

Ikke-lineære elementanalyser med en
multi-level assessment tilnæringsmåte
på dekker av armert betong

Ola Innerdal

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2015

Hovedveileder: Max Hendriks, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk

Forord

Denne Masteroppgaven er skrevet våren 2015 ved institutt for konstruksjonsteknikk på Norges teknisk-naturvitenskaplige universitet (NTNU), og fullfører mitt 5-årige studium.

Oppgaven omhandler en *multi-level assessment* på to betongdekker, der analyser med ulik grad av kompleksitet blir vurdert og sammenlignet. Alle analysene i oppgaven har blitt utført med programvaren DIANA versjon 9.6. Det har vært tidkrevende å lære seg å bruke programvaren, og en betydelig del av arbeidet i masteroppgaven har blitt brukt til dette.

Motivasjonen for å skrive oppgaven har vært å lære mer om bruk av ikke-lineær elementmetode (NFEM) på betongkonstruksjoner, da dette var et ukjent fagfelt fra før. Det har vært lærerikt å se hvilke muligheter og utfordringer som er knyttet til ikke-lineære analyser av betongkonstruksjoner, og å lære om teorien bak dette.

Det rettes en stor takk til veileder prof.dr.ir Max A.N Hendriks og medveileder Ph.d Morten Engen for god hjelp og oppfølging underveis. Til slutt vil jeg takke min gode venn og medstudent Leif Tore Larsen for gode diskusjoner gjennom arbeidet med denne masteroppgaven.

Ola Innerdal

Trondheim, Juni 2015

Sammendrag

I denne oppgaven er det utført en *multi-level assessment* for å finne kapasiteten på to betongdekker, der analyser med økende grad av kompleksitet blir utført. Analysemetodene som er brukt blir vurdert og sammenlignet.

To betongdekker med forskjellig utforming på armeringen blir modellert med bjelkeelementer, skallelementer og plan tøyning elementer. Det er utført lineære elementanalyser (LFEM) og ikke-lineære elementanalyser (NFEM) med programvaren TNO DIANA versjon 9.6. Anbefalinger i «guidelines for nonlinear Finite Element Analysis of Concrete structures» er brukt for modellering og analyser. For å vurdere analyseresultatene blir de sammenlignet med forsøksresultater i en ACI journal der betongdekkene er testet.

Det er konkludert med at bjelkeelementer og skallelementer gir god beskrivelse av responsen til dekkene når de er testet til momentbrudd, spesielt for dekke B. Fastningen i materialmodellen for armeringen gjør at bruddlasten blir for høy i noen av analysene. I analysene med plan tøyning elementer er det brukt tre forskjellige *smearred* rissmodeller: *rotating*, *fixed* med konstant *shear retention* og *fixed* med variabel *shear retention*. Valg av rissmodell har mye å si for hvor høy bruddlasten blir, og om det i det hele tatt utvikles skjærriss der det ikke er skjærarmering. Med denne typen elementer kreves mye etterbehandling av analyseresultatene for å definere brudd, og det kan være vanskelig å bestemme når det er brudd. Best resultat oppnås med *total strain rotating crack* med variabel *shear retention*, som klarer å reprodusere et sprøtt skjærbrudd.

Ut fra etterbehandlingen av analyseresultatene er det påpekt at NFEM analyser av armerte betongkonstruksjoner krever mye av brukeren. Mange valg må tas i modelleringen, og etterbehandlingen av analyseresultatene tar mye tid og krever god teoretisk forståelse.

Abstract

In this thesis a multi-level assessment to calculate the capacity on two concrete slabs are performed, where the analysis have an increasing grade of complexity. The different modelling techniques have been assessed.

Two concrete slabs with different reinforcement layout are modelled with beam elements, shell elements and plane strain elements. The software TNO DIANA version 9.6 are used used to perform linear finite element analysis (LFEM) and nonlinear finite element analysis (NFEM). Recommendations In “guidelines for nonlinear Finite Element Analysis of Concrete structures” have been used for choices in the modeling process and in the analysis. To validate the analysis well-described experimental results on the concrete slabs are used.

It is concluded that the beam elements and shell elements provide a good description of the response of the concrete slabs when they are tested to ductile flexural failure, particularly for slab B. Because of the hardening in the material model for the reinforcement steel, the failure load becomes too high in some of the analysis.

In the analysis with plane strain elements, three different smeared crack models are used: rotating, fixed with constant shear retention, and fixed with variable shear retention. The choice of crack model have a big influence of the failure load in the analysis, and if a shear crack will propagate at all in the part of the slab without stirrups. Tedious post-processing of the analysis results is necessary to assess when failure appears, and it can sometimes be hard to define. The best results are obtained by using the fixed crack model with variable shear retention, which reproduces a brittle shear failure.

It is stated that NFEM analysis requires many choices in the modelling process, and time consuming and tedious post-processing. The analysts therefore must have a good theoretical understanding.

Innhold

Forord.....	
Sammendrag	II
Abstract	IV
Figurliste	VIII
Tabelliste	XI
1 Introduksjon.....	1
2 Teori	2
2.1 Betong i Trykk	2
2.2 Betong i strekk.....	4
2.3 Poisson effekter	6
2.4 Armeringsstål.....	7
2.5 Rissmodeller	7
2.6 Bruddtyper for skjærbrudd.....	9
2.7 Mekanismer for overføring av skjærkrefter	10
2.8 <i>Shear retention</i>	11
2.9 CL9BE bjelkeelement	12
2.10 CQ40S skallelement	13
2.11 CQ16E Plan tøyning element.....	15
2.12 CL3CM <i>composed line</i> element	16
2.13 CL12I <i>Interface</i> element	16
2.14 Armering.....	17
2.15 LFEM	19
2.16 NFEM	19
2.16.1 Numeriske løsningsprosedyrer for NFEM-analyser.	20
2.16.2 Konvergenskrav.....	22
3 Analyser.....	23
3.1 Forsøk utført av T. Jaeger og P. Marti	23
3.2 Materialparametere	27
3.2.1 Betong	27
3.2.2 Armering.....	30
3.2.3 <i>Interface</i> elementer og stålplater	30

3.3	LFEM analyser	31
3.3.1	Analyse med 2D bjelkeelementer	31
3.3.2	Analyse med 3D skallelementer, dekke B	33
3.3.3	Analyse med 3D skallelementer, dekke A	35
3.3.4	Lineær elastisk 2D Plan tøyning	37
3.3.5	Håndberegning a momentkapasitet og skjærkraftkapasitet	40
3.4	NFEM analyser	44
3.4.1	Analyse med 2D bjelkeelementer dekke B	44
3.4.2	Analyse med 3D skallelementer, dekke B	47
3.4.3	Analyse med 3D skallelemente, dekke A	51
3.4.4	Analyser med 2D plan tøyning elementer	55
3.4.5	Oppsummering av resultater	67
4	Diskusjon	69
5	Konklusjoner	72
6	Videre arbeid.....	73
7	Referanseliste	74
	Vedlegg A: Skall A med <i>embedded bar</i>	76
	Vedlegg B: Inputfiler i DIANA	78

Figurliste

Figur 2.1: Volumetrisk ekspansjon	2
Figur 2.2: a) enakset trykkprøver på sylindre fra dekke B (3), b) Parabolisk kurve	3
Figur 2.3: a) Biaksiell trykkfasthet for betong (5), b) lateral confinement	4
Figur 2.4: Reduksjon av trykkfasthet på grunn av sideveis rising	4
Figur 2.5: a) Spenning-tøynings diagram for strekkprøver (9). b) Eksponentiell avherding i strekk.....	5
Figur 2.6: Tension stiffening.....	6
Figur 2.7: a) strekkprøver for Ø12 brukt i dekke A (3), b) materialmodell for armeringsstål....	7
Figur 2.8: a) discrete, b) Smeared	8
Figur 2.9: Bruddtyper for skjærbrudd	9
Figur 2.10: Mekanismer for overføring av skjærkrefter i bjelke uten skjærarmering (14).....	10
Figur 2.11: Aggregate interlock (14).....	11
Figur 2.12: a) CL9BE bjelkeelement, b) frihetsgrader (6).....	13
Figur 2.13: a) 2 punkt Gauss, b) 3 punkt Simpson.....	13
Figur 2.14: a) 8 noders kurvet skallelement, b) krefter på skallelement, c) 2x2 Gauss.....	14
Figur 2.15: rotasjoner og translasjoner for skallelementer (6).....	14
Figur 2.16: Skallkrefter (6).....	15
Figur 2.17: a) Plan tøyning (6), b) plan tøyning med 8 noder (6), c) 3x3 Gauss.....	15
Figur 2.18: CL3CM element (6).....	16
Figur 2.19: CL12I element (6)	17
Figur 2.20: a) Grid i plan tøyning, b) Ekvivalent tykkelse på grid. (6).....	18
Figur 2.21: a) Grid i kurvet skallelement, b) lokal akse grid, c) spenninger i grid	18
Figur 2.22: Lastkontroll og forskyvingskontroll	21
Figur 2.23: Regulær Newton-Raphson iterasjonsprosedyre (6)	21
Figur 3.1: geometri og utforming av armering for dekke A (3).....	24
Figur 3.2: Geometri og utforming av armering for dekke B (3)	24
Figur 3.3: Referansesystem for lengdearmering (3)	25
Figur 3.4: M-w kurve for forsøksresultat, og testoppsett for test 1 og test 2	26
Figur 3.5: Test A-1 ved brudd (3).....	26
Figur 3.6: Test B-1.....	27
Figur 3.7: Elementinndeling, laster og randbetingelser	31
Figur 3.8: armering (rød)	31
Figur 3.9: Spenning i armering	31
Figur 3.10: M, V og deformasjon fra analyse	32
Figur 3.11: Initial stivhet.....	32
Figur 3.12: Elementinndeling, last og opplagere	33
Figur 3.13: armering	34
Figur 3.14: Spenning i øvre armering	34
Figur 3.15: a) M_{xx} , b) Q_{xy}	34
Figur 3.16: Initial stivhet.....	35

Figur 3.17: Armering dekke A grid.....	36
Figur 3.18: Spenning i øvre armering $S_{xx}=S_{yy}$	36
Figur 3.19: a) M_{xx} b) Q_{xz}	36
Figur 3.20: Initial stivhet.....	37
Figur 3.21: Elementnett og armering.....	38
Figur 3.22: spenning i armering i a) x-retning b) y-retning.....	38
Figur 3.23: a) Momentdiagram, b) skjærkraftdiagram c) nedbøying.....	39
Figur 3.24: Initial stivhet.....	39
Figur 3.25: Element på skrå bruddlinje.....	42
Figur 3.26: Armeringsforhold i hovedretning for skjærkraft.....	43
Figur 3.27: Konturverdier for Strekketøyninger og trykketøyninger i betongen.....	44
Figur 3.28: Analysevalg NFEM bjelkeanalyse dekke B.....	44
Figur 3.29: Last-deformasjonskurver for bjelkeanalyse og B-2 test.....	45
Figur 3.30: Hovedstrekketøyninger midt-overflate, laststeg 11-12.....	45
Figur 3.31: Maksimal spenning i armering laststeg 9-15.....	46
Figur 3.32: spenning i armering, laststeg 24, 25, 30, 252, 153 og 202.....	46
Figur 3.33: Hovedtrykketøyninger i bunn av tverrsnitt, laststeg 202 og 203.....	47
Figur 3.34: Analysevalg NFEM analyse skall dekke B.....	47
Figur 3.35: Last-deformasjonskurver for analyse skall dekke B, og test B-2.....	48
Figur 3.36: Hovedstrekketøyninger i midt-overfalte, laststeg 10 og 11.....	49
Figur 3.37: Maksimal spenning i armering, laststeg 9-14.....	49
Figur 3.38: a) Hovedtrykkspenninger og b) spenninger sideveis i bunn av dekket, laststeg 238.....	50
Figur 3.39: Hovedtrykketøyninger i bunn av dekket, laststeg 238 og 239.....	51
Figur 3.40: Last deformasjonskurve for analyse og A-2 test, skall A.....	52
Figur 3.41: Hovedstrekketøyninger i midt-overflate av tverrsnitt, laststeg 8 og 9.....	53
Figur 3.42: Riss i bunn av dekket, laststeg 48 og 50.....	54
Figur 3.43: Hovedtrykketøyninger i bunn av tverrsnitt, laststeg 70 og 72.....	54
Figur 3.44: Last-deformasjonskurve for plan tøyning rotating og B-1 test.....	56
Figur 3.45: ikke-konvergens punkter.....	56
Figur 3.46: Hovedstrekketøyninger i laststeg 16, 18 og 20.....	57
Figur 3.47: Hovedstrekketøyninger med standard konturverdier i DIANA, laststeg 20.....	57
Figur 3.48: a) hovedtrykkspenninger b) vektorplot av hovedtrykkspenninger c) hovedtrykketøyninger. Laststeg 79.....	58
Figur 3.49: Spenninger i armering i laststeg 79. a) lengdearmering, b) skjærarmering.....	58
Figur 3.50: Hovedtrykketøyninger i betong laststeg 98 og 102.....	59
Figur 3.51: Last-deformasjonskurver fra analyse plane strain B=0.1, og test B-2.....	60
Figur 3.52: ikke konvergente laststeg.....	60
Figur 3.53: Spenninger i lengdearmering laststeg 25, 31, 50, 155 og 231.....	61
Figur 3.54: Hovedtrykkspenninger i betongen, laststeg 231.....	62
Figur 3.55: spenninger i z-retning, laststeg 231.....	62

Figur 3.56: Hovedtrykktøyninger i betongen i laststeg 231 og 240	62
Figur 3.57: Hovedtrekkspenninger i betongen i laststeg 25, 30, 155 og 231. Opplegg er fjernet for å unngå maksverdier i stålplater.	63
Figur 3.58: Analyser med forskjellig konstant shear retention.....	64
Figur 3.59: Last-deformasjonskurver «fixed» variabel β	64
Figur 3.60: Hovedtrekktøyninger i laststeg 22, 23, 24 og 25.....	65
Figur 3.61: Hovedtrekktøyninger med standard kontur verdier i DIANA, laststeg 23 og 24 .	66
Figur 3.62: Hovedtrekkspenninger laststeg 23. Opplegg er fjernet for å unngå maksverdier i stålplater	66
Figur 3.63: Resultater, Dekke B	67
Figur 3.64: resultater, dekke A	68
Figur 3.65: Analyser skall A og skall B	68
Figur 0.1: Armering skall A embedded bar.....	76
Figur 0.2: Spenning i armering fra LFEM analyse. a) x-retning b) y-retning	76
Figur 0.3: Momenter og skjærkrefter fra LFEM analyse. a) M_{xx} b) Q_{xy}	77
Figur 0.4: MFEM analyser med embedded bar og embedded grid for skall A	77

Tabelliste

Tabell 3.1: Dimensjoner og armering for dekke A og B.	25
Tabell 3.2: materialparametere for betong.	29
Tabell 3.3: Tøyningsverdier	30
Tabell 3.4: Materialparametere armering	30
Tabell 3.5: MFEM valg, dekke A	51
Tabell 3.6: Analysevalg NFEM Plan tøyning	55

1 Introduksjon

Utviklingen av elementmetoden (FEM) henger nøye sammen med utviklingen av datamaskinen, som startet på 1950 tallet. Utviklingen startet i flyindustrien, men ble også tidlig brukt i bygningsstatikken. Med dagens datakraft har elementmetoden blitt et kraftig og effektivt verktøy i mange ingeniørdisipliner (1).

Armert betong har en svært ikke-lineær oppførsel. Materialet betong har en ikke-lineær spenning-tøyningsoppførsel, og har helt forskjellige egenskaper i trykk og strekk. Armeringen har en mer duktil oppførsel, men også ikke-lineær oppførsel med flyting og herding av stålet. I tillegg oppstår riss i betongen som må tas hensyn for. Det er derfor høyst aktuelt å benytte ikke-lineær elementmetode, videre kalt NFEM, for å beskrive responsen på armerte betongkonstruksjoner. Bruk av NFEM på betongkonstruksjoner er nyttig for å verifisere kapasiteten på eldre konstruksjoner opp mot dagens krav for tilstrekkelig kapasitet, og dermed sikkerheten til konstruksjonen (2).

Målet med denne oppgaven er å utføre en *multi-level assessment*, som går ut på utføre analyser på samme konstruksjon, med økende grad av kompleksitet. Analysemetodene som er brukt skal vurderes og sammenlignes. Spesielt skal det sees på muligheten for å modellere lengdearming med annen orientering enn lengdeaksen, og muligheten for å reprodusere skjærbruddene som oppstod i dekkene. Resultatene i analysene skal sammenlignes med godt dokumenterte forsøk i ACI journalen «Reinforced Concrete Slab Shear Prediction Competition: Experiments» utført av T. Jaeger og P. Marti (3). Som basis for modellering og NFEM analyser er anbefalinger i «Guidelines for Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures» (2), utgitt av Rijkswaterstaat Centre for Infrastructure i Nederland blitt brukt. Den blir videre i oppgaven kalt de Nederlandske retningslinjer. Analysene i oppgaven er utført med programvaren DIANA versjon 9.6.

Videre er det i kapittel to beskrevet materialer og materialmodeller, bakgrunnsteori for FEM og NFEM, skjærbrudd, rissmodeller og elementtyper. I kapittel tre er forsøkene fra ACI journalen (3) kort presentert sammen med materialparametere i analysene, elementmodeller og resultater fra analysene. Kapittel fire inneholder en diskusjon rundt analyseresultatene og problemstillingen. Kapittel fem inneholder konklusjoner. Kapittel seks inneholder forslag til videre arbeid. To vedlegg er vedlagt.

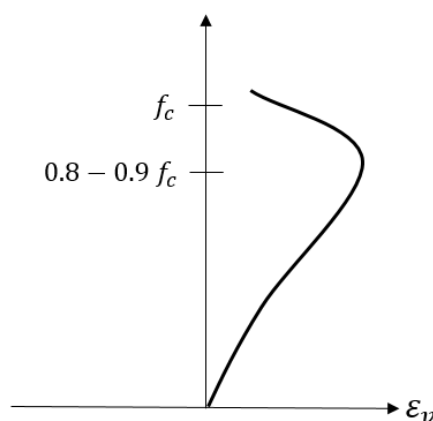
2 Teori

Det har vært nødvendig å få inn en forståelse for bruk av FEM og NFEM for betongkonstruksjoner, og tilhørende materialmodeller. I dette kapitlet presenteres materialer, materialmodeller, teori om FEM og NFEM, mekanismer for skjærbrudd, samt elementtypene som er brukt i analysene.

2.1 Betong i Trykk

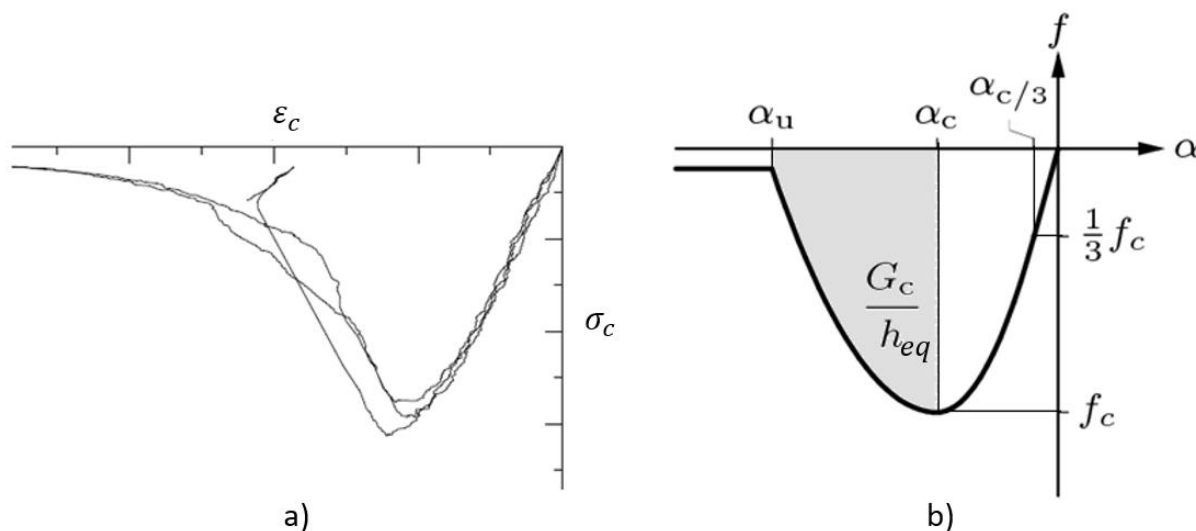
Spenning- tøyningkurven for betong under en-akset trykk er svært ikke-lineær. Oppførselen for betong i trykk kan beskrives med en sylinderprøve i en-akset trykk. Frem til omtrent en trykkspenning på 40-50% av trykkfastheten har betongen tilnærmet lineær oppførsel. Etter dette bøyer kurven av på grunn av begynnende oppsprekking i betongen. Denne oppsprekkingen skjer på grunn av at initiale sprekker mellom tilslagskorn og sementpasta, som kommer av blant annet indre svinn, vannutskillelse og overflatebelegg på tilslaget, utvikler seg. Ved bruddutvikling vil mange sprekker utvikle seg samtidig til kontinuerlige riss gjennom sementpastaen, i store områder av prøven. For en-akset trykk er bruddet i stor grad preget av oppsprekking parallelt med hovedspenningsretningen, noe som tilsier at trykkfastheten avhenger av strekktøyningsevnen (4). Oppførselen i eksperimenter viser en avherding (*softening*) i betongen ved videre pålastning, noe som er vist i Figur 2.2.

Til å begynne med vil det ved enakset trykkpåkjenning oppstå en volumreduksjon av betongen. Når kontinuerlige sprekker gjennom sementpastaen oppstår, vil derimot volumet øke igjen. Denne effekten kalles volumetrisk ekspansjon og er vist i Figur 2.1. Når minste volum er nådd og volumøkningen begynner, har man nådd kritisk spenning. Kritisk spenning er i området 80-90% av trykkfastheten. En flerakset trykktilstand vil redusere denne effekten. (4).



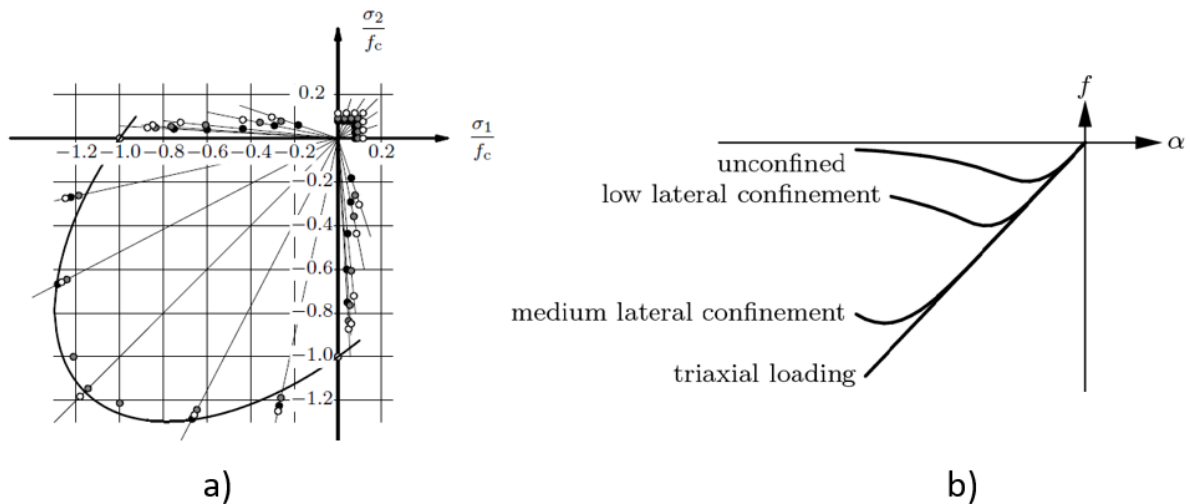
Figur 2.1: Volumetrisk ekspansjon

Som foreslått i de Nederlandske retningslinjene (2) er trykkresponsen for betong modellert med en parabolisk kurve, vist i Figur 2.2. Kurven er liner frem til $1/3$ av trykkfastheten nås. Etter dette avtar stigningen til kurven gradvis til trykkfastheten f_c oppnås. Videre skjer en avherding frem til maksimal trykktøyning α_c . Arealet under avherdingskurven er lik G_c/h_{eq} , der G_c er bruddenergi i trykk, og h_{eq} er båndbredden for riss.



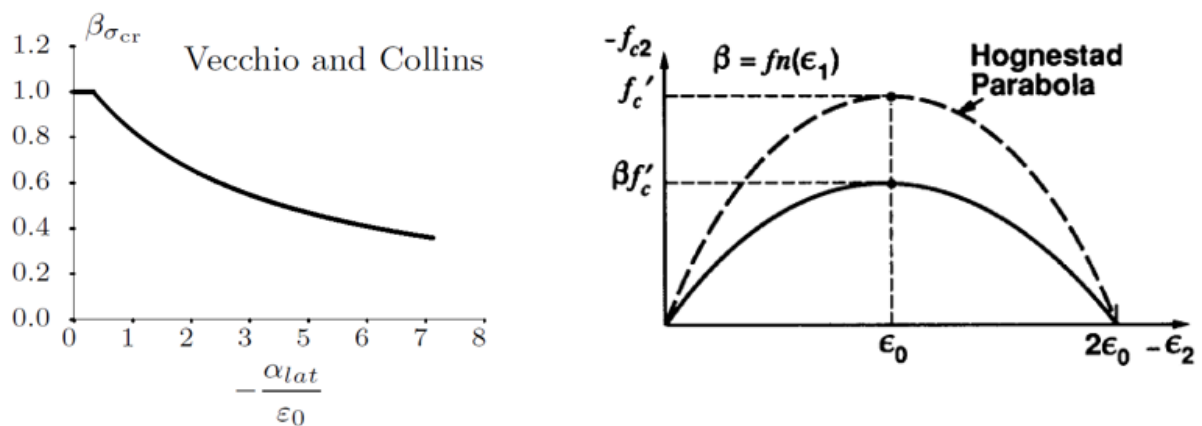
Figur 2.2: a) enakset trykkprøver på sylindre fra dekke B (3), b) Parabolisk kurve

Oppførselen til betong i trykk er kompleks, og trykkfastheten til en prøve avhenger i stor grad av randbetingelsene til eksperimentet. Økt grad av sideveis fastholdning (*lateral confinement*) gjør at både duktiliteten og trykkfastheten øker. Forsøk utført av Kupfer & Gerstle i 1973 (5) på betong i biaksielt trykk, viser at trykkfastheten for betong øker om lag 16% med $\sigma_1=\sigma_2$, og 25% med $\sigma_1=0.5\sigma_2$. Resultatene fra forsøkene er vist i Figur 2.3. Økningen i betongens trykkfasthet på grunn av biaksiell eller triaksiell belastning, er modellert i henhold til Hsieh-Ting-Chen bruddoverfalte (6).



Figur 2.3: a) Biaksiell trykkfasthet for betong (5), b) lateral confinement

Dersom det oppstår riss sideveis (*lateral cracking*), reduseres trykkfastheten (2). For å redusere trykkfastheten på grunn av sideveis rissing, er modell B av Vecchio & Collins (7) vist i Figur 2.4, brukt i DIANA. Denne modellen reduserer trykkfastheten på grunn sideveis riss med en faktor β_σ , som er en Reduksjonen bør begrenses med en minsteverdi β_σ^{\min} , for å unngå urealistisk respons i konstruksjonen (2), noe som er gjort i DIANA.



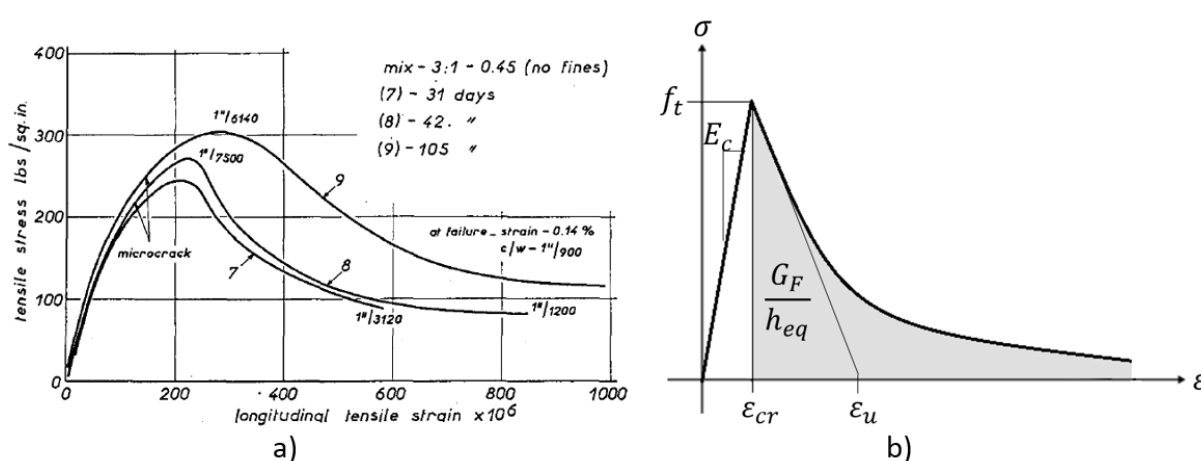
Figur 2.4: Reduksjon av trykkfasthet på grunn av sideveis rissing

2.2 Betong i strekk

Betong har lav kapasitet i strekk sammenlignet med trykk, og har normalt en strekkfasthet på 10-12 % av trykkfastheten (4). Den lave strekkfastheten gjør at den sees bort fra i kapasitetsberegninger for bøyning i bruddgrensetilstanden etter Eurokode 2 6.1(2) (8). For å få en så korrekt oppførsel som mulig av betong er bidraget fra strekkfastheten til betongen likevel viktig, og betongens strekkfasthet både før og etter opprissing må tas med.

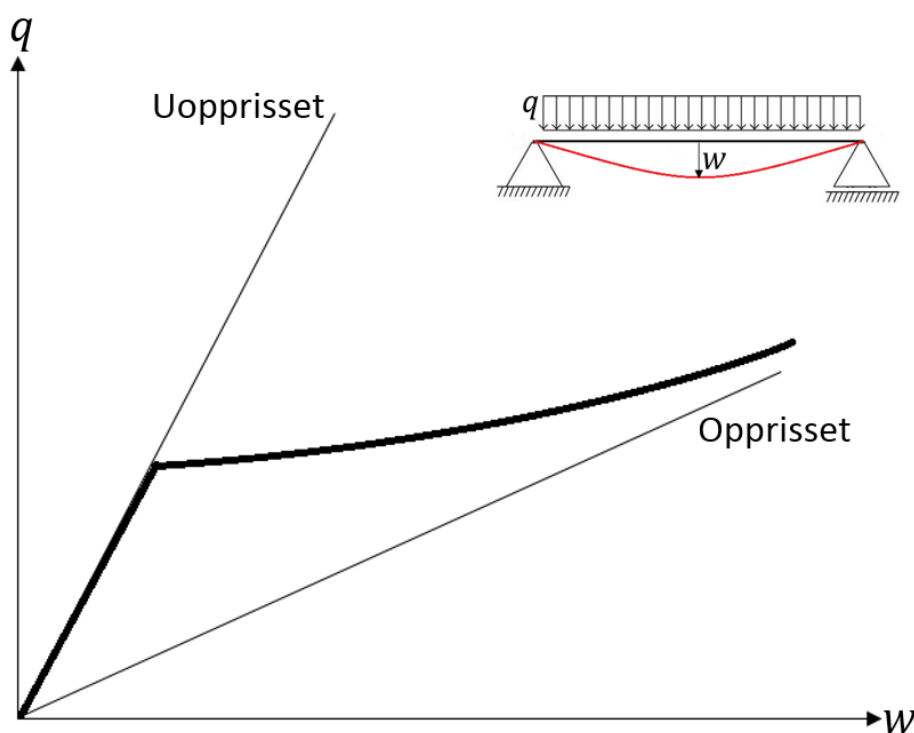
Riss oppstår i betongen ved at hovedtrekkspenningen når strekkfastheten til betongen, og oppstår normalt til største hovedtrekkspenning. Forsøk utført av Evans og Marathe i 1968 (9), viser at ren betong kan overføre strekkspenninger også etter strekkfastheten nås og riss oppstår. Ved videre tøyning etter opprissing vil strekkfastheten gradvis avta og gå mot null. Denne avherdingen (*Tension softening*) skjer på grunn av at overflaten til risset er ru og varierende (9). For å oppnå en komplett spenning-tøyning kurve ble strekkprøvene testet forskyvningskontrollert sammen med stålstaver med større aksialstivhet enn betongprøven. Dersom betong testes i strekk uten spesielle hensyn, vil det oppstå sprø brudd når strekkfastheten nås. Figur 2.5 viser spenning-tøynings kurver gjengitt fra rapporten til Evans og Marathe (9).

Materialmodellen for betong i strekk i analysene er lineær frem til strekkfastheten f_t nås. Det valgt en eksponentiell avherdingskurve for betong i strekk, som vist i Figur 2.5. Denne materialmodellen er anbefalt i de nederlandske retningslinjene (2). Med en eksponentiell avherdingskurve, vil verdien for strekkfastheten aldri bli null. *Ultimate strain* parameteren ϵ_u definerer formen på kurven, og har ingenting å gjøre med en verdi som definerer fullstendige riss i denne materialmodellen. Bruddenergien er energien som trengs for å danne to nye overflater i et material, og er for betong energien som trengs for å danne et fullstendig riss. Arealet under grafen til avherdingskurven er definert som bruddenergien for betong i strekk delt på båndbredden for riss: G_f/h_{eq} .



Figur 2.5: a) Spenning-tøynings diagram for strekkprøver (9). b) Eksponentiell avherding i strekk

Når armert betongen i strekk risser, vil strekkreftene i risset overføres til armeringen. Mellom rissene vil det fortsatt være heft mellom armering og betong, og strekkrefter vil fortsatt tas opp av betongen. Dette gjør at stivheten til gradvis avtar fra Uopprisset til opprisset stivhet som vist i Figur 2.6. Denne effekten kalles *tension stiffening*, og defineres i eurokoden som en økning i stivhet som følge av strekkspenninger i betongen mellom riss (8). Denne effekten er gunstig for stivheten av en konstruksjon, og kan derfor neglisjeres. *Tension stiffening* blir modellert i DIANA med en avherdingskurve for betong i strekk, vist i Figur 2.6.



Figur 2.6: Tension stiffening

2.3 Poisson effekter

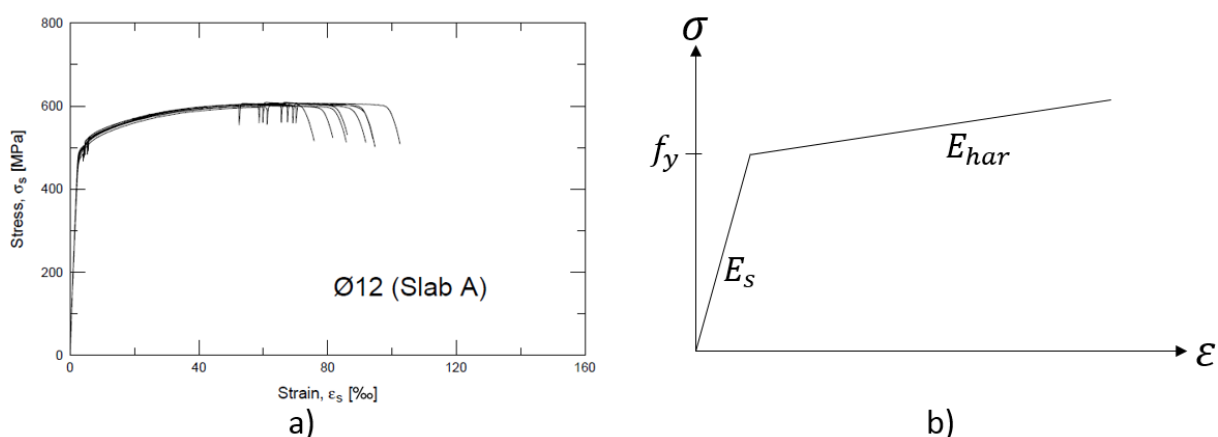
Når betongen risser, vil Poisson effekten opphøre. Tøyning i opprisset retning vil ikke lengre føre til kontraksjon i ortogonal retning. For å beskrive dette er det i DIANA brukt *Poisson reduction in cracking*, som reduserer Poisson tallet ν med samme grad som normalstivheten (6). Effekten av volumetrisk ekspansjon er ikke mulig å modellere i DIANA, og Poisson tallet ν er holdt konstant uavhengig av den volumetriske tilstanden.

2.4 Armeringsstål

I motsetning til betong, har stål like egenskaper i strekk og trykk. Som vist i Figur 2.7, har armeringsstål en lineær elastisk oppførsel frem til flytespenningen nås. Etter dette har armeringsstålet en plastisk oppførsel, med et flyteplatå, fastning, og til slutt brudd. Etter flytespenningen er oppnådd har altså armeringsstålet en ikke-lineær spenning-tøyningssammenheng. For at det skal oppstå god heft mellom armering og betong, har armeringsjern tversgående kammer. Det er avgjørende for at betongen og armeringen skal samvirke (10).

Det er brukt en elasto-plastisk modell med lineær fastning basert på tøyning, for å modellere armeringsstål i DIANA. Denne materialmodellen har ikke noen begrensning på maksimal spenning i armeringen. For å forbedre stabiliteten i analysen er det anbefalt i de nederlandske retningslinjer (2) å bruke en E-modul for fastning lik:

$$E_{har} = 0.02E_s$$



Figur 2.7: a) strekkprøver for Ø12 brukt i dekke A (3), b) materialmodell for armeringsstål

2.5 Rissmodeller

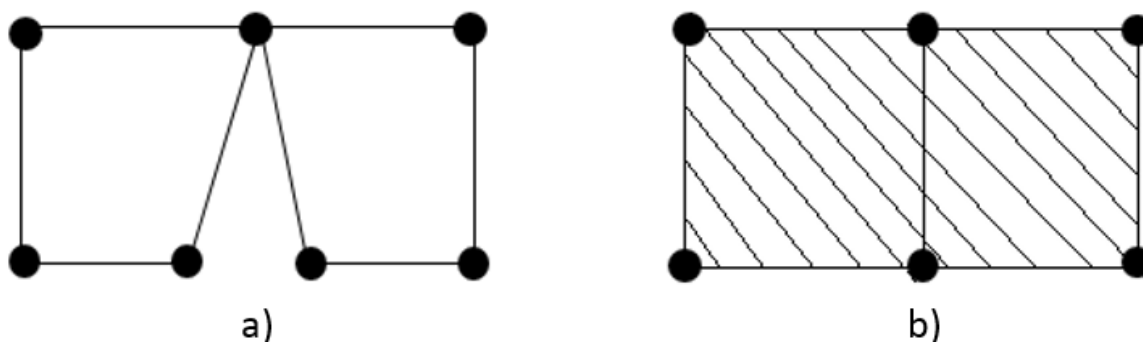
For å beskrive oppførselen til betong, er det viktig med en god beskrivelse av rissing i elementmodellen. Riss kan beskrives på to måter i en elementmodell. Med en *discrete* rissmodell vil rissene oppstå mellom elementene, ved at nodene i elementer ved siden av hverandre deles og elementkantene separeres. Denne metoden for å beskrive riss har to store ulemper: rissmønsteret begrenses ved at riss må oppstå mellom elementer, og splittingen av noder krever at stivhetsmatrisen må genereres på nytt (11).

Ved å bruke *Smeared* rissmodell, blir effekten av rissene fordelt (*smeared*) over et areal i elementet, og den totale tøyningen til elementet ε blir:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{cr} \quad (2.1)$$

Der ε_e er den elastiske tøyningen til uopprisset betong, og ε_{cr} er tøyningen på grunn av riss som åpner seg (12).

Denne metoden sikrer kompatibilitet etter at riss oppstår, og tillater at riss oppstår innad i elementet. Denne modellen unngår dermed ulempene som *discrete* har, og er brukt i analysene i denne oppgaven.

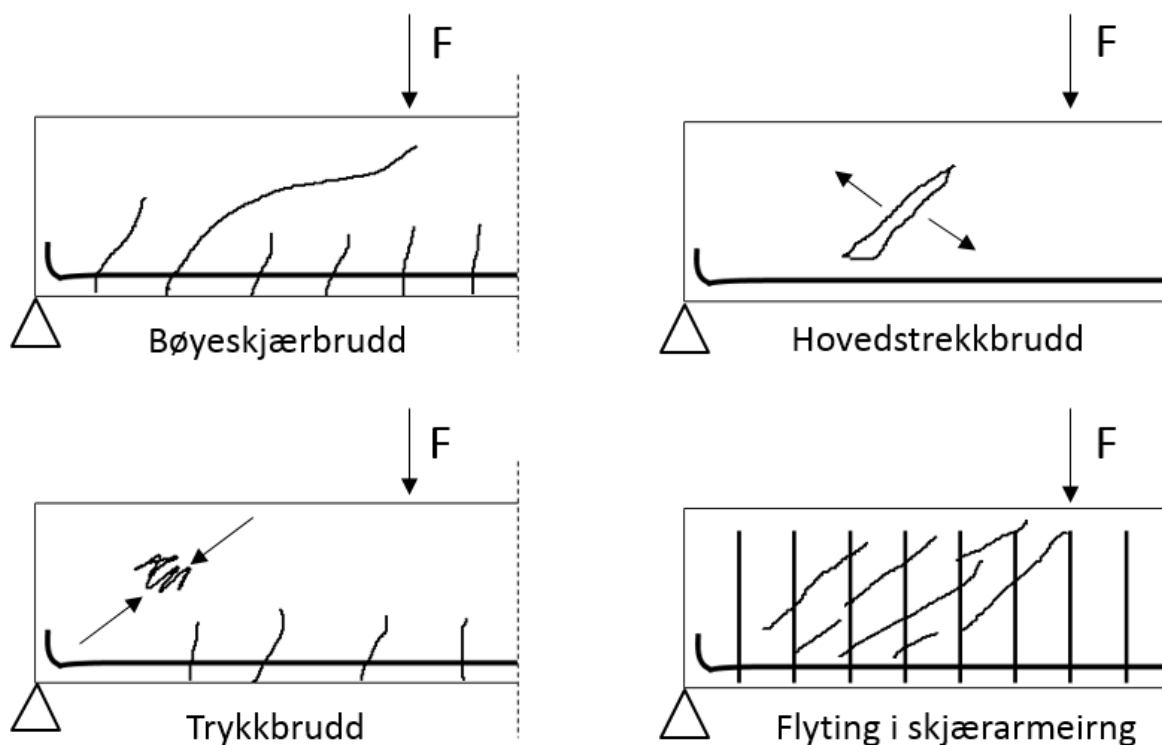


Figur 2.8: a) discrete, b) Smeared

I DIANA er det brukt *Total strain fixed crack*, og *total strain rotating crack*, som begge er *smeared* rissmodeller. I *rotating* modellen roterer orienteringen på rissene med hovedspenningene uavhengig av tidligere riss. Riss kan åpnes og lukkes etter hvert som hovedspenningene roterer med pålastingen. Med en *fixed* rissmodell vil orienteringen på fastsettes når det første risset oppstår, og forblir konstant ved videre pålastning. Nye riss kan oppstå ortogonalt på gamle riss, dersom strekkfastheten overgås. *Fixed* er en mer fysisk riktig modell, da risset ikke kan endre orientering når det først har oppstått (6). Vanligvis vil *rotating* rissmodell resultere i en lavere bruddlast enn *fixed*. Dette er fordi Det oppstår *stress locking* ved bruk av en *fixed* rissmodell (2). *Stress locking* forekommer dersom hovedspenningene roterer betydelig etter riss har oppstått. Det vil da oppstå urealistisk store skjærspenninger i risset, som igjen fører til for store hovedstrekkspenninger.

2.6 Bruddtyper for skjærbrudd

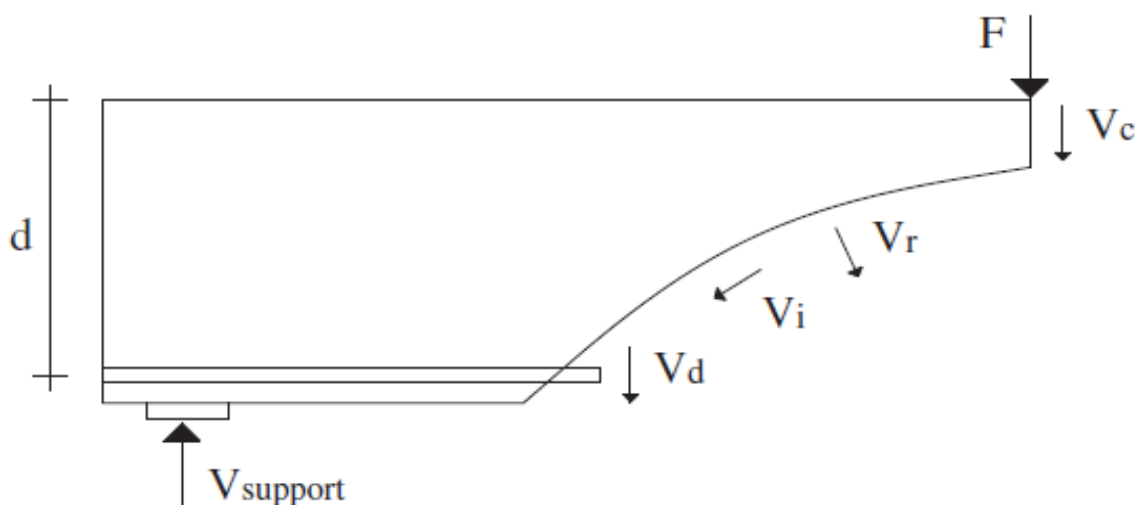
Siden dekkene i ACI rapporten (3) er testet i en-akset bøyning, er det naturlig å se på overføring av skjærkrefter i bjelker. I betongbjelker kan det oppstå fire typer skjærbrudd. Bøyeskjærbrudd vil oppstå for bjelker uten skjærarmering, ved at vertikale bøyeriss utvikles til et diagonalt strekkrikk (13). Dette er et typisk sprøtt brudd. Derom en bjelke har skjærarmering, vil armeringen som krysser det diagonale risset ta opp krefter. Når skjærarmeringen flyter vil skrå riss utvikle seg (13). Parallelt med skrå riss vil det være trykkspenninger i betongen. Trykkbrudd vil forekomme dersom trykkspenningene overskrider trykkfastheten. Trykkbrudd er sjeldent dimensjonerende, men kan skje med en stor andel skjærarmering som ikke når flytespenning. Dersom hovedtrekkspenningene blir større enn strekkfastheten uten at bøyeriss har oppstått, vil det oppstå et hovedtrekkbrudd. Denne bruddtypen krever store aksialkrefter, som for eksempel i forspente bjelker (13).



Figur 2.9: Bruddtyper for skjærbrudd

2.7 Mekanismer for overføring av skjærkrefter

For betongbjelker med skjærarmoring kan en enkel fagverksmodell modell benyttes, som i eurokode 2 (8). Uten skjærarmoring er overføringen av skjærkrefter mer kompleks, og det oppstår vanligvis sprø-brudd, ved at et diagonalt strekk-riss oppstår (14). Basert på typiske sprø-brudd, er det hovedsakelig fire mekanismer for overføring av skjærkrefter i bjelker uten skjærarmoring (14): Skjærspenninger i uopprikket del av bjelken V_c , Skjærspenninger over riss på grunn av ru og varierende overflate V_i , Strekkspenninger over riss V_r og Skjærspenninger i langsgående armering (*dowel action*) V_d . De fire mekanismene er vist i Figur 2.10:

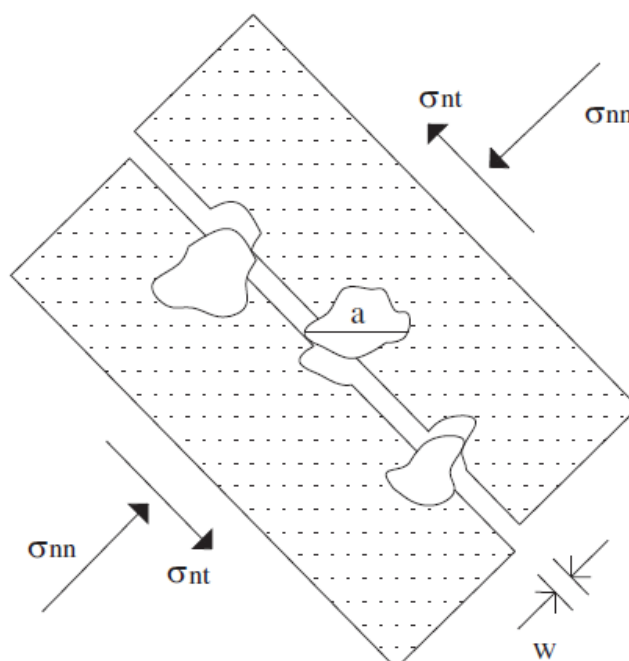


Figur 2.10: Mekanismer for overføring av skjærkrefter i bjelke uten skjærarmoring (14)

Skjærspenninger i uopprikket del av en betongbjelke bidrar til skjærkraftkapasiteten. Størrelsen på skjærkraften som overføres med denne mekanismen begrenses av trykksonehøyden. For sterkt underarmerte bjelker uten aksialkraft vil denne mekanismen bidra lite til skjærkraftkapasiteten (14)

Overflaten på riss kan betraktes som ru og varierende. Dette fordi partikler av tilslaget i betongen «stikker ut» langs overflaten på risset. Dersom tilslaget som stikker ut fra overflaten til risset er større enn rissvidden, vil det overføres skjærspenninger over risset (14), som vist i Figur 2.11. Denne effekten kalles *aggregate interlock*. Hvor store spenninger som kan overføres parallelt med risset, avhenger i hovedsak av rissvidden og størrelsen på tilslaget for normalt sterk betong. En større rissvidde gir mindre kontaktflate mellom tilslagspartiklene og dermed mindre overføring av spenninger. Mindre tilslag gir den samme effekten (14). Ved bruk av lett tilslag og høyfast betong vil ikke denne effekten oppstå, siden risset vil gå gjennom

tilslaget. Det vil likevel til en viss grad overføres spenninger over risset på grunn av friksjon. (14). *Aggregate interlock* blir beskrevet med en *shear retention* faktor β .



Figur 2.11: Aggregate interlock (14)

Det vil overføres strekkspenninger over riss. Dette kan forklares med at riss i betong generelt utvikles gradvis. Spesielt med små riss kan bidraget fra gjenværende strekkspenninger etter opprissing gi et betydelig bidrag til skjærkraftkapasiteten. Mekanismen for overføring av strekkspenninger over riss, er beskrevet med en avherdingskurve for betong i strekk.

Den langsgående armeringen i betongbjelker vil også ta opp skjærkrefter (*dowel action*). Hvor mye skjærkrefter som tas opp avhenger av andelen langsgående armering, og overdekningen. Skjærspenninger i armeringen er vanligvis ikke tatt med i elementmodeller (14).

2.8 Shear retention

Ved bruk av *total strain fixed crack*, må det defineres en *shear retention* faktor β , siden spenninger potensielt omfordeles etter rissing. Denne faktoren brukes til å modellere *aggregate interlock*. Dette er en faktor som reduserer skjærstivheten, og dermed skjærspenningene som overføres etter opprissing. Denne faktoren har verdi mellom 0 og 1. Det er brukt både konstant og variabel *shear retention* i analysene.

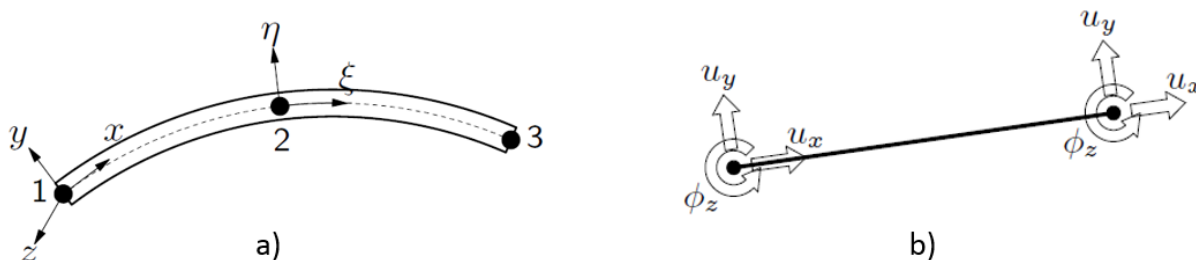
Bruk av konstant *shear retention* kan være problematisk. Valg av β kan være noe tilfeldig, men kan påvirke den globale maksverdien i NFEM analysen betraktelig. En høy verdi kan føre til *Stress locking*, mens en for liten verdi kan gi konvergensproblemer. En konstant *shear retention* er også en veldig forenkling av det som fysisk skjer: den blir for liten for små rissvidder, og for stor når rissvidden blir stor, siden en konstant verdi tilsier at skjærspenninger fortsatt kan overføres i vidåpne riss (14).

I analysen med konstant verdi er β satt lik 0.1. Gonzales-Vidosa, Kotsovos og Pavlovic (15) argumenterer for at β lik 0.1 er lav nok til at alt for store skjærspenninger ikke overføres i riss, samtidig som den ser ut til å være tilstrekkelig for å unngå numeriske problemer. Det har i tillegg blitt kjørt en analyse med konstant β lik 0.01, for å undersøke om en vesentlig lavere verdi påvirker bruddlasten. Det er påpekt i de Nederlandske retningslinjene (2) at analyseresultatene bør sjekkes nøye for kunstig høye hovedstrekkspenninger som følge av *stress locking* ved bruk av konstant *shear retention*.

Det har også blitt utført analyser med variabel *shear retention* som avtar i samme grad som sekant normalstivheten over riss, noe som er sterkt anbefalt i de nederlandske retningslinjene (2). *Shear retention* faktoren er ikke aktuell for *total strain rotating crack*, da rissene i denne modellen roterer etterhvert som hovedspenningene roterer, og det dermed ikke oppstår skjærspenninger langs rissene.

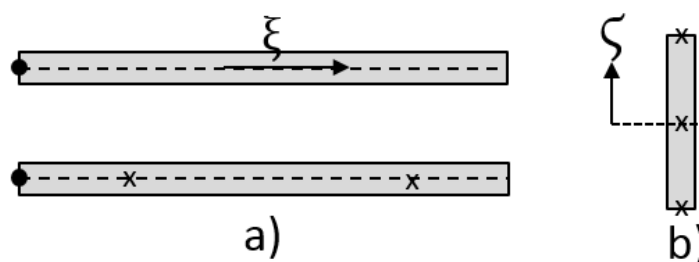
2.9 CL9BE bjelkeelement

CL9BE er et kurvet bjelkeelement med tre noder som har kvadratiske interpolasjonsfunksjoner, som er anbefalt å bruke i de Nederlandske retningslinjene (2). 2D har disse elementene 3 frihetsgrader i hver node, translasjoner u_x u_y og rotasjon φ_z . Tøyninger I x-retning ϵ_{xx} varierer lineært over tverrsnittet. CL9BE inkluderer skjærdeformasjoner. Skjærspenningene er konstant over tverrsnittet. Siden skjærtøyninger/ -spenninger i virkeligheten varierer kvadratisk over tverrsnittet, er skjærtøyningen ekvivalent konstant på samme areal, som blir korrigert med en faktor på 1.2 i DIANA (6).



Figur 2.12: a) CL9BE bjelkeelement, b) frihetsgrader (6)

Som standard anvender DIANA 2 punkt Gauss integrasjon langs bjelkeaksen (ξ) for å beregne tøyninger, noe som er valgt å bruke i analysene. Mer enn to integrasjonspunkter langs bjelkeaksen gir ukorrekte svar dersom deformasjonen ikke er ren bøyning (6). Over tykkelsen av tverrsnittet (ζ) er det brukt 3 punkt Simpson integrasjon, som er standard for 2D rektangulære tverrsnitt i DIANA.



Figur 2.13: a) 2 punkt Gauss, b) 3 punkt Simpson

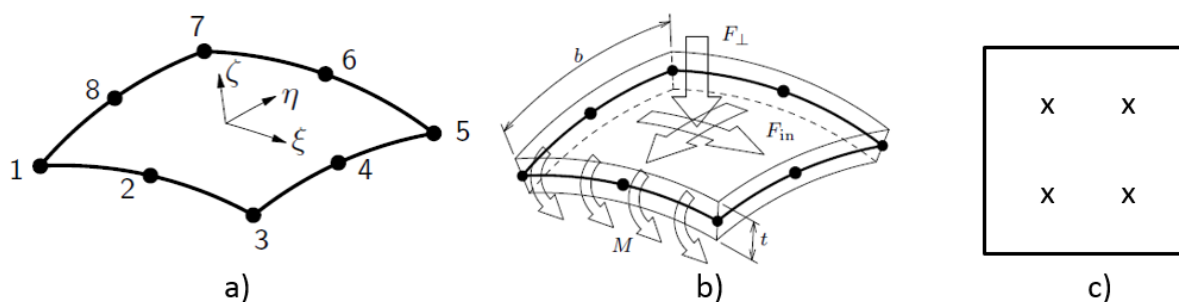
Standard båndbredde for riss med bjelkeelementer er i DIANA elementlengden, beregnet etter formelen $h = V/a$, der V er volumet til elementet, og A er tverrsnittarealet, dersom det ikke blir spesifisert en konstant verdi (6). Tverrsnittet på CL9BE bjelkeelement kan i DIANA defineres med forhåndsbestemte tverrsnitt/ profiler som ligger i programmet: rektangel, boks, rør, I-bjelke, T-bjelke, L-bjelke eller U bjelke. Vilkarlige tverrsnitt kan også defineres. For dekkene er det brukt rektangulært tverrsnitt, der høyde og bredde på tverrsnittet defineres (6). Armering legges inn som *embedded bar* langs bjelkens lengdeakse.

2.10 CQ40S skallelement

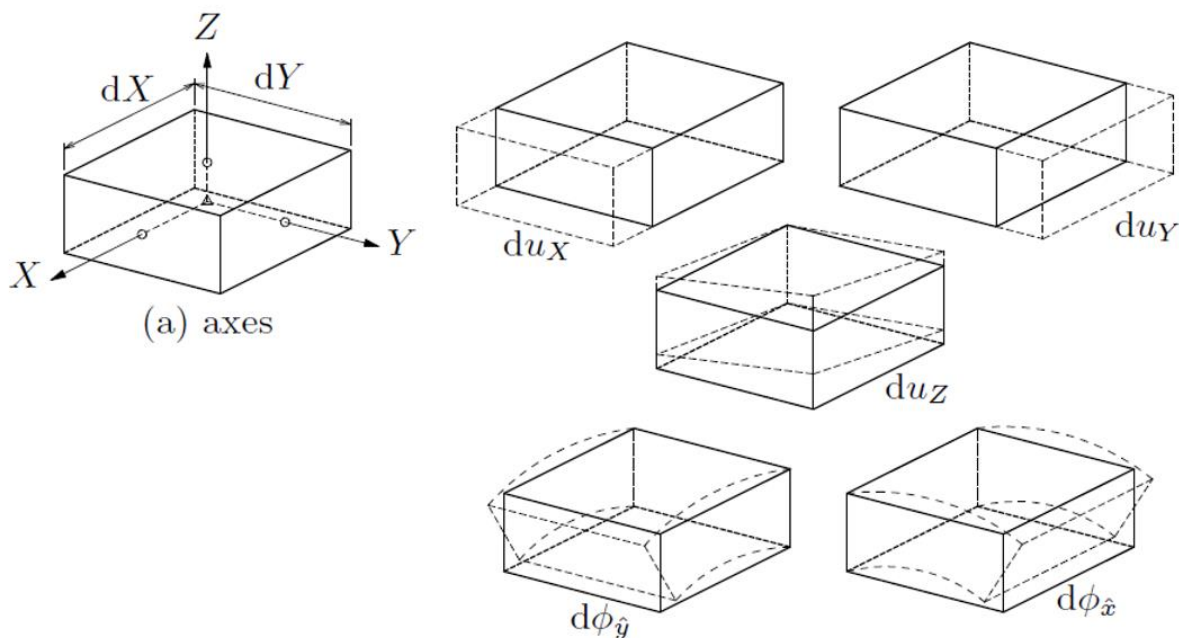
CO40S er et kurvet 3D skallelement med 8 noder og kvadratiske interpolasjonsfunksjoner, som anbefalt i de nederlandske retningslinjene (2). Kurvet skallelement er valgt da det er det eneste skallelementet i DIANA der armering kan legges i elementene. Elementet har fem frihetsgrader i hver node, translasjoner u_x , u_y og u_z , og rotasjoner ϕ_x og ϕ_y , som vist i Figur 2.15. Tøyninger ϵ_{xx} , ϵ_{yy} og ϵ_{xy} varierer lineært over høyden på tverrsnittet. Skjærspenninger og

skjærtøyninger er konstante over tykkelsen på elementet, og korrigeres som bjelkeelementet med en faktor på 1.2. Laster på elementet kan virke i alle retninger på elementet. Bøyemomenter kan virke rundt akser i elementplanet.

Elementet er basert på Gauss integrasjon over $\xi\eta$ arealet av elementet for tøyninger og spenninger. De eneste mulighetene i DIANA er redusert Gauss integrasjon, med 2×2 integrasjonspunkter. Som for CL9BE bjelkeelement er det brukt 3 punkt Simpson integrasjon over tykkelsen av tverrsnittet (ζ), som er standard for CQ40S skallelement i DIANA (6). Standard båndbredde for riss er \sqrt{A} , der A er arealet av elementet i $\xi\eta$ -planet.

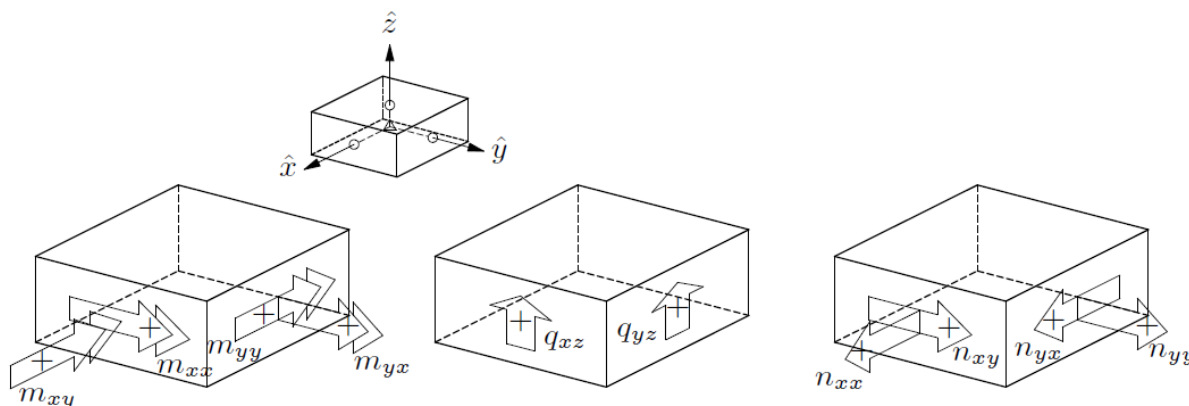


Figur 2.14: a) 8 noders kurvet skallelement, b) krefter på skallelement, c) 2×2 Gauss



Figur 2.15: rotasjoner og translasjoner for skallelementer (6)

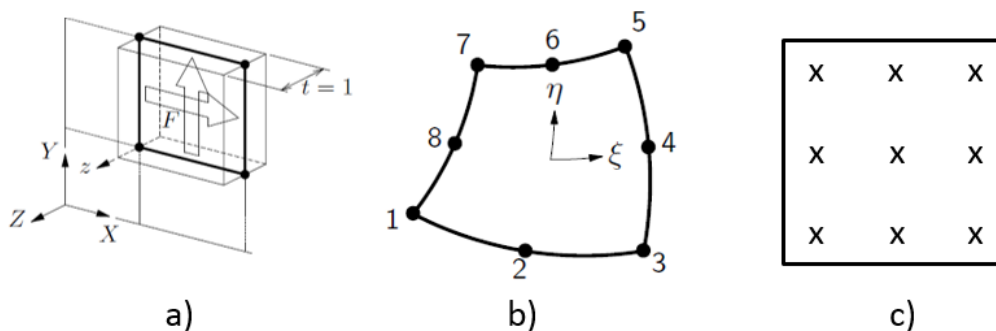
På skall kan det virke til sammen åtte krefter/ momenter som vist i Figur 2.16: bøyemomenter m_x og m_y , torsjonsmoment m_{xy} , skjærkrefter q_{xz} og q_{yz} , og membrankrefter n_{xx} , n_{yy} og n_{xy} . Kraftene og momentene har enhet per lengde.



Figur 2.16: Skallkrefter (6)

2.11 CQ16E Plan tøyning element

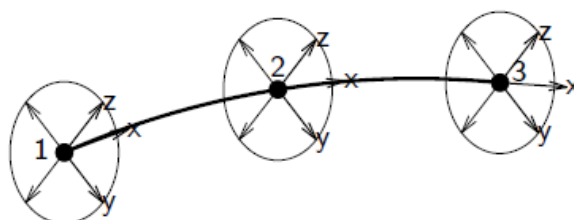
CQ16E elementet firkantet isoperimetrisk plan tøyning element med åtte noder og translasjon i x- og y-retning i hver node. CQ16E har enhetstykkelse, og tøyningsskomponenten vinkelrett på elementoverflaten ε_{zz} er lik null. Elementet har kvadratiske interpolasjonsfunksjoner av forskyvningen, noe som er viktig for å unngå *shear locking*, og å beskrive komplekse bruddformer som skjærbrudd (6). Gauss integrasjon blir brukt for å beregne spenninger og tøyninger. Som standard anvender DIANA redusert integrasjon, med 2x2 integrasjonspunkter over elementet. Som anbefalt i Nederlandske retningslinjene (2) er det valgt å bruke full integrasjon med 3x3 Gauss. Standard båndbredde for riss er lik \sqrt{A} , der A er arealet av elementet. Det kan antas plan tøyning når høyden er relativt liten i forhold til bredden. Det er derfor brukt plan tøyning elementer i 2D modellen av betongdekket. Typisk bruk av denne typen elementer er på lange konstruksjoner som spuntvegger og demninger (6).



Figur 2.17: a) Plan tøyning (6), b) plan tøyning med 8 noder (6), c) 3x3 Gauss

2.12 CL3CM *composed line element*

CL3CM er et kurvet linje element med tre noder. Hovedsakelig brukes dette elementet til behandling av analyseresultat, og det er brukt for å finne momentdiagram og skjærkraftdiagram i modellen med plan tøyning elementer. Med referanse til en linje definert med *composed line* elementer, kan lokale krefter og bøyemomenter i et tverrsnitt i modellen beregnes. Det gjøres ved at spenninger eller interne krefter i de vanlige elementene blir integrert over tverrsnittplanet normalt på referanselinjen. Både vanlige elementer og elementer for armering bidrar til krefter og momenter. Denne typen elementer har ikke mekaniske egenskaper, som stivhet eller masse, og påvirker derfor ikke oppførselen til elementmodellen.



Figur 2.18: CL3CM element (6)

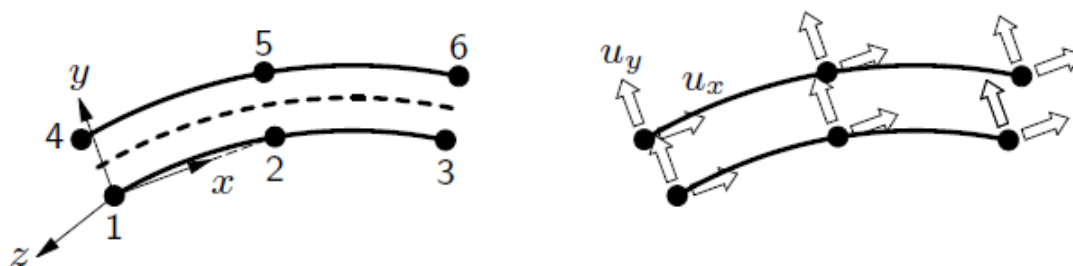
Elementinndelingen av med *composed line* elementer skjer uavhengig av den øvrige elementinndelingen. Orienteringen blir definert med en lokal z-akse. Det må også angis en radiell tykkelse, som bestemmer hvilke integrasjonspunkter i det strukturelle elementnettet i radiell ut fra elementet som skal være med i komposisjonen av krefter og bøyemomenter (6). Det viste seg at den radielle tykkelsen måtte settes lik høyden på dekket, selv om *composed line* ble lagt midt i dekket.

2.13 CL12I *Interface element*

Dersom laster og opplagere er påført betongen med underlagsplater, kan det kan i analysene oppstå kunstig høye spenningskonsentrasjoner ved platene. Dette kan igjen føre til numeriske problemer og brudd som ikke opptrer i virkeligheten. For å unngå dette kan det brukes en friksjonsløs overflate mellom betongen og underlagsplatene (2).

CL12I er et linje *interface* element med seks noder, som brukes mellom to linjer i en 2D elementmodell. Elementet har kvadratiske interpolasjonsfunksjoner mellom nodene, noe som sikrer kompatibilitet med CQ16E plan tøyning elementer. Motsatte noder kan overlappe, og elementet kan dermed også ligge på en linje (6). Denne elementtypen blir gitt lineær

normalstivhet og lineær skjærstivhet. Ved å angi en lav skjærstivhet vil det bli tilnærmet friksjonsfritt. Dermed lite skjærkrefter overføres mellom underlagsplater og betong.

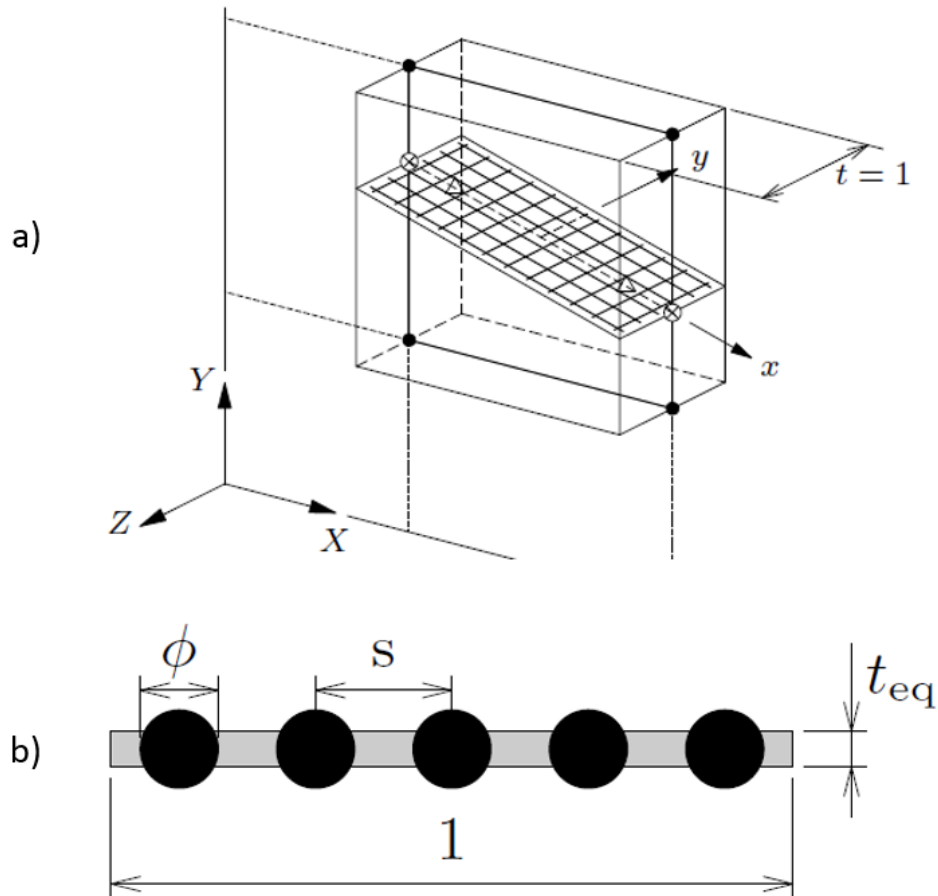


Figur 2.19: CL12I element (6)

2.14 Armering

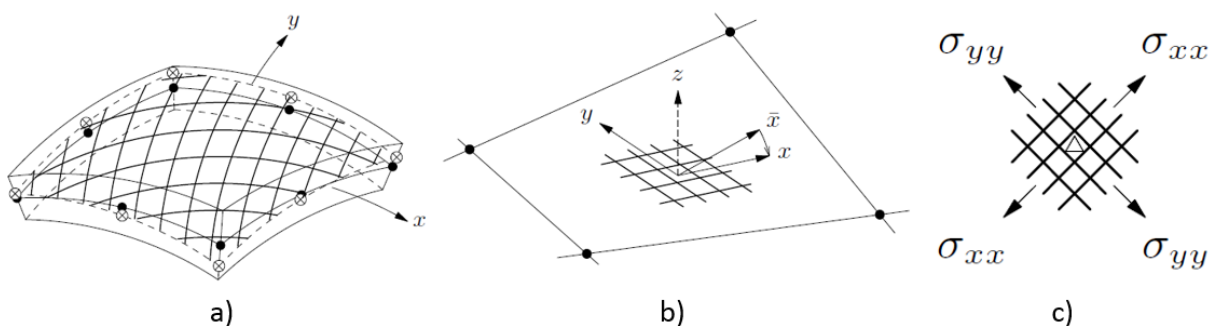
Armeringen som er brukt i elementmodellene er *embedded*, som er standard i DIANA. Ved bruk av *embedded* armering, vil armeringen deformeres likt som elementene rundt, og tøyninger i armeringen beregnes etter deformasjon av tilhørende elementer (6). Rent fysisk betyr dette at det er full heft mellom armering og betong. Selv om en modell for *bond slip*, vil være mer fysisk riktig, er en modell med full heft mellom armering og betong ansett som tilstrekkelig (2), og derfor valgt å bruke. *Bond slip* kan modelleres med *interface* elementer mellom armeringen og øvrige elementer. Plasseringen av armeringen er uavhengig av det øvrige elementnettet. Som standard i DIANA er spenninger og tøyninger i armeringen kun aksielle, og armeringen har ikke bøyestivhet eller skjærstivhet.

Med bjelkeelementer er det brukt *embedded bar*, som også er brukt i modellen for skall A i vedlegg A. Armering i plan tøyning er modellert som *embedded grid*. Det er orientert innover i planet, og vises som en linje i elementmodellen. Spenninger og tøyninger i armeringen blir beregnet i x og y retning. Det angis en ekvivalent tykkelse [mm^2/mm] i x- og y-retning.



Figur 2.20: a) Grid i plan tøyning, b) Ekvivalent tykkelse på grid. (6)

Ved bruk av *embedded grid* i kurvet skallelement, angis et lokalt koordinatsystem med enhetsvektorer i globalt XYZ koordinatsystem, og mengde armering i lokal x - og y -akse. Mengden armering kan angis direkte med ekvivalent tykkelse [mm^2/mm], eller med diameter og senteravstand for armeringsjernene der DIANA automatisk beregner den ekvivalente tykkelsen (6). Spenninger og tøyninger blir beregnet i lokal x - og y -retning.



Figur 2.21: a) Grid i kurvet skallelement, b) lokal akse grid, c) spenninger i grid

2.15 LFEM

Elementmetoden, eller *finite element method* (FEM), er en analysemetode for numerisk tilnærming til problemer som er matematisk beskrevet med integrallikninger eller partielle differensiallikninger, og som er vanskelig eller umulig å løse analytisk (1). Metoden går ut på å dele et komplekst system inn i undersystemer med kjente egenskaper (16).

En elementanalyse utføres i tre hoveddeler. Først deles strukturen opp elementer. Elementene er regioner som ikke overlapper. Deretter beskrives egenskapene til hvert element i stivhetsmatrisen. Til slutt sammenkobles elementene i noder ved å kreve likevekt og kompatibilitet i nodene på elementet. Deretter anordnes opplagerbetingelser og last på elementnettet og analysen utføres. For hele konstruksjonen/ elementnettet er resultatet et sett med algebraiske ligninger som løses med hensyn på ukjente forskyvninger eller rotasjoner (17). Ligningene beskriver likevekt mellom indre og ytre krefter. Dette kan beskrives på matriseform for hele systemet ved likning 2.2:

$$\mathbf{K}\mathbf{r} = \mathbf{R} \quad (2.2)$$

Der \mathbf{K} er stivhetsmatrisen med kjente parametere, \mathbf{r} er vektor med forskyvning eller rotasjon i nodene med ukjente parametere, og \mathbf{R} er ytre lastvektor (ytte laster i nodene) med kjente parametere.

I en lineær elastisk FEM (LFEM) analyse er det en lineær sammenheng mellom spenning og tøyning for materialet. Forskyvninger og rotasjoner fra likning 2.2 løses ut direkte ved å invertere stivhetsmatrisen. Deretter beregnes tøyninger og spenninger i konstruksjonen. I en lineær elastisk analyse er det antatt små deformasjoner så likevekt og kompatibilitet kan finnes på geometri uten deformasjoner. Det er også antatt at superposisjonsprinsippet er gyldig (17).

2.16 NFEM

Ved å bruke en ikke-lineær elementmetode «nonlinear finite element method» (NFEM) blir ikke-lineære effekter tatt med i analysen. Ikke-linearitetene i analysen kan være geometrisk (store deformasjoner), materialer og opplagerbetingelser. En ikke-lineær elementmetode kan blant annet brukes til å beregne hvor mye last en konstruksjon faktisk tåler før en global kollaps inntreffer (17).

Med ikke-lineær elementmetode er forholdet mellom last og deformasjon ikke lengre lineært. Materialets fasthet avhenger av tøyningen, som beskrevet tidligere, og systemet med likevektsligninger kan ikke løses direkte. Generelt for NFEM er stivhetsmatrisen og ytre lastvektor funksjoner av forskyvningen, og likevekten mellom indre og ytre krefter kan beskrives på matriseform ved likning 2.3 (17)

$$\mathbf{K}(\mathbf{r})\mathbf{r} = \mathbf{R}(\mathbf{r}) \quad (2.3)$$

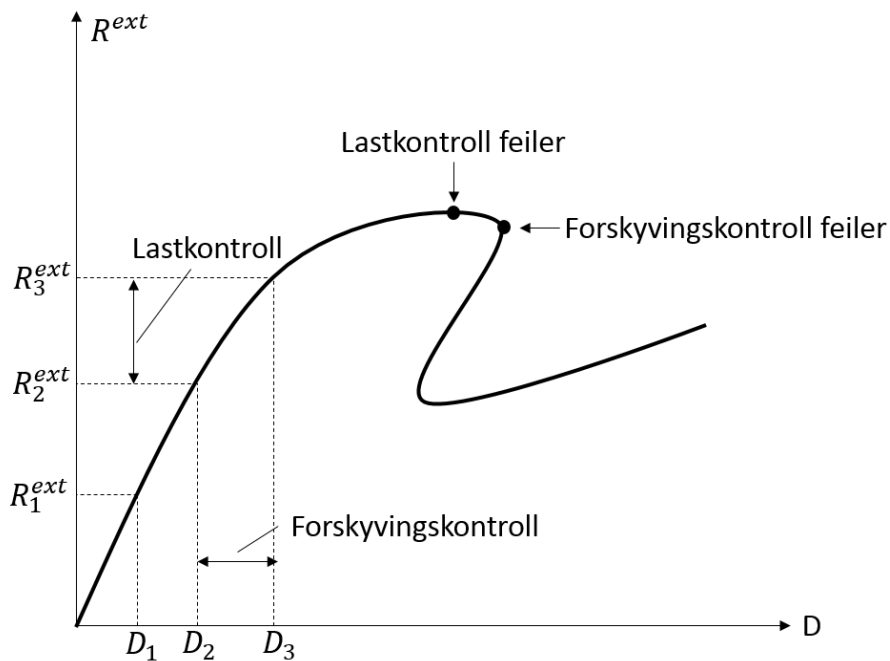
I denne oppgaven er det ikke-lineariteten til materialene som er tatt med i NFEM beregningene.

2.16.1 Numeriske løsningsprosedyrer for NFEM-analyser.

For å løse likevekts likevektsligningene i en NFEM analyse, brukes det i DIANA en inkrementell-iterativ løsningsprosedyre. Løsningsprosedyren er todelt, med en inkrementell del, og en iterativ del (6). Først fastsettes et inkrement for last eller forskyvning, altså hvor mye lasten eller forskyvningen skal økes for hvert lasttrinn. Deretter brukes en iterasjonsprosedyre for å korrigere «feilen», som er forskjellen mellom indre og ytre krefter. Iterasjonen fortsetter frem til en tilfredsstillende likevekt oppnås for hvert inkrement, eller til maksimalt antall iterasjoner er utført (6). Dersom det ikke oppnås likevekt ved maksimalt antall iterasjoner, blir det et ikke-konvergens i lastinkrementet.

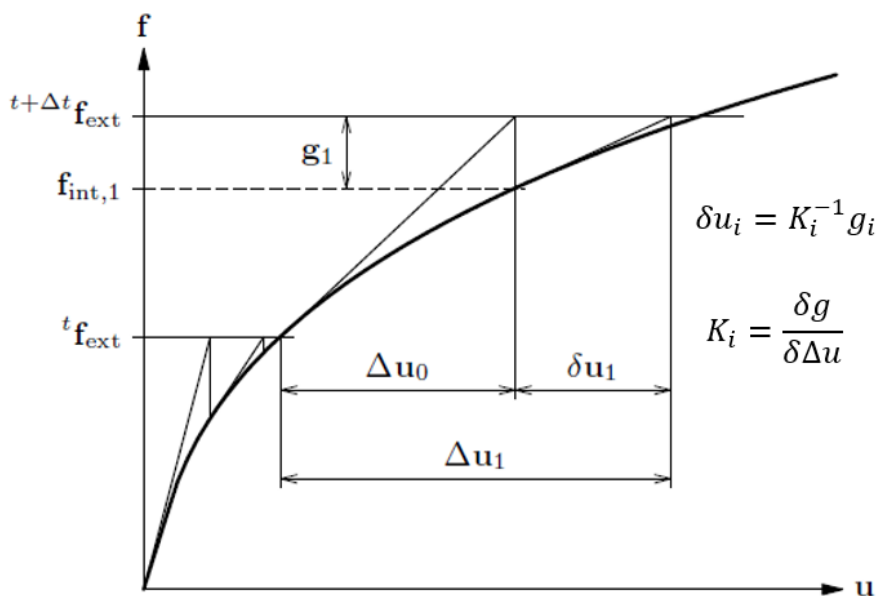
De to grunnleggende inkrement prosedyrene som brukes i er lastkontroll og forskyvingskontroll. Begge prosedyrene øker den ytre lasen for hvert inkrement, men på forskjellig måte. Med lastkontroll økes den ytre lastvektoren direkte i starten av hvert inkrement. Denne metoden fungerer bra dersom ikke-lineariteten skjer gradvis, men får problemer med å følge grafen som beskriver likevekten mellom ytre kraft og forskyvning forbi et toppunkt (der tangenten til kurven er horisontal). Dette på grunn av at tangent stivhetsmatrisen blir singulær, og at likevektsligningene ikke har en unik løsning i dette punktet (18).

Med forskyvingskontroll blir lasten beskrevet med en fastsatt forskyvning, i stedet for en faktisk last. Denne prosedyren klarer å følge last-forskyvningskurven forbi et toppunkt, men ikke forbi vendepunkt, der tangenten til kurven er vertikal (18). Figur 2.22 viser prinsippene for de to metodene, med de kritiske punktene der metodene feiler.



Figur 2.22: Lastkontroll og forskyvingskontroll

For å oppnå likevekt mellom indre og ytre krefter er det brukt en regulær Newton-Raphson iterasjonsprosedyre. Med denne metoden blir tangent stivheten beregnet og oppdatert for hver iterasjon. Metoden konvergerer vanligvis relativt raskt, men det er relativt tidkrevende å beregne stivheten for hver iterasjon (6). Figur 2.23 viser prinsippet for metoden.



Figur 2.23: Regulær Newton-Raphson iterasjonsprosedyre (6)

Dersom ordinære iterasjonsprosedyrer har lite konvergens, kan *line search* øke graden av konvergens. *Line search* minimerer og gir et optimalt inkrement trinn. Det kan være spesielt nyttig i analyser av armert betong med stor grad av ikke-linearitet og raske endringer av stivhet på grunn av opprissing og armering som flyter. Metoden kan også gi raskere konvergens enn ordinære prosedyrer (18). Det er valgt å bruke *line search* i analyser som har mye ikke-konvergens med ordinære prosedyrer.

2.16.2 Konvergenskrav

Konvergens i iterasjonsprosedyren oppnås når bestemte konvergenskriterier i analysen oppfylles. I DIANA kan konvergenskriteriene være kraftbasert, energibasert eller forskyvningsbasert. I henhold til nederlandske retningslinjer (2), er både kraftbasert og energibasert konvergenskriterium valgt, med toleranser på henholdsvis 1% og 0.01% i alle NFEM analysene. Når konvergens oppnås avsluttes iterasjonsprosessen, og analysen fortsetter til neste laststeg. Det kan også bestemmes at analysen skal fortsette, selv om konvergens ikke er oppnådd etter maks antall iterasjoner.

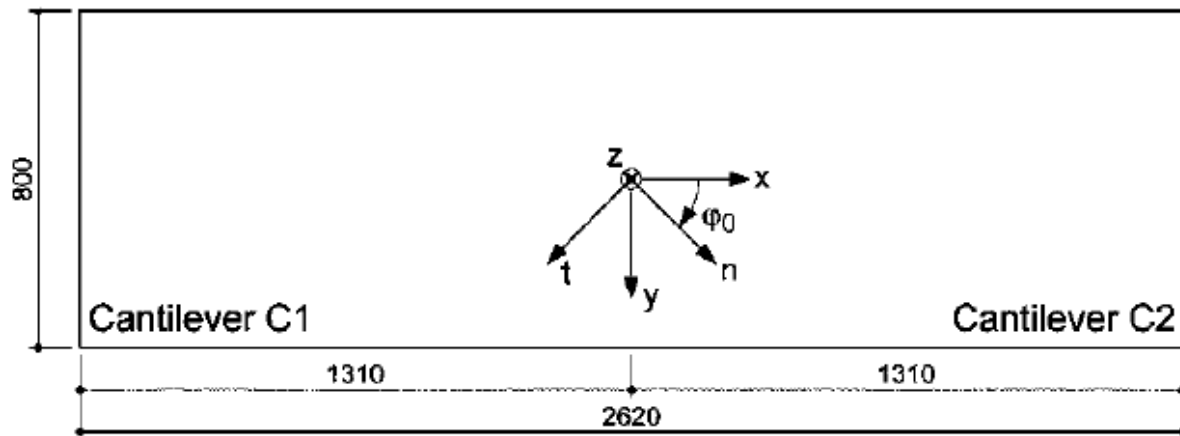
3 Analyser

I dette kapitlet presenteres først forsøk og resultater fra ACI journalen (3). Deretter presenteres materialparametere brukt i analysene, elementmodellene, håndberegninger av moment og skjærkraftkapasitet, og resultater fra FEM og NFEM analysene. Dekke B er modellert med bjelkeelementer, skallelementer og plan tøyning elementer. Dekke A er modellert kun med skallelementer, da bjelke og plan tøyning ikke har mulighet for armering i planet av dekket. I denne oppgaven er det utført en *multi-level assessment* på to betongdekker, der analysene har økende grad av kompleksitet. Analysene er utført stegvis:

- Lineær elastisk analyse med Bjelkeelementer
- Lineær elastisk analyse med skallelementer
- Lineær elastisk analyse med plan tøyning elementer
- Ikke-lineær analyse med Bjelkeelementer
- Ikke-lineær analyse med skallelementer
- Ikke-lineær analyse med plan tøyning elementer

3.1 Forsøk utført av T. Jaeger og P. Marti

Bakgrunnen for elementanalysene utført i denne oppgaven er en journal av T. Jaeger og P. Marti 2009 (3). I denne journalen er det presentert forsøk på 8 betongdekker, som var en del av 28 forsøk på betongdekker utført ved *institute of structural Engineering at the Swiss Federal institute of Technology (ETH)* i Zurich, Sveits. Formålet med forsøkene var å undersøke skjærstyrken på betongdekker, og å demonstrere at avvik mellom retningen for lengdearmring og hovedretninger for skjærkrefter og bøyemoment har betydelig innvirkning på last-deformasjonskurven. Det ble valgt ut to dekker, som ble modellert og brukt som sammenlikningsgrunnlag for NFEM analysene. Hovedforskjellen på dekkene er orienteringen på lengdearmeringen. Geometri og utforming av armering for dekke A og dekke B er vist i henholdsvis i Figur 3.1 og Figur 3.2.

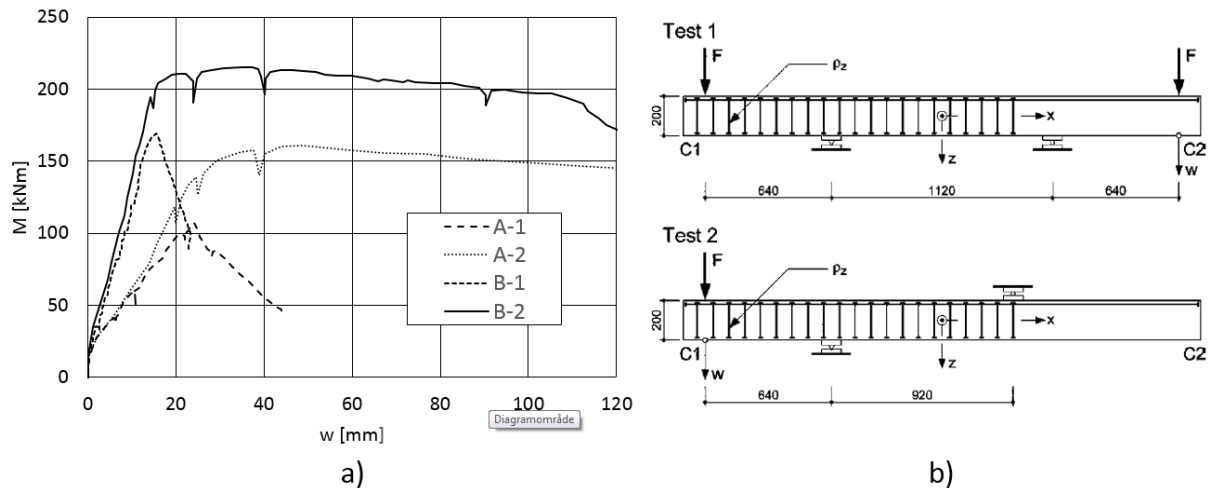


Figur 3.3: Referansesystem for lengdearmring (3)

Dekke	A	B
Retning på lengdearmring φ_0 , [°]	45	0
Bredde b, [mm]	800	800
Høyde h [mm]	200	200
Gjennomsnittlig effektiv høyde d_m [mm]	156	162
Gjennomsnittlig armeringsforhold i n-retning ρ_t , [%]	1.812	1.745
Gjennomsnittlig armeringsforhold i t-retning ρ_n , [%]	1.812	0.875

Tabell 3.1: Dimensjoner og armering for dekke A og B.

Forsøkene var begrenset til enakset bøyning, der lasten og opplagere ble påført over hele bredden til dekket med 100 mm brede stålplater. Opplegg og last ble påført med stive konstruksjonsdeler, for å forsikre at kreftene fordeles jevnt over hele bredden på dekket. Det ble utført to forsøk på hvert dekke: test 1 som gav skjærbrudd, og deretter test 2 som gav bøyebrydd. Forsøksresultater og testoppsett er vist i Figur 3.4.



Figur 3.4: M-w kurve for forsøksresultat, og testoppsett for test 1 og test 2

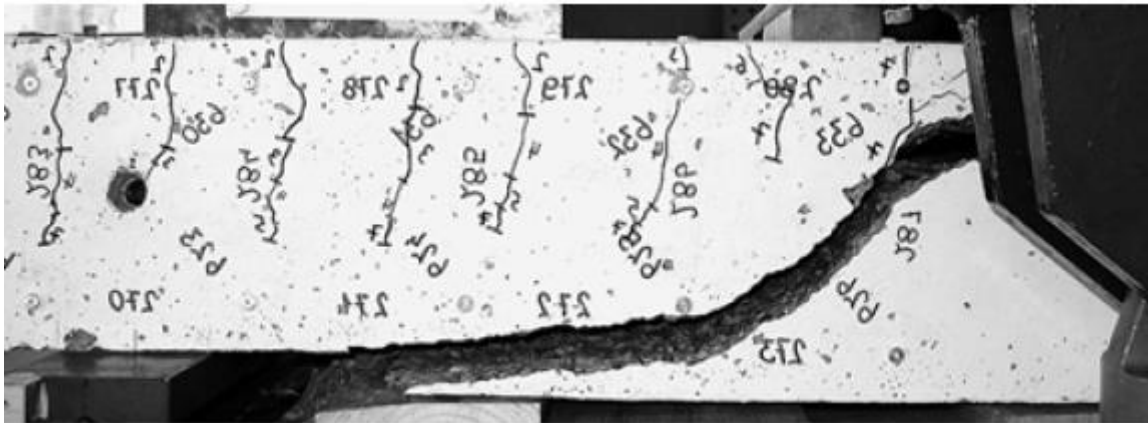
I test A-1 ble det rett før brudd observert bøye riss på toppen av utkrager C2, med gjennomsnittlig mellomrom på 60 mm, og maks rissvidder på 0.3 mm. På siden av utkrager C2 ble det observert riss som var orientert 35 til 45 grader til x-aksen, med maks rissvidde på 0.6 mm. Bruddet oppstod på en sprø måte, som gav en S-formet bruddoverflate. Midtre del av bruddoverflaten fulgte et eksisterende riss, mens de flate partiene på topp og bunn av bruddoverflaten oppstod ved brudd. Figur 3.5 viser test A-1 fra siden ved brudd. Maksimalt bøyemoment i forsøket for test A-1 ble 107.5 kNm. Forsøkene viste at dekke A hadde betydelig mindre bøyestivhet enn dekke B. Etterpå ble test A-2 utrørt, som gav et duktilt bøyebrydd med maksimalt bøyemoment på 161.7 kNm.



Figur 3.5: Test A-1 ved brudd (3)

I test B-1 ble det rett før brudd observert bøye riss (flexural cracks) på toppen av utkrager C2, med gjennomsnittlig mellomrom på 75-100 mm, og maks rissvidder på 0.15 mm. På siden av

utkrager C2 ble det observert riss som var orientert 45 til 55 grader til x-aksen, med maks rissvidde på 0.15 mm. Bruddet oppstod på en sprø måte, som gav en svakt S-formet bruddoverflate. Hele bruddoverflaten utviklet seg plutselig. Nedre del av bruddoverflaten var veldig flat, og omtrent 350 mm lang. Figur 3.6 viser test B-1 for dekke B ved brudd. Maksimale bøyemoment i forsøket for test B-1 ble 169.2 kNm. I test B-2 oppstod et duktilt bøyebrydd, med maksimalt moment på 216.2 kNm.



Figur 3.6: Test B-1

Bruddformen for test A-1 og B-1 er typiske bøyeskjærbrudd, der bøyeriss vokser til skrå strekkrikk med sprøe brudd. Alle elementmodellene er modellert som test 1, vist i Figur 3.4.

3.2 Materialparametere

Materialparametere for betongen og armeringen er gitt i journalen til Jaeger og Marti (3). Andre nødvendige parametere for betongen har er gitt eller beregnet i henhold til de Nederlandske retningslinjene (2).

3.2.1 Betong

Midlere verdier for trykk- og strekkfasthet er funnet ut fra forsøk utført på samme betong som er brukt i dekkene. Alderen på betongen i dekke A var 42 døgn, og 281 døgn for dekke B. Materialparametere som brukes bør gjengi den fysiske tilstanden til konstruksjonen for å finne den virkelige kapasiteten på konstruksjonen (2). Midlere verdier er derfor brukt.

Trykkfasthet

Midlere trykkfasthet f_{cm} er gitt i ACI Journalen (3), og er basert på gjennomsnittsverdien av tre 150x300 mm sylindertester. Denne verdien blir brukt for å beregne E-modul og bruddenergi.

Strekkfasthet

Midlere strekkfasthet er gitt i ACI journalen (3), og basert på *double punch tests* på fire 150x150 sylindre.

E-modul

Det er brukt en redusert E-modul, for å ta hensyn til riss på grunn av kryp, svinn og liknende (2). Forenklet kan en reduksjonsfaktor brukes på formelen for E_c gitt i eurokode 2 (8).

$$E_c = 0.85E_{c0} \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0.3} \quad (3.1)$$

Der $E_{c0}=22000$ MPa, og $f_{cm0}=10$ MPa

Poisson tall

Poisson tallet ν er 0.15

Massetetthet

Massetetthet for armert betong, $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3 = 0.0000025 \text{ kg/mm}^3$.

Bruddenergi

Bruddenergi for strekk G_f og trykk G_C , er beregnet etter formlene 4.2 og 4.3. Største diameter på tilslaget i begge dekkene er 16 mm.

$$G_F = G_{F0} \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0.7} \quad (3.2)$$

$$G_C = 250G_F \quad (3.3)$$

Der:

$G_{F0} = 0.030 \text{ Nmm/mm}^2$ for tilslag med maks 16 mm diameter, og $f_{cm0}=10$ MPa.

Reduksjonsfaktor for trykkfasthet på grunn av sideveis rissing

Minimum reduksjonsfaktor β_{\min} for trykkfasthet på grunn av sideveis rissing er satt lik 0.4.

Tøyningsverdier

Disse verdiene blir automatisk beregnet av DIANA, men brukes i etterbehandlingen av analysene. Formlene 3.4-3.8 er i henhold til valgte materialmodeller for betong i strekk og trykk. En del av verdiene avhenger av båndbredden for riss h_{eq} , og vil derfor være forskjellige for de ulike elementene

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_t}{E_c} \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_u = \frac{G_F}{h_{eq} f_t} \quad (3.5)$$

$$\alpha_{c/3} = -\frac{1}{3} \frac{f_c}{E_c} \quad (3.6)$$

$$\alpha_c = -\frac{5}{3} \frac{f_c}{E_c} \quad (3.7)$$

$$\alpha_u = \alpha_c - \frac{3}{2} \frac{G_c}{h_{eq} f_c} \quad (3.8)$$

Dekke	A	B
Strekkfasthet f_t [MPa]	4.58	4.16
Trykkfasthet f_c [MPa]	52.4	58.8
E-modul E_c [MPa]	30740	31280
Bruddenergi i strekk G_f [Nmm/mm ²]	0.0956	0.1037
Bruddenergi i trykk G_c [Nmm/mm ²]	23.9	25.925
Båndbredde for riss h_{eq} , bjelke [mm]	-	110
Båndbredde for riss h_{eq} , skall [mm]	105	105
Båndbredde for riss h_{eq} , plan tøyning [mm]	-	20

Tabell 3.2: materialparametere for betong.

Dekke	A	B
ε_{cr}	0.000148	0.000131
ε_u Bjelkeelement	-	0.000227
ε_u Skallelement	0.000199	0.000237
ε_u Plan tøyning	-	0.00125
$\alpha_{c/3}$	-0.000568	-0.00063
α_c	-0.00284	-0.00308
α_u Bjelkeelement	-	-0.00910
α_u Skallelement	-0.00936	-0.00938
α_u Plan tøyning	-	-0.0361

Tabell 3.3: Tøyningsverdier

3.2.2 Armering

Gjennomsnittlige materialeegenskaper for armeringen er basert på tester av samme armering som er brukt i dekkene. Poisson tallet for armeringen brukt i DIANA er 0.

Dekke	A		B	
	8 (skjær)	12 (lengde)	6 (skjær)	12 (lengde)
Nominell diameter \varnothing [mm]	8 (skjær)	12 (lengde)	6 (skjær)	12 (lengde)
Flytespenning f_y [MPa]	536	503	574	561
Strekfasthet f_u [MPa]	626	608	601	671
Tøyning ved maks spenning %	5.43	6.74	2.28	9.55
Maks tøyning ε_{su} %	6.8	8.9	2.65	11.17
E-modul E_s [MPa]	207.0	200	209.4	200.0

Tabell 3.4: Materialparametere armering

3.2.3 Interface elementer og stålplater

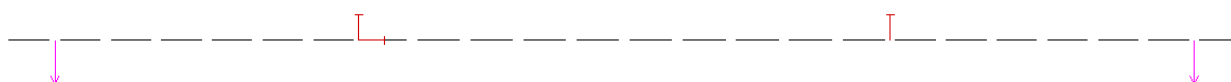
For å unngå store spenningskonsentrasjoner i oppleggene og ved lastpåføring, ble det brukt *interface* elementer mellom stålplater og betong i opplegg og under laster. Materialeegenskaper for stålplatene er ikke gitt. Det er derfor valgt typiske verdier for stål, med E-modul=210000 MPa, og Poisson-tall ν lik 0.3. Disse ble gitt lineær normalstivhet og lineær skjærstivhet. Disse ble henholdsvis satt lik $K_n = 20 \text{ N/mm}$, og $K_t = 0.00002 \text{ N/mm}$. Lav skjærstivhet gjør at det er tilnærmet friksjonsfritt, og at lite skjærkrefter overføres mellom stål og betong.

3.3 LFEM analyser

En lineær elastisk analyse er hensiktsmessig å utføre før en NFEM analyse, for å validere at elementmodellen fungerer som den skal. I en dimensjoneringsammenheng vil man fra LFEM analysene kunne bruke moment og skjærkraftdiagram for å finne snittkrefter. Selve dimensjoneringen må gjøres med håndberegninger. Alle spenninger er i Mpa.

3.3.1 Analyse med 2D bjelkeelementer

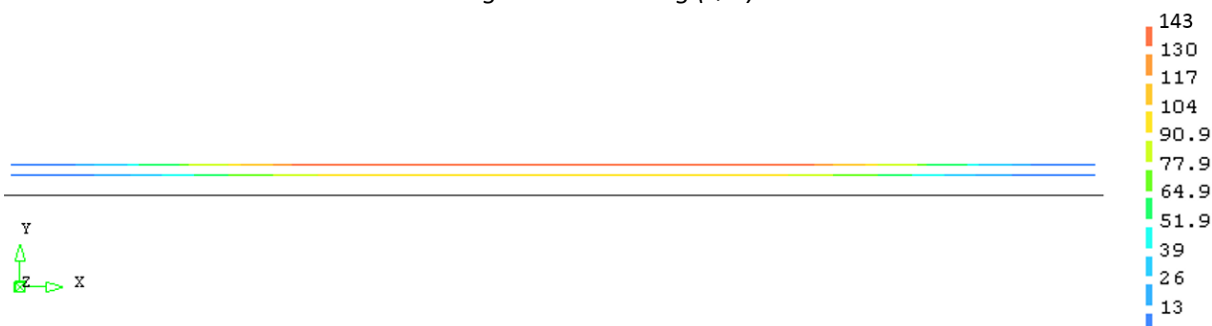
I bjelkeanalysen er det brukt 3 noders CL9BE bjelkeelementer. Som anbefalt i brukermanualen til DIANA (6) er det brukt redusert integrasjon med to integrasjonspunkter langs bjelkeaksen. Tre punkt Simpson er brukt i høyden av tverrsnittet. Ved bruk av bjelkeelementer kan det bare brukes *embedded bar* armering, lagt langs bjelkens lengdeakse. Tverrsnittets geometri og mengde armering er som vist i Figur 3.2. Last er påført i noder som tilsvarer midten av stålplatene der lasten påføres i forsøkene. Tilsvarende er fastholdningene i midten av oppleggene, med fastholdning i X og Y retning i venstre opplegg, og Y retning i høyre opplegg. Inndelingen av elementnettet er utført så elementene er om lag like store (106-112 mm). Lastene er satt lik 300 kN. Tverrkontraksjonstall for betongen og E-moduler er gitt i kapittel 3.2.



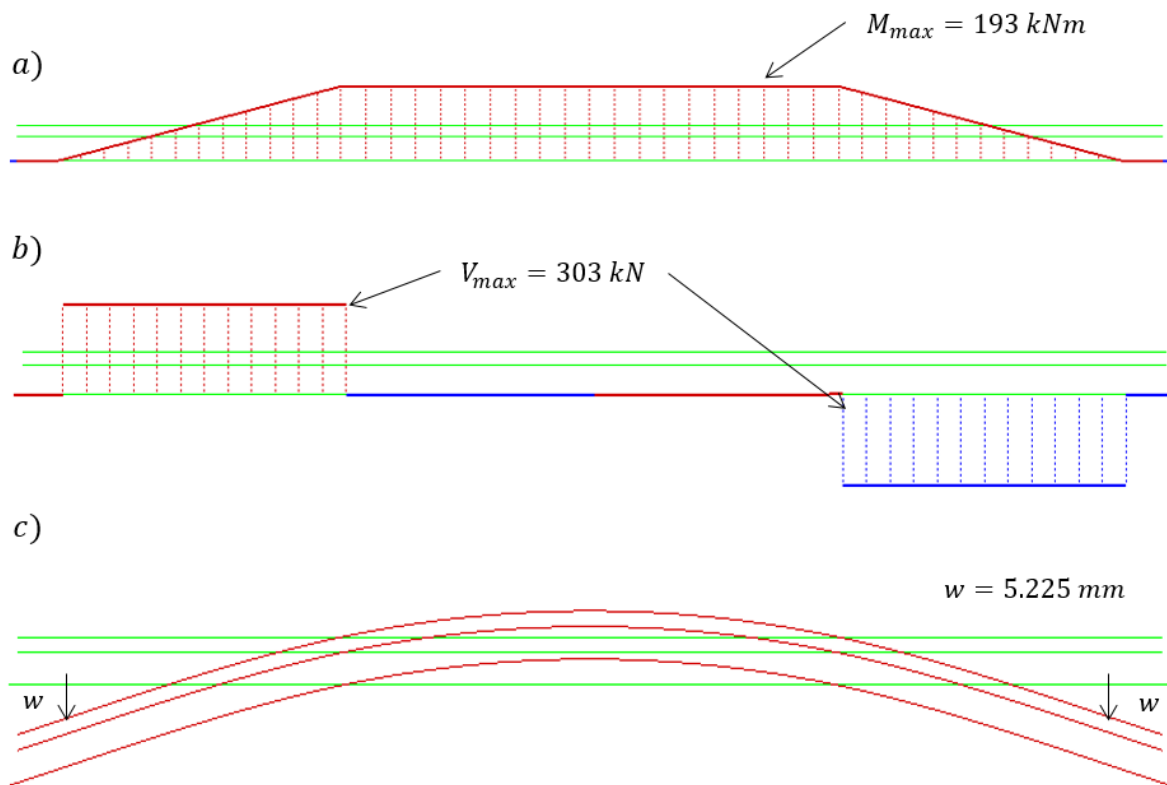
Figur 3.7: Elementinndeling, laster og randbetingelser



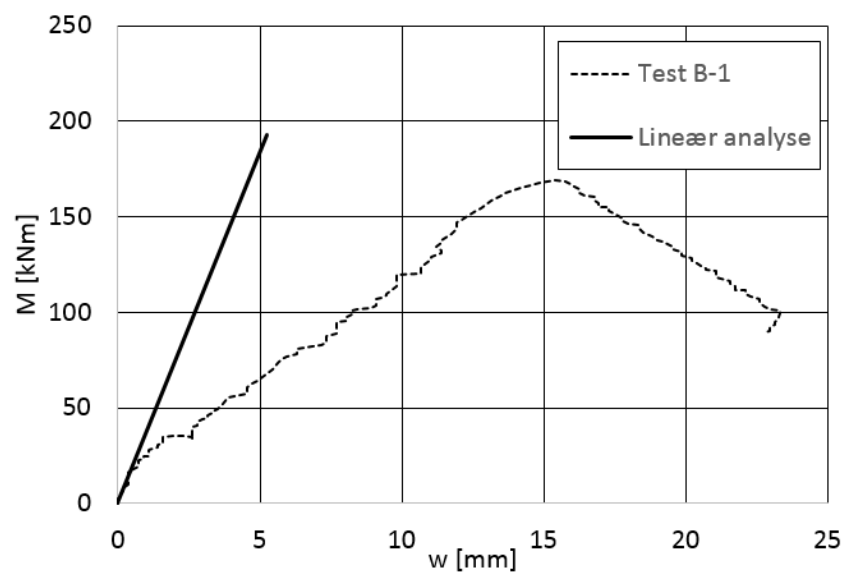
Figur 3.8: armering (rød)



Figur 3.9: Spenning i armering



Figur 3.10: M , V og deformasjon fra analyse

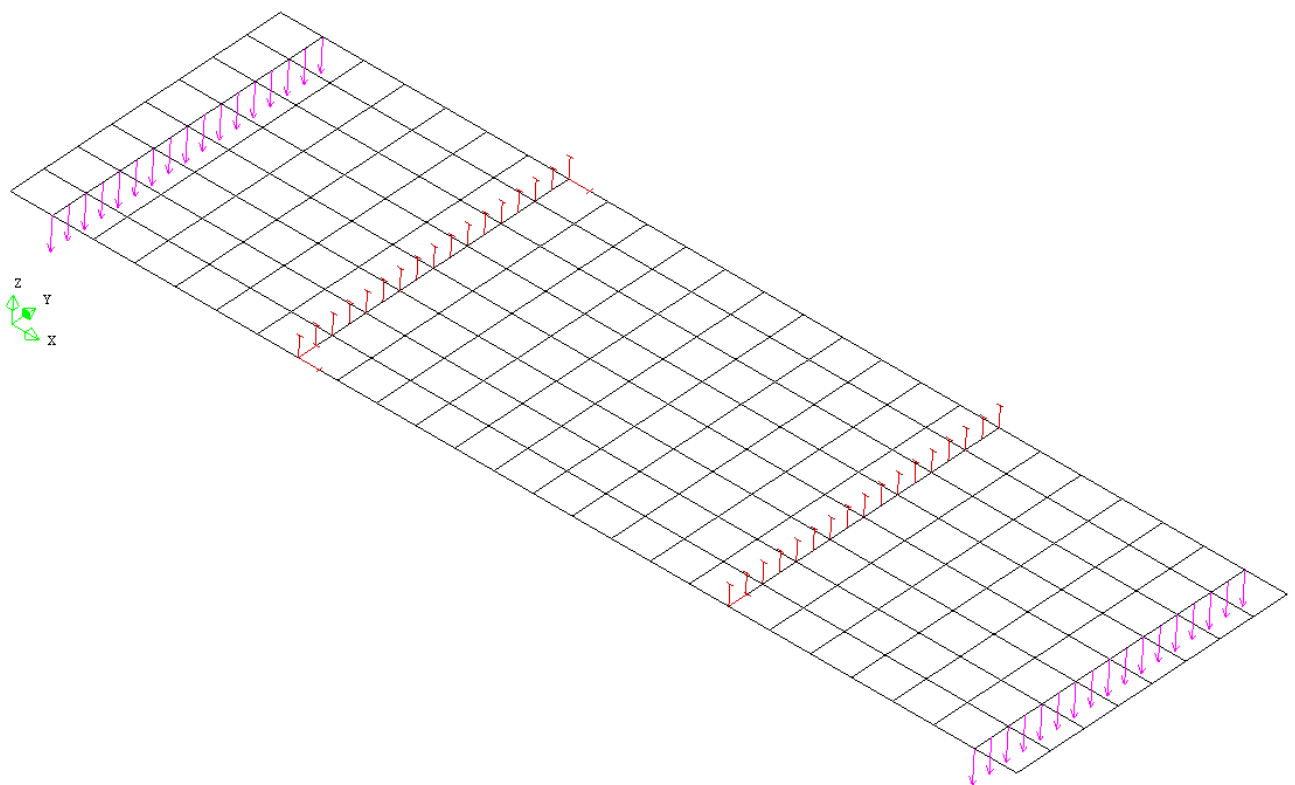


Figur 3.11: Initial stivhet

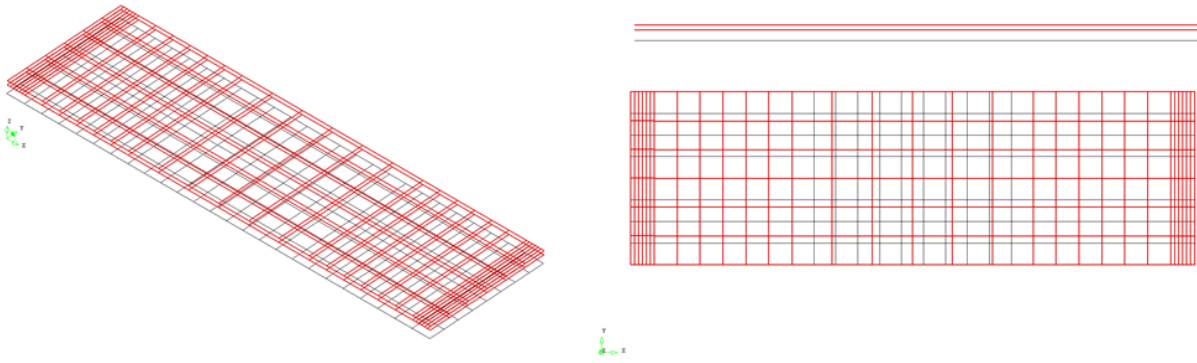
Det er enkelt å få opp momentdiagram og skjærkraftdiagram. Fordelingen av moment og skjærkrefter er som forventet. Spenningen i armeringen er vist i Figur 3.9. Størst spenning opptrer midt på dekket i den øverste armeringen, og er dermed som forventet for denne typen geometri og last. Spenningen er i det lineære området. Som vist i Figur 3.11, stemmer stivheten av den lineære analysen godt overens med den initiale stivheten i test B-1.

3.3.2 Analyse med 3D skallelementer, dekke B

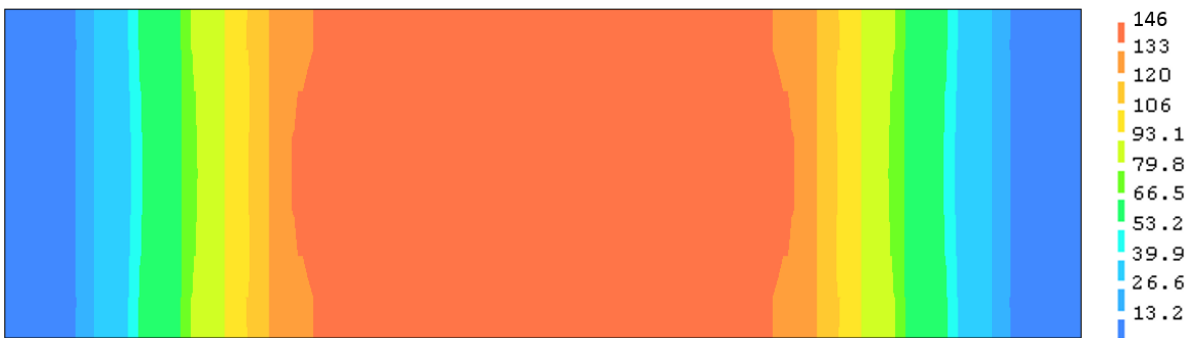
I analysen med skall ble det brukt CQ40S 3D elementer, med en elementstørrelse på om lag 100x100 mm. Armeringen er modellert som *embedded grid*. For dekke B er armeringen orientert så lokale akser for grid er lik globale akser. Skallmodellen er fastholdt i Z-retning langs hele bredden i oppleggene, i Y-retning i opplegg på ene langsiden, og i x retning i begge opplegg ved breidsiden, som vist i Figur 3.12. Armeringen i modellen er vist i Figur 3.13. Ved bruk av grid ser det ut som det er mere armering på endene, men det er fordi DIANA viser grid med gitt antall streker pr overflate i elementmodellen. Geometri og mengde armering er i henhold til ACI rapport, som vist i Figur 3.2, bortsett fra tversgående armering, som ikke er tatt med. Elementstørrelse i skallmodellen er om lag 100x100mm. Lastene er definert som en linjelast langs hele bredden på dekket lik 375 N/mm, som tilsvarer 300 kN for hele bredden totalt. Materialparametere er som for bjelkeanalysen, gitt i kapittel 3.2.



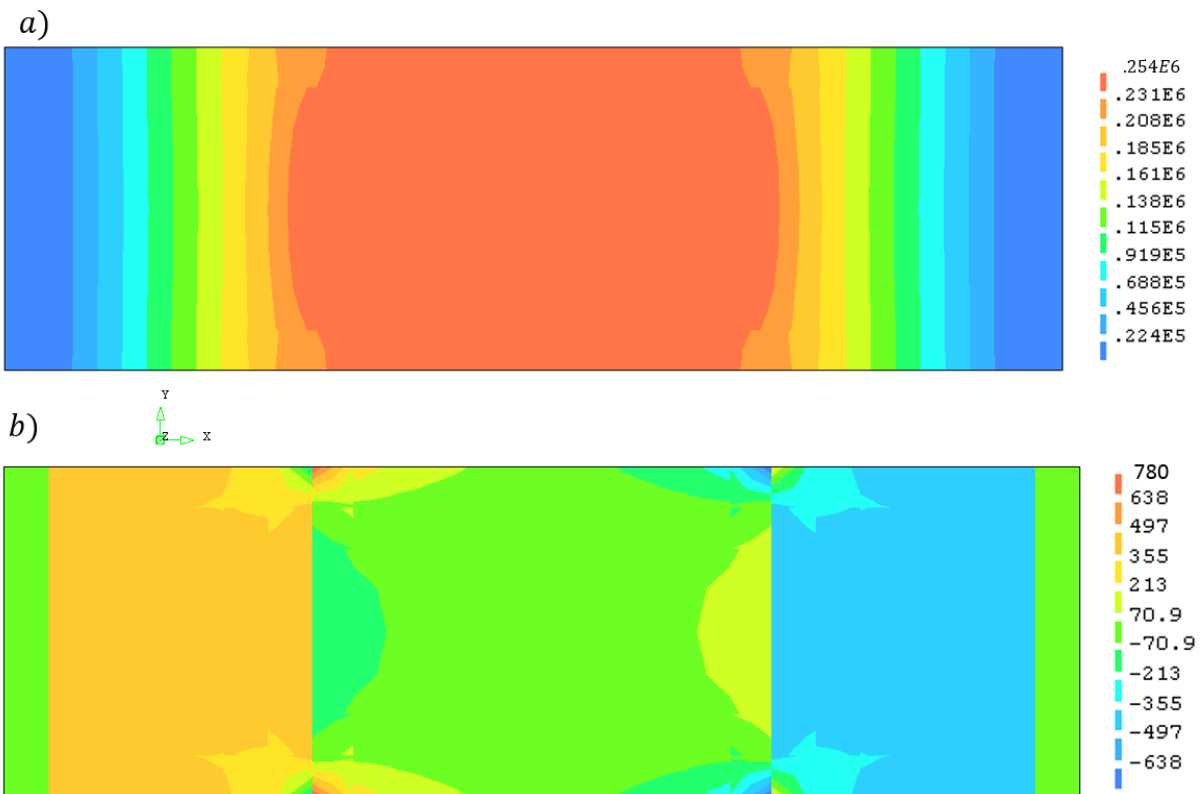
Figur 3.12: Elementinndeling, last og opplagere



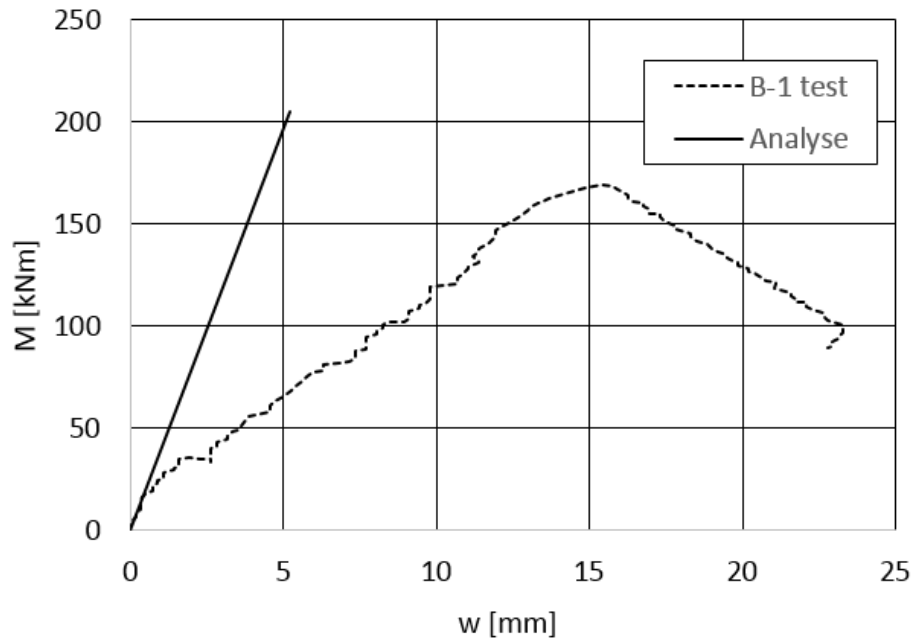
Figur 3.13: armering



Figur 3.14: Spenning i øvre armering



Figur 3.15: a) M_{xx} , b) Q_{xy}

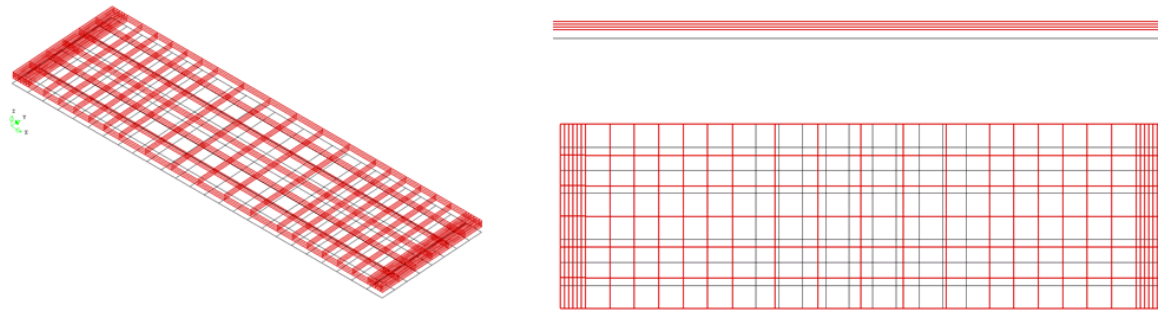


Figur 3.16: Initial stivhet

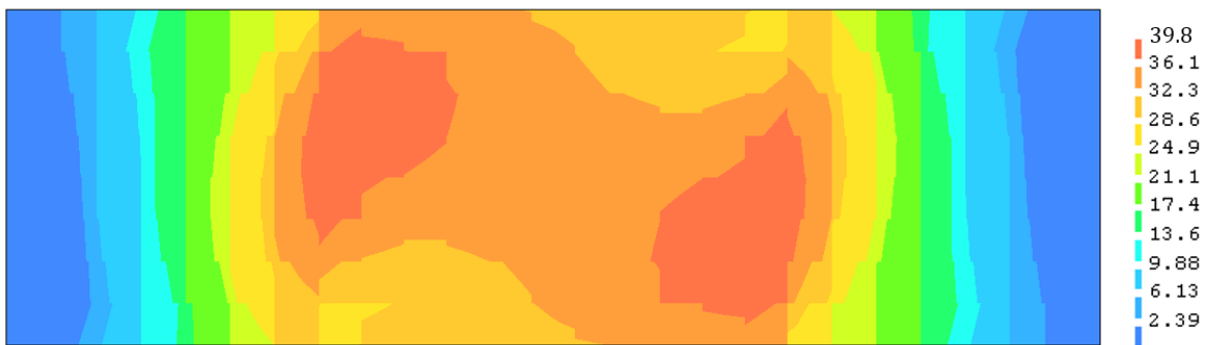
Maks spenning i armeringen er omtrent som i bjelkemodellen. Fordelingen av skjærkraft og moment vises som skallkrefter pr lengdeenhet (mm) er som ventet for gitt geometri og last, med forholdsvis lik fordeling over bredden av dekket. Momentet varierer noe over bredden, men ved å gange maksverdi med bredden, og plote mot nedbøyning midt på last-linje, stemmer stivheten bra overens med den initiale stivheten fra forsøket. Dette er vist i Figur 3.16.

3.3.3 Analyse med 3D skallelementer, dekke A

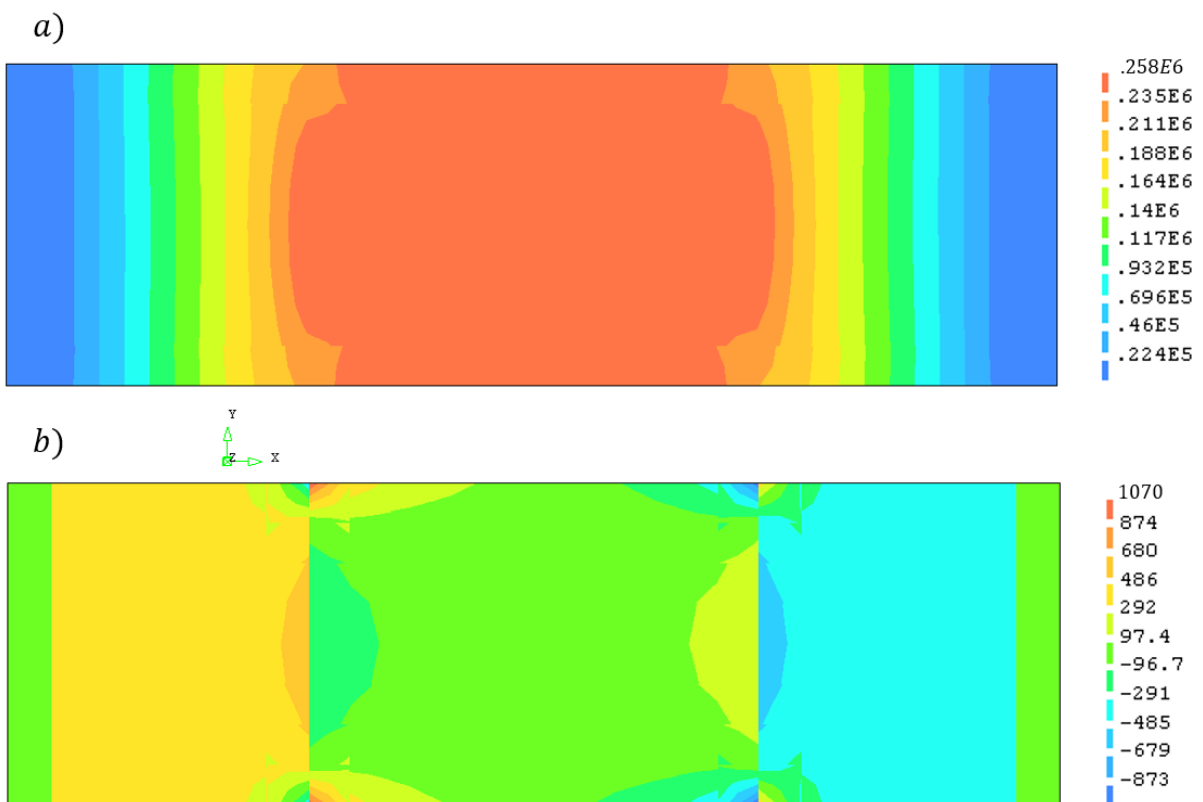
Elementinndelingen, elementtype, opplagere og laster er som for dekke B, vist i Figur 3.12. Tverrkontraksjonstall for betongen, og E-moduler for betongen og armeringen er gitt i kapittel 3.2. Av de forskjellige analysemodellene i denne oppgaven, er det kun med skallelementer armering med 45° orientering i forhold til lengdeaksen kan modelleres. Dekke A er derfor bare modellert med skallelementer. Armeringen er modellert med *embedded grid*, og er rotert 45° i forhold til lengdeaksen på dekket. Dekke A har også blitt modellert med *embedded bar*, der armeringsjernene er lagt inn hver for seg. Det er vist i vedlegg A. Ved bruk av grid ser det ut som det er mere armering på endene. Det er fordi DIANA viser grid med gitt antall streker pr overflate i elementmodellen. Roteringen på armeringen vises heller ikke.



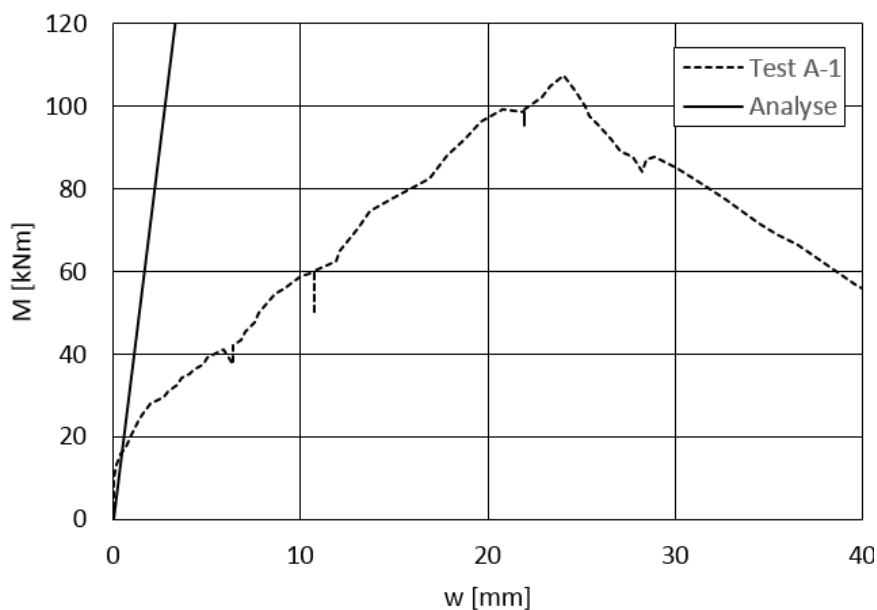
Figur 3.17: Armering dekke A grid



Figur 3.18: Spenning i øvre armering $S_{xx}=S_{yy}$



Figur 3.19: a) M_{xx} b) Q_{xz}



Figur 3.20: Initial stivhet

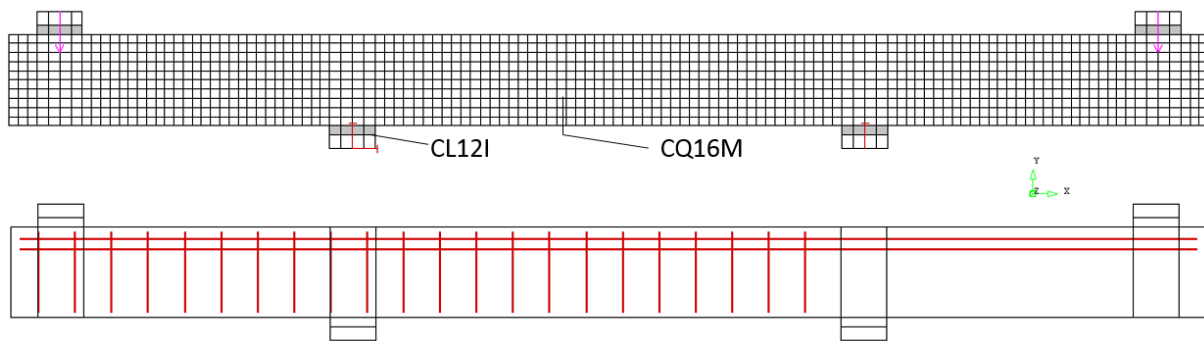
Størrelsesorden og fordeling av bøyemoment M_{xx} og skjærkrefter Q_{xz} er som forventet ut fra geometri og last. Momentet varierer noe over bredden, men ved å gange maksverdi med bredden, og plote mot nedbøying midt på last-linje, stemmer stivheten bra overens med den initiale stivheten fra forsøket.

3.3.4 Lineær elastisk 2D Plan tøyning

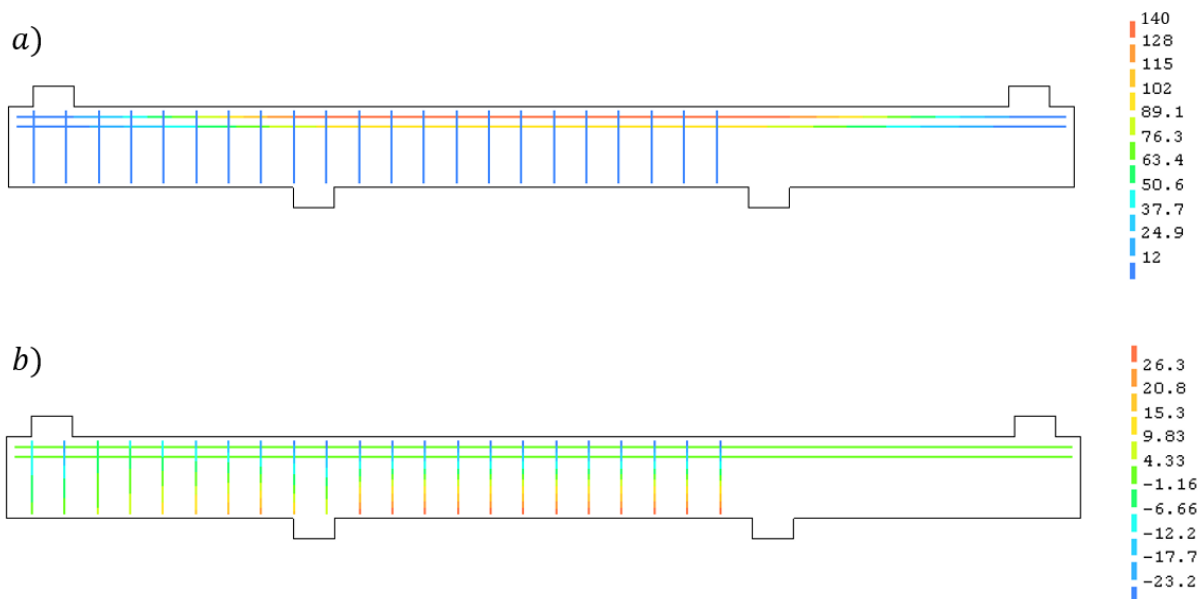
Modellen med plan tøyning elementer har et fint mesh, og en elementstørrelse på om lag 20x20mm. Det ble forsøkt å få elementstørrelsen så lik som mulig, men elementene ble noe større over opplegg og under lastpåføring for å oppnå kompatibilitet. I denne modellen ble det brukt CQ16E plan tøyning elementer, som ble valgt fordi dekket er relativt bredt i forhold til høyden. Dekket har enhetstykkelse lik 1 mm. Last og armering er derfor pr mm tykkelse. Mellom betongen og stålplatene ved opplegg og under last ble det brukt CL12I interface elementer for å unngå store spenningskonsentrasjoner. Last er påført midt på stålplatene på toppen.

Som opplagerbetingelser er det brukt fastholdning i X og Y retning i venstre opplegg, og Y retning ved høyre opplegg. For å få opp moment- og skjærkraftdiagram med en plan tøyning modell, er det midt i bjelken lagt inn CL3CM *composed line* elementer. Lastene er i den lineær-elastiske analysen satt lik 375 N, som tilsvarer 300 kN for hele dekket. Moment og skjærkraft må derfor ganges med 800 mm for å få total verdi på hele dekket, noe som er gjort i diagrammene i Figur 3.23. Lineære materialparametere: E-moduler Poisson tall og *interface*

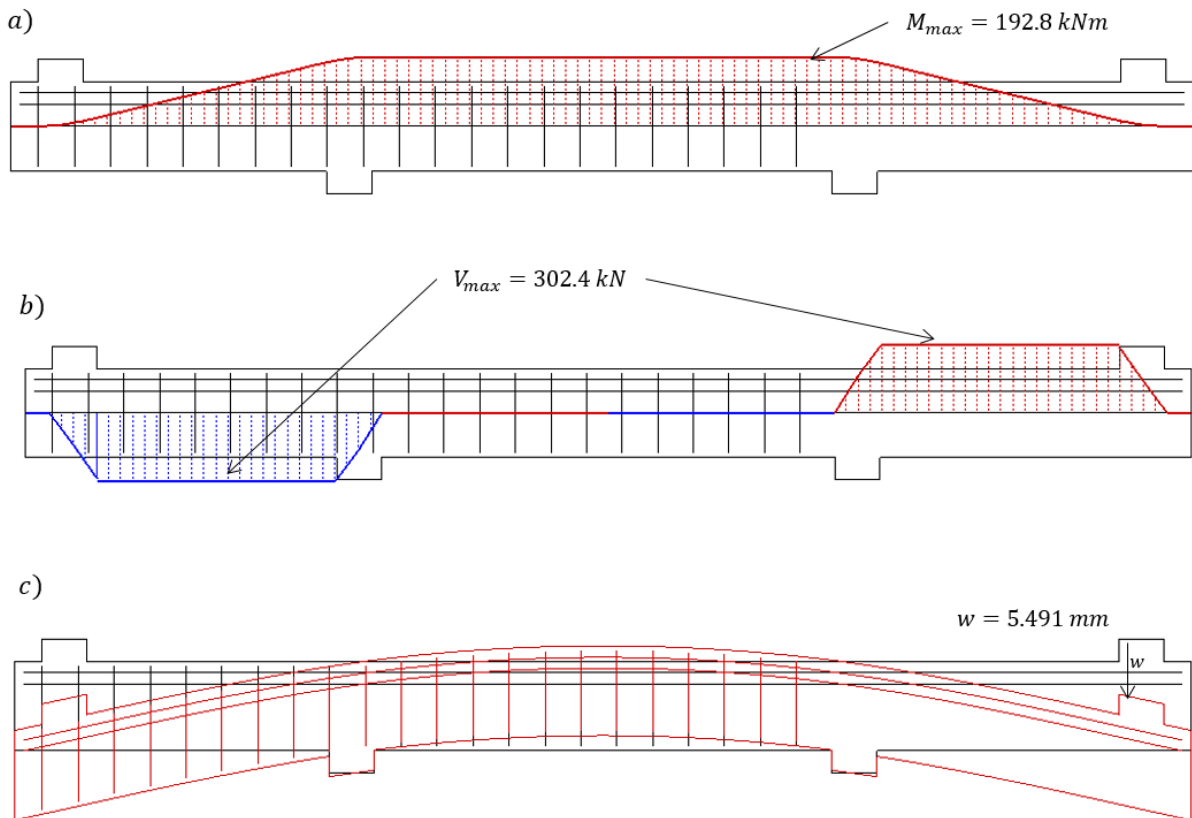
stivheter er gitt i kapittel 3.2. Tverrsnittets geometri og mengde armering er som vist i Figur 3.2.



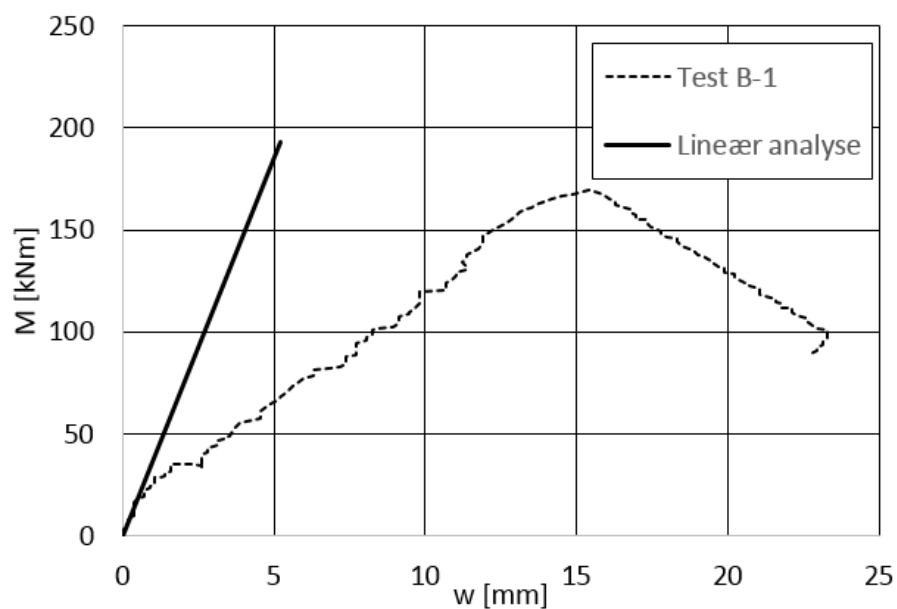
Figur 3.21: Elementnett og armering



Figur 3.22: spenning i armering i a) x-retning b) y-retning



Figur 3.23: a) Momentdiagram, b) skjærkraftdiagram c) nedbøying



Figur 3.24: Initial stivhet

Den lineært elastiske analysen stemmer godt overens med den initiale stivheten til dekke B. Fordelingen av moment, skjærkraft og spenninger i lengdearmoring er som forventet med gitt geometri og last, og omtrent lik som med bjelkeelementer.

3.3.5 Håndberegning a momentkapasitet og skjærkraftkapasitet

For å få en mest mulig virkelig kapasitet, er det brukt midlere materialparametere. Nødvendige materialparametere, armering og dimensjoner er gitt i kapittel 3.2. Partialfaktor for betong γ_c og stål γ_s er begge satt lik 1.

Håndberegning av momentkapasiteten er utført med formler gitt i læreboken «betongkonstruksjoner» skrevet av Svein Ivar Sørensen (10). Formelen for momentkapasitet neglisjerer betongens strekkfasthet:

$$M_R = 0.8\alpha(1 - 0.4\alpha)f_c b d^2 \quad (3.9)$$

Der:

$$\alpha = \frac{f_y A_s}{0.8 f_c b d} \text{ for underarmerte tverrsnitt, } \alpha < \alpha_{bal}$$

$$\alpha_{bal} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}}$$

d er tverrsnittets effektive høyde.

αd er trykksonehøyden

b er bredden på tverrsnittet

A_s er arealet av lengdearmeringen

f_c er betongens trykkfasthet

f_y er flytespenningen til armeringen

Med verdier innsatt i formel 3.9, blir momentkapasiteten for dekke B lik:

$$M_{R,B} = 188.3 \text{ kNm}$$

Skjærkraftkapasiteten for delen av dekket uten skjærarmering, er beregnet etter Eurokode 2 6.2.2(1) (8). Denne kan i en dimensjoneringsammenheng sammenlignes med skjærkraften i en avstand d fra opplegget dersom konstruksjonsdelen hovedsakelig er påkjent av en jevnt fordelt last etter eurokode 2 6.2.1(8) (8).

$$V_R = [C_{Rd,c} k (100 \rho_L f_c)^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \quad (3.10)$$

Med en minsteverdi:

$$V_R = (V_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad (3.11)$$

Der:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \text{ med } d \text{ i mm}$$

$$\rho_L = \frac{A_s}{b_w d} \leq 0.02$$

b_w er den minste bredden av tverrsnittet i strekksonen

$\sigma_{cp} = N_{ed}/A_c < 0.2f_{cd}$ der N_{ed} er aksiallasten fra laster og forspenning A_c er arealet av betongtverrsnittet.

$$V_{min} = 0.0035k^{3/2}f_c^{1/2}$$

$$C_{Rd,c} = 0.18/\gamma_c \text{ med største tilslag større eller lik 16mm}$$

$$k_1 = 0.15$$

Med verdier innsatt i formel 3.10, blir skjærkraftkapasiteten for dekke B lik:

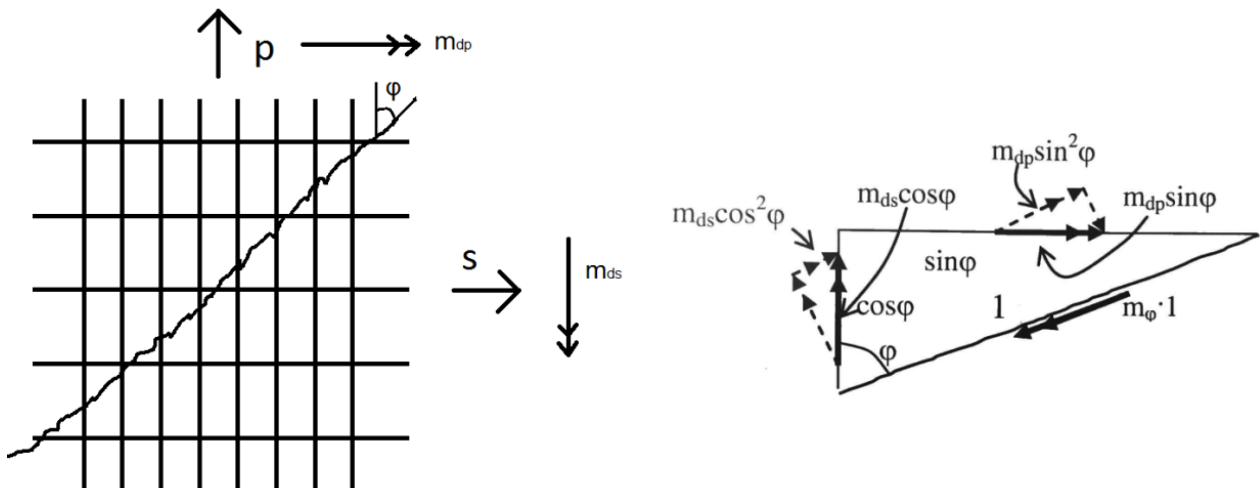
$$V_{R,B} = 218.6 \text{ kNm}$$

Skjærkraftkapasiteten gir et maksimalt moment i opplegg på:

$$M_{R,B} = 0.64 \cdot V_{R,B} = 140 \text{ kNm}$$

Dermed er skjærkraftkapasiteten dimensjonerende for dekke B i test 1.

For dekke A må det tas hensyn til at armeringen ikke har samme orientering som hovedretningen for bøyemoment og skjærkraft. Det kan brukes likevektsligninger for å bestemme momentkapasiteten langs bruddlinjen, vist i Figur 3.25.



Figur 3.25: Element på skrå bruddlinje

For armering i to retninger, lagt vinkelrett i forhold til hverandre, er likevekten for et element på en bruddlinje riss med enhetslengder:

$$m_{\varphi} \cdot 1 = m_{dp} \sin^2 \varphi + m_{ds} \cos^2 \varphi \quad (3.12)$$

Der:

m_{dp} er momentkapasitet i hovedretning p

m_{ds} er momentkapasitet i sekundær retning s

m_{φ} er momentkapasitet langs bruddlinje

φ er vinkel mellom hovedretning og bruddlinje

Med lik armering i begge retninger blir formelen for momentkapasiteten langs bruddlinjen:

$$m_{\varphi} = m_{dp} (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) = m_{dp} = m_{ds} \quad (3.13)$$

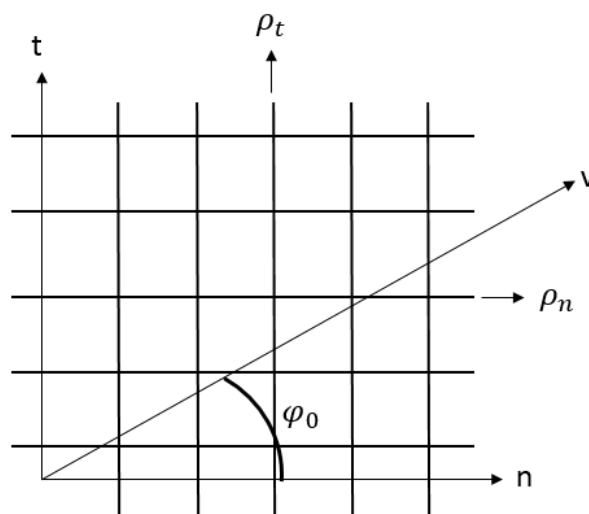
Siden dekke A har lik mengde armering i begge retninger, lagt ortogonalt, blir momentkapasiteten lik i alle retninger. Momentkapasiteten beregnes i 800 mm bredde i n- og t-retning, der 10 stk $\varnothing 12$ i to lag er tatt med. Med verdier innsatt i formel 3.12 blir momentkapasiteten for dekke A:

$$M_{R,A} = 162 \text{ kNm}$$

Skjærkraftkapasiteten for dekke A uten skjærarmering beregnes etter eurokode 2 6.2.2 (8), men armeringsforholdet for lengdearmering i hovedretningen for skjærkraften må bestemmes. Gjennomsnittlig armeringsforhold for lengdearmering i hovedretningene for armeringen (n- og t-retning) er gitt i Tabell 3.1. Armeringsforhold for lengdearmering i hovedretningen for skjærkraften ρ_L , som beregnes etter formel 3.14, gitt i kompendiet for faget betongkonstruksjoner 3 ved NTNU (19):

$$\rho_L = \rho_n \cos^2 \varphi_0 + \rho_t \sin^2 \varphi_0 \quad (3.14)$$

Der φ_0 er vinkel mellom hovedretning for skjærkraft og n-akse, vist i Figur 3.26.



Figur 3.26: Armeringsforhold i hovedretning for skjærkraft

For dekke A er armeringsforholdet i begge hovedretninger likt, og skjærkraftkapasiteten blir dermed lik i alle retninger. Skjærkraftkapasiteten etter formel 3.10 blir:

$$V_{R,A} = 205 \text{ kN}$$

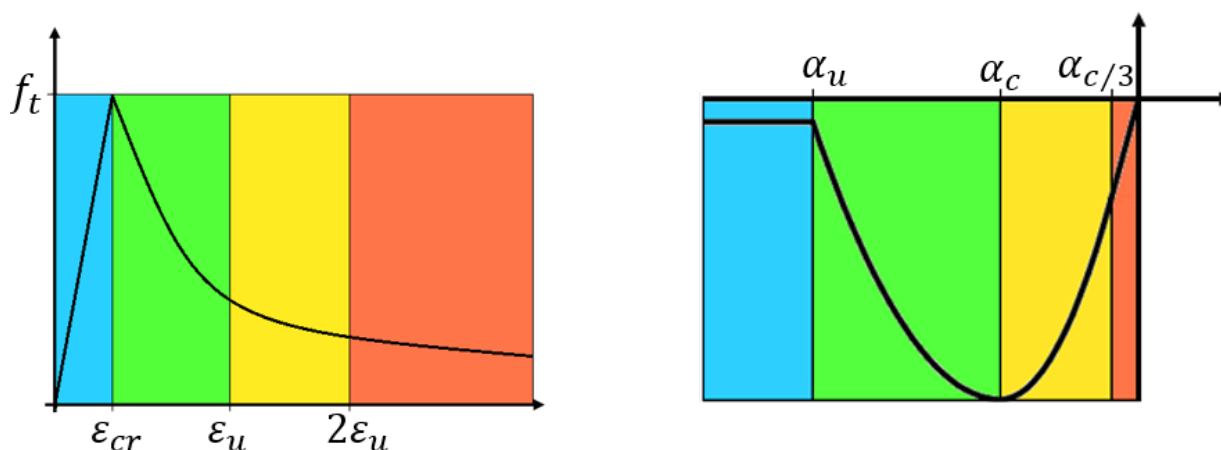
Skjærkraftkapasiteten gir et maksimalt moment i opplegg på:

$$M_{R,A} = 0.64 \cdot V_{R,A} = 131.2 \text{ kNm}$$

Dermed er skjærkraftkapasiteten dimensjonerende for maksimal last på dekke A i test 1.

3.4 NFEM analyser

I NFEM analysene må det gjøres en del valg. Det må bestemmes Iterasjonsprosedyre, største antall iterasjoner, antall laststeg, størrelse på laststeg og konvergenzkriterium. Disse valgene er gitt i delkapitlene for de enkelte analysene siden de varierer noe. Det er valgt å bruke forskyvningskontroll i alle NFEM analysene. Størrelsen på laststegene er valgt med utgangspunktet i 20-30 laststeg til maks last for test B-1. Figur 3.27 viser verdiene som er brukt for å visualisere tøyninger i betongen. Alle spenninger er i Mpa.



Figur 3.27: Konturverdier for Strekk-tøyninger og trykk-tøyninger i betongen

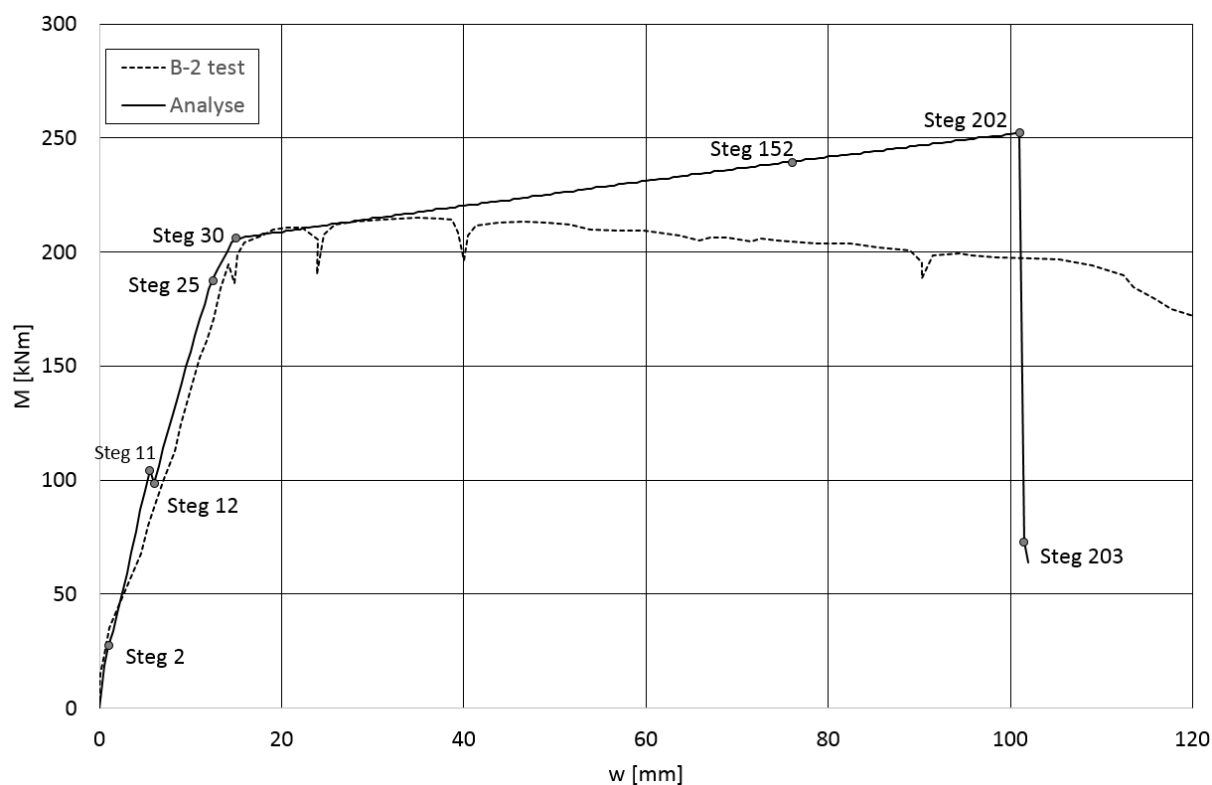
3.4.1 Analyse med 2D bjelkeelementer dekke B

Elementmodellen er presentert i kapittel 3.3.1. Materialparametere for betong og armering brukt i analysen, er gitt i kapittel 3.2. Rissmodellen som er brukt er «fixed» med $\beta=0.1$, men hvilken modell som brukes har ikke noen betydning, siden rissene oppstår normalt på bjelkeaksen. Det er derfor kun strekkmodellen og båndbredden som avgjør utviklingen av riss. Dette gjelder også for skallelementer. I den ikke lineære analysen er båndbredden for riss er satt lik 110 mm, som er om lag lengden på elementene, og omtrent standard i DIANA.

Iterasjonsprosedyre	Regular Newton Rhapsion
Maks antall iterasjoner	100
Konvergenzkriterium last	0.01
Konvergenzkriterium energi	0.0001
Last, egenvekt	$g=9,81 \text{ m/s}^2 \rightarrow 9.81 \text{ N/kg}$
Last, deformasjon	25 mm
Laststeg	0.02(250)

Figur 3.28: Analysevalg NFEM bjelkeanalyse dekke B

Last-deformasjonskurven for analysen og kurven for test B-2 (duktilt bøyebrydd) er vist i Figur 3.29. Kurven har en liten knekk fra lasttrinn 11 til 12. Etter laststeg 30 avtar stivheten betraktelig. Maksimal last i analysen oppnås ved laststeg 202, med et moment på 252.2 kNm. I laststeg 203 avtar kurven brått, og det er eneste laststeg uten konvergens.

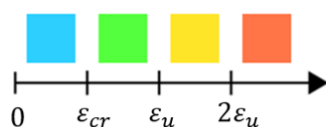


Figur 3.29: Last-deformasjonskurver for bjelkeanalyse og B-2 test

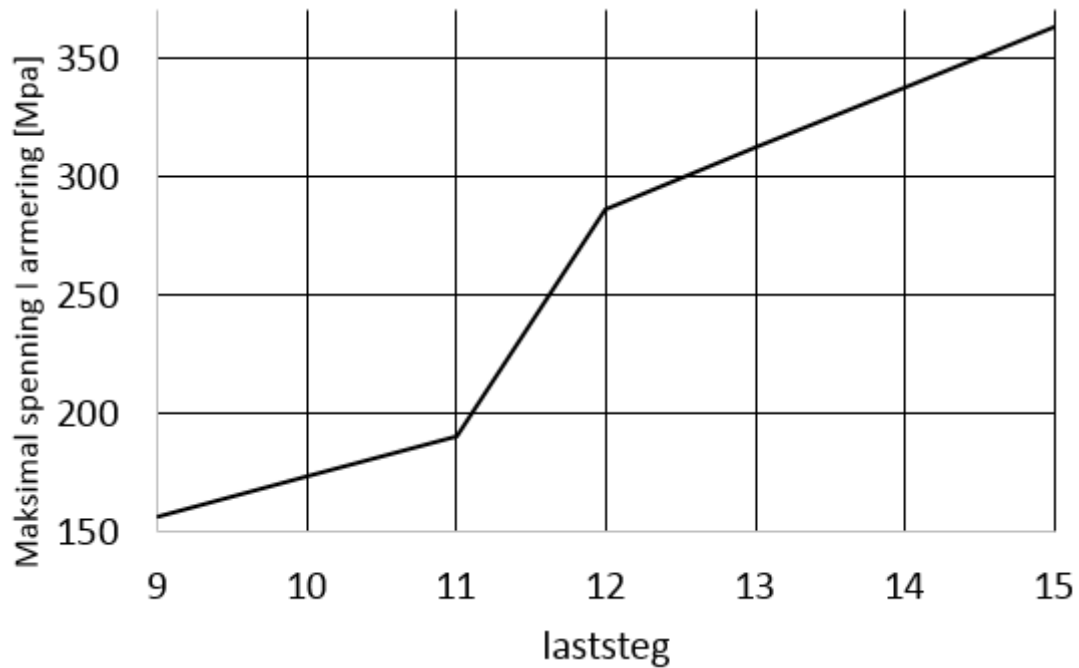
Ved laststeg 2 oppstår første riss på toppen av dekket. Ved å se på hovedstrekkføyninger i midt-overflaten av tverrsnittet observeres stor økning i føyningsverdien fra laststeg 11 til 12, vist i Figur 3.30. Det tilsier at riss oppstår i midt-overflaten i tverrsnittet. Dette resulterer også i en markant økning i maksimal spenning i armeringen, som er vist i Figur 3.31.

11

12

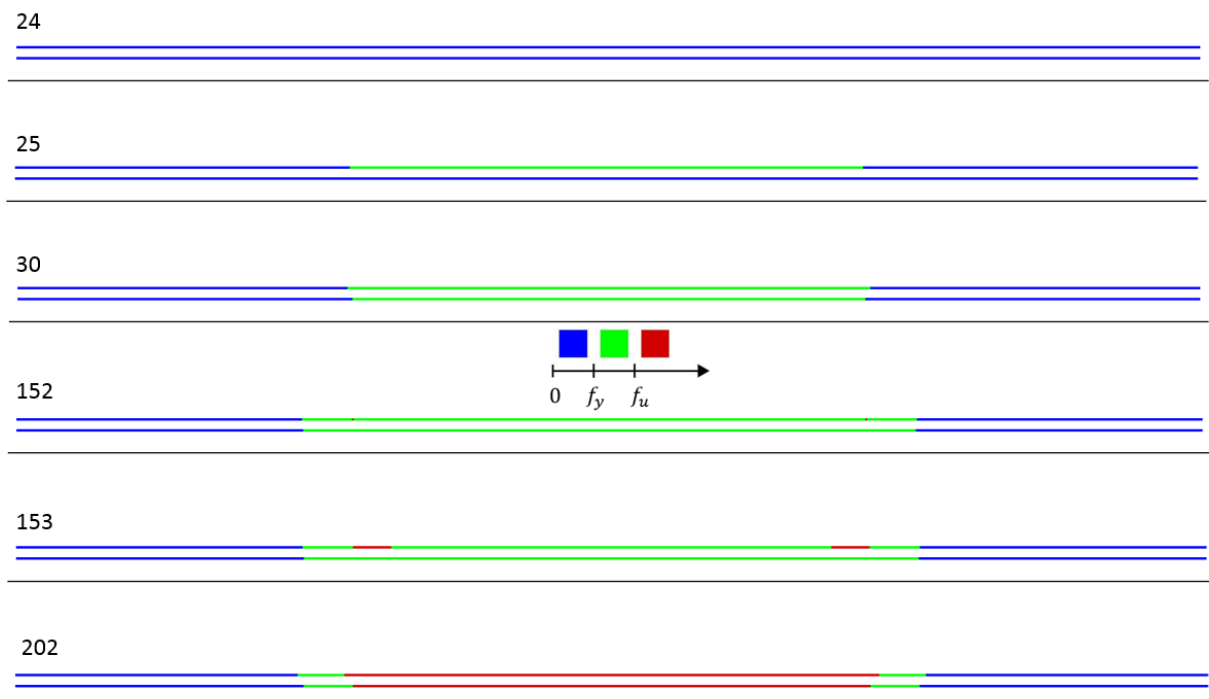


Figur 3.30: Hovedstrekkføyninger midt-overflate, laststeg 11-12



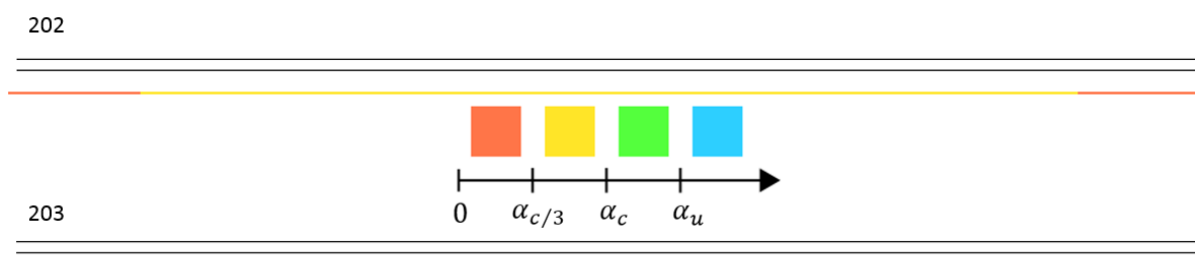
Figur 3.31: Maksimal spenning i armering laststeg 9-15

I laststeg 25 overgår flytespenningen i den øvre armeringen, som også skjer med den nedre armeringen i laststeg 30. Etter dette får kurven en mye lavere stivhet, som forklares med fastningen i armeringen. Strekkfastheten for armeringen nås i laststeg 152. Dette er vist i Figur 3.32.



Figur 3.32: spenning i armering, laststeg 24, 25, 30, 252, 153 og 202

Maksimal last i analysen last oppnås i laststeg 202. Største trykkspenning i betongen er da lik trykkfastheten, som ikke overgås i noen laststeg. Det er altså ingen *Lateral confinement* på betongen med bjelkeelementer, siden det er ingen strekkspenninger/ trykkspenninger i hverken z- eller y-retning. I laststeg 202 er maksimal spenning i armeringen 710 MPa. Som Figur 3.33 viser blir det store trykktøyninger i betongen i laststeg 203, som tilsier at det oppstår et trykkbrudd i betongen.



Figur 3.33: Hovedtrykktøyninger i bunn av tverrsnitt, laststeg 202 og 203

Som man kan se på last-deformasjonskurven for analysen, klarer ikke bjelkeelementene å beskrive skjærbruddet som skjer i forsøket. Når det oppstår trykkbrudd i betongen, har det en veldig sprø oppførsel. Det er valgt å definere maksimal last i laststeg 152, som er siste laststeg før maksimal spenning i lengdearmeringen overskrider strekkfastheten. I laststeg 152 er bøyemomentet over høyre opplegg 239.4 kNm.

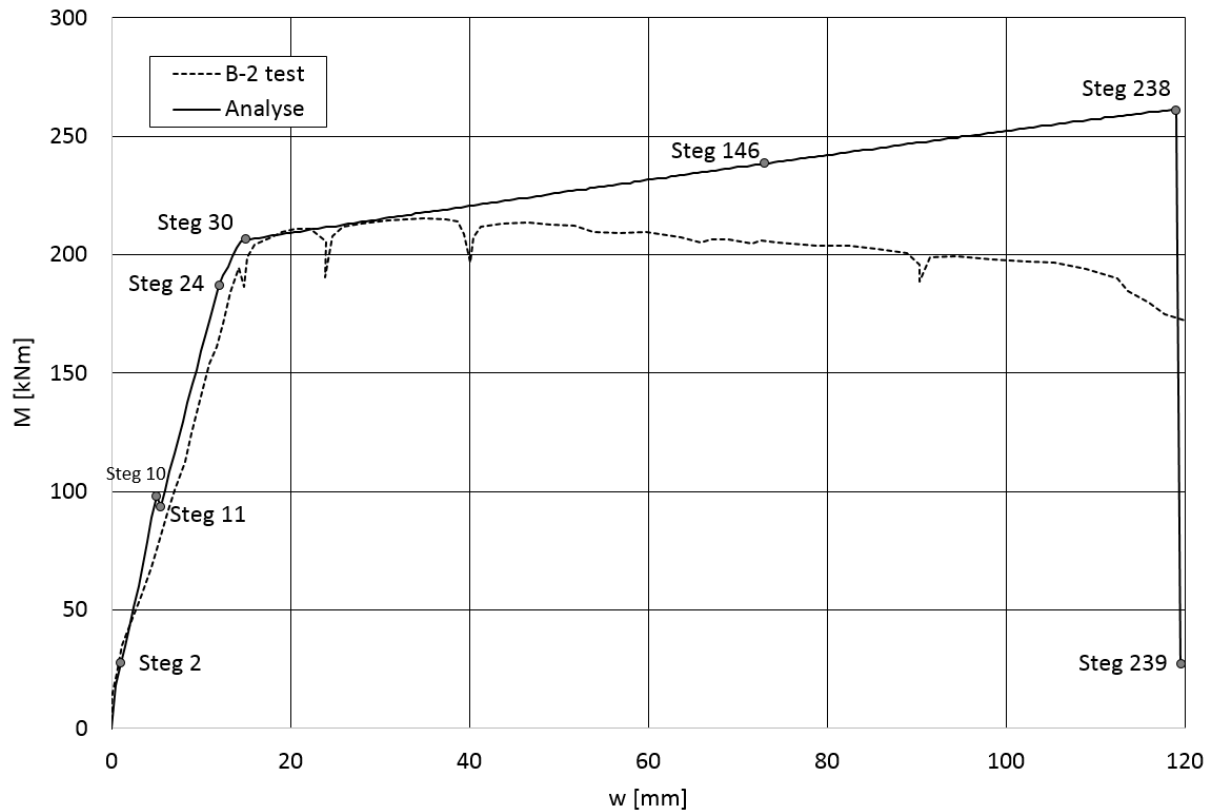
3.4.2 Analyse med 3D skallelementer, dekke B

Elementmodellen er presentert i kapittel 3.3.2. Materialparametere for betong og armering brukt i analysen, er gitt i kapittel 3.2. Båndbredden for riss er satt lik 105 mm, som er omtrent lik standardverdien i DIANA.

Iterasjonsprosedyre	Regular Newton Rhapson
Maks antall iterasjoner	100
Konvergenzkriterium last	0.01
Konvergenzkriterium energi	0.0001
Last, egenvekt	$g=9,81 \text{ m/s}^2 \rightarrow 9.81 \text{ N/kg}$
Last, deformasjon	25 mm
Laststeg	0.02(250)

Figur 3.34: Analysevalg NFEM analyse skall dekke B

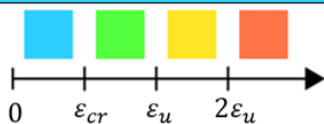
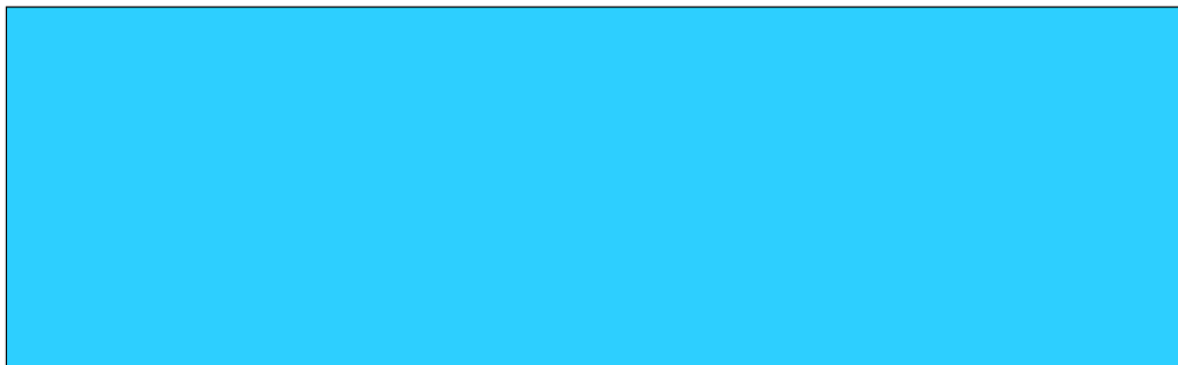
Last-deformasjonskurven for analysen er vist i Figur 3.35, sammen med kurven for test B-2 (duktilt bøyebrydd). Last-deformasjonskurven har en knekk fra lasttrinn 10 til 11. Etter laststeg 30 avtar stivheten betraktelig. Maksimal last i analysen oppnås ved laststeg 238, med et moment på 261 kNm. I laststeg 239 avtar kurven brått. Laststegene etter steg 238 konvergerer ikke.



Figur 3.35: Last-deformasjonskurver for analyse skall dekke B, og test B-2

Første riss oppstår i laststeg 2. I laststeg 10 til 11 er det en knekk på last-deformasjonskurven, der det oppstår riss i midt-overflate vist i Figur 3.36. På grunn av dette øker maksimal spenning i armeringen mere i laststeg 10 til 11, enn ellers. Dette er vist i Figur 3.37.

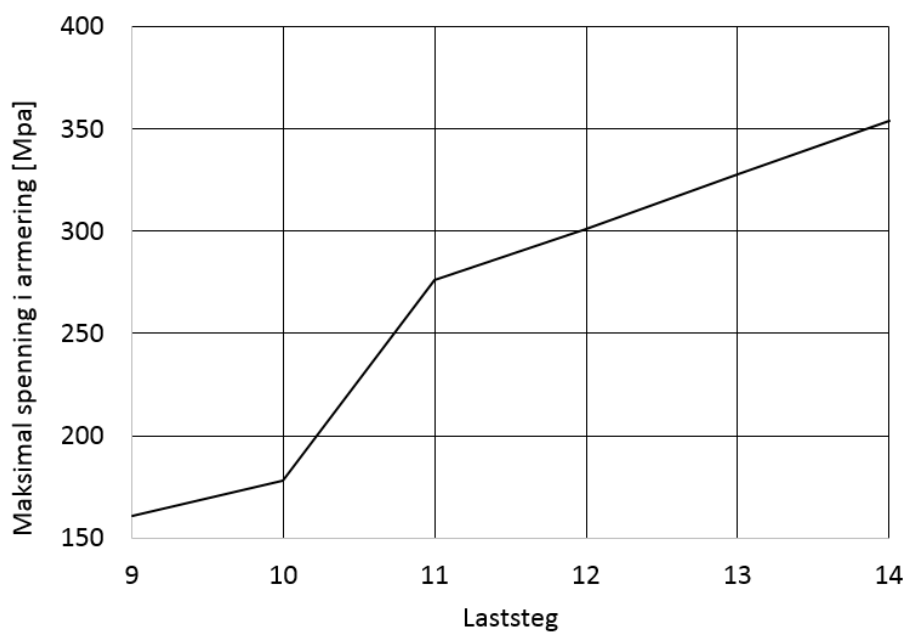
10



11



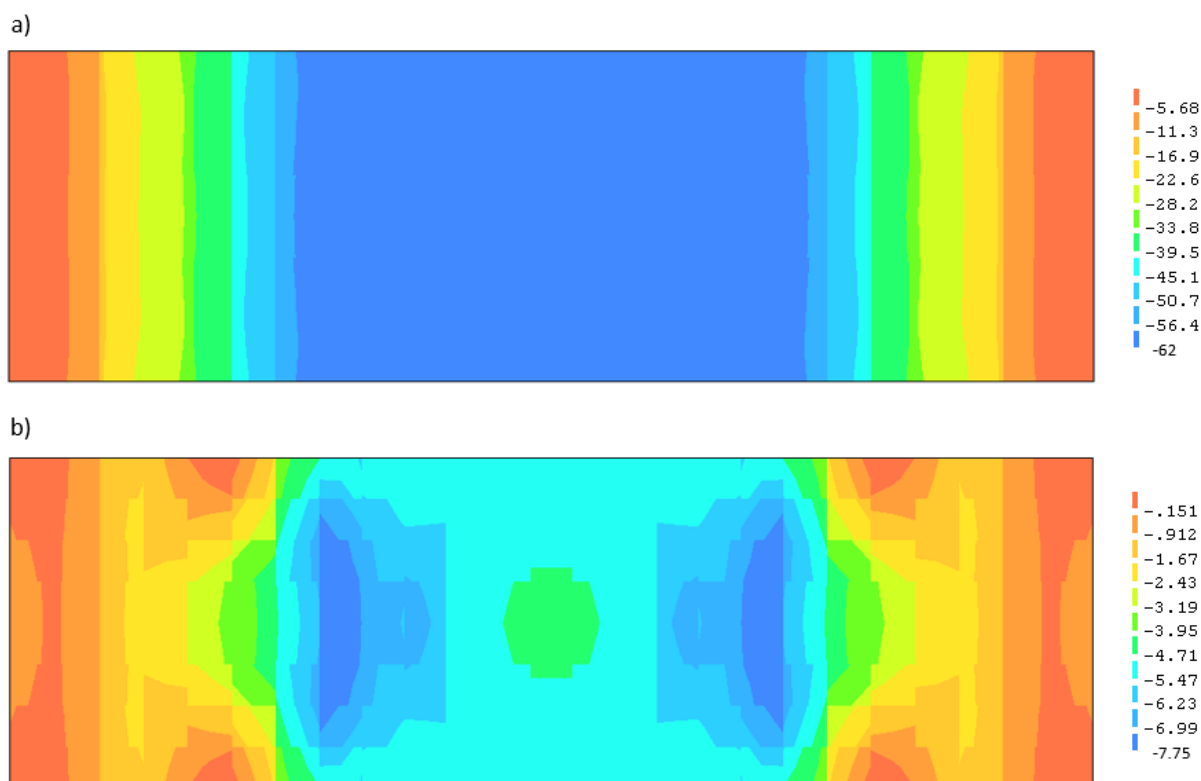
Figur 3.36: Hovedstrekkføringer i midt-overfalte, laststeg 10 og 11



Figur 3.37: Maksimal spenning i armering, laststeg 9-14

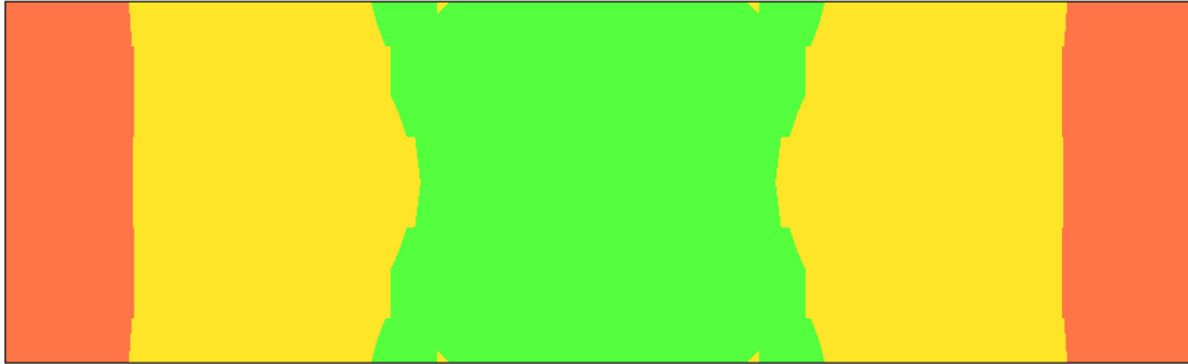
I laststeg 24 blir maksimal spenning i øvre lag med armering større enn flytespenningen. Det samme skjer med det nedre laget med armering i laststeg 28. I laststeg 30 er spenningen i armeringen større enn flytespenningen i hele feltet mellom oppleggene, og stivheten til dekket avtar, som følge av at E-modulen til armeringen reduseres til E_{har} . Etter laststeg 146 overskrider strekkfastheten i øvre armering. I laststeg 238 er største spenning i armeringen 742 MPa.

Hovedtrykkspenninger og sideveis spenninger (i y-retning) i laststeg 238 er vist i Figur 3.38. I laststeg 238 er største hovedtrykkspenning 62 MPa, som er noe større enn trykkfastheten til betongen. Dette kan forklares med at sideveis (i y-retning) trykkspenninger fører til *lateral confinement*. Analysen med skallelementer gir derfor noe høyere maksimal last i enn analysen med bjelkeelementer der denne effekten ikke opptrer. I laststeg 239 oppstår trykkbrudd i betongen ved oppleggene, som vist i Figur 3.39. Bruddlasten er satt lik siste laststeg før strekkfastheten til armeringen overskrides. Dette skjer i laststeg 146, der bøyemomentet over høyre opplegg er 238 kNm.

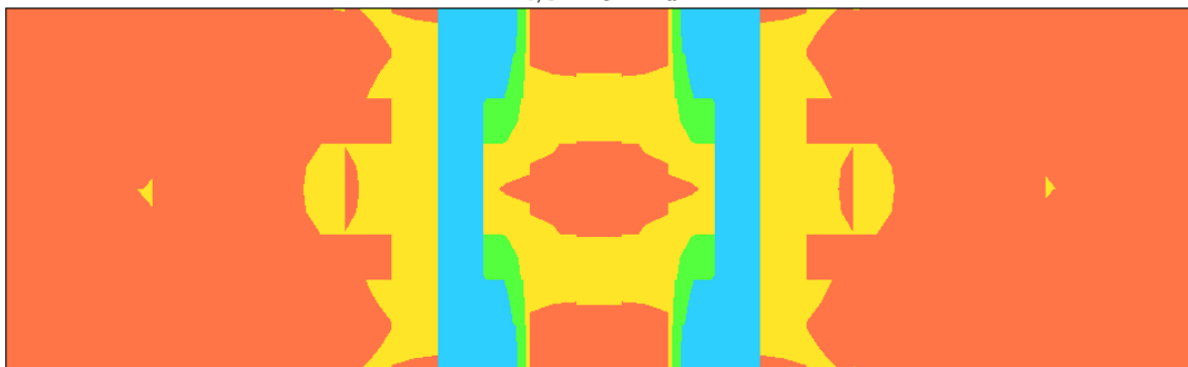


Figur 3.38: a) Hovedtrykkspenninger og b) spenninger sideveis i bunn av dekket, laststeg 238

238



239



Figur 3.39: Hovedtrykktøyninger i bunn av dekket, laststeg 238 og 239

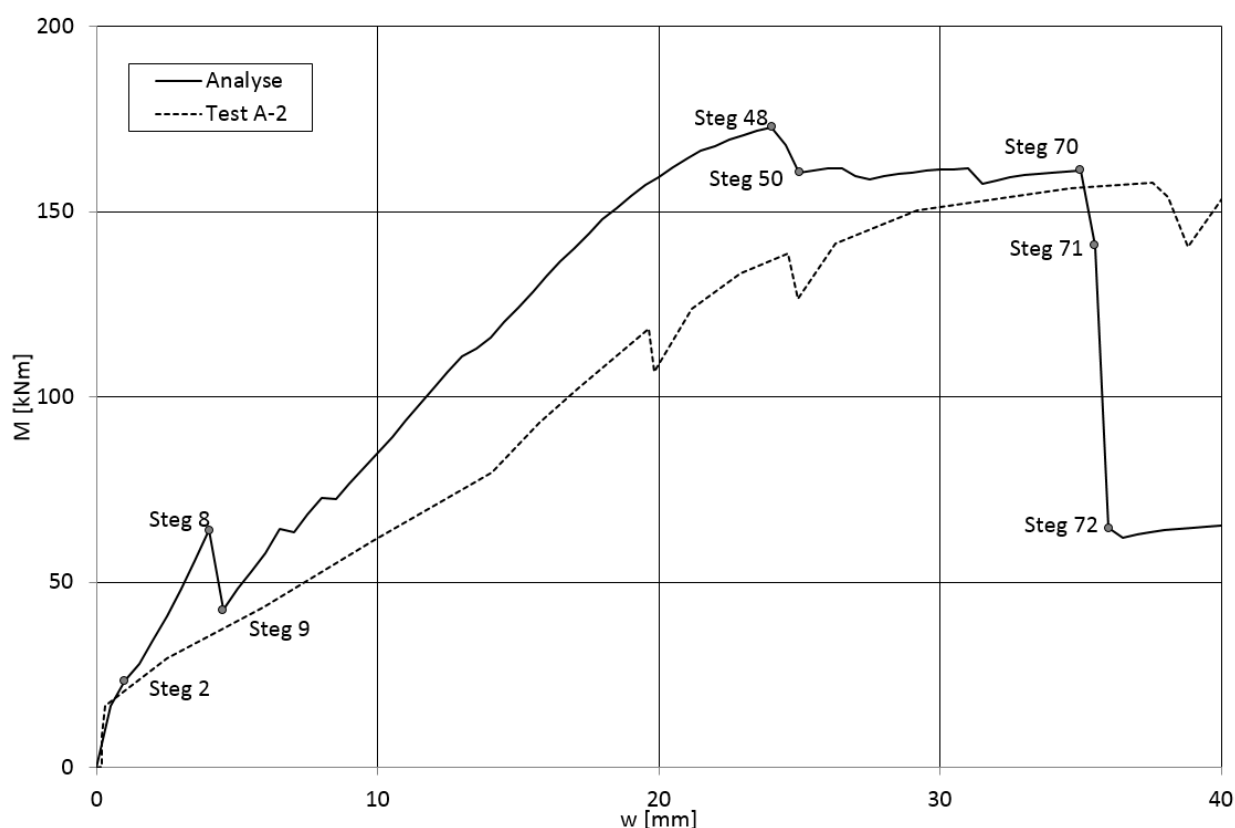
3.4.3 Analyse med 3D skallelemente, dekke A

Elementmodellen er presentert i kapittel 3.3.3. Materialparametere for betong og armering brukt i analysen, er gitt i kapittel 3.2. Båndbredden for riss er satt lik 105 mm, som er om lag bredden/ høyden på elementene, og omtrent standard i DIANA.

Iterasjonsprosedyre	Regular Newton Rhapsion
Maks antall iterasjoner	100
Konvergenskriterium last	0.01
Konvergenskriterium energi	0.0001
Last, egenvekt	$g=9,81 \text{ m/s}^2 \rightarrow 9.81 \text{ N/kg}$
Last, deformasjon	25 mm
Laststeg	0.02(250)

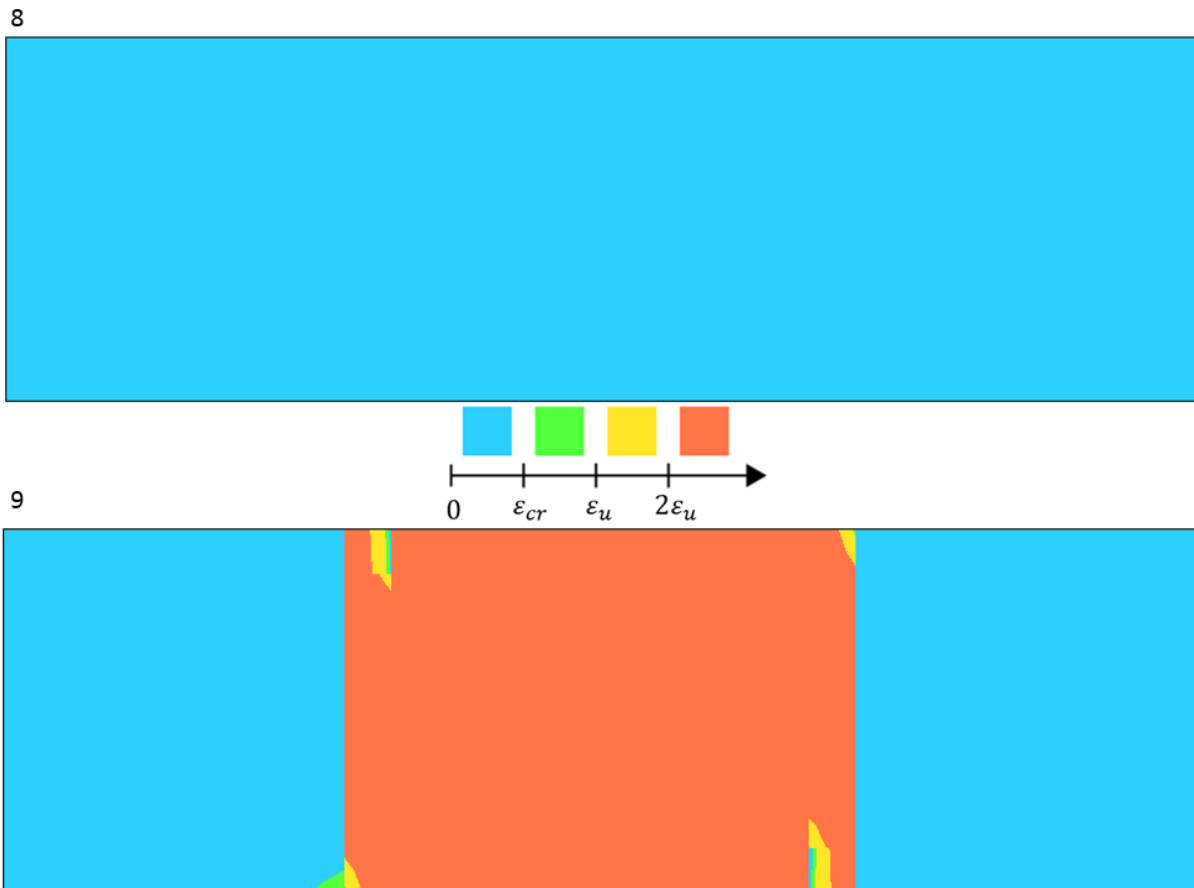
Tabell 3.5: MFEM valg, dekke A

Første riss på toppen av dekket oppstår i laststeg 2. Fra laststeg 8 til 9 er det en betydelig knekk på last-deformasjonskurven. I laststeg 48 oppnås maksimal last i analysen på 173 kNm. Fra laststeg 48 til 50 er det en liten nedgang i lasten. Kurven er nokså flat frem mot laststeg 70, der kurven avtar brått. Laststeg 71 og 72 har konvergerer ikke. Last-deformasjonskurven for analysen og A-2 test er vist i Figur 3.40. Last-deformasjonskurve av NFEM analyse for elementmodellen av dekke A med *embedded bar* er gitt i vedlegg A. Den gir omtrent samme last-deformasjonskurve, og verifiserer at orienteringen på armeringen med *embedded grid* er riktig.



Figur 3.40: Last deformasjonskurve for analyse og A-2 test, skall A

Første riss oppstår i laststeg 2. I laststeg 8 til 9 blir det riss i midt-overflate, som forklarer hvorfor kurven får en knekk. Etter dette avtar også stivheten gradvis. Dette er vist i Figur 3.41.

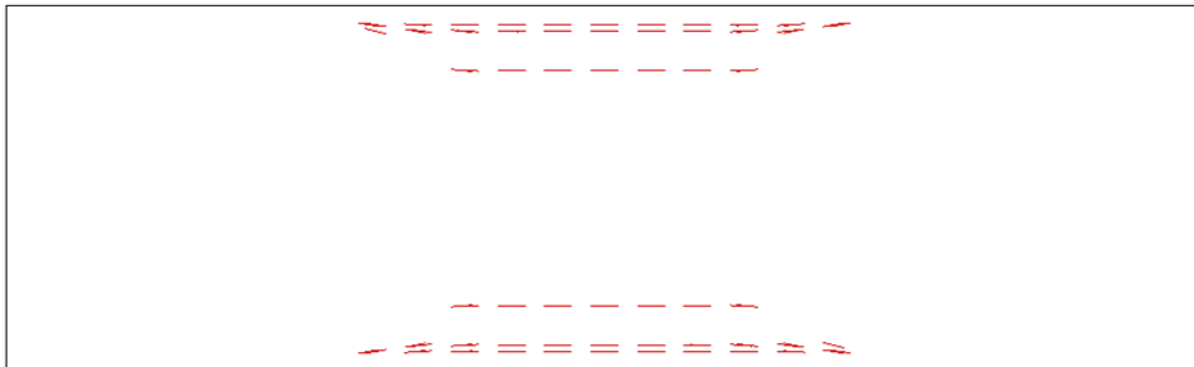


Figur 3.41: Hovedtrekkføyninger i midt-overflate av tverrsnitt, laststeg 8 og 9

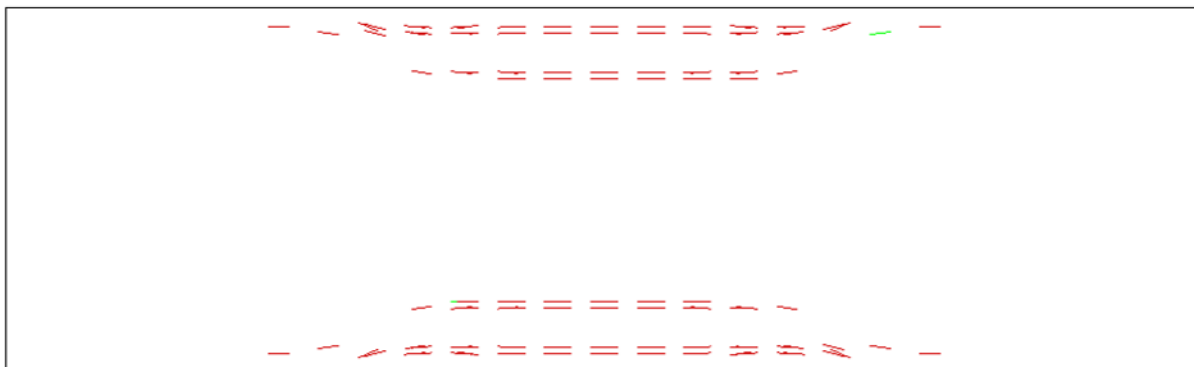
I laststeg 48 til 50 er det betydelig utvikling av riss i bunnen av dekket, noe som kan forklare hvorfor lasten på reduseres. Dette er vist i Figur 3.42. Fra laststeg 50 til 70 er lasten omtrent det samme, på 161 kNm, noe som er så å si eksakt maksimalt moment i forsøk A-2 på 161.7 kNm.

I laststeg 70 til 72 blir største hovedtrykkspenning blir noe større enn trykkfastheten på grunn av *lateral confinement*. Hovedtrykkføyningene i Figur 3.43 viser at det oppstår trykkbrudd i bunnen av dekket, midt på spennet. Dette bruddet skjer brått. Spenningen i armeringen er i det elastiske området i hele analysen. Bruddlasten i analysen er definert i laststeg 48, lik 173 kNm. Analysen er mye mindre duktil enn A-2 test, men maksimal last er nær forsøksresultatet i A-2 test.

48

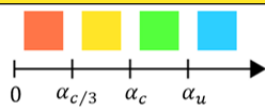
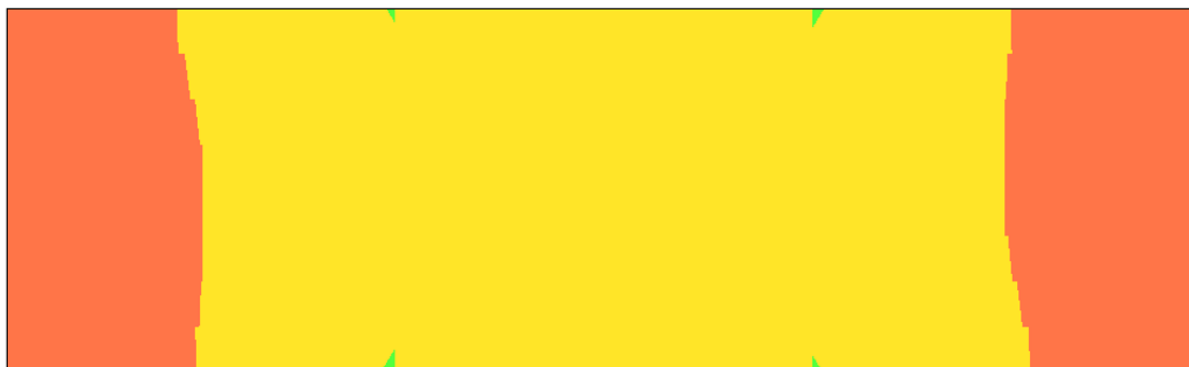


50

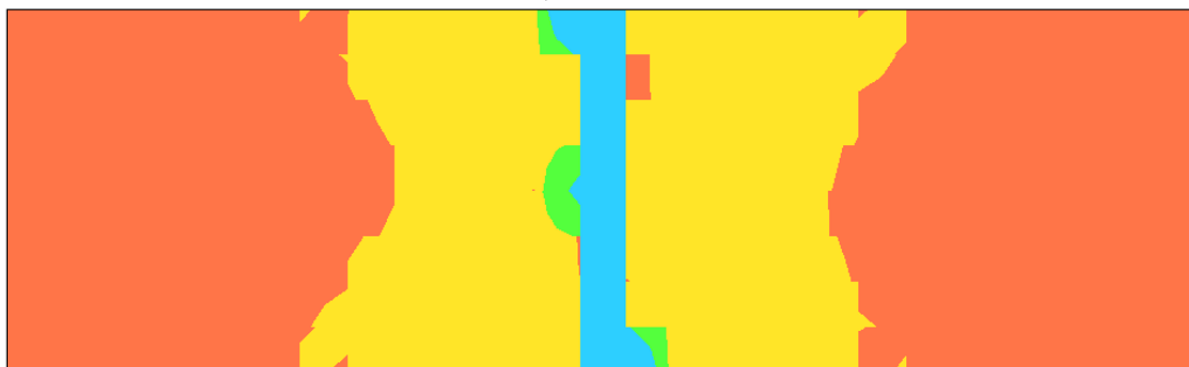


Figur 3.42: Riss i bunn av dekket, laststeg 48 og 50

70



72



Figur 3.43: Hovedtrykktøyninger i bunn av tverrsnitt, laststeg 70 og 72

3.4.4 Analyser med 2D plan tøyning elementer

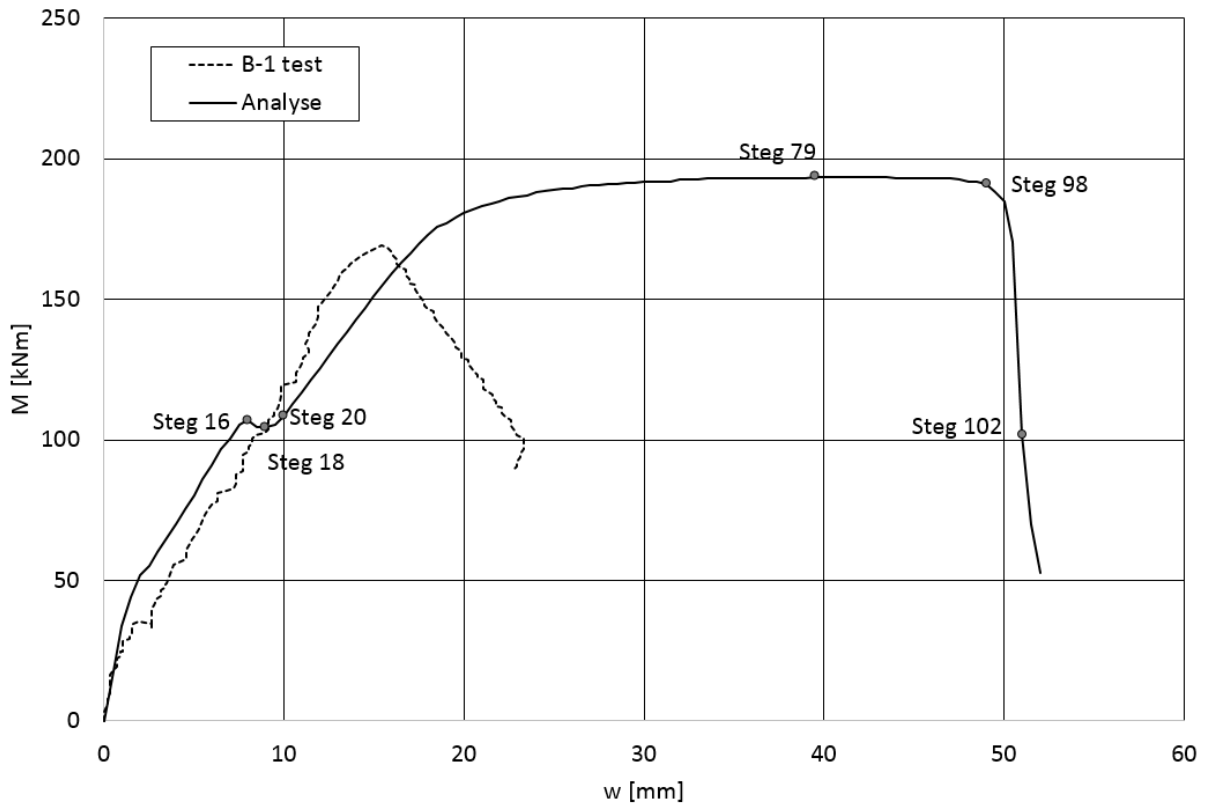
Elementinndeling, geometri og armering er som i LFEM analysen, gitt i kapittel 3.3.4. Materialparametere for betong, armering, stålplater og «interface» stivheter er gitt i kapittel 3.2. Det er brukt forskyvningskontrollert last. Båndbredden for riss er 20 mm som er omtrentlig dimensjon på elementene. Det ble valgt å bruke *line search*, da viste seg å gi noe bedre konvergens i analysene. Videre presenteres tre analyser med forskjellige rissmodeller. Analysevalgene for de ikke lineære analysene, er gitt i Tabell 3.6.

Iterasjonsprosedyre	Regular Newton Rhapsion
Maks antall iterasjoner	100
Maks antall line search	10
Konvergenskriterium last	0.01
Konvergenskriterium energi	0.0001
Last, egenvekt	$g=9,81 \text{ m/s}^2 \rightarrow 9.81 \text{ N/kg}$
Last, deformasjon	25 mm
Laststeg «fixed», konstant β	0.02(300)
Laststeg «fixed», variabel β	0.02(75)
Laststeg «rotating»	0.02(100)

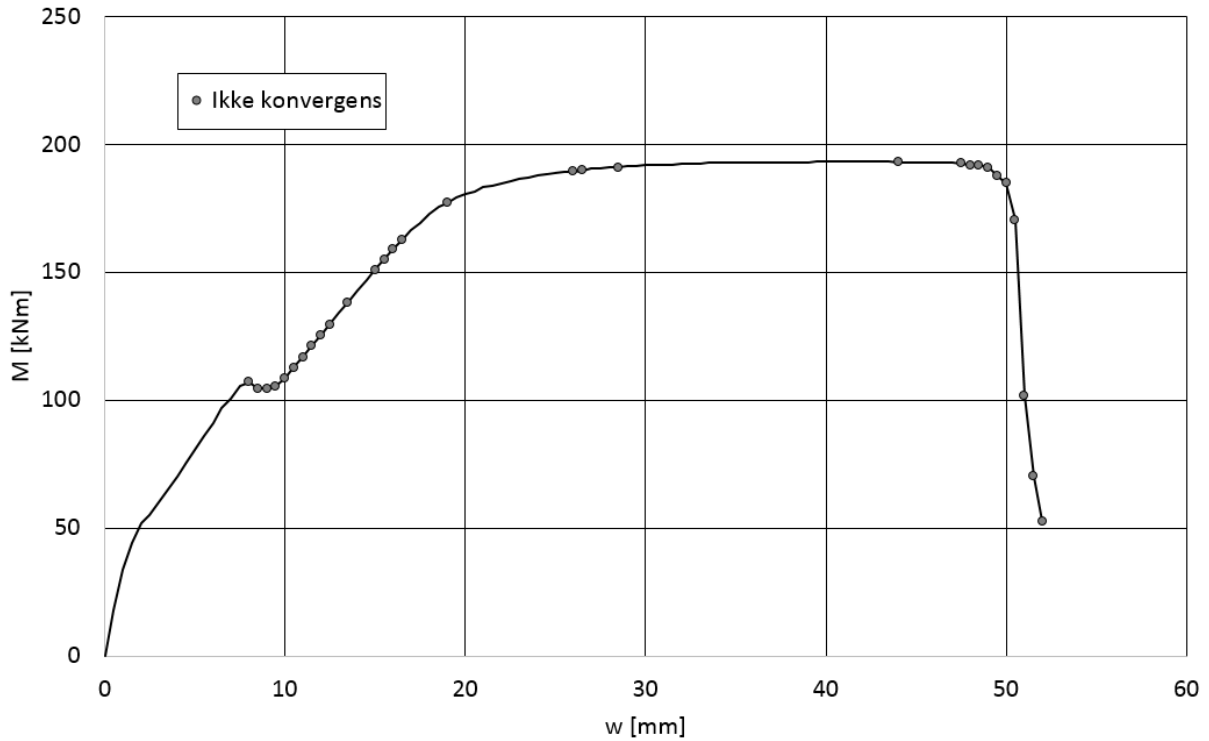
Tabell 3.6: Analysevalg NFEM Plan tøyning

3.4.4.1 Total strain rotating crack

Last deformasjonskurven vist i Figur 3.44 har en tydelig knekk i laststeg 16 til 20. Etter dette forsetter kurven med avtagde stivhet frem til laststeg 79, der maksimal last oppnås. Fra laststeg 98 til 102 avtar kurven brått. Etter laststeg 16 er det mange laststeg som ikke konvergerer, noe det også er mot slutten av analysen. Ikke konvergente laststeg er vist i Figur 3.45.

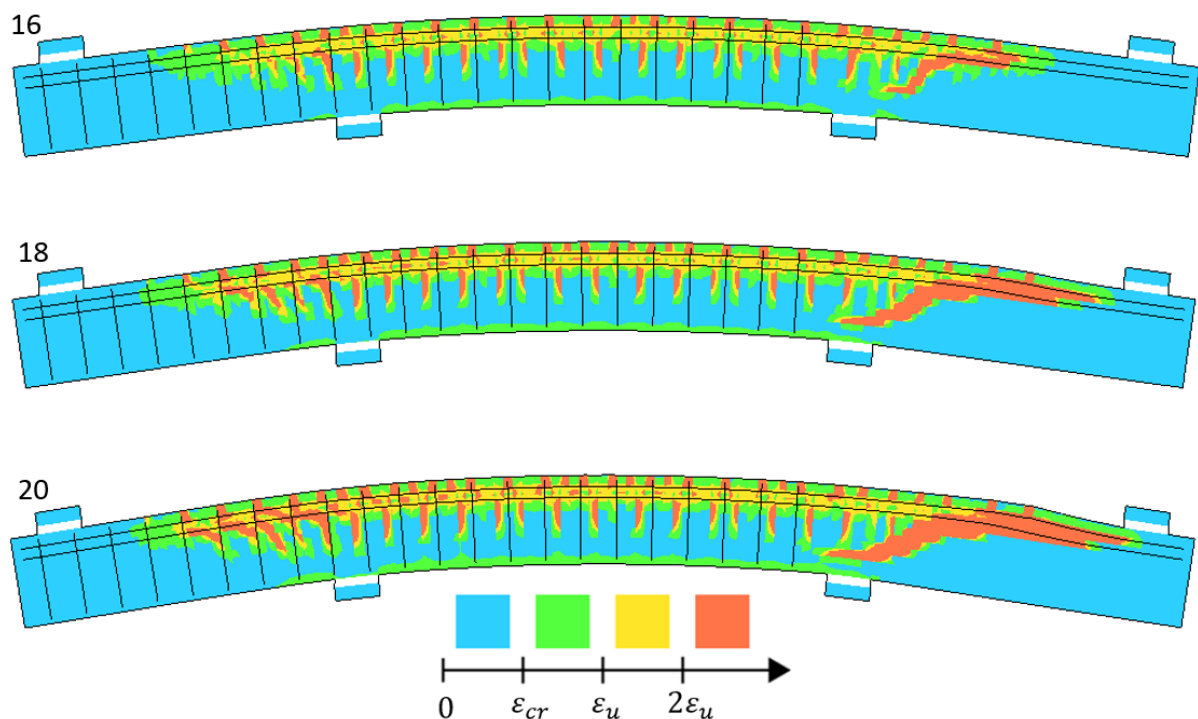


Figur 3.44: Last-deformasjonskurve for plan tøyning rotating og B-1 test

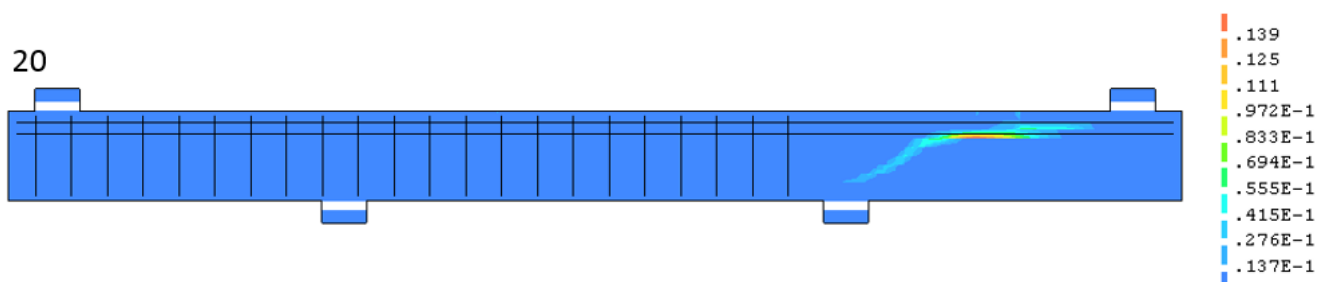


Figur 3.45: ikke-konvergens punkter

Første bøye-riss på toppen av dekket oppstår allerede ved laststeg 2. Ved lasttrinn 5 (55 kNm) oppstår store bøyeriss, og stivheten avtar. Etter dette har kurven for analysen veldig likt stigningstall som B-1 test. Etter laststeg 16 (107 kNm) blir det en tydelig knekk på kurven. Laststeg 16-25 konvergerer ikke. Figur 3.46 viser at det utvikler seg store hovedstrekkøyninger i laststeg 16 til 20, som har liknende form som skjærrisset ved brudd for test B-1. Dette forklarer laststegene med ikke-konvergens. Figur 3.47 viser hovedstrekkøyninger i laststeg 20 med standard verdier i DIANA, som enda tydeligere viser store hovedstrekkøyninger konsentrert på en overflate som ligner et bøyeskjærbrudd. Det opptrer ikke flytespenning i noe av armeringen i laststeg 16.

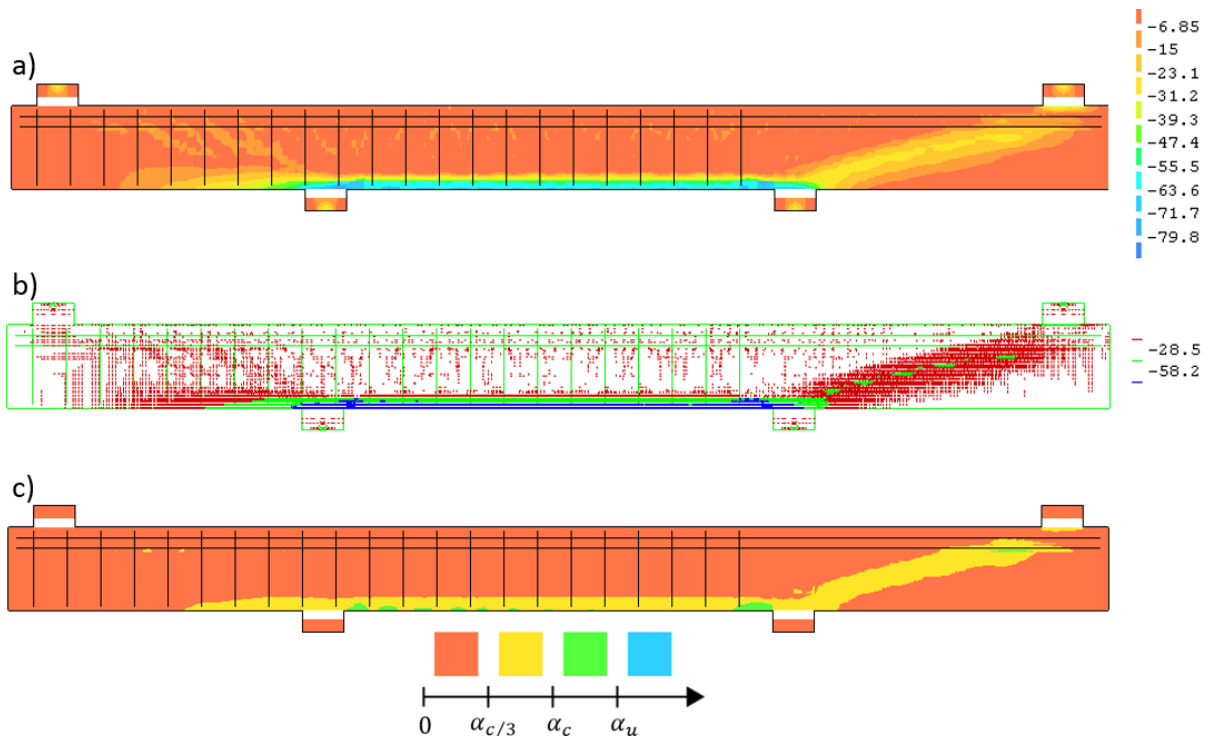


Figur 3.46: Hovedstrekkøyninger i laststeg 16, 18 og 20.

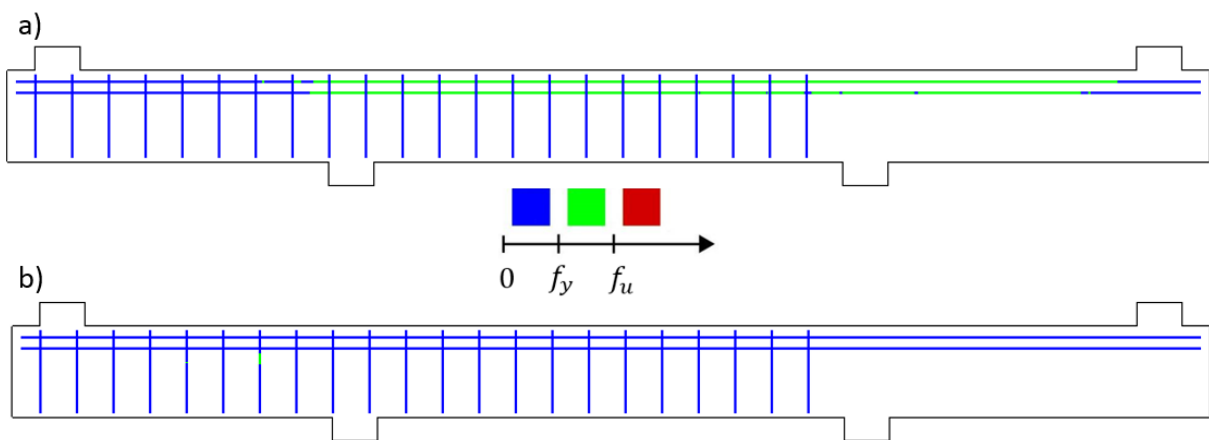


Figur 3.47: Hovedstrekkøyninger med standard konturverdier i DIANA, laststeg 20

Etter at et skjærriss har utviklet seg i laststeg 16-20, fortsetter analysen, og konvergerer etter hvert. Dette skjer fordi lasten i høyre utkrager blir overført til opplegget i en trykkstav (*compression strut*). Dette er vist for laststeg 79 i Figur 3.48. I laststeg 79 oppnås maksimal last i analysen på 193.5 kNm. I dette laststeget er spenningene i lengdearmeringen mindre enn strekkfastheten til armeringen, vist i Figur 3.49. Største hovedtrekkspenning overgår ikke strekkfastheten noen laststeg, og er som forventet med en *rotating* rissmodell.

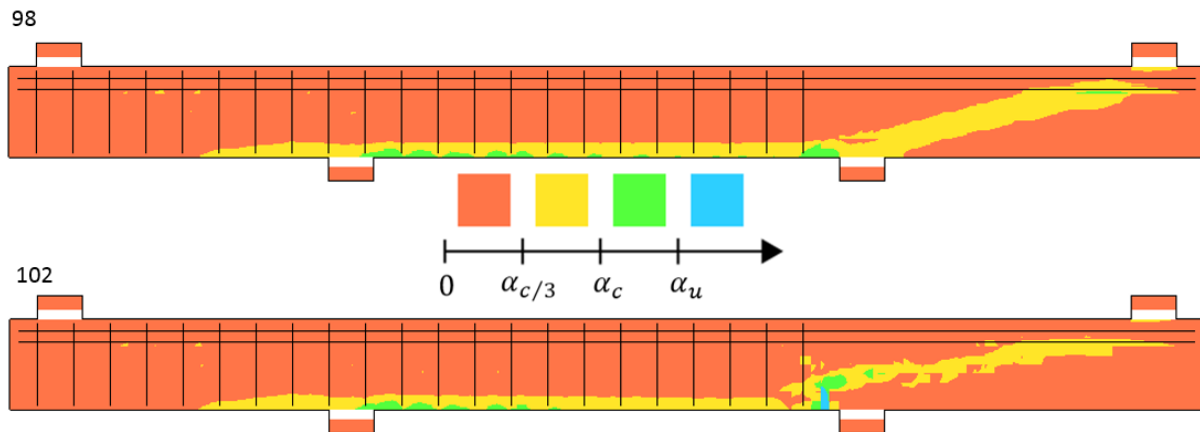


Figur 3.48: a) hovedtrykkspenninger b) vektorplot av hovedtrykkspenninger c) hovedtrykktøyninger. Laststeg 79



Figur 3.49: Spenninger i armering i laststeg 79. a) lengdearmering, b) skjærarmering

Der Last-deformasjonskurven avtar brått fra laststeg 98 til 102 blir det store hovedtrykk­tøyninger i betongen ved høyre opplegg vist i Figur 3.50. Dette tilsier at det blir et trykkbrudd i betongen.

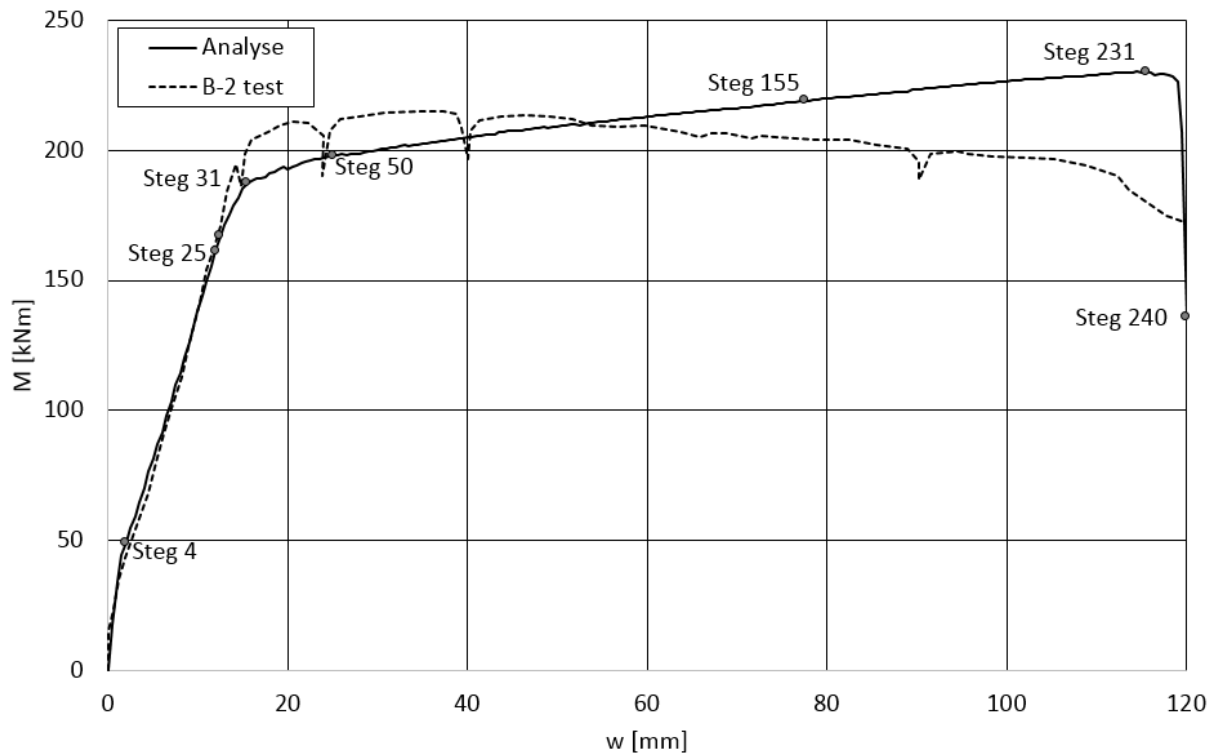


Figur 3.50: Hovedtrykk­tøyninger i betong laststeg 98 og 102

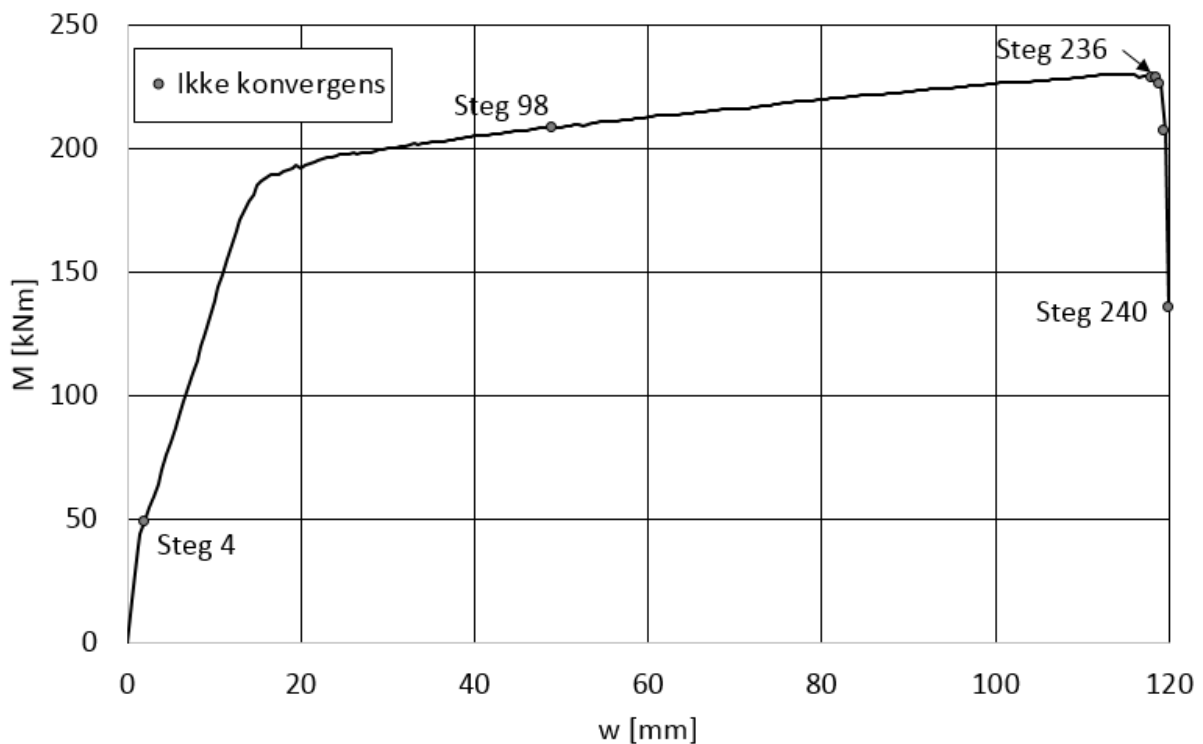
Som vist i Figur 3.46 utvikles et tydelig skjærriss mellom opplegg og last på høyre utrager etter laststeg 16, noe som tilsier at det egentlig har oppstått et brudd. I laststeg 16 er bøyemomentet over høyre opplegg 107 kNm, som tilsvarer 63% av maksimal kapasitet i forsøk B-1.

3.4.4.2 Total strain fixed crack, $\beta=0.1$

Last-deformasjonskurven for analysen og kurven for test B-2 er vist i Figur 3.51. Ut fra kurvene ser det ut til at analysen går til et duktilt bøyebrudd, med sprøtt trykkbrudd i betongen til slutt. Største last i analysen er ved laststeg 231.

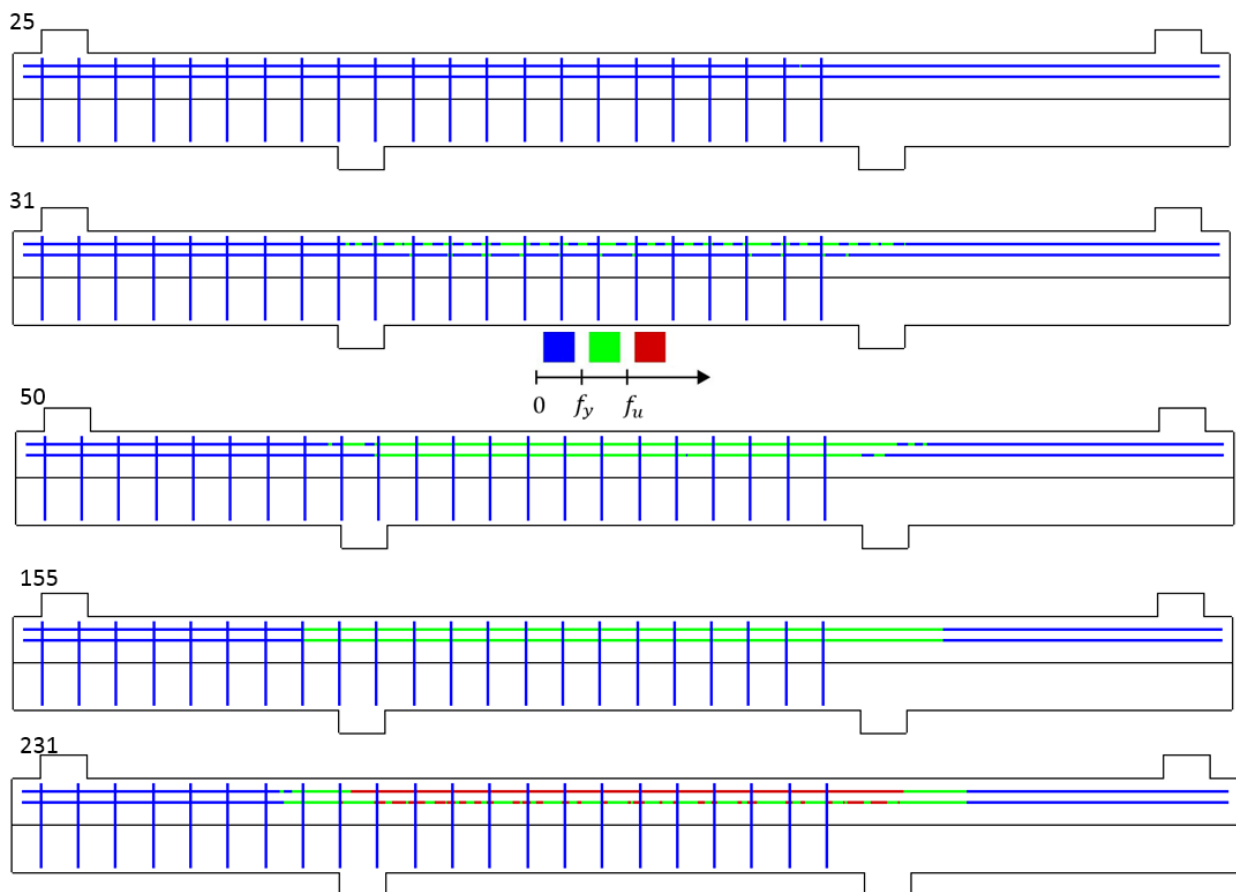


Figur 3.51: Last-deformasjonskurver fra analyse plane strain $B=0.1$, og test B-2



Figur 3.52: ikke konvergente laststeg

I laststeg 4 oppstår store riss på toppen av dekket, og stivheten avtar. Dette lasttrinnet har på grunn av stor endring i stivhet ikke konvergens. Frem til laststeg 25 er kurven for analysen veldig lik kurven for B-2 test. Ingen markante skjærriss utvikler seg videre i analysen. Som vist i Figur 3.51, avtar stivheten i analysen betraktelig fra laststeg 25 til laststeg 50. I laststeg 25 observeres det at spenningen i den øvre armeringen så vidt overskrider flytespenningen. I laststeg 31 har det oppstått flytespenning i både øvre og nedre armering mellom opplagere. I laststeg 50 er det flytespenning i armeringen i hele feltet mellom opplagere. Stivheten etter laststeg 31 er relatert til materialmodellen for fastningen av armeringen. Spenninger i armeringen er vist i Figur 3.53. Etter laststeg 155 overskrider spenningen i øvre armering strekkfastheten i betongen.

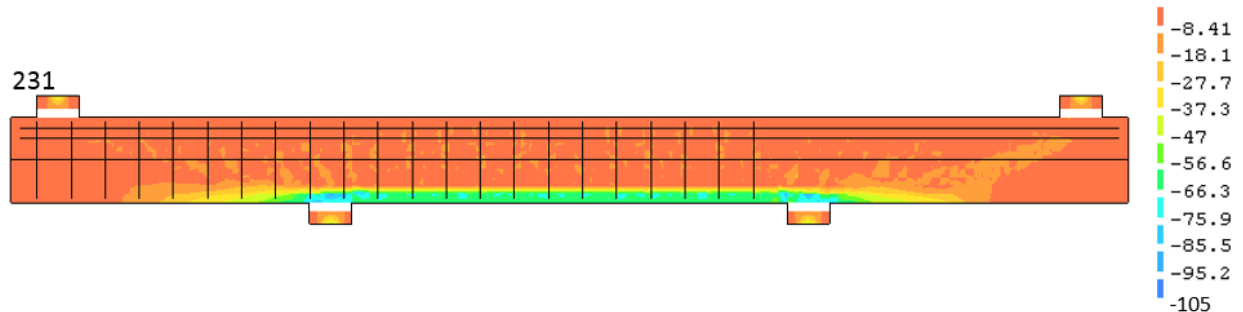


Figur 3.53: Spenninger i lengdearmering laststeg 25, 31, 50, 155 og 231

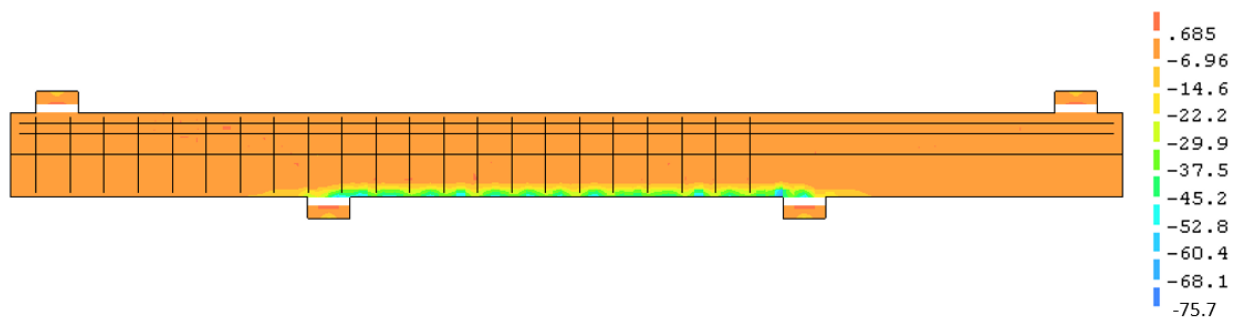
Største last i analysen opptrer i laststeg 231, på 230.4 kNm. I dette laststeget er maksimal spenning i armeringen 726 MPa, som er en del større enn strekkfastheten på 671 MPa.

Det er også veldig høye trykkspenninger i betongen som vist i Figur 3.54. Hovedtrykkspenningene er i underkant av dekket mye høyere enn trykkfastheten til betongen.

Dette kan forklares med at plan tøyning elementene ikke tillater tøyning inn i planet, og at det dermed oppstår betydelige spenninger sideveis (i z-retning), vist i Figur 3.55. Dette gir *lateral confinement*, og økt trykkfasthet i betongen.

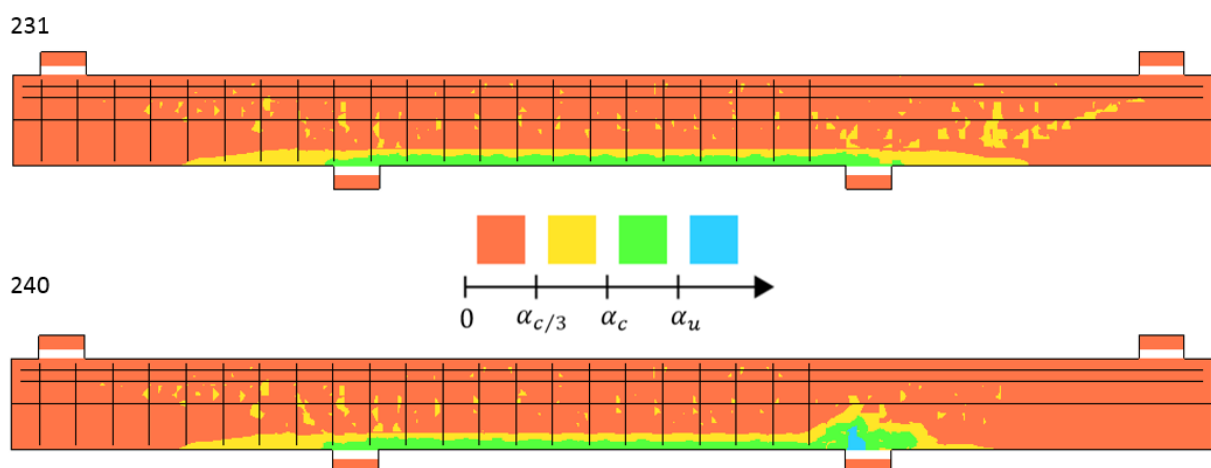


Figur 3.54: Hovedtrykkspenninger i betongen, laststeg 231



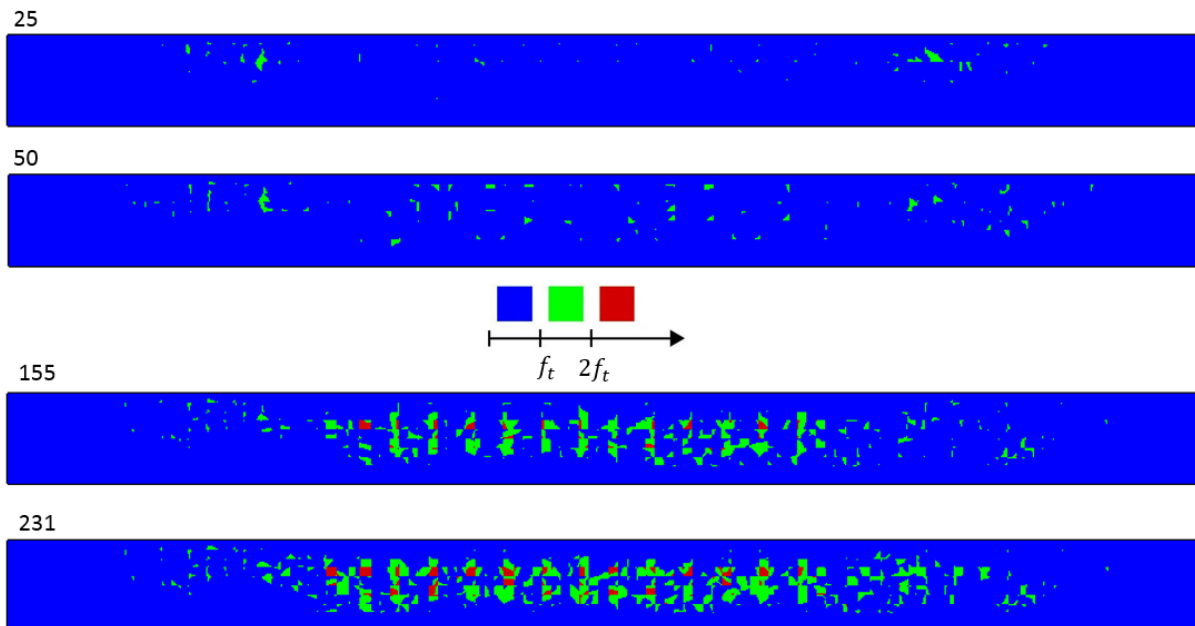
Figur 3.55: Spenninger i z-retning, laststeg 231

Som vist i Figur 3.56 blir det store hovedtrykktøyninger i betongen ved høyre opplegg, fra laststeg 236 til 240, der M-w kurven avtar mye. Dette tilsier at det oppstår trykkbrudd i betongen. Trykkbruddet i betongen utvikler seg nokså sprøtt, etter lang tid med flytning i armeringen.



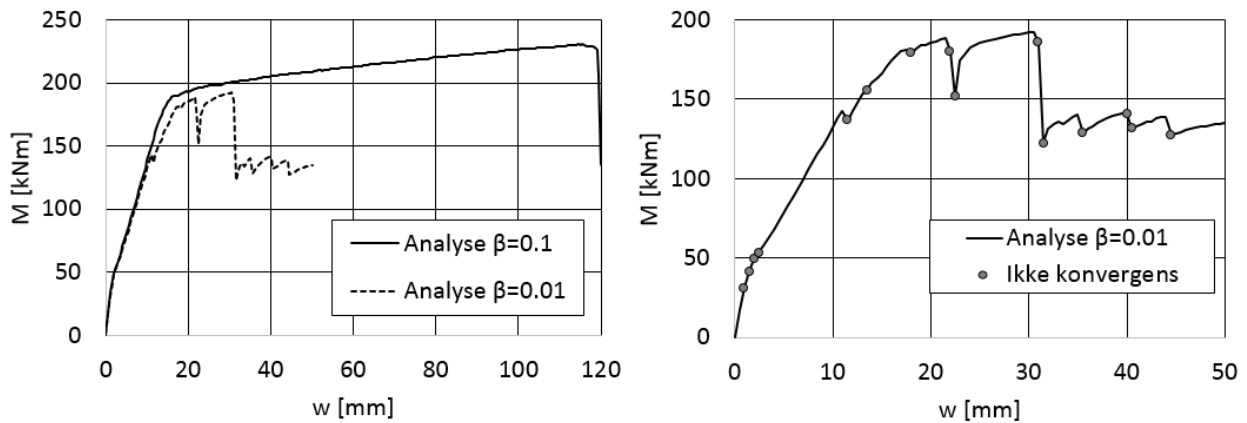
Figur 3.56: Hovedtrykktøyninger i betongen i laststeg 231 og 240

Det er valgt å definere maksimal last i laststeg 155, som er siste laststeg før største spenning i lengdearmeringen overskrider strekkfastheten i armeringen. I laststeg 155 er bøyemomentet over høyre opplegg 219.1 kNm, som er høyere enn maksimalt bøyemoment i B-2 test. I denne analysen oppstår det strekkspenninger som er større enn strekkfastheten, som kan forklares med at det oppstår *stress locking*. Dette kan også forklare hvorfor det ikke oppstår et tydelig skjærriss i delen av dekket uten skjærarmering. Hovedstrekkspenningene er vist i Figur 3.57.



Figur 3.57: Hovedstrekkspenninger i betongen i laststeg 25, 30, 155 og 231. Opplegg er fjernet for å unngå maksverdier i stålplater.

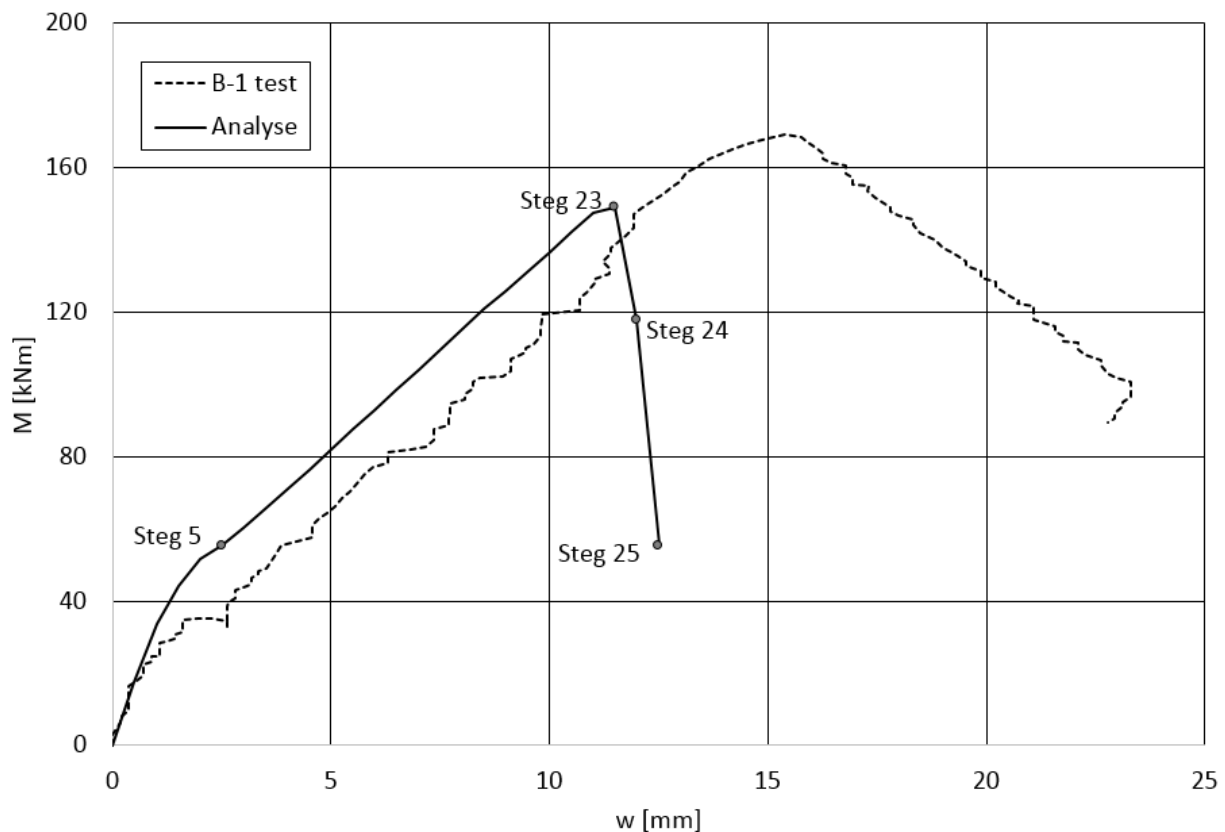
En analyse med konstant *shear retention* β lik 0.01 er også presentert i dette kapittelet. Denne analysen er ikke undersøkt i detalj, men last-deformasjonskurven og ikke konvergente lasttrinn er tatt med for å vise forskjellen med to forskjellige verdier for β . Som man kan se i Figur 3.58 vil en lavere verdi for β resultere en betydelig endring på last-deformasjonskurven. Maksimal last blir også vesentlig mindre, og det er flere ikke konvergente lasttrinn. Endring av β har altså stor betydning på resultatet.



Figur 3.58: Analyser med forskjellig konstant shear retention

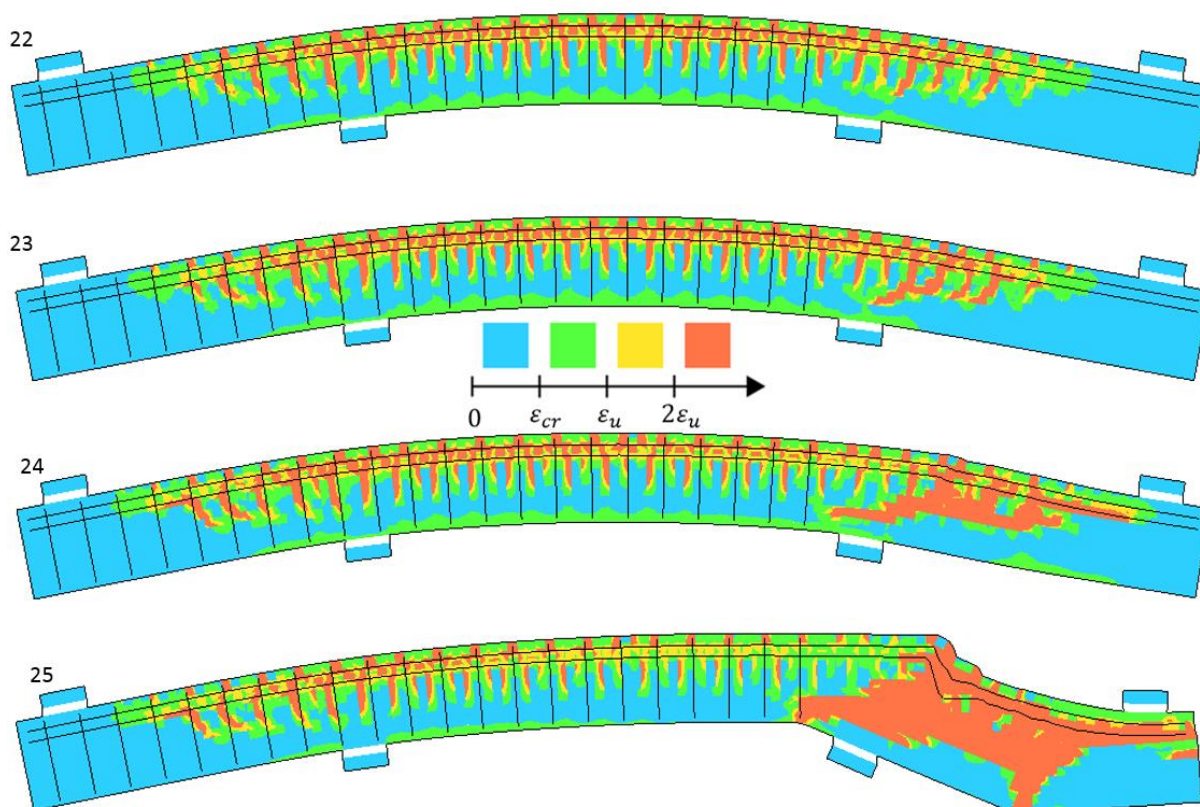
3.4.4.3 Total strain fixed crack, variabel shear retention

I laststeg 5 har store bøyeriss på toppen av dekket oppstått og stivheten avtar. I laststeg 23 oppnås største last i analysen. I laststeg 24 og 25 avtar last-deformasjonskurven brått. Laststeg 24 og 25 konvergerer ikke.

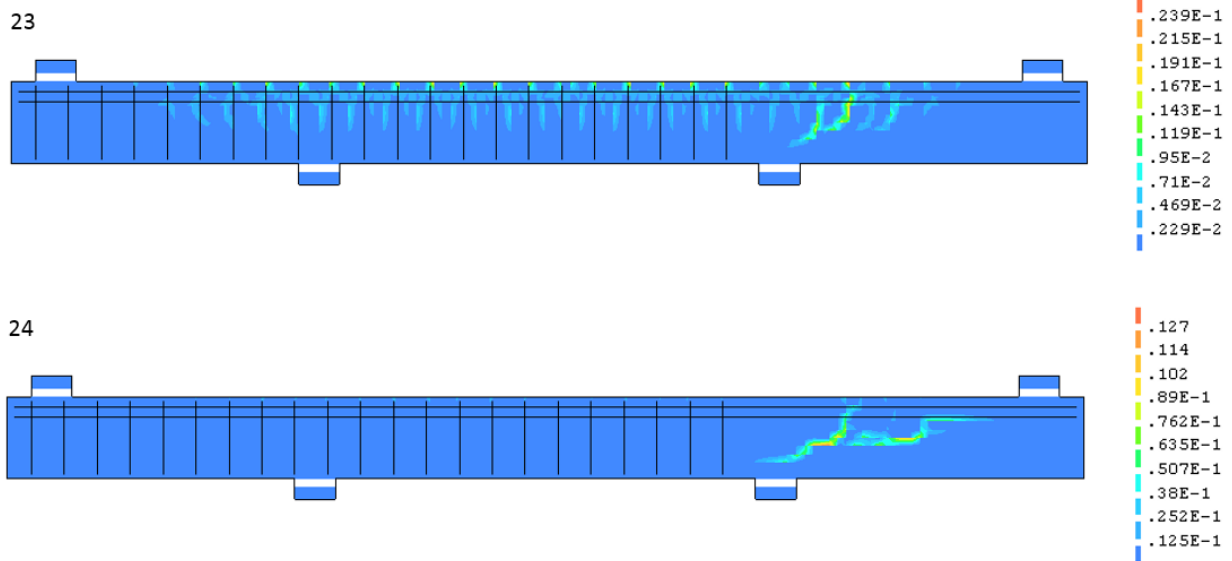


Figur 3.59: Last-deformasjonskurver «fixed» variabel β

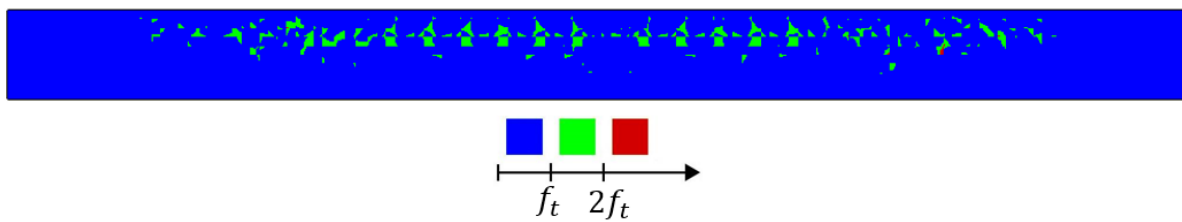
Stigningstallet for analysen er veldig lik som test B-1. Bruddformen er veldig bra, med nokså sprøtt brudd. Figur 3.60 viser hovedstrekkføyninger og deformasjon på modellen i lasttrinn 22 til 25. Lasttrinn 22 viser typiske bøyeriss på oversiden av dekket. Figur 3.60 viser tydelig at det i laststeg 23 til 25 raskt utvikles et diagonalt skjærriss i høyre utkrager, og at det oppstår et skjærbrudd etter maksimal last er nådd. Figur 3.61 viser hovedstrekkføyninger i laststeg 23 og 24 med standardverdier i DIANA, som tydeligere viser store hovedstrekkføyninger som utvikles til en noe skrått skjærriss. Det opptrer ikke flytespenning i noe av armeringen i laststeg 23. I analysen blir maksimal last 149 kNm, som er 88% av maksimalt moment i forsøket. Det oppstår hovedstrekkspenninger som er større enn strekkfastheten i laststeg 23, men som Figur 3.62 viser er det ikke betydelig store. Det er ikke flytespenning i noe av armeringen i laststeg 23.



Figur 3.60: Hovedstrekkføyninger i laststeg 22, 23, 24 og 25.



Figur 3.61: Hovedstrekkføringer med standard kontur verdier i DIANA, laststeg 23 og 24



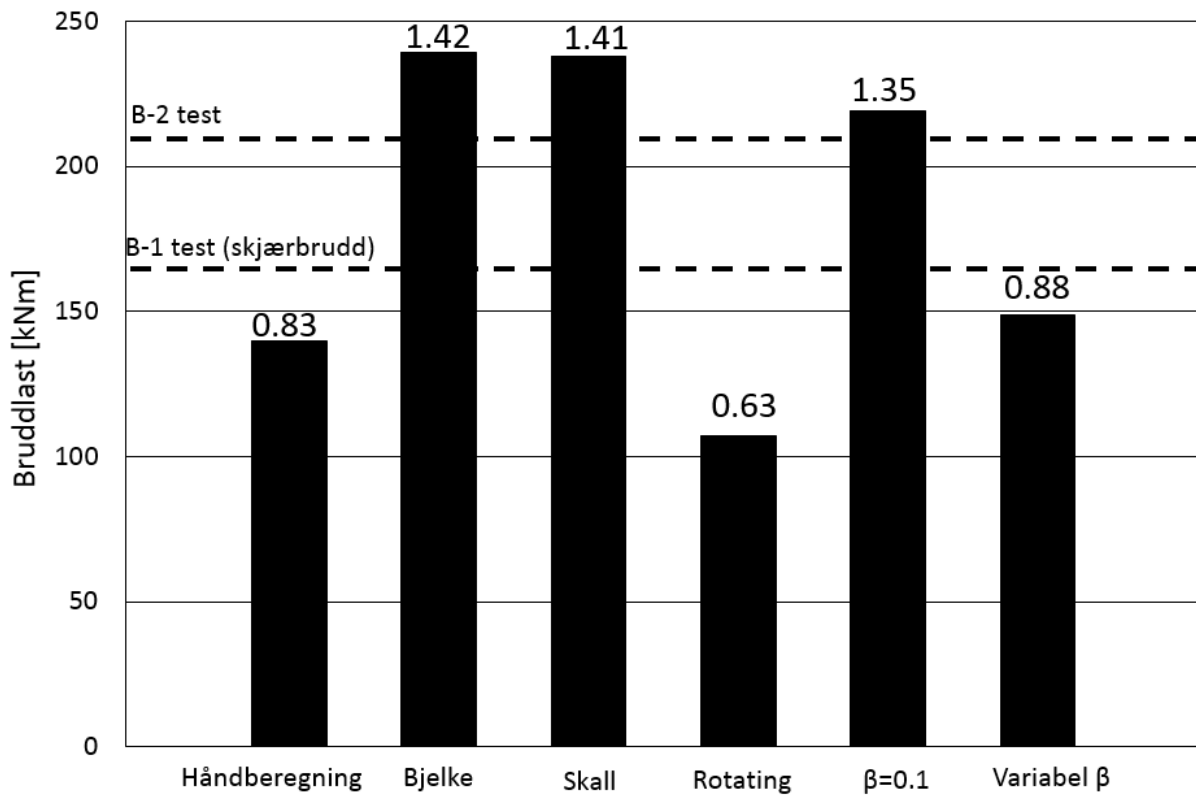
Figur 3.62: Hovedtrekkspenninger laststeg 23. Opplegg er fjernet for å unngå maksverdier i stålplater

3.4.5 Oppsummering av resultater

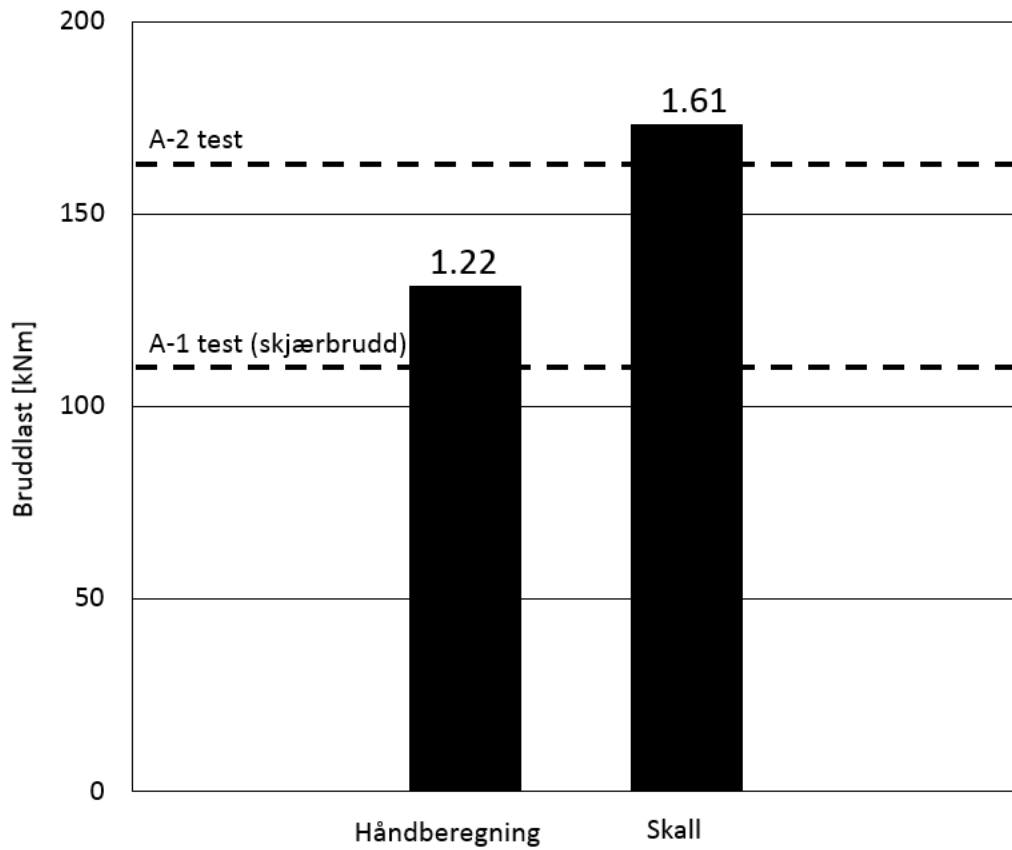
Figur 3.63 og Figur 3.64 viser resultatene i alle analysene med definert bruddlast. Tallene på toppen av stolpediagrammene er:

$$\frac{\text{Analyseresultat}}{\text{test 1 (skjærbrudd)}}$$

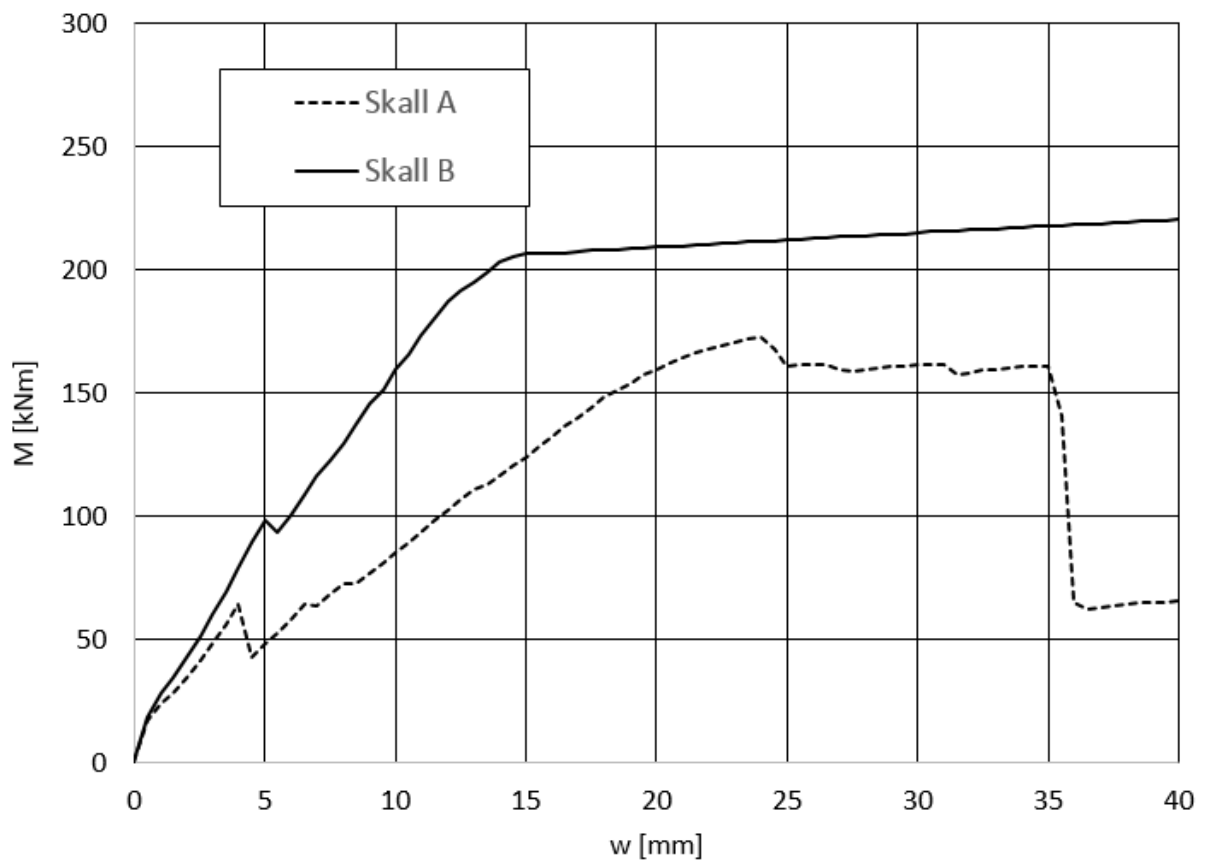
Figur 3.65 viser resultatene fra NFEM analyser med skallelementer for dekke A og dekke B.



Figur 3.63: Resultater, Dekke B



Figur 3.64: resultater, dekke A



Figur 3.65: Analyser skall A og skall B

4 Diskusjon

Modelleringen av dekkene med bjelkeelementer og skallelementer gikk forholdsvis raskt. Modellering av armering som er rotert i forhold til lengderetningen på dekket var enkelt å få til med *embedded grid* på skallelementer, da aksesystemet på *grid* kan roteres i forhold til globale akser. Det er ikke mulig å få til med bjelkeelementer og plan tøyning elementer. Det tok vesentlig mer tid å bygge opp modellen med plan tøyning elementer enn med skall- og bjelkeelementer, da det må tas hensyn til elementinndeling i høyden, og komabilitet over opplegg og under last. I denne modellen ble det også brukt *interface* elementer, som måtte legges inn på en separat overflate og dermed økte tidsbruken.

Alle De lineære FEM analysene for dekke B gir forholdsvis lik nedbøying, og last-deformasjonskurven stemmer godt overens med den initiale stivheten i forsøkene. Med bjelkeelementene er det enkelt å få opp diagrammer for moment og skjærkraft i DIANA. Med plan tøyning elementer må det legges inn *composed line* i elementmodellen for å få frem diagrammene, som gir omtrent samme diagrammer som med bjelkeelementer. Det er også enkelt å få frem krefter med skallelementer, men da som skallkrefter fordelt over dekket.

En viktig fordel med bjelkeelementer og skallelementer er at NFEM analysene tar mye kortere tid enn med plan tøyning elementer. NFEM analysene med skallelementer og bjelkeelementer konvergerer raskt. Det er konvergens i alle laststeg før trykkbrudd i betongen forekommer. Analysene med plan tøyning tar lengre tid, spesielt *rotating* der mange lasttrinn ikke konvergerer. Det kan vurderes å redusere maksimalt antall iterasjoner noe, for å forkorte tidsbruken.

En viktig del av oppgaven er å vurdere resultatene i analysene. Siden bjelkeelementer og skallelementer ikke klarer å beskrive skjærbrudd, er resultatene for disse analysene sammenlignet med forsøkene som gav duktile bøyemomentbrudd (test 2). Analyseresultatene med disse elementene må i ettertid kontrolleres for at mulige skjærbrudd ikke blir oversett.

Last-deformasjonskurven til bjelkemodellen og skallmodellen for dekke B er veldig like, og begge følger kurven for test B-2 godt. Det som skiller analysene fra forsøket er en tydelig knekk ved omtrent 100 kN, og at lasten i forsøket avtar gradvis etter ca 30 mm deformasjon, mens

den øker jevnt i analysen frem til det forekommer et trykkbrudd i betongen. Knekken på last-deformasjonskurven kommer når det oppstår riss i midtverflaten. Etter denne knekken stemmer stivheten bedre overens med forsøket, og kurvene har veldig lik stigning. For å unngå denne knekken og få en jevnere reduksjon i stivheten i analysen, bør det vurderes å bruke flere integrasjonspunkter i høyden, for eksempel 7 eller 11 punkt Simpson integrasjon.

Økningen i lasten frem til trykkbruddet i betongen forklares med materialmodellen for armeringsstålet. Den har en konstant fastning etter flytespenningen nås, og begrenser ikke hvor store spenninger det kan bli i armeringen. Denne materialmodellen har muligens noe optimistisk fastning siden maksimal last i analysen blir så høy. Det bør vurderes å bruke en *bond slip* modell for armeringen. Det gir en mer fysisk korrekt beskrivelse av interaksjonen mellom armering og betong, og effekten av dette på maksimal last kan undersøkes.

I analysene har skall A betydelig lavere stivhet enn skall B, vist i Figur 3.65, som også er resultatet av forsøkene i ACI journalen (3). Også analysen med skallelementer på dekke A har en knekk på kurven der oppstår riss i midtverflaten, som kan bedres med flere integrasjonspunkter i høyden på tverrsnittet. Fastningen til armeringsstålet påvirker ikke denne analysen, da armeringen ikke flyter. Analysen for dekke A har mindre duktil oppførsel enn A-2 test, men forholdsvis bra bruddlast i forhold til forsøket.

Last-deformasjonskurvene i analysene med plan tøyning elementer er forholdsvis like i starten. Som analyseresultatene viser, har valg av rissmodell stor betydning for hva den globale maksimallasten blir, og om det i hele tatt utvikles skjærriss.

Av analysene med plan tøyning elementer er det med *total strain rotating crack* bruddlasten blir lavest. Det utvikles et skjærriss som resulterer i en knekk på kurven. Lasten er da 63% av bruddlasten i B-1 test. Det er likevel ikke opplagt at bruddet er akkurat her, siden analysen fortsetter frem mot trykkbrudd i betongen. Det kreves derfor solid etterbehandling av analyseresultatene for å definere denne bruddlasten. *Rotating* har en betydelig lavere bruddlast (og maksimallast) i analysen enn *fixed*, som ifølge de Nederlandske retningslinjene (2) vanligvis er tilfellet.

Med *total strain fixed crack* og konstant *shear retention* er last-deformasjonskurven veldig lik kurvene for bjelke- og skallmodellen av dekke B, og bruddlasten er definert i siste lasttrinn før

strekkfastheten i armeringen overgås. Det er ingen tegn til at det oppstår et skjærbrudd i analysen, noe som resulterer i en mye høyere bruddlast og en helt annen bruddform enn det som skjer i B-1 test. Det forekommer hovedstrekkspenninger i analysen som er mye større enn strekkfastheten til betongen. Dette fører til *stress locking*, som gjør at elementmodellen klarer å bevare nok motstand til at et diagonalt skjærriss ikke oppstår. Dette indikerer at β lik 0.1 er for stor, og at en mindre verdi bør vurderes ved bruk av konstant *shear retention*.

En NFEM analyse utført på en bjelke i journalen "Sequentially linear analysis of shear critical reinforced concrete beams without shear reinforcement" (14) viser at selv med en konstant *shear retention* lik 0.005, bevarer bjelken nok motstand over et diagonalt skjærriss til at analysen fortsetter. Dette viser at det er en del utfordringer med denne rissmodellen. Resultatene i denne analysen bekrefter dermed det som står de Nederlandske retningslinjene (2) om bruk av konstant *shear retention*:

"Constant shear retention models are not advisable, or should at least be accompanied with thorough post-analysis checks of spurious principal tensile stresses" (2).

Plan tøyning modellen med *total strain fixed crack* og variabel *shear retention* er den eneste NFEM analysen som tydelig får frem et sprøtt skjærbrudd. I analysen vokser vertikale bøyeriss til et diagonalt skråriss nokså raskt. Dette er det samme som skjer i B-1 test, og typisk for bøyeskjærbrudd. Bruddlasten i analysen ble 88% av bruddlasten i B-1 test. Denne analysen gir en bruddlast som er nærmest bruddlasten i B-1 test. Dermed nås målet i *multi-level assessment* til slutt, med at den siste og mest komplekse analysen gir den mest riktige kapasiteten.

Analyseresultatene, og spesielt modellen med plan tøyning elementer, belyser at valgene som gjøres i modelleringen kan påvirke resultatene mye. Etterbehandlingen av analysene må også gjøres nøye, for å avgjøre når et brudd oppstår, og om bruddformen er realistisk. Som noen av resultatene viser, kan analysen fortsette, selv etter store diagonale skjærriss har utviklet seg. NFEM analyser av armert betong krever mye av brukeren. Mange valg må tas i modelleringen, og etterbehandlingen av analyseresultatene er krevende.

5 Konklusjoner

- Å bygge opp elementmodellene med bjelkeelementer og skallelementer er forholdsvis enkelt, og lite tidkrevende. Modellering av armering som er rotert i forhold til lengderetningen på dekket er enkelt å få til med *embedded* grid i skallelementer. Det er vesentlig mer tidkrevende å bygge opp elementmodellen med plan tøyning elementer.
- NFEM analysene med skallelementer og bjelkeelementer konvergerer raskt, og i alle laststeg før trykkbrudd i betongen forekommer. NFEM analysene med plan tøyning tar mye lengre tid, spesielt med *total strain rotating crack* der mange lasttrinn ikke konvergerer.
- Bjelkeelementer og skallelementer gir god beskrivelse av responsen til dekkene når de er testet til momentbrudd, spesielt for dekke B.
- For modellen med plan tøyning elementer har valg av rissmodell mye å si for hvor høy bruddlasten blir, og om det i heletatt utvikles skjærriss. Med denne typen elementer kreves mye etterbehandling av analyseresultatene for å definere brudd, og det kan være vanskelig å bestemme når det skjer.
- Det beste resultatet oppnås med plan tøyning modellen og *total strain rotating crack* med variabel *shear retention*, som tydelig klarer å reprodusere et sprøtt skjærbrudd.
- NFEM analyser av armert betong krever mye av brukeren. Mange valg må tas i modelleringen, og etterbehandlingen av analyseresultatene tar mye tid og krever god forståelse av bakgrunnsteorien.

6 Videre arbeid

Det vil være naturlig å ta *multi-level assessment* tilnærmingen til siste steg med en 3D elementmodell. Dette vil være eneste mulighet for å beskrive et skjærbrudd på dekke A, der armeringen er rotert i forhold til lengdeaksen.

Som analyseresultatene viser, har valg av rissmodell stor innvirkning på analyseresultatet i modellen med plan tøyning elementer. Flere analyser med andre verdier for konstant *shear retention* β ville vært hensiktsmessig å utføre, for å undersøke mer i detalj hvor mye det har å si for hva maksimal last blir i analysene. Bruk av variabel β viste seg å reprodusere et sprøtt skjærbrudd godt og gav en relativt god bruddlast. Analyser med variabel β på andre konstruksjonsdeler vil derfor være viktig for å undersøke om variabel *shear retention* gir like gode resultater i andre tilfeller.

En mer realistisk beskrivelse av interaksjonen mellom armering og betong kan beskrives med en modell for *bond slip*. Det bør brukes for å se om det påvirker maksimal last i analysene der det oppstår store spenninger i armeringen før trykkbrudd i betongen.

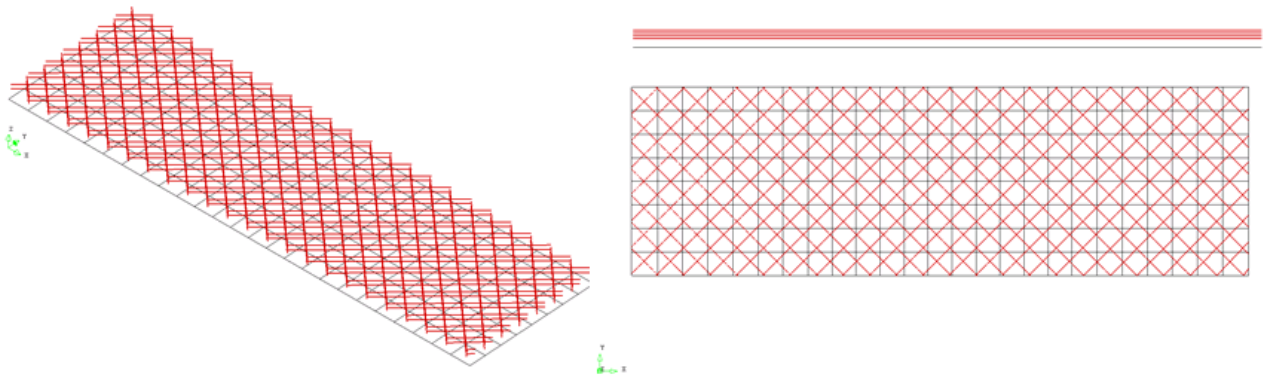
7 Referanseliste

1. Bell K. Elementmetoden [Internett]. Norge: Store norske leksikon; 2009 [oppdatert 2009.02.10; sitert 2015 30.03]. Tilgjengelig fra: <https://snl.no/elementmetoden>.
2. Hendrix M, den Uijl JA, de Boer A, Feenstra PH, Belletti B, Damoni C. Guidelines for Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures. Nederland: Rijkswaterstaat Centre for Infrastructue; 2012.
3. Jaeger T, Marti P. Reinforced Concrete Slab Shear Prediction Competition: Experiments. ACI Structural journal. 2009;106(3):300-308.
4. Bohne RA, Aalberg A. Bygnings- og konstruksjonsmaterialer. Trondheim: NTNU; 2011.
5. Kupfler H, Gerstle K. Behavior of concrete under biaxial stresses. Journal of the Engineering Mechanics Division. 1973;99:853-866.
6. TNO DIANA. DIANA – Finite Element Analysis User’s Manual release 9.6. Nederland: TNO DIANA; 2014.
7. Vecchio FJ, Collins MP. Compression response of cracked reinforced concrete. Journal of structural engineering. 1993;119:3590-3610.
8. Standard Norge. Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner Del 1-1 Allmenne regler og regler for bygninger. Lysaker: Standard Norge; 2004+NA: 2008.
9. Evans RH, Marathe MS. Microcracking and Stress-Strain Curves for Concrete in Tension. Matériaux et Construction. 1968;1(1):61-64.
10. Sørensen SI. Betongkonstruksjoner. Trondheim: Tapir Akademisk Forlag; 2011.
11. Rots JG, Blaauwendraad J. Crack Models for Concrete, Discrete or Smeared? Fixed, Multi-Directional or Rotating? HERON. 1989; 34(1).
12. Jir’asek M. Damage and Smeared Crack Models. Numerical Modeling of Concrete Cracking. 2011;532: 1-49.

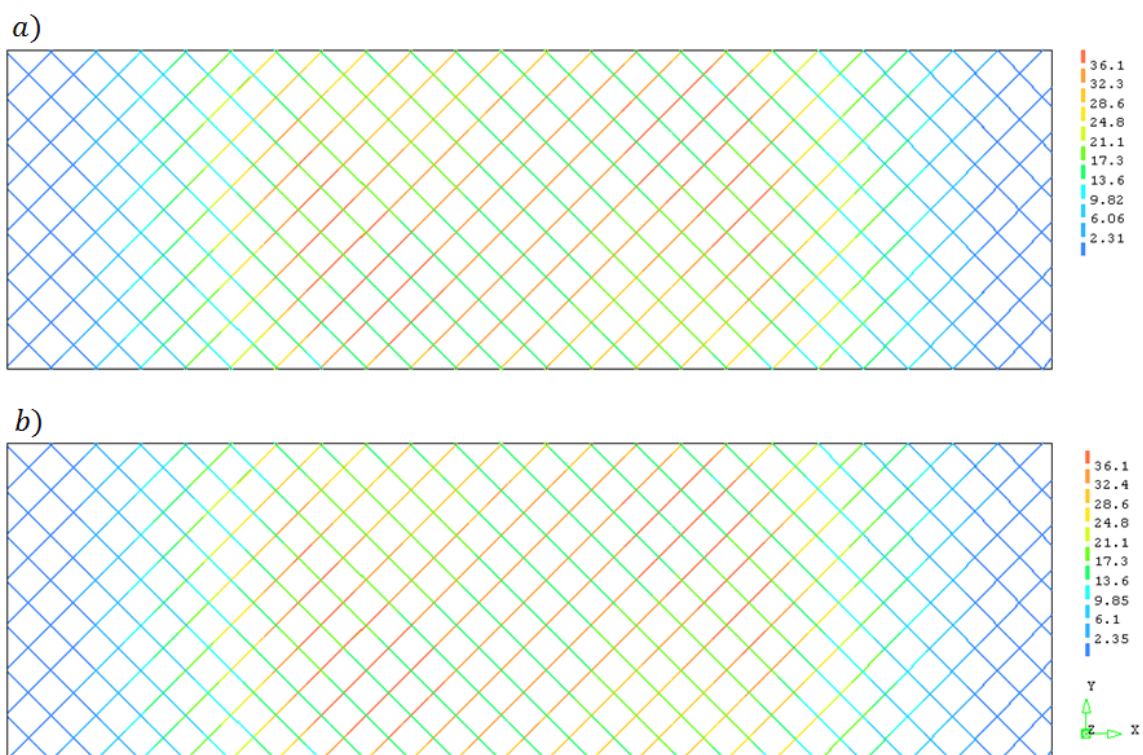
13. Wight JK, MacGregor JG. REINFORCED CONCRETE Mechanics and Design. 6 ed. USA: Prentice Hall; 2011.
14. Slobbe AT, Hendriks M, Rots JG. Sequentially linear analysis of shear critical reinforced concrete beams without shear reinforcement. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2012;50:108-124.
15. Gonzales-Vidoso F, Kotsovos MD, Pavlovic MN. On the numerical instability of the smeared crack approach in the non-linear modelling of concrete structures. *Communications in applied numerical methods*. 1988;4:799-806.
16. Bell K. An engineering approach to FINITE ELEMENT ANALYSIS of linear structural mechanics problem. Trondheim: Akademika Publishing; 2013.
17. Mathisen KM. Lecture 1: Introduction to Nonlinear FEA. 2014.
18. Mathisen KM. Lecture 3: Adaptive Solution Algorithms. 2014.
19. Øverli JA, Sørensen SI. TKT 4222 Concrete structures 3 Compendium: Department of structural engineering NTNU; 2014.

Vedlegg A: Skall A med *embedded bar*

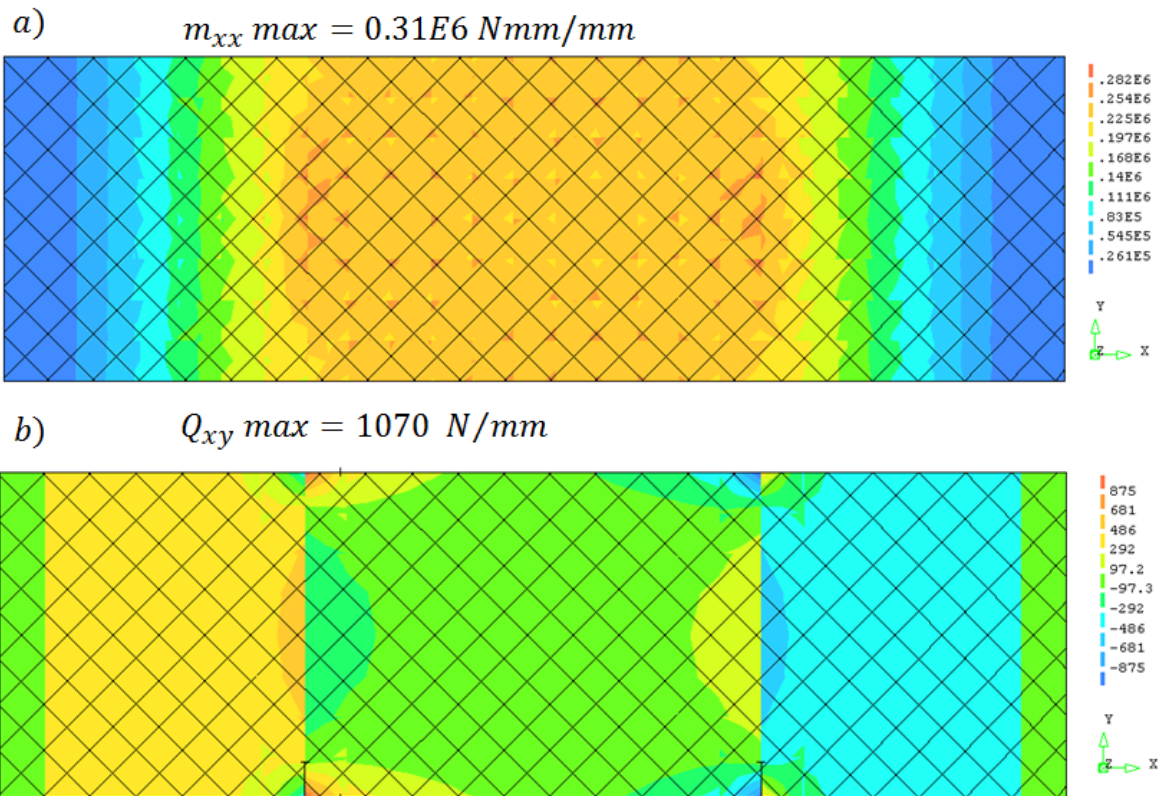
Elementmodellen er som i kapittel 3.3.2, men armeringen er «*embedded bar*». Det vil si at armeringsjernene er lagt inn hver for seg. Dette var veldig tidkrevende, og som Figur 0.4 viser er resultatet fra NFEM analysene på dekke A veldig likt. Verifiserer at orienteringen som er lagt inn ved bruk av «*grid*» er gjort riktig. Nedbøying på 5.702 mm midt under lastlinje i den lineær elastiske analysen er tilnærmet identisk som med «*embedded grid*» (5.700 mm).



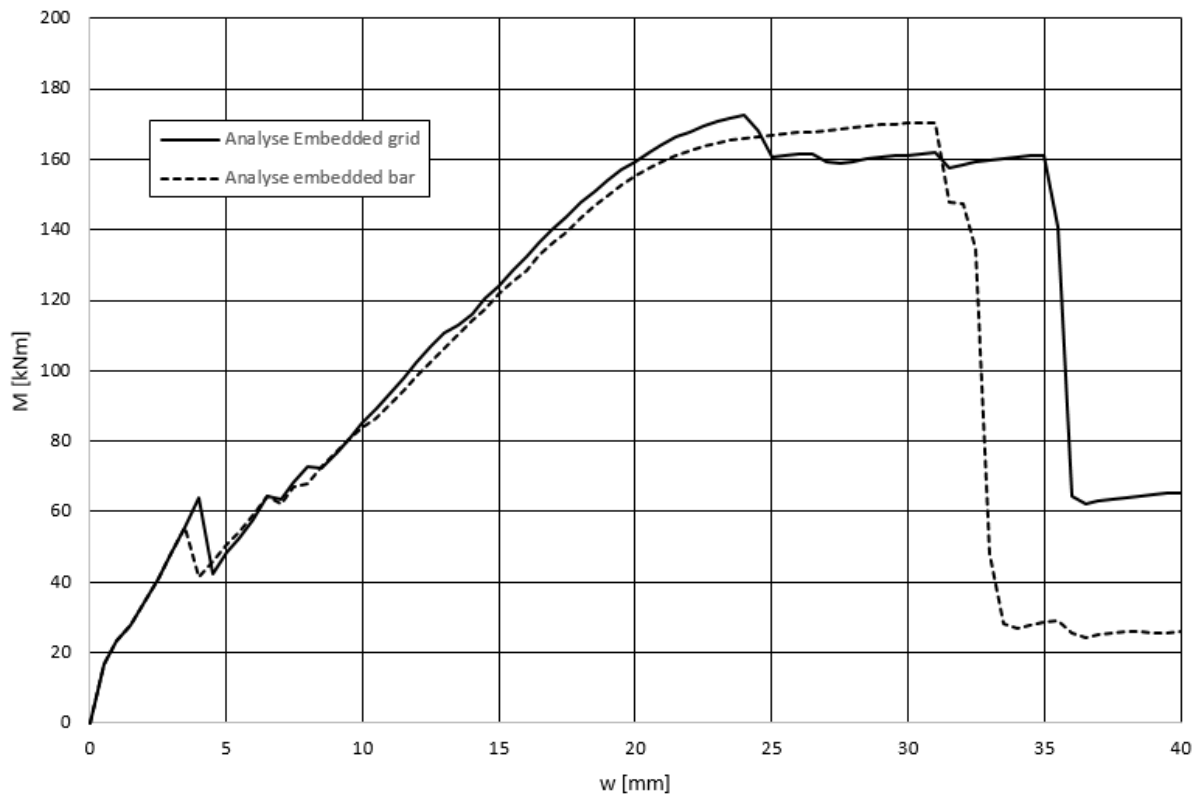
Figur 0.1: Armering skall A *embedded bar*



Figur 0.2: Spenning i armering fra LFEM analyse. a) x-retning b) y-retning



Figur 0.3: Momenter og skjærkrefter fra LFEM analyse. a) M_{xx} b) Q_{xy}



Figur 0.4: MFEM analyser med embedded bar og embedded grid for skall A

Vedlegg B: Inputfiler i DIANA

Filene er vedlagt elektronisk. Mappene inneholder filene:

Bjalkemodell: Bjelke.fgc og Bjelke.dat

Fastning: hard_A_lengde_bi.dat, hard_B_lengde_bi.dat og hard_B_skjær_bi.dat

SkallA: ShellA.fgc og ShellA.fgc og ShellA.dat

SkallB: ShellB.fgc og ShellB.fgc og ShellB.dat

Plan tøyning fixed B=0.01: DekkeB4.fgc og DekkeB4.fgc

Plan tøyning fixed B=0.1: DekkeB5.fgc og dekkeB5.dat

Plan tøyning fixed variabel B: DekkeB7.fgc og DekkeB7.dat

Plan tøyning rotating: DekkeB1.fgc og DekkeB1.dat