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 5,41 MPa$ $\sigma_{a,topp} = -35,31 MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 127,16 MPa$
15	$\sigma_{c,topp} = -6,89 MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 3,30 MPa$ $\sigma_{a,topp} = -1,18 MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 123,69 MPa$

TABELL 10.14: SPENNINGSFORDELING - DELVIS SAMVIRKE: FORENKLET TEMPERATURMODELL

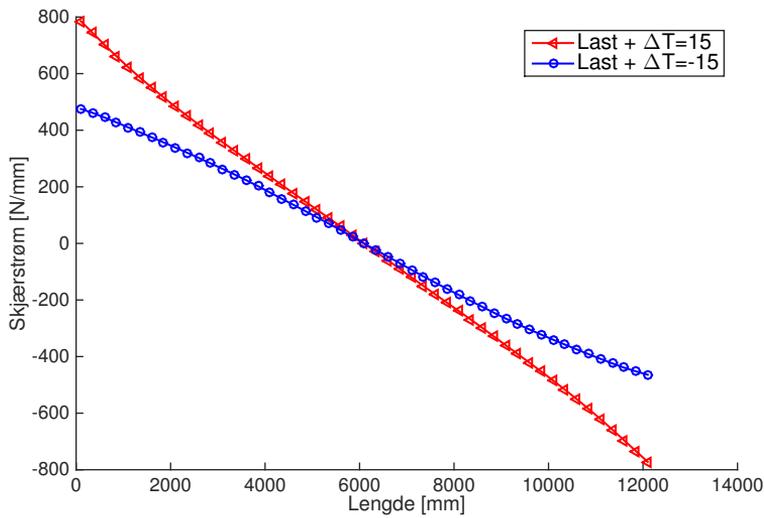


FIGUR 10.15: SPENNINGSFORDELING - DELVIS SAMVIRKE: FORENKLET TEMPERATURMODELL

Langsgående skjærstrøm

Fordeling av skjærstrøm over platelengden sees i figur 10.16.

En ser at skjærstrømmen som overføres av dyblene er størst ved stigende temperatur.



FIGUR 10.16: SPENNINGSFORDELING - DELVIS SAMVIRKE: SKJÆRSTRØM FORENKLET TEMPERATURMODELL

10.7.2.2 Normal Temperaturmodell

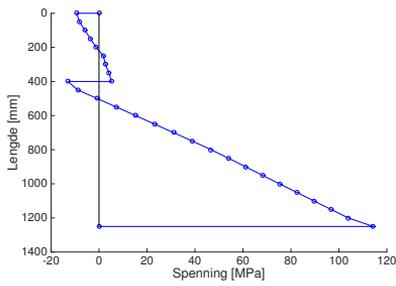
Langsgående spenning

Spenninger vises i tabell 10.15.

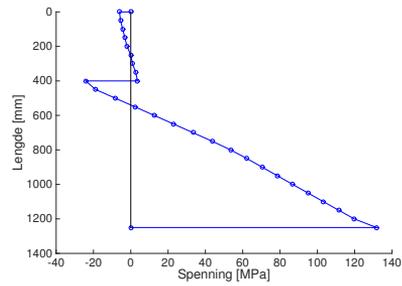
Temperatur	Numeriske beregninger
Synkende	$\sigma_{c,topp} = -6,07MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 3,57MPa$ $\sigma_{a,topp} = -24,17MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 131,74MPa$
Stigende	$\sigma_{c,topp} = -9,34MPa$ $\sigma_{c,bunn} = 5,16MPa$ $\sigma_{a,topp} = -12,96MPa$ $\sigma_{a,bunn} = 114,29MPa$

TABELL 10.15: SPENNINGSFORDELING - DELVIS SAMVIRKE: NORMAL TEMPERATURMODELL

Her observeres det samme som i avsnitt 10.7.2.1, spenningsverdiene for temperaturmodellen er høyere ved delvis samvirke enn ved fullstendig samvirke. I figur 10.17 vises spenningsfordelingen i tverrsnittet.



(A) STIGENDE TEMPERATUR

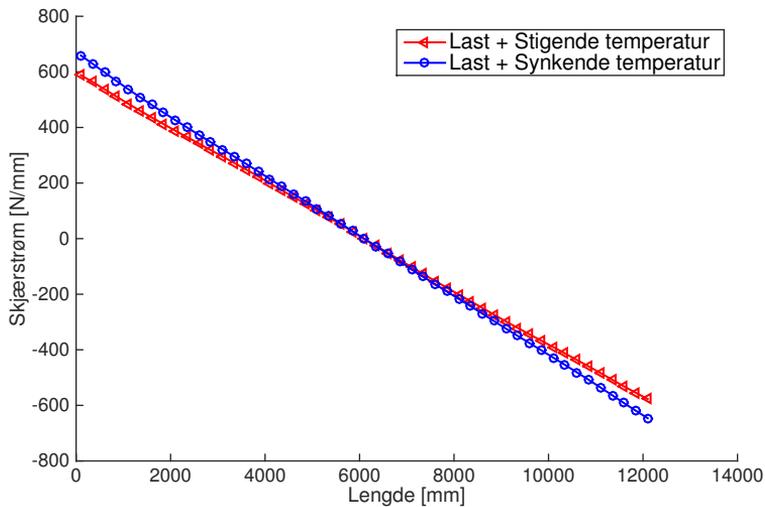


(B) SYNKENDE TEMPERATUR

FIGUR 10.17: SPENNINGSFORDELING - DELVIS SAMVIRKE: NORMAL TEMPERATURMODEL

Langsgående skjærstrøm

Fordeling av skjærstrøm sees i figur 10.18.



FIGUR 10.18: SPENNINGSFORDELING - DELVIS SAMVIRKE: SKJÆRSTRØM FORENKLET TEMPERATURMODEL

Her ser en at skjærstrømmen dyblene overfører ikke varierer mye for stigende og synkende temperaturer.

Kapittel 11

Diskusjon

11.1 Kryp og svinn

Sammenligning av spenningsfordelinger ved kryp (figur 10.9) og svinn (figur 10.10) for snitt A-A i Loftesnes bru gir motsettede retninger på spenningene i betongen. Effekten av kryp vil gi strekk i toppen av betongen som blir redusert av trykket fra svinnet og andre laster (egenlast, trafikklast). I bunnen av betongen vil kryp redusere strekkspenningene. Dette gjør at faren for opprissing i betongen minker på grunn av kryp.

Situasjonen i stålet er mindre gunstig, her virker spenningene fra svinn og kryp i samme retning. Dette gir et maksimalt trykk på omtrent 36 MPa i toppen av stålet. Ved fullstendig samvirke vil ikke spenningen være et stort problem. Dette grunnet de lave spenningene ved påsatt last (vedlegg D) og faktumet at stålet har strekkspenninger over hele tverrsnittet. Ved delvis samvirke har en eksisterende trykkspenninger fra last, og trykkspenninger fra svinn vil ha en vesentlig påvirkning av tverrsnittet.

Svinn vil føre til reduksjon i den langsgående skjærkraften for en pålastet samvirkebjelke. Verdien for total langsgående skjærkraft gitt i tabell 10.2 vil reduseres med oppimot en tredjedel ved introduksjon av svinn. Betongens kryp

vil også gi lavere langsgående skjærkraft, men i mindre skala.

11.2 Sammenligning av modeller og regnemetoder

Håndregningen baserer seg på to antagelser; delvis og fullstendig samvirke. Verdiene for spenning og langsgående skjær ved delvis samvirke konverger mot verdier for fullstendig samvirke når $k \rightarrow \infty$. Dette bekreftes i kapittel 10.5.2 og 10.4 og styrker modellenes gyldighet.

Sammenligning av numeriske beregninger og håndberegninger gjort i avsnitt 10.4 gir god overensstemmelse tross feilkilder. Spenningsverdiene er generelt sett like men skiller seg i overgangen mellom betong og stål. Dette kan komme av at for stålprofilet er den modellerte geometrien brukt i numeriske beregninger ikke eksakt lik geometrien i håndberegninger.

Når delvis samvirke antas vil stivheten dyblene fordeles på flaten som tilsvarer senteravstanden c/c mellom to dybler. Til tross for dette blir den totale skjærkraften relativt lik. Forskjellen minker ved økning i stivhet. Fordelingen av skjærkraften stemmer godt, spesielt i tilfellet hvor heft mellom stål og betong fjernes i testmodellen (kapittel 10.4). Se figur 10.5. Enkel rad med dybler ga ingen merkbare endringer i spenning. En modell med stivheten fordelt på flere dybler ville mest sannsynlig gitt best overensstemmelse med håndberegningene.

Begge modeller i Abaqus tar i motsetning til ved håndberegninger hensyn til heft. Påvirkningen heften hadde på resultatene var neglisjerbar. Dette bekrefter teorien fra kapittel 5.4. Heft brytes ved høyere lasttilfeller og kan ikke opprettes igjen etter brudd. Den totale langsgående skjærkraften endres minimalt men distribusjonen er mer lik delvis samvirke, som i figur 10.5.

11.3 Dyblenes påvirkning på resultater

Spenningsresultatene med forskjellige stivheter på dyblene illustrer overgangen fra delvis til fullstendig samvirke. Økning i stivhet gir en tøyingsfordeling lik den heltrukne linjen på figur 5.2. For lave stivheter ligner spenningsfordelingen mer den stiplede linjen. Modellene gjenspeiler denne effekten styrker deres gyldighet ytterligere.

Figurene i avsnitt 10.7.2.2 og 10.7.2.1 av skjærstrømmens fordeling viser at dyblene i endene er mest påkjent. Relativ glidning vil i tilfellet med jevnt fordelt last på $w = 100\text{ kN/m}$ (større påkjenning en lastene i vedlegg D) være på $s = 0,76\text{ mm}$ i enden. Dyblenes stivhet er regnet til $k = 52780\text{ N/mm}$. Den mest påkjente dybelen vil ta omtrent 40 kN , mindre enn en tredjedel av den utregnete kapasiteten (10.1). Antagelsen om lineær kraft forskyvningskurve i delvis samvirke formlene er dermed rimelig. I tillegg blir kapasiteten til dyblene bekreftet til å være godt innenfor.

Faren for brudd ved oppløft blir kontrollert. Hovedmodellen i Abaqus gir maksimal strekk i dyblene ved opplagerene på $2,2\text{ kN}$. Lasten er langt unna 10% av bruddstrekkfastheten til dyblene, regnet i ligning (10.1). Videre tiltak er dermed ikke nødvendig ved dimensjonering.

11.4 Numeriske beregninger av hovedmodell

Ved sammenligning av tabellene 10.12 og 10.13 ved fullstendig samvirke, ser en at spenninger i betongplaten har god overenstemmelse, men i overgangen til stålprofilet observeres det en feil i toppflensen som øker mot bunnflensen. Dette kan sees igjen i figurene 10.13 og 10.14, hvor en klart ser at stigningstallet til spenningen gjennom stålprofilet er vesentlig lavere ved de numeriske beregningene.

En konsekvens av dette er at resultatene fra de numeriske beregningene ved delvis samvirke i beste fall er usikre, da det også er vanskelig å si eksakt hva denne feilen kommer av.

For de to ulike modelleringsmetodene av temperatur ses det først på den isolerte effekten hver enkelt metode har på tverrsnittet, som vist i kapittel 10.4.

Temperaturmodellene har skaper samme spenningsfordeling i testmodellen og i hovedmodellen. Fra figurene 10.6 og 10.7 kan en observere at synkende temperatur er kritisk for modellen, da spenningsfordelingen for både forenklet og normal temperaturmodell viser trykk i øvre flens og strekk i nedre flens. Dette gir en negativ effekt på bæreevnen til en fritt opplagt bjelke. Spenningsfordelingen er mest gunstig ved stigende temperatur i den normale temperaturmodellen vist i figur 10.7a. Her har en trykk og strekk i henholdsvis nedre og øvre flens, dette har positive effekter for bæreevnen til en fritt opplagt bjelke.

Hvis det forutsettes fullstendig samvirke, ser en at spenningsfordelingene for både forenklet og normal metode er gunstige, med strekk i hele stålprofilen, og trykk i betongen. I dette tilfellet har temperaturspenningene ikke stort å si for helhetsinntrykket av spenningsfordelingen i samvirketverrsnittet. Det er verdt å merke seg at det er forskjeller i karakteriske spenninger i hver modell, der spenning i bunnflens i den normale temperaturmodellen ved synkende temperatur (10.14b) er kritisk.

Ved delvis samvirke, kan en observere at temperaturspenningene har større innvirkning på den totale spenningsfordelingen. Dette gjelder spesielt ved den øvre flensen fordi en ikke lenger har full interaksjon mellom betongplaten og stålprofilen. Dette resulterer i trykkspenninger i øvre flens. For delvis samvirke kan en også sammenligne skjærstrømmen som overføres av de duktile dyblene. I figur 10.16 ser en at for en forenklet temperaturmodell er skjærstrømmen som må overføres større en for en normal temperaturmodell, vist i figur 10.18. Dette er en naturlig konsekvens av at den forenklete temperaturmodellen skaper

diskontinuerlige tøyninger mellom stålprofilet og betongplaten, som vil ha en negativ effekt på skjærstrømmen som må overføres ved $\Delta T = 15$.

Kapittel 12

Konklusjon

I denne masteroppgaven er det gjort håndberegninger og numeriske beregninger for samvirkebruer, ved antatt fullstendig og delvis samvirke. Hensikten er å se på sentrale problemstillinger ved beregninger, i tillegg til å etablere en numerisk modell som best mulig kan gjenskape resultater fra beregningene.

Under arbeid med håndberegningene er det funnet feil i kompendiet "Samvirkekonstruksjoner i stål og betong". Disse feilene rettes i rapporten. Det er også brukt mye tid på å sette seg inn i beregningsmetoder for delvis samvirke, som ikke dekkes i det nevnte kompendiet. Ved sammenligning av beregningene gjort med antagelse om fullstendig eller delvis samvirke kommer en til følgende konklusjoner. Resultater fra beregninger av delvis samvirke konvergerer mot resultater funnet fra beregning av fullstendig samvirke dersom en angir en kunstig høy dybelstivhet. Den klare forskjellen på spenningsfordelingen ved delvis samvirke kontra fullstendig samvirke gjør at ved antatt delvis samvirke er modellen mer sensitiv til sekundære effekter som gir trykk i øvre del av stålprofilen. Disse effektene inkluderer temperaturlast og svinn i betongen. Temperaturlast er tatt med i numeriske beregninger, men svinn utelates.

Ved valg av elementer gir en kombinasjon av volum- og skallelementer gode

resultater. Resultater viser en klar tendens, at volumelementene i betongplaten gir resultater som stemmer bedre overens med håndberegninger enn skallelementener gjør. Modellering av dybler som punktbaserte fester viser gode resultater for vurdering av bjelken i sin helhet. Spenninger i tverrsnittet og skjærstrøm som overføres av dybler viser god overensstemmelse med resultater fra håndberegninger.

Basert på resultater fra beregninger gjort for hånd og numerisk kan en si at det er vanskelig å opprette en numerisk modell som gjengir eksakte resultater gjort i håndberegninger.

12.1 Forslag til videre arbeid

Gjennom arbeid med rapporten knyttet til beregningsmetoder for samvirkebruer er det flere interessante problemstillinger som har dukket. Her følger en liste av forslag til videre arbeid:

Samvirke i flere retninger

Beregningsmetoder, analyser og eksperiment ved samvirke i to retninger kan være interessant da dette ikke er dekket godt av standarder.

Analyser av mer kompleks modell

En modell med ikke-lineær materialoppførsel og mer realistisk modellering av dybler vil være interessant hvis dette kobles med eksperimenter på ulike detaljer i en samvirkebjelke, for eksempel skjærtester på dybler i betong.

Bibliografi

- [1] Bibiloni, J. (2011). Shear connectors in steel and concrete. NTNU Project.
- [2] Collings, D. (2013). *Steel-Concrete Composite Bridges - Designing with Eurocodes*. ICE Publishing.
- [3] Den europeiske standardiseringsorganisasjonen (2003). Eurokode 1: Laster på konstruksjoner — Del 1-5: Allmenne laster — Termiske påvirkninger. NS-EN 1991-1-5:2003+NA:2008, Den europeiske standardiseringsorganisasjonen.
- [4] Den europeiske standardiseringsorganisasjonen (2004). Eurokode 4: Prosjektering av samvirkekonstruksjoner av stål og betong — Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger. NS-EN 1994-1-1:2004+NA:2009, Den europeiske standardiseringsorganisasjonen.
- [5] Den europeiske standardiseringsorganisasjonen (2005). Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner — Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger. NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008, Den europeiske standardiseringsorganisasjonen.
- [6] Den europeiske standardiseringsorganisasjonen (2008). Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner — Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger. NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008, Den europeiske standardiseringsorganisasjonen.

- [7] Esam, S. (2014). *Beregninger for samvirkebruer*. Master's thesis, NTNU.
- [8] ESOCAET (2012). *Locking*. URL: <http://www.esocaet.com/wikiplus/index.php/Locking>.
- [9] J.G. Ollgaard, R. S. and Fisher, J. (2003). Shear strength of stud connectors in lightweight and normal-weight concrete. Technical report, American Institute of Steel Construction.
- [10] Johnson, R. (2004). *Composite Structures of Steel and Concrete*. Blackwell Pub.
- [11] Larsen, P. K. (2011). *Samvirkekonstruksjoner i stål og betong*. NTNU: Institutt for konstruksjonsteknikk.
- [12] Nelson Stud Welding, I. (2014). *General Information for Stud Welding Studs*. URL: <http://www.nelsonstud.com/cat-pdf/generalinfo.pdf>.
- [13] Oehlers, D. and Coughlan, C. (1986). The shear stiffness of stud shear connections in composite beams. *Journal of Constructional Steel Research*, 6(4):273—284.
- [14] SIMULIA (2014). *Abaqus Analysis User's Guide v6.14*. URL: <http://ivt-abaqusdoc.ivt.ntnu.no:2080/v6.14/books/usb/default.htm>.
- [15] Slobodan Ranković, D. D. (2002). Static strength of the shear connectors in steel-concrete composite beams - regulations and research analysis. *Architecture and Civil Engineering*, 2(4):251—259.
- [16] Sørensen, S. I. (2011). *Betongkonstruksjoner*. Tapir Akademisk Forlag.
- [17] Vayas, I. and Iliopoulos, A. (2014). *Design of Steel-Concrete Composite Bridges to Eurocodes*. CRC Press.

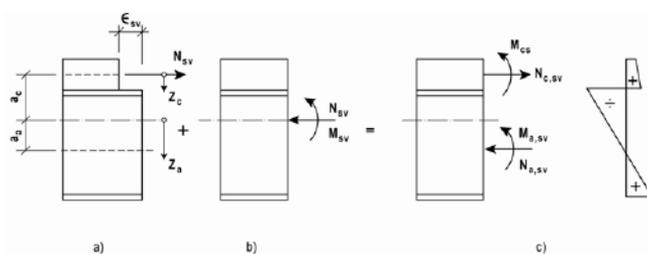
- [18] Vegdirektoratet (2009). Håndbok N400 — Bruprojektering. Håndbok N400, Vegdirektoratet.

Tillegg A

P.K Larsens kapittel om svinn

3.3.2 Kryp- og svinnspenninger

Kryp i betongen er en tidsavhengig deformasjon som er en funksjon av betongens alder ved pålasting og lastenes tidsvariasjon. Svinnet i betongen skyldes herdeprosessen og kan betraktes som lastuavhengig. I lastvirkningsanalysen kan begge fenomener betraktes som en initiell tøyning, og i det følgende tas utgangspunkt i tilfellet svinn.



Figur 23 Beregningsmodell for svinn

I en samvirkebjelke oppstår det relative deformasjoner mellom betong og stålprofil som setter opp indre spenninger og deformasjoner i bjelken. Beregningsmessig løses dette ved at betongplate og stålprofil antas å være frikoblet fra hverandre, slik at det oppstår en tøyningdifferanse ϵ_{sv} mellom delene. For å opprette kompatibilitet mellom betong og stål settes på en strekkraft $N_{sv} = \epsilon_{sv} A_c E_c$ på betongplaten, tilstand a i figur 23. Da svinnet ikke fører til ytre krefter i en statisk bestemt konstruksjon, må man for å opprettholde likevekt sette på den

FIGUR A.1: KRAFT- FORSKYVNINGSKURVE FOR DYBLER

samme kraften N_{sv} i samvirkebjelkens nøytralakse samt et moment $M_{sv} = N_{sv}a_c$, se tilstand b i figuren. A_c er det effektive betongareal og a_c er avstanden mellom betongens og samvirkebjelkens arealsenter. I beregningsmodellen antas at betongen tar strekk, og modulforholdet n_{sv} tar hensyn til svinnet. Den endelige spenningstilstanden i samvirkebjelken finnes ved å addere spenningene fra tilfelle a og b. I slutttilstanden kan aksialkraften og momentet fordeles på de to tverrsnittsdelenes som vist i tilfelle c, og den endelige spenningsfordelingen blir som vist.

Svinnkraften og svinnmomentet kan uttrykkes som

$$N_{sv} = \varepsilon_{sv} A_c E_c = \varepsilon_{sv} \frac{1}{n_{sv}} A_c E_a$$

$$M_{sv} = N_{sv} a_c = \varepsilon_{sv} \frac{a_c}{n_{sv}} A_c E_a$$

Primærspenningene på grunn av svinnet i et hvilket som helst punkt i henholdsvis stålprofil og betongplate kan dermed bestemmes

$$\sigma_{a,sv} = -\frac{N_{sv}}{A_a} + \frac{M_{sv}}{I} z_a \quad (28)$$

$$\sigma_{c,sv} = \frac{N_{sv}}{A_c} - \frac{N_{sv}}{n_{sv} \cdot A} - \frac{M_{sv}}{n_{sv} \cdot I} (a_c - z_c) \quad (29)$$

Da snittkreftene i tilstand b) virker på det transformerte samvirketverrsnittet, må man innføre modulforholdet n_{sv} når betongspenningene skal beregnes.

Det kan også være aktuelt å uttrykke snittkreftene som virker på hver av tverrsnittsdelenes stål og betong. Momentet M_{sv} fordeles i henhold til forholdet mellom delenes bidrag \bar{I}_a og $\bar{I}_{c,ekv}$ til 2. arealmoment

$$M_{a,sv} = M_{sv} \frac{\bar{I}_a}{I} \quad (30)$$

$$M_{c,sv} = M_{sv} \frac{\bar{I}_c}{I} \quad (31)$$

Snittkreftene $N_{c,sv}$ og $N_{a,sv}$ finnes ut fra spenningene i de respektive arealsentra. Dette gir

$$N_{a,sv} = -N_{sv} \left(\frac{A_a}{A} - \frac{A_a}{I} a_a a_c \right) \quad (32)$$

$$N_{c,sv} = -N_{sv} \left(1 - \frac{A_c}{A} - \frac{a_c^2}{I} a_c \right) \quad (33)$$

Virkingen av kryp behandles ved hjelp av det samme formelverket, hvor ε_{sv} erstattes av kryptøyningen ε_k og modulforholdet n_{sv} av n_L .

FIGUR A.2: KRAFT- FORSKYVNINGSKURVE FOR DYBLER

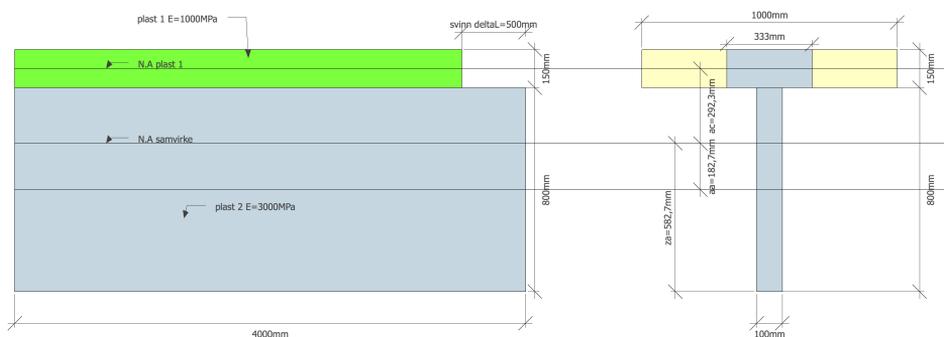
Tillegg B

Verifisering av svinn formler:

Regneeksempel

For å verifisere formlene følger et enkelt regneeksempel. Alle endringene i svinnkapittelet til kompendiet vil bli utledet her. Forhåpentligvis vil det også gi et dypere innblikk i mekanikken bak formlene.

En samvirkebjelke mellom to fiktive elementer med elastisitetsmodul $E = 1000\text{MPa}$ og $E = 3000\text{MPa}$ er illustrert under.



FIGUR B.1: REGNEEKSEMPEL SVINN

Lengde og tverrsnitts mål er gitt av figurene B.1. Den øverste komponenten svinner (selv om svinn er en sammentrekning av betong vil det samme uttrykket bru-

kes i regneeksempelet) en avstand $\Delta L = 500\text{ mm}$.

Dette gir svinntøyning $\epsilon_{sv} = \frac{500}{4000} = 0,125$, modulforhold $n_{sv} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{3}$ (for enkelhetsskyld brukes ikke modulært forholdstall for kryp med $\psi = 0,55$ selv om det hadde vært rett å bruke ved et slikt eksempel), $A_1 = 150000\text{ mm}^2$, $A_{1,ekv} = \frac{A_1}{n_{sv}} = 50000\text{ mm}^2$, $A_2 = 80000\text{ mm}^2$, $A = 130000\text{ mm}^2$. Samvirkets nøytralakse finnes (fra bunnen av profilet) til

$$\begin{aligned} z_a &= \frac{A_{1,ekv}(h_2 + 0,5h_1) + A_2(0,5h_2)}{A} \\ &= \frac{50000 \cdot (800 + 75) + 80000 \cdot 400}{130000} = 582,6923\text{ mm} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Samvirkets andre arealmoment finnes så

$$\begin{aligned} I &= \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \frac{1000 \cdot 150^3}{3 \cdot 12} + 50000 \cdot (875 - 582,6923)^2 + \frac{100 \cdot 800^3}{12} + A_2 \cdot (582,6923 - 400)^2 \\ &= 4365714500 + 6937009867 = 1,130272437 \cdot 10^{10} \quad (\text{B.2}) \end{aligned}$$

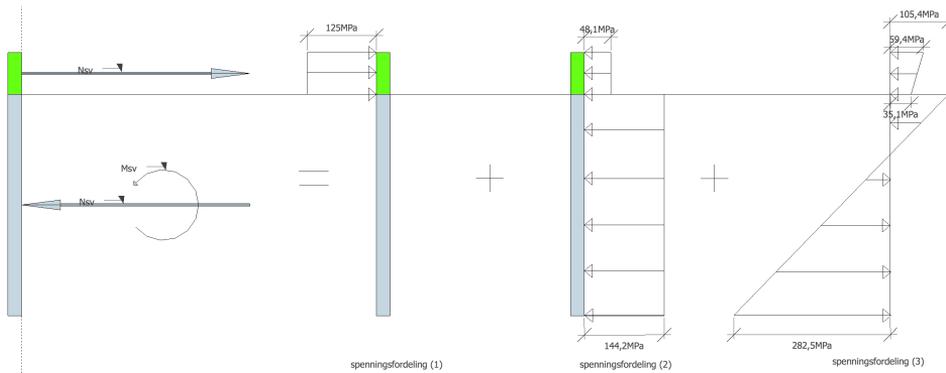
Videre finnes kreftene som virker på tversnittet. Den initielle svinnkraften i element 1

$$N_{sv} = \sigma_1 A_1 = \epsilon_{sv} E_1 A_1 = 0,125 \cdot 1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 150000\text{ mm}^2 = 18750\text{ kN} \quad (\text{B.3})$$

Som beskrevet tidligere må det settes på en like stor og motsatt rettet kraft N_{sv} i samvirkets nøytralakse og et moment $M_{sv} = N_{sv} a_1 = 18750\text{ kN} \cdot 0,2923\text{ m} = 5480,625\text{ kNm}$. Svinn gir ingen ytre krefter. Summen av kreftene i tversnittet må derfor være lik null.

De 3 kreftene som virker vil gi spenningsfordelinger som vist på figuren under.

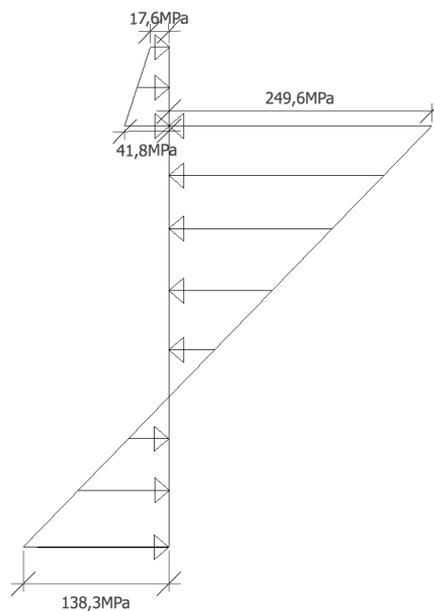
$$(1) \sigma_1 = \frac{N_{sv}}{A_1} = 125 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



FIGUR B.2: SPENNINGER VED DE FORSKJELLIGE KREFTENE

$$(2) \sigma_1 = \frac{N_{sv}}{A \cdot n_{sv}} = -48,0769 \frac{N}{mm^2}, \sigma_2 = \frac{N_{sv}}{A} = -144,2308 \frac{N}{mm^2}$$

$$(3) \sigma_{1,topp} = \frac{M_{sv}}{I \cdot n_{sv}} \cdot -367,3 mm = -59,3672 \frac{N}{mm^2}, \sigma_{1,overgang} = \frac{M_{sv}}{I \cdot n_{sv}} \cdot -217,3 mm = -35,1225 \frac{N}{mm^2}, \sigma_{2,overgang} = \frac{M_{sv}}{I} \cdot -217,3 mm = -105,3675 \frac{N}{mm^2}, \sigma_{2,bunn} = \frac{M_{sv}}{I} \cdot 582,7 mm = 282,5478 \frac{N}{mm^2}$$



FIGUR B.3: TOTAL SPENNINGSFORDELING

For materialet 1 finner vi lokal aksialkraft og moment i nøytralaksen til

$$N_{1,sv} = \sigma_{1,middel} A_c = \left(17,5559 + \frac{41,8006 - 17,5559}{2} \right) \frac{N}{mm^2} \cdot 150000 mm^2 = 4451,7375 kN \approx 4451,50 kN \quad (B.4)$$

$$M_{1,sv} = \frac{41,8006 - 17,5559}{2} \frac{N}{mm^2} \cdot 75 mm \cdot 1000 mm \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 150 mm \right) = 45,459 kNm \quad (B.5)$$

For materialet 2 finner vi $\sigma_{2,middel}$ ved hjelp av bidraget fra momentet (3) og aksialkraften (2).

$$\sigma_{2,middel} = 144,2308 \frac{N}{mm^2} - \frac{M_{sv}}{I} 182,7 mm = 55,6406 \frac{N}{mm^2} \quad (B.6)$$

$$N_{2,sv} = \sigma_{2,middel} A_2 = 55,6406 \frac{N}{mm^2} \cdot 80000 mm^2 = 4451,2510 kN \approx 4451,50 kN \quad (B.7)$$

$$M_{2,sv} = \sigma_{2,middel} + \sigma_{bunn,tot} \frac{N}{mm^2} \cdot 100 mm \cdot 400 mm \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 800 mm \right) = 2068,8821 kNm \quad (B.8)$$

Legges kreftene i 1 og 2 sammen fås null moment og aksialkraft i tversnittet (medregnet litt desimalfeil i utregning). Bytte av indeks c med 1 og a med 2 gir $N_{c,sv} = N_{1,sv} = 4451,73 kN \approx 4451,50 kN$ og $N_{a,sv} = N_{2,sv} = -4451,25 kN \approx -4451,50 kN$ ved aksialkraft ligningene (4.23) og (4.24). Dette bekrefter at de ligningene stemmer. Ligningene for moment i de respektive nøytralsenteren (4.25) og (4.26) gir ved samme indeksbytte

$$M_{1,sv} = \frac{M_{sv}}{I} I_1 = \frac{5480,625kNm}{1,130272437 \cdot 10^{10} mm^4} \frac{1000 \cdot 150^3}{3 \cdot 12} mm^4 = 45,459kNm \quad (B.9)$$

$$M_{2,sv} = \frac{M_{sv}}{I} I_2 = \frac{5480,625kNm}{1,130272437 \cdot 10^{10} mm^4} \frac{100 \cdot 800^3}{12} mm^4 = 2068,8782kNm \quad (B.10)$$

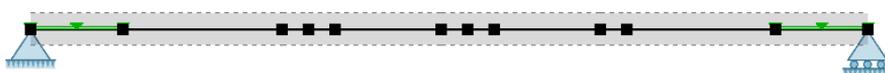
Siste leddet strykes i begge tilfellene på grunn av at tverrsnittet er symmetrisk om

$$\text{breddeaksen } \int_h z_1 dz = \int_h z_2 dz = 0.$$

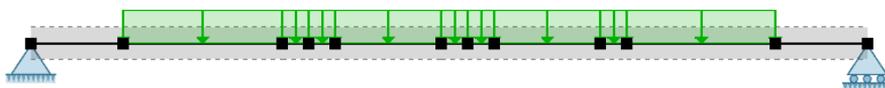
Momentene stemmer overens med utregnede verdier. Ved å ta kraftparet $N_{1,sv}$ og $N_{2,sv}$ multiplisert med armen og trekker fram momentene $M_{1,sv}$ og $M_{2,sv}$ blir $\Sigma M = 0$. Summen av kreftene i tverrsnittet er lik null.

Tillegg C

Loftesnes bru: Egenlast



FIGUR C.1: EGENLAST 1:STÅL



FIGUR C.2: EGENLAST 2:BETONG+STÅL+BELEGNING



FIGUR C.3: MOMENT: TOTAL EGENLAST

Tillegg D

Loftesnes bru: Laster

Jevnt fordelt egenlast i bruens bredderetning blir

$$q = \rho \cdot A \quad (\text{D.1})$$

hvor

ρ = tyngdetettheten til materialet
 A = tversnittets areal

For abaqus modellen plasseres lasten på stålets toppflens. Den jevnt fordelte lasten q fra ligning (D.1) må da divideres på flensens bredde, $b_{flens} = 0,4m$. Lastkombinasjon a fra tabell 7.1 blir dimensjonerende. Alle egenlaster multipliseres med en faktor på 1,2. For variable laster er faktoren 1,3. Størrelse og plassering på de forskjellige lastene leses henholdsvis av tabell D.3 og figur D.1.

stål	$\rho_a \cdot A_a = 3,24 \frac{kN}{m}$
betong	$\rho_c \cdot A_c = 40,00 \frac{kN}{m}$
belegning	$2,5 \frac{kN}{m^2} \cdot b_c = 10,00 \frac{kN}{m}$

TABELL D.1: EGENLASTENES KRAFT PER BREDDEMETER

hvor tyngdetettheten til armert normalbetong er hentet fra vegvesenet sin bru-

prosjekterings håndbok (5.3.2.1.4). For stål er massetettheten funnet fra ? til $7850 \frac{kg}{m^3}$ og multiplisert med tyngdeakselerasjonen $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$. Dimensjonerende belegningsvekt er gitt av Reinertsen. Den er satt til $2,5 \frac{kN}{m^2}$.

ganglast	$0,5 \cdot G \cdot b_c = 8,00 \frac{kN}{m}$
trafikklast	$\frac{p}{3m} \cdot b_c = 12,00 \frac{kN}{m}$

TABELL D.2: VARIABLE LASTERS KRAFT PER BREDDEMETER

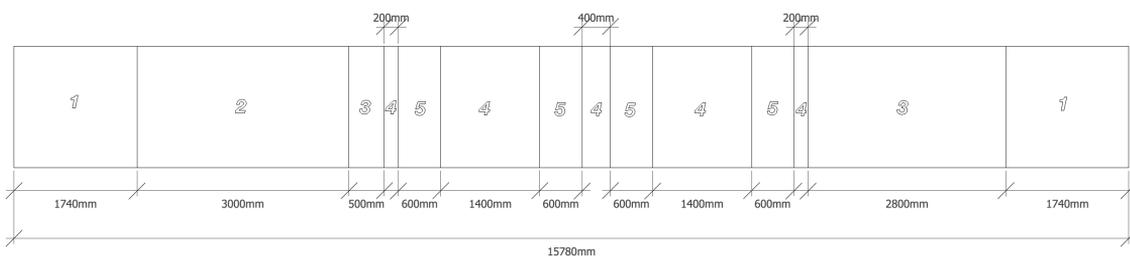
hvor verdiene er hentet fra kapittel 6.

Lastene opptrer i fem forskjellige kombinasjoner i bruens bredderetning. Disse er:

1	stål	$\frac{1,2 \cdot 3,24 \frac{kN}{m}}{b_{flens}} = 9,73 \frac{kN}{m^2}$
2	stål+betong+belegning+ganglast	$\frac{[1,2 \cdot (3,24 + 40,00 + 10,00) + 1,3 \cdot (8,00)] \frac{kN}{m}}{b_{flens}} = 185,72 \frac{kN}{m^2}$
3	stål+betong+belegning	$\frac{[1,2 \cdot (3,24 + 40,00 + 10,00)] \frac{kN}{m}}{b_{flens}} = 159,72 \frac{kN}{m^2}$
4	stål+betong+belegning+trafikklast	$\frac{[1,2 \cdot (3,24 + 40,00 + 10,00) + 1,3 \cdot (12,00)] \frac{kN}{m}}{b_{flens}} = 198,72 \frac{kN}{m^2}$
5	tilfelle 4+punktlast	$198,72 \frac{kN}{m^2} + 1,3 \cdot \frac{105kN}{0,6m \cdot 0,4m} = 767,47 \frac{kN}{m^2}$

TABELL D.3: LASTENE PÅ STÅLETS TOPPLENS

Plasseringen blir



FIGUR D.1: LAST KOMBINASJONENES FORDELING PÅ STÅLETS TOPPLENS

Tillegg E

Script: Elastisk beregning

```
%Elastisitetmoduler
Ea=2.1*10^5; % [N/mm^2]
Ec=36000; % [N/mm^2]
%Effekter av kryp
w=1.1; %krypmultiplikator
n=(Ea/Ec)*(1+(w*1.8987)); %modulært forholdstall
%Arealer
Aa=42128; % [mm^2]
Ac=1.6*10^6; % [mm^2]
Acekv=(Ac/n); % [mm^2]
A=Aa+Acekv; % [mm^2]
%Avstander mellom nøytralakser
a=662; % [mm]
aa=(Acekv/A)*a; % [mm]
ac=(Aa/A)*a; % [mm]
%Andre arealmoment
Ia=6857126251; % [mm^4]
Ic=(2.56*10^11)/12; % [mm^4]
Icekv=Ic/n; % [mm^4]
I=Ia+Icekv+((Aa*Acekv*a^2)/(A)); % [mm^4]
%Dimensjonerende moment
M=1879.9*10^6; % [Nmm]
%Spenninger betong
csigmatopp=((M)/(I*n))*-(ac+200); % [N/mm^2]
csigmabunn=((M)/(I*n))*-(ac-200); % [N/mm^2]
%Spenninger stål
asigmatopp=((M)/(I))*-(ac-200); % [N/mm^2]
asigmabunn=((M)/(I))*(aa+462); % [N/mm^2]
```

FIGUR E.1: SCRIPT: ELASTISK BEREGNING

Tillegg F

Script: Svinnberegninger ved fullstending samvirke

```
%Elastisitetsmoduler
Ea=2.1*10^5; % [N/mm^2]
Ec=36000; % [N/mm^2]
%Effekter av kryp
w=0.55; % [-]
n=(Ea/Ec)*(1+(w*1.8987)); % [-]
%Arealer
Aa=42128; % [mm^2]
Ac=1.6*10^6; % [mm^2]
Acekv=(Ac/n); % [mm^2]
A=Aa+Acekv; % [mm^2]
%Avstander mellom nøytralakser
a=662; % [mm]
aa=(Acekv/A)*a; % [mm]
ac=(Aa/A)*a; % [mm]
%Andre arealmoment
Ia=6857126251; % [mm^4]
Ic=(2.56*10^11)/12; % [mm^4]
Icekv=Ic/n; % [mm^4]
I=Ia+Icekv+((Aa*Acekv*a^2)/(A)); % [mm^4]
%Svinntøyning
esv=2.164*10^(-4); % [-]
%krefter i samvirkets nøytralakse
Nsv=esv*Ac*Ea/n; % [N]
Msv=Nsv*ac; % [Nmm]
```

FIGUR F.1: SCRIPT:SVINNBREGNINGER VED FULLSTENDING SAMVIRKE

```

%krefter/momenter i betongens og stålets nøytralakse
Ncsv=Nsv*(1-(Acekv/A)-((Acekv*ac^2)/(I))); % [N]
Nasv=Nsv*(-(Aa/A)+((ac*aa*Aa)/(I))); % [N]
Masv=Msv*(Ia/I); % [Nmm]
Mcsv=Msv*(Ic/(n*I)); % [Nmm]
%spenninger betong
csigmatopp=(Ncsv/Ac)-(Mcsv/Ic)*200; % [N/mm^2]
csigmabunn=(Ncsv/Ac)+(Mcsv/Ic)*200; % [N/mm^2]
%spenninger stål
asigmatopp=(Nasv/Aa)-(Masv/Ia)*462; % [N/mm^2]
asigmabunn=(Nasv/Aa)+(Masv/Ia)*462; % [N/mm^2]

```

FIGUR F.2: SCRIPT:SVINNBREGNINGER VED FULLSTENDING SAMVIRKE

Tillegg G

Script: Beregninger ved delvis samvirke

```
%halve lengden av bru  
L=6150; % [mm]  
%Elastisitetsmoduler  
Ea=2.1*10^5; % [N/mm^2]  
Ec=36000; % [N/mm^2]  
%Effekter av kryp  
ww=0; % [-]  
n=(Ea/Ec)*(1+(ww*1.8987)); % [-]  
%Arealer  
Aa=42128; % [mm^2]  
Ac=1.6*10^6; % [mm^2]  
%Avstand mellom nøytralakser  
a=662; % [mm]  
%Andre arealmoment  
Ia=6857126251; % [mm^4]  
Ic=2.133333*10^10; % [mm^4]  
I0=(Ic/n)+Ia; % [mm^4]  
%Konstanter  
deltAo=(n/Ac)+(1/Aa); % [mm^-2]  
deltAm=(a^2)+(I0*deltAo); % [mm^2]  
%Jevnt fordelt last  
w=100; % [N/mm]  
%Svinntøyning  
epsilon=0.0002162; % [-]  
%Dyblenes stivhet  
k=52780*2; % [N/mm]
```

FIGUR G. 1: SCRIPT:BEREGNINGER VED DELVIS SAMVIRKE

```

%Avstanden mellom dyblene (c/c)
p=250; % [mm]
%Konstanter
beta1=((p*a)/(k*deltAm));
alpha21=((k*deltAm)/(p*Ea*I0));
alpha1=sqrt(alpha21);
x=(0:L); % plasseringen i bjelken
for i=1:L+1
%Forksyvningen mellom stålet og betongen
s1(i)=(beta1*w*x(i))-((beta1*w)+(epsilon))
/(alpha1*cosh(alpha1*L))*sinh(alpha1*x(i)); % [mm]
%Den langsgående skjærkraften
Vl1(i)=(k/p)*s1(i); % [N/mm]

K=((k*a)/(p*Ea*I0))*((0.5*beta1*w*x(L+1)^2)-
(((beta1)*w+(epsilon))/(alpha1*cosh(alpha1*L)))
*(cosh(alpha1*x(L+1)))/(alpha1))
-((0.5*w*x(L+1)^2)/(Ea*I0)); % konstant
phi1(i)=((k*a)/(p*Ea*I0))*((0.5*beta1*w*x(i)^2)-
(((beta1)*w+(epsilon))/(alpha1*cosh(alpha1*L)))
*(cosh(alpha1*x(i)))/(alpha1))-((0.5*w*x(i)^2)
/(Ea*I0))-K; % rotasjonsvinkelen
end
%Momentene
Ma=phi1(1)*Ea*Ia; % [Nmm]
Mc=phi1(1)*(Ea/n)*Ic; % [Nmm]
%total skjærkraft blir
tVl1=sum(Vl1) % [N]
%Spenninger betong|
csigmatopp=-(tVl1/Ac)-(Mc/Ic)*200 % [N/mm^2]
csigmabunn=-(tVl1/Ac)+(Mc/Ic)*200 % [N/mm^2]
%Spenninger stål
asigmatopp=(tVl1/Aa)-(Ma/Ia)*462 % [N/mm^2]
asigmabunn=(tVl1/Aa)+(Ma/Ia)*462 % [N/mm^2]

```

FIGUR G.2: SCRIPT:BEREGNINGER VED DELVIS SAMVIRKE

Tillegg H

Script: Beregninger ved delvis samvirke og stegreduksjon

```
%halve lengden av bruene
L=6150; % [mm]
%Elastisitetsmoduler
Ea=2.1*10^5; % [N/mm^2]
Ec=36000; % [N/mm^2]
%Effekter av kryp
ww=0; % [-]
n=(Ea/Ec)*(1+(ww*1.8987)); % [-]
%nedstigningstallet til stegets høyde
yy=(844-739)/6150; % [-]
%Betong areal og andre arealmoment (konstant)
Ac=1.6*10^6; % [mm^2]
Ic=2.133333*10^10; % [mm^4]
%Jevnt fordelt last
w=100; % [N/mm]
%Svinntøyning
epsilon=0.0002162; % [-]
%Dyblenes stivhet
k=52780*2; % [N/mm]
%Avstanden mellom dyblene (c/c)
p=250; % [mm]
```

FIGUR H.1: SCRIPT:BEREGNINGER VED DELVIS SAMVIRKE OG STEGREDUKSJON

```

for i=1:L+1
%Avstand mellom arealsenterene
a(i)=200+40+(0.5*(844-(yy*x(i)))));           %[mm]
%Stål areal
Aa(i)=2*(400*40)+(12*(844-(yy*x(i)))));       %[mm^2]
%Stål andre arealmoment
Ia(i)=2*((400*40^3)/12)+(400*40*(20+0.5*(844-yy*x(i))^2)+(844-yy*x(i))^3);   %[mm^4]
%Konstanter
I0(i)=(Ic/n)+Ia(i);                           %[mm^4]
deltAo(i)=(n/Ac)+(1/Aa(i));                    %[mm^-2]
deltAm(i)=(a(i)^2)+(I0(i)*deltAo(i));          %[mm^2]
beta1(i)=(p*a(i))/(k*deltAm(i));
alpha21(i)=(k*deltAm(i))/(p*Ea*I0(i));
alpha1(i)=sqrt(alpha21(i));
%Forksyvningen mellom stålet og betongen
s1(i)=(beta1(i)*w*x(i))-((beta1(i)*w)+(epsilon))/(alpha1(i)*cosh(alpha1(i)*L))*sinh(alpha1(i)*x(i));   %[mm]
%Den langsgående skjærkraften
Vl1(i)=(k/p)*s1(i);                           %[N/mm]
end
%total skjærkraft blir
tVl1=sum(Vl1);                                %[N]

```

FIGUR H.2: SCRIPT:BEREGNINGER VED DELVIS SAMVIRKE OG STEGREDUKSJON

```

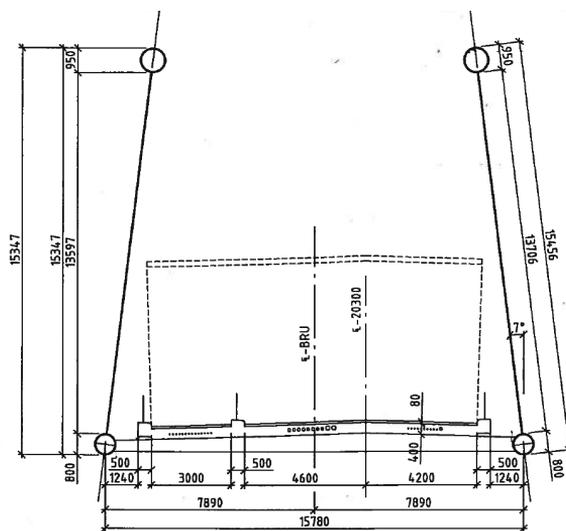
for i=1:L+1
%Konstant
K=((k*a(L+1))/(p*Ea*I0(L+1)))*((0.5*beta1(L+1)*w*x(L+1)^2)-((beta1(L+1)*w+(epsilon))/(alpha1(L+1)*cosh(alpha1(L+1)*L))*((cosh(alpha1(L+1)*x(L+1)))/(alpha1(L+1))))-(0.5*w*x(L+1)^2)/(Ea*I0(L+1)));   %[-]
%Rotasjonsvinkel
phi1(i)=((k*a(i))/(p*Ea*I0(i)))*((0.5*beta1(i)*w*x(i)^2)-((beta1(i)*w+(epsilon))/(alpha1(i)*cosh(alpha1(i)*L))*((cosh(alpha1(i)*x(i)))/(alpha1(i))))-(0.5*w*x(i)^2)/(Ea*I0(i)));   %[mm^-1]
end
%Momentene
Ma=phi1(1)*Ea*Ia;                             %[Nmm]
Mc=phi1(1)*(Ea/n)*Ic;                         %[Nmm]
%Spenninger betong
csigmatopp=-(tVl1/Ac)-(Mc/Ic)*200             %[N/mm^2]
csigmabunn=-(tVl1/Ac)+(Mc/Ic)*200           %[N/mm^2]
%Spenninger stål
asigmatopp=(tVl1/Aa)-(Ma/Ia)*462             %[N/mm^2]
asigmabunn=(tVl1/Aa)+(Ma/Ia)*462           %[N/mm^2]

```

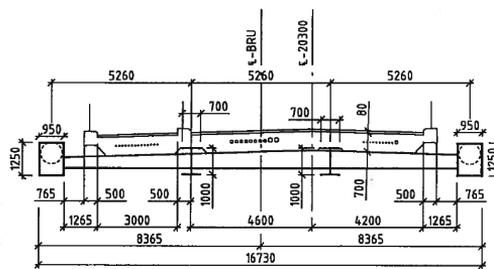
FIGUR H.3: SCRIPT:BEREGNINGER VED DELVIS SAMVIRKE OG STEGREDUKSJON

Tillegg I

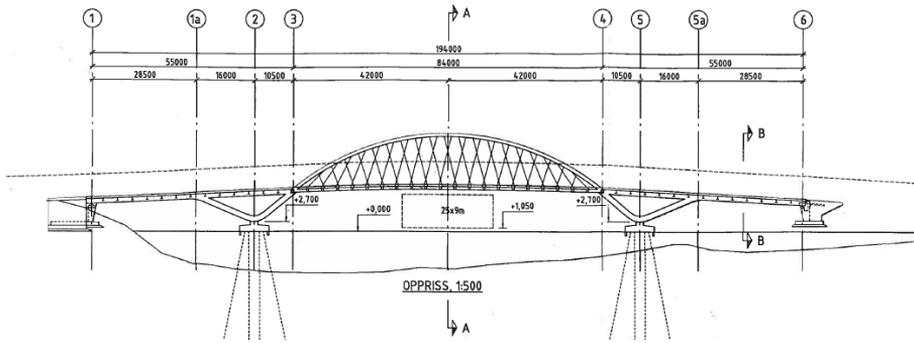
Bruskisser



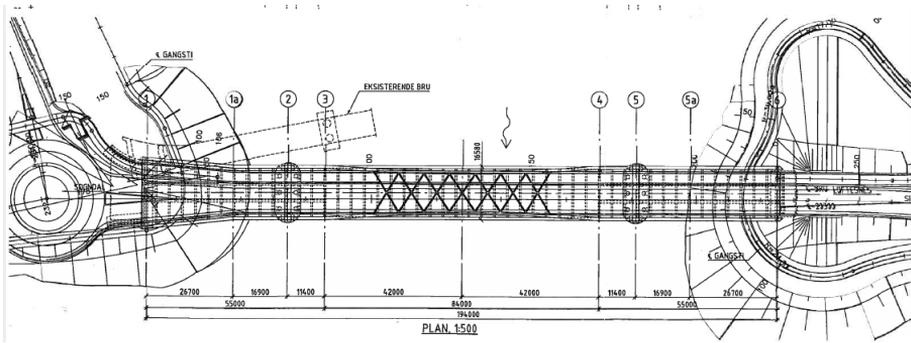
Created by Paint X



FIGUR I.1: BRUENS BREDDERETNING



FIGUR I.2: BRUSKISSE



FIGUR I.3: BRUSKISSE

Tillegg J

Effektiv flensbredde

Fra (3.1) er b_{eff} definert som

$$b_{eff} = b_0 + \sum_i b_{ei} \quad (J.1)$$

hvor

$$b_0 = 0,2m$$

$$b_{ei} = \frac{L_e}{8} = \frac{15,78}{8} = 1,9725m \leq b_i = 1,9$$

effektiv flensbredde blir da

$$b_{eff} = b_0 + \sum_i b_{ei} = 0,2 + 2 * 1,9 = 4m \quad (J.2)$$