

# Konseptuell design av kinematisk gitterskall

**Henrik Dahl Treseng**

Bygg- og miljøteknikk (2-årig)

Innlevert: juni 2015

Hovedveileder: Anders Rönquist, KT

Medveileder: Bendik Manum, AB

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for konstruksjonsteknikk



## Sammendrag

Et kinematisk gitterskall er ikke bare konstruksjonens arkitektoniske uttrykk, men også det bærende systemet. Det krever derfor et tett samarbeid mellom ingeniører og arkitekter for å finne en optimal form som tilfredsstillende begge fagfelt. Veldig få kinematiske gitterskall finnes i verden. I en så sjelden konstruksjonstype er det derfor viktig å sette seg inn i referansebygg og den aktuelle historien. En historie der det handler om å bygge på tidligere erfaringer for å selv kunne ta steget og finne nye løsninger.

Denne oppgaven tar utgangspunkt i dette i form av samarbeid med masterstudenter i arkitektur der målet er å finne nye metoder i design av et gitterskall. Arkitektene valgte etter hvert å ta i bruk en innovativ segmentbjelke som erstatter kontinuerlige leker i gitterskallet. Denne oppgaven velger å gå nærmere inn på egenskapene til denne bjelken med tester av materialet som ble brukt samt tester av bjelken som en helhet.

## **Abstract**

A grid shell is not only the structure's architectural expression, but also the supporting system. It therefore requires a close collaboration between engineers and architects to find an optimal shape that satisfies both disciplines. Very few grid shells buildings exist in the world. Therefore, it is important to look into the history of the few that does. A history that underlines the importance of building on others past experience to able to take the next step and find new solutions.

This thesis is based on cooperation with master students in architecture where the goal is to find new methods in designing a grid shell. The architects eventually adopted an innovative segment beam that replaces the continuous lattices in a grid shell. This paper chooses to go into detail on the characteristics of this beam with tests of the material and tests on the beam as a whole.

## Forord

Masteroppgaven i ingeniørarkitektur med fokus på kinematiske gitterskall var fordelt mellom fire ingeniørstudenter og to arkitekturstudenter. Målet var å fremme tverrfaglig samarbeid.

Oppgaven begynner med en beskrivelse av et gitterskallets egenskaper og kjennetegn før den går videre med å presentere relevante referansebygg. Her legges det vekt på hva byggene lærte av hverandre og hva vi som kommer i ettertid kan høste av erfaringer

Kapittel 3 og 4 vil handle om den praktiske delen av oppgaven. Dette omhandler modellbygging og materialtester

Til slutt er det noen få ord om dimensjonering av et planlagt gitterskallprosjekt i Oslo.

Jeg vil få takke mine medstudenter på bygg- og miljøteknikk: Mari Seip Furunes, Martin Kjellesvik, Marius Bakkejord samt studentene på arkitektur: John Haddal Mork og Steinar Hillersøy Dyvik. For et godt samarbeid under hele prosessen.

Jeg vil også takke veileder Anders Rønnquist og Bendik Manum for interessante samtaler og god hjelp til oppgaven. En takk rettes også til Nathalie Labonnote for god hjelp i ABAQUS og Steinar Seehus for sin tålmodighet og hjelp under testene i materialtekniske laboratorier.



## Innhold

<b>KAPITTEL 1</b>	<b>GITTERSKALLET</b>	<b>3</b>
1.1	EN SKALLKONSTRUKSJON	3
1.2	GITTERSKALL	4
1.2.1	<i>Formfinning</i>	4
1.2.2	<i>Konstruksjonen av et gitterskall</i>	5
1.2.3	<i>Materialvalg</i>	6
<b>KAPITTEL 2</b>	<b>REFERANSEBYGG</b>	<b>8</b>
2.1	DE FØRSTE KINEMATISKE GITTERSKALLENE I TRE	8
2.2	MANNHEIM MULTIHALLE	10
2.2.1	<i>Bakgrunn</i>	10
2.2.2	<i>Et to-lags gitterskall</i>	11
2.2.3	<i>Materialet</i>	12
2.2.4	<i>Opplagrene</i>	12
2.2.5	<i>Oppføring</i>	12
2.3	ARVEN ETTER MANNHEIM	14
2.4	DEN JAPANSKE PAVILJONGEN	14
2.5	DOWNLAND-SKALLET	15
2.5.1	<i>Bakgrunn</i>	15
2.5.2	<i>Materialet</i>	16
2.5.3	<i>Konstruksjonsdetaljer</i>	16
2.5.4	<i>Oppføringen</i>	17
2.6	SAVILL GARDEN	18
2.7	CHIDDINGSTONE ORANGERY	19
<b>KAPITTEL 3</b>	<b>KINEMATISKE GITTERSKALL I PRAKSIS</b>	<b>21</b>
3.1	RETTVINKLET GITTER	21
3.2	DIAGONALT GITTER	23
3.3	SEGMENTBJELKEN	24
3.4	MODELL AV SEGMENTSKALL	26
3.4.1	<i>Oppføring</i>	26
3.4.2	<i>Lasttester</i>	27
3.5	DET ENDELIGE RESULTATET	29
<b>KAPITTEL 4</b>	<b>MATERIALTESTER</b>	<b>30</b>
4.1	3-PUNKTSBØYNING AV PRØVESTYKKER	30
4.2	RESULTATER	31
4.3	KONKLUDERENDE BEMERKNINGER	34
4.3.1	<i>E-modul</i>	35
4.3.2	<i>Bruddspenning</i>	35
4.4	TEST AV SEGMENTBJELKE	36
4.4.1	<i>Test 1: Knekktest</i>	37
4.4.2	<i>Manuell 4-punktsbøyning</i>	38
4.4.3	<i>4-punktsbøyning i maskin</i>	40
4.4.4	<i>Bjelkens bruddlast</i>	42
4.4.5	<i>Bjelkens minste krumningsradius</i>	43
<b>KAPITTEL 5</b>	<b>BRÅTENALLEEN 25:</b>	<b>44</b>
5.1	TORSJON AV LEKTER	45
5.2	LEKTENES BØYEKAPASITET	48

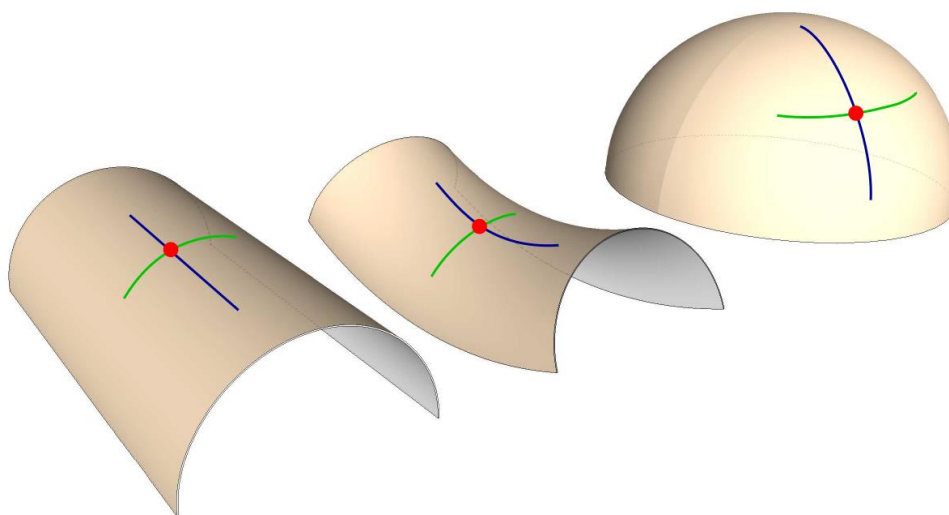




# Kapittel 1 Gitterskallet

## 1.1 En skallkonstruksjon

Et skall kan defineres med utgangspunkt i en plate. En plate er et tredimensjonalt element med liten tykkelse i forhold til de øvrige dimensjoner. Hvis man initialt krummer en plate om en eller to akser får man et skall. Krummer man platen over én akse får man et enkelkrummet skall, tilsvarende vil en plate krummet over to akser være et dobbelkrummet skall. Eksempler på enkel- og dobbelkrummede skall er henholdsvis tønnehvelv og kupler, som kan sees på Figur 1.1. På denne figuren er også Gauss-kurvaturen tegnet inn i punktet med størst krumning. Gauss-kurvaturen er definert som produktet av krumningene i et punkt på flaten. Hvis krumningene har samme fortegn, har vi en positiv Gauss-kurvatur (kuppel) Hvis de har ulike fortegn har vi negativ Gauss-kurvatur (sal). For et tønnehvelv vil Gauss-kurvaturen bli null.



Figur 1.1: Tønnehvelv, sal og kuppel

Tynne, flate elementer i de aller fleste materialer, kan lettere bøyes enn strekkes. Dette medfører at elementene kan bøyes så lenge det ikke inkluderer noen lengdeendring. Det enkelkrummede tønnehvelvet i Figur 1.1 kan lett dannes ved å bøye et flatt todimensjonalt element, men prøver man å bøye det videre til en dobbelkrummet sal vil dette medføre lengdeendringer. Tilsvarende vil da også gjelde andre veien. En dobbelkrummet skall kan ikke omdannes til en plan flate uten at må lage kutt eller deformere skallet i lengderetning. Man sier derfor at dobbelkrummede skall ikke *utvikles*. Dette medfører at skall har en iboende motstand mot deformasjoner. [1]

Hvis skallet har riktig form vil alle krefter bli tatt opp gjennom membrankrefter, dvs. alle krefter tas opp som strekk-, trykk-, eller skjærkrefter i planet, noe som medfører at det ikke

forekommer bøyepenninger i skallet. Dette betyr at skallet ikke har behov for tykke tverrsnitt med høyt 2. arealmoment og kan dermed være ekstremt tynne og fortsatt være effektive konstruksjoner.

## 1.2 Gitterskall

Gitterskall i sin enkleste definisjon er et skall der deler av materialet fjernes og man sitter igjen med et nett av kryssende staver. Dette nettet kan skapes på to måter: Man kan ta utgangspunkt i et flatt rutenett og bøye dette opp til et skall, eller man kan prefabrikere ferdige bøyde staver og sette disse sammen. Hovedforskjellen mellom disse metodene er initialspenningene. Et skall man bøyer opp fra et flatt rutenett vil, i sin ferdige form, oppleve initiale bøyepenninger. Et slikt skall kalles et *kinematisk* gitterskall. Motsetningen, med ferdige bøyde staver, er et *spenningsfritt* gitterskall.



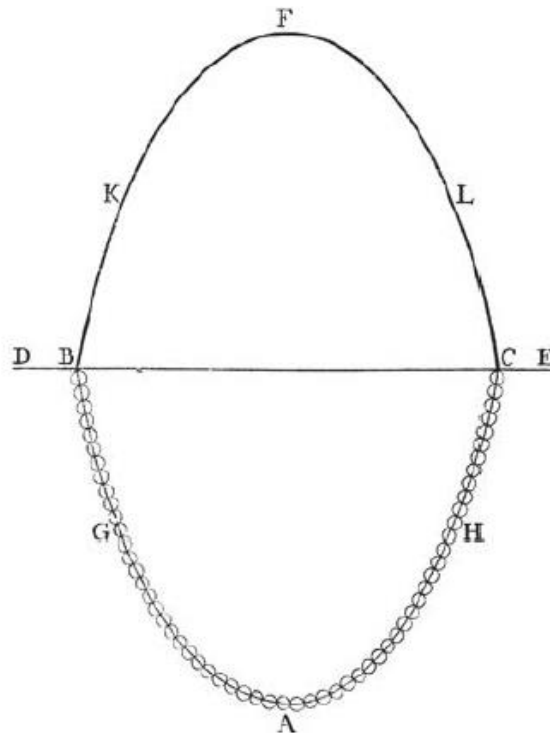
Figur 1.2: *Venstre*: Mannheim Multihalle. Et kinematisk gitterskall i tre. *Høyre*: British Museum. Et spenningsfritt gitterskall i stål.

Den mest konkrete definisjonen på et kinematisk gitterskall, som også er definisjonen denne oppgaven tar utgangspunkt i, står den tyske arkitekten Frei Otto for. Otto var kjent for sine membrankonstruksjoner og var en pioner i gitterskallets oppblomstring på 60- og 70-tallet, og vil dukke opp ved en rekke anledninger senere i oppgaven. Etter hans definisjon skal gitterskallet ta utgangspunkt i staver i et flatt rutenett. I hvert krysningsspunkt mellom stavene skal det være en leddet forbindelse som tillater rotasjon. Alle stavene skal ha lik senteravstand slik at rutene i rutenettet har lik dimensjon. [2]

### 1.2.1 Formfinning

For at skallet skal overføre kreftene som membrankrefter og ikke bøyepenninger, er det viktig at skallet har riktig form. Prosessen som leder til denne formen kalles *formfinning*. De tidligste eksemplene på denne praksisen finner man i buer, som, med tanke på kraftoverføring, deler

de samme kriteriene som et skall. Den engelske vitenskapsmannen Robert Hooke formulerte i 1676 en simpel men effektiv måte å sikre membrankrefter i en bue på: Inverter formen på et hengende kjede, som per definisjon bare opplever strekkrefter, og man vil stå igjen med en bue som bare opplever trykkrefter. En slik modell av en bue kalles gjerne en *hengende kjede-modell*.



Figur 1.3: Kjede i rent strekk konvertert til en bue i rent trykk.

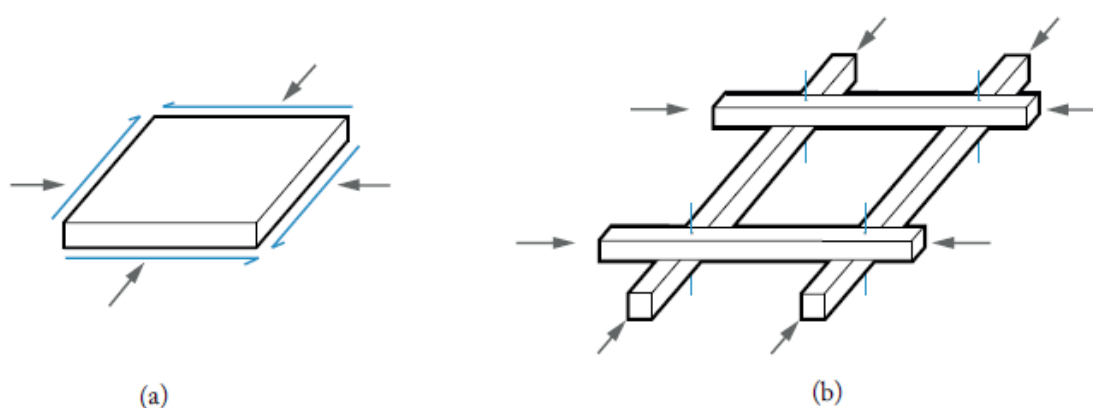
Ved å implementere den hengende kjede-modellen til flere tråder i et tredimensjonalt nett, en *trådmodell*, vil det samme prinsippet også gjelde for en skallkonstruksjon. En slik modell er mye mer kompleks enn et todimensjonalt kjede. Et kjede mellom to punkter vil alltid gi en parabelformet bue, men i en trådmodell kan man oppnå flere forskjellige skallformer ved å justere på en eller flere tråder. Alle disse formene vil opptre i rent rykk når trådmodellen inverteres. I et kontinuerlig skall vil en trådmodell representere en mesh av skallet der flere tråder vil gi en mer nøyaktig geometri. I et gitterskall vil derimot trådene representere en eller flere staver i skallet. Dette gjør tårnmodellen til en nøyaktig formfinningsmodell for et gitterskall.

### 1.2.2 Konstruksjonen av et gitterskall

Som nevnt i del 1.1 er det ikke mulig å omdanne en plan, kontinuerlig flate til et dobbelkrummet skall, da den ikke kan *utvikles*. Grunnen til dette er at flaten ikke har mulighet til å deformere seg i planet og dermed justere seg etter aksialkreftene som oppstår når man beveger seg mot en dobbelkrum form. Måten man unngår dette på under konstruksjonen av et gitterskall er å tillate fri rotasjon i knutepunktene. Stavene vil derfor være festet til hverandre som bladene på en saks. Effekten av dette er at kvadratene i gitteret har muligheten til å omdannes til parallelogrammer. I et parallelogram er kvadratets diagonaler blitt

forkortet og forlenget. Dette gir gitteret muligheten til å deformere seg i planet, og et dobbeltkrumt gitterskall kan nå utvikles fra et flatt utgangspunkt. Dette er en stor fordel som gitterskallet drar over andre skallkonstruksjoner. Et skall av f. eks. betong krever forskaling, som både er tidkrevende og i visse situasjoner dyrt og utfordrende å oppføre.

Gitterskallets store fordel i oppføringsfasen blir dog en ulempe i den ferdige konstruksjonen. Et ferdig oppført gitterskall med fritt roterende knutepunkt er ikke i stand til å bære langt mer enn sin egenvekt uten at formen endres og gitteret tilslutt klapper sammen. Grunnen til dette er at skallet svarer med å rotere knutepunktene i stedet for å føre kreftene diagonalt mellom dem. I et gitterskall vil membrankreftene virke annerledes enn i et kontinuerlig skall. Der et kontinuerlig skall vil fordele membrankreftene i et uendelig antall vinkler, vil gitterskallet bare overføre disse kreftene gjennom lektene.



Figur 1.4: Kraftfordeling gjennom a) et kontinuerlig skall og b) et gitterskall

Ved en påført kraft kan lektene i skallet ta opp bøyninger ut av planet, men de påfølgende diagonale skjærkreftene mellom de parallelle stavene vil ikke bli tatt opp. Skallet må derfor stives av. Dette kan gjøres ved å direkte fastholde knutepunktene mot rotasjon og dermed la dem ta opp skjærkreftene som moment, eller så kan man montere stivere diagonalt med stavretningene. Skallet vil nå være *triangulert*. Dette medfører at kvadratene i gitterskallet har blitt til triangler og membrankreftene kan ta raskeste vei mellom to diagonale knutepunkt.

### 1.2.3 Materialvalg

Et spenningsfritt gitterskall kan i teorien bygges i alle typer materialer da initialspenninger ikke behøves å ta hensyn til, men et kinematisk gitterskall stiller større krav. Selv om stål kan være å foretrekke styrkemessig, er ikke dette praktisk mulig å bøye opp i riktig form uten at man overskrider stålets flytegrense. Tre, derimot, har en E-modul på rundt en tyvendedel av konstruksjonsstål. Den lave E-modulen gjør at skallet presist kan bøyes til den formen som kreves for å oppta krefter som membrankrefter. Tre er også lett, noe som minsker kreftene som vil oppstå i skallet på grunn av egenvekt.

Tre tar opp krefter gjennom fibre, og dette blir fort en ulempe i materialet da dette gir en uforutsigbarhet i kvalitet. Der stål er et homogent materiale som kan produseres i alle ønskelige lengder, er tre ofte utstyrt med mye kvist og fiberretninger som ikke går i materialets lengderetning. Hvis fiberretningen tar retning ut av materialet eller avbrytes av en kvist, vil

kapasiteten senkes betraktelig. Tre kommer også naturlig i begrensede lengder. Dette skaper problemer i et gitterskall der lektene er avhengig av å være lange, og i tillegg ha tynne tverrsnitt for å opprettholde lave bøyespenninger. I tynne tverrsnitt vil kvist og ujevne fiberretninger få større effekt da det tar opp en større del av tverrsnittsprosenten. Dette er likevel problemer som kan løses ved skjøting og nøye planlegging i valg av tresort, noe som vil forklare nærmere i Kapittel 2.

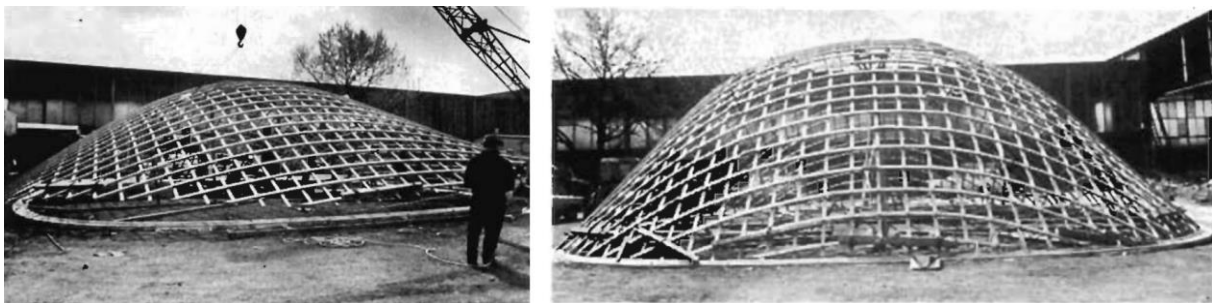
## Kapittel 2 Referansebygg

Dette kapittelet vil ta for seg de viktigste kinematiske gitterskalene som har blitt oppført gjennom historien. Da ikke mange bygg er bygget i denne konstruksjonsformen er det ekstra viktig å høste erfaring fra tidligere referansebygg. Byggene vil bli presentert kronologisk og det vil legges vekt på byggenes innovative ideer og erfaringer som senere bygg drar nytte av. Følgende bygg vil bli tatt opp:

Bygg	År	Arkitekt
Essen-skallet	1962	Frei Otto
Montreal-paviljongen	1967	Frei Otto
Mannheim Multihalle	1974	Mutschler & Partners m/ Frei Otto
Den japanske paviljongen	2000	Shigeru Ban
Downland-skallet	2002	Edward Cullinan Architects
Savill Building	2006	Glenn Howell
Chiddingstone Orangery	2007	Peter Hulbert Architects

### 2.1 De første kinematiske gitterskallene i tre

Pioneren i kinematiske gitterskalls historie var den tyske arkitekten Frei Otto (1925-2015). Otto var spesialist på lettvektskonstruksjoner og skulle i 1972 bli godt kjent for hans takkonstruksjon over olympiaparken i München. En teltformet strekkonstruksjon som skulle bli en pådriver for at han fikk den prestisjefulle Pritzker-prisen rett før sin død. Otto var pilot for Luftwaffe under andre verdenskrig, og har selv uttalt at hans fasinasjon for gitterskall, hengende kjede-prinsippet og trådmodeller kom da han jobbet som arkitekt under krigsfangenskap i Frankrike i 1946. [3] På begynnelsen av 60 tallet var Otto gjesteprofessor på forskjellige universiteter i USA. Her fikk han prøvd ut flere av sine teorier i praksis og i 1962 fikk han bygget det som skulle bli verdens første kinematiske, dobbelkrumme gitterskall i tre. Skallet ble bygget til en utstilling i Essen, Tyskland og blir av den grunn omtalt som «Essen-skallet»



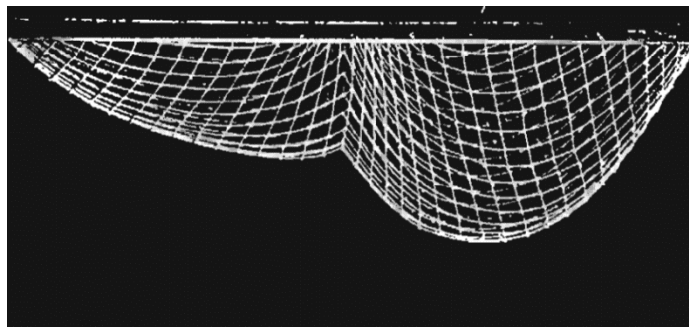
Figur 2.1: Essen-skallet

## De første kinematiske gitterskallene i tre

---

Skallet hadde en grunnflate på 15 x 15 meter og en senterhøyde på 5 meter. Gitterets form og lektenes lengde ble bestemt av en trådmodell. Lektene besto av gran og var skjøtet sammen med fingerskjøter og festet til hverandre med bolter i hvert knutepunkt. Skallet ble stivet av ved å etterstramme boltene og skape rotasjonsfrie ledd. Oppføringen ble gjort av en kran som heiste skallet opp på midten samtidig som endene ble ført sammen av jekkestropper.[4]

Fem år senere, under verdensutstillingen i Montreal, ville Otto teste ut gitterskall med mer varierte former enn den strengt symmetriske kuppelformen til Essen-skallet. Hovedkonstruksjonen til utstillingen besto av kabelnettak i strekk, ikke ulikt taket til olympiaparken i München. Gitterskallet var plassert under dette taket, som en entré til utstillingslokalet. Også her ble formen bestemt av en trådmodell. Skallets irregulære form kan ses på som en sammenslåing av to kupler med forskjellig høyde og spenn. Gitterskallets rotasjonsfrihetsgrad i knutepunktene skulle komme til stor nytte under konstruksjonen. Denne egenskapen medfører nemlig at det flate gitteret kan kollapses diagonalt og senteravstandene mellom lektene reduseres til det minimale. Skallet kunne derfor prefabrikeres i Tyskland for å så fraktes til Canada. [5]



Figur 2.2: Trådmodell av Montreal-skallet

Frei Otto hadde nå vist at det var mulig å skape varierte former i en gitterskallkonstruksjon. Det var derfor nærliggende at han ble hyret inn som eksperthjelp da det i 1975 det skulle bygges et gitterskall med grunnflate på hele 3600 m<sup>2</sup> i Mannheim, Tyskland. En bygning som fortsatt er verdens største gitterskall i tre.



## 2.2 Mannheim Multihalle



Figur 2.3: Interiør, Mannheim Multihalle

### 2.2.1 Bakgrunn

Annethvert år avholdes hage- og landskapsarkitekturutstillingen *Bundesgartenschau* i ulike byer i Tyskland. Utstillingen er svært ettertraktet da den gir byen et godt rykte og en mulighet til å renovere byens offentlige arealer. I 1975 var Mannheim vertskap for utstillingen og det lokale arkitektfirmaet Mutschler & Partners hadde vinnerutkastet. Utstillingen skulle foregå i en park nord for bykjernen. En kunstig elv skulle dele parken i to med utstillingen på den ene siden, og et svømmeanlegg på den andre. I utstillingsparken var det ønsket en flerbrukshall med en ballsal, innendørsutstillinger og restaurant. Originalutkastet besto av en strekkonstruksjon med store paraplyformede skall holdt oppe av ballonger. Et utkast som ikke falt i god jord hos tyske myndigheter. Arkitektene gikk derfor til den nå meget meriterte Frei Otto for alternative løsninger, og det var her ideen om det enorme gitterskallet ble født. [5]

Arkitektene så for seg tre separate gitterskall. Ett til hvert formål. Otto mente imidlertid at hele flerbrukshallen kunne innlemmes under ett skall. Dette innebar et grunnflate på 3500 m<sup>2</sup> og opptil 80 m spenn. Skallet skulle bestå av to hovedhaller og en gangpassasje mellom dem. Otto og hans arkitektkontor Atelier Warmbronn definerte formen gjennom en trådmodell som senere ble stereofotografert for å nøyaktig kunne definere formen grafisk.



Figur 2.4: Trådmodell og ferdig konstruksjon



Det britiske ingeniørfirmaet Ove Arup & Partners, med ingeniørene Edmund Happold og Ian Liddell i spissen, hadde hovedansvaret for dimensjoneringen av konstruksjonen. For dem innebar dette upløydt mark på to områder: Ingen gitterskall i nærheten av denne skalaen har tidligere blitt bygget, og de få som har blitt bygget har ikke gått gjennom styrketester.

### 2.2.2 Et to-lags gitterskall

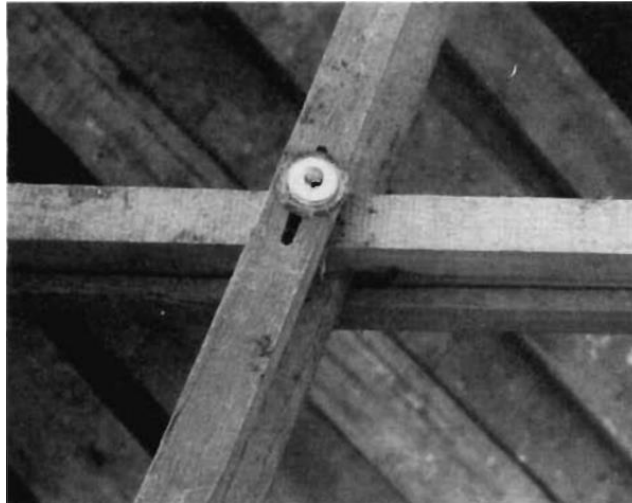
På grunn av mangelen på erfaring ble det bestemt at det skulle bygges en modell av Essen-skallet. Denne modellen var i skala 1:16 og lektene ble modellert i plexiglass med en fjerdedel av E-modulen til tre. Skallet ble belastet med en jevnt fordelt last under fire forskjellige tilfeller: Leddede knutepunkt, limte knutepunkt, og begge tilfeller med diagonalt avstivende tau. Det ble her klart at diagonalt avstivende kabler ville være svært fordelaktig i en gitterskallkonstruksjon da dette gav både høyest bruddlast og minst mulig deformasjoner i forkant av bruddet.

En tilsvarende modell ble så laget av Mannheim-skallet og testet på samme måte. Tidligere overslagsberegninger av skallet hadde vist at de 50 x 50 mm tykke lektene produserte et for tynt skall til å motstå knekking. Denne antagelsen skulle bli bekreftet av skalamodellen. Størrelsen på bruddlasten viste seg å være rett over skallets egenvekt. Skallets styrke mot skjærkrefter i planet kan lett styrkes med diagonale avstivere, men dette øker ikke bøyestivheten ut av planet. Den eneste måten å gjøre det på er å øke tverrsnittets andre arealmoment. Men å øke tverrsnittstørrelsen byr imidlertid på problemer da de initiale bøyepeningene etter oppføring vil bli alt for store. Den eneste løsningen som ville bevare de lave bøyepeningene var derfor å doble tverrsnittet ved å legge to gitterskall oppå hverandre. Skallet har nå to lag med lektene i hver retning. For å sikre at de to lagene har komposittegenskaper under bøyning ble det installert klosser kalt *skjærblokker* mellom lektene.



Figur 2.5: Fra Mannheim Multihalle: To-lags gitterskall med skjærblokker

En utfordring med to-lags-løsningen dukker opp under oppføringen. Når skallet bøyes opp vil lektene på topp og bunn oppleve henholdsvis mindre og større kurvatur enn de midterste lektene. Boltene gjennom knutepunktene må derfor åpne for at topp- og bunnlektene skal kunne bevege seg fritt i lengderetning hvis skallet skal være bøyelig. Løsningen ble å frese avlange bole hull i disse lektene.



Figur 2.6: Avlangt boltehull i topplekt

### 2.2.3 Materialet

Som forklart i del 1.2.3 har tre flere ulemper som konstruksjonsmateriale i et gitterskall. For å utnytte treets egenskaper bør kvist elimineres samtidig som at fiberretningen bør følge lektens lengderetning. Det er også ugunstig med for mye skjøting da dette er tidkrevende og svekkende av materialkvaliteten. Av disse grunnene falt valget på vestamerikansk hemlokk, etter Ottos anbefaling. Treet, som måtte importeres fra USA, kan nå høyder opp mot 60 meter. Etter hvert som treet blir eldre kan opp mot 30 meter av stammen forbli grenfrie. Dette gir lange lekter uten kvist og kontinuerlige fibre.

### 2.2.4 Opplagrene

Hallens irregulære render gjorde at ingeniørene måtte tenke nytt også i opplagrene. Hos både Essen- og Montreal-skallet gikk konstruksjonen helt ned til bakken, noe som ikke var tilfellet i Mannheim, da skallet var avhengig av inngangspartier. Her ble det valgt å klemme skallet fast mellom kryssfiner som fulgte inngangens bue. Skallet hadde også partier der rendene ikke gikk ned til bakken. I disse åpne partiene er skallet festet til en limtrebjelke som går langs hele åpningen. I partiene der skallet berører bakken ble det støpt et betongfundament som lektene er boltet fast til.

### 2.2.5 Oppføring

Det var planlagt at hallen skulle reises av en serie kraner på utsiden av bygget. Dette viste seg imidlertid å bli for dyrt og en alternativ løsning ved å dytte opp skallet innenfra måtte benyttes. Lifter jekket opp tårn som var leddet fast i en H-formet lastspreder. Selv med denne lastsprederen skapte denne metoden en del ugunstige konsentrerte laster og flere lekter røk, spesielt i skjøtene. I det skallet var dyttet på plass gjenstod det å stive av skallet. Hoppolds modeller hadde vist at kabler med et tverrsnitt på 6 mm plassert på hver sjettede node ville være tilstrekkelig.



Til tross for flere tester på skalamodeller var ikke tyske myndigheter overbevist om at konstruksjonen ville stå før laster hadde blitt prøvd ut i fullskala. Bøtter fylt med vann, hver med en vekt på 90 kg, ble hengt fra hvert niende knutepunkt i skallets største spenn. Dette skulle tilsvare 1,7 ganger det dimensjonerende lasttilfellet. Skallet besto testen og står fortsatt i dag som verdens største kinematiske gitterskallkonstruksjon.



## 2.3 Arven etter Mannheim

Historien om gitterskallet har til nå gått fra to små prosjekter på 60-tallet til Mannheims enorme proporsjoner tiåret etter. Trendlinjen var derfor satt til at gitterskallet skulle gjøre sitt inntog på verden. Slik ble det imidlertid ikke. Kanskje på grunn av den kompliserte og til tider klønete prosessen det er å reise skallet fra det flate utgangspunktet. [6] Gitterskallets ånd levde dog videre gjennom Edmund Happold. Etter suksessen som ingeniør under Mannheim Multihalle, startet han sitt eget rådgivende ingeniørfirma Buro Happold i Bath i England. Fire år etter Happolds død skulle firmaet hans ta opp hans arv og bidra til at det kinematiske gitterskallet skulle våkne opp fra en 25 år lang dvale. Mellom 2000 og 2007 sto Buro Happold for dimensjonering av fire kinematiske gitterskall.

## 2.4 Den japanske paviljongen

Teamet for verdensutstillingen i Hannover i 2000 var miljøvennlighet. Dette var i rett bane for den japanske arkitekten Shigeru Ban, som ble engasjert til å tegne Japans paviljong. Ban var kjent for sine bygg i ukonvensjonelle, men miljøvennlige materialer som papir og bambus. I og med at en utstillingspaviljong bare er ment å stå for en kort periode, ønsket Ban at materialene skulle kunne gjenbrukes og resirkuleres. Valget falt derfor på et ett-lags gitterskall av papirrør. Med seg på laget hadde han Frei Otto som igjen engasjerte Buro Happold som rådgivende ingeniør. [7]



Figur 2.7: Interiør: Den japanske paviljongen

Skallet kan ses på som et tønnehvelv som er snevret inn ved to punkter på midten og ved inngangene. Dette skaper tre kuppellignende former bundet sammen i en timeglassform. Denne varierende bredden og høyden på skallet bidrar til å stive det av i lengderetning. Etter Frei Ottos forslag ble det lagt til et sekundært konstruksjonslag med trebuer langs skallets kurvatur for å stive av ytterligere. Trebuene skulle i tillegg feste en takmembran, også laget i tre. Tyske myndigheter krevde derimot at denne membranen måtte inneholde ett lag i plast. I knutepunktene ble papirlektene festet til hverandre med bånd som tillot fri rotasjon. [8]





Figur 2.8: Eksteriør: Den japanske paviljongen

Det revolusjonerende med denne konstruksjonen sammenlignet med tidligere gitterskall var oppføringen. I stedet for å legge gitteret flatt på bakken for å så dra, dytte og stramme skallet i posisjon, ble gitteret lagt opp på et stillas av lav høyde. Stillaset ble så jekket opp samtidig som gitterets render ble holdt nede. [7]

## 2.5 Downland-skallet

Det skulle bare ta to år før Buro Happold var engasjert i et nytt gitterskallprosjekt. Denne gang i deres hjemland, England

### 2.5.1 Bakgrunn

The Weald and Downland Open Air Museum er et museum i West Sussex, England. Museets formål er å redde historiske bygninger i nærområdet ved å flytte dem inn på museområdet, ikke ulikt folkemuseer i Norge. Av behov for en utstilling av verktøy og metoder for restaurering av gamle trebygninger ville museet ha et nytt bygg. Bygningen skulle reflektere god håndverkskunst og byggeskikk, og samtidig representere moderne, landlige bygninger. [6]



Byggets form er bemerkelsesverdig lik den japanske paviljongen i Hannover. Lengden på bygget er 50 meter, bredden varierer mellom 12,5 og 16 meter og høyden varierer mellom 7,35 og 9,5 meter. Lektene i det doble gitterskallet har et tverrsnitt på 50 x 35 mm og har en senteravstand på 1 meter. Skallet er kledd med trepanel med unntak av lysgjennomtrengende polykarbonat mot toppen av skallet. Trepanelet er festet til langsgående lekter kalt ribbelektter. Disse virker også, i tillegg til skallets form, avstivende.

## 2.5.2 Materialet

Materialet brukt i gitterskallet er eik av klasse D30. Eik ble valgt fordi det er lett tilgjengelig i området samt at det er den del av den historiske byggeskikken og står derfor i stil til museets samling av bygninger. Eik er også holdbart og har høy kapasitet mot bøyespenninger, noe som er nødvendig da stivheten skaper større initialspenninger. [9] Det er likevel åpenbare ulemper i forhold til hemlokken som ble brukt i Mannheim: Eik har ikke en like forutsigbar fiberretning. Det er derfor vanskelig å kutte lange rette lekter som kontinuerlig følger fiberne. Vanligvis unngås dette problemet ved at tverrsnittet er så stort at det «fanger» fiberne, men i et gitterskall kreves det mindre tverrsnitt for å bevare bøyeligheten. Et annet åpenbart problem er kvist.

Det var derfor ingen vei utenom skjøting. I dette tilfellet fingerskjøting. Dette var ikke noe nytt i gitterskallhistorien da selv Essen-skallet benyttet dette. Forskjellen var den enorme mengden fingerskjøter. Eiken ble importert fra Frankrike i lengder på 3 meter. Disse måtte igjen deles opp i stykker på 0,6 meter i gjennomsnitt for å eliminere defektene. I og med at det var behov for 6000 løpemeter med eik til gitterskallet, måtte det 10000 fingerskjøter til. Dette ble likevel gjort effektivt og økonomisk ved hjelp av en fresemaskin. Stykkene ble skjøtet sammen og trimmet til såkalte forbedrede lekter på 6 meter med tverrsnitt 50 x 35 mm. Disse kunne nå fraktes til byggeplass for videre skjøting til de nødvendige lengder gitterskallet krevde. Skjøtene benyttet her var bladskjøter med en helningen 1:7, noe som gav samme overflateareal som fingerskjøten.

## 2.5.3 Konstruksjonsdetaljer

I likhet med Mannheim er det festet skjærblokker for å binde de parallelle lektene i skallet. Det er også tatt hensyn til at topp og bunn-lektene vil få en henholdsvis mindre og større kurvatur i skallet, men løsningen her er en helt annen enn hos Mannheim. Denne patenterte løsningen som unngår boltehull gjennom lektene er vist på Figur 2.9. Knutepunktet består av tre skiver bundet sammen av fire skruer som går på utsiden av lektene. Den midterste skiven fastholder forskyvningen til de to midterste lektene. Denne skiven sørger derfor for at senteravstanden mellom lektene holder seg konstant, samt at topp- og bunn-lektene kan bevege seg uavhengig av midtlektene. Skruenes avstand fra lektene gjør også at leddet kan roteres tilstrekkelig til å krumme skallet. To av skruene kan også forlenges til å feste de tidligere omtalte ribbelektene som også fremgår i Figur 2.9.



Figur 2.9: Knutepunkt i Downland-skallet

### 2.5.4 Oppføringen

Også i oppføringsfasen skiller Downland-skallet seg ut fra tidligere skall. Byggets lignende form som den japanske paviljongen åpnet naturlig nok for at mange erfaringer kunne høstes fra reisingen av dette skallet. Teknikken med å legge det flate gitteret på et stillas ble benyttet, men med en ny innovativ løsning: I stedet for å jekke stillaset opp under oppføringen, ble heller gitteret heist til skallets maksimale høyde. Dette åpnet for at skallets render kunne dras ned med god hjelp fra tyngdekraften. Prosessen illustreres i Figur 2.10.



Figur 2.10: Oppføringen av Downland-skallet. Øverst t.v.: Flatt gitter på stillaser. Øverst t.h.: Tyngdekraft og jekkestropper drar skallet ned. Nederst: Ferdig skall

Gitteret ble ført ned på et ferdig konstruert bånd av kryssfiner. Når skallet presses inn mot dette båndet vil den bølgede formen oppnås. Ved å legge til et nytt bånd med kryssfiner over dette igjen, vil randen på gitterskallet ligge klemt mellom to bånd og kan betraktes som fast inspent.

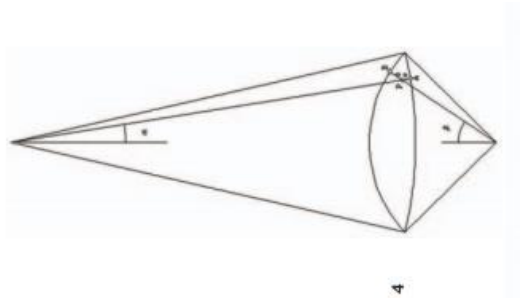


## 2.6 Savill Garden

Downland-skallet hadde vakt oppsikt i det britiske arkitektmiljøet, og når parkanlegget Savill Garden i Berkshire, England utlyste en konkurranse for et nytt besøksenter, så arkitekten Glenn Howell muligheten til å inkludere et gitterskall i sitt vinnerutkast. Skallet skulle ikke bare bli det største i England, men skulle også vise at gitterskallet kan bli brukt som en takkonstruksjon.



Skallet er i sin helhet elevet over bakken og er dermed det eneste av sitt slag i gitterskallsammenheng. Bygningen er ment å blende inn med naturen og ha et mer dempet uttrykk på utsiden enn på innsiden. Takets form i planet er definert av kryssningen mellom to buesegmenter av en sirkel rettet mot hverandre. Den bølgede formen oppnås ved hjelp av sinusfunksjoner med varierende amplitude. Formen kan derfor defineres etter eksakte matematiske formler.

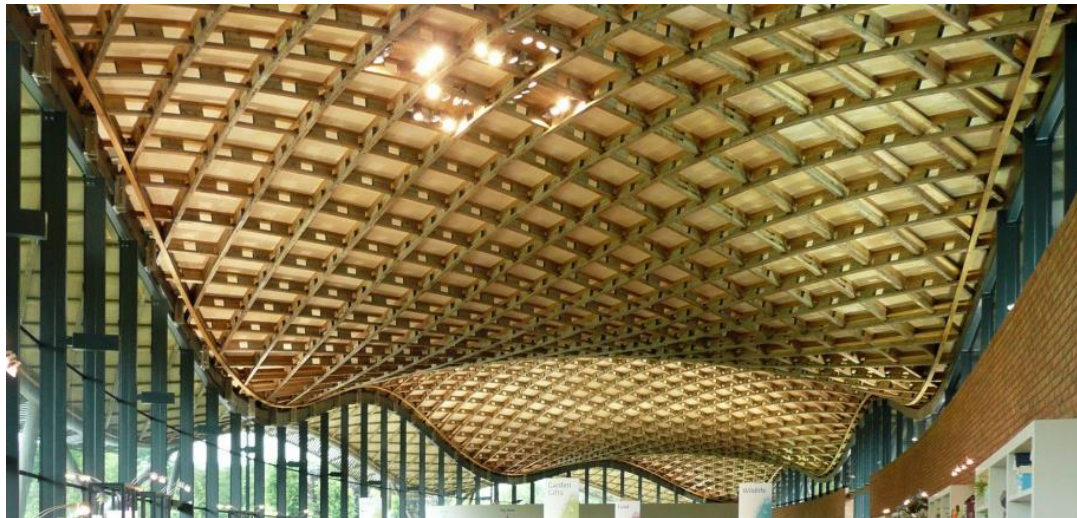


Figur 2.11: kryssende buesegmenter

Taket har en lengde på 90 meter og en bredde på rundt 30 meter. Langs rendene ligger skallet på et stålør som følger, og også hjelper til å definere, skallets form

Når det gjelder materialet er fremgangsmåten ganske lik som for Downland, noe som er naturlig da de samme tømmerne som i Downland-skallet var engasjert også i dette prosjektet. Segmenter med en gjennomsnittslengde på 0,6 meter ble fingerskjøtet til de såkalte forbedrede lektene, og også her ble det benyttet ca. 10 000 fingerskjøter. Løvtré av klasse D30 ble benyttet også denne gangen, da i form av lokal lerk.





Utfordringen med skallet ligger i dets flate form. Dette fører til at lastforutsetningene endres fra tidligere referansebygg og spesielt snølast blir et problem. Skallet trenger derfor tykkere skjærblokker som kan øke tverrsnittets 2. arealmoment. Dette gjør imidlertid skallet for stivt til å kunne oppføres med tidligere metoder. Løsningen ble å først montere det nederste laget og bøye dette på plass. Skjærblokker og lag nummer to ble så montert i ettertid. Dette gav muligheten for et tykkere skall med tverrsnitt som hadde forutsetninger for å ta opp større bøyepenninger ut av planet. Kryssfiner i takdekket bidro til avstiving av skallet og det var derfor ikke nødvendig med diagonalavstivere.

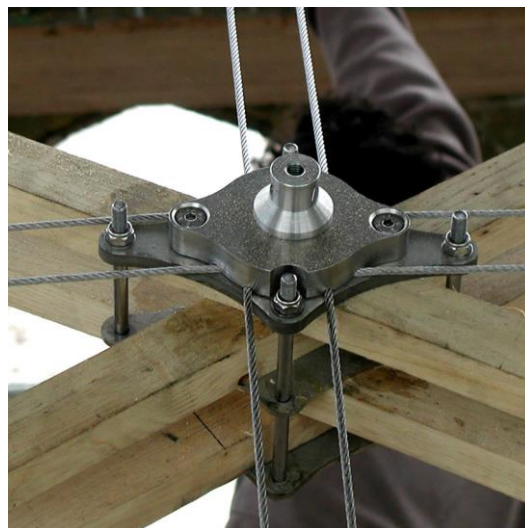
### 2.7 Chiddingstone Orangery

Det foreløpig siste kinematiske gitterskallet oppført av Buro Happold er ingen tungvekter når det kommer til størrelse, men det inneholder innovative ideer som kan være verdt en nærmere betraktning.



Skallet på 12 x 5 meter fungerer som en ny takkonstruksjon for et gammelt orangeri på slottet Chiddingstone i Kent, England. Skallet er et to-lags gitterskall i kastanjetre med tverrsnitt 40 x 35 mm. [10] Det spesielle med dette skallet er glasstaket som er faset til det. Dette gjør skallet til det første og eneste av sitt slag.

Nøkkelen til skallets innovasjoner ligger i knutepunktene. Nodemekanismen utviklet og patentert til Downland-skallet har blitt tatt ett hakk videre. Systemet med skiver og bolter har den samme effekten på lektene som hos Downland, men ett nytt innslag er inkluderingen av avstivende stålvaiere som går diagonalt mellom dem. I tillegg har de en klemmemekanisme som fester glassplatene til skallet. Denne mekanismen tillater rotasjon ut av planet samt en vertikal forskyvning på 10 mm. [11] Dette er nødvendig da gitterskallet er mer fleksibelt enn glasspanelet, og en liten formendring i skallet vil ødelegge glasset.



Figur 2.12: Øverst: Klemmemekanisme i nodene fester glassplatene til skallet. Nederst: vaiere mellom knutepunktene triangulerer skallet

Chiddingstone Orangery er nesten i seg selv en god oppsummering på det kinematiske gitterskallets historie. De doble lektene og skjærblokkene fra Mannheim, og nodeløsningen med skiver fra Downland. I tillegg har skallet bygget på denne erfaringen og tatt ett steg videre ved å inkludere innovative løsninger



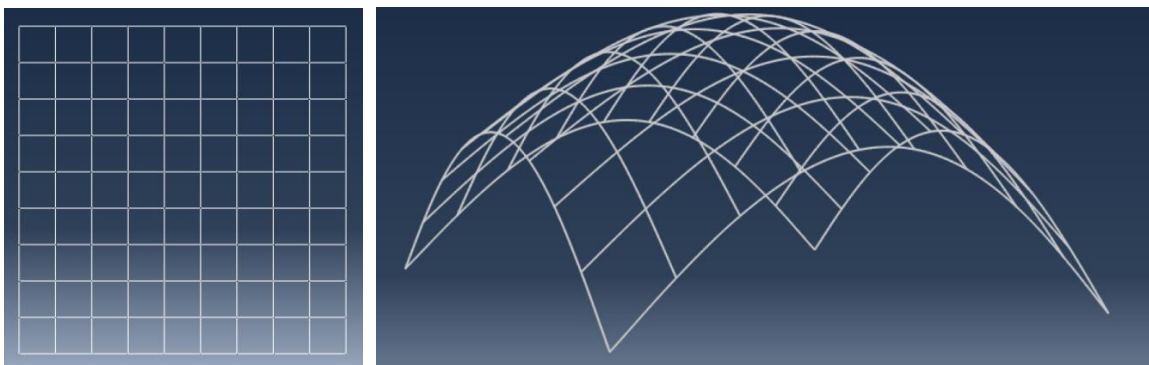
## Kapittel 3 Kinematiske gitterskall i praksis



Dette kapitlet tar for seg modellbygging og modelltesting av kinematiske gitterskall i tre. Det starter med enkle forsøk med tynne lekter før det beveger seg over i større skala. Arkitektene valgte etter hvert å ta i bruk en innovativ segmentbjelke som erstatter kontinuerlige lekter i gitterskallet. I det neste kapitlet går oppgaven nærmere inn på egenskapene til denne bjelken med tester av materialet som ble brukt og tester av bjelken som en helhet.

### 3.1 Rettvinklet gitter

Arkitektene hadde et utkast til en form det skulle jobbes etter. Denne formen var et kinematisk dobbelkrummet skall med utgangspunkt i et kvadratisk flate med opplagere i hjørnene. Ved å føre hjørnene diagonalt mot hverandre vil gitterets naturlige knekkform skape den dobbelkrumme formen. I prinsippet kan derfor skallet oppføres ved å montere diagonale jekkestropper i hvert hjørne og stramme disse sammen.

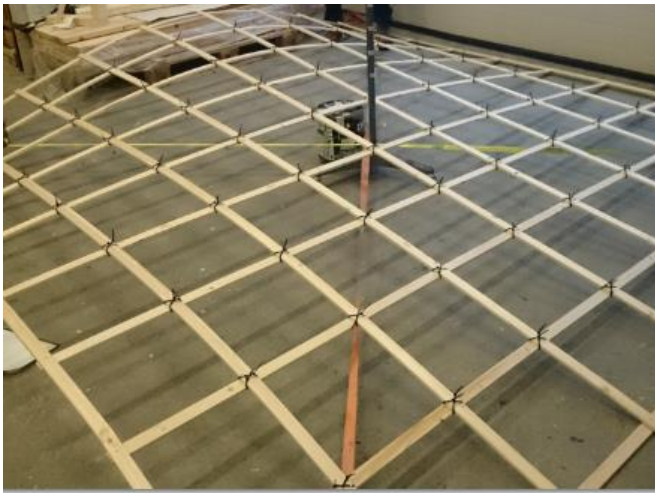


Figur 3.1: Flatt rettvinglet gitter og dobbelkrummet gitterskall

Den første testen gikk derfor ut på om dette prinsippet var gjennomførbart i praksis. Materialet brukt i testen var 3,6 meter lange lekter med tverrsnitt 36 x 12 mm. Lektene ble montert med 400 mm mellomrom slik at man fikk et gitter på 10 x 10 lekter. I knutepunktene ble lektene stripset til hverandre, og langs rendene skrudd sammen med en enkelt skrue, for å skape fritt roterende ledd. I det jekkestroppene ble strammet merket man fort at skallet

trengte mye hjelp til å oppnå den riktige formen. Det var tydelig at gitteret hadde flere moder enn den som var ønsket. (Figur 3.2 venstre)

Det var også åpenbart at kvist var en svakhet i en konstruksjon som dette. Selv om kvist har større effekt jo tynnere tverrsnittet er, så viser også tidligere referansebygg at kvist bør elimineres fra lektene. Etter å ha oppnådd en respektabel høyde på over 80 cm på midten, gikk tilslutt en lekt i brudd på i en kvist på en av rendene (Figur 3.2 høyre). Det var likevel ventet at bruddet ville forekomme i dette område da disse lektene ville få størst kurvatur.



Figur 3.2: Venstre: uønsket form. Høyre: brudd ved kvist

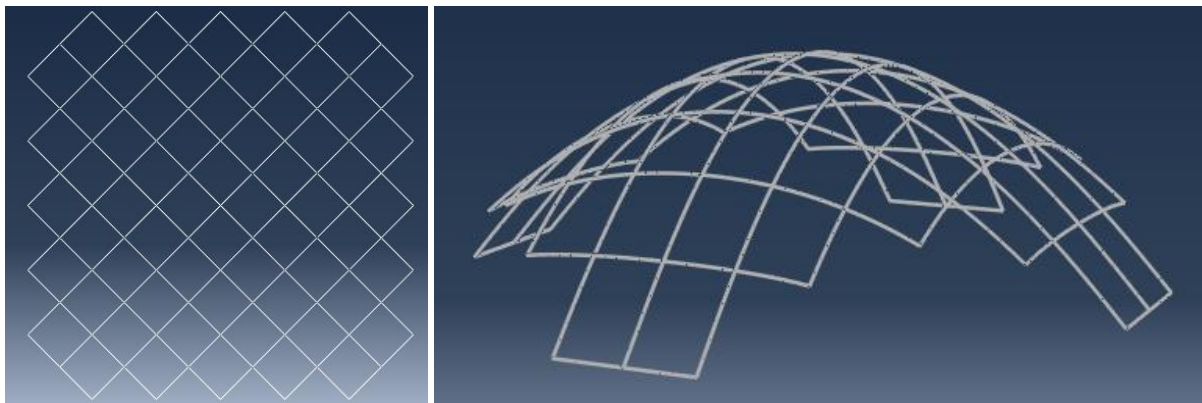
### 3.2 Diagonalt gitter

For å teste effekten av lektenes retning ble det konstruert to tønnehvelv med henholdsvis rettvinklet og diagonal gridretning. Resultatet kommer tydelig frem i Figur 3.3. I tverrsnittet har begge tønnehvelvene lik krumning, men for det rettvinklede hvelvet følger lektene skallets kurvatur. I det diagonale hvelvet unngår lektene skallets kurvatur uten at skallets form påvirkes. Det man likevel ser er at lektene får en torsjonsvridning i det diagonale gitteret.



Figur 3.3: Lik krumning på skall, men ikke i lekter

Et naturlig steg videre blir å se hvilken effekt et diagonalt gitter har i et dobbelkrummet skall. I diagonale mål var skallet 11 x 11 lekter med 400 mm mellomrom (Figur 3.4). Framgangsmåten var lik som for testen med rettvinklet gitter. Opplagrene er plassert i hvert hjørne og jekkestropper drar dem diagonalt mot midten. Sammenlikner man dette skallet med skallet i Figur 3.1, sees noe av det samme som for tønnehvelvet. I det rettvinklede skallet følger lektene skallets største kurvatur, ved «åpningene». På det diagonale skallet unngår lektene dette området.



Figur 3.4: Flatt diagonalt gitter og dobbelkrummet skall

### 3.3 Segmentbjelken

Før byggingen av et skall i større skala var det flere erfaringer, både fra egne tester og referansebygg, som måtte tas hensyn til. Dette inkluderer:

- **Tykkelsen på skallet.** Et skall som består av ett lag med lekter har ingen forutsetninger for å bære langt mer enn sin egenvekt. Økning av tverrsnitt vil hindre nødvendig bøyelighet. Skallet må derfor bestå av to lag. Dette medfører også at skjær må kunne overføres mellom de to lagene. En form for skjærblokker måtte derfor implementeres.
- **Uavhengige lag.** Gitterskallets øverste lag må kunne bøye seg uavhengig fra det andre. Aksialdeformasjonene er større i topp- og bunnlektene og innfestninger som bare tillater rotasjon ut av planet i knutepunktene vil hemme bøyeligheten.
- **Kvist i materialet.** Både våre egne forsøk og tidligere erfaringer legger ikke skjul på at kvist i materialet hemmer lektenes bøyespenningskapasitet betraktelig. Det måtte derfor anskaffes materiale med lite kvist. Kvisten som likevel var der, måtte elimineres med skjøting.
- **Leddete knutepunkt.** For at skallet skal ha de kinematiske egenskapene som kreves under oppføringsfasen, må knutepunktene tillate fri rotasjon i planet.
- **Avstivning.** De leddete knutepunktene må senere fastholdes for å skape et stivt skall.

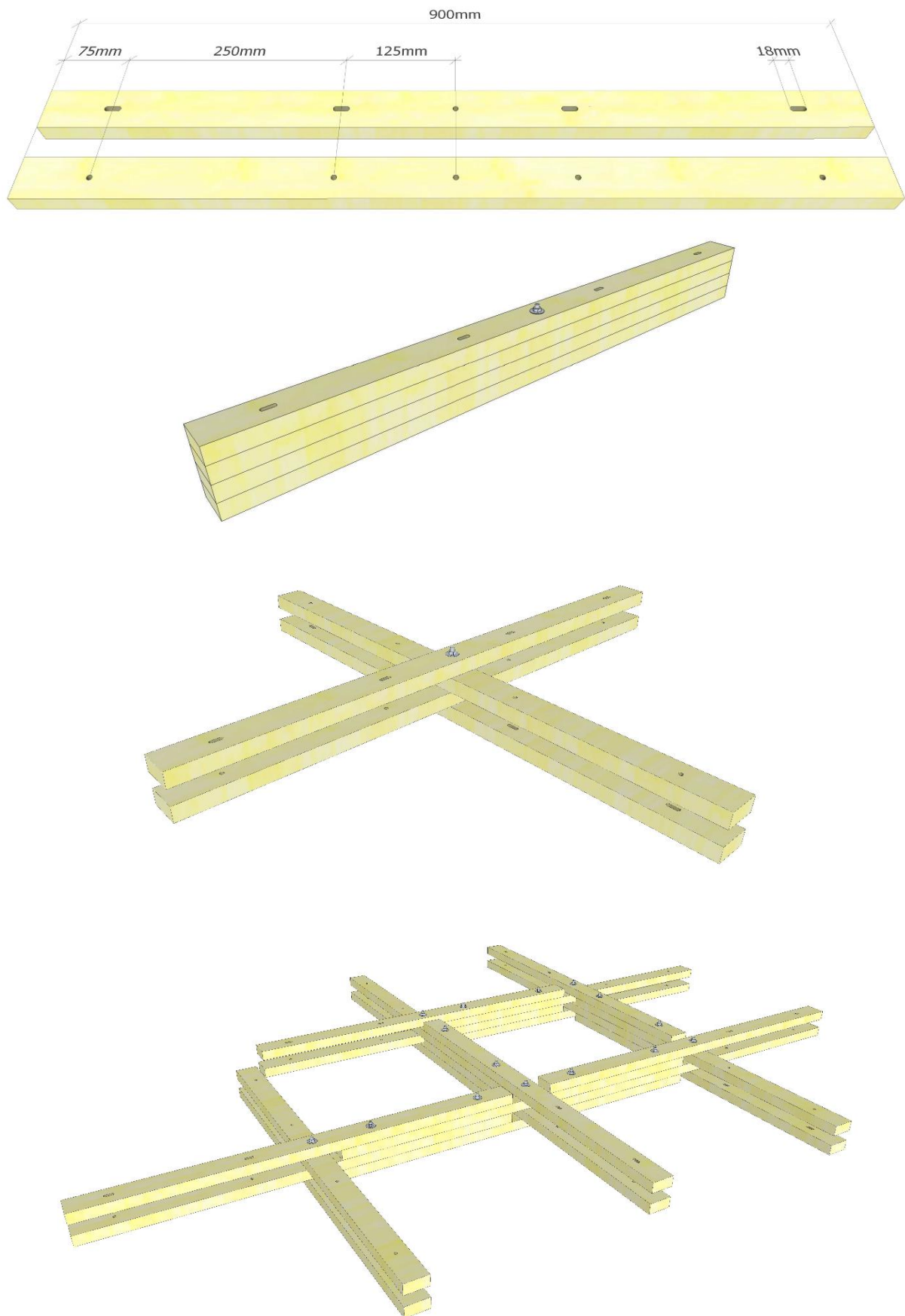
Arkitektstudentene skulle etter hvert finne en innovativ løsning som taklet alle disse problemene. Etter et besøk de hadde hos Gridshell.it, et forskningsprosjekt på gitterskall ved universitetet i Napoli, Italia fikk de ideen til en bjelke som skulle bli et kjennetegn for prosjektet.

Bjelken består av en sammenfletting av 900 mm lange lekter med tverrsnitt 23x48mm. Fire slike lekter er festet sammen med en M6-bolt på midten. Dette tillater fri rotasjon mellom lektene og gjør at de kan vris ut til å danne et kryss. Dette krysset har nå blitt et knutepunkt i et to-lags gitterkall. Ved å produsere flere slike kryss kan man montere dem i hverandre med to M6-bolter mellom hvert knutepunkt og danne et flatt rutenett i en ubegrenset dimensjon (Figur 3.5). Her er allerede tre av de forhåndsdefinerte kravene oppfylt: Skallet kan fritt roteres i hvert knutepunkt, i hvert fall tilstrekkelig til å omgjøre kvadratene til de nødvendige parallellogrammene under oppføring. Sammenføyingen av kryssene fører også til at en skjærblokk har oppstått mellom lektene. Dette er ikke en type skjærblokk vi har sett i tidligere referansebygg da denne ikke kobler sammen to kontinuerlige lekter som strekker seg over hele skallet. Formålet er likevel det samme da skjær har muligheten til overføres fra den nederste lekten i et kryss til den øverste i nabokrysset. Kravet om skjøting er også oppfylt da ingen lekter i skallet er lenger enn 900 mm. Det er fullt mulig å anskaffe et sortert trevirke som har tilnærmet null kvist innenfor denne lengden.

For å løse kravet om uavhengighet mellom lagene er det brukt samme prinsipp som hos Mannheim Multihalle. Hovedforskjellen er at de to lagene i gitterskallet i dette tilfellet er festet sammen mellom knutepunktene og ikke i knutepunktene som hos Mannheim. Slissene som tillater uavhengighet må derfor plasseres i den øverste og nederste lekten i hver skjærblokk. De to midterste lektene beholder et sirkulært boltehull, slik det fremstår øverst på Figur 3.5



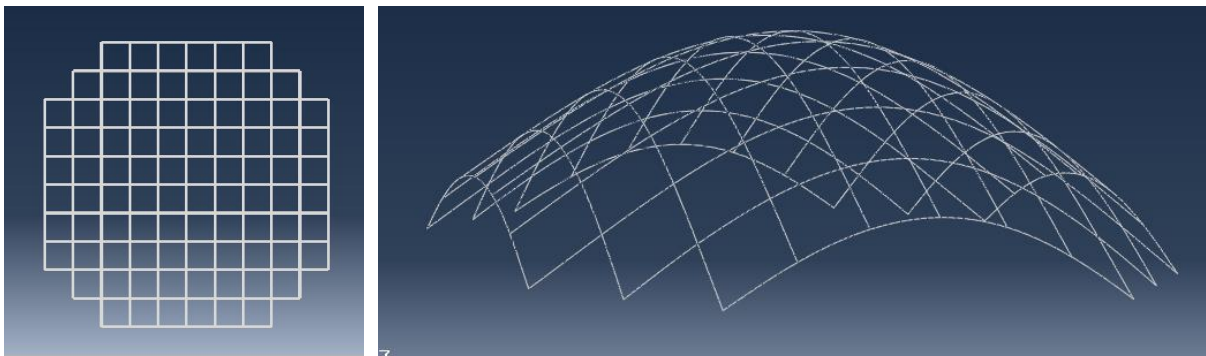
# Segmentbjelken



Figur 3.5: Segmentbjelkens prinsipp

### 3.4 Modell av segmentskall

I materialtekniske laboratorier ble det bygget et testskall med en prototype av segmentbjelken. Skallets geometri hadde utgangspunkt i et kvadratisk, rettvinklet gitter med trimmede kanter. Gitterets dimensjon var 5 x 5 meter bestående av 11 x 11 lektene. Grunnen til at valget falt på et rettvinklet gitter var de globale analysene som allerede hadde blitt utført på denne typen skall. Som i den første testen vil skallet være opplagret i hjørnene med jekkestropper festet mellom dem diagonalt. Med trimmede hjørner sikrer man bedre lastfordeling fra jekkestroppene ved å fordele denne kraften over hjørnets tre noder. Det er også fordelaktig at membrankreftene i skallet blir tatt opp av flere enn én node i opplagrene.



Figur 3.6: Segmentskallets geometri

Forskjellen mellom segmentbjelken som ble brukt i dette skallet og den endelige bjelken beskrevet i 3.3 var boltehullene gjennom skjærblokken. De avlange hullene som bare er i topp- og bunnlektene i den endelige bjelken, var i prototypen boret gjennom alle lektene. Hullene var i tillegg 3,2 cm lengere. Dette gjorde at bjelken hadde mulighet til å deformeres 5 cm i lengderetning for hvert kryss som ble montert. Dette skulle etter hvert vise seg å bli en ulempe i denne konstruksjonen. Når bjelkene forlenges eller forkortes, vil det også påvirke senteravstanden mellom dem. Et skall der senteravstanden mellom knutepunktene kan variere med 5 cm skaper en stor uforutsigbarhet i beregning og formfinning av konstruksjonen. En konstruksjon som er formfunnet med konstant avstand mellom knutepunktene vil garantert ikke oppnå ønsket form med denne løsningen.

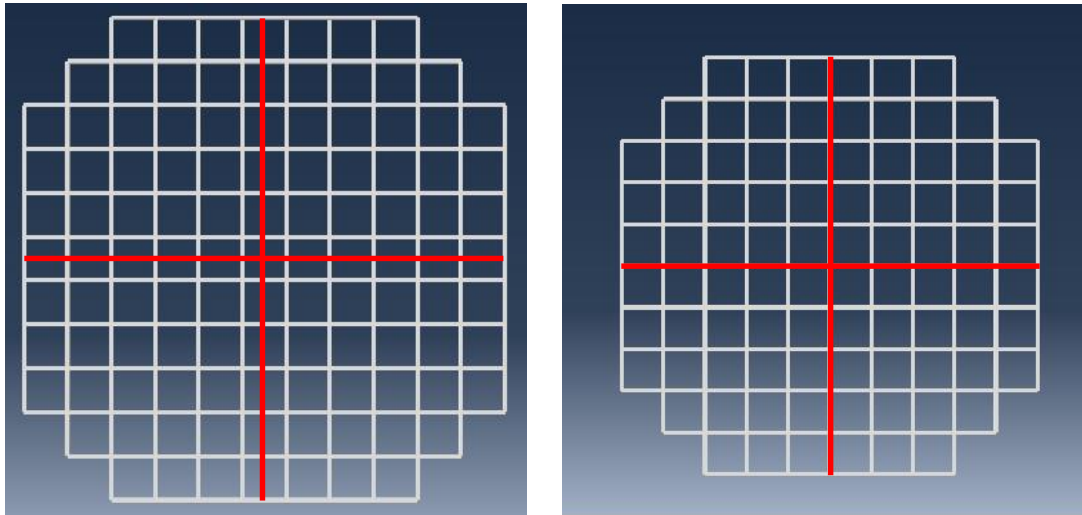
#### 3.4.1 Oppføring

I motsetning til i de foregående testene ble skallet her formet med nedsenkningsmetoden. Gitterets midtpunkt ble festet til en jekketalje fra en provisorisk rigg og heist til ønsket høyde. Herfra ble hjørnene trukket ned og strammet sammen med jekkestropper. Nodene langs hjørnene var forbundet med en tykk bjelke for å fordele kraften fra jekkestroppene mest mulig. Under strammingen ble det imidlertid flere problemer med brudd i bjelkene, spesielt på midten av skallet. En grunn til dette kan være bjelkenes plassering. Gitteret var egentlig planlagt å ha 12 x 12 lektene. Plassmangel i laboratoriet skulle imidlertid føre til at skallet måtte kortes ned med en lekt i hver retning. Konsekvensen av dette ble tydelig da skallet skulle reises og bøyemomentene gjorde inntog. På Figur 3.7 er det markert to røde akser. Punktet der hver



## Modell av segmentskall

lektene krysser denne akse er punktet der de har størst oppbøyning, og derfor også størst bøyemoment. På den originale geometrien ser man at alle lektene har størst bøyemoment i skjærblokkene mellom knutepunktene. Dette er gunstig da det er her det andre arealmomentet er størst. På den faktiske geometrien er derimot lektenes maksimummoment på knutepunktene. Her er segmentbjelken på sitt svakeste da det bare er to leker tar opp spenningene. Den optimale situasjonen for et skall som dette hadde derfor vært et partall antall leker i begge retninger.



Figur 3.7: Venstre: Planlagt geometri. Høyre: Faktisk geometri.

Brudd i bjelkene gav imidlertid anledning til å teste ut effektiviteten av reparasjoner. Kryssene kan nemlig enkelt byttes ut ved å montere en og en lekt. Dette er nok en fordel ved denne bjelken da brudd som regel oppstår under oppføringen av et gitterskall, og bytting av lange kontinuerlige leker kan være vanskelig og tidkrevende.



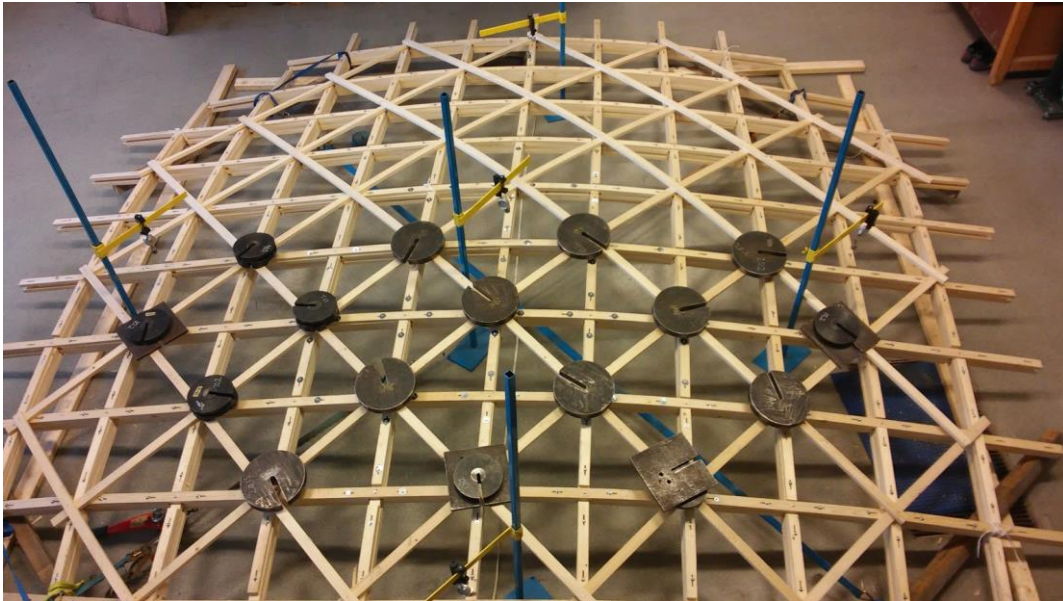
Figur 3.8: Bytting av kryssegment

### 3.4.2 Lasttester

Etter at skallet hadde oppnådd en maksimal høyde på litt over en meter ble boltene strammet for å hindre aksial deformasjon av bjelkene. I tillegg ble diagonale avstivere av samme tverrsnitt som lektene montert på skallet. En større høyde på skallet var ønsket, men som testresultater presentert i del 4.4.5 skal vise har ikke bjelkene tilstrekkelig minste

krumningsradius til oppnå en større høyde i et skall av denne størrelsen. På det ferdige skallet var det nå mulig å gjennomføre lasttester med måleur for å se hvordan skallet ville oppføre seg under:

- Symmetrisk, jevnt fordelt last
- Usymmetrisk, jevnt fordelt last på to steder
- Punktlast på midten, mellom midten og kant og mellom midten og hjørne.
- Repetisjon av tester uten avstivere.



Figur 3.9: Test av usymmetrisk, jevnt fordelt last

Den første testen som ble gjennomført var en jevnt fordelt last symmetrisk over skallet. Lasten var på til sammen 320 kg fordelt med 20 kg på 16 knutepunkt. Resultatet ble en nedbøyning på 39 mm på midten. Det mest interessante resultatet var likevel hvor mye permanent deformasjon som hadde forekommet. Etter at vektene ble lesset av var nedbøyningen fortsatt på 25 mm på midten. Dette kan ha flere grunner:

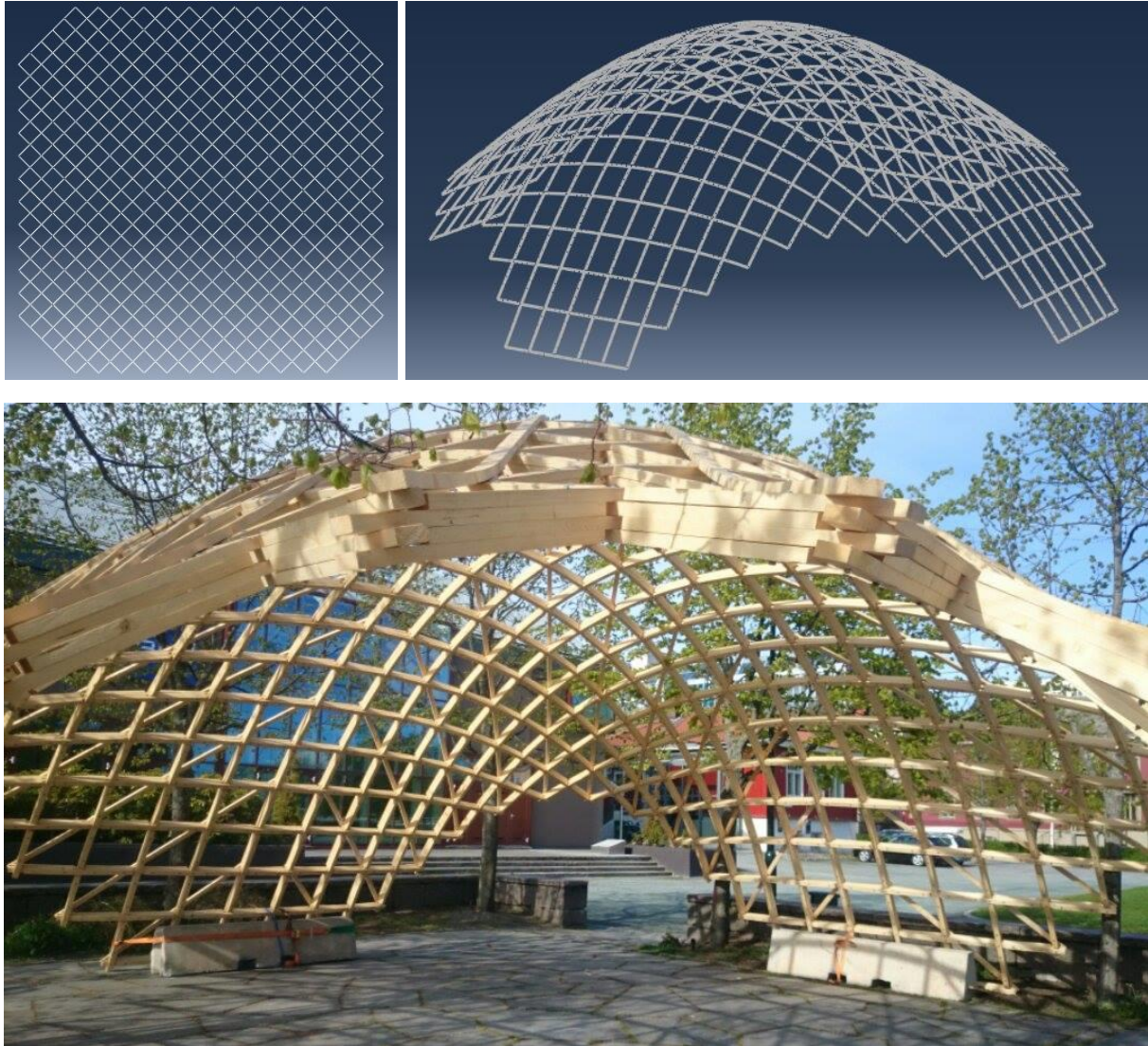
1. Boltene i segmenttjolkene var ikke tilstrekkelig strammet eller hadde ikke god nok effekt mot deformasjon i bjelkenes lengderetning.
2. Hjørnene var ikke tilstrekkelig opplagret og tillot derfor skallet i å flate ut.

I kombinasjon med punkt 2 må det høre med at skallet ikke var tilstrekkelig avstivet. Trenden fortsatte etter hver lasttest og det var liten aksialdeformasjon å se i bjelkene. Grunnen til at skallet har såpass lett for å gli ut ligger bjelken krumningsradius. Hvis skallet hadde nådd en høyere oppbøyning ville membrankreftene hatt en mer normal vinkel til bakken i stedet for å bidra til at sparkekraftene blir større.



### 3.5 Det endelige resultatet

Arkitektene bygde til slutt et fullt funksjonelt gitterskall med ca. 100 m<sup>2</sup> grunnflate på Krigsseilerplassen i Trondheim. Skallets utgangspunkt var et diagonalgitter på 26 x 26 segmentbjelker.



Figur 3.10: Endelig gitterskall:

## Kapittel 4 Materialtester

Lektene i segmentbjelken består av et sortert konstruksjonsvirke og materialegenskapene til treet var derfor relativt ukjent. For å bestemme materialets E-modul og bøyekapasitet var det derfor nødvendig å foreta laborietester. Under byggingen av segmentskallet ble en manuell 4-punkts bøyetest utført på prøvestykker på en meter for å få en indikasjon på materialets E-modul. Dette gav et resultat på ca. 12 000 MPa. Testen var likevel preget av feilkilder i form av unøyaktige mål av lengder og nedbøyning, samt at prøvestykker med boltehull ikke ble testet. Det var derfor etter hvert nødvendig med en er nøyaktig test.

### 4.1 3-punktsbøyning av prøvestykker

I alt ble 16 prøver, 9 med boltehull og 7 uten testet i en 3-punkts bøyemaskin. Her ble prøvestykkene lagt fritt opplagt på to sylindere med 460 mm mellomrom. Lastcellen, med en halvsylinder, ble påført midt mellom opplagene (Figur 4.1). Maskinen senker så lastcellen ned med en konstant nedbøyning per minutt og leser av kraften prøvesegmentet svarer med. Under denne tesen ble lastcellen senket 2 mm i minuttet og leste av kraft hvert sekund. Maskinen gav et innsøkk i materialet på til sammen 1,5 mm som resultatene er korrigert for.



Figur 4.1: 3-punktsbøyning av prøvesegment

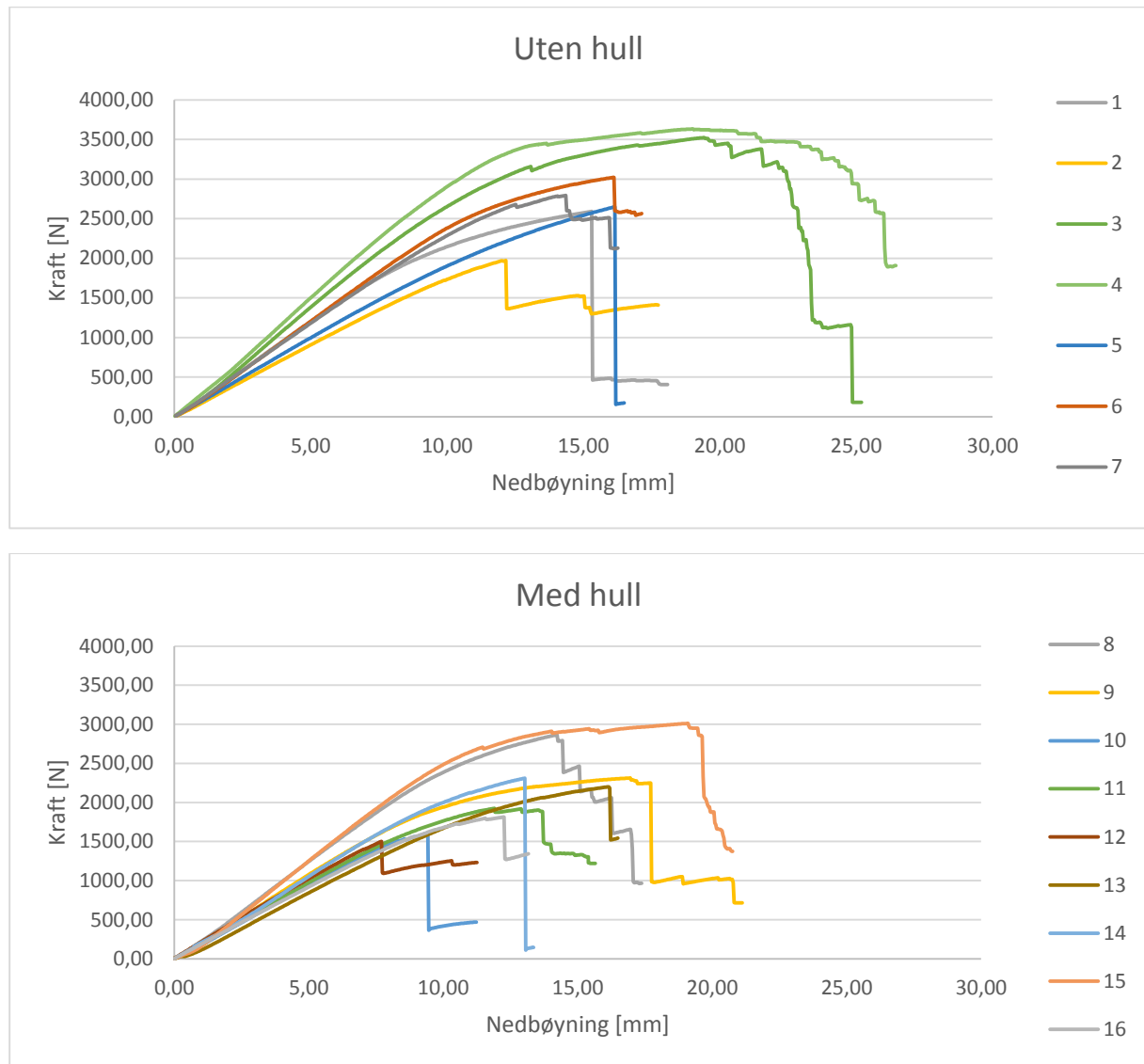
Før testen var det flere spørsmål som var interessante å få svar på med tanke på bøyestivhet og momentkapasitet:

- Hvor stor forskjell er det mellom prøvestykker som er hullet ut og ikke, og hvor er i så fall forskjellene størst?
- Hvor mye har kvist å si i materialet?
- Hvor mye har årringenes bredde å si?

## Resultater

Under testene av prøvestykker med boltehull, ble lastcellen plassert over det midtre boltehullet. Dette er grunnet erfaringer som ble trukket under reisingen av testskallet. De gangene det ble brudd, oppsto gjerne disse i nettopp rundt dette bolthullet. Derfor er det interessant å få svar på hvor mye materialet er svekket av dette hullet.

### 4.2 Resultater



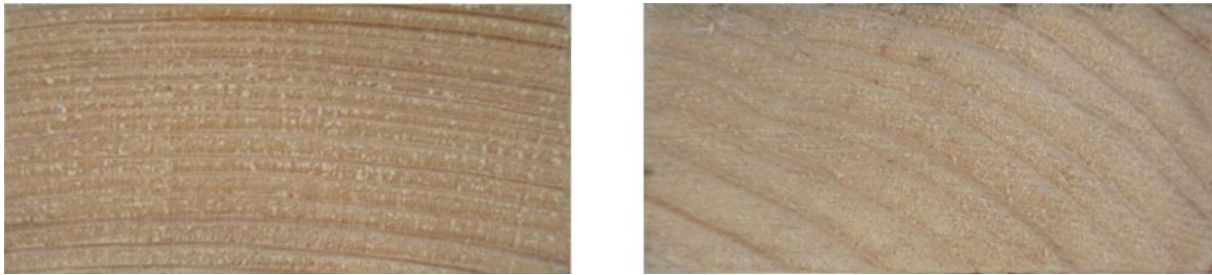
Figur 4.2: Kraft mot nedbøyning

Etter dataene var innsamlet var det mulig å plote kraft mot nedbøyning og visuelt finne materialets elastiske område. Dette kan sees ut ifra den lineære delen av grafen. Fra grafene Figur 4.2 ser man at de fleste prøver har et elastisk område opp til ca. 9 mm nedbøyning der grafen flater ut til plastisk, permanent deformasjon. Man kan også tyde at noen prøver er stivere enn andre. Spesielt prøve 3, 4, 15 og 16 har en merkbart brattere elastisk kurve enn de andre i samme kategori. Dette viste seg å ikke være tilfeldig. Det er nemlig en tydelig sammenheng mellom prøvenes stivhet og bredden på årringene.[12] Figur 4.3 viser tverrsnittet av prøve 4 og 2. Prøve 4 har betydelig smalere årringer og tilsvarende høyere stivet, som synes på Figur 4.2. Årringer består av en lys myk ved som dannes under gunstige



vekstforhold på vårsesongen og mørkere, stivere sommerved som dannes mot slutten. Har treet dårlige vekstforhold vil derfor årringene bestå av en lavere andel vårved og mer sommerved. Trelast hentet fra disse trærne vil derfor ha en mye høyere stivhet.

To andre prøver som merker seg ut er prøve 2 og 12. Prøve 2 hadde en kvist ca. 1 cm i diameter plassert på midten, rett under lastcellen (Figur 4.1 høyre). Dette gjorde tydelige utslag og prøven hadde både lavest stivhet og bruddkapasitet av de uten hull. Prøve 12 hadde, i tillegg til boltehullet, også en kvist nærme lastpunktet. Derimot var årringene smalere her enn hos prøve 2, noe som gjør tydelig utslag på stivheten selv om bruddkapasiteten var lavest av samtlige prøver.



Figur 4.3: Tverrsnitt av prøve 4 (venstre) og prøve 2 (høyre) med hhv. smale og brede årringer

Ved å lese av kraft og nedbøyning kan man finne materialets E-modul ut ifra **formel**. Utrykket er utledet fra nedbøyningsformelen for det statiske systemet.

$$E = \frac{1}{48} \frac{PL^3}{\delta \cdot I} \quad (4.1)$$

Alle segmentene hadde et elastisk område mellom 3 og 6 mm nedbøyning. I samtlige prøver er derfor E-modulen beregnet for disse to punktene og snittet tatt mellom dem. Ingen prøver er utelatt i beregningen, selv om prøve 2 hadde andre forutsetninger enn de andre prøvene, så er kvist en naturlig del av tre som materiale, og det er heller ikke tatt nok prøver til å avgjøre om dette er en unaturlig lav verdi.

## Resultater

E-modul uten hull						
Prøve	E* [Nmm]		E [Nmm]	xi	s	rel. s
	3mm	6mm				
1	9865,0	9957,4	9911,2	9857,9	1634,2	16,6 %
2	7509,6	7534,6	7522,1			
3	10993,5	11568,8	11281,2			
4	12071,8	12558,0	12314,9			
5	8288,6	8268,8	8278,7			
6	9719,9	10102,7	9911,3			
7	9736,1	9836,4	9786,2			

E-modul med hull						
Prøve	E* [Nmm]		E [Nmm]	xi	s	rel. s
	3mm	6mm				
8	10079,7	10404,2	10242,0	8539,0	1118,6	13,1 %
9	8848,4	8937,3	8892,8			
10	7754,2	7797,8	7776,0			
11	8099,8	8079,4	8089,6			
12	8806,8	8425,3	8616,0			
13	6585,1	7088,1	6836,6			
14	8327,2	8835,0	8581,1			
15	9702,2	10573,4	10137,8			
16	7739,4	7618,7	7679,1			

Tabell 4.1: E-modul med gjennomsnitt, standardavvik og relativt standardavvik

Fra disse resultatene finnes også det totale gjennomsnittet for alle prøvene med standardavvik og relativt standardavvik.

Ved å lese av bruddlasten kan man finne materialets maksimale bøyespenning ved hjelp av følgende utledning:

$$\sigma_{m,max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{P_{max}L/4}{bh^2/6} = \frac{3P_{max}L}{2bh^2} \quad (4.2)$$

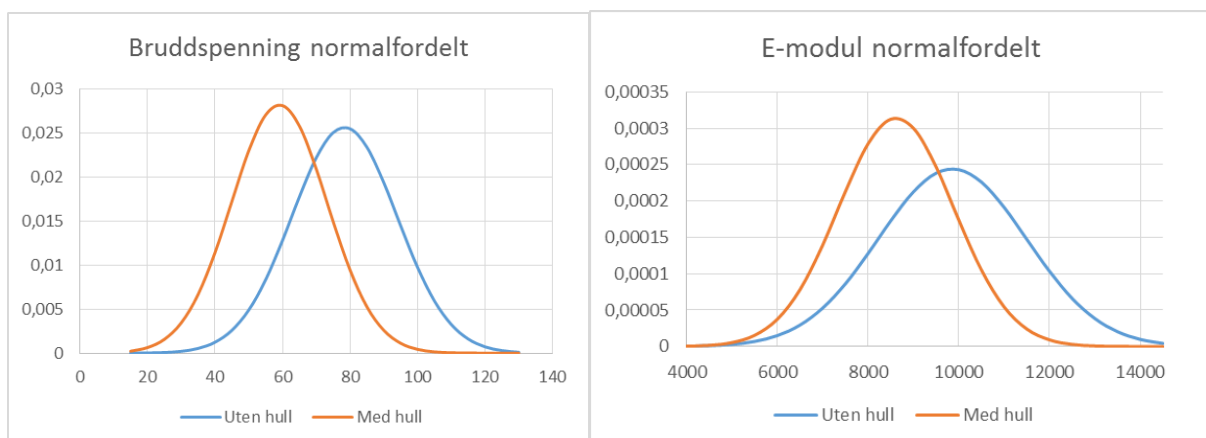
Bruddspenning uten hull					
Prøve	Pmax [N]	$\sigma$ [Nmm]	xi	s	rel. s
1	2590,4	70,4	78,4	15,6	19,9 %
2	1971,0	53,6			
3	3523,5	95,7			
4	3632,8	98,7			
5	2650,4	72,0			
6	3022,5	82,1			
7	2793,6	75,9			

Bruddspenning med hull					
Prøve	Pmax [N]	$\sigma$ [Nmm]	xi	s	rel. s
8	2866,3	77,9	59,1	14,2	24,0 %
9	2313,4	62,9			
10	1614,7	43,9			
11	1924,3	52,3			
12	1503,1	40,8			
13	2200,8	59,8			
14	2310,5	62,8			
15	3011,9	81,8			
16	1814,6	49,3			

Tabell 4.2: Bruddspenning med gjennomsnitt, standardavvik og relativt standardavvik

### 4.3 Konkluderende bemerkninger

Vi ser fra resultatene fra både E-modul og bruddspenning at det er en forskjell i gjennomsnittsverdiene mellom prøvene med og uten hull. I E-modul-beregningen ser vi likevel ser vi at fire av prøvene med hull havner innenfor ett standardavvik fra prøvene uten hull. Tilsvarende faller tre resultater innenfor i bruddspenningsberegningen. Fra normalfordelingen (Figur 4.4: Normalfordeling av resultatene) ser vi også at det er overlapping mellom grafene. Likevel er det farlig å trekke for mange konklusjoner på grunnlag av de få testene som ble utført i dette forsøket.



Figur 4.4: Normalfordeling av resultatene



### 4.3.1 E-modul

Skal man trekke konklusjoner på en endelig E-modul må man ta til vurdering hva materialet skal brukes til. Vanligvis er nedbøyning noe man tilstreber å minimere. Ved for eksempel lange bjelker er det ofte kravet til maksimal nedbøyning som blir dimensjonerende. I en gitterskallkonstruksjon derimot nedbøyning, eller snarere oppbøyning, en viktig del av konstruksjonsprosessen. Et for stivt materiale vil være hemmende når skallet skal oppnå den riktige formen. Det konservative ville derfor være å velge en høy E-modul for materialet. En vurdering kunne vært å gå ett standardavvik over gjennomsnittsverdien for prøvene uten hull, men med et såpass stort standardavvik og tatt i betraktning at alle lekter i segmentbjelken har boltehull, så burde en E-modul på 10 000 MPa være et godt overslag.

### 4.3.2 Bruddspenning

Når det gjelder Bruddspenningen Vil det være konservativt med en lav bruddspenning. Resultatene for prøver med hull spriker stort og ved å gå ned ett standardavvik fra gjennomsnittet er man nede på 44,9 MPa. Igjen må man ta situasjonen til vurdering. Materialet vil oppnå den største bøyespenningen under reisingen av konstruksjonen. Det eneste man risikerer ved å velge en høy kapasitet er at noen bjelker vil ryke under oppbøyningen, noe som nærmest er en selvfølge under oppføringen av et gitterskall. 44,9 MPa kan da være *for* konservativt hvis dette hindrer skallet i å oppnå en form den egentlig har kapasitet til. Skal man heller holde seg rundt gjennomsnittsverdien vil det runde ned til 55 MPa være et bedre overslag

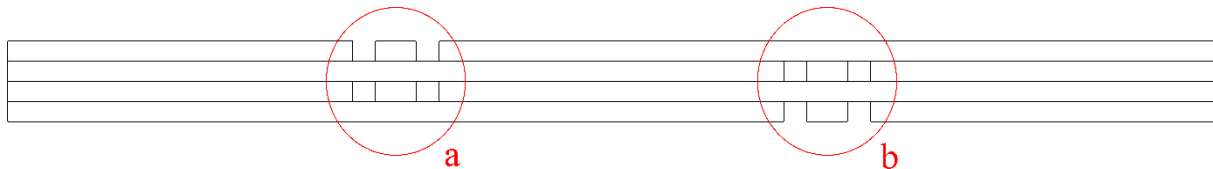
Sammenlignet med konstruksjonstre av klasse C22 som har en E-modul på 10 000 MPa, så har dette materialet en høy bøyespenningskapasitet i forhold til E-modulen. Dette gjør materialet godt egnet til bruk i et gitterskall.

## 4.4 Test av segmentbjelke

I alt ble det utført tre forskjellige teser av fult monterte segmentbjelker:

- En knekktest utført på en 10 meter lang bjelke bestående av 11 kryss
- Tre 4-punktsbøyinger av 3 meter lang bjelker bestående av 8 kryss
- Fire 4-punktsbøyinger av 1,325 meter lange bjelker bestående av 3 kryss

Det er to viktige spørsmål man ønsker svar på gjennom denne testen. Det første er bjelkens bruddkapasitet. Bjelken har tydelig et svakt punkt mellom skjærblokkene og krysningslektene der det er et parti på 26 mm med to lekter i tverrsnittet. En naturlig hypotese blir da at bjelken har like mye motstand mot bøyepenninger som to enkeltlekter i fullt samvirke. Tre har større strekkapasitet enn trykkapasitet og det er derfor ventet at rekkefølgen lektene ligger i vil ha en innvirkning. I hvert knutepunkt langs bjelken vil det veksles på annenhver gang om det ligger en lekt i topp eller bunn. Når bjelken bøyes vil derfor noen knutepunkt oppleve mer strekkspenninger og andre mer trykk. Knutepunktene vil derfor heretter kategoriseres som *strekknutepunkt* og *trykknutepunkt*



Figur 4.5: **a:** strekknutepunkt. **b:** trykknutepunkt under nedbøyning

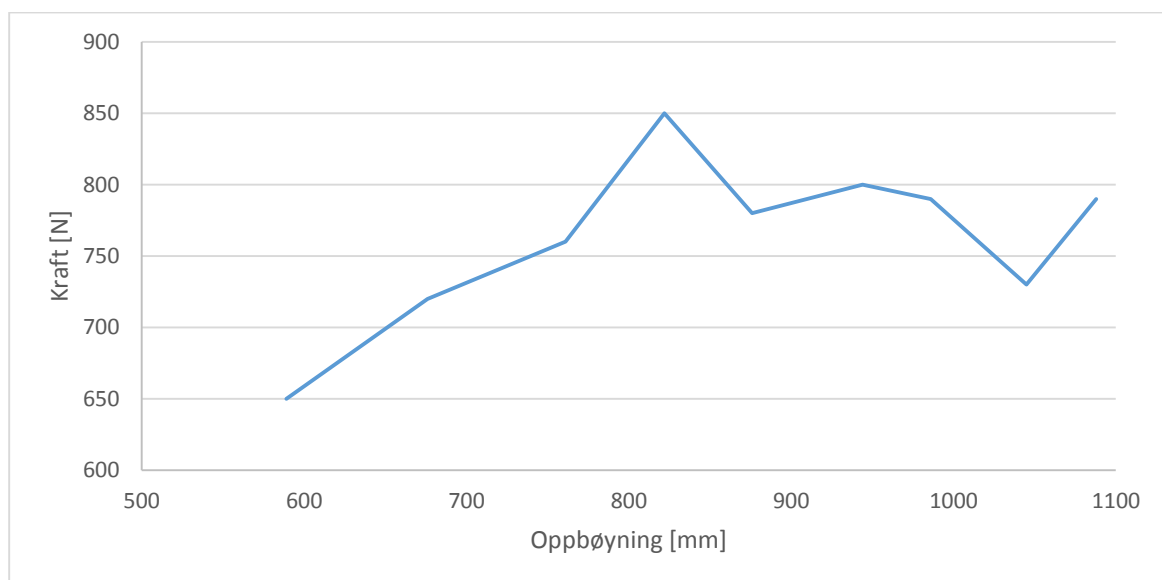
Et annet spørsmål det er viktig å få svar på er den minste krumningsradiusen bjelken kan oppnå. Fra byggingen av testskallet ble det erfart at bjelken var for stive til at skallet klarte å oppnå en tilfredsstillende form. Det er derfor interessant å vite hvor lang en bjelke bør være for å kunne oppnå former opp mot en 180 graders bue.

Hver test vil forklares med framgangsmåte og interessante resultater før bruddlaster og krumninger presenteres og sammenlignes i egne deler.

### 4.4.1 Test 1: Knekktest

Denne tesen ble utført i samhandling med byggingen av segmentkallet. En bjelke på 5 meter bestående av 11 kryss og like lang som de lengste bjelkene i skallet, ble montert. To jekkestropper ble festet til hver ende av bjelken og skjøttet sammen i en lastcelle som leste av strekkraften på manuelt utvalgte målepunkt underveis.

Som forklart i del 3.4 er det ikke gunstig å ha et oddetall antall kryss i bjelken og dermed et knutepunkt på midten. Likevel er det interessante resultat å få ut av denne testen da dette er den eneste testen der realistiske reisemetoder for gitterskall er tatt i bruk. Fra Figur 4.6 ser man at det er en tilnærmet lineær økning i last fram mot 800 mm oppbøyning. Etter dette holder kraften seg mer eller mindre konstant. Grunnen til dette er at oppbøyningen, som også blir momentarmen til kraften fra jekkestroppen, bidrar mer til det nødvendige momentet som skal til for å bøye bjelken. Dette taler for nedsenkingsmetoden under reisingen av et gitterskall. Jo mer av den tidlige deformasjonen man kan få gratis av tyngdekraften, jo mindre energi trengs for å bøye resten av skallet.



Figur 4.6: Kraft per mm. oppbøyning for knekktest

#### 4.4.2 Manuell 4-punktsbøying

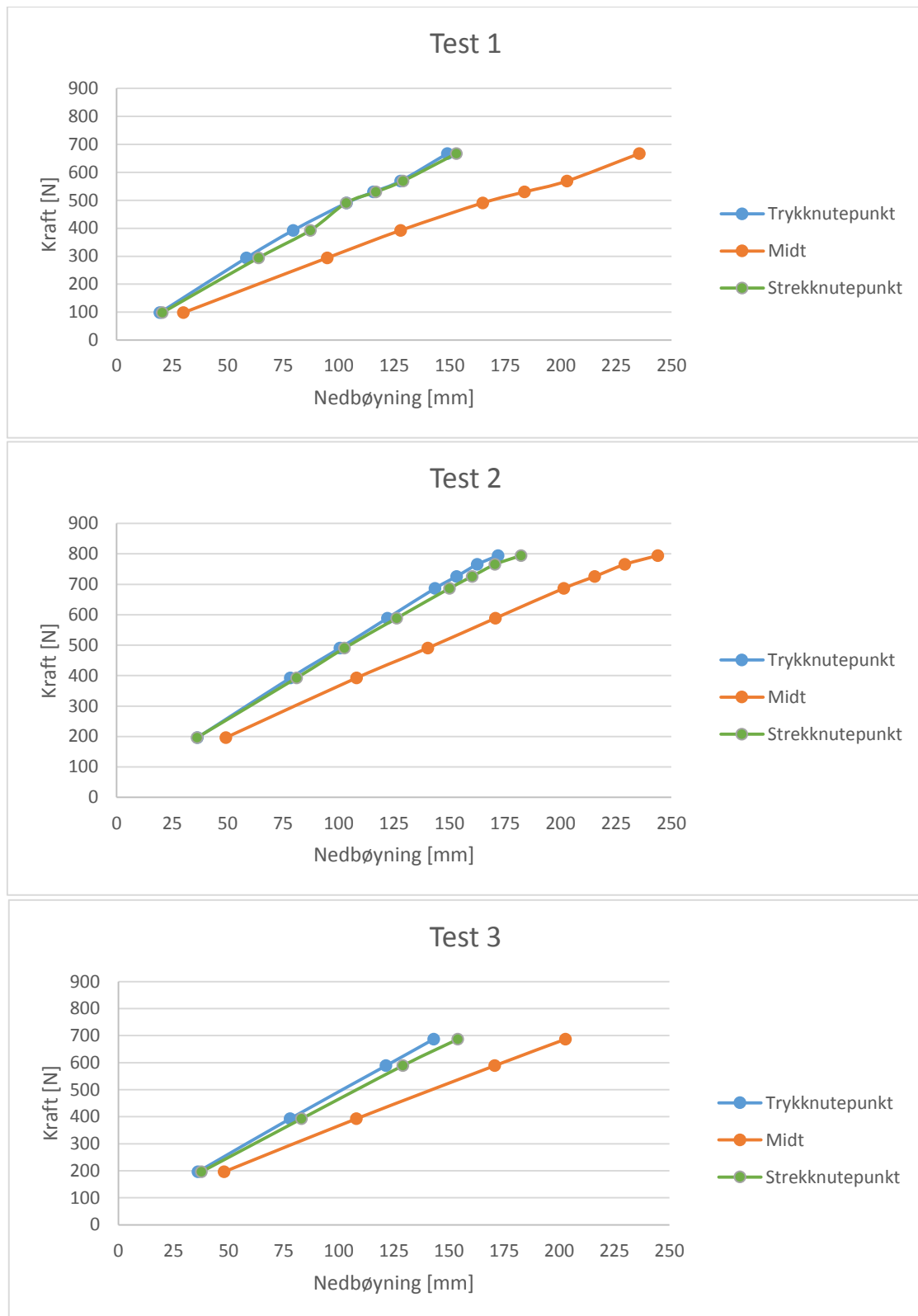
For å få svar på hvordan nedbøyningen varierer langs bjelken ble det gjort en 4-punkts-test av en tre meter lang bjelke. Lastene ble plassert 1 meter fra opplagene og både opplager og laster ble plassert midt på skjærblokker for å hindre mest mulig effekt av konsentrerte laster. Måleur ble montert på midten og på strekk- og trykknutepunktet ved siden av lastene. Testene ble gjort på prototypen av segmentbjelken forklart i del 3.4. Derfor var det viktig å kontrollere at senteravstanden mellom knutepunktene var lik.



Figur 4.7: Oppsett av og brudd

Etter hvert som vekter ble lasset på var en tydelig trend at strekknutepunktet hadde større nedbøyning enn trykknutepunktet. I alt ble det gjennomført tre tester. I det en bjelke gikk i brudd ble neste test klargjort ved å erstatte det ødelagte krysset. Figur 4.8 viser kraft mot nedbøyning for alle tre tester. For test 2 og 3 var det opptil en centimeter mer nedbøyning i strekknutepunktet enn i trykknutepunktet i det bjelken gikk i brudd. Ikke uventet gikk bruddet i strekknutepunktene for alle testene

## Test av segmentbjelke



Figur 4.8: Kraft mot nedbøyning for manuell 4-punktsbøyning

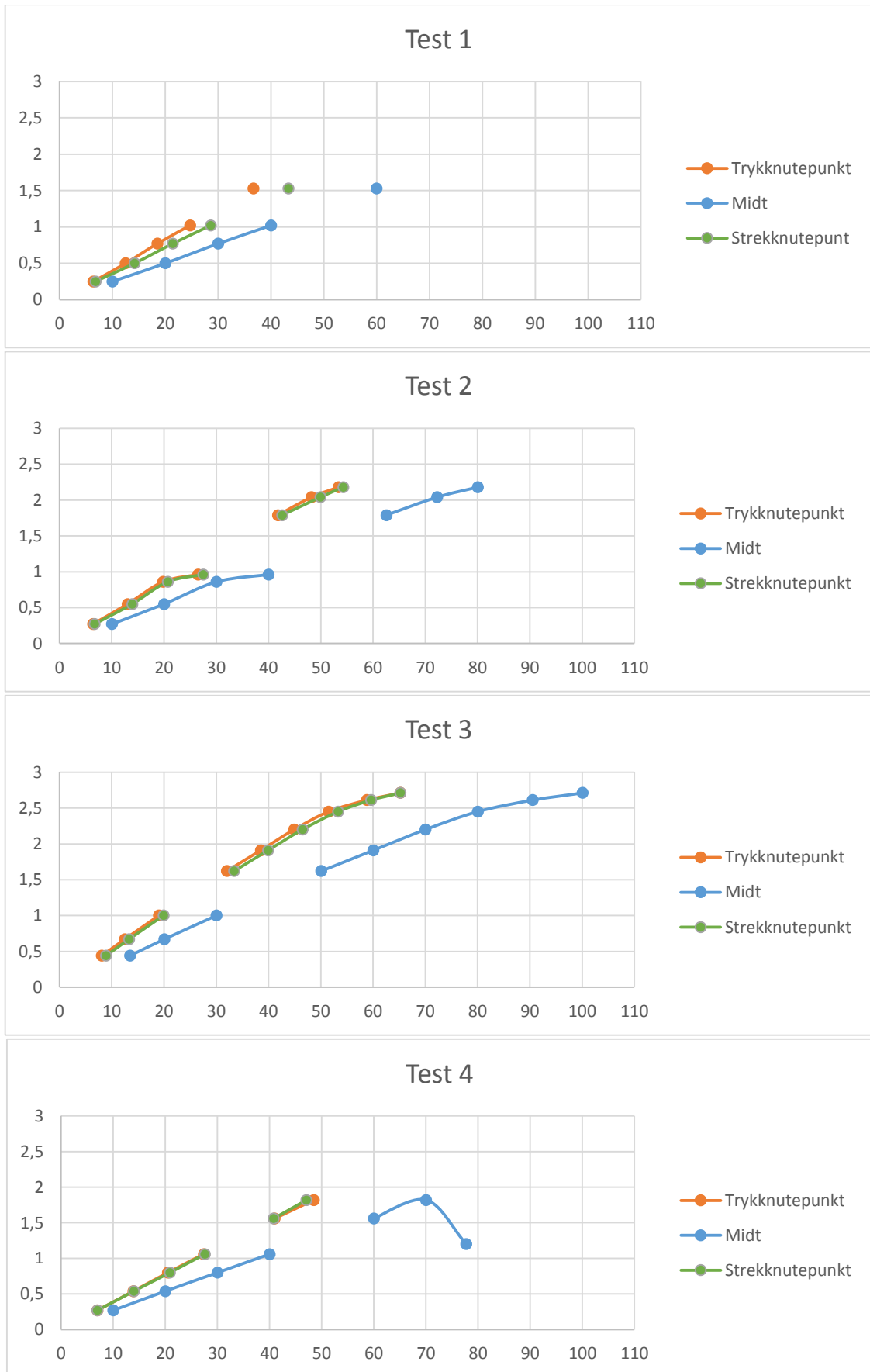
### 4.4.3 4-punktsbøyning i maskin

For å få mer nøyaktige resultater av bjelkens bruddlast ble det utført en 4-punktsbøyning hos SINTEF. Denne bjelken besto av tre kryss der lengden mellom opplagrene var 1,325 meter. For å fordele kraften fra lastcellen over å to punkter, ble det benyttet en stiv aluminiumstang opplagt på to aluminiumsrør. Disse skapte to punktlaster på kantene av den midterste skjærblokken. Ved bruk av aluminium antas vekten av dette systemet som neglisjerbart. Måleure ble plassert på de to midterste knutepunktene.



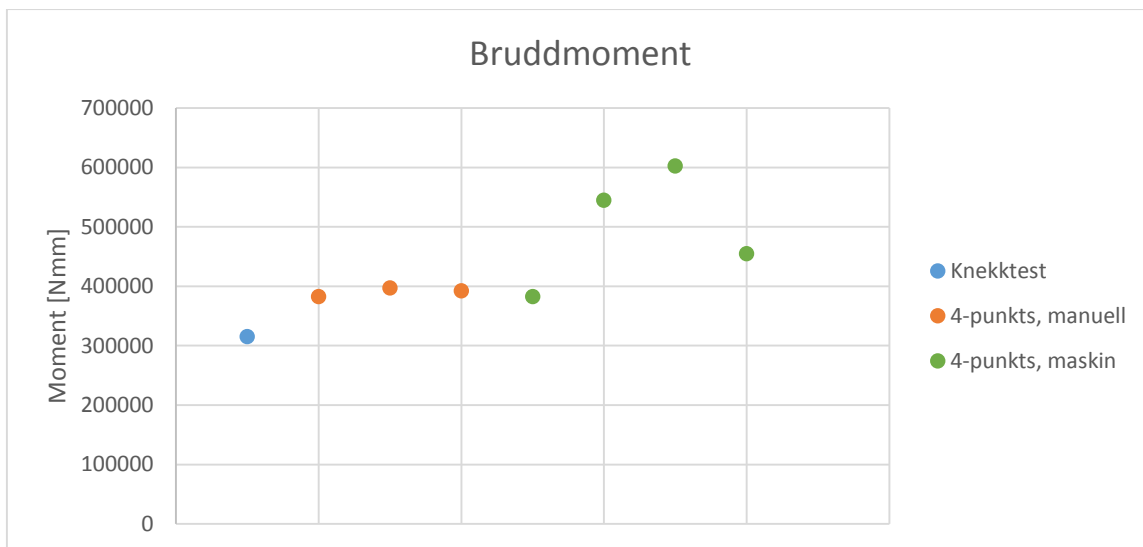
Denne bjelken er betydelig kortere enn den som ble benyttet under den manuelle 4-punktsbøyningen. Dette medfører at nedbøyningene blir mindre, samt at måleurene på knutepunktet vil bli liggende veldig nærme midten. Likevel ser man også av disse resultatene (Figur 4.9 neste side) at det er forskjell mellom knutepunktene så er det strekknutepunktet som får størst nedbøyning. Hullet mellom 1 og 1,5 kN i grafen skyldes en feil der maskinen ikke leste av. Heldigvis forekom dette i den elastiske sonen og har ingen nevneverdig betydning for resultatet. I test 3 inneholdt lektene i strekknutepunktet smale årringer. Dette gir tydelig utslag i resultatene da denne har klart størst kapasitet.

# Test av segmentbjelke



Figur 4.9: Kraft [kN] mot nedbøyning [mm]

#### 4.4.4 Bjelkens bruddlast



Figur 4.10: Bruddmoment for alle tester

Fra resultatene i figuren over ble det gjennomsnittlige bruddmomentet 43 400 Nmm. Fordeler man dette momentet på to lekter får man en spenning på 51 N/mm i hver lekt. Spenningsfordelingen er likevel mest sannsynlig ikke så jevnt fordelt. Bunnlekten ligger i strekksone og vil antagelig oppleve større spenninger. Skal man tolke disse resultatene er det likevel ikke store forskjeller. Hvis man antar at bunnlekten gikk i brudd på 55 N/mm, vil den andre lekten oppleve 47 N/mm på samme tidspunkt. En såpass god lastfordeling er gusntig.

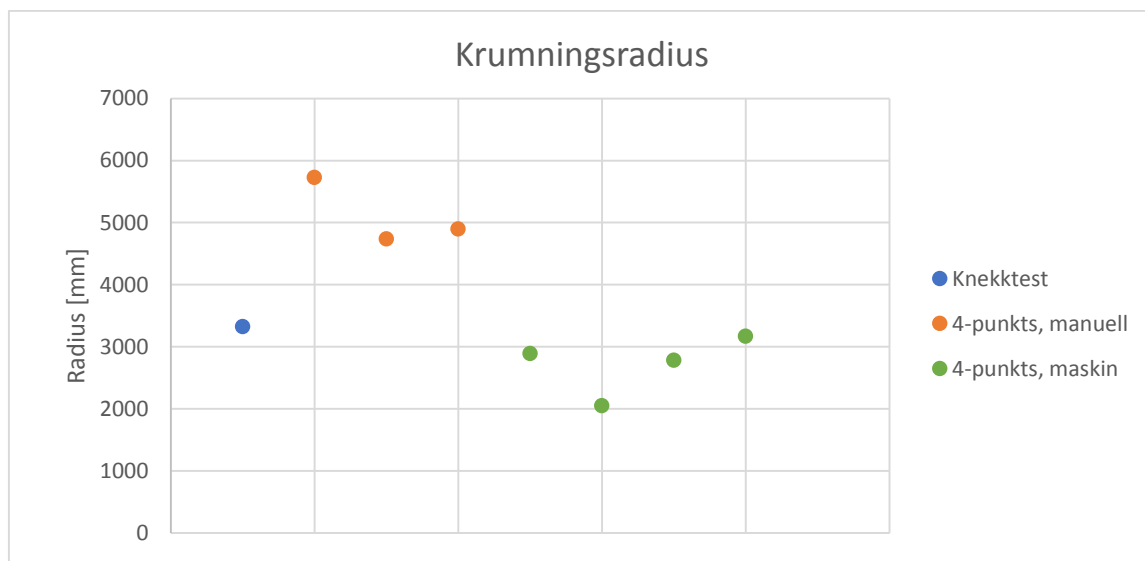


### 4.4.5 Bjelkens minste krumningsradius

Formelen for krumningsradiusen i en bue er gitt ved:

$$R = \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + H^2}{2H} \quad (4.3)$$

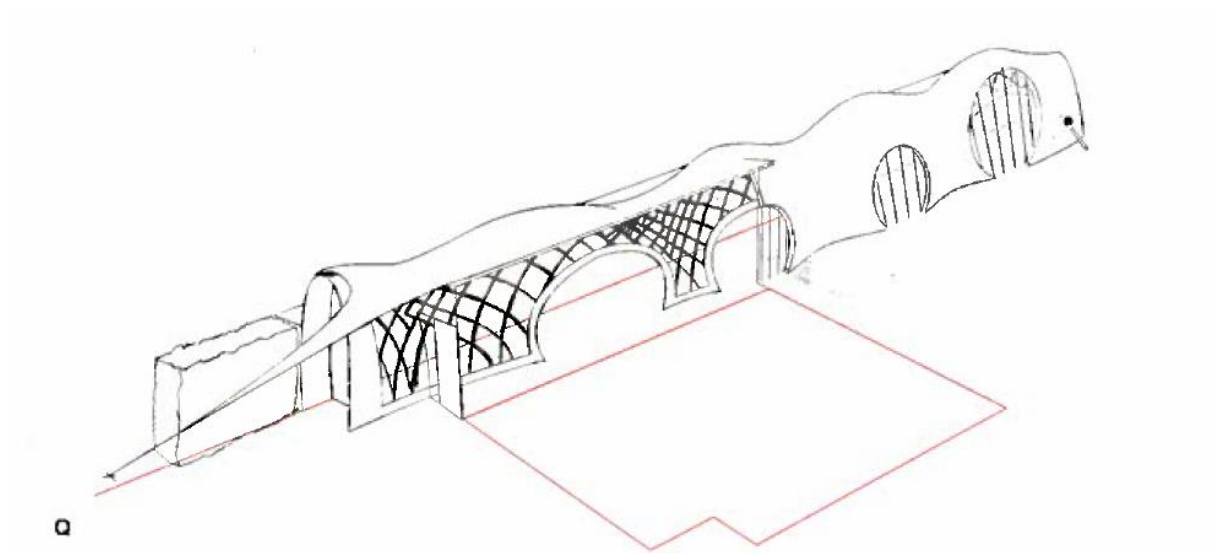
Der L er lengden på buens korde, i dette tilfellet lengden mellom opplagrene, og H er buens høyde på midten, i dette tilfelle nedbøyning.



Figur 4.11: Krumningsradius for alle tester

Den gjennomsnittlige krumningsradiusen endte på 3700 mm. Dette betyr at hvis man skal ha en segmentbjelke som spenner i en bue på 180 grader, må man ha en bjelke på 11,6 meter. Dette tilsvarer rett over 23 kryss.

## Kapittel 5 Bråtenalleen 25:

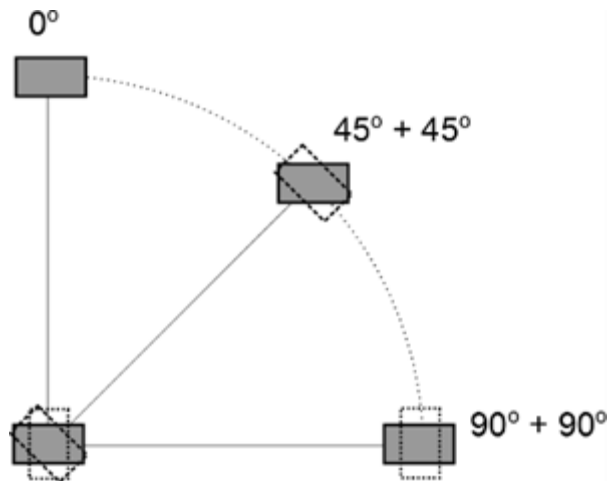


Underveis i prosjektet ble det avholdt et møte med arkitektkontoret Tandberg arkitekter samt rådgivende ingeniør Apeland om et planlagt gitterskallprosjekt. Gitterskallet er et tilbygg til et bolighus i Bråtenalleen 25 på Grefsen i Oslo. Tilbygget vil bli liggende langs tomtegrensen ved en forstøtningsmur bak huset. Gitterkallet vil være 22 m langt med en varierende bredde og høyde langs lengden. Inspirasjonen er hentet fra den japanske paviljongen beskrevet i del 2.4.

Gitterskallet kan kalles et kinematisk gitterskall da det er oppført med initialspenninger. Skallet er likevel ikke reist fra et flatt utgangspunkt. Planen er at lektene skal monteres og bøyes en etter en. Hver lekt skal bøyes diagonalt over byggets lengderetning uten at tverrsnittet ved endene roteres. Lektene vil da oppføre seg som det diagonale tønnehvelvet fra forsøket i del 3.2, og vil bli utsatt for torsjonsspenninger. I dette kapitlet vil det bli utført kapasitetsberegninger for torsjon og bøyning av

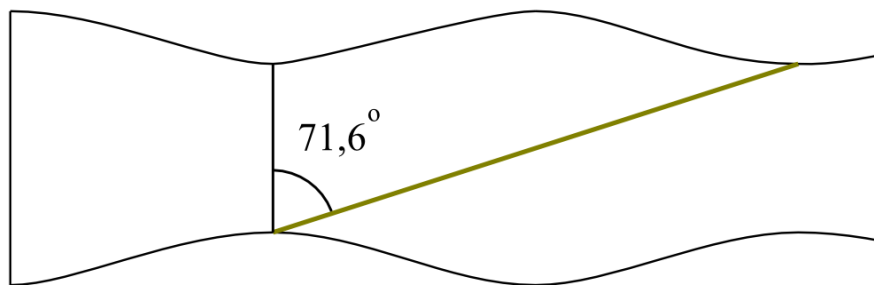
## 5.1 Torsjon av lekter

For å beregne total torsjonsvinkel i lekten kan man ta utgangspunkt i Figur 5.1. Denne illustrerer et tverrsnitt i grunnplan av en bue som dreies langs en kvart sirkel. For hver vinkel buen roteres, vil torsjonsvinkelen være det dobbelte. Denne vil opptre på midten av buen. Eksempelvis hvis buen dreies 45 grader med klokken må hver ende av lekten roteres 45 grader tilbake mot klokken for å få dem i ønsket posisjon. Dette resulterer i en total torsjonsvinkel på 90 grader.



Figur 5.1: Visualisering av torsjonsvinkel

Ved å måle vinkelen Bråtenalleens lekter avviker fra en normal bue, kan man derfor finne total torsjonsvinkel i lektene. Den største vinkelen finner vi i lektene som går mellom skallets smaleste sider. Avstanden mellom disse innsnevringene er 6 meter og bredden her er på 2 meter. Dette resulterer i en vinkel på 71,6° eller en torsjonsvinkel på 143,2° på midten av lekten.



Figur 5.2: Største vinkel mellom lekt og normalakse

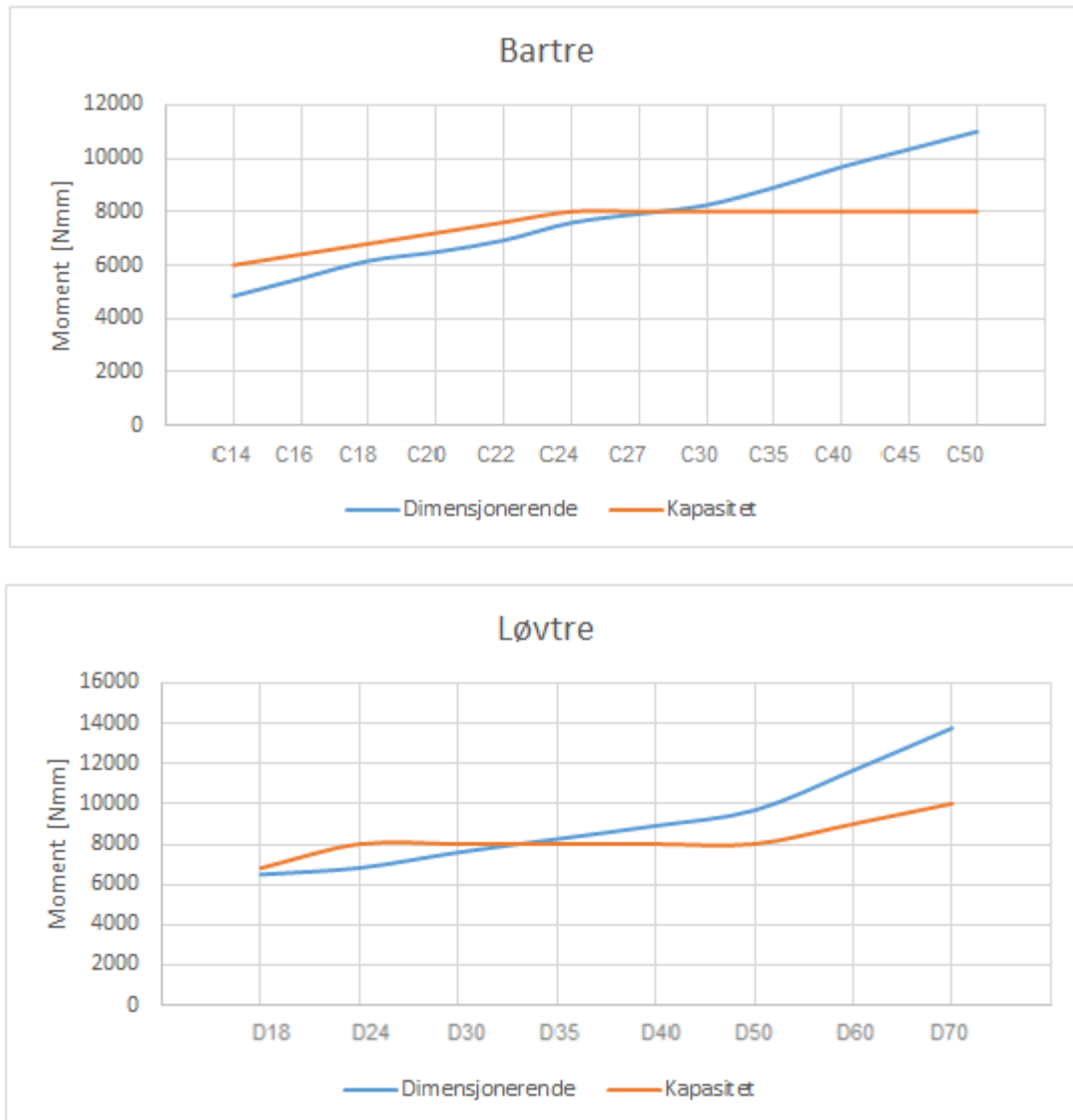
Torsjonsmomentet som oppstår grunnet torsjonsvinkelen er gitt ved:

$$M_x = \frac{\theta \cdot GI_T}{L} \quad (5.1)$$

Der  $\theta$  er torsjonsvinkel i radianer,  $G$  er skjærmodulen,  $L$  er lektens lengde og  $I_T$  er St. Venants torsjonskonstant som ved rektangulære tverrsnitt er gitt ved:

$$I_T = \frac{1}{3}bh^3\left(1 - 0.63\frac{h}{b}\right) \quad (5.2)$$

Kapasitetene for torsjon beregnes etter NS-EN 1995-1-1: 6.1.8



Figur 5.3: Dimensjonerende torsjonsmoment mot kapasitet for alle styrkeklasser

Lektens tverrsnittsdimensjon og lengde er henholdsvis 18 x 34 mm og 10 meter. Fra Figur 5.3: *Dimensjonerende torsjonsmoment mot kapasitet for alle styrkeklasser* ser man at torsjonskapasiteten for bartrær er uendret etter klasse C24. Dette er på grunn av den karakteristiske skjærkapasiteten som er konstant etter dette punktet.

Tar man utgangspunkt i styrkeklasse C24 får man et moment på 7,6 kNmm på midten av lekten. Dette betyr at det behøves et moment på 3,8 kNmm på hver side av lekten for å oppnå den nødvendige orienteringen. En praktisk måte å gjøre dette på er å innføre en momentarm, f. eks en 20 cm lang stang med en festeanordning for tverrsnittet. Da vil en punktlast på 19 N, eller 1,9 kg, på enden av stangen gi det nødvendige momentet. Dette er en kraft som er fullt oppnåelig for en arbeider på byggeplassen.



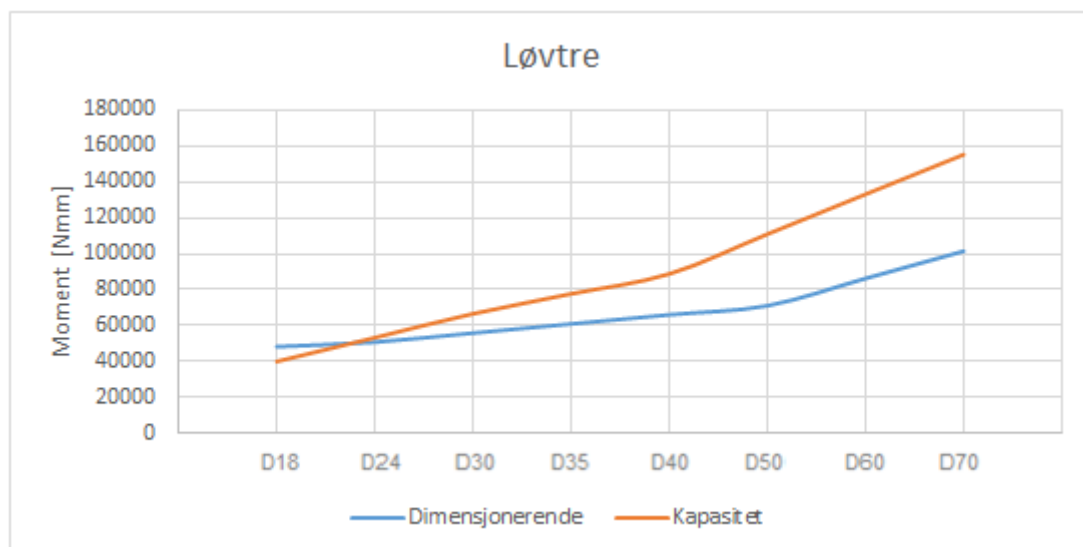
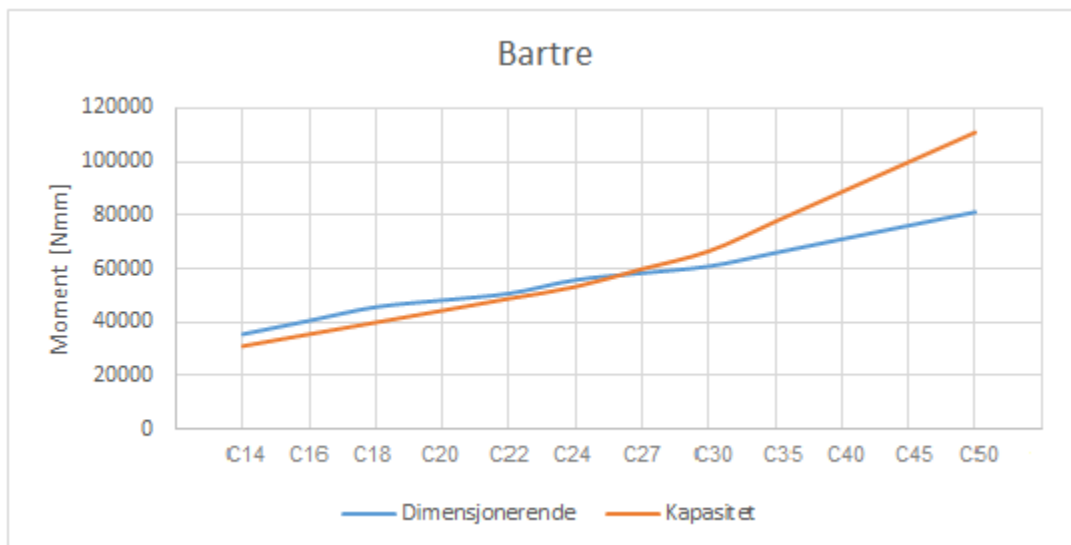


## 5.2 Lektenes bøyekapasitet

Arkitekten beskriver at lektene spennes i en ren bue. Med lekter på 10 meter innebærer dette en oppbøyning på 3,2 meter. Ved å ta utgangspunkt i formlene for nedbøyning og moment for en bjelke påkjent av en jevnt fordelt last, kan man finne et uttrykk for momentet i en bjelke påkjent av nedbøyning:

$$M_{Ed} = \frac{48 EI \delta}{5 L^2} \quad (5.3)$$

Kapasiteten for bøyning beregnes etter NS-EN 1995-1-1: 6.1.6.



Det er tydelig at det er en balansegang mellom torsjonskapasitet og bøyingskapasitet for de ulike styrkeklassene. For gran er C27 den eneste styrkeklassen der både torsjon og bøyning tilfredsstilles, for løvtre er det D24 og D30. Det anbefales derfor å bruke sortert trevirke i denne konstruksjonen

## Kapittel 6 Konkluderende bemerkninger

Det å sette seg inn i gitterskallets historie og skaffe seg kunnskap om referansebygg viste seg være nyttig. Dette fører til at man kan lære av andres feil og ikke minst utnytte deres innovative ideer. Begge deler av oppgaven, både den teoretiske og den praktiske, har gitt et nytt innblikk i arkitektens verden og hvordan arkitekter jobber for å løse problemer. I tillegg har det vært interessant å jobbe med tre som er et materiale med varierende egenskaper.

## Referanser

1. Bell, K., *An engineering approach to finite element analysis of linear structural mechanics problems*. 2013: Fagbokforlaget.
2. Otto, F., *IL 10: Grid Shells*. 1974: Institute for Lightweight Structures.
3. Happold, E. and I. Liddell, *Timber lattice roof for the Mannheim Bundesgartenschau, discussion*. *The Structural Engineer*, 1975. **54**(7).
4. De Temmerman, N. and C.A. Brebbia, *Mobile and Rapidly Assembled Structures IV*. 2014: WIT Press.
5. Happold, E. and I. Liddell, *Timber lattice roof for the Mannheim Bundesgartenschau* *The Structural Engineer*, 1975. **53**(3).
6. Kelly, O.J., et al., *Construction of the Downland Gridshell*. *The Structural Engineer*, 2001. **79**(17).
7. Davey, P., *Engineering for a Finite Planet: Sustainable Solutions by Buro Happold*. 2009: Birkhäuser.
8. Kronenburg, R., *Portable Architecture: Design and Technology*. 2008: Birkhäuser.
9. Dickson, M. and R. Harris, *The Downland Gridshell*. Ingenia.
10. Woodland, C.O., *Chiddingstone Castle Gridshell*. 2007.
11. Olcayto, R. *Gridshell glazes over the past*. 2007; Available from: <http://www.bdonline.co.uk/gridshell-glazes-over-the-past/3089698.article>.
12. Sagen, A., *Trekonstruksjoner med spikerplater*. 1999: Norsk takstolprodusenters forening.