

Gitterskall

En konstruksjon for fremtiden

Marius Bakkejord Martin Kjellesvik

Bygg- og miljøteknikk Innlevert: juni 2015 Hovedveileder: Anders Rönnquist, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Institutt for konstruksjonsteknikk

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET

Abstrakt

Institutt for konstruksjonsteknikk

Gitterskall - En konstruksjon for fremtiden

av Marius Bakkejord Martin Kjellesvik

Kinematiske gitterskall av tre er skallkonstruksjoner som utformes fra et flatt rutenett av trelekter. Konstruksjonen ble brukt for første gang av Otto Frei i 1974. Senere oppførte gitterskall har vist en kontinuerlig utvikling av detaljløsninger, men hovedkonseptet er fortsatt det samme.

Oppgaven var fra startfasen et samarbeidsprosjekt mellom arkitekt- og ingeniørstudenter, hvor deltakerne gradvis fokuserte prosjektet inn på sine respektive fagfelt.

Det ble bygget et gitterskall i laboratoriet. Erfaring fra dette skallet, i form av nedbøyningsmålinger, ble videreført til modeller i FEM-programmet Abaqus CAE. Denne elementmodellen fikk samme egenskaper som laboratorieskallet. Modellen ble utvidet til en mer funksjonell størrelse og utsatt for ulike lasttilfeller. Resultatene viste at lette konstruksjoner som gitterskall er sårbare for store påkjenninger med i form av snølast. Styrke kan ikke hentes fra mer materiale som i vanlige konstruksjoner, da enhver økning av bøyestivhet vil vanskeliggjøre forming. Det må derfor legges mye arbeid i å finne en best mulig form for skallet, da formen vil være hovedbærer av skallet.

Med moderne tømrings- og anleggsteknikk er gitterskall relativt lette å oppføre. Kompleksiteten ligger i prosjekteringen. Det finnes egnet programvare for utforskning av form, men overføring til analyseverktøy er utfordrende. Dette vanskeliggjør prosjekteringen, og er funnet som medvirkende til at ikke er oppført flere gitterskall.

Abstract

Kinematic wooden grid shells are shell structures, formed from a flat grid of wooden laths. Otto Frei first used this type of structure in 1974, and later grid shells has shown a continuous development of construction details. However, the basic concept is still the same.

This thesis was initially a collaboration between architect- and engineering students, and the participants gradually focused their projects into their respective fields.

A grid shell where constructed in the laboratory. Experience from this shell was transferred to a FE-Model. The finite element program Abaqus CAE was used to set up this model, which had the same characteristics as the laboratory shell. The model was later on enlarged to a more suitable construction size and subjected to different loads. The results showed that lightweight structures like grid shells are vulnerable to large loads. Strength can't be obtained from adding material like conventional structures, since any increase in bending stiffness would reduce the shells ability to obtain the desired shape. Effort must be made to find the best possible shape for the shell, since the shape will be the most significant carrier of shell structurally.

With modern carpentry- and construction methods grid shells are easy to construct. The complexity lies in the design proses. There are suitable software for exploration of form, but the transmission to FEM programs is found challenging. This complicates the design, and is the main contributor to why so few grid shells have been constructed.

Oppgave formulering

For å utvikle nye og gode konstruksjoner i et samfunn under stadig utvikling er det stort behov for kunnskap om, og interesse for konseptuell design av konstruksjoner. For at vi som ingeniører skal bidra på beste måte i dette, må vi trene oss i å håndtere komplekse funksjonelle og kontekstuelle parametere i tillegg til relevant konstruksjonsteknikk fra våre tradisjonelle prosjekteringsfag. Her ønsker vi å videreutvikle kompetanse i skjæringsområdet mellom ingeniørfaget og arkitektur. En naturlig del av arbeidet vil være å sette seg godt inn i aktuelle referansebygg og sentral arkitektur innen gitterskallkonstruksjoner. I tillegg til konstruktive egenskaper vil begrep som funksjonalitet og form stå sentralt i oppgaven.

Oppgaven skal fokusere på bruken av gitterskall som bærende konstruksjon med nye metoder for å designe og bygge frie former i en enhetlig prosess. Det må da klarlegges hvordan enkelte former transporterer påkjenninger gjennom konstruksjonen, for på beste måte bruke disse til å beskrive konstruksjonens virkemåte. Det vil i oppgaven bli utført et prosjektarbeid mellom arkitekt- og ingeniørstudenter. Arkitektstudentene vil utforme et konseptgitterskall med innspill fra ingeniørene. Gitterskallets funksjon avgjøres av prosjektgruppen. Gode overslagsberegninger og sammenlikninger av ulike konstruksjonsløsninger vil bli tillagt større vekt enn detaljert dimensjonering av en enkelt løsning.

Litterateurstudie og numerisk modellering:

- Basisformer og deres mekansiske funksjonalitet.
- Referansebygg og deres funksjonalitet.
- Bruk av Abaqus til å evaluere former og vise responsfordelingen.

Kandidaten vil selv vektlegge de enkelte delene i oppgaven som utføres i henhold til retningslinjer for utførelse av hovedoppgaven ved Institutt for konstruksjonsteknikk gitt på instituettes hjemmesider.

Faglærer: Nils Erik Anders Rönnquist, NTNU

Besvarelsen skal levere til Institutt for konstruksjonsteknikk innen 10. juni 2015.

Forord

Denne masteroppgaven ble skrevet våren 2015 ved Norges teknisk naturvitenskaplige universitet, som avslutning på mastergraden i Bygg og Miljøteknikk.

Arkitekter i Norge søker i dag i stor grad til utlandet for å finne ingeniører som kan konstruere signalbygg med former utenfor det vanlige. I løpet av våre år på NTNU er konstruksjoner med komplekse former ikke blitt belyst. Utdanningen har i stor grad rettete seg mot opplæring i standardiserte metoder. Det søkes derfor å utforske muligheten til å utforme konstruksjoner forbi norsk standard. Søken etter dette brakte oss over i arkitekturens fagfelt, for undersøkelse av mulige former fra eksisterende bygg. Det var denne studien som brakte oss inn på konstruksjonstypen gitterskall.

Det er overraskende at i et land som Norge, med lange tradisjoner for bruk av tre som konstruksjonsmateriale ikke har utforsket denne konstruksjonsformen i større grad. Det er derfor forfatternes ønske at denne oppgave skal være med på å løfte gitterskall som konstruksjonstype frem i norsk byggebransje. Flere personer har hjulpet oss i løpet av oppgaven. Vi ønsker i den sammenheng å takke Anders Rönnquist for veiledning og inspirasjon til arbeidet i løpet av dette halvåret. De ansatte ved betonglaboratoriet til institutt for konstruksjonsteknikk for assistanse, lån av verktøy og utstyr, og for bygging og testing av gitterskall i deres lokaler. Til slutt rettes en stor takk til Nathalie Labonnote for vital assistanse i oppbygning av Abaqus modellen. Hennes frivillige innsats var av uvurderlig betydning for resultatene i denne oppgaven.

Trondheim, juni, 2015

Martin Kjellesort

Martin Kjellesvik

Marias Babbijor

Marius Bakkejord

Innhold

A	bstra	\mathbf{kt}	i		
O]	ppgav	veformulering	v		
Forord					
In	nholo	1	ix		
Fi	gurli	ste	xi		
Ta	ıbelli	ste x	iii		
1	Bak	grunnsteori	1		
	1.1	Staven	1		
	1.2	Kabelen	2		
	1.3	Bjelken	4		
	1.4	Buen	5		
	1.5	Skall	7		
2	Gitt	erskallteori	11		
	2.1	Beskrivelse av et gitterskall	11		
	2.2	Bueoppførsel	12		
	2.3	Belastede gitterskall	16		
	2.4	Ubelastet gitterskall	18		
	2.5	Materialer	20		
	2.6	Tre	21		
	2.7	Dimensjonering etter Eurokode 5	22		
	2.8	Formgivning	23		
		2.8.1 Hengende kjedemodell	24		
		2.8.2 Kraftdensitetsmetoden	25		
		2.8.3 Dynamisk relaksasjon	27		
		2.8.4 Partikkel-fjær-modell	28		
	2.9	Rainflow	28		
	2.10	Praktiske konstruksjonsdetaljer	29		
3	Refe	eransebygg	31		
	3.1	Mannheim Mulithalle	31		
	3.2	Weald and Downland	35		
	3.3	Saville Garden	39		
	3.4	Diskusjon av referansebygg	42		

4	Lab	oratoriu	ms arbeid	45	
	4.1	Forbered	lelser	46	
	4.2	Monterin	1g	47	
	4.3	Forming		47	
	4.4	Målepros	sedyre	49	
	4.5	Resultat	er og diskusjon	52	
5	Nu	nmeriske	e analyser av gitterskallet	57	
	5.1	Validerin	ıg av materialmodell	57	
	5.2	Basismo	dell i Abaqus CAE	58	
		5.2.1 D	Diagonale avstivere med temperaturavhengig stivhet	60	
		5.2.2 T	vungen forflytning	60	
		5.2.3 K	Koblingsmodell	61	
	5.3	Sammen	ligning av Abaqus modell og skallet bygget i laboratoriumet	62	
	5.4	Analyse	av fullskalamodell	67	
		5.4.1 S	\mathbf{n} ø	68	
		5.4.2 V	7 ind	69	
		5.4.3 P	'unktlast	69	
	5.5	5 Lastanalyse av formen			
		5.5.1 J	evnt fordelt last	71	
		5.5.2 S	kjevfordelt snølast	73	
		5.5.3 S	kjær	75	
		5.5.4 P	'unktlaster	77	
	5.6	Videre la	Astanalye av stiv-koblingsmodell	82	
		5.6.1 V	7 ind	82	
		5.6.2 B	Brudd	83	
		5.6.3 L	astanalyse av oppreisningsformen	84	
	5.7	Knutepu	nktene	87	
6	Kor	ıklusjon		91	

Bibliografi

95

Figurer

1.1	Stav utsatt for aksialkraft P	1
1.2	Kabel utsatt for fordelt last	3
1.3	Kabel utsatt for egenvekt	3
1.4	Bjelkeelement med spenningsfordeling	4
1.5	Bueelement	6
1.6	Skallelement	7
1.7	Tolags skallelement	8
2.1	Mannheim gitterskallet	11
2.2	Buekonstruksjon utsatt for skjevlast	13
2.3	Bueelement med asymmetrisk tverrsnitt	13
2.4	Ulike grensebetingelser for buer med tilhørende nedbøyningsformer	14
2.5	Nedbøyningsformer og aksialkraftdiagram for buer med ulik høyde .	14
2.6	Gjennomlokking	15
2.7	Knekningsformer for ulike buer	15
2.8	Gitternett uten skjærstryke	16
2.9	Overføring av krefter i kontinuerlig- og gitterskallelement	17
2.10	Ulike avstivningsmetoder	17
2.11	Saville Garden skallet med skjærblokker	19
2.12	Forskjellige skjøteteknikker for trevirke	22
2.13	Geometri for en enkel polylinje	25
2.14	Likevekt i node 1	26
2.15	Formfinning med dynamisk relaksasjon	27
2.16	Kraftstrøm rund åpninger	29
0.1		0.1
3.1	Mannheim Multihalle	31
3.2	Utvendig utsikt av Mannheim gitterskallet	32
3.3	Hengende kjedemodell av Mannheim gitterskallet	33
3.4	Weald and Downland	35
3.5	Oppføringsprosess for Weald and Downland	36
3.6	Knutepunktsutformingen og diagonale lekteavstivere for Weald and	07
0 7	Downland	37
3.7	Konsepttegning av Saville Garden	39
3.8	Ramme og bæresøyler	40
3.9	Montering av skjærblokker ved Saville Garden	41
3.10	Avstiverplater	42
4.1	Gitterskall med diagonale avstivere	45
4.2	Segmenter og bjelke med mål i mm	46
4.3	Montering av gitterskallet	47
4.4	Løft og forming av gitterskallet	48

4.5	Oppsett med grensebetingelser
4.6	Oppsett av måleur
4.7	Gitterskall med to lasttilfeller
4.8	Gitterskall med fordelt skjevlast
4.9	Gitterskall uten diagonale avstivere med ulike lasttilfeller
4.10	Målepunkter for laboratoriumsforsøket
4.11	Nedbøyninger for laboratorieforsøket
4.12	Horisontalutglidning av forsøksskallet
5.1	Segmentbjelke utsatt for punktlaster i Abaqus og laboratoriet
5.2	Nedbøyning av segmentbjelker sammenlignet med modell i Abaqus
5.3	Spenningstilstand for basismodellen i form
5.4	Kantbjelke deformert som følge av tvungen forflyttnign
5.5	Basismodellen i form
5.6	Sammenligning av nedbøyninger for koblings- og basismodell og la-
57	Stanate an environ i gitterglellet
0.7 E 0	Defermention met emplemente bestlere
5.8 5.0	Citizada lla sala la seta seta la seta
5.9	Gitteskallmodellen med 3 og 5 ben
5.10	Gitterskall belastet med dimensjonerende snølast for Trondheim
5.11	Gitterskall med diagonale avstivere utsatt for punklaster
5.12	Målepunkter for modellen utsatt for snølast
5.13	koblinger utsatt for snølast
5.14	Spenningstilstand for modellene med diagonale avstivere og stive koblinger utsatt for skjevfordelt snølast
5.15	Spenningsfordeling for de flate modellene utsatt for skiærdeformasjon
5.16	Fordeling av skjærkrefter for modellen med diagonale avstivere i flat
5 17	Cittanala llat med for multiplater or coursilater methods and for the
0.17	Gitterskanet med for punktiaster og oversikt over malepunkter
0.10 5.10	Deferment signation of Abaque CAE modellene
5.19	Deformasjonsformen til modellen med frie koblinger
0.20	Deformasjonsomrade mot lastretning
0.21	Spenningstilstand for Abaqus CAE modellene med last over bue
0.22 E.02	Spenningstustand for gitterskallet utsatt for vindlast
5.23	Spenningstilstand til skallet for ulike bruddområder
5.24	Gitterskallet med lite krumning i udeformert og deformert tilstand .
5.25	Gitterskallet med middels krumning i udeformert og deformert til-
F 0.0	stand
5.26	Gitterskallet med middels krumning i udeformert og deformert til-
	stand
5.27	Forskjell mellom skallet med og uten avstivere
5.28	Knutepunk med 25 mm avstand fra midtlekter til laget med fire lekter
5.29	Knutepunkt utsatt for deformasjon
5.30	Spenningsfordeling av knutepunkt uten midtbolt

Tabeller

2.1	Materialegenskaper for konstruksjonstre, fra EN 338	22
5.1	Parametre brukt i basismodellen	59
5.2	Nedbøyninger og spenninger for modell utsatt for snølast	72
5.3	tab:Nedbøyninger og spenninger for modellene utsatt for skjevfor-	
	delt snølast	73
5.4	Reaksjonskrefter fra skjevfordelt snølast til opplagerne på belastet	
	og ubelastet side	74
5.5	Skjærdeformasjon ved horisontallast i midtpunkt	75
5.6	Punktlast i midtpunkt	78
5.7	Nedbøyning og spenninger for modellene utsatt for punktlast over	
	opplager	79
5.8		81
5.9	Reaksjonskrefter i hver opplager for en vindlast påført vinkelrett på	
	kantbjelke	82
5.10	Reaksjonskrefter i hver opplager for en vindlast påført vinkelrett på	
	opplager	82
5.11	Største spenning og spenningsendring i skallet ved brudd	84
5.12	Største spenning ved de forskjellige avstandene	89

Kapittel 1: Bakgrunnsteori

1.1 Staven

En stav er en konstruksjonskomponent som kun overfører aksialkrefter. Staven har en langt større utbredelse i lengderetning enn de to andre retningene. Det vil si at tverrsnittdimensjonene er små i forhold til stavens lengde.

Før man kan se på den gjennomsnittlige spenningsfordelingen i en stav må noen forenklende antakelser ligge til grunn.

- Deformasjon skal ikke føre til endringer i tverrsnittets orientering, dvs at tverrsnittet skal forbli flatt selv om staven endrer volum og form. Staven skal også holde seg rett under på- og avlastning. Hvis disse kriteriene oppfylles vil staven deformeres uniformt ved påført last.
- Lasten må påføres langs sentralaksen til tverrsnittet for at staven skal deformeres uniformt. I tillegg må materialet være homogent og isotropisk, som betyr at materialet har gjennomgående like fysiske og mekaniske egenskaper for hele volumet, i alle retninger.



FIGUR 1.1: Stav utsatt for aksialkraft P

Gitt at staven er utsatt for konstant uniform deformasjon med et tverrsnittareal A, elastisitetsmodul E og belastet med en last P, som vist i figur 1.1 vil følgende gjelde [1]:

$$\sigma = P/A \tag{1.1}$$

Ingeniør spenningen er uniform over hele tverrsnittet og finnes ved å dele kraft på areal. Fra Hooke's lov, $\sigma = E\varepsilon$, gis $E\varepsilon = P/A$. Tøyningen ε måler forlengelsen u av den deformerte staven i forhold til opprinnelig stavlengde. Ved å bruke $\varepsilon = \frac{du}{dx}$ gis følgende differensialligning:

$$\frac{du}{dx} - \frac{P}{EA} = 0 \tag{1.2}$$

1.2 Kabelen

En kabel er en lett konstruksjonskomponent med høy styrke. Denne kombinasjonen gjør kabelen egnet til å overfører store krefter i konstruksjoner. I motsetning til bjelken har kabelen tilnærmet ingen bøyestivhet. Dette betyr at kabelen kun overfører krefter gjennom strekk.

Når en kabel brukes i for eksempel en hengebro eller som bæresystem for trafikklys vil kabelen utgjøre hovedbæringskomponenten. I en kraftanalyse av et slikt system kan egenvekten til kabelen neglisjeres, mens for en kraftlinje vil egenvekten være dimensjonerende og må tas med. I dette avsnittet vil vi se på tre forskjellige lasttilfeller for kabelen.

Kabel utsatt for konsentrert last

Når en kabel hvor egenvekt neglisjeres blir utsatt for konsentrert last vil den formes til rette linjer. Disse segmentene av rette linjer vil bli utsatt for en konstant strekkraft.

Kabel utsatt for fordelt last

En vektløs kabel blir utsatt for en fordelt last, som måles i x-retning, over et spenn som vist i figur 1.2. Ved å finne likvekt for et lite segment av kabelen som har lengde Δ_s gis følgende differensialligning [2].

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{Fh} \int w(x)dx \tag{1.3}$$

 F_h representerer den horisontale komponenten av strekkraften i et vilkårlig punkt langs kabelen. For en kabel med uniformt fordelt last w_0 blir ligningen



FIGUR 1.2: Kabel utsatt for fordelt last

$$y(x) = \frac{1}{Fh} \left(\frac{w_0 x^2}{2} + C1x + C2\right)$$
(1.4)

hvor konstantene som følger av integrasjonen løses ved å etablere grensebetingelser. Setter vi
 grensebetingelsene y = 0 ved x = 0 og dy/dx = 0 ved x = 0 får vi
 følgende resultat

$$y = \frac{w_0}{2Fh}x^2\tag{1.5}$$

som er likningen for en parabel.

Kabel utsatt for egenvekt



FIGUR 1.3: Kabel utsatt for egenvekt

Når en kabel blir utsatt for egenvekt vil lastfunksjonen være en funksjon av kabelens buelengde s i stedte for den projisert lengden x. Dette er illustrert i figur 1.3. Likevekt for segmentet av kabelen vil også for dette tilfellet gi differensialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{Fh} \int w(s)ds \tag{1.6}$$

Ser vi på en uniform kabel med vekt per enhetslengde lik $w_0 \mod \frac{dy}{dx} = 0$ ved s=0, s=0 ved x=0 og y=0 ved x=0 som grensebetingelser får vi følgende likning hvis vi løser integralet. Relasjonen $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ er brukt.

$$y = \frac{Fh}{w_0} \left[\cosh\left(\frac{w_0}{Fh}x\right) - 1 \right] \tag{1.7}$$

Dette er ligningen for en katenærkurve, også kjent som kjedelinje [2].

1.3 Bjelken

Bjelken er i likhet med staven en 1-D konstruksjonskomponent, men der staven i prinsipp kun overfører krefter i aksialretningen overfører bjelken primært en ytre påkjenning via bøying [1]. Denne belastingen fører til en prinsipiell 2-D fordeling av indre snittkrefter bestående av aksialkraft i lengderetning og skjærkraft i tverretning. Dette fører til en spenningsfordeling som er ulik over tverrsnittet, og kan beskrives på følgende måte med utgangspunkt i et lite utsnitt av en bjelke belastet med en fordelt last, som i figur 1.4.



FIGUR 1.4: Bjelkeelement med spenningsfordeling

Ved å anta at skjærdeformasjonen er neglisjerbar og at plane plan forblir plane kan tøyningen utrykkes som følgende:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} = z\frac{d\theta}{dx} = -z\frac{d^2w}{dx^2} = -zw'' \tag{1.8}$$

hvor wer nedbøyningen i samme plan som lasten. Ved å sette inn 1.8 i Hooke's lov får man

$$\sigma = E\varepsilon = -zEw'' \tag{1.9}$$

Videre kan det påførte momentet utrykkes som:

$$M = \int_{A} \sigma z dA = -Ew'' \int_{A} z^2 dA = -EIw''$$
(1.10)

hvor I er annet arealmoment av bjelkens tverrsnittsareal A. Ved å ta likevekt av elementet i figur 1.4 og neglisjere ledd av høyere orden får en bjelkens differensialligning:

$$w'''' = \frac{q}{EI} \tag{1.11}$$

Figur 1.4 viser en spenningsfordeling over tver
rsnittet som er lineær og $\sigma(z)$ kan derfor utrykkes som:

$$\sigma = -\frac{z}{c}\sigma_{max} \tag{1.12}$$

Ved innsetning av 1.9 i 1.10 får man bøyeformelen:

$$\sigma(z) = \frac{M}{zI} \tag{1.13}$$

1.4 Buen

En forutsetning for formlene i forrige delkapittel er en rett bjelke, der plane tverrsnitt forblir plane. Med en bue er ikke lenger Naviers hypotese oppfylt og vanlig bjelketeori kan ikke benyttes. Det er likevel fult mulig å beskrive spenningsfordelingen i en bue ved å modifisere bøyeligningen for plane bjelker.



FIGUR 1.5: Bueelement

Det er tydelig ut fra figur 1.5 at initiallengden BC blir kortere når man nærmer seg sentrum av kurvatursirkelen, samtidig som forlengelsen CC' blir større. Dette tilsier et ikke-lineært tøyningsforløp over radien, og kan beskrives ved[3]:

$$\epsilon_{\phi} = \frac{CC'}{BC} = \frac{yd\theta}{rd\phi} = \frac{yd\theta}{(r_n - y)d\phi}$$
(1.14)

Uttrykkes $r_n d\phi \mod \rho (d\phi - d\theta)$ får man:

$$\epsilon_{\phi} = \frac{y}{r_n - y} r_n \left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{\rho}\right) \tag{1.15}$$

Det sees her at når r_n går mot uendelig, går uttrykket også tilbake til å beskrive en rett bjelke, og den modifiserte tøyningen beskriver kun endring i tøyning uavhengig av initialform. Med et uttrykk for den radielle tøyningen og neglisjering av interaksjon mellom radiell og ringspenning kan en nå utlede et uttrykk for spenningen radielt over tverrsnittet ut fra Hook's lov:

$$\sigma_{\phi} = E\epsilon_{\phi} = E\frac{yd\theta}{(r_n - y)d\phi}$$
(1.16)

som kan uttrykkes ved N og M ved:

$$\sigma_{\phi} = \frac{N}{A} + \frac{M(r_n - r)}{Aer} \tag{1.17}$$

1.5 Skall

Skall er tredimensjonale strukturer der tykkelsen er mye mindre enn de andre dimensjonene og kurvaturens radius. Skallet bærer primært kreftene i planet som trykk og strekk, dette kalles membrankrefter. Det er vanlig for de fleste praktiske bruksområdene til skall å anta følgende [4]:

- Rette linjer normalt på skallets udeformerte senterflate forblir rett og normale på senterflaten.
- Skallets tykkelse er neglisjerbart sammenlignet med skallets øvrige dimensjoner og kurvatur.
- Spenninger og tøyninger er små.
- Spenninger normalt på skallets senterflate er neglisjerbare.

Disse antakelsene kalles Kirchhoff-Love antakelsene og et skallelement basert på disse er gjengitt i figur 1.6.



FIGUR 1.6: Skallelement

For skall generelt vil den doble kurvaturen gi forskjellige resulterende torsjons- og skjærkrefter i planet. Etter overnevnte antakelser om tynne skall kan en anta at skjærkreftene i skallplanet $n_{xy} = n_{yx}$ og torsjonsmomentene $m_{xy} = m_{yx}$. Ut fra dette kan det settes opp følgende utrykk for spenningen som virker langs kanten av skallelementet:

$$n_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dz \qquad n_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y dz \qquad n_{xy} = n_{yx} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} dz \quad (1.18)$$

$$m_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z dz \qquad m_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y z dz \qquad m_{xy} = m_{yx} = -\int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} z dz \quad (1.19)$$

$$v_x = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_x z dz \qquad v_y = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_y z dz \qquad (1.20)$$

Skall har ubegrensede formmuligheter, og en formel for spenninger og tøyninger finnes ikke for lukket form. Det finnes derimot flere metoder som med forenklinger og antakelser gir de resulterende spenningen. Et eksempel er membranmetoden. Denne deler skallet inn i to like høye membranflater. Skjær neglisjeres, og skallelementet er vist i figur 1.7.



FIGUR 1.7: Tolags skallelement

De to flatene er i momentlikevekt og de resulterende membranspenningene blir da

$$n_{x1} = k_1 n_x + \frac{m_x}{z} \qquad \qquad y_1 = k_1 n_y + \frac{m_y}{z} \qquad \qquad x_{y1} = k_1 n_{xy} + \frac{m_{xy}}{z} \qquad (1.21)$$

$$n_{x2} = k_2 n_x - \frac{m_x}{z} \qquad \qquad y_1 = k_1 n_y - \frac{m_y}{z} \qquad \qquad x_{y2} = k_2 n_{xy} - \frac{m_{xy}}{z} \qquad (1.22)$$

hvor z er momentarmen = h/2.

Kapittel 2: Gitterskallteori

2.1 Beskrivelse av et gitterskall

Kort forklart kan et gitterskall sammenlignes med et vanlig skall hvor materiale har blitt fjernet for å konstruere et gittermønster. Et gitterskall har i utgangspunktet de samme egenskapene som et skall med tanke på geometri og strukturell oppførsel. Hovedforskjellen mellom de to skalltypene er måten kreftene bæres ut av konstruksjonen. I et vanlig skall vil kreftene kunne ta et uendelig antall veier til opplagrene, mens i et gitterskall vil disse veiene være begrenset.

Gitterskallet i figur 2.1 viser et gitterskall med flere lag. Disse lagene består av indiviuelle elementer som danner et fint gitter. Et gitteretskall kan ha elementer som går fra node til node, eller kontinuerlige elementer som krysser hverandre i nodene. Felles for begge er at størrelsen på gitterrutene er små i forhold til de generelle dimensjonene.



FIGUR 2.1: Mannheim gitterskallet

Et fascinerende og svært fremtredende aspekt med gitterskall er byggeprosessen. I stedet for å reise enkelte elementer for seg, kan gitterskallet monteres som en flat

todimensjonal matte, for så å reises til ønsket form. Dette gjøres ved å dra, løfte eller deformere matten, og når formen er nådd og gitterskallet er avstivet må det ikke introduseres nye konstruksjonselementer eller koblinger. Det er hovedsaklig formen til det ferdigstilte gitterskallet som gir stivheten til å tåle lastpåkjenninger. Denne stivheten genereres fra kurvaturen til gitterskallet som gjør at deler vil funger som buer. Disse buene vil inneha forskjellig kurvaturradius hvilket vil gi forskjellig stivhet til ulike deler av konstruksjonen og derav ulik oppførsel. Deler hvor man har liten kurvatur vil oppføre seg som en bue og kunne ta større last enn de flatere delene, som i ytterste konsekvens vil oppføre seg som en bjelke. For et gitterskall er det ønskelig å unngå områder hvor kurvaturradiusen blir for liten, slik at man også unngår brudd i materialet. Oppnår man dette vil man ha fordelene fra både bue og skalloppførsel.

2.2 Bueoppførsel

For å forstå oppførselen til et gitterskall er det viktig å forstå hvordan de eklere komponentene i konstruksjonen fungerer. En slik komponent vil være de mange buene skallet består av. Det blir derfor i dette avsnittet gjennomgått metoder for å beregne slike komponenter for hånd, da dette kan være nyttig for overslag i tidlig prosjektfase, samt bidra med forståelse for hvordan buede konstruksjoner oppfører seg versus rette. Buer som konstruksjonsform har vært brukt siden antikken for å spenne over elver og lage åpninger i murer og vegger. Buen var enkel å bruke ettersom den fører kreftene til bakken i trykk og kan kostrueres uten hjelp av festemidler som sement eller strekkarmering. Buen har også evnen til å omfordele krefter og beholde denne egenskapen, så lenge nøytralaksen er innenfor konstruksjonens fysiske grenser. Se figur 2.2.

Dette prinsippet lar seg overføre til skall og forklarer hvordan kuppelen i Pantheon kan stå uten strekkarmering. Det var slike prinsipper som lå til grunne da tidlige gitterskall som Mannheim Mulithalle ble utformet. Trykkkonstruksjoner etter hengende kjede modell setter nemlig naturlige grenser for hvilke former en kan og ikke kan benytte. Dette begrenser spillerommet for arkitekten, og det har vist seg at disse formene ikke alltid er de mest effektive strukturelt.

For å kunne forstå og forutsi oppførselen til buer generelt kan en se på spenningsfordelingen til en kurvet bjelke som er utsatt for bøyemoment og aksialkraft.



FIGUR 2.2: Buekonstruksjon utsatt for skjevlast



FIGUR 2.3: Bueelement med asymmetrisk tverrsnitt

Spenningsfordelingen i figur 2.3 er tydelig ikke-lineær og sterkt økende på innsiden. Dette tilsier at en optimalisert bue har tykkere tverrsnitt mot sentrum for å trekke nøytralaksen så langt inn som mulig, og dermed redusere høyden z der spenningen stiger raskt. Samtidig vil tverrsnittet være tykkere der største spenning oppstår.

Der tverrsnittsutformingen bestemmer fordelingen av spenninger internt, vil randbetingelsene bestemme hvor spenningskonsentrasjoner oppstår. De forskjellige måtene å støtte opp buer på er vist i figur 2.4

En kan da velge den opplagertypen som passer best for det enkelte tilfellet. Dette er spesielt viktig med tanke på sprakekrefter i opplagrene. Hvis en ikke har tilstrekkelig støtte for disse kreftene vil opplagrene forskyves og buen kan falle sammen. Sparkekreftene er spesielt store i lave buer da aksialkraften vil gi en større kraftkomponent horisontalt på opplager i forhold til høye buer hvor den



FIGUR 2.4: Ulike grensebetingelser for buer med tilhørende nedbøyningsformer

vertikale kraftkomponenten vil være størst. Se figur 2.5 (B). Figur 2.5 (A) viser nedbyningsnformer i forhold til høyde.



FIGUR 2.5: Nedbøyningsformer og aksialkraftdiagram for buer med ulik høyde

Med forståelse for momentfordeling og intern spenningsfordeling kan en optimalisere buen med tanke på materialbrudd. Dette er riktignok bare en av de mulige bruddtilstandene. Det finnes ifølge Timoshenko[5] tre mulige «failure modes» for buer: gjennomlokking, flytning og knekking. Flytning er ikke like relevant ettersom det generelt er knekningseffekter som er dimensjonerende faktor for bruddgrensetilstand. Dette gjelder spesielt for slanke konstruksjoner som gitterskall. Den gjenværende bruddformen gjennomlokking må også vurderes. Gjennomlokking kan forklares som en bjelke med overhøyde og er fastholdt mot aksialforskyvning. Ved en viss påkjenning forkorter aksialtøyningen bjelken så mye at den spretter gjennom aksen mellom oppleggene og får en ny stabil posisjon med underhøyde. Se figur 2.6.





FIGUR 2.7: Knekningsformer for ulike buer

Med andre ord desto lavere bue, desto mindre aksialtøyning og energi må til før buen «spretter» igjennom. For høyere buer vil det være knekning (tap av strukturell stabilitet) som er den mest sannsynlige bruddformen. Også her vil det være avgjørende hvor bratt buen er. Eksempler på forskjellig knekningsformer er vist i figur 2.7. En ser her at den sirkulære buen naturlig nok har en knekningsform som ligner på gjennomlokking, mens bena på den parabolske buen knekker innover. Grensen mellom gjennomlokking og knekning ligger rundt L/h=135 [6] for en bue med sirkulær form.

2.3 Belastede gitterskall

Det finnes i hovedsak to forskjellige typer gitterskall, belastede(kinematiske) og ubelastede gitterskall. Belastede skall har som fremgår av navnet en initial belasting eller intielle bøyespenninger. Disse spenningene oppstår når rette elementer blir bøyd til kontinuerlige kurver. Når man bolter sammen trelekter med ledd til å forme et gitter med kvadratiske ruter tillater man parallell bevegelse mellom lektene. Dette er vist i figur 2.8. Denne mekanismen har bare en grad av frihet. Gitt at leddene er friksjonsløse og lektene er rigide vil en forskyvning i en av lektene forplantet seg gjennom hele gitteret og resultere i et parallellogram. En slik endring i rutenes form vil også gi en endring i lengden på diagonalene. Det er denne mekanismen som gjør det mulig å forme en tredimensjonal overflate, som gir konstruksjonen styrke og stivhet.



FIGUR 2.8: Gitternett uten skjærstryke

Når et skall blir belastet vil kreftene tas opp etter figur 2.9 (A), mens i et gitterskall er det kun lektene som kan overføre krefter. Dette betyr at membrankrefter vil bevege seg gjennom lektenes lengderetning som er vist i figur 2.9 (B). Et slikt element kan motstå bøying ut av planet, men vil ikke kunne overføre diagonale krefter mellom de parallelle lektene[7].

For å muliggjøre dette kan det tillegges avstivere. Enten i form av å gjøre leddene rigide, legge til diagonale bånd- eller lekteavstivere eller plater. De diagonale avstiverne er vist i figur 2.10, mens plateavstivning vil bli diskutert i kapittel 4.



FIGUR 2.9: Overføring av krefter i kontinuerlig- og gitterskallelement

Disse avstiverne gjør også konstruksjonen stivere og hindrer at konstruksjonen deformeres i samme grad ved ytre lastpåvirkning.



FIGUR 2.10: Ulike avstivningsmetoder

I et tilfelle hvor hengende kjedemodell brukes for å generere byggets geometri vil ytre laster, spesielt punktlaster, føre til store deformasjoner på skallet. Dette kommer av at konstruksjonen er i likevekt når den belastes med egenvekt og vil ikke oppleve noen form for bøyespenninger. I en slik tilstand vil en ytre last føre til bøying av lekter som resulterer i forandring av vinkler mellom lektene i skallplanet, og som nevnt vil det oppstå store deformasjoner. Avstivere vil derfor introduseres etter at gitterskallet har funnet sin endelige form, å gi skallet sin skjærstivhet i planet. Et avstivet gitterskall vil altså oppføre seg tilnærmet likt et kontinuerlig skall.

Når et system i trykk opplever en økning i ytre laster vil den opprinnelige formen til gitterskallet endres. Dette gir grobunn for en eksentrisitetslast. Denne lasten vil gi et bøyemoment, og en økning i dette momentet vil føre til en reduksjon av stivheten til systemet [7]. Når lasten blir stor nok vil systemet gå til brudd og den kritiske lasten være nådd. Et slik fenomen vil ofte være dimensjonerende for gitterskall. For å oppnå en høyest mulig kritisk last kan man:

- Øke den diagonale stivheten i planet
- Øke bøyestivheten ut av planet.

Førstnevnte tiltak har blitt diskutert over. Å øke bøyestivheten ut av planet kan i utgangspunktet enkelt gjøres ved å øke dimensjonene til elementene som vil gi et større annet arealmoment. Problemet med dette er at økte dimensjoner også motvirker elementenes evne til å formes til ønsket kurvatur. Løsningen er i mange tilfeller å legge til flere lag med elementer. Dette kan føre til større utfordringer med tanke på avviksspredning i monteringsfasen, men er svært utbredt for gitterskall med store spennvidder. Eksempler på slike skall er "Mannheim Multihalle", "Savill Garden" og "Weald and Downland" som vi skal studere nærmere i kapittel 3.

I gitterskall med flere lag, hvor monteringen fullføres i flat form kreves det at vertikalt, parallelle lekter kan skli i forhold til hverandre i oppreisningsfasen. Under byggingen av Mannheim Mulithalle ble leddene utformet med låste koblinger for de to midterste lektene, mens de ytre lektene ble produsert med avlange glidehull. En slik løsning hindrer at avvik i knutepunktene sprer seg under monteringen, samtidig som den tillater nødvendig glidning for de ytre lektene. For å sikre at lagene ikke bøyes i forhold til hverandre, men fungerer som et enhetlig gitterskall plasseres gjerne treblokker mellom lektene som går parallelt, som vist i figur 2.11. Disse blokkene legges til i oppreisningsprosessen eller etter at bygget er reist, og tar opp skjærkrefter. De er også tilstrekkelig korte slik at den ønskede kurvaturen ikke blir hindret.

2.4 Ubelastet gitterskall

Ubelastede gitterskall har på sin side elementer korte, rette elementer eller elementer med prefabrikkert kurvatur, slik at de forblir i sin opprinnelige spenningsfrie tilstand når de monteres sammen. De bøyde, prefabrikkerte elementene har alle sin egen plass i gitterskallet, som monteres i likhet med et puslespill, hvor hvert



FIGUR 2.11: Saville Garden skallet med skjærblokker

element må ligge på sin respektive plass for at resultatet skal bli riktig. Disse elementene er gjerne laget av stål, aluminium eller laminert tre, og strekker seg somregel over få knutepunkter. De rette elementene er også korte og stekker seg bare mellom knutepunkt. I disse knutepunktene skjer retningsforandringen som gir det ferdigstilte skallet et visuelt kurvet uttrykk. Disse skallene kan ofte oppfattes som glatte, men består utelukkende av rette elementer.

Slike skall er avhengige av at knutepunktene kan motstå moment for å unngå knekkning, hvis ikke må skallet bestå av flere lag som sammen former en kurvet ramme (usikker på om dette kan tas med pga egen forståelse). En fordel med disse prefabrikkerte skallelementene er at de kan monters sammen til delrammer i et verksted eller andre kontrollerte omgivelser. Dette sparer tid på byggeplassen og minsker eksponeringen for klima.

I nyere tid har formgivning av ubelastede gitterkonstruksjoner beveget seg fra å være motivert av funksjonalitet til estetikk. Dette skyldes i hovedsak framveksten av analytiske modelleringsprogrammer på datamaskiner. Slike friformkonstruksjoner baserer ofte sitt design på topografien rundt byggestedet. Dette gjør at bygget står sterkere i omgivelsene, som en del av et scenografisk helhetlig uttrykk. Baksiden med denne type konstruksjoner er at byggets funksjonalitet og strukturelle effektivitet ikke alltid blir ivaretatt og står i kontrast til gitterkonstruksjoner basert på enkel geometri. Et ubelastet gitterskall kan plasseres innenfor en av følgende kategorier ut fra dets geometri:

- Friform; skall som får sin form ut fra estetiske hensyn. Strukturell effektivitet vil ikke bestemme formen. Beskrives av høyere grads polynomer.
- Matematiske; skall som kan beskrives av analytiske funksjoner. Disse funksjonene beskriver skallets form, og brukes til å beregne lastpåvirkning. Beskrives av lavere grads polynomer.
- Formfunnet; skall hvor formen genereres fra naturlige hengende former. Hengende kjede metoden er et eksempel på dette.

Skallets geometri er altså helt utslagsgivende for byggets strukturelle oppførsel. Det er derfor blitt utformet fysiske og nummeriske metoder som hjelper ingeniører og arkitekter å sikre at former med kompleks geometri har en tilstrekkelig styrke og stabilitet.

2.5 Materialer

Når materialer skal velges er det flere faktorer som må tas hensyn til. Først å fremst må man vite om gitterskallet er belastet eller ubelastet. For ubelastede gitterskall med bøyde elementer er man avhengig av å kunne fabrikkere elementer med krumning i begge tverretningene og med vridning i lengderetning. Limtre, stål og aluminium er blant de vanligste materialene som brukes i ubelastede gitterskall. Disse er enkle å forme, og kan produseres i et vidt spekter av lengder. Materialvalget til belastede gitterskall er mer begrenset. Grunnen til dette bunner i at man er avhengig av å finne et materiale som kan påføres mye kurvatur uten og oppta for høye bøyespenninger. Høye initielle bøyespenninger reduserer nemlig byggets evne til å tåle påført last, og dimensjonerende ytre laster kan derfor føre til en overskridelse av materialets lastmotstand.

Videre må man avgjøre hvilke egenskaper skallet skal ha. Ønskes det et skall med høy bæreevne kreves et materiale med høy styrke og stor stivhet. Ønsker man i motsetning et tynt skall med mye krumning kreves et fleksibelt materiale med lav vekt.
2.6 Tre

For at gitterskall enkelt skal kunne formes kreves som nevnt et fleksibelt materiale som har gode bøyeegenskaper. Ikke er det nok at materialet kan bøyes til buer, men det må også tåle høve aksialkrefter og være stivt nok til å bære egenvekt og dimensjonerende lasttilfeller som snø og vindlast. Tre har vist seg å være svært velegnet til gitterskallkonstruksjoner og spesielt belastede. Det kan enkelt bøyes til ønsket form, og er i tillegg et delvis viskoelastisk materiale. Mens fullkomne elastiske materialer, som naturgummi raskt vil gå tilbake til sin opprinnelige form vil viskoelastiske materialer bruke lengre tid på denne prosessen. Tre har slike viskoelastiske egenskaper, men kan belastes til flyt. Dette vil føre til varige deformasjoner i treet og det vil ikke kunne nå sin opprinnelige form igjen. Et fenomen som følger av denne materialegenskapen er mekanisk relaksasjon. Det vil si at bøyespenninger som påføres når treet blir bøyd til sin form vil gradvis avta. Treet vil derfor frigjøre mer kapasitet til påført belastning. En annen fordel med å bruke tre til belastede gitterskall er dets lave torsjonsmodul, som gjerne regnes til en sekstendedel av elastisitetsmodulen. Denne gjør det enklere å forme treet etter kurver hvor materialet må vris.

Lektene som brukes i belastede skall er rette med identiske tverrsnitt, og skal formes på byggeplassen. Lengden på lektene vil i utgangspunktet være begrenset av treets lengde, men det finnes metoder for å koble sammen to elementer slik at ønsket lengde kan oppnås. Tidligere ble det brukt gjæring, som er en tradisjonell skjøteteknikk. I denne metoden skråskjæres enden på elementene, og lim blir brukt for å koble dem sammen. Ettersom de to endene ikke blandes, men forblir to seperate flater adskilt med et limlag svekkes evnen til å overføre laster. Fingerskjøter er nå av de vanligste metodene for å skjøte trevirke, og lages ved å frese ut fingre i endene av hvert element hvor lim kobler dem sammen. Disse skjøtene ivaretar treets styrke og koblingen vil ikke svekke konstruksjonen på noen måte. Denne skjøteprosessen gjør det mulig å produsere elementer med ønsket lengde som også er fleksible. Tre er derfor det mest effektive materialet for belastede gitterskall. Figur 2.12 viser de to skjøteteknikkene nevnt ovenfor.

Tre egner seg også godt som materiale til ubelastede gitterskall. Laminert tre kan brukes til å oppnå forskjellige former som kreves til produksjonen av de prefabrikkerte elementene. Dette gjør det mulig å variere tverrsnittet til konstruksjonselementene slik at deler av konstruksjonen som blir utsatt for store krefter enkelt



FIGUR 2.12: Forskjellige skjøteteknikker for trevirke

kan forsterkes. Disse områdene ligger gjerne i konstruksjonens periferi etter rainflowteori som vil bli presentert i kapittel 2.9

2.7 Dimensionering etter Eurokode 5

Det aller meste i byggebransjen er i dag underlagt reglene i Eurokodene, og trekonstruksjoner er intet unntak. De forenklede dimensjoneringsreglene forholder seg her til simplere konstruksjonselementer som søyler, bjelker og buer. Gitterskall er av så særegen karakter at de ikke er omtalt i standarden, og må derfor dimensjoneres med god forståelse av konstruksjonen. Eurokode 5 – trekonstruksjoner[8] inneholder likevel viktige retningslinjer for hvordan en trekonstruksjon skal dimensjoneres, spesielt med tanke på materialdata. Sagbruket produserer lekter og graderer deres karakteristiske styrke etter tabell 2.1[9].

Styrkeklasse	Karakteristisk bøyespenningskapasitet $f_m \; [N/mm^2]$	$\begin{array}{c} Elastisitetsmodul\\ E_0 \end{array}$
C16	16	8 000
C24	24	11 000
C30	30	12000
D30	30	10 000
D70	70	20000

TABELL 2.1: Materialegenskaper for konstruksjonstre, fra EN 338

Denne verdien blir så redusert til dimensjonerende styrke for å ta høyde for faktorer som spiller inn for den enkelte konstruksjonsdelen trevirke skal utgjøre. Dette er faktorer som fukt og lastvarighet (k_{mod}) , materialegenskaper (γ_M) og lave tversnittshøyder $(k_h < 150mm)$.

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} k_h \tag{2.1}$$

Med dimensjonerende materialverdier på plass kan en beregne nødvendige tverrsnittsdimensjoner, krumningsradier og nedbøyninger med elementær mekanikk som omtalt i teoridelen. Det er her inngående kunnskap om skallteori må gjøre seg gjellende, samt fornuftige og konservative antagelser må tas. Til slutt må de aktuelle lektene bestå kapasitetskontroll, eksempelvis bøyning etter

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1$$
(2.2)

hvor k_m =spennings omfordeling og inhomogenitet, avhengig av tvernittform. Dette gjøres i dag ofte digitalt med egne programmer hvor lastreaksjoner fra elementprogram kan bli implementert.

2.8 Formgivning

Hensikten til formgivningsprosessen er å finne en form hvor konstruksjoner er i kraftlikevekt. I kapittel 1 ble kabelen beskrevet som en konstruksjonskomponent. Ser man på kurven denne kabelen danner når den henges mellom to punkter, kun utsatt for egenlast, vil den ta formen til en katenær kurve. Dette oppsettet er den enkleste metoden for å genere konstruksjoner i kraftlikevekt.

I konvensjonelle byggeprosjekter vil formen til en bygning bli optimalisert etter arkitektoniske hensyn. Dette betyr at prosessen vil gå over flere ledd, hvor det først vil komme et designforslag fra arkitekten. Deretter vil konsulterende ingeniør dimensjonere etter designet slik at bygget kan bære denne formen. Prosjekteringen av et gitterskall skiller seg fra vanlige designprosesser ved at arkitektur og struktur må optimaliseres samtidig. Det vil derfor være et samarbeid hvor formgivningen baserer seg på å finne optimal geometri for å kunne bære laster samtidig som arkitektens design blir ivaretatt.

Når et flatt gitterskall deformeres til en bestemt form vil denne formen også ha bestemte konstruktive egenskaper. Disse egenskapene må stå i stil med hvilken funksjon gittersakallet skal ha. Ulike skall krever ulike kvaliteter, hvor noen må ha høy nok styrke til å bære store laster, mens andre må være fleksible nok til å skape krumme former. Det har i denne sammenheng blitt utviklet flere metoder for å finne en optimalisert statisk form.

2.8.1 Hengende kjedemodell

Under byggingen av de første gitterskallkonstruksjonene hadde man ikke maskiner til å optimalisere formgivningen. Det ble derfor brukt fysiske modeller til å finne en form som effektivt kunne motstå lastpåvirkninger. For å oppnå den ønskede slankheten som gitterkonstruksjoner representerer var det viktig å minimere momentpåkjenninger. Metoden som ble brukt for å minimere disse var å simulere konstruksjonens kraftoverføringer, representert av en hengende strekkonstruksjon. En slik modell kalles for hengende kjedemodell.

Hengende kjedemodell tar utgangspunkt i et kjede som er låst mot forskyvinger eller låst mot både forskyvninger og rotasjon. Hvis man påfører en vertikal kraft til kjedet vil det automatisk ta den mest effektive formen for å bære denne lasten i strekk. Dette prinsippet kan brukes når man skal konstruere buede konstruksjoner. Hvis man vet hvilken last konstruksjonen skal utsettes for kan man enkelt lage en skalamodell hvor man ved hjelp av hengende kjedemodellen finner den mest effektive formen for så å snu den opp ned til en bue. Ettersom et kjede ikke har noen bøyestivhet vil en konstruksjon, som tar utgangspunkt i kjedets form, inneholde null bøyemoment for et tilsvarende lasttilfelle. Konstruksjonen vil derav motstå lasten alene gjennom geometrisk stivhet.

Problemet med å dimensjonere for en spesifikk lastsituasjon er at det i virkeligheten vil være flere lasttilfeller som opptrer over en konstruksjons levetid. Dette betyr at buen må modelleres for alle disse tilfellene. Det gjøres ved at buen konstrueres slik at dens geometri inneholder alle kjedeformene som korresponderer til de forskjellige lasttilfellene.

Overgangen fra den todimensjonale buen til et mer komplekst tredimensjonalt gitterskall kan enkelt modelleres ved hjelp av et kjedenett. Dette nettet bygges opp på samme måte som gitterskallet hvor grensebetingelsene og rutenettstørrelsene gjenspeiler hva som gjelder for den egentlige konstruksjonen. I en slik modell kan man studere flatens oppførsel ved å tilføre laster, forandre på dimensjonene til rutene eller forandre forankringspunktene. Denne metoden var helt avgjørende for utviklingen av Mannheim Multihalle, hvor Frei Otto kunne studere byggets komplekse geometri med stor nøyaktighet.

2.8.2 Kraftdensitetsmetoden

De fysiske modellene som ble brukt til å modellere gitterskall i konstruksjonstypens barndom hadde svakheter som måtte justeres for. Disse svakhetene var blant annet kabler som ikke var i strekk. Metoden som skulle justere for dette er kalt kraftdensitetsmetoden og har til formål å forme et kabelnett til statisk likevekt. Her brukes vektorer til å justere knutepunktene i områder som ikke er i strekk.



FIGUR 2.13: Geometri for en enkel polylinje

Kraftdensitetsmetoden modelleres nummerisk med noder og staver, som henholdsvis representerer knutepunktene og elementene i et gitterskall[7]. Stavene blir ikke fastholdt mot rotasjon og det vil derfor kun virke krefter i nodene og stavene. Tar man utgangspunkt i en polylinje som vist i figur 2.13 kan denne representere et invertert hengende kjede, hvor gravitasjonskraften virker i positiv y-retning. Hvis et knutepunkt i polylinjen blir belastet med en kraft **f** vil kjedet i figur 2.13 ikke være i likevekt. For å returnere til en likevektstilstand må summen av indre kraft **s** og ytre kraft **f** være lik null i alle noder. Dette kan uttrykkes med følgende likevektsligning

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\mathbf{x}} - \mathbf{s}_{\mathbf{x}} &= 0 \\ \mathbf{f}_{\mathbf{v}} - \mathbf{s}_{\mathbf{v}} &= 0 \end{aligned} \tag{2.3}$$

De indre kreftene $\mathbf{s_x}$ og $\mathbf{s_y}$ i ligning 2.3 finnes fra stavkreftene **s**. Ved å sette opp likevektsuttrykket for systemet i figur 2.14 får man



FIGUR 2.14: Likevekt i node 1

$$f_{x,1} = s_{x,1} = s_{x,a} + s_{x,b} = s_a \frac{u_a}{l_a} + s_b \frac{u_b}{l_b} = s_a \frac{x_1 - x_6}{l_a} + s_b \frac{x_2 - x_1}{l_b}$$

$$f_{y,1} = s_{y,1} = s_{y,a} + s_{y,b} = s_a \frac{v_a}{l_a} + s_b \frac{v_b}{l_b} = s_a \frac{y_1 - y_6}{l_a} + s_b \frac{y_2 - y_1}{l_b}$$
(2.4)

Stavkraften
 ${\bf s}$ er fortsatt ukjent. Man introduserer derfor kraft
- til lengde forholdet, eller kraftdensiteten, ${\bf q}$

$$q = \frac{s}{l} \tag{2.5}$$

hvor stavkraften kan uttrykkes som en funksjon av forandringen i lengden i stavene.

$$s = EA \frac{l - l_0}{l_0} \tag{2.6}$$

Ved å sette inn ligning 2.6 i likevektsligningen for systemet kan vi løse for koordinatene x og y. Systemet kan enkelt utvides til tre dimsjoner ved å ta hensyn til z-retningen. En fordel med kraftdensitetsmetoden er at for en kjent kraftdensitet vil løsningen være uavhengig av initiallokasjonen til de mellomliggende knutepunktene. Man behøver bare lokasjonen til fastholdningspunktene (x_6, y_6) og (x_7, y_7). Løsningen til ligningssettet vil være posisjonen som gir statisk likevekt. Ulempen med metoden er at mange knutepunkter og staver vil gi store beregningskostnader.

2.8.3 Dynamisk relaksasjon

Dynamisk relaksasjon er en metode for å finne likevektsposisjonen for mange gangs statisk ubestemte systemer ved en dynamisk analyse, og er derfor godt egnet for å finne statisk likevekt for gitterskall. Metoden ble utviklet i England parallelt som kraftdensitetmetoden i Tyskland fikk mye oppmerksomhet i det akademiske miljøet. Metoden baserer seg på prinsippet om at der den kinetiske energien er størst, vil den potensielle energien være minst. Ved å sette et system i svingning med en fiktiv dynamisk last og la den kinetiske energien nå en maksimalverdi, har en så funnet en potensiell statisk likevektsposisjon for systemet. Alle nodene fryses og dersom denne posisjon er en likevektsposisjon stoppes prosedyren. Hvis ikke settes systemet på ny i svingning og prosedyren gjentas for ny maksimalverdi^[7]. Parameterene fra systemet som er viktige for korrekt beskrivelse i en vanlig dynamisk analyse som treghetsmasse og dempningsegenskaper, kan i dynamisk relaksasjon settes til verdier som gjør at analysen konvergerer fortere. Det er kun posisjonen som er interessant, ikke veien dit. Dynamisk relasksjon er en numerisk metode og egner seg derfor godt til å bli løst med datamaskiner, metoden brukes blant annet i interaktive modelleringsprogrammer, der ny form blir regnet ut kontinuerlig. Se figur ??, hvor grafen viser hvordan energitoppunktene gradvis synker.



FIGUR 2.15: Formfinning med dynamisk relaksasjon

2.8.4 Partikkel-fjær-modell

En annen modelleringsmetode som også benytter dynamisk analyse er partikkelfjær-modell. Prinsippet for analysen baserer seg simpelthen på Newtons 2. lov, F = ma. Alle knutepunktene blir modellert som punkter med en masse, og hver stav som en masseløs fjær med en definert initiallengde. Når knutepunktene blir utsatt for en ytre kraft, eller et opplagerpunkt blir flyttet på genererer fjærene en strekk- eller trykkraft, som på den måten simulerer de indre kreftene et virkelig system ville respondert med. Hele systemets bevegelse kan bli beskrevet med bevegelsesligningen, som blir løst med numerisk integrasjon med hensyn på posisjonen u[10].

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = g(t) \tag{2.7}$$

Her er m = masse, $\ddot{u} =$ akselerasjon, c = demping, $\dot{u} =$ fart, k = fjærstivhet, u = posisjon og g = ytre kraft (tyngekraft). Denne én frihetsgradmodellen beskriver effektivt responsen til bøyesvake materialer, og er også brukt til å simulere f.eks. klær og hår utsatt for bevegelse i dataspill.

2.9 Rainflow

Det er også mulig å forstå hvordan skall vil oppfører seg ved en metode som bygger mer på ingeniørvett. Rainflowanalyser tar utgangspunkt i «slik regn brer seg, vil også lasten følge den bratteste kurven på skallet mot opplager» [11]. Rainflowbetraktninger vil i denne oppgaven bli brukt til å anta hvor spenningskonsentrasjoner oppstår. Disse spennigskonsentrasjonene forekommer som regel langs åpninger i skallet der kreftene må fordeles langs kanten for å komme til et punkt der konstruksjonen kan føre lasten videre mot bakken. Eksempelvis der en rund åpning er på sitt bredeste vil spenningen være stor. Se figur 2.16



FIGUR 2.16: Kraftstrøm rund åpninger

2.10 Praktiske konstruksjonsdetaljer

Det finnes flere kostruksjonsdetaljer en kan bruke for å forbedre den strukturelle effektiviteten til en skallkonstruksjon. Gitterskall som utgjør både vegg- og takkonstruksjonen i et bygg vil behøve åpninger for å slippe inn personer og lys. Dette skaper som nevnt spenningskonsentrasjoner, men kan enkelt bli utbedret med en kantbjelke som øker stivheten i det utsatte området. Riktignok kan en økning av tverrsnittet langs kanten bli meget kostbart estetisk, ettersom konstruksjonen ikke lenger vil gi det samme slanke og elegante visuelle uttrykket. Dette var grunnen til at stålrammer ble valgt rundt randen på Savill Garden. En alternativ løsning er å lage en meget krum og avtagende avslutning på skallet slik at tilleggsmaterialet ikke blir like synlig. Dette er lettere for betongskall, som kan støpes i en virkårlig form. Skulle man bøye lektene for å få tilstrekkelig økning av annet arealmoment ville de gått til brudd. Et alternativ vil være å frese ut en kantbjelke av irregulær form fra limtrevirke.

Kantbjelker er en enkel metode som styrker konstruksjonen ved å legge til mer materiale. En mer elegant metode som også gir estetiske gevinster er å lage gitterskall med bølgende form. Dette passer best til avlange konstruksjoner der en kan ha en serie med bølger som spiller sammen for å gi bygget et særegent utrykk. Konstruksjonsteknisk sett blir bygget stivere på samme måte som en bølgeblikkplate ved at bølgene øker arealmomentet ut av skallets plan. Malek[6] fant at korrugering kan øke stivheten til et gitterskall 8 ganger, med en 3% prosent økning i materialvolum.

Dalene i slike korrugerte gitterskall vi etter rainflowteori dra på seg større spenninger en resten av skallet og kunne trenge forsterkning. Forsterkning av slike dalbunner utføres elegant med V-bjelker i kontinuerlige skall. En slik løsning ville ikke være mulig for gitterskall da kurvaturen ville blitt for stor for hva lekter av aktuelle dimensjoner kunne blitt formet til. Likevel er det også for gitterskall mulige å benytte seg av prinsippet. Ved å redusere størrelsen på rutene i dalene av skallet får en mer materiale og et stivere område for å håndtere de økte spenningene.

I gitterskall med store åpninger kan det lønne seg at skallet strekker seg utover opplagrene, og får et overheng. Overhenget skaper da et motmoment i liket med en kontinuerlig bjelke med utstikkende utkrager. Dette gir gunstige effekter med tanke på nedbøyning av midtpunkt, og fordeler spenningene mer jevnt utover større deler av skallet. En mer jevn spenningsfordeling er spesielt gunstig for gitterskall da de i stor grad benytter samme lektestørrelse og maskering av gitteret.

Kapittel 3: Referansebygg

3.1 Mannheim Mulithalle

Byggeår: 1974 Material: Hemlokk Spennvidde: 60 × 85m Lag: 4 Lektestørrelse: 50 × 50mm Avstivere: 6mm tvillingkabler hver 6. node.



FIGUR 3.1: Mannheim Multihalle

Mannheim multihalle ble konstruert i sammenheng med RuralCity utstillingen, en hagebruk-messe holdt i den tyske byen Mannheim. Det var de tyske arkitektene Carlfried Mutschler og Winfried Langner som stakk av med det vinnende designet. Bygget er lokalisert i Mannheims Herzogenried Park, en beliggenhet som inspirerte arkitektene til å designe en skallkonstruksjon som var i harmoni med omgivelsene.

Designet ble foreslått konstruert på flere forskjellige måter. Et av forslagene var å lage et tak av paraplyer som ble løftet av heliumsballonger. Dette forslaget ble

avvist av bygningsmyndighetene^[12]. Det var først når den kjente takarkitekten Frei Otto ble konsultert at de falt ned på konstruksjonsteknikken gitterskall. Otto hadde ekstensiv erfaring med gitterskall fra tidligere prosjekter. Både Essen skallet i Berkley, California og Montreal paviljongen var bygget av Otto, men disse var i en midre skala enn det som ventet for Mannaheim gitterskallet. Det ble avtalt at Otto skulle være med på prosjektet som konsulterende ingeniør. Den endelige paviljongen ble delt opp i tre områder, hvor hovedhallen kalt Multihalle fikk en spennvidde på 60x60m med en takhøyde på hele 20m. Byggingen startet i 1973, og Mannheim Mulithalle ble ferdigstilt i november 1974[13]. Figur 3.2 viser hele Mannheimskallet fra fugleperspektiv.



FIGUR 3.2: Utvendig utsikt av Mannheim gitterskallet

Mulithalle hadde ikke bare et nyskapende og karakteristisk design, men var også et pionerbygg innenfor utviklingen av formen. Fremgangsmåten bestod av å generere forskjellige former ved hjelp av et hengende kjedenett og dets egenvekt. Se figur 3.3. Denne prosessen ble brukt til å generere flere hundre skalamodeller av gitterskall uten skjærkrefter, som følgelig tok hensyn til både form og fasong. I tillegg tok studien hensyn til grunnleggende arkitektoniske behov som romutforming og lys.



FIGUR 3.3: Hengende kjedemodell av Mannheim gitterskallet

For en konstruksjon i Mannheim Mulithalles dimensjoner vil lengden på treverket være avgjørende for valg av tresort. I årene hvor paviljongen skulle reises var skjøting ikke like utbredt og lett gjennomførbart som i dag. Dette betydde at lektene som ble brukt måtte kunne leveres i en viss lengde. Otto valgte derfor tresorten hemlokk som kan strekke seg opp til 60 meter over bakken.

Når en bygning skal konstrueres er det ikke bare praktiske løsninger og funksjonalitet som står i fokus, men også det arkitektoniske uttrykket bygningen står for. Disse verdiene kan i noen tilfeller motsette seg hverandre. Dette var i tilfellet i byggingen av Mannheim Mulithalle, hvor arkitektene hadde et ønske om lekter på maks 50x50mm. Denne størrelsen på lektene ville føre med seg et visuelt sterkt uttrykk av et tynt skall. Dette skulle vise seg å bli vanskelig ettersom et ettlags skall med disse dimensjonene ville ha en liten kritisk last, og stå i fare for å kollapse for den ønskede spennvidden. Økte dimensjoner på lektene ville ikke bare gitt større bøyespenninger, men også være utenfor arkitektenes ønsker. Løsningen ble å legge til et nytt lag, noe som ga et tolagsskall bestående av lekter med ønsket dimensjoner. Det er flere utfordringer forbundet med å reise et gitterskall. I Mannheim Mulithalle sitt tilfelle ble størrelsen problematisk. Det store spennet i hovedhallen kombinert med de små lektedimensjonene gjorde det nødvendig med flere støttevaiere. Et ekstra lag med gitter betydde også et ekstra momentbidrag, som ble overført til gitterets periferi. De økt kreftene i bygget kombinert med uregelmessighetene i formen og den asymmetriske lastingen gjorde det nødvendig å øke konstruksjonens skjærstivhet. Dette kan som nevnt løses med å avstive hjørnene, legge plater på utvalgte ruter i gitteret eller bruke diagonale avstivere mellom knutepunkt. Den siste løsningen ble bruk i Mannheim Mulithalle.

Økningen fra ett til to gitterlag var ikke uproblematisk når det kom til utforming av knutepunktene. Kompleksiteten øker med økt antall lag, og få festet fire lekter i hvert knutepunkt uten at avvik spredde seg over konstruksjonen var en stor utfordring. Løsningen ble å lage et system hvor de to lektene i midten ble låst for forskyvninger, men kunne rotere fritt. De to parallelle lektene ville også få ulik krumning under oppføringen fra flat matte til skall. De øvre og nedre lektene ble derfor produsert med avlange boltehull, slik at de hadde mulighet til å gli i parallelt med hverandre. Med denne løsningen ble de induserte tvangskreftene redusert.

De to tidligere gitterskallene til Otto, Essen og Montereol paviljongene var blitt heist opp av kraner til sin endelige form. Det var i utgangspunktet planlagt at Mannheim skulle heises opp med en løftering holdt sammen av fire store kraner, hver med en kapasitet på 200 tonn. Dette ble skrinlagt da det ville blitt meget dyrt å ha kranene stående de tre ukene oppføringen var planlagt å ta. Det var også knyttet usikkerhet om skallet ville tåle så store lokale påkjenninger. Skallet ble istedenfor jekket opp av mange tårn som trinnvis ble løftet opp av gaffeltrucker. Lokale påkjenninger fra tårnene ble fortsatt sett på som et stort problem, og det ble festet H-formede anordninger på toppen av hvert tårn for å fordele løftekraften utover flere lekter. Tross alle disse tiltakene for en jevnest mulig løfteprosess ble det meldt om 11 000 brudd under oppføringen av skallet [14]. Dette understreker en svakhet ved gitterskall av tre. Under oppføringsfasen ble skallet utsatt for vesentlig større krumninger en det vil ha som ferdig bygning. Ingeniør E. Happold som var strukturell ingeniør på Mannheim prosjektet på vegne av Arup, skulle senere stifte firmaet Buro Happold og bruke mye ressurser på å løse dette problemet for de to andre gitterskallene som vil bli presentert i dette kapittelet.

3.2 Weald and Downland

Byggeår: 2002 Material: Eik Spennvidde: 16 × 50m Lag: 2 Lektestørrelse: 35 × 50mm Avstivere: Diagonale lekteavstivere



FIGUR 3.4: Weald and Downland

Etter en lang periode uten oppføringer av nevneverdige gitterskall skulle et verksted for Weald and Downland Open Air Museum ta det neste steget i utviklingen etter Mannheim Multihalle. Museet trengte et verksted hvor de kunne renovere sine bygg, og de ønsket at verkstedet selv skulle stå i stil med museets tema. Dette ga arkitekt E. Cullinan og ingeniør E. Happold muligheten til å «gjenopplive» gitterskallet. De mente den åpne strukturen skallet ville gi, samt utførelse i tre stod i stil med oppdragets betingelser. Dette falt i smak for oppdragsgiver og de vant anbudet med sitt gitterskalldesign[15][16].

Happold hadde erfaring fra Mannheim prosjektet og bygde i stor grad videre på dette. Det ble derfor tidlig bestemt å benytte samme konsept med fire lag lekter for

å sikre de viktigste kriteriene; bøyestivhet og tøybarhet. Bortsett fra dette er det stor forskjell mellom de to byggene. Downland er en mer beskjeden konstruksjon i størrelse og form. Bygget er i all simpelhet et tønnehvelv med kupler, og de mindre dimensjonene stilte til rådighet et bredere spekter av reisningsalternativer. Det ble diskutert å heise skallet på plass med kraner, men av samme grunner som Mannheim ble dette forkastet. Løsningen ble å heise hele skallet opp til full høyde på et stillas, får så å senke det på plass ved hjelp av tyngdekraften, som vist i figur 3.5. Dette skulle vise seg å bli en løsning som satte standarden for montasje av de påfølgende skall som er blitt oppført. Metoden var billigere enn å ha kraner stående, og den fordelte belastningen fra stillaset førte til langt færre brudd i oppføringen enn i Mannheim.



(A) Oppføring på stilas

(B) Nedsenket gitterskall

FIGUR 3.5: Oppføringsprosess for Weald and Downland

Grunnlaget for formfinning var også vesentlig endret siden Mannheim Multihalle. De hengende kjedemodellene ble vraket til fordel for dynamisk relaksasjon. Global analyse med lastkombinasjoner og kapasitetskontroll ble utført med elementmetodeberegninger. Prosjekteringen var dermed vesentlig modernisert med omfattende bruk av data-assistert analyse. Selv om programvaren i stor grad eliminerte behovet for fysiske modeller, ble det fortsatt laget skallmodeller for kommunikasjon innad i prosjektet.

Downland var i motsettning til Mannheim, som ble et gitterskall etter inngipen fra Otto Frei et stykke inn i prosjketet, planlagt som gitterskall fra starten av. Prosjektgruppen hadde derfor større mulighet til å fokusere på problemene som hadde oppstått underveis for Mannheim. Som tidligere nevnt ble nedsenking med stillaser valgt over oppheising med kraner eller jekketårn. Mannheim var som nevnt først planlagt å ha kun et gitterlag, men da ingenørene mente dette ikke ga tilstrekkelig sikkerhet for konstruksjonen ble den modifisert til å ha to lag. Dette førte til at knutepunktene fikk en meget ugunstig utforming da de bestod av en enkel bolt



direkte gjennom lamellene. Dette svekket tverrsnittet på samme sted hvor det var en spenningskonsentrasjon, og det ble prioritert å utvikle en bedre løsning.



Den nye løsningen måtte ha alle de kritiske egenskapene den gamle bolten hadde hatt, som gav full rotasjonsfrihet for å la konstruksjonen folde seg ned i ønsket form samtidig som lamellene måtte beholde lik avstand til hverandre. Det ble utviklet en ny type forbindelse med disse egenskapene i tankene. Resultatet ble tre metallplater forbundet med fire bolter i hvert hjørne av knutepunktet, som vist i figur 3.6 (A). Den midterste skiven hadde tenner slik at de to midterste lamellene ble låst i forhold til hverandre. Dette sikret glidning om et punkt, uten å skape tvangskrefter da de to lektene gikk i hver sin retning. De ytterste lektelagene ville også være de som fikk den største forskyvningen under store deformasjoner. Ved montasjen ble kun to bolter festet diagonalt ovenfor hverandre for å sikre tilstrekkelig glidning. Etter ønsket form var oppnådd ble de siste boltene festet, og etterstramming av alle boltene ble gjennomført for å låse konstruksjonen i sin endelige form. Denne knutepunktløsningen klarer ikke i seg selv å stive av gitterskallkonstruksjoner. Et ekstra lag med leker ble lagt diagonalt mellom knutepunktene i hovedgitteret for å oppnå tilstrekkelig stivhet, som vist i figur 3.6 (B).

Skogen rundt Downland er rik på eik, og det ble først vurdert å bruke disse mot å importere materiale fra California. De lokale eikeslagene var sterkere enn hemlocktrærne brukt i Mannheim Multihalle, og hadde også tilstrekkelig bøybarhet til å oppfylle kravet om 6 meter krumningsradie. De var riktignok underlegne med tanke på virkefeil, som kvist og kvaelommer. Tømrerfirmaet Green Oak Carpentry Company ble engasjert som entreprenør, og de anbefalte en løsning der virkefeil ble fjernet med optisk sag og fingerskjøtet sammen til feilfrie lengder på 6 meter. Disse lot seg enkelt transportere til byggeplassen hvor de så ble skjøtet sammen til endelig lengde ved bruk av gjæringsskjøter. Lektene fikk på det meste en lengde på 37 meter.

Slik det ble nevnt fra rainflowanalysen ville det i dalene mellom kuplene oppstå spennsingskonsentrasjoner sett i forhold til resten av skallet. For å forsterke dette området ble det benyttet en form for V-bjelker som er verdt å merke seg. Maskene i skallet ble her beholdt på 0.5×0.5 meter, da resten av skallet etter nærmere analyser ble økt til 1×1 meter. De nederste delene av dalene fikk dermed den økte styrken som de trengte.

3.3 Saville Garden

Byggeår: 2006 Material: Lerk Spennvidde: 90 × 25m Lag: 4 Lektestørrelse: 50 × 80mm Avstivere: Kryssfinerplater



FIGUR 3.7: Konsepttegning av Saville Garden

Et annet gitterskall som ikke ugrunnet har fått mye oppmerksomhet er takkonstruksjonen på Savil Garden i Winsdor Great Park fra 2006. Parken som eies av det engelske kongehuset og driftes av Crown Estates er kjent for sin konservative holdning til hva slags bygninger de oppfører på sine eiendommer. Det vakte derfor oppsikt da valget falt på arkitekt Glenn Howell sitt forslag for det nye besøkssenteret[14]. Forslaget var et smalt og avlangt gitterskall på 90x25 meter som bukter seg med tre høyder, og blir sammenlignet med et løvblad. Senteret skulle tjene flere funksjoner og inneholde informasjonssenter, restaurant, butikker og en bar. Dette er dermed det eneste nyere gitterskallet som kan måle seg med Mannheim i størrelse, og det var Buro Happold med sin erfaring fra Mannheim og Weald and Downland som nok en gang var ansvarlig for det konstruksjonstekniske.

Med erfaringen fra Downland og bedre analyseprogramvare valgte Buro Happold å utføre formingsarbeidet nesten utelukkende digitalt. Kun tidlige konseptskisser ble håndtegnet. Formen ble funnet ved en iterativ prosess der det først ble modellert et mulig utkast, for så å bli analysert. Ny og forbedret form ble så modellert, for så å bli analysert på nytt. Slik foregikk prosessen til arkitekt, ingeniør og eier var tilfreds. Resultatet ble en konstruksjon der gitterskallet fungerer som en



FIGUR 3.8: Ramme og bæresøyler

selvbærende takkonstruksjon montert til en stålramme støttet opp av søyler, med en glassfasade. Fra parkeringsanlegget får man bare et hint om hva som ligger bak jordvollene som gjemmer mesteparten av glassfasaden og får det til å fremstå som gitterskallet går helt ned til bakken, mens man fra hagesiden får se bygget uforstyrret i sin fulle høyde. Her har taket et mer svevende preg takket være de slanke stålsøylene og den gode avstanden de har seg imellom. Alt dette skal bygge opp under inntrykket av at bygget er et produkt av naturen med de tilfeldige og amorfe formene man finner der. Likevel er skallet utformet fra enkle geometriske former. Omrisset er to kjegler som står med en vinkel på hverandre og takets bølger følger en sinuskurve med ulik amplitude.

Formen på gitterskallet er over det hele meget flatt og går nesten helt flatt inn i stålrammen. Skallet må derfor antas å ha store sparkekrefter. Søylene ser fra avstand små ut i forhold til resten av skallet. Kommer en på nært hold ser en derrimot at disse er store. Se figur 3.8. Figuren viser også at beina til sammen står vinkelet inn mot skallet for å holde det sammen. Dette støttes også av uttalelse fra arkitekt Howell[14] som sier dette er rundt det laveste som kan håndteres. Søylene er også plassert i bunn av dalene der kreftene vil være størst etter rainflowprinsippet.



FIGUR 3.9: Montering av skjærblokker ved Saville Garden

Skallet ble bygget opp etter et annet konsept enn Mannheim og Downland gitterskallene. Et stort problem for disse var et stort antall brudd i lamellene under oppføringsfasen. For Savill Garden ble de to nederst kryssende lagene av 80x50 mm lerk lagt først, og boltet sammen i knutepunktene. Disse lagene skulle ikke forskyve seg i forhold til hverandre og bolten var derfor ikke et problem. Deretter ble det festet to massive klosser på til sammen 300x80x120 mm mellom hvert knutepunkt for å få et bedre samvirke mellom de to parallelle lamellene med tanke på skjærkrefter. Disse blir derfor referert til som skjærblokker, og ved å benytte to klosser ble de korte nok til ikke å forhindre ønsket kurvatur. Disse skjærblokkene er vist i figur 3.9. Tilslutt ble de siste to lagene med lameller bøyd på plass uten motstand fra de nederste. På denne måten ble antall brudd i oppføringsfasen redusert.

Skjærklossene økte også høyden på tverrsnittet til 190 mm og dermed også bøyestivheten, tidligere hadde denne høyden vært gitt ved 3 ganger lektehøyden og momentmotstanden kunne derfor bare økes ved øking av lektehøyde over hele skallet. Med denne metoden kan man oppnå tilstrekkelig bøyestivhet ved økning av høyden på skjærklossene, og fortsatt beholde slanke lekter. I prinsipp skal det være mulig å ha ulik bøyestivhet over skallet, da de to lektelagene installeres uavhengig. Dette ble ikke gjort på Savill Garden.

Det ble benyttet lerk fra parken rundt byggeplassen, og Green Oak som også oppført Downland ble engasjert som entreprenør. Nok en gang ble virkefeil fjernet med optisk sag og feilfrie lengder fingerskjøtet sammen til transporterbare lengder. Istedenfor å skjøte med gjæring på byggeplassen ble det satt opp et provisorisk verksted der en kunne fingerskjøte også de 6 m lange enhetene til full lengde, hvor



FIGUR 3.10: Avstiverplater

de lengste lektene ble hele 46 m. Som nevnt innledningsvis finnes det i prinsipp fire måter å stive av et gitterskall og i praksis tre da det er vanskelig og ugunstig å lage knutepunktene momentstive. For Savill Garden ble det benyttet plater av kryssfiner for avstivning, som vist i figur 3.10. Det ble først vurdert å bruke kryssvaiere som i Mannheim, men valget falt på platene som var både billigere og ga et estetisk bedre inntrykk.

3.4 Diskusjon av referansebygg

Byggene som er blitt presentert, er de mest kjente og største gitterskallene av tre som er konstruert frem til dags dato. Det er produsert flere andre gitterskall siden Savill Garden i 2006, men disse har kun vært av midlertidig- kunstnerisk eller av forskningsmessig karakter. Felles for de tre referansebyggene er deres praktiske funksjon som bygning, i stedet for et kunstnerisk uttrykk. Dette er av spesiell interesse for denne oppgaven som søker å vurdere anvendbarheten til gitterskall.

Det ble tidlig klart at gitterskall over en viss størrelse ikke har tilstrekkelig bøyestivhet ut av planet med kun et gitterlag. Ingeniørene i Mannheim prosjektet revolusjonerte gitterskallkonstruksjonene ved å utvide antall lag, og dermed få tilstrekkelig styrke uten at dette gikk på bekostning av tøybarhet og estetikk som de tynne lektene tilførte. Hadde det ikke vært for dette designet kunne gitterskall som større konstruksjoner endt opp som et mislykket forsøksprosjekt. Teamet bak Mannheim må derfor tilskrives mye av æren for å ta det første steget mot å gjøre gitterskall av tre til en praktisk anvendbar konstruksjonstype.

Løsningen med to lag var som kjent ikke uten problemer. Konstruksjonen var originalt tiltenkt som ettlags skall, og knutepunktene detaljert med en enkelt bolt gjennom midtlektene, og glidehull for de ytre lektene. Dette svekket tverrsnittet, og da gitterskallet som konstruksjon ble gjenopplivet 25 år senere var det stort fokus hos ingeniør Happold å utforme en bedre løsning for disse. For Savill Garden ble det gått tilbake til en enkelt bolt gjennom lektene, da de to gitterlagene kun var forbundet via skjærklossene. På denne måten ble tvangskreftene mellom to parallele lektelagene fjernet, og antall brudd kraftig redusert. Redusering av brudd under oppføring var fellesnevner for de forskjellige detaljene og teknikkene til referansebyggene. Oppføringsmetoden ble forbedret fra oppjekking med et begrenset antall tårn for Mannheim, til nedsenking med stillas for Downland og Savill Garden. Stillasmetoden fordelte påkjenningene i oppføringsfasen bedre og ga færre brudd. Savil Garden hadde i tillegg fordelen av å ha lavere kurvatur en de to første.

Alle de tre byggene brukte forskjellige konsepter for avstivning av konstruksjonen. Byggene hadde i utgangspunktet en viss stivhet fra sin form, men dette var ikke nok for å overføre usymmetriske laster som vind og snø. Mannheim brukte kryssavstiving med stålkabler, Downland triangelisering med et ekstra lag lekter og Savill Garden benyttet stive plater. Alle disse utfylte sin funksjon og kan derfor velges ut fra andre hensyn en strukturelle.

Trekonstruksjoner stiller sterkt mot betong og stål med tanke på CO2 avtrykk, men taper litt av denne fordelen når det må fraktes fra andre siden av kloden. Innen Downland ble bygd var kappe og skjøteteknikken kommet så langt at en kunne produsere lekter i teoretisk ubegrenset lengder, av trevirke med vesentlig mer virkefeil. I praksis setter transport av lektene begrensning på lengdene. Det ble for de to nyeste byggene levert lekter på 6 m til byggeplassen, som her ble skjøtet til endelig lengde. Det gikk en lang tidsperiode fra Mannheim til de to neste gitterskallene ble oppført. Med kraftig utvikling av datamaskinen for dette tidsrommet er formgivnings-, modellerings og beregningsmetodene for første og de to siste verdener fra hverandre. Mannheim benyttet hengende kjede modeller til formfinding, og kun detaljprosjektering ble utført digitalt. For Downland og Savill Garden var fysiske modeller fullstendig forkastet til fordel for digital modellering, sett bort fra meget tidlige konseptstadier. Da det ikke fantes programvare tilpaset konstruksjon av gitterskall måtte denne skrives iløpet av prosjektene.

Et interessant tema å sammenligne, er kvadratmeterprisen for de tre forskjellige byggene og hvordan de presterer i forhold til bygg av andre materialer. Prissjiktet for denne typen besøks-hall bygninger ligger mellom 780 og 1520£ per/m2. Totalprisen for Downland var 1097£ per/m2 og Savill Garden litt over 2000£ per/m2. Det må legges til at glassfasaden og den hevede stål-rammen var med på å dra opp totalkostnaden for dette prosjektet. Selve gitterskallet er estimert for begge til å utgjøre ca. en tredjedel av totalprisen. 390£ per/m2 for Downland, 840£ per/m2 for Savill Garden og 455£ per/m2 for Mannheim. Dette plasserer gitterskallkonstruksjoner i øvre halvdel av prisklassen. Til sammenligning kostet det enda nyere gitterskalltaket av stål over gårdsplassen til det nye rådhuset i Madrid «Cybele Palace» fra 2009 1444£ per/m2. Sammenlignet med dette utkonkurrerer tre stål på pris for selve gitterkonstruksjonen. Også med hensyn til CO2 avtrykk har tre en fordel mot stål[15].

Et tydelig fellestrekk for alle de nye avlange gitterskallene; Downland, Savill Garden og Den Japanske paviljongen er en bølgende form, lik en sylinder som utvider og trekke seg sammen. Dette er en form som ikke bare «følger de naturlige konturene til landskapet rundt» slik de har en tendens til å bli beskrevet i arkitekturartikler, men også har en viktig strukturell funksjon. Denne formen gir en opptil 8 ganger sterkere konstruksjon, da bøyestivheten om skallets lengdeakse økes. Dette er derfor en form som bør benyttes dersom en ønsker å ha et mest mulig effektivt tønnehvelvgitterskall.

Kapittel 4: Laboratoriums arbeid

Som en del av masteroppgaven ble det konstruert et gitterskall av tre. Byggingen ble gjort i NTNUs betonglaboratorium, og gjennomført i samarbeid med fakultetet for arkitektur. Modellen ble konstruert med et spenn på 5×5 meter bestående av prefabrikkerte segmenter som ble sammenkoblet på byggestedet. Hensikten med modellen var å teste hvordan gitterskallets respons ved pålasting samsvarte med responsen gitt fra analytiske modeller. Det var også interessert i å se hvordan monteringen av segmentene på byggeplassen lot seg gjennomføre.



FIGUR 4.1: Gitterskall med diagonale avstivere

Utfra tidligere bygging av enkle gitterskall, teori og ingeniørvett fantes det en viss formening om hvordan skallet ville forme seg. Med hensyn til arkitektenes digitale modell var det også klart at skallets krumning ville bli noe beskjeden sammenlignet med tidligere prøvemodeller som ble konstruert av lekter med mindre dimensjoner.

4.1 Forberedelser

Segmentene ble utviklet av arkitektene John Haddal Mork og Steinar Hillersøy Dyvik. Det ble brukt spesialplukket trevirke hvor betydelige kvister ble kappet av. Lektene var i dimensjonene 23×48 mm, og ble kuttet opp i lengder på 900 mm. En maskinfres ble brukt til å frese ut glidehull i lektene til monteringen. Segmentene ble sammenbundet med en 6mm mutter gjennom lektenes midtpunkt. Et ferdigprodusert segment bestod av fire lekter med fire glidehull i hver lekt. Segmentene og en del av den sammensatte bjelken er vist i figur 4.2.



FIGUR 4.2: Segmenter og bjelke med mål i mm

For å finne gitterskallets form ble både estetikk, funksjonalitet og bæreevne vurdert. Flere tidligere gitterskall av tre ble sett på som inspirasjon. Et av disse var gitterskallet Toledo i Napoli som arkitektene besøkte under masteroppgaven. Dette prosjektet, utarbeidet av arkitektstudentene ved universitetet i Napoli, ble også utgangspunktet for formingen av gitterskallet.

Som en siste forberedelse før byggingen ble det testet en enkel segmentbjelke for å få en indikator på hvor stor krumning skallet kunne bli utsatt for. Denne testen ble utført ved hjelp av en kraftmåler og en jekkestropp. Bjelken ble testet til brudd, slik at skallet kunne påføres en krumning noe under bruddgrensen ved oppreisningen.

4.2 Montering

Ettersom gitterskall skal kunne strekke over store spenn vil lektenes lengder gjerne overgå det som enkelt kan transporteres av kjøretøy. I tillegg vil det som nevnt være utfordrende å finne trevirke som ikke inneholder kvist når en viss lengde skal oppnås. Dette gjorde det ønskelig å finne en metode hvor segmenter kunne prefabrikkeres og monteres på byggeplassen. Ikke bare er segmentene fordelaktig når det kommer til transport og avkapping av kvist, men også selve monteringsprosessen blir forenklet. I stedet for å prefabrikkere unike enkelte elementer som må monteres som et puslespill kan hvilke som helst segment sammenkobles. Segmentene ble sammenkoblet på bukker, hvor midtre del ble montert først. Selve monteringen tok rundt en time, og gikk svært effektivt. Segmentene ble sammenbundet med bolter i gildehullene, med skiver som hindret at mutterne skrudde seg inn i trevirket.



FIGUR 4.3: Montering av gitterskallet

4.3 Forming

For å oppnå den ønskede formen som var en dome ble gitterskallet forsøkt heist ved hjelp av jekkestropper spendt over diagonalene. Skallet viste seg å være for stivt til at denne metoden fungerte. Det ble derfor konstruert en bukk, hvorpå en jekketalje ble montert og brukt til å heise gitterskallet. Denne prosessen er vist i figur 4.4. Belastningen fra bukkopphenget til skallet ble fordelt ved hjelp av en treplate som dekket over fire knutepunkter. For å ikke løfte hele skallet ble vekter på 2×50 kg plassert på opplagrene. Etter ønsket høyde var nådd, ble jekkestroppene og mutterne, som holdt sammen segmentene, etterstrammet slik skallet holdt sin form. Bukken og vektene ble så fjernet.



FIGUR 4.4: Løft og forming av gitterskallet

Diagonale avstivere ble deretter montert i begge retningene. Avstiverne ble lagt over annenhver diagonal og montert med skruer i hvert knutepunkt. Dimensjonen til avstiverne var den samme som lektene i segmenbjeleken. Gitterskallet med diagonale avstivere er vist i figur 4.1.

For fastholdning av skallet, ble det først festet en trebjelke til de tre opplagerepunktente i hver av de fire opplagrene. Denne bjelke ble festet ved hjelp av tau for å sikre at knutepunktene kunne bevege seg i forhold til hverandre. Jekkestroppene som gikk over diagonalen ble så fest til bjelken slik at de ikke dro direkte på enkelte knutepunkt ved opplagrene. Det ble så montert bjelker av dimensjonen 48×98 mm i et kvadrat rundt rendene til skallet. Disse bjelkene ble festet til opplagerbjelkene slik at opplagrene skulle bli mest mulig låst mot forskyvning.

Tester ble så gjennomført på skallet med diagonale avstivere før avstiverne ble fjernet for testing uten. Testen uten avstiverene krevde at skallet ble formet på nytt. Dette ble gjort på samme måte som tidligere, med en bukk og jekk. Opplagrene ble forsøkt utformet på en annen måte for den nye testen. Bjelken festet til knutepunktene ved hjelp av tau ble beholdt, mens bjelkene festet mellom opplagerbjelkene ble erstattet med tunge gjenstander plassert foran hver sin opplagerbjelke, som vist i figur 4.5. Gjenstandene som ble brukt var en kasse med vekter, en kasse med sement, og to tønner med betong. Ettersom den ene tønnen ikke hadde nok masse, ble en sementsekk satt i bakkant for å hindre forskyvning. I tillegg ble de diagonale jekkestroppene etterstrammet.



FIGUR 4.5: Oppsett med grensebetingelser

4.4 Måleprosedyre

Etter at gitterskallet var reist til ønsket form ble måleur utplassert og festet til skallet som vist i figur 4.6. Det var kun 5 måleur tilgjengelig, de ble derfor først plassert i et usymmetrisk mønster for å fange opp oppførselen til de forskjellige delene av skallet ved en symmetrisk pålasting. Det ble først tenkt pålastet med en jevnt fordelt last over hele skallet. Dette lot seg ikke gjøre da det var et begrenset antall vekter. Gitterskallet ble istedet belastet ut fra senteret i knutepunktene etter figur 4.7 (A). Etter pålasting av alle vektene viste måleurene en fortsatt pågående nedbøyning, det ble derfor tatt en ekstra må-



FIGUR 4.6: Oppsett av måleur

ling etter treet hadde satt seg i en stabil posisjon. Målinger ble også gjort etter avlasting. Det kom da frem at skallet ikke gikk tilbake til opprinnelig posisjon, men pådro seg en varig deformasjon. Dette skulle vise seg å bli et gjennomgående problem for alle målingene. Samme prosedyre ble også gjennomført for en punktlast på 200kg midt på skallet. Se figur 4.7 (B).



FIGUR 4.7: Gitterskall med to lasttilfeller

Måleurene ble så flyttet til symmetriske posisjoner for måling av to jevnt fordelte skjevlaster på halve skallet, som er vist i figur 4.8. Hensikten var å se hvordan lasten påvirket sammenlignbare deler av skallet. Det ble også avlest lengdemål for å dokumentere forskyvninger av opplagrene.



FIGUR 4.8: Gitterskall med fordelt skjevlast

Påfølgende morgen ble det testet ytterligere to punktlaster, en midt mellom midtpunkt og opplager og en mellom midtpunkt og kantbjelke. Avstiverne ble nå fjernet for å se responsen av det uavstivede skallet. Det ble da oppdaget at flere av skruene som feste avstiverne var blitt utsatt for vesentlige skjerkrefter og blitt bøyd. Dette gjaldt langs hele randen og spesielt ved opplagspunktene der en skrue også hadde gått til brudd.

Som nevnt reiste aldri skallet seg helt tilbake til opprinnelig høyde etter avlasting. Da de diagonale avstiverne ble fjernet fikk skallet en så flat form at målinger ikke



FIGUR 4.9: Gitterskall uten diagonale avstivere med ulike lasttilfeller

kunne gjennomføres. Oppreisningsriggen ble derfor satt sammen igjen og skallet heist opp. Grensebetingelsene ble også endret i et forsøk på å forhindre deformasjon i form av horisontalforskyvninger av skallet. Etter ny oppheising ble boltene til segmentbjelken etterstrammet og skruer innført mellom knutepunktene for å forsøke og få skallet til å holde sin form. Likevel sank skallet med 25cm når riggen ble fjernet, og det var en vesentlig varig deformasjon etter første på og avlasting med jevnt fordelt last. Skallet var nå meget lavt og det ble derfor kun målt jevnt fordelt last, skjevlast og punktlast før skallet ble demontert, se figur 4.9.

4.5 Resultater og diskusjon

Målingene ga interessante og til tider overraskende resultater. Riktignok var det flere fenomener som kunne forutsees å bli problematiske. Siden gitterskallet i dette forsøket var lavt ble det store sparkekrefter ved opplagrene. Dette skulle i utgangspunktet motvirkes med jekkestopper. De viste seg tidlig å være alt for myke, og ble nærmest som gummistrikker sammenlignet med fastholdte grensebetingelser. Videre var det problematisk å få punktlasten fra jekkestroppene overført til knutepunktene som utgjorde opplageret. Dette førte til at knutepunktene i opplagrene fikk skjevstillinger, avhengig av hvor godt bjelken var bundet fast. Det var også knyttet usikkerhet til hvor godt samvirke det var innad i segmentbjelkene. Det ble senere observert at glippene ved knutepunktene utvidet og lukket seg i takt med lastvirkninger.



FIGUR 4.10: Målepunkter for laboratoriumsforsøket

Figur 4.10 viser lokasjonen til målepunktene, mens figur 4.11 viser resultatene fra de forskjellige lasttilfellene. Under den første målingen (figur 4.11 (A)) med fordelt last kunne det observeres at målepunkt 2 deformerte seg mer enn skallets midtpunkt. Dette var i utgangspunktet overraskende med viten om hvordan lave buer deformerer seg, men mindre overraskende med tanke på at det går to buefelt innspent av opplagrene diagonalt over skallet. Dette tyder på stivere oppførsel av konstruksjonen i dette feltet. Denne påstanden støttes også av de kraftig bøyde skruene jo nærmere en kom opplagrene. De andre målingene stod i forhold til forventningene. Det må for dette lasttilfelle nevnes at det ikke var nok vekter til å laste på helle skallet. Dette ville gitt et mer helhetlig bilde, og kunne belyst hvor mye svakere feltet mellom kantbuene og midtpunktet eventuelt var. Den totale lasten på skallet var 320 kg, dette var 1,3 ganger egenvekten på 241 kg. Nedbøyningen var på 4cm som gir et forhold på h/L = 0,008 = 1/125. Dette møter ikke kravet for nedbøyning i bruksgrensetilstand i Eurokode 5, som maksimalt tillater en nedbøyning på 1/200 = 2,5 cm. Det ble observert en varig deformasjon på ca. 60% av total nedbøyning.



FIGUR 4.11: Nedbøyninger for laboratorieforsøket

Snø vil samle seg i fonner på lesiden av et objekt som blir truffet av vinden. Det ble derfor målt to jevnt fordelte skjevlaster på halve skallet. Lasten ble først plassert som vist på figur 4.8(A), og ble målt med symmetrisk plasserte måleur. Dette var den andre pålastingen av skallet og det tok derfor ikke like lang tid før en stabil tilstand inntraff, som for første pålasting. Resultatene er vist i figur 4.11 (B) og fikk som forventet størst nedbøyning midt i det pålastede feltet med en marginal forskjell mellom punkt 3 og 5. Dette kunne skyldes små ulikheter i konstruksjonen som fulgte fra montering/plassering av avstiverne, innfesting av render og festing av muttere. Skjevlast 2 ble plassert 45 grader det første lasttilfellet for ikke å svekke et bestemt felt med gjentatte belastninger(figur 4.8(B)). Punkt 3 hadde fra foregående belastning hatt mindre deformasjon enn punkt 5. For den nye skjevlasten var punkt 3 nesten 0,5 cm lavere enn tilsvarende punkt 4. Punkt 2 var også 0,5 cm lavere enn det tidligere mindre påkjente punktet 5. Dette tydet på at feltet som ble utsatt for skjevlast 1 ble varig svekket. Bortsett fra disse avvikene oppførte skallet seg som forventet. Måleurene var muligens uheldig plassert med tanke på forskjell i det antatt stivere diagonalfeltet.

Det vil for de fleste tiltenke bruksområdene for gitterskall, spesielt i tilfeller der skallet er et tak være nødvendig å kunne gå på taket for å inspisere, reparere eller vedlikeholde. For å se hvordan skallet reagerte på denne typen belastninger, ble det plassert punktlaster på skallet. Personer som utfører vedlikeholdsarbeid må kunne ha med seg nødvendig utstyr. En punktlast på 200kg ble derfor ansett som en konservativ belastning. Første last ble plassert på midten med måleurene usymmetrisk plassert for å se reaksjonen i forskjellige deler av skallet. Resultatene som er vist i figur 4.11 (D) støtter oppunder det som ble observert med jevnt fordelt last. Punkt 3 og 4 som ligger i diagonalfeltet til skallet viser vesentlig mindre deformasjon enn punkt 2 som ligger i det antatt mykere feltet mellom buekant og midtpunkt. Det var ikke overraskende størst nedbøyning på midten i punkt 1. Det var derimot mer overraskende at nedbøyningen var på beskjedene 1,5cm ettersom 200kg utgjord 83% av skallets egenvekt. Ved avlasting gikk alle punktene tilbake til utgangsstillingen eller høyere, med unntak av midtpunktet. Her var det kommet en varig deformasjon på 33% av total nedbøyning. Dette tyder på at skallet, som hadde mulighet for gliding i segmentbjelke og opplagre, var sårbart for konsentrerte laster. Det var også interessant å se på omlagringskapasiteten. To nye punktlaster ble derfor målt med symmetrisk plassering av måleurene. Lasten måtte reduseres til 160kg da skallet begynte å svekkes. Nok en gang fremsto feltet, som strakk seg diagonalt mellom opplagrene, stivere enn resten av skallet. Dette kommer frem i figur 4.11(E) og (F). Belastningen ved opplageret gav punkt 3 deformasjon mot lastretningen. Dette kom fra oppbuling etter bueteori.

Etter omfattende forsøk på å forbedre randbetingelsene etter gjenreisingen av skallet var skaller uten diagonalavstivere fortsatt meget flatt. Hverken sammenskruing av segmentbjelker eller utplassering av tunge objekter langs opplagrene hindret skallet i å synke fra 70 cm til 45 cm da det ble løsnet fra riggen. Varig deformasjon på 7,6 cm etter første pålasting kom i tilleg til dette. Disse målingene bør derfor tillegges mindre vekt da skallet uten avstivere hadde en meget myk oppførsel og var så lavt at det oppførte seg platelignende. Likevel ble skallet utsatt for noen av de tidligere utførte lasttilfeller.

Den jevnt fordelte lasten bestod av vekter på 10 kg pålastet i knutepunktene. Denne lasten gav en nedbøyning på hele 10 cm i midtpunktet hvorav 7,6 cm ble varig deformasjon. Forventninger om platelignende oppførsel stemte da målingene gav jevnt avtagende deformasjon ut mot kanten av skallet. Ved avlasting ble det observert større varig deformasjon ut mot kantene. Dette kom som en følge av glidning innad i segmetbjelkene og forskyvninger av opplagrene.



FIGUR 4.12: Horisontalutglidning av forsøksskallet

Det ble etter de tre første målingene klart at randbetingelsene var langt mindre stabile en først antatt. Skallet var selv med diagonalavstivere så lavt at sparkekreftene dominerte spenningsbilde i opplagrene fullstendig. Dette kan sees i figur 4.12, som har en økende tendens. Det kunne også sees visuelt og høres da det ble utplassert objekter på ca. 700kg og oppover ved opplagrene, og selv disse ble sparket bakover for hvert lasttilfelle. Disse målene er derfor ikke så interessante med tanke på analyse av skallet, men en sikker bekreftelse på at fastholdningen av skallet var for dårlig. Ved skjevlast over halve skallet ble det observert lokale variasjoner i nedbøyningen. Disse variasjonene kan ha oppsått som følge av ulik fastholding av opplagerpunktene i hver av de fire opplagrene. Punkt 5 ble deformert nesten dobbelt så mye som det symmetriske punkt 3. Ved avlasting reiste skallet seg prosentvis like mye for alle punkter. Med tanke på punktlastene var fortsatt skallet i stand til å bære en last på 120kg med en nedbøyning for midtpunktet på 4,6 cm. Dette fulgte hovedsakelig fra de store tverrsnittsdimensjonene. Det ble til slutt i et forsøk på å ødelegge skallet lagt til en personlast på 70kg. Gitteret bøyde seg rolig ned, og ikke før personen hoppet på skallet falt det sammen som snap-through-buckling.

Grunnet den flate formen, og de store varige deformasjonene ble ikke modellen uten avstivere brukt til justering av parametere i Abaqus modell.
Kapittel 5: Nummeriske analyser av gitterskallet

Før de ulike parametertestene kunne gjennomføres måtte det opprettes en basismodell. Denne modellen tok utgangspunkt i materialforsøkene av segmentbjelkene og de enkelte elementene som ble utsatt for bruddforsøk. Modelleringen ble gjennomført med elementmetodeprogrammet Abaqus CAE.

Dette kapittelet vil først modellere gitterskallet konstruert i laboratoriet, for så å sammenligne og justere den nummeriske modellen ut fra de målingene som ble gjort i laboratoriet. Videre vil gitterskallet modelleres på forskjellige måter og skaleres opp til en størrelse som er mer aktuell for en faktisk konstruksjon. Disse modellene vil bli test for relevante lastkombinasjoer og sammelignet. Til slutt vil det bli foretatt et grundigere studie av modellen som mest nøyaktig simulerer oppførselen til et gitterskall.

5.1 Validering av materialmodell

For å validere materialmodellen ble segmentbjelken modelleret i Abaqus og utsatt for samme lasttilfelle som ble brukt under testingen av tre segmentbjelker i laboratoriet. Se figur 5.1 (A). De testede segmentbjelkene fikk en nedbøyning lik en kontinuerlig bjelke som figur 5.1 (B) viser. Det var derfor mest nærliggende å sammenligne nedbøyningen av midtpunktet til modellen og segmentbjelken.



FIGUR 5.1: Segmentbjelke utsatt for punktlaster i Abaqus og laboratoriet

Grafene i figur 5.2 viser at nedbøyningen til segmentbjelk 1 og 3 og modellen nærmet seg hverandre når lasten øker. Dette var naturlig ettersom E-modulen ble satt konservativt til 550 MPa. Nedbøyningen samsvarte bra for punktet hvor lastverdien korresponderte med valgt E-modul, som lå rundt 40 kg. Dette betyr at segmentene i bjelken var skrudd godt fast og oppførte seg som en kontinuerlig bjelke med like tverrsnittsmål som segmentbjelken. Segmentbjelke 2 hadde derimot lavere E-modul og traff sin korresponderende belastning ved rundt 20 kg. Et slikt avvik kan bety at boltene som holdt sammen bjelken ikke var skrudd godt nok fast, eller at trestykkene som ble brukt holdt en dårligere kvalitet for denne segmentbjelken.



FIGUR 5.2: Nedbøyning av segmentbjelker sammenlignet med modell i Abaqus

5.2 Basismodell i Abaqus CAE

For å modellere gitterskallet som ble konstruert i laboratoriet ble flere geometriske modeller testet. Basismodellen tok utgangspunkt i en modell hvor segmentbjelken ble modellert som en kontinuerlig bjelke, og materialverdiene ble tatt fra forsøksresultatene. Avstiverne ble konstruert i samme plan som segmentbjelken, slik at modellen ble bygget opp av en kontinuerlig «part». Det krevde flere «steps» for å



FIGUR 5.3: Spenningstilstand for basismodellen i form

reise modellen til ønsket geometri. I første steg ble det brukt en motsatt rettet gravitasjonslast for å gi modellen form etter hengende kjede modell. I laboratoriet ble dette gjort annerledes, noe som skal studeres senere. Dette var riktignok metoden som ga modellen en form som best representerte det ferdige skallet i laboratorieforsøket. I laboratoriet ble skallet reist uten avstivere. Skallet i basismodellen fikk derfor en flatere form over midten da dette ble reist med avstivere. I neste steg ble grensebetingelsene modifisert slik at alle opplagerpunktene ble låst i ønsket posisjon med leddlagre. Skallet ble dyttet til denne posisjonen med en enhetslast. I siste steg ble modellen pålastet de samme lastene som skallet i laboratoriet, og nedbøyning lest av for de samme punktene. Modellen ble først tildelt et grovt «mesh», og kjørt for å raskt se om modellen konvergerte. Etter dette ble modellen tildelt et fint mesh for mer nøyaktige resultater. Det var liten forskjell på verdiene med fint og grovt mesh. En mellomverdi ble derfor brukt på senere modeller for å holde analysetiden på et akseptablet nivå. Tabell 5.1 viser de ulike parametrene brukt i Abaqus CAE-modellen.

Parameter	Segmentbjelke	Avstivere
E-modul Tverrsnitt	550 MPa 92 × 48 mm	9000 MPa 23 × 48 mm
Densitet	4.765×10^{-7}	$\frac{20 \times 10^{10} \text{ mm}}{7 \text{ kg/mm}^3}$
Grensebetingelser	4,705×10 Ledd	let
Mesh	$50 \mathrm{~m}$	ım
Elementtype	B3	1
Elementform	wir	e

TABELL 5.1: Parametre brukt i basismodellen

5.2.1 Diagonale avstivere med temperaturavhengig stivhet

Basismodellen fikk som nevnt forskjellig form fra skallet i laboratoriet. Avstiverne måtte bli modellert og reist sammen med skallet fra flat geometri. Denne metoden gav som nevnt en flat form, og ble forsøkt unngått ved innføring av temperaturavhengig stivhet for avstiverne. Modellen fikk en basistemperatur på 0 grader, der avstiverne hadde stivhet tilnærmet null. Segmentgitteret styrte dermed deformasjonen under formgivningen og modellen fikk en rund form likt skallet på laboratoriet. Etter at gitterskallet hadde fått sin form ble modellens temperatur økt, og avstiverne fikk tilbake sin stivhet med E-modul på 9000 MPa. Analysene til denne modellen vekslet mellom å kjøre og kræsje, hvor de som kjørte gav varierende resultater. Avstiverne fikk nemlig store tøyninger ved tilbakeføring av stivheten og det oppstod indre krefter som tvingte avstiverne tilbake til opprinnelig tøyningstilstand.

Modellen kjørte så lenge økningen i stivhet ikke overgikk 80 ganger original stivhet. Denne modellen viste seg å gi 10 ganger større nedbøyning enn basismodellen og forsøksskallet. Selv en enhetslast på 1N bøyde skallet til samme form som basismodellen. Modellen fikk også denne flate formen med lik stivhet for både segmentgitter og avstivere. Denne modellen var mer komplisert og ga ikke nedbøyningsverdier mer likt forsøksskallet. Den ble derfor forkastet. For denne analysen ble det også funnet tilfeller av veileder for Abaqus der modellen spratt gjennom og bøyde seg feil vei (snapp-through-buckling).

5.2.2 Tvungen forflytning

En annen måte å reise skallet på var å bruke tvungen forflytning. Noder eller områder av en modell kan bli tillagt en grensebetingelse som flytter de til vilkårlige posisjoner. Midtpunktet ble flyttet til ønsket høyde, og toppunktet til kantbuene ble holdt lavere enn på basismodellen. Dette ble gjort i et forsøk på å få en rundere form på modellen. Skallet ble reist, og hadde før enhetslasten ble påført en spissere form en basismodellen. Buekantene, som var tvunget i lavere posisjon enn tidligere, hadde ikke lenger en jevn kurvatur. De var blitt flatet ut over midten som vist i figur 5.4.

Modellen gikk etter påføring av enhetslast tilbake til samme form som basismodellen. Med andre ord, avstiverne bøyde fortsatt modellen tilbake. Denne modellen



FIGUR 5.4: Kantbjelke deformert som følge av tvungen forflyttnign

var tenkt å reise skallet til en bestemt høyde, og pålaste skallet fra denne høyden, for på denne måten å analysere hvordan forskjellig høyder og kurvatur påvirket egenskapene til skallet. Denne formgivningen av skallet var lik som i laboratoriet, og videre modeller ble reist på denne måten.

5.2.3 Koblingsmodell

Skallet var frem til nå blitt modellert med segmentbjelkegitter og avstivere som én del i ett plan. I den neste modellen ble segmentgitter og avstivere modellert som to forskjellige deler. De ble også kun modellert i en retning. Dette ble gjort for å fange opp en viktig egenskap som tidligere modeller ikke hadde tatt hensyn til. Alle segmentkryssene var satt sammen med en enkel bolt og var dermed fri til å rotere i skallets plan. Avstiverne var festet med en enkel skrue for hvert festepunkt og må derfor også sies å ha vært rotasjonsfrie.

Tidligere skall var som nevnt modellert som et sammenhengende materiale og hadde dermed momentstive forbindelser. Avstiverne ble i tillegg løftet så de lå over segmentgitteret som det virkelige forsøkskallet. Alle delene som lå rett på hverandre ble koblet sammen med en samvirkemodul kaldt «connetcor». Denne koblingen fungerer som en fiktiv bjelke mellom de forskjellig delene, og kan tillegges de mekaniske egenskapen en ønsker. For denne modellen ble koblingene modellert som udeformerbare for frihetsgrad en, to, tre, og låst mot vridning ut av skallets plan. Vridning i skallets planet ble tillatt ved at frihetsgrad seks om koblingenes lengdeakse ble satt tilnærmet lik 0. Da avstiverne var festet med en enkel skrue for hvert punkt, ble koblingene mellom de to tverrgående avstiverne modellert med motstand mot rotasjon ut av planet lik avstivernes egen stivhet. Modellen



FIGUR 5.5: Basismodellen i form

hadde først problemer med å kjøre, men etter å ha endret randbetingelsene slik at kun den midterste opplagernoden i hver av de fire opplagrene ble fastholdt mot forskyvninger i planet kjørte modellen uten problemer. Modellen kom opp i form ved tvungen forskyvning, men gikk som tidligere tilbake til flatt toppfelt da grensebetingelsen som holdt den oppe ble fjernet.

5.3 Sammenligning av Abaqus modell og skallet bygget i laboratoriumet

Resultatene som er presentert i figur 5.6, viser tydelige avvik mellom Abaqus modellene og det virkelige skallet på laboratoriet. Abaqus opererer som tidligere nevnt i en «perfekt verden» og full korrelasjon mellom forsøks- og modellmålinger var derfor ikke forventet. Det må igjen legges vekt på, at målepunkt 2 hadde mye større nedbøyning enn tilsvarende målepunkt speilet over skallet. Dette målepunktet bør derfor med tanke på sammenligning, tillegges mindre vekt.

Abaqus-modellene viser stor grad av korrelasjon i resultatene. Modellene tar utgangspunkt i lik geometri, materiale, last og randbetingelser og dette var dermed ventet. Det var mer interessant å observere en gjennomgående trend hvor koblingsmodellen hadde større deformasjon enn basismodellen. For å forstå dette må en se på forskjellene mellom disse to modellene. Basismodellen ble formet med en gravitasjonslast og fikk rendene låst i daværende posisjon. Den samme posisjonslåsningen ble gjort for koblingsmodellen, med en tvungen forflytning til form



FIGUR 5.6: Sammenligning av nedbøyninger for koblings- og basismodell og laboratorieforsøket

av grensebetingelsene. Modellene fikk dermed i utgangspunktet forskjellig form. I neste steg ble den ytre påkjenningen som formet modellen fjernet. Modellene sank med dette sammen til lik form, og hadde samme utgangspunkt før de ble pålastet. Det må derfor sies at måten modellene ble reist på, ikke hadde noen innvirkning på de endelige resultatene.

Den essensielle forskjellen mellom modellene ligger i navnet på den siste. Koblingsmodellen ble bygd opp med bjelkekoblinger alle steder der lektene krysset hverandre, med mekaniske egenskaper som på best måte skulle simulere boltene og skruene i det virkelige skallet. Dette ga koblingsmodellen en større mulighet til å bevege på seg under påkjenning av den ytre kraften. For basismodellen var alt modellert som et materiale og alle knutepunkt ville derfor gi momentmotstand. Denne vil derfor være stivere og følgelig ha mindre nedbøyninger. En stivere modell resulterte også i større spenninger, forskjellen var likevel kun på 5 MPa. Det kan sees på figur 5.7 at denne største spenningen inntreffer på samme sted, der krumningen mot opplagrene er størst. Denne lokasjonen er interessant i forhold til det virkelige skallet, og vil bli sett på senere.



FIGUR 5.7: Største spenning i gitterskallet

Koblingsmodellen hadde avstiverne plassert over segmentbjelkegitteret, og disse ga en liten økning av annet arealmoment. Større bøyestivhet ut av planet tilsier mindre nedbøyning. Effekten av dette kan ikke sees tydelig på disse modellene. Økning av arealmoment er svært liten, og antas og fullstendig overgås av den oppmykende effekten de momentfrie knutepunktene hadde. Det ble observert i basismodellen lik nedbøyning for aksesymmetriske punkter. Dette er ikke tilfelle for koblingsmodellen. Koblingene i seg selv er like over hele skallet og skulle derfor ikke gi en asymmetrisk nedbøyning. Da avstiverlektene var plassert i forskjellig høyde, hadde modellen forskjellig bøyestivet avhengig av retning. Dette er etter all sannsynlighet forklaringen på de usymmetriske resultatene for koblingsmodellen.

Deformasjonsformen til laboratorieforsøket og de digitale modellen var jevnt over lik. Selve deformasjonene avvek mye fra det virkelige til de digital skallene, noe som kommmer tydelig frem i grafene. Dette var et resultat av flere essensielle forskjeller mellom digital og virkelig verden. Randbetingelsene for laboratorieskallet var særdeles vanskelige å holde konstante. Skallet var som nevnt lavt, og hverken jekkestropper eller tunge objekter klarte å hindre skallet i å skli videre utover for hver pålasting. I den digitale modellen var dette ikke noe problem. Opplagrene holdt sin definerte posisjon og alle krefter måtte tas opp i gitterskallet.

Samvirket i segmentbjelken er også noe som ikke kan beskrives fullstendig i den digitale modellen. Det ble observert gliding av boltene som klemte segmentkryssene sammen, altså aksial tøyning. Denne aksiale tøyningen var vanskelig å modellere i Abaqus, og segmentbjelkegitteret fikk etter parameterstudiet en mye lavere stivhet enn avstiverlektene. Likevel er dette et kompromiss mellom for lav bøyestivhet som ville gitt overdrevet nedbygning, og for stor som ville gitt overdrevet motstand mot bøying. Dette kompromisset gir det modellerte segmentbjelkegitteret kun tilnærmet lik oppførsel som det virkelige, og er derfor en viktig kilde til forskjellig oppførsel.

Tre er et naturmateriale og må derfor modelleres med en snittverdi fra mange forskjellige prøvestykker. Den virkelige styrken til materiale vil derfor variere over gitterskallet og dermed være en av faktorene ved den virkelige modellen som garanterer ulike verdier for målepunkter plassert symmetrisk i forhold til lastvirkningen. Ulikhetene grunnet ulikt materialet var små, da skallet var satt sammen av mange lekter og segmentkryss. Det burde derfor være tilstrekkelig spredning av ulik materialstyrke til at en modell med lik styrke for alt materiale gir en tilnærmet lik oppførsel. Det er derfor lite sannsynlig at ulik styrke på trelektene alene forklarer de store avvikene målepunkt 2 gir.



FIGUR 5.8: Deformasjon mot opplager og kantbue

I kapptittel om laboratorieforsøket ble det diskutert om skallet var stivere mellom de diagonale opplagrene. Det ble avlest nye målepunkt like langt fra sentrum av skallet diagonalt mot opplager, og mot kantbuen. Resultatene i figur 5.8 viste at punktene i rett linje fra midtpunktet ut mot kanten hadde større deformasjon enn linjen fra midtpunkt til opplager. Dette kom ikke som noen overraskelse da kraften må overføres via den ytterste segmentbjelken til opplager etter rainflowmetode. De ytterste bjelkene blir dermed utsatt for en større belastning enn de mot midtpunktet, hvilket fører til større deformasjon av hele feltet ut mot kanten. Kreftene i diagonalfeltet går derimot som nevnt i større grad direkte til opplager, og feltet blir utsatt for mindre deformasjoner.

Det er til nå blitt fokusert på de mange forskjellene mellom digital modell og virkelig gitterskall. Bortsett fra målepunkt 2 som har en sterkt avvikende oppførsel, kan det sees en prinsipiell lik oppførsel mellom digitale modeller og virkelig skall. Dette tyder på at Abaqusmodellene har klart å fange opp de essensielle egenskapene til det virkelige gitterskallet. Det kom tydelig frem i modellene at det var en spenningskonsentrasjon i avstiverne i knutepunktene over opplagrene. Det var også her det ble funnet de kraftig bøyde og avrevede skruene som hadde festet avstiverne til segmentgitteret.

Det var av tidligere nevnte grunner problematisk å gi modellen den sammen formen som forsøksskallet. Dette påvirket ikke modellens nedbøyningsmønster for de ytre delene av skallet nevneverdig. Den største forskjellen fantes i det midtre feltet av skallet. Modellen var her nærmest en plate og var vesentlig mer utsatt for bøying enn membrankrefter. Med tanke på midtpunktet var det for lasttilfellene der lasten virket i nærheten av midten, større nedbøyning for Abaqus-modellene en det virkelige skallet. Dette var ikke i overstemmes med resten av resultatene der det virkelige skallet hadde mye større nedbøyning enn modellene, spesielt for målepunkter nært der lasten virket. Dette tilsier at antagelse om plateoppførsel er riktig.

Det mest avgjørende for den store forskjellen mellom virkelig og digital modell er forskjellen i grensebetingelser og modellering av segmentbjelken. Begge er faktorer som gjør den virkelige modellen mye mer bevegelig. Større bevegelighet gir som tidligere nevnt, større deformasjoner. Når skallet både kan skli utover og samtidig trekke seg sammen i materialet, tilsier det større nedbøyning enn et skall hvor dette ikke tillates.

Hensikten med denne delen har vært å finne en digital modell som på best mulig måte beskriver oppførselen til det virkelige gitterskallet. Begge modellene presterte jevnt over likt på samtlige punkter. Koblingsmodellen lå som grafene viser alltid nærmest det virkelige skallet med tanke på nedbøyning. Den ble også modellert med egenskaper som er mer likt det virkelige skallet enn basismodellen. Koblingsmodellen må derfor sies å være den beste av de to, og vil etter denne parameterstudien bli brukt for å modellere et «fullskala» gitterskall på 10×10 meter.

5.4 Analyse av fullskalamodell

Ettersom modellene frem til nå har hatt dimensjonene til et mer håndterlig forsøksskall på 5×5 var det på tide å øke utbredelsen til 10×10 meter, som er mer realistisk for en faktisk konstruksjon. Dette skallet ble også modellert med Abaqus CAE. Modellen tar utgangspunkt i koblingsmodellen som best beskrev skallet i laboratorieforsøket. Noen modifiseringer av denne modellen må likevel nevnes. Det ble oppdaget at reising av skall med tvungen forflytning ga skallet en asymmetrisk form etter «relaksasjons-steget». Dette var i mindre grad tilfellet for forming med gravitasjonslast, og formgivningsmetode ble endret til denne. Det ble eksperimentert med hvor mange opplagerpunkter modellen skulle ha. Tre, fire eller fem noder ble vurdert. En modell med tre opplagerpunkter ble først antatt å gi best form, da det ble mer materiale tilgjengelig til formgivning og færre punkter med begrensinger fra randbetingelsene. Det viste seg derimot at modellen raskere gikk mot det flate toppfeltet, og fikk form som fire halve buehvelv som gikk mot ett flatt toppfelt. Se figur 5.9 (A).



FIGUR 5.9: Gitteskallmodellen med 3 og 5 ben

Ved utvidelse til fire og fem opplagerpunkter fikk modellen gradvis bedre form, som vist i figur 5.9 (B). Med flere enn 5 opplagerpunkter fikk kantbuen så stor krumning at de indre kreftene tvang toppflaten nedover. Modellen med 5 punkter ble derfor valgt, og ble så utsatt for laster aktuelle for Trondheim etter Eurokode 1[17][18].

5.4.1 Snø

Første lasttilfelle var snølast. Dette ble antatt å være gitterskallets største utfordring, da det med tanke på gitterets egenvekt måtte tåle en enhets snølast 34 ganger større enn enhets egenlast. Snølasten ble modellert etter det nasjonale tillegget, med antakelse om at skallet ville ha fullstendig dekkende tak. Lasten hadde full virkning på flate toppfeltet ned til en helning på 15 grader, og sank derfra gradvis til null ved 60 graders helning. Dette resulterte i en total last på ca. 160 kN eller ca. 17 ganger skallets egenvekt. Dette var langt over hva skallet var i stand til å håndtere og modellen avbrøt etter halve nedbøyningsforløpet var gjennomført. Det kan tydelig sees i figur 5.10 at skallet får en nedbøyning langt over hva som er akseptabelt.



FIGUR 5.10: Gitterskall belastet med dimensjonerende snølast for Trondheim

Hva spenningstilstand angår er det vanskeligere å si noe som dette, da det kun er spenning fra krumning av avstivere som gir spenninger i modellen. De starter på 95 MPa, noe som er over dobbelt så mye som materialet angivelig vil tåle. Denne spenningen er ikke riktig i forhold til den virkelige verden, grunnet tidligere diskusjon om avstivere modellert i udeformert gitter. Likevel er økning til 250 MPa urealistisk og skallet ville gått til brudd lenge før denne tid. Hva gjelder deformasjonsformen tilsvarer den «snapp through buckling». For denne flate modellen vil nedbøyningen være overdrevet i forhold til rundere skall, men fra kapittel om bueteori kan det sees at formen må være meget parabolsk før annen bruddform inntreffer. Det er uansett klart at skallet etter de gitte betingelser i modellen ikke er dimensjonert for snølast i Trondheim.

5.4.2 Vind

To Vindlaster ble forenklet simulert med projisert last rett på møtende flate. Denne forenklingen ble gjort da det kun var inntresant å se hvordan konstruksjonene prinsipielt håndterte horisontallaster, ikke detaljprosjektere skallet. I første tilfelle var det kun en flate som ble pålastet da resten av skallet stod parallelt med lasten, eller var blokket av første flaten. Den pålastede flaten ble presset marginalt innover i skallet samtidig som den fikk mindre krumning. De to opplagrene parallelt med vindlasten ville ta opp skjærkraften i likhet med steget til en I-bjelke, om skallet hadde tilstrekkelig evne til å overføre skjærkrefter. Dette var tilfelle, da det ble observert mindre horisontalforskyving på motsatt side av der lasten ble påført. Dette var ikke overraskende da denne modellen kjennetegnes av et stivt flatt platefelt over toppen av skallet. Graden av omfordeling vil sannsynligvis være mindre for et rundere skal. Den største spenningen ble redusert med 1,5 MPa. Dette viser nok en gang at krumningen av avstiverne fullstendig dominerte spenningsbilde i modellen.

For det andre lasttilfellet ble lasten påført inn mot to møtende flater. Reaksjonen her var lik det første lasttilfelle. De pålastede flatene ble presset innover og ble mindre krumme. Over resten av skallet var det derimot liten endring å observere. Dette kan forklares med at de pålastede områdene stod 45 grader på lasten, og fikk kraftkomponenter som tar vindlasten rett til opplager. Den største spenningen synker også for dette tilfelle med 1,5 MPa. Skallet håndterte horisontallastene bra, med god overføring av skjærkrefter i skallet. Vindlasten var mye mindre en snølasten, og skallet håndterte den følgelig bedre. Det var likevel interessant å se at skallet kunne håndtere virkelige laster.

5.4.3 Punktlast

Modellen ble utsatt for 3 punktlaster; i midten, kantbuen og i det det krumme feltet over opplager. Lasten var økt fra en person med utstyr på 200 kg til 1 tonn, og ville i den virkelige verden tilsvare en ulykkeslast. Ved plassering midt på skallet ble modellen trykket ned, og de krumme bena fikk økt kurvatur. Mer kurvatur økte den globalt største spenningen. Selve pålastingspunktet fikk spenningen økt med 8,5 MPa, og ble deformert 286,9 mm. Denne spenningen ble tatt fra segmentgitteret som over hele modellen hadde mer realistiske verdier. En spenning på 8,8 MPa for segmentbjelken var langt under kapasitetsgrensen og skallet tålte dermed belastningen.



FIGUR 5.11: Gitterskall med diagonale avstivere utsatt for punklaster

Nedbøyning på nesten 30 cm var ikke tolererbar under bruksgrensekriterier, men da denne lasten var av kortvarig karakter ville området uansett måtte bli reparert i etterkant. Den store nedbøyningen sees derfor ikke på som noe problem. Punktlastene ved buekanten og og over opplager synes å påvirke skallet mer enn for lasten i midtpunktet, selv om nedbøyningen var den samme for kanten og litt lavere for punktet over opplageren. Spenningstilstanden for disse punktlastene er vist i figur 5.11. Deformasjonen av midtpunktet blir fordelt jevnt utover det flate feltet, mens det for de to andre punktlastene var en tydelig nedpressing av et lokalt område. Likevel var ikke spenningen i segmentbjelkegitteret større enn 12-13 MPa og skallet tålte påkjenningen. Det vil med dette deformasjonsmønsteret åpenbart være nødvendig med reparasjon.

5.5 Lastanalyse av formen

Det har til nå blitt gjennomført lastanalyser på gitterskallet med diagonale lektavstivere. Disse analysene gir svar på hvordan dette skallet bærer de forskjellige pålastingene, men sier lite om hvordan forskjellige former bærer lasten. Ettersom skallet med de diagonale avstiverne ble tvunget ned i samme form uavhengig av formen etter oppreisning ble det nødvendig å modellere skallet med en ny metode.

I den første nye modellen ble koblingene i segmentbjelkene gitt høy rotasjonsstivhet. På denne måten ble modellen avstivet som om det var momentstive knutepunkt. Dette blir som tidligere nevnt ikke gjort i praksis for gitterskall, men som konseptstudie av gitterskallets oppførsel er dette en god avstivning av gitteret. Det andre skallet hadde full rotasjonsfrihet i koblingene, og var dermed helt avhengig av formen til å fordele ujevne krefter utover skallet.

5.5.1 Jevnt fordelt last

Aktuell snølast for Trondheim var alt for stor for skallet. Hensikten med disse modellen var som tidligere nevnt skallets oppførsel. En vesentlig mindre last på $240N/m^2$ ble påført. Lasten ble fordelt på samme måte som tidligere. Figur 5.12 viser punktene hvor nedbøyningene og spenningene ble målt.



FIGUR 5.12: Målepunkter for modellen utsatt for snølast

Modellen uten noen form for avstivning skled fra hverandre og simuleringen ble avbrutt. Denne er derfor utelatt da den ikke var egnet til å bære denne typen last. Resulterende nedbøyninger og spenninger er oppgitt i tabell 5.2.

Det kom tydelig frem at deformasjonen var størst ved midten og ble redusert etter hvert som en nærmet seg opplagrene. Begge modellene ble presset nedover, og

	Pun	kt 1	Pun	nkt 2	Pur	ıkt 3	Pun	kt 4
Modell	DA	SK	DA	SK	DA	SK	DA	SK
u [mm]	134	586	100	389	36	75	17	45
σ [MPa]	0,3	0,1	$1,\!3$	2,4	10,2	8,2	5,0	7,3
$\Delta \sigma$ [MPa]	-0,3	$^{-1,7}$	0	-1,8	-1,8	-0,7	$0,\!2$	2,3

TABELL 5.2: Nedbøyninger og spenninger for modell utsatt for snølast

fikk en flatere form. Samtidig ble randområdene til skallet presset utover. Denne effekten var mye større for skallet med stive koblinger. Skallet med avstivere var i utgangspunktet flatt over midten, og lasten forsterket dette ytterligere. Den største spenningen flyttet seg fra toppen av kantbuen (punkt 3) til over opplagrene for stive koblings modellen. I modellen med diagonale avstivere forble den største spenningen i segmentgitteret i kantbuene, da disse ikke fikk vesentlig redusert kurvatur. I avstiverne flyttet den største spenningen seg fra kantbuen til det krumme feltet over opplagrene i likhet med stive koblingsmodellen. Fordelingen var derimot ulik, da spenningen var jevnt størst i området med størst kurvatur for alle avstiverne som gikk ned til opplagrene. Ikke som en konsentrasjon midt i beinet. Figur 5.13 viser spenningstilstanden etter pålasting for de to modellene.



FIGUR 5.13: Spenningstilstand for modellene med diagonale avstivere og stive koblinger utsatt for snølast

Det ble observert at spenningene sank der skallene ble flatere og steg der skallene bulte ut. Det var med andre ord fortsatt kurvaturen som dominerte spenningsbilde, mens lasten gav skallet ny form. Økningen i spenningen var beskjeden, i størrelsesorden 1-3 MPa for de mest påkjente områdene av segmentgitterskallet. I disse feltene var også spenningen nesten lik for de to modellene. De stive diagonalfeltene som tidligere har blitt nevnt kunne bli sett i disse områdene for stive koblings skallet, som grønne felt med høyere spenning. Feltet trakk seg lengre inn mot midten enn feltene rundt og viser dermed at en større del av kreftene ble ført via dette området. Dette var ikke synlig i modellen med diagonale avstivere der spenningen over opplagrene i segmentgitteret heller skyldes krumningen i dette område. Heller ikke avstiverne viste dette tydelig grafisk. Dette var ikke uventet da det fra tidligere ble funnet at forskjellen i nedbøyning mellom disse feltene i avstiver modellen var marginal.

Skallet med stive koblinger hadde en større konsentrasjon av spenninger etter pålasting. Dette ble sett i det krumme feltet over opplagrene, der to lekter utgjorde de eneste røde feltene på figuren.

5.5.2 Skjevfordelt snølast

Det ble også kjørt et lasttilfelle med snølast på halve skallet. Det var her interessant å se i hvilken grad skallet klarte å omfordele kreftene til de ubelastede delene av skallet. For å se på dette ble det lest av nedbøying og spenning i 8 punkter fordelt symmetrisk utover skallet, i forhold til belastet og ubelastet side. Det ble også lest av opplagerreaksjoner for opplagre plassert på belastet og ubelastet side. Resultatet kan sees i tabell 5.3 og tabell 5.4.

					Måle	epunkt			
	Modell	1	2	3	4	5	6	7	8
u [mm]	DA SK	$\begin{array}{c} 80\\ 265 \end{array}$	84 229	38 96	37 58	13 7	19 18	1 0	19 8
σ [MPa]	DA SK	$0,3 \\ 0,7$	$1,2 \\ 2,4$	$\begin{array}{c}1\\3,6\end{array}$	9,7 8,4	$10,6 \\ 11,1$	$4,7 \\ 6,7$	$3,3 \\ 5,7$	$13,4 \\ 10,3$
$\Delta \sigma$ [MPa]	DA SK	-0,2 -1,1	-0,1 -1,8	-0,2 0,1	-1,7 -0,5	-0,5 -0,1	$\begin{array}{c} 0 \\ 1,7 \end{array}$	$0,3 \\ 0,8$	-1 -0,9

TABELL 5.3: tab:Nedbøyninger og spenninger for modellene utsatt for skjevfordelt snølast

Nedbøyningen var ikke overraskende større for den belastede siden. Det kommer også frem at modellen med diagonale avstivere overførte kraften bedre via de ubelastede områdene da nedbøyning i det ubelastede område utgjorde en prosentvis høyere andel av total nedbøyning, i forhold til modellen med stive koblinger. Dette ble avkreftet av opplagerreaksjonene, som viste tilnærmet lik fordeling av kraften på opplagrene i de aktuelle x- og z-retningene for begge modellene. Den forskjellige nedbøyningen for de to modellen må derfor forklares av fra andre årsaker. Dette

		Bel	Belastet side			Ubelastet side		
Modell		X	Y	Ζ	-	Х	Y	Ζ
SK	$\begin{array}{c} \mathrm{RF} \ [\mathrm{kN}] \\ \Delta \mathrm{RF} \end{array}$	-10,2 0,51	-11,4 0,61	$7,1 \\ 0,71$		$9,7 \\ 0,49$	-7,3 0,39	$2,9 \\ 0,29$
DA	$\begin{array}{c} \mathrm{RF} \ [\mathrm{kN}] \\ \Delta \mathrm{RF} \end{array}$	-4,9 0,5	-6,3 0,67	$6,4 \\ 0,69$		$4,9 \\ 0,5$	-3,1 0,33	$2,9 \\ 0,31$

TABELL 5.4: Reaksjonskrefter fra skjevfordelt snølast til opplagerne på belastet og ubelastet side

kan bygge opp under en hypotesen om at avstivermodellen får mer bjelkelignende nedbøyning i det flate midtfeltet. At y-komponenten til opplagerkreftene er fordelt jevnere i modellen med diagonale avstivere vitner om en bedre fordeling av skjærkrefter. Mer om dette i eget avsnitt om skjærkapasitet.



FIGUR 5.14: Spenningstilstand for modellene med diagonale avstivere og stive koblinger utsatt for skjevfordelt snølast

Spenningene var størst for stive koblingsmodellen på samtlige punkter, bortsett fra kantpunktet som markerer overgangen mellom belastet og ubelastet side. Modellen med diagonale avstivere har ved opplagrene i kantbuene til segmentgitteret doblet så stor spenning som stive koblingsmodellen. Forskjellene mellom de to modellene vil delvis forklares av at avstiverne tar opp mye av spenningene, og fra den forskjellige formen. Modellen med diagonale avstivere var den flateste, og følgelig hadde denne den laveste spenningen. Den ble krummere enn stive koblings modellen ved opplagrene og fikk tilsvarende større spenning her. Det var nok en gang krumningen som styrte størrelsen på spenningen over skallet, mens lasten kun påvirke dette ved å endre formen på skallet. Dette kommer best frem i stive koblingsmodellen der spenningene er størst for punktene på den ubelastede siden av skallet, som på grunn av nedbøyningen av den pålastede siden fikk større krumning. Endringen i spenningene kan forklares med at endringen av kurvatur er større for det stive koblingsskallet. Figure 5.14 viser spenningstilstanden for de to modellene.

5.5.3 Skjær

Segmentgitterrutene har som nevnt i utgangspunktet ingen motstand mot skjærdeformasjon i flat tilstand. Når de kommer i system som en stor matte, vil friksjonen i knutepunktene og bøyingen av lektene gi noe motstand. Likevel er dette en begrenset kapasitet og forskyvningene vil være store. Når skallet kommer opp i form står ikke lenger alle elementene rett på hverandre og får kraftkomponenter mellom hverandre. Dette kan potensielt ta opp og overføre skjærkraft over skallet. For å belyse dette ble gitterskallet modellert i flat tilstand med alle opplagernodene låst mot forskyvning. Hele gitteret ble også låst mot forskyvning i høyden for å begrense deformasjonen til ren skjærdeformasjon. En horisontal enhetslast på 1 kN ble pålastet skallets midtpunkt. Deformasjonen til midtpunktet ville nå være avhengig av gitterets evne til å fordele skjærkreftene til opplagrene. I neste tilfelle ble modellene reist til standard form, og pålastet den samme enhetslasten. Gitteret var også i skallformen forhindret forskyvning i z-retning for å unngå momenteffekter av armen mellom lasten og opplagrene. Med dette oppsettet var forskyvningen av skallet avhengig av to ting; selve materialet som i det flate tilfellet, og eventuell skjærkapasitet grunnet skallets form. Ved å se på forskjellen mellom de to tilfellene ville en se om formen hadde noen effekt. Resultatene er gjenngitt i tabell 5.5.

	Skjærdeforr	nasjon [mm]	
Modell	Flat	Form	Reduksjon
DA	0	0	0 %
SK	30	9	70~%
FK	79	20	75~%

TABELL 5.5: Skjærdeformasjon ved horisontallast i midtpunkt

Den diagonalt avstivede modellen var utvilsomt best til å fordele skjærkreftene. Årsaken til dette var avstiverne som dannet stive trekanter med segmentgitteret. Fordeling av skjærkrefter er avstiverenes hovedoppgave, og følgelig var den diagonalt avstivede modellen meget god på dette punktet. Figur 5.16 viser dette.



FIGUR 5.15: Spenningsfordeling for de flate modellene utsatt for skjærdeformasjon



FIGUR 5.16: Fordeling av skjærkrefter for modellen med diagonale avstivere i flat form

Som tabellen viser hadde formen stor effekt på skjærstyrken. Modellen med stive koblinger hadde i utgangspunktet noe styrke i form av de momentstive koblingene, men fikk allikevel økt motstanden mot skjærdeformasjon med 70%. Modellen med frie koblinger hadde i prinsipp ingen skjærstyrke, men fikk som nevnt noe styrke fra bøyestivhet om svakt akse av segmentbjekene i gitteret. Denne modellen fikk dermed størst økning av skjærstyrke fra flat til form. En økning på 75% utelukkende fra formen er imponerende, og er en vesentlig egenskap for gitterskall. Spenningsfordelingen til modellene med stive og frie koblinger er vist under i figur 5.15. Modellene i sin oppreiste form fikk ingen synlige spenningsendringer grunnet de høye bøyespenningene som påføres under formingen.

5.5.4 Punktlaster

For å finne ut hvordan de forskjellige modellene responderte på belastninger i form av punktlaster ble de pålastet på tre utvalgte punkter. Punktene var henholdsvis midtpunktet, et punkt midt mellom senter og kantbjelken, samt et punkt over opplagerene. Se figur 5.17 (A). Verdien til punktlasten ble satt til 2 kN. Denne verdien gav en synlig respons, samtidig som modellen uten avstivning ikke ble overbelastet. Figur 5.17 (B) viser målepunktene hvor nedbøyningen ble rapportert. Skall er generelt bedre til å håndtere fordelte laster i forhold til punktlaster. Måleog lastpunkter ble derfor valgt for å se reaksjonen til forskjellige områder av skallet.



FIGUR 5.17: Gitterskallet med for punktlaster og oversikt over målepunkter

Punktlast i midtpunkt

Det første punktet som ble belastet var midtpunktet til gitterskallet. Dette punktet er mest utsatt for store deformasjoner da det er lagt fra opplagerne. Et slikt lasttilfelle vil gi størst moment, og lasten må bæres som skjær lokalt ved lasten. Skallkonstruksjoner bærer som kjent aksialkraft bedre enn skjær.

Ut fra tabell 5.6 ser en at den uavstivede modellen hadde størst nedbøyningen av midtpunktet (punkt 1) og punktet over kantbjelken (punkt 2). Modellen med stive koblinger fikk også store deformasjoner i disse punktene, mens modellen med diagonale avstiver fikk minst deformasjoner i alle målepunktene. Grunnen til at modellen med diagonale avstivere fikk mye mindre deformasjoner var hovedsakelig på grunn av de store spenningene i avstiverne. Mens selve gitterskallet hadde

	Nedbøyning [mm]				Spenning	er
Modell	Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3		σ_{max} [MPa]	$\Delta \sigma$
Diagonale avstivere	60	4	0		17,3	0
Stive koblinger	205	12	1		$11,\!0$	$0,\!2$
Uavstivet	257	13	-3		8,4	0

TABELL 5.6: Punktlast i midtpunkt

største spenning på 17,3 Mpa hadde avstiverne største spenning på 92 MPa. Dette betyr at skallet var svært stivt og fikk derfor små deformasjoner.

Punkt 3 til den uavstivede modellen ble deformert mot lastretningen. Kort forklart vil en nedbøyning i et vilkårlig punkt på en bue føre til oppbuling et annet sted. Dette kommer av at buen har høy aksialstivhet, mens bøyestivheten er liten. Aksialdeformasjonen vil derfor være liten og for å beholde sin lengde etter at buens midtpunkt blir forskjøvet må buen endre form. Buens nye form vil være den minst energikrevende. Dette fenomenet kan enkelt overføres til et tredimensjonalt gitterskall hvor buene som er forankret i opplagrene vil følge oppførselen beskrevet ovenfor. Buene som forankres i tverrgående kantbjelke vil ikke oppføre seg på denne måten. årsaken til dette er at kantbjelken kan forskyves i horisontalretning og hele buen synker når midtpunktet belastes. Det vil derfor dannes soner rundt opplagrene hvor skallet deformeres mot lastretningen.

De to andre modellen ble ikke utsatt for oppbuling i punkt 3. Dette kommer av at området som buler ut flytter seg når stivheten og utgangsformen til skallet endrer seg. For begge disse modellene vil denne oppbulingen skje nærmere opplagrene, noe som ble kontrollert ved å måle vertikal deformasjon i et knutepunkt mellom opplagrene og målepunkt 3.



FIGUR 5.18: Spenningstilstand for Abaqus CAE modellene

Største spenning i de tre skallmodellene fikk liten endring etter pålasting. De største spenningene kom fra reaksjonskreftene som oppstod under formingen av skallet. Punktlasten var svært liten i forhold til disse og gav derfor bare små spenningsendringer lokalt rundt det belastede midtpunktet. Her avtok spenningene ettersom modellene har strekkespenninger etter oppreisning, mens punklasten gir trykkspenninger til tverrsnittet. Figur 5.18 viser spenningstilstanden til modellene etter pålasting.

Punktlast over opplagrene

Modellene ble som kjent avstivet på forskjellige måter. Det var derfor interessant å sammenligne oppførselen ved et antisymmetrisk lasttilfelle. Lasten ble plassert over opplagrene og de målte nedbøyningene og spenningene er presentert i tabell 5.7 nedenfor.

	Nedbøyning				Spenninger		
Modell	Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3		σ_{max} [MPa]	$\Delta \sigma$	
Diagonale avstivere Stive koblinger Frie koblinger	-1 1 128	0 -4 -3	$24 \\ 91 \\ 425$		$16,5 \\ 11,2 \\ 8,4$	$0 \\ 0,2 \\ 1,1$	

TABELL 5.7: Nedbøyning og spenninger for modellene utsatt for punktlast over opplager

Den uavstivede modellen fikk som forventet store deformasjoner. Uten avstivning vil et gitterskall ha svært lav skjærstivhet. All motstand mot skjædeformasjoner kommer da fra formen til skallet. Figur 5.19 viser hvordan det uavstivede skallet deformeres. Det kommer tydelig frem at formen alene ikke klarte ta opp og fordele spenningene på en effektiv måte.

Videre kan det observeres at modellen med diagonale avstivere ble deformert mot lastretningen i punkt 1, mens modellen med stive koblinger fikk denne deformasjonen i punkt 2. Når lasten virker nært opplagrene vil sonen som buler opp ikke være den samme som for forrige lasttilfelle hvor punklasten treffer senteret av skallet. For dette lasttilfelle spredde oppbulingen seg ut som vist i figur 5.20. Områdene som bulte opp varierte for de to modellen. Dette skyldes forskjellen i stivheten. Modellen med høyest stivhet fikk mindre lokale deformasjoner i belastningspunktet, og videre et område som ble deformert mot lastretning rundt senteret og ut mot kantbjelken.



FIGUR 5.19: Deformasjonsformen til modellen med frie koblinger



FIGUR 5.20: Deformasjonsområde mot lastretning

Spenningstilstanden til modellen med diagonale avstivere fikk kun små endringer lokalt rundt belastningspunktet. Modellen med stive koblinger fikk en liten økning i største spenning ettersom kurvaturen til kantbjelkene økte. Endringen i spenningene til modellen med frie koblinger var større. Største spenning som var lokalisert i kantbjelkene lengst fra lasten økte med 13%.

Punktlast over bue

Som siste analyse med punktlast ble skallet belastet mellom midtpunkt og kantbjelken. Dette punktet ble valgt for å underøke responsen for et asymmetrisk lasttilfelle mellom opplagrene. Tabell 5.8 viser nedbøyningene og spenningene etter

	I	Nedbøyning	Spenning	Spenninger		
Modell	Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3	$\sigma_{max}[MPa]$	$\Delta \sigma$	
Diagonale avstivere	15	10	-1	17,5	0	
Stive koblinger	36	29	-10	11,2	0	
Frie koblinger	47	108	-12	8,9	$0,\!5$	

pålasting.

TABELL	5.8	3
--------	-----	---

Deformasjonsformen til de to avstivede modellene var like. Riktignok fikk modellen med diagonale avstivere en mindre forskyving i punkt 3 relativt til de to andre punktene. Dette kommer av nettopp avstiverne. Modellen med frie koblinger fikk større nedbøyning over kantbjelken enn midtpunkt. Dette skiller den fra de avstivede modellene hvor det motsatte gjaldt. Denne forskjellen skyldes hovedsakelig at modellen med frie koblinger fikk store horisonale deformasjoner. Denne forskyvningen var på hele 249 mm ved kantbjelken, og gav dermed rom for store deformasjoner også i vertikalretningen.

Figur 5.21 viser spenningstilstanden til modellene med stive og frie koblinger. Modellen med diagonale avstiver hadde ingen markant spenningsendring og utelastes derfor i dette avsnittet.



FIGUR 5.21: Spenningstilstand for Abaqus CAE modellene med last over bue

Spenningene langs kantbjelken nærmest lasten ble redusert for begge modellene. En asymmetrisk last vil som nevnt gi en horisontal kraftkomponent som gir forskyvninger i horisontalplanet. Denne forskyvningen gjorde at kantbuen ble deformert samtidig som krumningen og spenningene ble redusert. Segmentbjelkene som var låst i opplagrene og lå nærmere lasten fikk deformasjon mot lastretning mot opplagrene. Denne deformasjonen førte til økt krumning og følgelig økte spenninger. Figur 5.21 viser disse spenningskonsentrasjonene, hvor områder av segmentbjelkene som nærmer seg største spenning er markert med rødt.

5.6 Videre lastanalye av stiv-koblingsmodell

5.6.1 Vind

En praktisk vinkling på skjærstyrke er evnen til å motstå en vindlast. Modellen med stive koblinger ble utsatt for to vindlaster: en diagonalt i xy-retning og en i y retning. Lasten ble projisert rett på møtende flate som tidligere. I denne utvidede analysen ble det i tillegg til horisontalforskyvning, også lest av opplagerreaksjoner i last- samt z-retning. Resultatene er gitt i tabell 5.9 og 5.10.

	R	F i oppl	lager [M]		
Retning	1	2	3	4	Sum [MPa]
Y	0,4	$0,\!4$	-4,5	-4,5	-8,2
Ζ	1,8	$1,\!8$	2,1	2,1	7,8

TABELL 5.9: Reaksjonskrefter i hver opplager for en vindlast påført vinkelrett på kantbjelke

]	RF i opp	lager [M		
Retning	1	2	3	4	Sum [MPa]
XY	2,2	-1,8	-4,4	-1,8	-5,8
Ζ	$1,\!8$	2,0	$1,\!9$	2,0	FIKS

TABELL 5.10: Reaksjonskrefter i hver opplager for en vindlast påført vinkelrett på opplager

Potensielle måter for skallet å bære lasten var ren skjær, moment om aksen rett på lastretningen eller en kombinasjon av disse. Vindlasten hadde en resultant som ga momentarm i forhold til opplagrene. Lasten påførte et moment og det ble observeres en økning for z-komponenten til opplagerkraften på motsatt side av lasten, og et løft ga redusert z-komponent for opplagerkreftene på samme side som vindlasten. Dette er mest tydelig for tilfellet med vindlast i y-retning da to og to ben står likt i forhold til den påførte lasten, men kan også observeres for tilfellet med vindlast i xy-retning der opplagerkraften der lasten ble påført er ca. 200 N mindre enn for de andre. Det var for begge lasttilfellene snakk om et avvik for z-komponenten på 150-100 N. Dette var en liten verdi og momenteffekten av vindlasten anses liten. Det er interessant å bemerke seg at størsteparten av kraften ikke blir tatt opp i nærmeste opplager som er vanlig for vertikalbelastninger, men i begge tilfeller blir ført i bakken på motsatt side av belastningen. Det ble først antatt at lasttilfellet i xy-retningen ville tas opp av opplagrene som danner parallell linje med lasten i likhet med steget i en I-bjelke. Lektene gikk også i rette linjer hit og kunne føre lasten rett til opplageret. Dette var ikke tilfelle. Skallet førte vindlasten som trykk over til motsatt side, og viste dermed at gitteret oppfører seg mye likt et kontinuerlig skall.



FIGUR 5.22: Spenningstilstand for gitterskallet utsatt for vindlast

Horisontalforskyvningen av skallet var avhengig av hvor lasten angrep i forhold til opplagrene. Forskyvningen ble redusert med 25% over hele skallet for tilfelle i y-retning, og med over 50% ved midten for xy-lasten der to opplagre holdt skallet fast.

5.6.2 Brudd

Et virkelig skall vil være utsatt for ulykker som fører til brudd og hull, spesielt under oppføringsfasen. For å simulere brudd ble skallet modellert med temperaturavhengig stivhet for fire forskjellige områder. Ved avvik fra basistemperaturen fikk området redusert stivheten til tilnærmet lik null. Skallet ble belastet med en fordelt last, og resultatene kan sees i figur 5.23 og tabell 5.11



FIGUR 5.23: Spenningstilstand til skallet for ulike bruddområder

		Bruddo	område	
	Midt	Midt-kant	Kant	Opplager
σ [MPa]	$14,\!5$	13,8	$14,\!4$	23,7
$\Delta \sigma [\text{MPa}]$	0	-0,7	-0,1	9,2

TABELL 5.11: Største spenning og spenningsendring i skallet ved brudd

Skallet håndterte bruddene bra og overførte kreftene via de delene som fortsatt hadde styrke, uten at det oppstod spenningskonsentrasjoner rundt hullene. Dette var mulig så lenge feltene ved opplagrene var uberørt av skaden. Da skaden skjedde ved opplager måtte kreftene føres ned i det reduserte materialet som var igjen i opplagerbeint, og førte til kraftig økning av spenningen lokalt rundt bruddet. Skallet fikk også tydelig endret deformasjonsmønster, og en slik skade ville utvilsomt ført til kollaps. Opplagerbeina er dermed identifisert som skallets mest sårbare punkter og må beskyttes tilsvarende mot skade.

5.6.3 Lastanalyse av oppreisningsformen

Gitterskall av tre får en betydelig del av sin styrke fra formen. Det vil derfor være hensiktsmessig å gi skallet en krumning hvor segmentbjelkenes kapasitet blir maksimalt utnyttet.



FIGUR 5.24: Gitterskallet med lite krumning i udeformert og deformert tilstand

Med utgangspunkt i modellen med stive koblinger ble det gjennomført tre analyser hvor skallet fikk forskjellig krumning. For det første tilfelle i figur 5.24, ble de største spenningene i udeformert tilstand observert i et felt rundt toppen av kantbuene. Etter at lasten ble påført, ble største spenning flyttet til over opplagrene. Kantbuen kunne i forhold sees å ha mindre spenning. Dette er en lite effektiv form da kun et fåtall lekter blir utnyttet fult ut.



FIGUR 5.25: Gitterskallet med middels krumning i udeformert og deformert tilstand

I Figur 5.25 førte en økning av høyden til skallet, til en mer effektiv form. Buen

hadde etter pålasting spenninger opp mot den største verdien, som fortsatt konsentrerte seg over opplagrene.

I den siste modellen i figur 5.26 ble skallet hevet ytterligere, og fikk derav en rund form. Feltet rundt kantbuen hadde nå en materialutnyttelse på lik linje med spenningskonsentrasjonen over opplagrene. Formen var for dette tilfellet stiv nok til å hindre deformasjon av buen, og den beholdt dermed sin krumme form og spenningene. Oppreisning av skall med tilhørende krumning gir trykk på undersiden og strekk på oversiden. Når skallet så blir pålastet gir den ytre påkjenningen reaksjonskrefter med strekk i underkant og trykk i overkant. Dermed må lasten først nøytralisere spenningen fra krumningen før den fører til økning av spenningen i lektene. Dette krever en stor last, og spenningsøkningen kommer fra deformasjonen av skallet der felter av skallet krummes ytterligere fra ubelastet form.



FIGUR 5.26: Gitterskallet med middels krumning i udeformert og deformert tilstand

5.7 Knutepunktene

Under reisingen av laboratoriumskallet ble det observert forskjeller i formen gitt fra hvor stor del av glidehullene til hvert segment som ble benyttet. Glidehullene gjør det mulig for segmentbjelken å regulere sin lengde. En slik regulering er nødvendig ettersom krumningen avhenger av at ytterlektene til segmentene kan gli i forhold til hverandre. Ettersom midtlektene i segmentet også ble produsert med glidehull var det mulig å regulere den totale lengden til segmentet. Dette åpnet for tilfeller hvor formen ble asymmetrisk ettersom segmentbjelkene kunne oppta forskjellige lengder i ulike deler av skallet. Fenomenet ble riktignok oppdaget i en tidlig fase av oppreisingsprosessen, som førte til at skallet ble lagt flatt og bearbeidet. Løsningen ble å innstille alle glidehullene til sin miste lengde for så å reise skallet på nytt. Ettersom skallet ble reist ved bruk av punktlaster i skallets sentrum ble følgelig segmentene nær midten frigitt fra sin initiallengde først, hvor så nærliggende segmenter fulgte etter. Å reise skallet på denne måten førte til at forbindelsene av segmentene rundt senteret befant seg i sin ytterste lengde mens forbindelser ved skallets ytterkanter befant seg i sin minste lengde. Fenomenet kan ses i figur 5.27 (A) hvor sentrum av skallet har formen til en kuppel, mens randen fortsatt er noe flat. Monteringen av avstivere utlignet noe av forskjellene i segmentlengdene som figur 5.27 (B) viser, men gav ikke lik lengde til alle delene.



FIGUR 5.27: Forskjell mellom skallet med og uten avstivere

For å undersøke effektene av fenomenet beskrevet ovenfor ble det kjørt analyser av knutepunktene i Abaqus CAE. Disse analysene så hovedsakelig på responsen til knutepunktet ved endringer av segmentlengden. Det ble også foretatt en analyse som så på betydningen til uthulingen av midtknutepunktet i segmentene. En slik monteringsmetode av elementene i segmentet er omdiskutert ettersom det reduserer tverrsnittsarealet i et utsatt punkt. Dette gir grobunn for spenningskonsentrasjoner som svekker segmentene og gjør disse områdene ekstra utsatt for brudd.

Modellen i Abaqus CAE ble kjørt som static, general som er en implisitt løser ettersom denne fungerer best for et statisk lasttilfelle uten kontaktproblemer [19]. Halve knutepunktet ble modellert med utstrekning i en retning slik at symmetri ble utnyttet og CPU-tiden ble redusert. Elementtypen var C3D8R som utnytter redusert integrasjon. Meshstørrelsen varierte på de forskjellige komponentene, hvor deler med store tøyningsgradienter ble modellert med ca. 2x2 mm, mens mindre spenningsutsatte deler fikk en meshstørrelse på ca. 10x10 mm. Modellen ble deformert ved å flytte den bakre delen med fire lekter 15 mm i vertikalretning. Abstanden fra knutepunktet til vertikaldeformasjonen var konstant under alle analysene. Grensebetingelser ble innført i midtknutepunktet som låste modellen mot all forskyvning og rotasjon. Det ble innført "tie-constrains" i form av at lektene i de forskjellige lagene ble limt sammen. Figur 5.28 viser modellene brukt i Abaqus CAE.



FIGUR 5.28: Knutepunk med 25 mm avstand fra midtlekter til laget med fire lekter

Som nevnt ble først segmentbjelken analysert med hensyn på avstanden med to lekter. De forskjellige avstandene ble satt til 1-, 10-, 25-, 50-, og 100 mm. Områdene som fikk størst spenninger var lokalisert ved midtknutepunktet inn mot hullet til bolten som vist i figur 5.29. Dette gjaldt samtlige modeller, og største spenning varierte veldig. Tabell



FIGUR 5.29: Knutepunkt utsatt for deformasjon

Avstand [mm]	1	10	25	50	100
Største spenning [Mpa]	50,3	$47,\!1$	$43,\!1$	37,4	$25,\!8$

TABELL 5.12: Største spenning ved de forskjellige avstandene

Resultatene ovenfor viser tydelig at avstanden fra knutepunkt til delen med fire lekter har stor betydning for spenningene i midtknutepunktet. Dette betyr at områder av skalle hvor denne avstanden er liten får høyere spenninger enn områder hvor avstanden er stor, gitt at krumningen er den samme. Det betyr også at deler av segmentbjelken kan ha forskjellig E-modul ettersom stivheten øker med redusert avstand. En endring av E-modulen over segmentbjelkens lengde fører til at det kreves ulik mengde energi for å oppnå samme deformasjon. Et tilfelle, hvor skallet løftes opp og avstanden mellom midtknutepunkt og laget med fire lekter ikke brer seg symmetrisk fra skallets midtpunkt vil få ulik deformasjon, og følgelig en antisymmetrisk form. Dette er ikke ønskelig, men kan reguleres for ved å gå over skallet og tilpasse avstandene manuelt. Dette er en av grunnene til at formingsprosessen ofte er den mest tidkrevende under byggingen av et gitterskall.

Modellen som ble brukt for å analysere midtknutepunktet uten bolthull ble bygget opp på samme måte som modellen over. Fra figur 5.30 ser man at største spenning har flyttet seg fra øvre og nedre kant av bolthullet på de respektive lektene til kanten av de samme lektene. Dette betyr som antatt at spenningskonsentrasjonen avtar når man utnytter hele tverrsnittet. Spenningen ble redusert fra 43,1 MPa til 35,9 MPa, som er hele 20%. Dette betyr at skallet ville tålt enda større deformasjon ved en knutepunktsutforming som ikke reduserte tverrsnittsarealet.



FIGUR 5.30: Spenningsfordeling av knutepunkt uten midtbolt

Analysene over verifiserer hva som allerede var observert i laboratoiumsskallet. Samtlige brudd under monteringen opptrådde i midtknutepunktene til segmentene. Abaqus analysene verifiserer at dette er det svakeste punktet ettersom de største spenningskonsentrasjonene oppstår nettopp her. Det kan derfor vurderes hvor vidt midtknutepunktene burde vært utformet på en måte som ikke reduserte tverrsnittsarealet. En slik utforming kan gjennomføres ved å bruke klemmer som gjort i Downland. Avstanden fra midtknutepunktet og laget med fire lekter har som vist innvirkning på responsen til skallet. For å unngå at stivheten varierer over bjelkens lengde kan segmentbjelken utformes med glidehull i øvre og nedre lekt, mens midtlektene utformes med vanlige boltehull som ved Mannheim. Denne utformingen vil gi lik lengde mellom alle deler av segmentbjelken, og følgelig lik stivhet.

Kapittel 6: Konklusjon

Referansebyggene ga innsikt i hvordan funksjonelle gitterskall var blitt oppført i praksis. Mye av æren for at kinematiske gitterskall av tre ble en konstruksjonsform må tildeles prosjektgruppen bak Mannheim Multihalle. Uten konseptet med flere vertikalt parallelle lag ville store funksjonelle gitterskall ikke vært mulig. Videre utvikling dreide seg om å redusere antall lamellbrudd ved oppføring. Knutepunktene ble utviklet fra en simpel bolt med avlange glidehull i Mannheim til omsluttende bolter og plater for Downland. Savill Garden gikk tilbake til en enkel bolt, men hadde grunnet oppføringsmetode ikke tvangskrefter fra glidning. Dette resulterte i færre brudd i lektene under oppføringsprosessen. Oppreisningen av skallene utviklet seg fra løfting ved bruk av jekketårn til nedsenking fra stilas. Sistnevnte reduserte antall lektebrudd samtidig som den simplifiserte formingen av skallet.

Avstivningsmetoden og materialvalget var også forskjellig for alle de tre byggene, men utgjorde ikke noen strukturell forskjell. Disse kan dermed velges ut fra andre faktorer som estetikk, miljøhensyn og økonomi.

Med tanke på økonomi ble referansebyggene funnet å ligge i øvre halvdel av prissjiktet for lignende bygg. Ut fra en ren prisvurdering står de i fare for å bli valgt bort til fordel for billigere alternativer, og er avhengig av at oppdragsgiver også vektlegger andre faktorer, som arkitektonisk uttrykk.

Savill Garden er det siste store kinematiske gitterskallet i tre som er oppført. Senere gitterskall er utført i stål. Metodene bruk på dette skallet er dermed fortsatt gjellende, og er effektiv med tanke på lamellbrudd, endelig form, materialbruk og arbeidskraft. Metoden anbefales derfor for fremtidige prosjekter av lik størrelse.

Formgivnings- og analysemetodene har sett en stor utvikling siden Mannheim, som ble formet og analysert med fysiske trådmodeller. De to nyere gitterskallene erstattet dette med digital modellering og analyse av lastpåvirkninger. Modellering med formgivningsprogrammer og lastanalyse med elementprogram er gjellende metode, men det finnes per dags dato ingen kommersielle programvarer med direkte overføring av fri-form-modeller til elementprogram. Dette er en hindring for utbredelse av gitterskall som konstruksjon i en bransje der dataassisterte analyser står sentralt. Forsøksskallet i laboratoriet gav praktisk informasjon om fysisk oppførsel til gitterskall. Segmentkonseptet til arkitektstudentene var enkelt å sette sammen med basisverktøy, og gitterskallet tok kort tid å oppføre. Det var også enkelt å reparere, og segmentkonseptet anses derfor som vellykket. Gitterskallet som ble konstruert var overdimensjonert. Denne styrken gikk følgelig på bekostning av formbarheten. Det var problematisk å få skallet opp i ønsket høyde, og det var nødvendig med vekter i hvert opplagerpunkt for å holde skallet på bakken under oppføringen. Segmentbjelkene var stedvis ikke skrudd godt nok sammen, og det ble observert glidning av boltene under på- og avlastning. Dette førte til en mykere oppførsel enn ønsket, og skallet holdt ikke formen ved frigjøring fra oppreisningsriggen.

Gitterskallet fikk også varige deformasjoner etter første pålasting. Opplagrene var ikke tilstrekkelig fastholdt og det oppstod derfor store horisontale forskyvninger. Disse forskyvningene gav utsalg på nedbøyningsmålingene som videre førte til avvik mellom nedbøyningene av forsøkskallet og Abaqusmodellene. De største spenningene i avstiverne oppstod i ytterkant av opplagrene, der det ble funnet deformerte og avrevne skruer. Disse områdene var også de mest utsatte for spenningskonsentrasjoner i abaqusmodellene. Dette viser at områdene rundt opplagrene er mest utsatt for skjærdeformasjoner og vil derfor være det kritiske område ved store belastninger.

Analysene vist at gitterskallet ikke ville tålt den dimensjonerende snølasten for Trondheim. Dette betyr ikke at gitterskall er uegnet for bruk i Norge, men at skallet må utformes etter nordiske forholde. Analysen identifiserte den dimensjonerende snølasten som gitterskallets svakhet. Den største spenningen ble funnet i områder med størst kurvatur ved belastning. Disse områdene var lokalisert ved opplagrene.

Rutene i gitteret hadde som konstruksjonselement ingen skjærstivhet. I system med flere ruter satt sammen gav segmentbjelkens bøyestivhet om svak akse en marginal skjærstyrke. Etter at skallet ble løftet til sin form ble styrken økt med 75%. Gitterskall får dermed mye av skjærstyrken fra formen. Likevel er de helt avhengig av avstivning for å kunne bære pålastinger effektiv ned i opplagrene, på samme måte som kontinuerlige skall.

I analyse av knutepunktene ble det funnet at de gjennomgående bolthullene svekket segmentbjelken i et kritisk punkt. Disse burde derfor utformes på en måte som hindrer tverrsnittsredusering i dette punktet.
Gitterskall, særlig kinematiske gitterskall av tre er per dags dato en lite utbredt konstruksjonstype. Dette er grunnet de komplekse formene som gjør det komplisert med standardisert dimensjonering. Det finnes heller ikke spesialtilpasset programvare tilgjengelig. Utvikling av slik programvare er kostbar, og det er i dag to internasjonale elitefirmaer som står for et stort flertall av oppførte gitterskall. Buro Happold og Arup har seg imellom vært rådgivende ingeniør på så godt som alle funksjonelle gitterskall av nevneverdig størrelse. Begge har utviklet egen programvare for analyse av slike gitterstrukturer. Konstruksjonsformen har derfor ikke blitt benyttet av aktører i Norge. Påkjenningen fra snølast i Norge er stor, og da gitterskall er en lettvekstkonstruksjon må de dimensjoneres for laster i område 10 ganger egenvekten. Norge har lange tradisjoner for bruk av tre som konstruksjonsmateriale. Med moderne tømrings- og anleggsteknikk sees det som mulig og konkurransedyktig å oppføre gitterskall i Norge. Det må riktignok utvikles prosjekteringsmetoder som kan standardisere denne oppføringen, hvor segmentbjelken kan være et steg i riktig retning.

Bibliografi

- P. K. Larsen. Konstruksjonsteknikk Laster og Bæresystemer. Trondheim Akademiske Forlag, 2. utg, 2008.
- [2] R. C. Hibler. *Mechanics of Materials*. Prentice Hall, Inc, 7. Utg, 2008.
- [3] R. D Cook og W. C. Young. Advanced Mechanics of Materials. Prentice Hall, Inc, 2. utg, 1999.
- [4] J. A. Øverli og S. I. Sørensen. TKT4222 Concrete Structures 3 Compendium. Department of Structural Engineering. Norwegian University of Science and Technology, 2014.
- [5] S. P. Timoshenko og J. M. Gere. *Theory of Elastic Stability*. Dover Publications, 2009.
- [6] S. R. Malek. The Effect of Geometry and Topology on the Mechanics of Grid Shells. Department of Civil and Environmental Engineering. Massachusetts Institute of technology, 2012.
- [7] D. Veenendaal og C. Williams S. Adriaenssens, P. Block. Shell Structures for Architecture – Form Finding and Optimization. Routledge, 2014.
- [8] Europeiske Kommisjonen for Standardisering. Eurokode 5: Prosjektering av Trekonstruksjoner: Del 1-1: Allmenne Regler og Regler for Bygninger. Europeiske Kommisjonen for Standardisering, 2010.
- [9] Europeiske Kommisjonen for Standardisering. EN 338: Konstruksjonstrevirke
 Fasthetsklasser. Europeiske Kommisjonen for Standardisering, 2005.
- [10] A. Killian og J. Ochsendrof. Particle-Spring Systems for Structural Form-Finding. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, 2005.
- [11] A. Borgart og L. Tiggeler. Computational Structural Form Finding and Optimization of Shell Structures. Symposium of the International Association for Shell and Spatial Structures, 2009.

- [12] E. Happold og W. I. Liddell. Timber lattice roof for the mannheim bundesgartenschau. The Structural Engineer, 54(7), 1976.
- [13] B. Burkhardt. IL 13: Multihalle Mannheim. Karl Kramer Verlag, 1978.
- [14] Glen Howells Architects. The savill gardens gridshell. Building for a Future, 16, 2006.
- [15] J Romer og O. Kelley R. Harris. Design and construction of the downland gridshell. Building Research and Information, 31(6), 1976.
- [16] R. Harris. M. Dickson og O. Kelly. The use of timber gridshells for long span structures. *International Conference on Timber Engineering*, 8, 2004.
- [17] Europeiske Kommisjonen for Standardisering. Eurokode 1: Laster på konstruksjoner - Del 1-3: Allmenne laster – Snølaster. Europeiske Kommisjonen for Standardisering, 2008.
- [18] Europeiske Kommisjonen for Standardisering. Eurokode 1: Laster på konstruksjoner - Del 1-4: Allmenne laster – Vindlaster. Europeiske Kommisjonen for Standardisering, 2009.
- [19] K.M. Mathisen. Lecture 9 solution of the nonlinear dynamic equilibrium equations. TKT4197 Ikkelineære elementanalyser, 8, 2014.