

Ekvivalente jordfjærer for beregning av platefundament

Sigurd Solberg Jakobsen

Bygg- og miljøteknikk (2-årig)

Innlevert: juni 2015

Hovedveileder: Gustav Grimstad, BAT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for bygg, anlegg og transport



Oppgavens tittel: Ekvivalente jordfjærer for beregning av platefundament	Dato: 03.06.2015		
	Antall sider (inkl. bilag): 101		
	Masteroppgave	X	Prosjektoppgave
Navn: Sigurd Solberg Jakobsen			
Faglærer/veileder: Prof. Gustav Grimstad			
Eventuelle eksterne faglige kontakter/veiledere: Dr. Corneliu Athanasiu			

Ekstrakt:

Winkler foreslo at kontaktrykket, p , i et punkt under et platefundament er proporsjonalt med setningen, s , i det samme punktet. Dette gir stivheten, $k = p / s$, av de lineært elastiske og innbyrdes uavhengige *ekvivalente fjærer* som representerer jorden under fundamentet i Winklers modell – en modell som har vesentlige svakheter, og er forsøkt utbedret siden den ble introdusert.

I henhold til Eurokode 7 kan rådgivende ingeniør, geoteknikk (RIG) i dag bestemme en fordeling av ekvivalente fjærer ved samvirkeanalyse for å gi rådgivende ingeniør, bygg (RIB) grunnlag for dimensjonering av fundamentplaten. Denne fremgangsmåten skiller seg fra Winklers modell. Sammen med andre faktorer er fundamentets stivhet i forhold til jordens av stor betydning for samvirket, og dermed resultatet. Samvirkeanalysen kan utføres med ulike prosedyrer og regneverktøy; ved lav bæreevnemobilisering blant annet ved bruk av FPLATES og SPLATE, for hhv. fleksible og stive fundament. FPLATES gir en elementformulering for fundamentet og legger til grunn differensialligningen for bøyning av tynnplater, mens setningsberegningen utføres etter Janbu. SPLATE diskretiserer på sin side fundamentet som et nett av uendelig stive element, modellerer jorden som et homogent, elastisk halvrom som gitt i Boussinesqs basisløsning og omfordeler den elastiske trykkfordelingen basert på grenseverdier, som gir jorden en elastisk-perfekt plastisk oppførsel.

Beregninger for et rektangulært fundament påkjent av en jevnt fordelt last bekrefter at den relative jord-fundamentstivhet for rektangulære fundament har den innvirkning på resultatet som etter teorien kunne forventes: et stivt fundament får større konsentrasjoner av kontaktrykk langs kanten, mens et fleksibelt fundament her får noe mindre trykkkonsentrasjon. Dette gjenspeiles i fordelingen av fjærstivhet. Legges svar fra PLAXIS 3D, ved bruk av *Hardening Soil*-modellen, til grunn som en «fasit» vises både FPLATES og SPLATE å gi nokså gode resultat, med unntak av at PLAXIS 3D beregner noe større trykkkonsentrasjon langs kanten, som trolig skyldes forskjell i programmenes antatte ruhet. Øvrige avvik i FPLATES og SPLATES beregninger er trolig innenfor sikkerhetsmarginer som vil legges til grunn i forbindelse med RIBs dimensjonering. Virkningen av et varierende lastnivå er også undersøkt, men for det nokså begrensede intervall av lastendring som her forsøkes gis en forholdsvis uendret fjærstivhet på grunn av økningen i både kontaktrykket (telleren) og setningen (nevneren).

Som en anbefaling for praktisk bestemmelse av fordelinger av fjærstivhet under platefundament ved lav bæreevnemobilisering anbefales bruk av FPLATES, selv for stive fundament, da dette programmet, i motsetning til SPLATE, åpner for nokså nøyaktig modellering av jorden, tar like liten CPU-tid og er i tillegg vist å kunne gi fornuftige svar. FPLATES presenterer også resultatet på en vel så hensiktsmessig måte som PLAXIS 3D.

Stikkord:

1. Ekvivalent jordfjær
2. Jordreaksjonsmodul
3. Samvirkeanalyse
4. Platefundament

(sign.)

MASTEROPPGAVE

(TBA4900 Geoteknikk, masteroppgave)

VÅREN 2015
for

Sigurd Solberg Jakobsen

Ekvivalente jordfjær for beregning av platefundament

BAKGRUNN

RIB kan i forbindelse med sin dimensjonering av platefundament be RIG om å spesifisere en fordeling av ekvivalente jordfjær under fundamentet. Slike fjær beskriver jordens reaksjon i samvirke med fundamentet, og den samvirkeanalysen som er nødvendig for å bestemme fjærstivheten kan f.eks. utføres ved bruk av plateprogrammene FPLATES/SPLATE (som er Multiconsult in-house programvare) eller ved bruk av FEA (eks. PLAXIS).

OPPGAVE

Beskrivelse av oppgaven

Den teoretiske bakgrunn for ekvivalente jordfjær beskrives, samt samvirkets innvirkning på fordelingen av fjærstivhet. Beregningsmetodikken og prosedyren for å bestemme en fordeling av fjærstivhet skal beskrives og drøftes. Dette gjøres men bakgrunn i beregnede resultater fra den utvalgte programvaren.

Målsetting og hensikt

Opgaven vil redegjøre for den teoretiske bakgrunn for ekvivalente jordfjær, beskrive forhold av innvirkning for en fordeling av jordfjær under et platefundament (her spesielt den relative jord-konstruksjon-stivhet) samt vurdere hvordan en slik fordeling hensiktsmessig kan bestemmes.

Faglærer ved instituttet: Prof. Gustav Grimstad

Veileder(eller kontaktperson) hos ekstern samarbeidspartner: Dr. Corneliu Athanasiu

Institutt for bygg, anlegg og transport, NTNU

Dato: 08.06.2015

Underskrift



Faglærer

Forord

Denne masteroppgaven ble i løpet av våren 2015 skrevet i forbindelse med avslutningen av undertegnede studium; *Bygg- og miljøteknikk* ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU).

I denne oppgavens undersøkelse utføres samvirkeanalyser under platefundament ved bruk av plateprogrammene FPLATES og SPLATE. Disse er utviklet av Dr. Corneliu Athanasiu i Multiconsult, som også foreslo denne oppgaven, og har fungert som en ekstern veileder. NTNUs interne veileder har vært Prof. Gustav Grimstad. Takk Athanasiu for oppgaveforslaget, og til begge for all veiledning i løpet av arbeidet. Takk rettes også til Joar Tistel og Odd Arne S. Fauskerud i Multiconsult for deres hjelp i forbindelse med å finne en egnet oppgave, samt andre ved NTNU som har gitt råd og tilbakemelding.

Trondheim, juni 2015
Sigurd Solberg Jakobsen



Sammendrag

Winkler foreslo at kontaktrykket, p , i et punkt under et platefundament er proporsjonalt med setningen, s , i det samme punktet. Dette gir stivheten, $k = p / s$, av de lineært elastiske og innbyrdes uavhengige *ekvivalente fjærer* som representerer jorden under fundamentet i Winklers modell – en modell som har vesentlige svakheter, og er forsøkt utbedret siden den ble introdusert.

I henhold til Eurokode 7 kan rådgivende ingeniør, geoteknikk (RIG) i dag bestemme en fordeling av ekvivalente fjærer ved samvirkeanalyse for å gi rådgivende ingeniør, bygg (RIB) grunnlag for dimensjonering av fundamentplaten. Denne framgangsmåten skiller seg fra Winklers modell. Sammen med andre faktorer er fundamentets stivhet i forhold til jordens av stor betydning for samvirket, og dermed resultatet. Samvirkeanalysen kan utføres med ulike prosedyrer og regneverktøy; ved lav bæreevne mobilisering blant annet ved bruk av FPLATES og SPLATE, for hhv. fleksible og stive fundament. FPLATES gir en elementformulering for fundamentet og legger til grunn differensialligningen for bøyning av tynnplater, mens setningsberegningen utføres etter Janbu. SPLATE diskretiserer på sin side fundamentet som et nett av uendelig stive element, modellerer jorden som et homogent, elastisk halvrom som gitt i Boussinesqs basisløsning og omfordeler den elastiske trykkfordelingen basert på grenseverdier, som gir jorden en elastisk-perfekt plastisk oppførsel.

Beregninger for et rektangulært fundament påkjent av en jevnt fordelt last bekrefter at den relative jord-fundament-stivhet for rektangulære fundament har den innvirkning på resultatet som etter teorien kunne forventes: et stivt fundament får større konsentrasjoner av kontaktrykk langs kanten, mens et fleksibelt fundament her får noe mindre trykkkonsentrasjon. Dette gjenspeiles i fordelingen av fjærstivhet. Legges svar fra PLAXIS 3D, ved bruk av *Hardening Soil*-modellen, til grunn som en «fasit» vises både FPLATES og SPLATE å gi nokså gode resultat, med unntak av at PLAXIS 3D beregner noe større trykkkonsentrasjon langs kanten, som trolig skyldes forskjell i programmenes antatte ruhet. Øvrige avvik i FPLATES og SPLATES beregninger er trolig innenfor sikkerhetsmarginer som vil legges til grunn i forbindelse med RIBs dimensjonering. Virkningen av et varierende lastnivå er også undersøkt, men for det nokså begrensede intervall av lastendring som her forsøkes gis en forholdsvis uendret fjærstivhet på grunn av økningen i både kontaktrykket (telleren) og setningen (nevneren).

Som en anbefaling for praktisk bestemmelse av fordelinger av fjærstivhet under platefundament ved lav bæreevne mobilisering anbefales bruk av FPLATES, selv for stive fundament, da dette programmet, i motsetning til SPLATE, åpner for nokså nøyaktig modellering av jorden, tar like liten CPU-tid og er i tillegg vist å kunne gi fornuftige svar. FPLATES presenterer også resultatet på en vel så hensiktsmessig måte som PLAXIS 3D.

Summary

Winkler postulated that the contact pressure, p , in one point beneath a foundation plate is proportional with the vertical deformation, s , in the same point. This defines the modulus of subgrade reaction, $k = p / s$, which is the stiffness of the linearly elastic and mutually independent Winkler springs that represent the soil medium in the subgrade reaction approach – a model which in its inception was flawed and has since been further developed.

In accordance with Eurocode 7, a geotechnical engineer may presently determine a distribution of Winkler springs by means of an interactive analysis, intended for the structural engineer's design of the foundation. This procedure differs from Winkler's original approach. The soil-foundation interaction, and thereby the result, is highly influenced by the stiffness of the foundation in relation to that of the soil, among other factors. Various procedures and calculation methods may be used for the analysis. Given a low mobilisation of bearing capacity, e.g. FPLATES and SPLATE may be used – for flexible and rigid plates, respectively. FPLATES adopts the differential equation for the deflection of thin plates for the foundation, while assuming Janbu's settlement calculation. SPLATE discretises the foundation into stiff elements, models the soil as a homogenous, elastic half-space as defined by Boussinesq, and calculates the redistribution of the elastic stresses based on a set of limit stresses, which provides for an elastic-perfectly plastic soil behaviour.

Calculations for a rectangular foundation subjected to a uniform load confirm that the relative stiffness has the predicted influence on the results: a more rigid plate will have an increased concentration of contact pressure along its edges. This, as well as the settlement profile, determines the spring stiffness. If results obtained using PLAXIS 3D and the *Hardening Soil* model are assumed true, both FPLATES and SPLATE give relatively satisfactory results, with a notable exception being that PLAXIS 3D calculates larger concentrations of contact pressure along the edges, which in large part likely ascribes to diverging roughness. The remaining deviations in the obtained results may be within the permissible margin of error used for the structural design. The influence of varying load intensity is also examined to some extent. The given interval of load variation does however produce quite limited change in spring stiffness, due to a largely equivalent increase of contact pressure (the dividend) and settlement (the divisor).

For a routinely determination of spring stiffness distributions when the mobilised bearing capacity is low, use of FPLATE can be recommended, as this programme, as opposed to SPLATE, allows for relatively accurate modelling of the subgrade, requires approximately as little CPU time and is in addition proven to be able to provide answers that may be sufficiently accurate, presented in a convenient manner.

Symboler

Latinske bokstaver

a	=	attraksjon ($=c' \cot \phi$)
a_s	=	spenningsekspONENT
A	=	areal
k	=	fjærstivhet
c	=	koheSjon
s	=	setning
E	=	elastisitetSmodul
E_{ekv}	=	ElastisitetSmodul brukt for elastisk halvrom i SPLATE
E_{oed}^{ref}	=	referansemodul for primærbelastning i ødometerforsøk ved p_{ref}
E_{50}^{ref}	=	referansemodul for primærbelastning i drenert treakset forsøk ved p_{ref}
E_{ur}^{ref}	=	referansemodul for av- og rebelastning i drenert treakset forsøk ved p_{ref}
I	=	annet arealmoment
M	=	ødometermodul
M_r	=	ødometermodul for rebelastning
m	=	modultall
m_{power}	=	spenningsekspONENT brukt i PLAXIS (lik 1 – a_s)
m_r	=	modultall for rebelastning
R_{inter}	=	styrkereduksjonsfaktor
w	=	vertikal deformasjon av fundament
q	=	last
p	=	kontakttrykk
p_a	=	atmosfærisk trykk (lik 100 kPa)
p_c	=	prekonsolideringstrykk
p_l	=	grenseverdi for kontakttrykk ved randen i SPLATE
p_r	=	referansespenning i FPLATES (lik null)
p_{ref}	=	referansespenning i PLAXIS 3D (lik 100 kPa)
p_{ult}	=	bæreevne i SPLATE
p_v	=	maksimal grenseverdi for kontakttrykk i SPLATE
p_o	=	effektiv vertikalspenning <i>in situ</i>
r	=	ruhet
z	=	dybde

Greske bokstaver

γ	=	tyngdetetthet
γ'	=	neddykket tyngdetetthet
σ	=	spenning
σ'	=	effektiv spenning
ε	=	tøyning
τ	=	skjærspenning
τ_{rel}	=	relativ skjærspenning
ϕ	=	friksjonsvinkel
ϕ'	=	effektiv friksjonsvinkel
v	=	tverrkontraksjonsjonstall
v_{ur}	=	tverrkontraksjonsjonstall for av- og rebelastning

Forkortelser

CPU-tid	Den tid en datamaskin bruker på å utføre en bestemt oppgave
EC 7	Eurokode 7, del 1 (NS-EN 1997-1:2004+NA2008)
FEA	<i>Finite element analysis</i> (elementanalyse)
FEM	<i>Finite element method</i> (elementmetoden)
NC	Normalkonsolidert
OC	Overkonsolidert
OCR	Overkonsolideringsgrad
POP	Tidligere overlagingstrykk
RIB	Rådgivende ingeniør, bygg
RIG	Rådgivende ingeniør, geoteknikk

Ordforklaring

Ekvivalent jordfjær (el. Winkler-fjær el. jord- el. grunnreaksjonsmodul; engelsk: *coefficient el. modulus of subgrade reaction*, el. *subgrade modulus*; tysk: *Bettungsziffer*) – en fjær med opphav i Winklers modell el. metode (engelsk: *subgrade reaction approach*), med en stivhet lik kvotienten av kontaktrykk og setning i ett punkt under platefundamentet

Kontakttrykk (el. kontaktspenning, jordreaksjon; engelsk: *subgrade reaction*) – den spenning som virker fra jorden på platefundamentet

Winklers medium (el. Winklers halvrom) – Jorden, idealisert som én eller flere jordfjærer

Bakgrunn

RIB vil kunne ha behov for å kjenne ekvivalente jordfjærer under et platefundament på mark, for at dimensjoneringsprogrammer skal kunne ta hensyn til grunnens oppførsel og at nødvendig armering skal kunne beregnes. Slike fjærer, som bestemmes av RIG og har sitt opphav i Winklers modell, beskriver jordens reaksjon i samvirke med fundamentet.

For generelt å kunne beskrive jordens respons under en konstruksjon vil en ved bruk av beregningsprogram måtte analysere samvirket mellom jord og fundament. Samvirket i ett punkt under platefundamentet er avhengig av jordreaksjoner i områder *rundt* dette punktet, som igjen beror på platens utbøyning under nettopp disse reaksjonene. En samvirkeanalyse er også nødvendig for å bestemme ekvivalente jordfjærer, som vil være en problemavhengig størrelse, og ikke en jordparameter.

Bestemmelsen av ekvivalente jordfjærer fordrer samarbeid mellom RIB og RIG, og kan gjøres på ulike måter. Elementmetoden er et stadig mer brukt verktøy som åpner for at fundamentet og jorden to- eller tredimensjonalt kan analyseres samlet, og en kjent jordmodell kan antas. Slik elementanalyse kan imidlertid være relativt tidkrevende, og andre, enklere metoder vil kunne gi tilstrekkelig gode svar. Dr. Corneliu Athanasiu har utviklet *in-house* programvare for Multiconsult som brukes til samvirkeanalyse for fleksible og stive platefundament på mark: FPLATES og SPLATE. Disse plateprogrammene ble først påbegynt i 1980-årene, og videreutviklet noe siden den gang.

Denne oppgaven har til hensikt å beskrive problemstillingen knyttet til ekvivalente jordfjærer, inkludert en presentasjon av den teoretiske bakgrunn for samvirke mellom jord og platefundament. Ved bruk av FPLATES og SPLATE vil oppgaven undersøke hvordan fjærstivhetens størrelse og fordeling kan bestemmes på en hensiktsmessig måte, og hvordan resultatet påvirkes av ulike forhold; blant annet den relative jord-fundament-stivhet.

Oppbygning

Kap. 1: Winklers modell

Her redegjøres for Winklers elastiske modell, som er opphavet til de ekvivalente jordfjærene. Denne modellens svakheter og et utvalg teoretiske videreutviklinger presenteres.

Kap. 2: Innvirkningen av samvirket

Her beskrives den innvirkning samvirket mellom platefundamentet og jorden vil ha på en faktisk fordeling av ekvivalente jordfjærer, uavhengig av Winklers opprinnelige modell. Her vurderes spesielt betydningen av fundamentets stivhet i forhold til jordens.

Kap. 3: Om bestemmelsen

Her beskrives og diskuteres aktuelle prosedyrer for å bestemme ekvivalente jordfjærer, herunder dimensjoneringsregler og de regneverktøy som benyttes i oppgavens undersøkelse.

Kap. 4: Undersøkelse

Her presenteres samvirkeanalyser som er utført ved bruk av de utvalgte beregningsprogram, FPLATES og SPLATE, for å bestemme fordelinger av ekvivalente jordfjærer under et hhv. fleksibelt og stivt fundament. Resultatet sammenlignes med det som etter teorien forventes, samt tilsvarende beregninger utført i PLAXIS 3D som legges til grunn som en «fasit». En hensiktsmessig framgangsmåte for bestemmelse av jordfjærer anbefales, og forslag til videre arbeid og mulige feilkilder gis.

Innholdsfortegnelse

Kapittel 1	Winklers modell.....	1
1.1	Innledning.....	1
1.2	Definisjon.....	1
1.3	Begrensninger.....	4
1.3.1	Lineært elastiske fjærer.....	4
1.3.2	Spennings typer.....	5
1.3.3	Diskontinuitet og konstant stivhet.....	6
Kapittel 2	Innvirkningen av samvirket.....	13
2.1	Innledning.....	13
2.2	Den relative jord-fundament-stivhet.....	14
2.2.1	Lineært elastisk jord.....	14
2.2.2	Ikke-lineær jord.....	16
2.3	Geometri.....	17
Kapittel 3	Om bestemmelsen.....	19
3.1	Innledning.....	19
3.2	Dimensjoneringsregler.....	20
3.3	Utjevning.....	20
3.4	Konstant fjærstivhet.....	20
3.5	Programvare og beregningsmetodikk.....	21
3.5.1	GGU-Settle og GGU-Slab.....	21
3.5.2	FPLATES.....	22
3.5.3	SPLATE.....	28
3.5.4	PLAXIS 2D og 3D.....	34
3.5.5	Om valget av programvare.....	35
3.5.6	Sammenligning av undersøkelsens programvare.....	37
Kapittel 4	Undersøkelse.....	39
4.1	Innledning.....	39
4.2	Inndata.....	40
4.2.1	Last og plategeometri.....	40
4.2.2	Jordgeometri.....	41
4.2.3	Materialparametere.....	43
4.3	Resultat.....	46
4.3.1	Betydningen av relativ stivhet.....	46

4.3.2	Sammenligning av programmenes resultat.....	48
4.3.3	Betydningen av lastnivå.....	54
4.3.4	CPU-tid	62
4.4	Feilkilder	63
4.4.1	Ruhet.....	63
4.4.2	Elastisk halvrom.....	64
4.4.3	Horisontal deformasjon i PLAXIS 3D.....	64
4.4.4	PLAXIS 3Ds kontaktrykkfordeling.....	65
4.4.5	Verdier i det ekvivalente punkt.....	65
4.4.6	SPLATEs utdata.....	65
4.5	Vurdering på bakgrunn av resultatet.....	66
4.5.1	Betydningen av relativ stivhet	66
4.5.2	Sammenligning av programmenes resultat.....	66
4.5.3	Betydningen av lastnivå.....	66
	Vurdering av programmene	67
4.6	Forslag til videre arbeid.....	69
	Etterord	71
	Kildehenvisning	73
	Vedlegg.....	75

Kapittel 1 Winklers modell

1.1 Innledning

For samvirkeanalysen er en rekke modeller utviklet, hvor jordens oppførsel idealiseres, gjerne ved å beskrive enkelte av trekk ved den faktiske oppførsel. Disse modellene kjennetegnes typisk ved den sammentrykning som gis av grunnen når en gitt form for last virker på overflaten. De enkleste av disse modellene antar lineært elastisk og reversibel deformasjon av grunnen. Slike metoder er gjenstand for mange studier hvor eksakte og tilnærmede løsninger gis, og er blitt brukt til å løse geotekniske problem, selv om generaliserte spennings-tøynings-sammenhenger for jord generelt ikke vil kunne representere jordmassens fysiske egenskaper *in situ* (Vasani).

1.2 Definisjon

Winkler (1867) foreslo at det kontaktrykk, p , som virker i ett punkt av kontaktarealet mot et belastet fundament er proporsjonalt med den setning, s , som i samme punkt gis av lasten. For et platefundament med ortogonale retninger x og y uttrykkes dermed følgende koeffisient:

$$k(x, y) = \frac{p(x, y)}{s(x, y)} \quad (1)$$

Denne kvotienten utgjør stivheten av en ekvivalent jordfjær, og omtales også som jordreaksjonsmodulen. Benevnelsen er kN/m^3 – trykk per kubiske lengdeenhet – eventuelt kPa/m – trykk per lengdeenhet forskyvning. Ligning 1 er utgangspunktet for Winklers elastiske modell, hvor grunnen er fysisk representert av ekvivalente jordfjærer som er tett plassert, lineært elastiske, innbyrdes uavhengige, og alle har stivheten k . Fig. 1 viser denne idealiserte grunnen, kjent som Winklers *halvrom* eller *medium*, under et rektangulært platefundament, mens fig. 2 viser den grunnleggende modell, med den setningen som gis for ulike lasttyper.

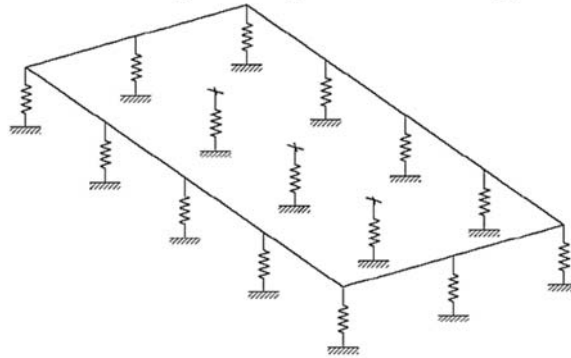


Fig. 1: Winklers medium, bestående av en fordeling av vertikale fjærer, vist for et rektangulært platefundament.

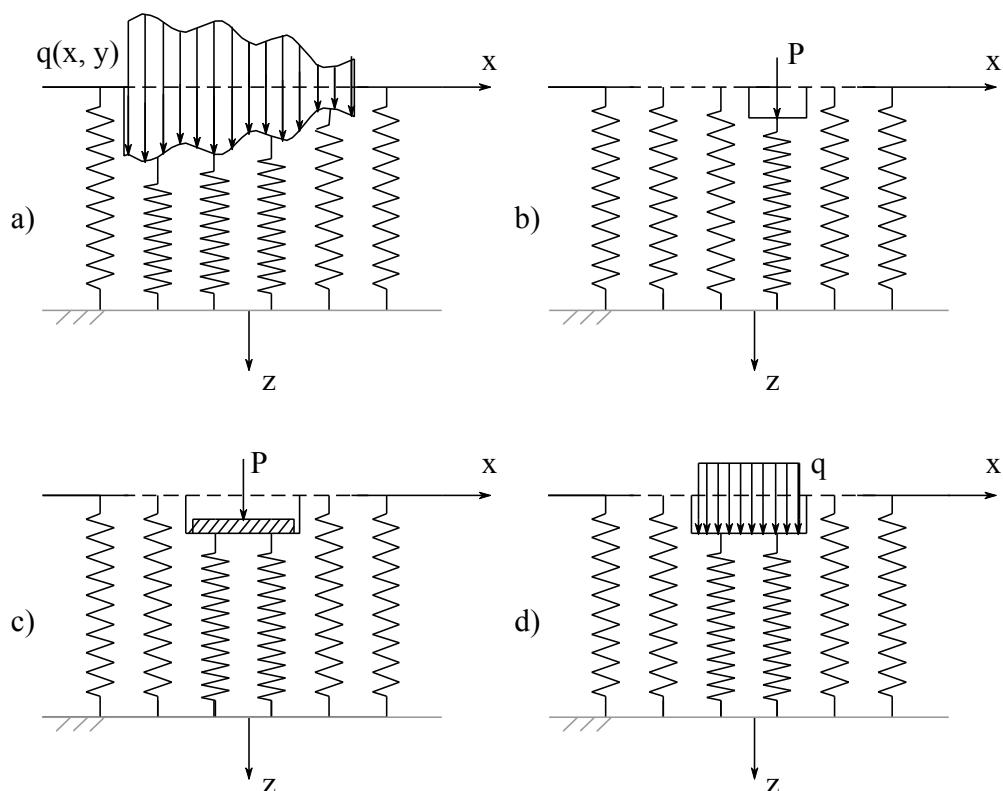


Fig. 2: Den setning (sammentrykning av fjærer) som gis i Winklers modell for a) en variabel last, b) en punktlast, c) sentrisk last på et stivt fundament og d) en jevnt fordelt last på et fleksibelt fundament (Vasani)

Flere varianter av ekvivalente jordfjærer, eller *Winkler-fjærer*, er senere anvendt til ulike problemstillinger hvor jordens mekaniske oppførsel skal beskrives (Hauser og Karlsrud, 2014), som beskrives i det følgende. Disse har sitt opphav i Winklers definisjon, men kan benyttes uavhengig av om hans modell legges til grunn som opprinnelig formulert.

Først nevnes fjærer for ulike frihetsgrader: *momentfjærer*, k_M , *horisontale fjærer* (f.eks. til peler), k_H , og *vertikale fjærer* (blant annet til platefundament), k_V . I tillegg kan en enten benytte *totalfjærer*, K , eller *enhetsfjærer*, k , som vist i fig. 3. Førstnevnte kan være egnet når den samlede respons av en konstruksjon skal undersøkes, bl.a. i forbindelse med jordskjelvanalyse. Enhetsfjærer (fordelt med en viss senteravstand under et fundament) benyttes på sin side gjerne for undersøkelsen av snittkrefter i forbindelse med dimensjonering. For det tredje kan vertikale enhetsfjærer enten være *konstante* eller *variable*, som også vist i fig. 3, ved at deres stivhet enten er lik eller varierer i fordelingen under fundamentarealet. En konstant jordfjær kan være egnet bl.a. for bløt jord påkjent av et stivt fundament av begrenset utstrekning, eller når setningen gis av et svært tynt jordlag (Hauser og Karlsrud, 2014). Som senere nevnt kan dessuten ikke-lineære fjærer benyttes, som også vil være en modifikasjon av Winklers modell.

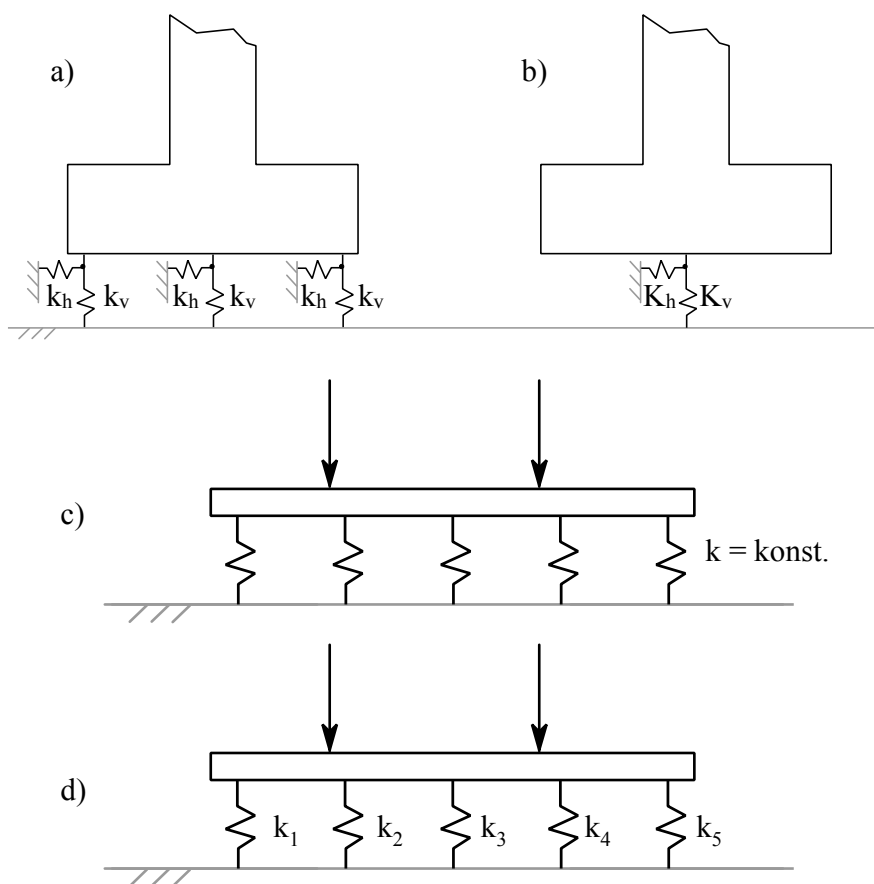


Fig. 3: Ulike fjærvarianter kan benyttes. Her vises a) enhets- og b) totalfjærer, samt fjærer med c) konstant og d) variabel stivhet

Denne oppgaven konsentrerer seg om enhetsfjærer som er vertikale, lineært elastiske og variable. Det entydige symbol for stivheten av slike fjærer er k_v , men her utelates indeksen. Valget har bakgrunn i oppgavens undersøkelse, som beskrives i kapittel 4:

- Vertikale, da det dreier seg om platefundament som hviler på horisontal grunn
- Lineært elastiske, som en forenkende, pragmatisk tilnærming
- Variable, da dette platearealet er av en viss utstrekning (Dette er ikke i tråd med Winklers modell, som antar konstant stivhet)

1.3 Begrensninger

Som et forsøk på å beskrive kompressibiliteten av et horisontalt underlag hviler Winklers modell på flere feilaktige antagelser. Modellen utgjør som sådan en dårlig fysisk modellering av jordmassen, og kan gi svært gale svar (Menzies og Simons, 1975). Brown (1974) uttrykte at «[modellen] tar utgangspunkt i matematisk bekvemmelighet, og ikke den fysiske virkelighet.» I det følgende beskrives antagelser som gjøres, eksempler på konsekvensene av disse, samt enkelte foreslåtte utbedringer av modellen.

1.3.1 Lineært elastiske fjærer

Ligning 1 antar som sådan at jorden oppfører seg lineært elastisk. Kontakttrykket og setningen i ett punkt i jorden vil imidlertid ikke være proporsjonale, og stivheten vil følgelig ikke være noen konstant. Fig. 4 sammenligner to realistiske forløp av kontakttrykk mot setning med en idealisert sekantstivhet.

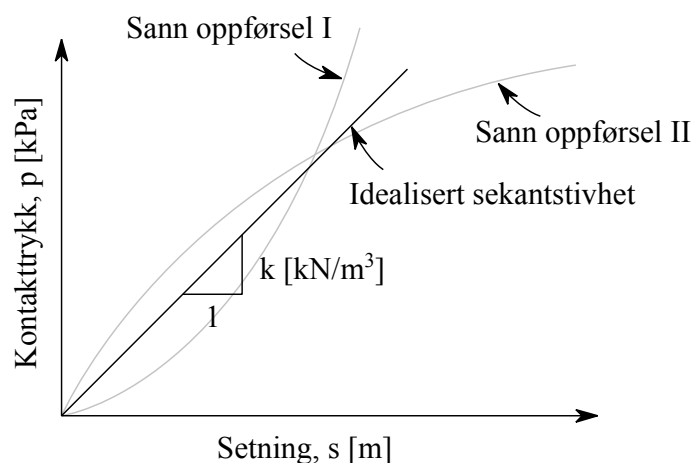


Fig. 4: Sekantmodul sammenlignet med to eksempler på jordens virkelige, ikke-lineære oppførsel

En kan også benytte ikke-lineære fjærer, i form av kurver. Slike fjærer vil i seg selv kunne gi en mer nøyaktig beskrivelse av jordens virkelige oppførsel for vilkårlig sammentrykning. En dataassistert samvirkeanalyse, som senere vist eksempel på, kan imidlertid ta høyde for jordens ikke-lineære oppførsel, og vil med utgangspunkt i beregnet setning og kontakttrykk gi grunnlag for beregning av lineære jordfjærer etter ligning 1. I noen grad kompenserer bruken av lineære fjærer med en stivhet som bestemmes på en slik måte for at en ikke benytter ikke-lineære fjærer, men kun for en gitt sammentrykning. Dette kan følgelig utgjøre en akseptabel løsning når hensikten med fjærfordelingen er gi RIB et grunnlag for å kunne dimensjonere et platefundament på bakgrunn av platekreftene (Hauser og Karlsrud, 2014).

1.3.2 Spenningstyper

Jordens oppførsel vil i realiteten være avhengig av spenningstypen. Fig. 5 viser at hydrostatisk trykk, σ_m' , gir volumendring, og at den volumetriske tøyning, ε_v , avtar for økende trykk, som gir tettere og stivere jord. Skjærspenning, τ , gir på sin side skjærtøyning, og svekker jorden som vist i fig. 6. Ligning 1, som brukt for en fordeling av fjærer under et fundament, tar kun hensyn til vertikal deformasjon, og kontaktrykkets normalkomponent – ikke til de ulike spenningstyper som virker på fundamentet (Athanasiu, 2011).

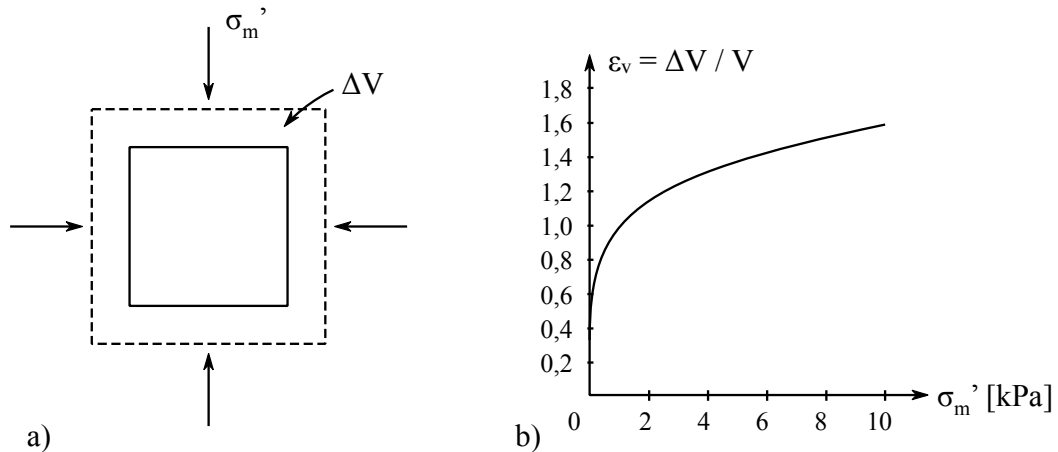


Fig. 5: a) Endring i volum, ΔV , som følge av hydrostatisk trykk, σ_m' . b) Den volumetriske tøyning, ε_v , minsker for økende trykk, σ_m' , og jorden blir tettere og stivere. (Athanasiu, 2011)

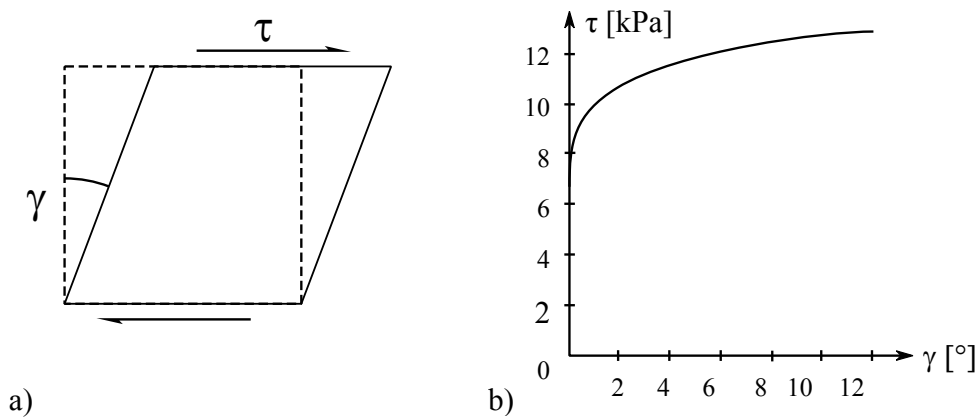


Fig. 6: a) For økende skjærspenning, τ , oppstår skjærtøyning som svekker jorden. Her illustreres dette med en vinkel, γ . (Athanasiu, 2011)

1.3.3 Diskontinuitet og konstant stivhet

De ekvivalente enhetsfjærene i Winklers modell er innbyrdes uavhengige, og vil som vist i fig. 2 sammentrykkes av det trykk hver enkelt av dem utsettes for, uavhengig av trykk og setning i de øvrige områdene av grensesjiktet mellom fundamentet og jorden (Terzaghi et al., 1996). Dette utgjør en setning som er diskontinuerlig og f.eks. gir likt kontaktrykk under en stiv og en fleksibel plate dersom begge påkjennes av lik last jevnt fordelt last. I det følgende gis eksempler på hvilket kontaktrykk som gis dersom jorden idealiseres etter Winklers modell.

Fig. 7 sammenligner den fordeling av kontaktrykk på et stivt fundament som realistisk gis for hhv. leire og sand, med den som gis i Winklers modell. Som vist gir Winklers modell en uniform trykkfordeling som er svært ulik de realistiske, og innebærer null bøyemoment i fundamentet, selv om momentet i virkeligheten kan være betydelig.

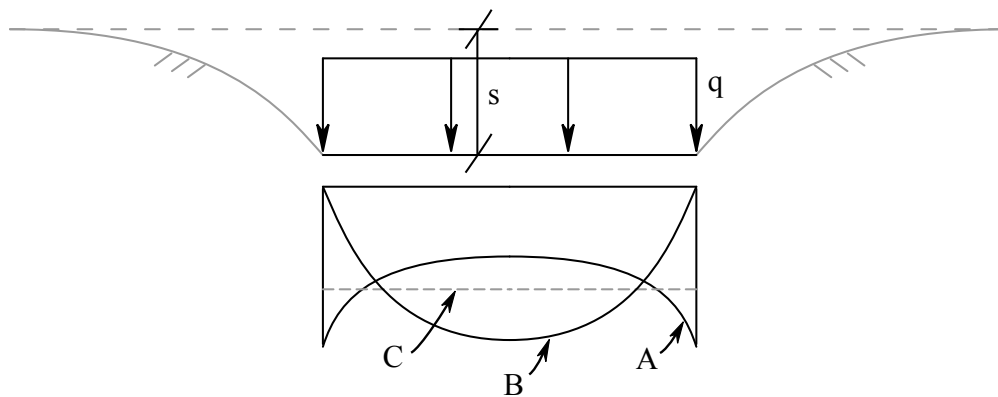


Fig. 7: Kontaktrykket fra leire (A) og sand (B) på et stivt fundament med en uniform setning, s , forårsaket av en jevnt fordelt last, q . Dette sammenlignes med en trykkfordeling etter Winklers modell (C) (Terzaghi, 1955)

Fig. 8 viser det kontaktrykk som etter i Winklers modell gis mot sålen av en stiv støttemur med bredde B og en resultantlast, P , som virker i en avstand a fra tåa (Terzaghi et al., 1996). Antagelsen om uavhengige fjærer med konstant stivhet gir for slik eksentrisk belastning en lineær fordeling av kontaktrykk, med en intensitet p_a og p_b på hhv. fundamentets tå og hæl. Av likevektsbetraktning gis:

$$P = \frac{1}{2} B(p_a + p_b) \quad Pa = \frac{1}{6} B^2 p_a + \frac{1}{3} B^2 p_b \quad (2)$$

Det forhold at fjærstivheten, k , utelates i ligning 2 anskueliggjør at Winklers modell gir en fordeling av kontaktrykk som er uavhengig av grunnens kompressibilitet (Terzaghi et al., 1996). Dette strider med virkeligheten: I realiteten er grunnens trykk-deformasjonsegenskaper blant flere avgjørende faktorer for kontaktrykket.

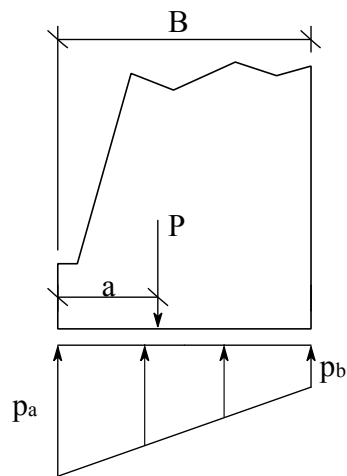


Fig. 8: Kontakttrykket gitt av Winklers modell på en stiv støttemur (Terzaghi et al., 1996)

Antagelsen i Winklers modell om uavhengige fjærer med konstant stivhet tar ikke høyde for jordens motstand mot skjærkrefter, og gir som vist feil kontakttrykkfordeling, ettersom setningen, s , av et belastet areal i realiteten også vil være avhengig av lasten på, og dermed setningen av, omkringliggende områder. Som senere vist eksempler på er det i virkeligheten en viss kontinuitet i setningen, og en variabel fjærstivhet under fundamentet vil i regelen være nødvendig for at ligning 1 som sådan skal tilfredsstilles.

1.3.3.1 To-parameters, elastiske modeller

Før dataassistert samvirkeanalyse kunne brukes for å bestemme en fordeling av jordfjærer ble ulike teoretiske modeller foreslått som en videreutvikling av Winklers modell, hvor de vertikale enhetsfjærene til en viss grad forbindes ved at en form for mekanisk interaksjon innføres. Dette er ment å ta høyde for kontinuiteten i jordens oppførsel og dermed gi en mer realistisk jordmodellering. I tillegg til den konstante fjærstivheten tilfører den nye fjærforbindelsen en ytterligere, uavhengig elastisk konstant. Disse modellene kalles følgelig to-parameters modeller (Vasani). I det følgende beskrives hovedtrekkene ved noen av disse. For øvrig nevnes Starzewskis (1959) og Rhines (1969) elastoplastiske modeller for ikke-lineær jordrespons, som i motsetning til de elastiske modellene tar høyde for jordens elastoplastiske, eller irreversible, oppførsel ved at spenningen begrenses med et bruddkriterium (Vasani).

1.3.3.1.1 Filanenko-Borodichs modell

Filanenko-Borodich (1940) foreslo en modell hvor kontinuiteten mellom de enkelte fjærer i Winklers modell gis ved at de knyttes sammen med en tynn, elastisk membran påkjent av en konstant strekkraft, T . For tredimensjonale problem, som sirkulære og rektangulære fundament, gis følgende ligning:

$$p(x, y) = kw(x, y) - T\nabla^2 w(x, y) \quad (3)$$

hvor:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \text{Laplace-operator}$$

w = plateutbøyning

k = fjærstivhet

De to elastiske konstanter som beskriver jorden i denne modellen er k og T . Fig. 9 viser eksempler på de setningsprofilene som gis som følge av punktlast, samt last for et stivt og fleksibelt fundament.

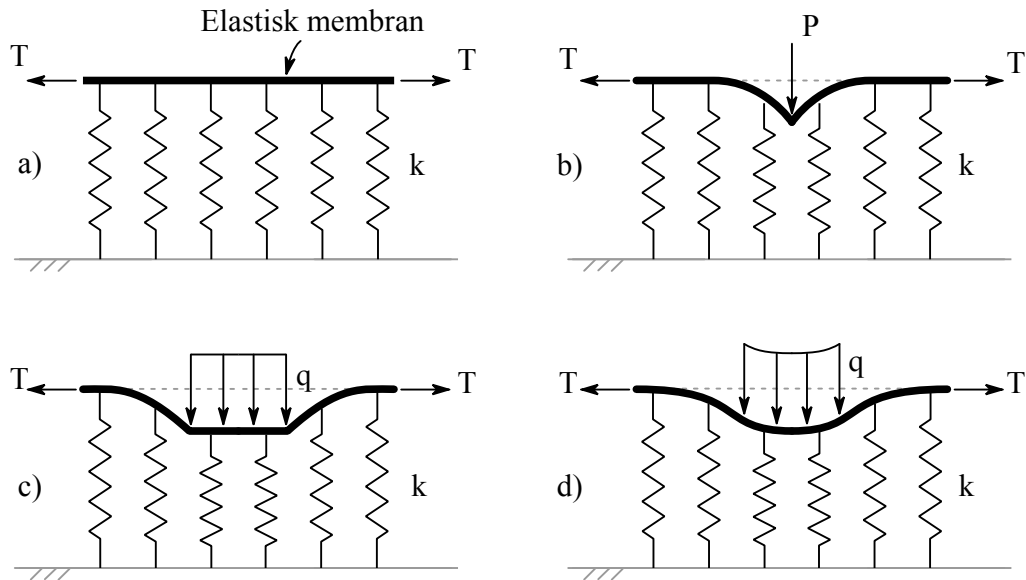


Fig. 9: a) Filonenko-Borodichs modell og den setning som gis av b) en punktlast, c) last på et stivt fundament, d) uniform linjelast på fleksibelt fundament

1.3.3.1.2 Pasternaks modell

Pasternak (1954) foreslo en modell som gir skjær-interaksjon mellom fjærene, ved at de er tilkoblet et tenkt isotropt lag av inkompressible, vertikale element som er utsatt for transvers skjærdeformasjon. Fig. 10 viser deformasjonen, samt de kreftene som ivaretar likevekt i skjærlaget.

Den totale skjærkraft per lengdeenhet av skjærlaget gis av:

$$N_x = \int_0^1 \tau_{xz} dz = G \frac{\partial w}{\partial x}, \quad N_y = \int_0^1 \tau_{yz} dz = G \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4)$$

Likevektsbetraktningen i retning z for et skjærlag:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} + q - r_0 = 0 \quad (5)$$

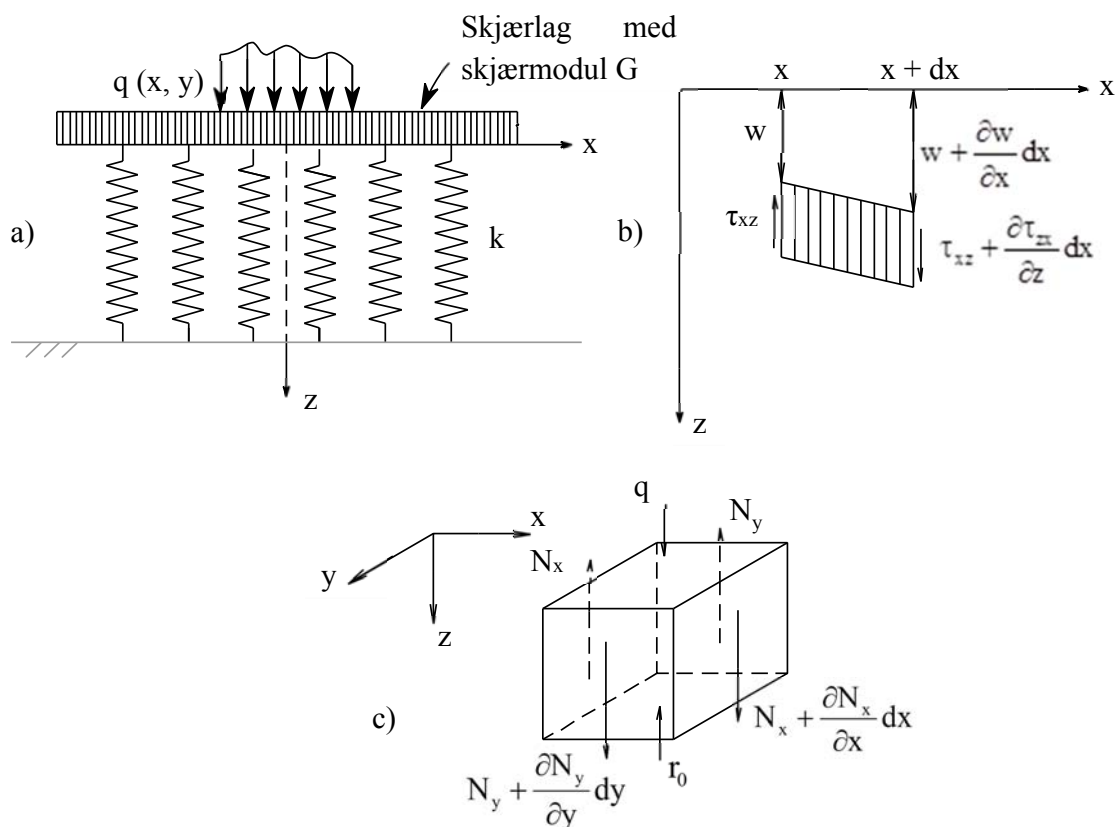


Fig. 10: a) Pasternaks modell, b) spenning i skjærlaget og c) krefter som virker på skjærlaget

Med betingelsen $r_0 = kw$ gis forholdet mellom trykk og utbøyning gis av den vertikale likevektsbetraktningen av et skjærlag:

$$q(x, y) = kw(x, y) - G\nabla^2 w(x, y) \quad (6)$$

hvor G er skjærmodulen av skjærlaget, og utgjør i likhet med k en elastisk konstant. Dette tilsvarer Filonenko-Borodichs modell, men erstatter T med G . Legg dessuten merke til at både Filonenko-Borodichs og Pasternaks modell reduseres til Winklers modell for hhv. T og G lik null.

I Rhines (1969) elasto-plastiske, to-parameters modell, som ikke videre beskrives her, antas det at skjærlaget i Pasternaks modell tåler en begrenset skjærspenning.

1.3.3.1.3 Kerrs modell

Kerr (1964) foreslo en utvidet Pasternak-modell hvor skjær laget ligger mellom to fjærlag med ulik stivhet. For enkelhet skyld anbefales det å sette $k_1 = 3k_2$.

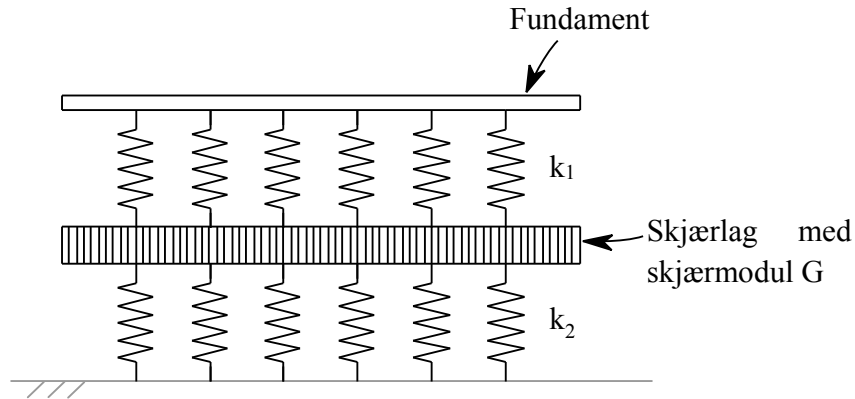


Fig. 11: Kerrs fundamentmodell

For denne modellen gjelder følgende differensialligning:

$$p \left(1 + \frac{k_2}{k_1} \right) = \frac{G}{k_1} \nabla^2 p + k_2 w - G \nabla^2 w \quad (7)$$

hvor

k_1 og k_2 = stivheten av det hhv. øvre og nedre laget av jordfjærer

w = vertikal deformasjon av det øvre laget

G = Skjærmodulen for skjærlaget

De to elastiske konstanter som beskriver jorden i denne modellen er k og G .

1.3.3.1.4 Hetényis modell

Hetényi (1964) foreslo en modell hvor interaksjonen mellom de uavhengige fjærene gis ved innføringen av en elastisk plate, som vist i fig. 12.

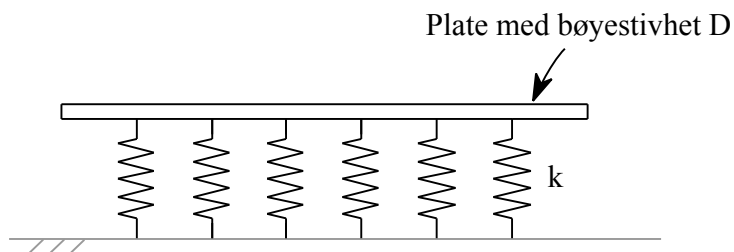


Fig. 12: Hetényis fundamentmodell

Forholdet mellom trykk, q , og utbøyning, w , gis i denne modellen av differensialligningen for bøyning av tynnplater:

$$q(x, y) = kw + D\nabla^4 w(x, y) \quad (8)$$

hvor:

$$\nabla^4 \left(= \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} \right) = \text{Laplace-operator}$$

k = fjærstivhet

$$D \left(= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \right) = \text{uttrykk for platens fleksibilitet}$$

E = platens elastisitetsmodul

t = tykkelsen av platen

ν = platens tverrkontraksjonstall

Denne løsningen er i dag gjerne kjent som *Winkler-fundamentet*. Som senere forklart modellerer FPLATES fundamentet etter ligning (8), hvor fjærstivheten endres gjennom iterasjon.

Kapittel 2 Innvirkningen av samvirket

2.1 Innledning

Samvirket mellom platefundamentet og jorden består i at responsen av jorden i ett punkt under platefundament er avhengig av jordreaksjoner i områder *rundt* dette punktet, som igjen beror på platens utbøyning under nettopp disse reaksjonene. I dette kapitlet vurderes den avgjørende innvirkning samvirket har på fordelingen av kontaktrykk og setning over kontaktarealet – som etter ligning 1 bestemmer fjærstivheten. Legges denne ligningen til grunn vil stivheten i realiteten være variabel under fundamentet, og ikke konstant slik Winklers modell forutsetter. Når RIB bruker fjærstivheter for å finne krefter i fundamentet er det som regel også en fordeling som antas, selv om enkelte forhold, som senere beskrevet, gjør det mulig å anta en konstant stivhet.

Følgende er blant de medvirkende faktorer (Hauser og Karlsrud, 2014):

- Den relative jord-fundament-stivhet
- Fundamentets egenskaper, størrelse og øvrige geometri
- Last: størrelse, plassering og andel langtids- og korttidslast m.m.
- Egenskaper og lagdeling av jorden: dybde til fjell, trykk-deformasjonsegenskaper som overkonsolideringsgrad, hviletrykkoeffisient m.m.

2.2 Den relative jord-fundament-stivhet

Forholdet mellom jordens og fundamentets stivhet er av stor betydning for samvirket. I dette avsnittet presenteres karakteristiske fordelinger av jordfjærer, setning og kontaktrykk under fleksible og stive plater på lineært elastisk og ikke-lineær jord. I denne sammenheng beskrives i korte trekk også lastnivåets betydning.

2.2.1 Lineært elastisk jord

Her henvises til fig. 13, som viser den karakteristiske fordeling av kontaktrykk, p , setning, s , og fjærstivhet, k , for et fundament som er hhv. fullstendig fleksibelt og fullstendig stivt og hviler på lineært elastisk jord. Disse fordelingene gjengis også i tabell 1.

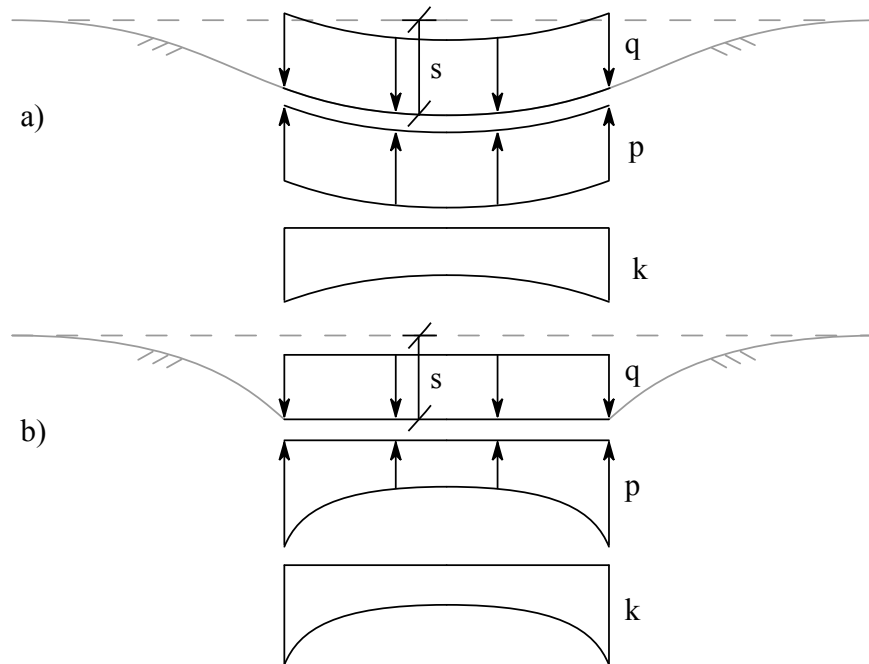


Fig. 13: Fordeling av kontaktrykk, setning og fjærstivhet for et a) fleksibelt og b) stivt fundament på lineært elastisk jord, som er påkjent av en jevnt fordelt last (Terzaghi, 1955)

Et fullstendig fleksibelt fundament vil få en setning som følger den typiske trauformede deformasjonen som oppstår i jord utsatt for jevnt fordelt last. Her er setningen størst under platesenteret, og kontaktrykket konstant. Etter ligning 1 fører det uniforme kontaktrykket (telleren) til at fordelingen av fjærstivhet får en fasong som ligner setningsprofilen.

Forklaringen for fordelingen under et fullstendig stivt fundament tar utgangspunkt i at den samme, trauformede deformasjon vil oppstå for jevnt fordelt last. I lys av at kontaktrykket etter vertikal likevekt alltid vil tilsvare den ytre last kan en andel av kontaktrykket under et stivt fundament antas omfordelt fra platesenteret og mot rendene, for at den implisitte, uniforme setning skal gis. Følgelig er kontaktrykket i dette tilfelle minst under platesenteret, og størst i ytterkantene av fundamentet. Dette gir et mye større maksimalt bøyemoment enn det som er tilfelle for et fleksibelt fundament. Etter ligning 1 fører den uniforme setningen til at fjærstivheten får en fasong som ligner kontaktrykkets.

Tabell 1: Tabulert utgave av fig. 13 (Athanasiu, 2011)

Område	Fleksibelt fundament		Stivt fundament	
	hjørne/kant	sentrum	hjørne/kant	sentrum
Kontakttrykk, p	konstant		stor	liten
Setning, s	liten	stor	konstant	
Fjærstivhet, k	stor	liten	stor	liten

Med henvisning til fig. 14 gis i det følgende en nærmere beskrivelse av den fordeling av kontakttrykk som oppstår under et stivt fundament med bredde B som er påkjent av en last qB per lengdeenhet (Terzaghi et al., 1996). For uniform setning har dette nokså direkte innvirkning på fordelingen av fjærstivhet.

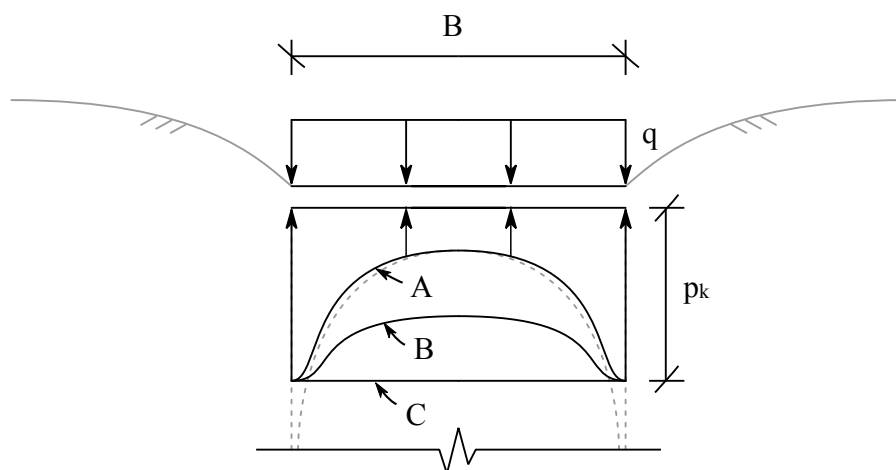


Fig. 14: Fordeling av kontakttrykk på et svært avlangt, stivt fundament påkjent av jevnt fordelt last normalt sitt plan (Terzaghi et al., 1996)

Figuren viser trykkfordelingen både dersom grunnen er perfekt elastisk, homogen, isotrop og svært dyp (stiplet linje) og dersom den består av realistisk, moderat elastisk jord (heltrukne linjer). For førstnevnte antagelse øker trykket etter elastisitetsteorien fra en minimalverdi på mindre enn $0,7q$ under platesenteret, til en overestimert, uendelig verdi ved randen. For virkelig jord kan derimot trykket ved fundamentkanten umulig overskride en gitt endelig verdi, p_k , hvor materialet går til en plastisk tilstand. Linje A viser en slik fordeling. For en økende last, q , vil kontakttrykket endres ved at det plastifiserte området utvides fra randene. Dersom fundamentsålen er glatt, blir fordelingen helt jevn i det bæreevnebrudd inntreffer, som vist av kurve C. Kurve B viser et mellomstadium.

2.2.2 Ikke-lineær jord

Jord vil i praksis vise ikke-lineær oppførsel, og kan være svært heterogen. Da vil ikke nødvendigvis de nokså enkle fordelingene vist i fig. 13 og tabell 1 gis.

For punktlast P_1 og P_2 illustrerer fig. 15 betydningen av den relative jord-fundament-stivhet for kontaktrykkfordelingen fra ikke-lineær jord på et fleksibelt fundament. Dersom underlaget er stivt i forhold til fundamentet gis trykkonsentrasjon i et begrenset område under hver punktlast, og lite trykk i det øvrige kontaktareal mellom fundamentet og jorden. Trykkfordelingen blir jevnere jo mykere jorden er i forhold til fundamentet (Athanasiu, 2011).

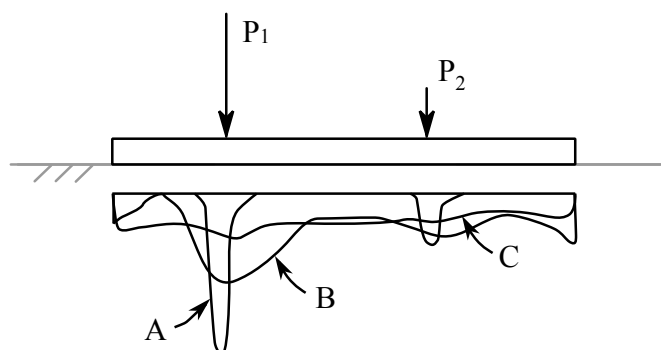


Fig. 15: Eksempel på en realistisk kontaktrykkfordeling fra ikke-lineær jord på et fleksibelt fundament. Her vist for stein (A), stiv jord (B) og myk jord (C). (Athanasiu, 2011)

Består underlaget av sand, som vist i fig. 16, vil kontaktrykket på en stiv plate omfordeles slik at det har sin maksimalverdi under platesenteret og er lik null langs rendene (Terzaghi et al., 1996). Denne tendensen er bekreftet i forsøk (Faber, 1933).

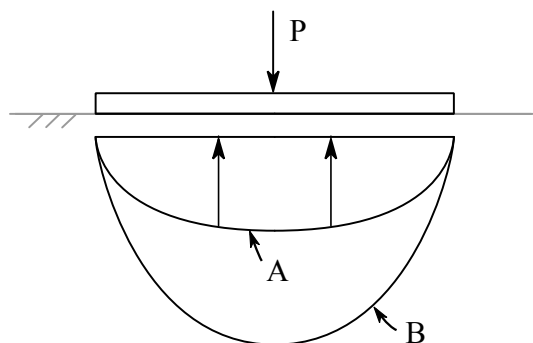


Fig. 16: Kontaktrykkfordeling mellom kohesjonsfri sand og et glatt, stivt fundament, påkjent sentrisk av en last som er moderat (A) og ved en grenseverdi (B). (Terzaghi et al., 1996)

For stive plater på sand har dessuten Leussink og Schweickert (1963) og Athanasiu (1978) utført småskalaforsøk, og Petersen og Schmidt (1971) utført fullskalaforsøk. Disse viser at før en økt lastintensitet gir den nevnte elastoplastiske fordeling, med størst trykk sentrisk, vil en nedgravning av fundamentet bidra til at fordelingen ligner det som framgår for stive plater på elastisk jord – som vist i fig. 13 – nemlig med størst trykk langs rendene. Leussink og Schweickert (1963) gjorde sine forsøk for ulike grader av bæreevne mobilisering, og målte kontaktrykket langs to diagonaler

av en sentrisk belastede plate. Resultat fra dette forsøket, samt fra dem Athanasiu (1978) gjorde for plater som både var sentrisk og eksentrisk belastet, er gjengitt i vedlegg 1.

2.3 Geometri

Etter vertikal likevekt må en økende egenvekt av fundamentet, og ytre last forøvrig, gi en tilsvarende økende sum av kontakttrykk og fjærkraft nedenfra (Chandra, 2014). Som eksempel på innvirkningen av fundamentgeometrien, og i dette tilfelle fundamentstørrelsen, på fordelingen av jordfjærer gjengir fig. 17 forløpet av setning og fjærstivhet midt under et stivt, sirkulært fundament for en økende fundamentradius (Day og Muccillo, 2013).

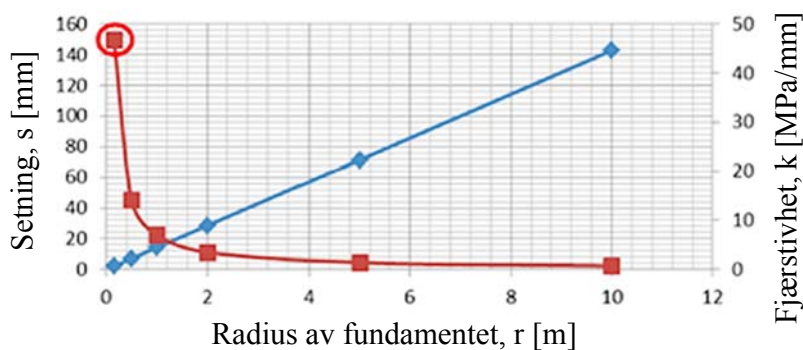


Fig. 17: Setningen (◆) og fjærstivheten (■) midt under et stivt, sirkulært fundament påkjent av en jevnt fordelt last på 100 kPa, som funksjon av fundamentradien. Jorden er representert som et homogent, elastisk halvrom ($E = 10 \text{ MPa}$, $\nu = 0,3$) (Day og Muccillo, 2013)

Hvor i en fordeling av jordfjærer økningen i stivhet vil finne sted vil for elastisk grunn i stor grad bestemmes av den relative jord-fundament-stivhet, som vist i fig. 13. Fjærstivheten under et stivt fundament vil her typisk være størst langs randen og sentrisk mindre, og i fig. 17 vises at fjærstivheten under platemidten reduseres drastisk for en økende radius.

Kapittel 3 Om bestemmelsen

I dette kapitlet presenteres framgangsmåter for å bestemme ekvivalente jordfjær. Dette omfatter blant annet den programvaren og de beregningsmetodene som benyttes i undersøkelsen, som beskrevet i neste kapittel.

3.1 Innledning

Før den dataassisterte samvirkeanalysen kunne utføres, mens en fortsatt la til grunn Winklers modell (1867) eller lignende modeller med ekvivalente jordfjær, var bestemmelsen av fjærstivhet en betydelig utfordring. Terzaghi (1955) forklarer at tidlige avhandlinger om emnets teoretiske aspekt gjerne tok det for gitt at fjærstivheten var kjent, og at f.eks. Hayashi (1921) unnlot å nevne betydningen av belastningsområdets størrelse da han anbefalte belastningsforsøk for bestemmelsen av fjærstivhet, selv om Engesser (1893) lenge før dette hadde påpekt at fjærstivheten blir mindre jo smalere en fleksibel bjelke er. Svært unøyaktige beregninger ble utført, ettersom det oppsto en feilaktig oppfatning blant mange ingeniører om at fjærstivheten utelukkende avhenger av jordens egenskaper, og således kunne bestemmes etter jordtypen. I realiteten er fjærstivheten er en problemavhengig størrelse, og kan ikke på noen måte knyttes til enkeltparametere. Både fjærstivheten og de ytterligere elastiske konstanter som innføres i to-parameters, elastiske modeller ble bestemt eksperimentelt (Hamarat, 2012). Terzaghi (1955) er blant dem som foreslo prosedyrer for numerisk bestemmelse av en konstant fjærstivhet for hele kontaktarealet, hvor størrelsen av fundamentet tas hensyn til. Slike framgangsmåter er siden erstattet av den dataassisterte samvirkeanalysen, hvor en som regel bestemmer en fordeling av jordfjær. Det er like fullt mange ingeniører som den dag i dag ikke er klar over at fjærstivheten er en problemavhengig størrelse og må bestemmes deretter (Hauser og Karlsrud, 2014).

En samvirkeanalyse som bestemmer en fordeling av jordfjær gjennom en iterasjon utført med fornuftige jordmodeller kan på følgende vis få bukt med svakheter ved Winklers modell:

- Svaret tar høyde for kontinuiteten i jordmassens oppførsel
- En bestemmer en *fordeling* av ekvivalente jordfjær, altså med en variabel stivhet under fundamentet, som er nødvendig for at ligning 1 skal være tilfredsstillt
- Lineære fjærer kan til en viss grad (dvs. kun for den last som antas i analysen) ta høyde for selv jordens ikke-lineære oppførsel dersom fjærstivheten bestemmes på bakgrunn av en analyse utført for ikke-lineær jordoppførsel.

3.2 Dimensjoneringsregler

Pkt. 3 i kapittel 6.8 i EC 7 forteller: «Under et fleksibelt fundament kan fordelingen av kontaktrykket finnes ved modellering av fundamentet som [...] en plate som hviler på et deformerbart kontinuum eller på en rekke fjærer med egnet stivhet og styrke.» Standarden åpner altså for at jorden under fundamentet kan modelleres som en fordeling av ekvivalente jordfjærer og at dette benyttes i RIBs statiske beregning. Egnet stivhet vil måtte bestemmes gjennom samvirkeanalyse.

Pkt. 6 av kapittelet forteller videre at «grunnreaksjonsmodeller» (som Winklers modell er et kjent eksempel på) ofte ikke er egnet til å bestemme «totale og differensielle setninger for konstruksjonen», men at mer nøyaktige metoder, som FEA, bør brukes når samvirket har en dominerende virkning. Denne oppgavens undersøkelse vil utføre samvirkeanalyser som *gir* fordelinger av trykk og setning – og dermed en fjærfordeling, snarere enn å *ta utgangspunkt* i en fjærfordeling for setningsberegningen. Formålet er ei heller å bestemme setninger, men å la RIB dimensjonere fundamentet basert på moment gitt av fjærfordelingen.

3.3 Utjevning

Lineært elastisk jordoppførsel kan gi store trykkkonsentrasjoner langs kantene av et stivt fundament. Slike konsentrasjoner kan, som del av de typiske fordelingene vist i fig. 13, oppstå også ved moderat ikke-lineær oppførsel, hvor en har plan lagdeling og homogene jordlag. For et rektangulært fundament sier Day og Muccillo (2013) at dette erfaringsmessig kan gi en fjærstivhet langs fundamentets render og i kantene som er hhv. dobbelt og tre-fire ganger så stor som fjærstivheten i platemidten. For å unngå urealistiske trykkkonsentrasjoner i resultatet, som kan regnes for diskontinuiteter, kan fordelingen av jordfjærer ved platekanten skjønnsmessig utjevnes. Her må en her ta hensyn til hvorvidt belastningen er noenlunde jevn over platearealet, eller primært er ved kanten (Hauser og Karlsrud, 2014).

3.4 Konstant fjærstivhet

Konstant fjærstivhet under fundamentet, som vist i fig. 3, kan antas dersom forholdene ligger til rette for det.

Ifølge blant annet DIN 4019 kan en konstant fjærstivhet antas dersom mektigheten på et kompressibelt lag er liten i sammenligning med dimensjonene av fundamentet, og hvis laget ligger nært underkanten av fundamentet.

Under et uendelig stivt fundament som er påkjent av jevnt fordelt last, eller er sentrisk belastet, foreslår blant andre Simmer (1994) og Hauser og Karlsrud (2014) at en konstant fjærstivhet bestemmes basert på trykk- og setningsberegningen i ett punkt, som vist i fig. 18 for et rektangulært fundament med bredde B og lengde L , hvor setningen i en ordinært beregnet fordeling tilsvarer den jevne vertikaldeformasjon av et stivt fundament. Dette punktet omtales i det følgende som «det karakteristiske punkt». Her er i teorien kontaktrykket, p , likt gjennomsnittet av den påførte last, q . Dersom en konstant fjærstivhet angis under hele fundamentet vil RIB beregne en konstant setning, men intet moment ($M_{xx} = M_{yy} = 0$).

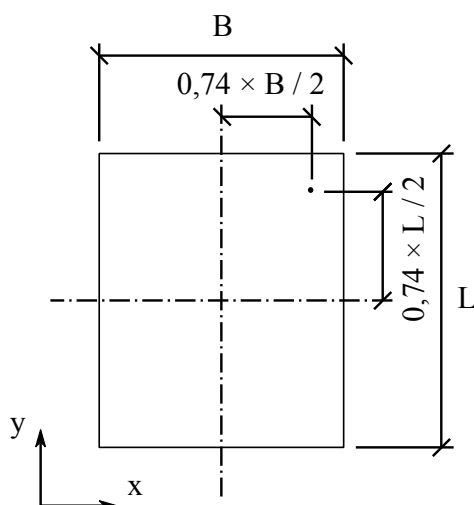


Fig. 18: Det karakteristiske punkt for et rektangulært platefundament (etter DIN 4019)

3.5 Programvare og beregningsmetodikk

Her presenteres de programmene som i neste kapittel benyttes til å analysere samvirket, med sine beregningsmetoder. I korte trekk redegjøres også for en alternativ framgangsmåte for et fleksibelt fundament, som foreslått av Hauser og Karlsrud (2014). Dessuten drøftes det generelle valget av programvare, og hvordan resultatene fra den aktuelle programvaren kan sammenlignes.

3.5.1 GGU-Settle og GGU-Slab

For bestemmelsen av jordfjærer under et fleksibelt fundament foreslår Hauser og Karlsrud (2014) en iterasjonsprosedyre mellom RIG og RIB, når disse bruker hhv. GGU-Settle (for setningsberegning etter bl.a. Boussinesqs basisløsning) og GGU-Slab (for beregning av fundamentet basert på et sett jordfjærer). Når kompatibilitet mellom vertikal plateutbøyning, w , og setning, s , er oppnådd avsluttes iterasjonen og ekvivalente jordfjærer antas.

Tabell 12 gjengir iterasjonsprosedyren mellom RIG og RIB, hvor indekstallet, i , angir i hvilket trinn det aktuelle sett av enten kontaktrykk, p_i , setninger, s_i , vertikale deformasjoner av fundamentet, w_i , og jordfjærer, k_i , som er beregnet/innført (det sist beregnede sett av hver type brukes):

Tabell 2: Iterasjonsprosedyre ved bruk av GGU-Settle og GGU-Slab

Trinn, i	Verktøy	Legges til grunn	Bestemmes
1	GGU-Settle (RIG)	p_1 (antatt)	s_1
2	Ligning 1	p_1, s_1	k_2
3	GGU-Slab (RIB)	k_2	w_3, p_3
4	Sammenligning	w_3, s_1	Hvorvidt samsvar er tilstrekkelig

Gjennom iterasjonen reduseres endringene i kontaktrykk og fjærstivhet. Dersom en ved det fjerde trinnet finner kompatibiliteten utilstrekkelig, vil iterasjonen fortsette; først ved et nytt trinn à la nr. 1, men for en ny trykkfordeling. Erfaringsmessig er én til to iterasjoner tilstrekkelig for å bestemme en fornuftig fordeling av jordfjærer (Smoltezyk, 1994). Antallet iterasjoner må like fullt vurderes i hvert tilfelle.

3.5.2 FPLATES

FPLATES (*flexible plates*) er et program som ved lav bæreevne mobilisering benyttes for beregning av fleksible platefundament på deformerbar jord. Programmet gir stor frihet i modelleringen av fundamentet og jorden, og bestemmelsen av lasttype. Beregningen kan også ta hensyn til konstruksjonen.

Denne redegjørelsen tar utgangspunkt i programmets brukerveiledning (Athanasiu, 1994).

3.5.2.1 Inn- og utdata

Som inndata angis følgende informasjon om problemet:

- Geometri av platen, eventuelle horisontale laggrænser og grunnvannstand
- Materialparametere for platen og jorden
- Last
- Grensebetingelser

Som svar gis følgende opplysninger:

- Knutepunktsforskyvning
 - vertikal deformasjon (setning)
 - rotasjon om to horisontale akser og torsjonalt
- Elementkrefter
 - Normalkraft
 - Moment i hvert knutepunkt om to horisontale akser og torsjonalt
- Knutepunktskrefter
 - summen av normalkraft (kontaktrykk) og moment fra tilstøtende element
 - bøyemoment om to horisontale akser per meter av platen

Det redegjøres dessuten for en kontroll av likevekt. For beregningen av ekvivalente jordfjærer benyttes kontaktrykket og setningen, som gitt i knutepunkt.

3.5.2.2 Platemodellering

Fundamentet modelleres med et elementnett av isoparametriske plateelement med fire knutepunkt, hvor ligning 8 antas. Fig. 19 viser ett av elementene.

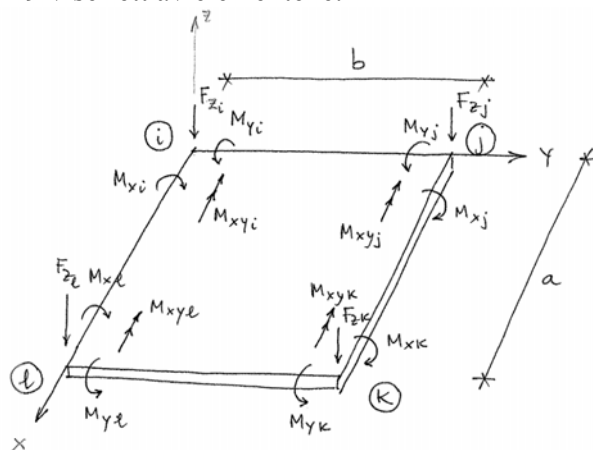


Fig. 19: Et plateelement

Knutepunktsfrihetsgradene er:

$$\{w\} = [w \quad \theta_y \quad \theta_x \quad \theta_{xy}]^T \quad (9)$$

Knutepunktsvektoren er:

$$\{f\} = [F_z \quad M_y \quad M_x \quad M_{xy}]^T \quad (10)$$

Ligningssystemet for likevekten av platen utsatt for last normalt på plateplanet er, med henvisning til fig. 20:

$$Kw = F - K_s w \quad (11)$$

hvor:

K = stivhetsmatrisen for samlingen av plateelement

K_s = stivhetsmatrisen for støttefjærer

w = vektor for knutepunktsforskyvninger

F = vektor for påført knutepunktslast

Gransebetingelser kan innføres i form av knutepunkt som enten er frie, eller har én eller flere (maksimalt fire: vertikal forskyvning, rotasjon om de to akser samt torsjonale rotasjon) fastholdte frihetsgrader. Systemet løses med hensyn på forskyvning. Hvert elements knutepunktskrefter er produktet av elementstivhetsmatrisen og knutepunktsforskyvningsvektoren.

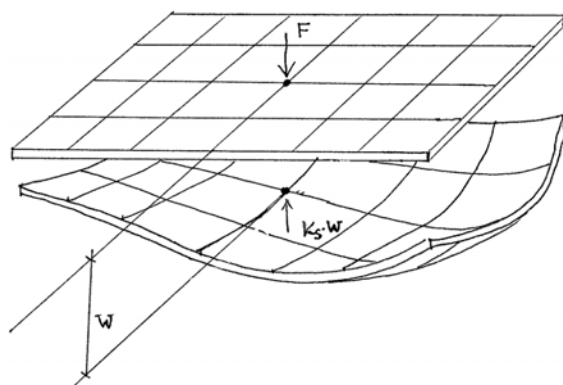


Fig. 20: Utbøyning av fundamentet

Som vist i fig. 21 åpner programmet for variabel tykkelse og egenskaper av elementene, samt modellering av hull i platen. Lasten kan være jevnt fordelt over ett eller flere element, eller gis som punktlast. For jevnt fordelt last beregnes knutepunktskreftene ved multiplikasjon av den fordelte lasten med det ønskede areal. De støttende fjærreaksjonene (kontakttrykk ved knutepunkt) beregnes også ved multiplikasjon av fjærstivheten med forskyvningen i samme knutepunkt.

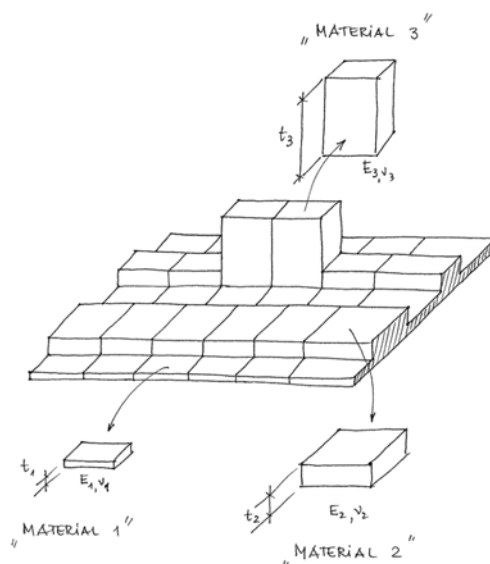


Fig. 21: Fleksibel plate av variabel tykkelse og variable materialegenskaper

3.5.2.2.1 Interaksjon med konstruksjonen

Programmet åpner for modellering av interaksjonen mellom hhv. jord, fundament og selve konstruksjonen, ved at sistnevnte gis ved sin globale stivhetsmatrise og sine forbindelser til platens knutepunkt. Platens globale stivhetsmatrise tilføyes verdiene i konstruksjonens stivhetsmatrise. Dette superelementet for konstruksjonen gjør at den last som platen påføres består av de angitte laster og av lastendringen som følge av omfordeling gjennom konstruksjonen. Lastendringene beregnes ved multiplikasjon av superelementets stivhetsmatrise med forskyvningsvektoren, og gis som del av programmets utdata.

3.5.2.3 Jordmodellering

FPLATES' jordmodellering baserer seg på Janbus (1970) setningsberegning. Her utføres beregningen i hvert punkt mens hele arealet av platen påkjennes av kontakttrykk i de ulike knutepunkt i fundamentets elementnett. Det åpnes for lagdeling av grunnen, med ulike jordegenskaper. Kontakttrykket beregnes etter ligning 8. Programmet utfører en iterasjonsprosess, lik den som gjengis i tabell 2, inntil konvergens oppnås. Setningen for drenerte forhold beregnes, og reduseres eventuelt ved en angitt konsolideringsgrad, $s_t/SEOP$, hvor s_t = den setning for drenerte forhold som vil være på det tidspunkt beregningen utføres for, og $SEOP$ = den totale setning for drenerte forhold over lang tid. Etter elastisk halvromsteori (se avsnitt 3.5.3.2) kan også udrenert setning beregnes, med en gitt udrenert elastisitetmodul, E_u , og et tverrkontraksjonstall, ν_u , lik 0,5.

3.5.2.3.1 Janbus setningsberegning

Janbus (1970) setningsberegning kan benyttes til bestemmelsen av den deformasjon jord gjennomgår når den påkjennes av ytre last; typisk ved overtrykk på jordoverflaten eller redusert grunnvannstand.

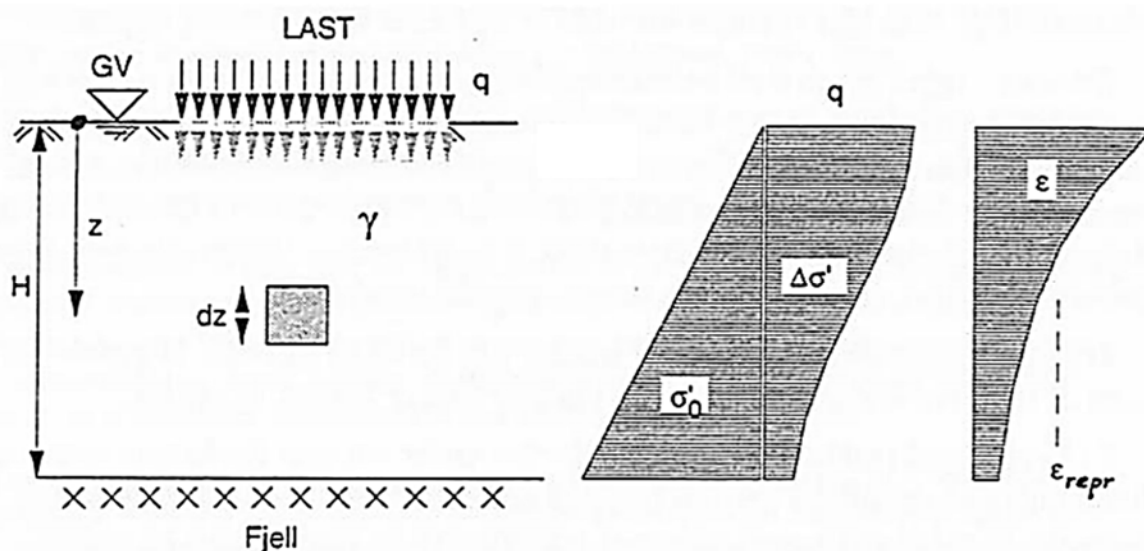


Fig. 22: Illustrasjon for setningsberegningen

I det følgende gjengis her setningsberegningen for et jordelement og et fullstendig jordprofil, med henvisning til fig. 22:

1. Den initielle vertikalspenning, σ_0' , beregnes
2. Den totale spenningstilvekst som følge av den ytre last, q , bestemmes. Ved primærkonsoliderings slutt går Δu mot 0, slik at $\Delta \sigma' = \Delta \sigma$
3. Ødometermodulen, uttrykt som $M = d\sigma'/d\varepsilon$, bestemmes fra et ødometerforsøk

Følgende gis ved integrasjon av ovenstående ligning fra initiell til ny spenning, når endringen i tøyning, $\Delta\varepsilon$, er isolert:

$$\varepsilon = \int_{\sigma_0'}^{\sigma_0' + \Delta\sigma'} \frac{d\sigma'}{M} \quad (12)$$

For setningsbidraget fra elementet er $d\delta = \epsilon dz$. Setningen, s , gis følgelig som:

$$s = \int_0^H \epsilon \cdot dz \quad (13)$$

hvor H = lagtykkelsen.

Fig. 23 viser resultatet av ødometerforsøk på jord av ulik stivhet.

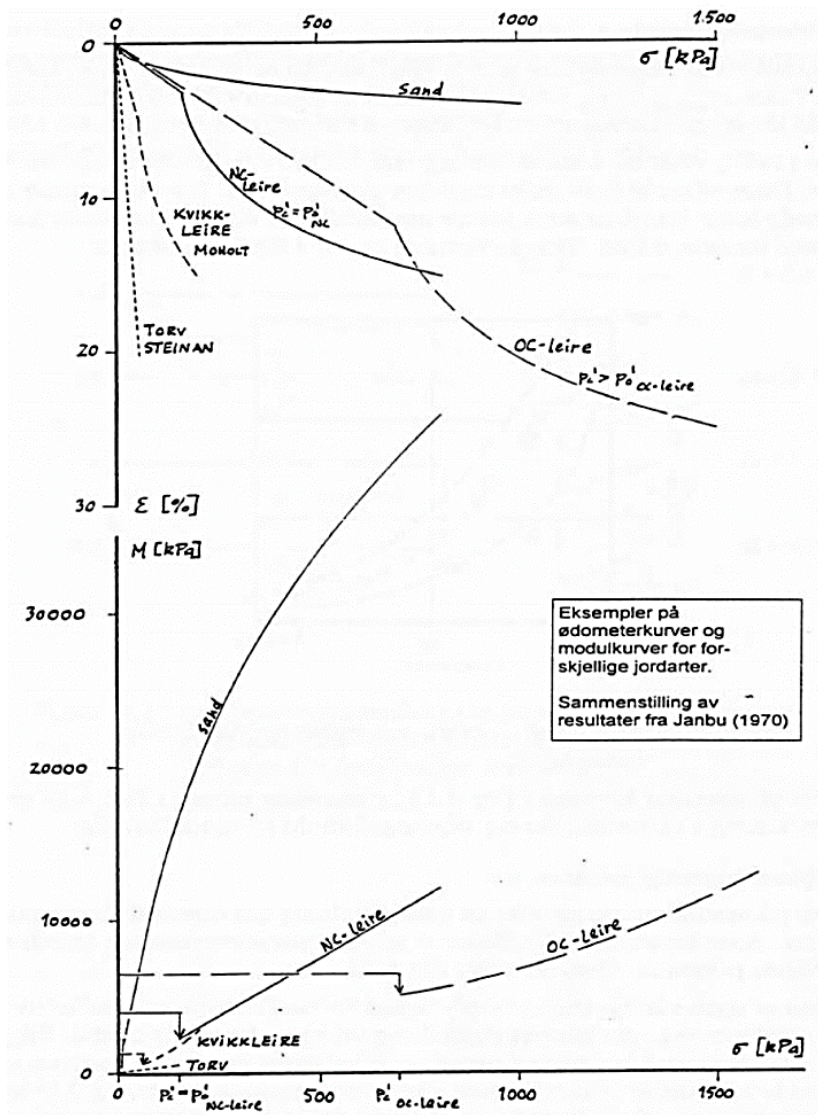


Fig. 23: Ødometerforsøk på jord av ulik stivhet

Ødometermodulen, M , uttrykkes som:

$$M = m \cdot \sigma_a \left(\frac{\sigma}{\sigma_a} \right)^{1-a_s} \quad (14)$$

hvor m = modultallet, σ' = effektivspenningen og σ_a = det atmosfæriske trykk.

Tøyningen beregnes som følger, hvor modultallet, m , avhenger av jordtypen og spenningseksponenten, a_s .

$$\begin{aligned} M &= \frac{d\sigma'}{d\varepsilon} \\ m\sigma_a \left(\frac{\sigma'}{\sigma_a} \right)^{1-a_s} &= \frac{d\sigma'}{d\varepsilon} \\ d\varepsilon &= \frac{1}{m\sigma_a} \left(\frac{\sigma'}{\sigma_a} \right)^{1-a_s} d\sigma' \\ \varepsilon &= \frac{1}{m\sigma_a} \int_{\sigma_0'}^{\sigma'} \left(\frac{\sigma'}{\sigma_a} \right)^{1-a_s} d\sigma' = \frac{1}{m\sigma_a} \left[\left(\frac{\sigma'}{\sigma_a} \right)^{1-a_s} \frac{\sigma_a}{\sigma} \right]_{\sigma_0'}^{\sigma'} = \frac{1}{a_s m} \left[\left(\frac{\sigma'}{\sigma_a} \right)^{a_s} - \left(\frac{\sigma_0'}{\sigma_a} \right)^{a_s} \right] \end{aligned}$$

Med henvisning til tilleggskommentar for programmet (Athanasiu, 2015) gjengis i det følgende FPLATES' beregning av ødometermodul og setning i hvert jordlags angitte «sublag» for knutepunktene i fundamentets elementnett. Beregningen tar utgangspunkt i hvilken spenningseksponent, a_s , som angis.

a) $a_s = 1$

Denne spenningseksponenten gis for leire med en ødometermodul som er hhv. konstant og lineært variabel med effektivspenningen for det over- og normalkonsoliderte område. Dette gir følgende setningsberegning av sublag «i», hvor h_i = tykkelsen av sublaget og p_r = referansespenningen:

$$s_{i,OC} = h_i \frac{\Delta\sigma'}{M_r}, \quad s_{i,NC} = h_i \left[\frac{p_c - p_0}{M_r} + \frac{1}{m} \ln \left(\frac{p_0 + \Delta\sigma'}{p_c} \right) \right] \quad (15)$$

b) $0 < a_s < 1$

En spenningseksponent i dette intervallet gis for kohesjonsløse/siltige materialer med en ødometermodul gitt av ligning 14; lineært variabel med effektivspenningen. Dett gir følgende setningsberegning av sublag «i»:

$$s_i = \frac{h_i}{m \cdot a_s} \left[\left(\frac{p_0 + \Delta\sigma'}{p_a} \right)^{a_s} - \left(\frac{p_0}{p_a} \right)^{a_s} \right] \quad (16)$$

For $a_s = 0,5$ gis:

$$s_i = \frac{2h_i}{m \cdot a_s} \left(\sqrt{\frac{p_0 + \Delta\sigma'}{p_a}} - \sqrt{\frac{p_0}{p_a}} \right) \quad (17)$$

c) $a_s = 0$

Denne spenningsekspONENTEN gis for leire med en ødometermodul som er lineært variabel med effektivspenningen. Dette gir følgende setningsberegning av sublag «i»:

$$s_{i,OC} = \frac{h_i}{m_r} \ln\left(\frac{p_0 + \Delta\sigma'}{p_c}\right), \quad s_{i,NC} = h_i \left[\frac{1}{m_r} \ln\left(\frac{p_c}{p_0}\right) + \frac{1}{m} \ln\left(\frac{p_c + \Delta\sigma'}{p_c}\right) \right] \quad (18)$$

3.5.3 SPLATE

SPLATE (*stiff plate*) benyttes ved lav bæreevne mobilisering for bestemmelsen av kontaktrykket på, og setningen av, fullstendig stive fundament. Etter Boussinesqs (1885) basisløsning for et homogent, elastisk halvrom beregnes først en elastisk trykkfordeling på fundamentet. Dersom en grenseverdi, gitt i bæreevneberegning, overgås i ett av platens element, settes kontaktrykket her lik grenseverdien. Det overskytende trykk fra hvert element som gikk til brudd adderes og omfordeles i en ny iterasjon hvor alle elementer som er gått til brudd har null stivhet. Denne beregningen innebærer at fjærstivheten som gis for det elastiske halvrommet er avhengig av en bilinear relasjon mellom spenning og setning, dvs. elastisk-perfekt plastisk jordoppførsel.

Denne redegjørelsen tar utgangspunkt i programmets brukerveiledning (Athanasiu, 2004).

3.5.3.1 Platemodellering, inn- og utdata

Tabell 3 gjengir programmets inndata.

Tabell 3: Inndata i SPLATE

Angår	Symbol	Beskrivelse
Geometri av fundamentet	x_d [m]	Plateutbredelse i hhv.
	y_d [m]	x- og y-retning
	n_c	Antall kolonner og rader
	n_l	
	d_f [m]	Fundamentdybde
Last	R [kN]	Resultant-punktlast
	e_x [m]	Plassering av punktlast, se fig. 24
	e_y [m]	
Jordparametere	E [kPa]	Elastisitetsmodul
	ν	Tverrkontraksjonstall
	$\tan\phi$	Friksjon
	c	Kohesjon
	γ [kN/m ³]	Tyngdetetthet

Fundamentet diskretiseres som et nett av rektangulære, uendelig stive element som i formuleringen er sammenkoplet ved den betingelse at setningen gis som vertikal forskyvning, og eventuell rotasjon om x- og y-aksen for eksentrisk last. Fundamentet regnes for glatt (ruheten i grensesjiktet mot jorden antas lik null).

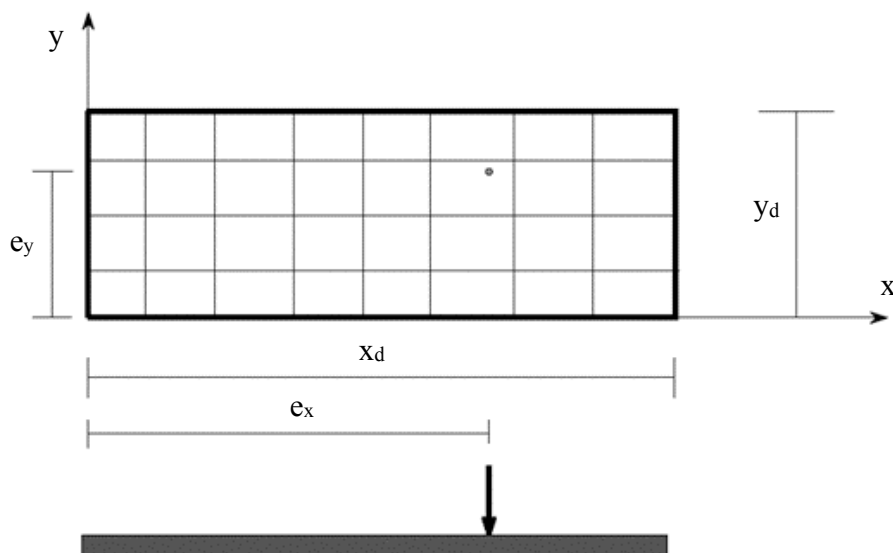


Fig. 24: Geometrien av et rektangulært fundament, med plasseringen av en punktlast

Som svar gis platens nedsunkne posisjon samt kontakttrykket i senteret av hvert av plateelementene.

3.5.3.2 Boussinesqs elastisitetsteoretiske basisløsning

Boussinesqs (1885) basisløsning er en elastisitetsteoretisk fordelingsmodell som beskriver grunnen som et semi-uendelig, homogent, isotropt og lineært elastisk halvrom med horisontal overflate og konstant verdi for tverrkontraksjonstall og elastisitetsmodul. Sistnevnte antagelse strider med jordens typiske spenningsavhengige stivhet, og egner seg dårlig til å beskrive delvis plastifisert jord. For hvert punkt i halvrommet under lasten gis formler spenningstilvekst og tøyning. SPLATE bruker løsningen til dataassistert beregning, men tradisjonelt har Boussinesqs basisløsning blant annet dannet grunnlag for lukkede løsninger, som Newmarks grafiske metode (1935) hvor det belastede område i en gitt skala tegnes på et influensdiagram for å bestemme trykk og forskyvning (Paulos og Davis, 1974).

3.5.3.3 Omfordeling av kontakttrykk ved lokalt brudd

I SPLATE bestemmes fordelingen av kontakttrykk etter metode utviklet av Athanasu på bakgrunn av forsøk utført på stive plater. Pkt. 5 i kapittel 6.8 av EC 7 åpner også for dette. Her kontrolleres det kontakttrykk som gis av elastisk fordeling, p_j (omtalt som det elastiske kontakttrykk) mot grenseverdien, p_{jf} . Dersom det elastiske trykk overgår grenseverdien vil det overskytende trykk omfordes ved iterasjon til elementer som ikke er gått til brudd, mens de elementene som har nådd brudd, «j», tilskrives kontakttrykk p_{jf} ved modifikasjon av stivhetsmatrisen og lastvektoren. Denne prosedyren gjentas til konvergens er oppnådd ved at samtlige element har et kontakttrykk som er lik, eller mindre enn, grenseverdien. Når systemet da løses vil fordelingen være i likevekt med den påførte last. I det følgende er dette nærmere forklart.

Fig. 25 viser de ulike grenseverdier for kontaktrykk, som antatt under fundamentet.

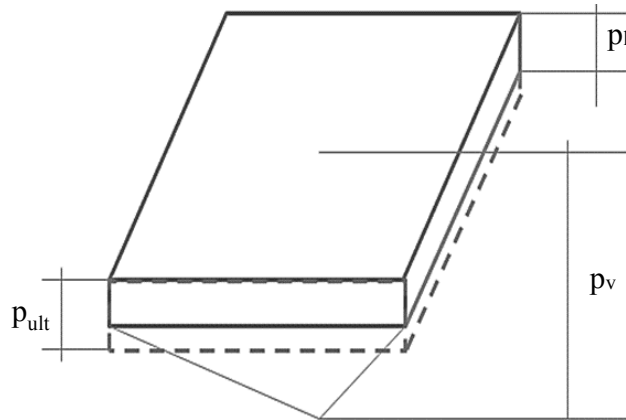


Fig. 25: Antatte grenseverdier for kontaktrykk (Athanasiu, 1978)

hvor

p_{ult} = bæreevnen

p_l = grenseverdien for kontaktrykk ved randen

p_v = den maksimale grenseverdi for kontaktrykk

Grenseverdien for kontaktrykk ved randen, p_l , og den maksimale grenseverdi for kontaktrykk, p_v , danner en pyramide med sin apeks er under platesenteret, som gir omfordelingen av kontaktrykk når bæreevnen, p_{ult} , er fullt ut mobilisert. Kontaktrykket begrenses til p_{ult} , mens det overskytende trykk omfordeles. I følgende avsnitt forklares bestemmelsen av de nevnte grenseverdier, samt den elastiske fordeling.

3.5.3.3.1 Bæreevne

Basert på jordens skjærstyrkeparametere beregnes først bæreevnen, p_{ult} , etter (D.2) i EC 7 for drenerte forhold (med noe ulik annotasjon ettersom det istedenfor vises til API RP 2A-LRFD):

$$p_{ult} = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma} k_{\gamma} + q N_q k_q + c N_c k_c \quad (19)$$

hvor

γ = jordens effektive tyngdetetthet

B = den effektive fundamentbredde

q = overtrykk

c = kohesjon

N_j, k_j = hhv. bæreevne- og korreksjonsfaktorer ($j = \gamma, q, c$)

NB: Det nasjonale tillegg til EK7 oppgir at tillegg D ikke benyttes i Norge, ettersom formlene for bæreevne her «dels overvurderer, dels undervurderer bæreevnen».

Bæreevnefaktorene uttrykkes som:

$$N_{\gamma} = 2(N_q + 1) \tan \varphi, \quad N_q = e^{\pi \tan \varphi} \tan^2 \left[\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right], \quad N_c = \frac{N_q - 1}{\tan \varphi} \quad (20)$$

Korreksjonsfaktorene, k_j ($j = \gamma, q, c$), uttrykkes som følgende, hvor $i =$ lastens helning, $s =$ fundamentfasong, $d =$ fundamentdybde, $b =$ fundamentets helning og $g =$ grunnens helning:

$$k_j = i_j s_j d_j b_j g_j \quad (21)$$

Faktorene for lastens helning beregnes som:

$$i_q = (1 - r \tan \varphi)^m, \quad i_\gamma = (1 - r \tan \varphi)^{m+1}, \quad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_c \tan \varphi} \quad (22)$$

hvor:

$$m = m_1 \cos^2 \beta + m_b \sin^2 \beta, \quad m_1 = \frac{2 + L_0/B_0}{1 + L_0/B_0}, \quad m_b = \frac{2 + B_0/L_0}{1 + B_0/L_0} \quad (23)$$

og r uttrykkes som følgende forhold, hvor Q_h og Q_v er den hhv. horisontale og vertikale last:

$$r = \frac{Q_h}{Q_v \tan \varphi + B_0 L_0 c} \quad (24)$$

Formfaktorene beregnes som:

$$s_c = s_q = 1 + \frac{B_0 N_q}{L_0 N_c}, \quad s_q = 1 + \frac{B_0 N_q}{L_0 N_c}, \quad s_\gamma = 1 - 0,4 \frac{B_0}{L_0} \quad (25)$$

Uttrykk for dybden, d , og helningen av fundamentet, b , og grunnen, g , gjengis i API RP 2A-LRFD.

3.5.3.3.2 Grenseverdi for kontakttrykk ved randen

Grenseverdien for kontakttrykk ved randen, p_1 , beregnes som:

$$p_1 = qK_p^2 + 2c\sqrt{K_p}(K_p + 1) \quad (26)$$

hvor $K_p = \tan^2 [45^\circ + \varphi/2] =$ den passive jordtrykkskoeffisient, $c =$ kohesjon og $q =$ overtrykk utenfor fundamentarealet

3.5.3.3.3 Maksimal grenseverdi for kontakttrykk

For det akse-symmetriske problem som et sentrisk belastet, rektangulært kontaktareal gir, beregnes den maksimale grenseverdi for kontakttrykk, p_v , på følgende vis, fra den betingelse at volumet av maksimalt kontakttrykk skal være likt produktet av bæreevnen, p_{ult} , og arealet av fundamentsålen, A :

$$p_{ult} A = p_1 A + \frac{1}{3}(p_v - p_1) A, \quad p_v = 3p_{ult} - 2p_1 \quad (27)$$

3.5.3.3.4 Elastisk fordeling av kontakttrykk

Her beskrives framgangsmåten for bestemmelsen av den elastiske kontakttrykkfordelingen.

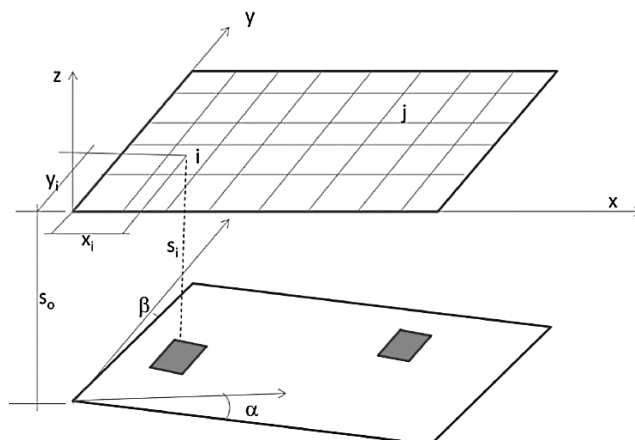


Fig. 26: Geometrien av et forskjøvet, rektangulært fundament

Med henvisning til fig. 26 vil setningene av den diskretiserte fundamentalsålen ligge i et plan definert av s_0 -setning i origo, α -rotasjon av planet om x-aksen og β -rotasjon av planet om y-aksen.

$$s_i = -s_0 - \alpha x_i - \beta y_i \quad (28)$$

Den virkelige setning sentrisk i element «i» beregnes ved superposisjon av setningene, s_i , fra alle jevnt fordelte laster, p_j , ved hvert element «j», på halvrommets overflate:

$$s_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} p_j \quad (29)$$

hvor

$$c_{ij} = \frac{a_j b_j (1 - \nu^2) F_{ij}}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \quad (30)$$

$$i \neq j \Rightarrow F_{ij} = \frac{1}{\pi}, \quad i = j \Rightarrow F_{ij} = \frac{1}{\pi a_j} \left\{ 2,54 - 1,42 \exp \left[\frac{-1,512 \left[(a_j/b_j)^3 - 1 \right]}{[10 - a_j/b_j]^2} \right] \right\} \quad (31)$$

hvor a_j og b_j er størrelsene av element «j». Ligning 29 kan uttrykkes som følgende, hvor kontaktkraften, F_j , virker på elementet «i»:

$$s_i = \sum_{j=1}^n k_{ij} F_j \quad (32)$$

hvor de elastiske influenskoeffisienter, k_{ij} , – som beskriver den elastiske setning sentrisk under element i når et jevnt fordelt enhetslast virker på element «j» – beregnes som:

$$k_{ij} = \frac{F_{ij} (1 - \nu^2)}{E \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \quad (33)$$

Når ligning 28 og 32, som begge uttrykker s_i , settes lik hverandre framgår følgende system av n ligninger:

$$\begin{aligned}
 k_{11}F_1 + k_{12}F_2 + \cdots + k_{1j}F_j + \cdots + k_{1n}F_n + s_0 + \alpha x_1 + \beta y_1 &= 0 \\
 k_{21}F_1 + k_{22}F_2 + \cdots + k_{2j}F_j + \cdots + k_{2n}F_n + s_0 + \alpha x_2 + \beta y_2 &= 0 \\
 &\vdots \\
 k_{i1}F_1 + k_{i2}F_2 + \cdots + k_{ij}F_j + \cdots + k_{in}F_n + s_0 + \alpha x_i + \beta y_i &= 0 \\
 &\vdots \\
 k_{n1}F_1 + k_{n2}F_2 + \cdots + k_{nj}F_j + \cdots + k_{nn}F_n + s_0 + \alpha x_n + \beta y_n &= 0
 \end{aligned} \tag{34}$$

I dette systemet er følgende ukjent: kontaktkreftene på de n elementene, F_i ($i = 1, 2, \dots, n$), samt de tre ukjente forskyvningene av platen: vertikal translasjon, s_0 , og rotasjonene α og β .

Likevektsligningene uttrykkes som:

$$\begin{aligned}
 F_1 + F_2 + \cdots + F_j + F_n + 0s_0 + 0\alpha + 0\beta &= Q_v \\
 x_1F_1 + x_2F_2 + \cdots + x_jF_j + x_nF_n + 0s_0 + 0\alpha + 0\beta &= M_y \\
 y_1F_1 + y_2F_2 + \cdots + y_jF_j + y_nF_n + 0s_0 + 0\alpha + 0\beta &= M_x
 \end{aligned} \tag{35}$$

Den elastiske kontaktrykkfordeling gis når følgende system løses for den påførte last:

$$\begin{aligned}
 &[K]\{F\} = \{Q\} \\
 &\left[\begin{array}{cccccc|ccc}
 k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1j} & \cdots & k_{1n} & 1 & x_1 & y_1 \\
 k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2j} & \cdots & k_{2n} & 1 & x_2 & y_2 \\
 & & & & \vdots & & & & \\
 k_{i1} & k_{i2} & \cdots & k_{ij} & \cdots & k_{in} & 1 & x_i & y_i \\
 & & & & \vdots & & & & \\
 k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nj} & \cdots & k_{nn} & 1 & x_n & y_n \\
 \hline
 1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 x_1 & x_2 & \cdots & x_j & \cdots & x_n & 0 & 0 & 0 \\
 y_1 & y_2 & \cdots & y_j & \cdots & y_n & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_j \\ \vdots \\ F_n \\ s_0 \\ \alpha \\ \beta \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ Q_v \\ M_y \\ M_x \end{array} \right\} \tag{36} \\
 &\left[\begin{array}{cc} K_{pp} & K_{ps} \\ K_{sp} & K_{ss} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} F_p \\ F_s \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} Q_p \\ Q_s \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

hvor $[K]$ = systemets stivhetsmatrise, $\{F\}$ = vektoren for ukjente (kontaktrykk ved hvert element, p_j , og de tre plateforskyvningene) og $\{Q\}$ = lastvektoren.

3.5.4 PLAXIS 2D og 3D

PLAXIS 2D og 3D er kommersielle program som kan benyttes til et bredt spekter av geotekniske problem, ved FEA etter en antatt jordmodell. Her utføres en samlet analyse for fundamentet og jorden. PLAXIS-programmene er produsert og distribuert av et privateid selskap med hovedkontor i Nederland, og er mye brukt av geoteknikere, både i Norge og internasjonalt. Slik navnene tilsier brukes 2D og 3D-utgaven for hhv. to- og tredimensjonale problem.

3.5.4.1 Hardening Soil

Hardening Soil-modellen (HS) er en avansert elastoplastisk jordmodell som opprinnelig ble gitt som en beskrivelse av sands oppførsel, men senere videreutviklet for også andre, både stive og myke, jordtyper. Basert på to stivhetsparametere beskriver Duncans og Changs hyperbolske modell (1970) jordens oppførsel. I motsetning til elasto-plastiske modelltyper skiller imidlertid ikke denne typen rent hypoelastisk modell mellom av- og rebelastning, og den aktuelle modellen egner seg ikke for beregning av kollapslast i det fullt plastifiserte område (Schanz et al., 1999). Slike begrensninger er bakgrunnen for at den hyperbolske modellen er tilføyd elastoplastiske egenskaper, som gav opphav til det som i dag er kjent som *Hardening Soil*-modellen med såkalt isotrop fastning. Videreutviklingen omfatter plastisitetsteoretiske løsninger, i motsetning til elastisitetsteoretiske, samt innføringen av jorddilatans og en *yield cap*, eller sfærisk overflate, styrt av prekonsolideringsspenningen.

Modellen omfatter følgende grunnleggende stivhetsparametere, med henvisning til fig. 27:

- E_{50}^{ref} = sekantstivhet i et standard, drenert, treakset forsøk ved p_{ref}
- $E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$ = tangentstivhet for primær ødometerbelastning ved p_{ref}
- $E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$ = av- og rebelastningsstivhet ved p_{ref}

Øvrige parametere for styrke:

- c'_{ref} = (effektiv) kohesjon
- φ' = (effektiv) friksjonsvinkel
- ψ = dilatansvinkel

Hardening Soil-modellens formulering gir en stivhet som er avhengig av effektivspenningsnivået. Ytterligere stivhetsparametere innføres, som kontrollerer belastningen i skjær (deviatorisk belastning), volumetrisk belastning og avbelastning. For deviatorisk belastning uttrykkes spenningsavhengigheten for alle stivhetsmodulene ved følgende ligning:

$$E_{50} = E_{50}^{\text{ref}} \left(\frac{\sigma_3' + a}{p_{\text{ref}} + a} \right)^m \quad (37)$$

hvor p_{ref} ($= p_a = 100$ kPa) = det atmosfæriske trykk, a ($= c/\tan\varphi$) = attraksjonen og m = typisk 1 for leire og 0,5 for sand

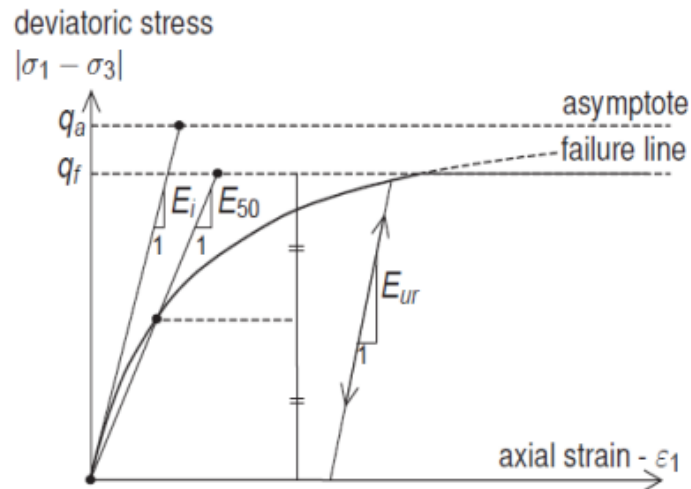


Fig. 27: Forhold mellom spenning og tøyning ved primærbelastning for et standard, drenert, treakset forsøk (Brinkgreve et al., 2012)

3.5.5 Om valget av programvare

Til bestemmelsen av ekvivalente jordfjærer under platefundament kan ulike typer programvare brukes, og for et gitt problem kan en avveining mellom bruken av enklere plateprogram spesiallagd for denne type samvirkeanalyse, og mer avanserte og allsidige FEM-verktøy måtte gjøres. For program i førstnevnte kategori foreslår Hauser og Karlsrud (2014) at jordfjærer bestemmes gjennom en iterasjonsprosedyre mellom to ulike programmer innenfor RIGs og RIBs domene – GUU-Settle og GGU-Slab, for beregningen av hhv. setning og plateutbøyning. FPLATES og SPLATE er også enklere program, for hhv. fleksible og stive plater. FEM-verktøy som PLAXIS 2D og 3D kan på sin side brukes for et større utvalg problemstillinger, med stor frihet hva gjelder modelleringsmuligheter og materialmodeller. Her vil en kunne utføre en nøyaktig samvirkeanalyse hvor fundamentet og jorden analyseres samlet, som gjør at en med stor sikkerhet får kompatibilitet mellom setningen og plateutbøyningen. Spesielt for tredimensjonale problem kan imidlertid bruk av enklere plateprogram være tidsbesparende. Slike plateprogram vil dessuten kunne gi svar som er *tilstrekkelig nøyaktige* for jordfjærenes egentlige formål: å danne forsvarlig grunnlag for RIBs beregning av krefter og moment i fundamentet, og dermed dimensjonering.

For et gitt problem kan følgende forhold gjøre FEA hensiktsmessig (Hauser og Karlsrud, 2014):

- Svært heterogen grunn
- Konstruksjoner i grunnen har betydelig innvirkning på spenningsforholdene under det aktuelle fundamentet
- Svært komplisert fundament- og/eller lastkonfigurasjon, eller når det er en kombinert fundamentering (dvs. både peler og platen bidrar til opptak av last), se fig. 28.
- Der konstruksjonen har betydelig innvirkning på fundamentets oppførsel (med mindre plateprogrammet tar hensyn til slik innvirkning)
- Komplisert lasthistorie og/eller mange ulike konstruksjonsfaser og lasttilfeller

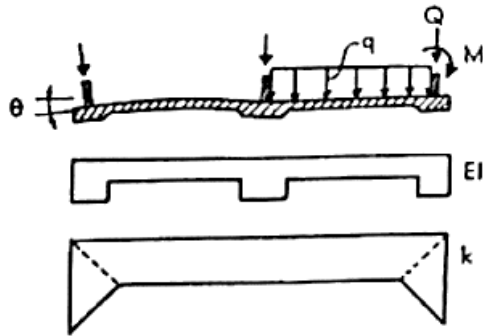


Fig. 28: Eksempel på et mer komplisert problem som fordrer FEA (Tokheim, 1973)

En fordeling av ekvivalente fjærer som beregnet i en samvirkeanalyse for en enkel plate vil ikke kunne ta hensyn til randeffekter knyttet til geometrien og stivheten av konstruksjonen. Som eksempel på randeffektens betydning brukes et gjødsellager, hvor 16 m høye yttervegger påkjennes av horisontalt trykk fra fyllingen (Karlsrud, 1997). Under fundamentet beregner et rent plateprogram en kontakttrykkfordeling som stemmer godt overens med det FEA gir, men på grunn av fyllingstrykket blir setningsberegningen svært ulik. FPLATES er et eksempel på at også et enklere plateprogram kan ta hensyn til konstruksjonen i sin beregning.

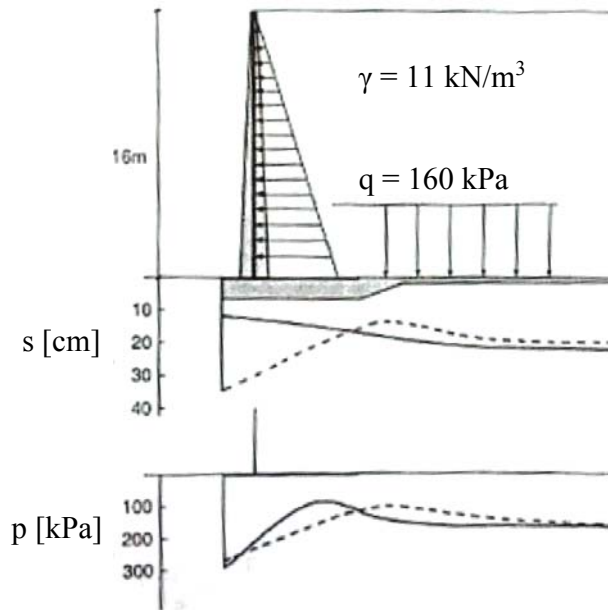


Fig. 29: Setning, s , og kontakttrykk, p , som beregnet av et elementmetodeprogram (heltrukket linje) og av et rent plateprogram (stiplet linje) (Karlsrud, 1997)

Kommunikasjon mellom RIG og RIB vil være nødvendig i forbindelse med bestemmelsen av jordfjærer. Sistnevnte må være underrettet om de forutsetninger som ligger til grunn for samvirkeanalysen, og RIG må kjenne til opplysninger om fundamentlast- og stivhet, informasjon om konstruksjonen generelt, kort- og langtidslaster, rekkefølge for lastpåføring, lastkombinasjoner m.m. (Hauser og Karlsrud, 2014). Viktigheten av en felles forståelse må trolig understrekes tilsvarende når PLAXIS 2D/3D, SPLATE eller FPLATES brukes til å beregne ekvivalente jordfjærer, ettersom dette rent praktisk kun er utført av RIG, i motsetning til i Hauser og Karlsruds

(2014) foreslåtte prosedyre, med iterasjon mellom RIGs GGU-Settle og RIBs GGU-Slab. Å utføre bestemmelsen i ett program vil på den annen side trolig være tidsbesparende.

3.5.6 Sammenligning av undersøkelsens programvare

I denne oppgavens undersøkelse beregnes jordfjærene av FPLATES og SPLATE, for et fundament som er hhv. fleksibelt og stivt. Til sammenligning gis resultater fra PLAXIS 3D. Tabell 4 sammenstiller den modelleringen og beregningsmetoden som benyttes av de ulike programmene for fundamentet og jorden.

Tabell 4: Modellering og beregningsmetoder brukt for fundamentet og grunnen i hvert program

Program	Modellering/beregningsmetode		Annet
	Fundament	Jord	
FPLATES	Ligning 8, ved inndeling i rektangulære element med valgt stivhet	<i>ID-compression</i> ; basert på Janbus setningsberegning (1970), med evt. lagdeling	Utdata gis i fundamentets knutepunkt.
SPLATE	Diskrete, stive og rektangulære element	Homogent, elastisk halvrom, etter Boussinesqs basisløsning (1885)	Utdata gis sentrisk i hvert element. Omfordeling av kontakttrykk etter metode utviklet av Athanasiu
PLAXIS 2D/3D	Elementmetoden (platekonstruksjonsdel)	Elementmetoden, ved bruk av <i>Hardening Soil</i> -modellen	Utdata gis i elementnettets Gauss- og knutepunkt

Hardening Soil er en avansert jordmodell som regnes for å kunne gi nøyaktige svar for den aktuelle jordtypen (i hovedsak leire), og brukes derfor i PLAXIS 3D. Resultatet herfra legges til grunn som en «fasit», til sammenligning med resultat fra FPLATES og SPLATE. FPLATE åpner for nokså nøyaktig jordmodellering, og utfører Janbus setningsberegning (1970). Den enkleste modelleringen gjøres for det elastiske halvrommet, som antatt i SPLATE, basert på Boussinesqs basisløsning (1885).

Fornuftig sammenligning av resultat forutsetter at det mellom programmene er skapt en modell med tilsvarende forhold. For resultatet fra PLAXIS 3D kontra FPLATES er det i den sammenheng relevant at *Hardening Soil* og Janbus setningsberegning (1970) benytter nokså kompatible parametere, som vist i neste kapittel. Sammenligningen mellom PLAXIS 3Ds og SPLATEs resultat vanskeliggjøres av at sistnevnte programs antatte elastiske halvrom gis en uniform stivhet, som i utgangspunktet strider med jordens typiske last- og spenningsavhengige stivhet og kan utgjøre en betydelig feilkilde.

Den praktiske bruken av disse programmene, samt hvilke resultat de gir, er av stor betydning for en videre sammenligning. Neste kapittel tar for seg disse aspektene, også med hensyn til å foreslå en egnet prosedyre for å bestemme jordfjærer.

Kapittel 4 Undersøkelse

4.1 Innledning

Her beskrives samvirkeanalyser utført med den utvalgte programvaren. Resultatet omfatter fordelingen av fjærstivhet, kontakttrykk og setning under et hhv. stivt og fleksibelt fundament.

Undersøkelsen er inndelt som følger (her med hensikt beskrevet):

- **Betydningen av relativ stivhet:** Sammenligne resultater fra PLAXIS 3D for et hhv. stivt og fleksibelt fundament for lik grunn og belastning, for å vurdere innvirkningen av fundamentets stivhet i forhold til jordens. En vurderer også hvorvidt resultatet er som forventet.
- **Sammenligning av programmenes resultat:** Sammenligne resultater fra FPLATES og SPLATE – for hhv. et fleksibel og et stivt fundament – med de tilsvarende resultat fra PLAXIS 3D (her er lasten lik og grunnen tilsvarende for hvert tilfelle).
- **Betydningen av lastnivå:** Vurdere vurderingen av varierende lastintensitet ved å sammenligne resultater fra FPLATES og SPLATE – for hhv. et fleksibel og et stivt fundament – med de tilsvarende resultater fra PLAXIS 3D når grunnen og lasten er lik, og lastnivået varierer.

Blant annet på bakgrunn av resultatet gis en anbefaling til framgangsmåte for å bestemme ekvivalente jordfjærer.

4.2 Inndata

Her gjengis den inndata som danner grunnlag for undersøkelsen. Vedlegg 2 og 3 viser hvordan denne er gitt i hhv. FPLATES og SPLATE.

4.2.1 Last og plategeometri

Undersøkelsen gjøres for et 10 m bredt, 40 m lang og 3 dm tykt fundament som ligger på jordens overflate og er påkjent normalt av en jevnt fordelt last, q . Denne lasten er lik 50 kPa i alle tilfeller unntatt i undersøkelsen av lastnivåets betydning, hvor den varierer mellom 10 og 50 kPa. Fig. 30 viser fundamentet og beliggenheten av dets karakteristiske punkt.

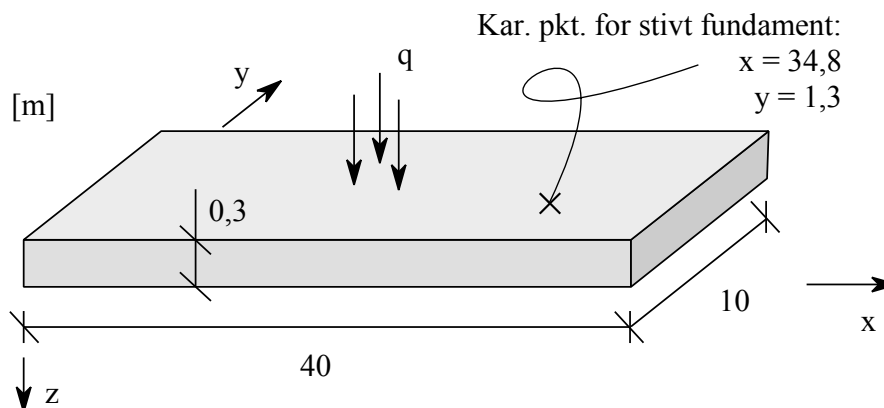


Fig. 30: Geometrien av fundamentet, som påkjent av en jevnt fordelt last, q . Her vises også det karakteristiske punkt, som vil gjelde for et stift fundament. Ikke i skala.

Fig. 31 viser de ulike programmenes elementnett for fundamentet: FPLATES og SPLATE inndeler fundamentet i et nett av 400 element, mens PLAXIS 3D genererer et «svært fint» elementnett.

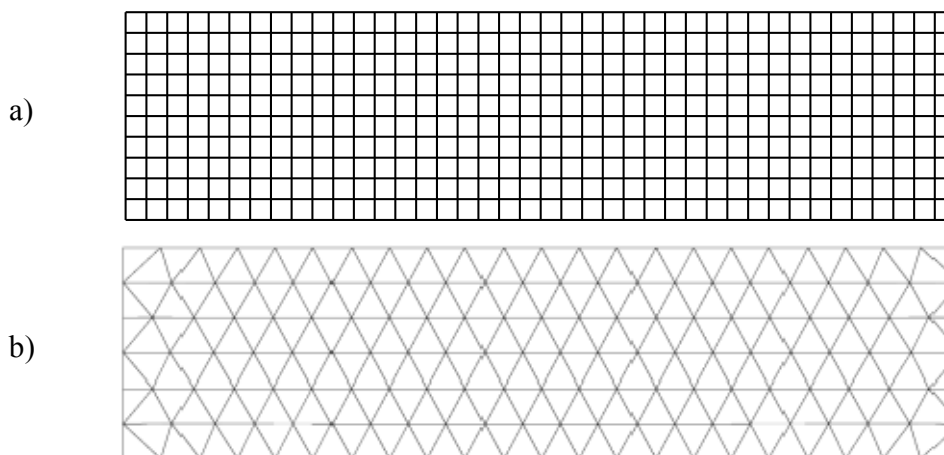


Fig. 31: Det elementnett som for fundamentet er a) spesifisert i FPLATES og SPLATE og b) generert «svært fint» i PLAXIS 3D (her for et fleksibelt fundament på jordgeometri B; nokså lignende nett gis for øvrige tilfeller)

4.2.2 Jordgeometri

For grunnen antas to ulike geometrier, som benyttes i ulike deler av undersøkelsen. I PLAXIS 3D genereres et «svært fint» elementnett som er 100 m både i bredde og lengde, og for jordgeometri A og B hhv. 60 og 30 m dypt. Under fundamentet gis et *interface*.

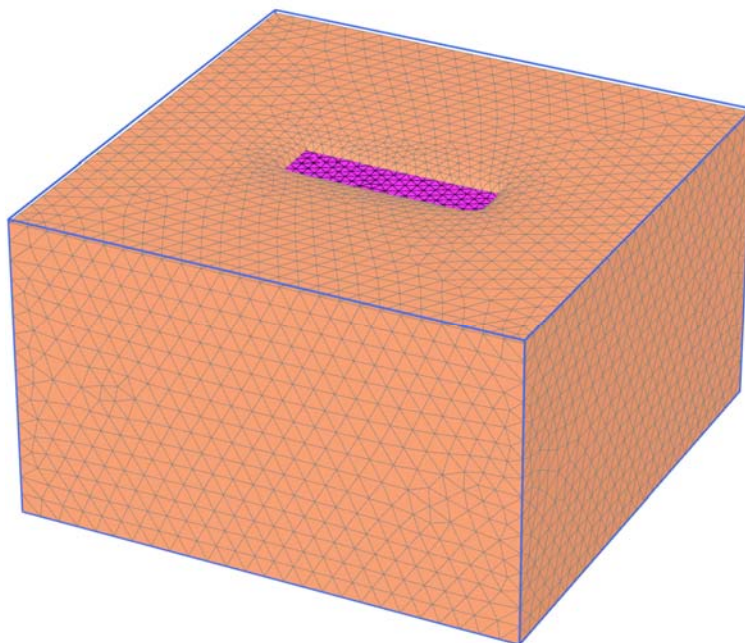


Fig. 32: Eksempel på det elementnett som genereres for grunnen i PLAXIS 3D (her for jordgeometri A)

Setningen for drenerte forhold, over lang tid, undersøkes. En drenert tilstand velges i PLAXIS 3D, og i FPLATES settes forholdet s_t/s_{EOP} lik 1 (se avsnitt 3.5.2.3).

4.2.2.1 Jordgeometri A

I jordgeometri A består grunnen utelukkende av normalkonsolidert leire, hvor grunnvannstanden er i overflaten. Denne geometrien antas i de deler av undersøkelsen som omfatter SPLATES resultat, ettersom dette programmet forutsetter en homogen grunn. Også i undersøkelsen kalt «Betydningen av relativ stivhet», hvor kun PLAXIS 3D benyttes, er denne jordgeometrien antatt.

4.2.2.2 Jordgeometri B

Fig. 33 viser jordgeometri B, som benyttes som et mer komplisert og realistisk alternativ til jordgeometri A, hvor en utnytter FPLATES' mulighet for lagdeling. Her gis et 1,5 m tykt lag av komprimert pukk over et 28,5 m tykt lag av leire, som igjen hviler på grunnfjellet. Grunnvannstanden er satt 1,85 m under overflaten. Denne grunnen er antatt under det fleksible fundamentet i undersøkelsen kalt «Sammenligning av programmenes resultat».

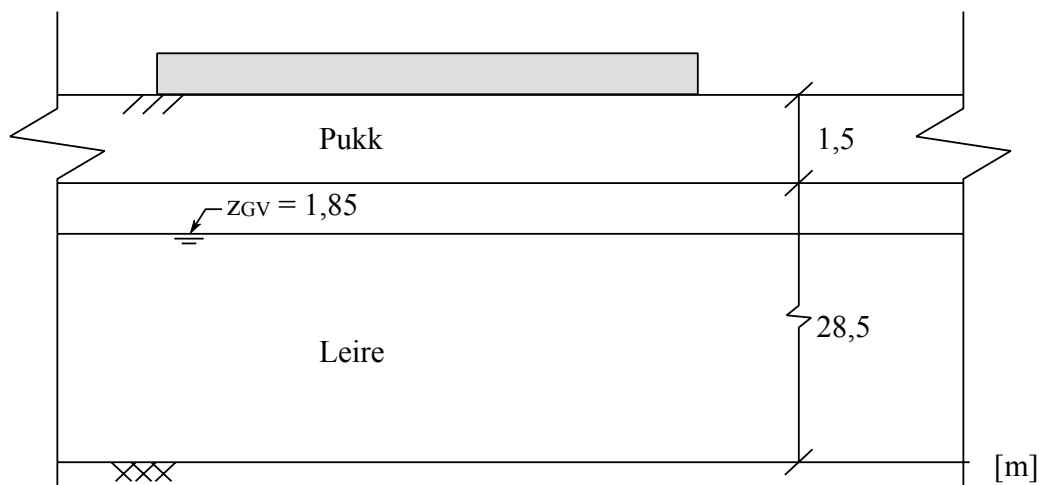


Fig. 33: Jordgeometri B. Ikke i skala.

4.2.2.3 Prekonsolidering

For de ulike jordgeometrier gjengir tabell 5 i hvilken grad hvert jordlag er overkonsolidert, OCR ($= p_c / p_o$), samt hvilket overlagingstrykk lagene tidligere er utsatt for, POP ($= p_c - p_o$).

Tabell 5: Prekonsolidering av hvert lag

	Jordgeometri A	Jordgeometri B	
	Leire	Pukk	Leire
OCR [-]	1	1	–
POP [kPa]	–	–	150

Ettersom SPLATEs beregning ikke åpner for spesifisering av prekonsolidering (OCR eller POP) antas for enkelhets skyld normalkonsolidert leire i jordgeometri A. En ville alternativt måttet modifisert jordens stivhet i dette programmet. For leiren i geometri B antas et tidligere overlagingstrykk på 150 kPa.

4.2.3 Materialparametere

Tabell 6, 7 og 8 gjengir de materialparameterne som er antatt representative for hhv. fundamentet, pukklaget i geometri B og leiren både i jordgeometri A og B. PLAXIS 3Ds standardverdier benyttes for øvrige parametere som inngår i *Hardening Soil*-modellen og for fundamentet.

4.2.3.1 Fundament

Tabell 6 gjengir materialeegenskapene av det armerte platefundamentet.

Tabell 6: Fundamentets materialeegenskaper

		Fleksibelt fundament	Stivt fundament
γ [kN/m ³]		0	
E [kPa]	FPLATES	$2,5 \times 10^7$	N/A
	SPLATE	N/A	∞
	PLAXIS 2D/3D	$2,5 \times 10^7$	$1,0 \times 10^{15}$
EI [kNm ² /m]	PLAXIS 2D/2D	56 250	$22,5 \times 10^{11}$
EA [kN/m]		$7,5 \times 10^6$	3×10^{14}
R_{inter}	PLAXIS 2D/3D	1	
r	FPLATES	0	N/A
	SPLATE	N/A	0
v		0,2	

Fundamentet antas isotropt og for enkelhets skyld vektløst, slik at kun stivheten inngår i beregningen. Det stive fundamentets elastisitetsmodul, E, er i teorien uendelig stor, men av hensyn til beregningen gis denne numerisk i PLAXIS 2D/3D som en endelig, meget stor verdi ment å forhindre platedeformasjon.

FPLATES' og SPLATEs beregning gir ingen ruhet mellom fundamentet og jordoverflaten. I PLAXIS gis ruheten i dette området av styrkereduksjonsfaktoren, R_{inter} , for det *interface* som er under fundamentet. Denne settes lik én, som normalt gis for et plastøpt fundament.

4.2.3.2 Pukk

Tabell 7 gjengir de egenskapene som antas representative for det laget av komprimert pukk som fundamentet hviler på i jordgeometri B. Her tas utgangspunkt i dokumentasjon fra Statens vegvesen (Kirkebø, 2001) samt veiledende verdier for pukk oppgitt av selskapet bak PLAXIS-programmene (Ardiaca, 2009).

Tabell 7: Pukkens materialparametere

	Pukk	Brukt som inndata i	
		FPLATES	PLAXIS 2D/3D
γ [kN/m ³]	19	✓	✓
c [kPa]	0		✓
$m = E_{oed}^{ref} / p_{ref}$	450	✓	
E_{oed}^{ref} [kPa]	45 000		✓
$E_{ur}^{ref} = 3E_{oed}^{ref}$ [kPa]	135 000	✓	✓
E_{50}^{ref} [kPa]	45 000		✓
ψ [°]	0		✓
ϕ [°]	42		✓
a_s	0,5	✓	
$m_{power} = 1 - a_s$	0,5		✓

Den valgte spenningssekspONENTEN, a_s , medfører at FPLATES beregner setningen av pukklaget etter ligning 17.

4.2.3.3 Leire

Sett bort fra prekonsolideringen antas like egenskaper for den leiren som inngår i jordgeometri A og B, ved at parameterne, som gjengitt i tabell 8, er de samme.

Tabell 8: Leirens materialparametere * Neddykket verdi angitt i SPLATE

	Leire	Brukt som inndata i		
		FPLATES	SPLATE	PLAXIS 3D
γ [kN/m ³]	20	✓	✓*	✓
$c = c'_{ref}$ [kPa]	4,66		✓	✓
$m = E_{oed}^{ref} / p_{ref}$	12	✓		
$m_r = 10m$	120	✓		
E_{oed}^{ref} [kPa]	1 200			✓
$E_{ur}^{ref} = 10E_{oed}^{ref}$ [kPa]	12 000			✓
E_{50}^{ref} [kPa]	1 200			✓
E_{ekv} [kPa]	1 080		✓	
ψ [°]	25			✓
ϕ [°]	25			✓
$\tan\phi$	0,47		✓	
a_s	0	✓		
$m_{power} = 1 - a_s$	1			✓
$\nu_{ur} = \nu$	0,2		✓	✓

For SPLATEs beregning benyttes én elastisitetsmodul, E_{ekv} , for det homogene, elastiske halvrom som gis av Boussinesqs basisløsning. Ettersom bredden på fundamentet er 10 m, antas en dybde, z_{ekv} , på 10 m som representativ for influensområdet av vertikal tøying, og at det største setningsbidrag dermed gis her. Ødometermodulen, M , er lineært avhengig av effektivspenningen, og øker med dybden fra en verdi i dagen som teoretisk er lik null. For normalkonsolidert leire beregnes den ekvivalente elastisitetsmodul, E_{ekv} , følgelig som:

$$M_{ekv} = m \cdot \gamma' \cdot z_{ekv}$$

$$\frac{E_{ekv} (1 - \nu)}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} = m \cdot \gamma' \cdot z_{ekv}$$

$$E_{ekv} = \frac{m \cdot \gamma' \cdot z_{ekv} (1 - 2\nu)(1 + \nu)}{1 - \nu}$$

$$E_{ekv} = 1080 \text{ kPa}$$

Alternativt kunne det vertikale tøyningsforløpet under det stive fundamentets karakteristiske punkt vurderes for å anslå en representativ dybde, og dermed stivhet for halvrommet. Dette kunne også tatt høyde for lastnivået, som typisk vil påvirke stivheten. Som senere forklart utføres riktignok denne undersøkelsen med en nokså moderat endring av lastnivå; mellom 10 og 50 kPa.

4.3 Resultat

Her gis resultatet av undersøkelsen.

4.3.1 Betydningen av relativ stivhet

I denne delen av undersøkelsen sammenlignes fasongen av den fordeling av kontaktrykk, setning og fjærstivhet som beregnes av PLAXIS 3D for et hhv. stivt og fleksibelt fundament som er påkjent av en jevnt fordelt last på 50 kPa og hviler på en grunn av geometri A (ren leire). Dette danner grunnlag for vurdering av hvilken innvirkning fundamentets stivhet i forhold til jordens har på resultatet. Dessuten vurderes hvorvidt de ulike fasongene er i tråd med det som er forventet, etter fig. 13, med forbehold om at jorden kun er moderat lineært elastisk, som beskrevet i avsnitt 3.3.

Fig. 34 viser resultatet av denne delen av undersøkelsen.

EKVIVALENTE JORDFJÆRER FOR BEREGNING AV PLATEFUNDAMENT

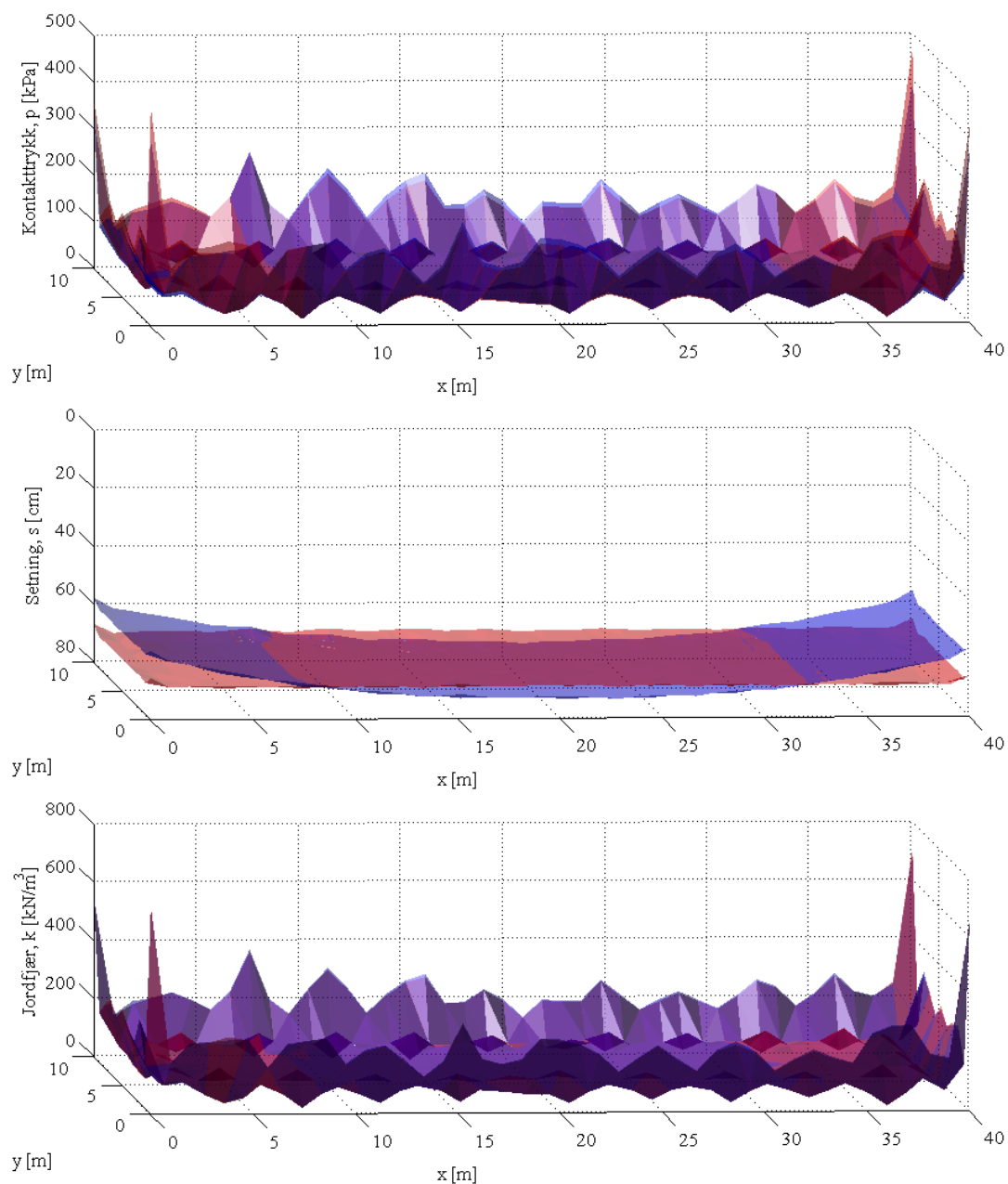


Fig. 34: Kontakttrykket, setningen og fjærstivheten beregnet av PLAXIS 3D for et stift (rød) og et fleksibelt (blå) fundament påkjent av en jevnt fordelt last, q , på 50 kPa

Med henvisning til fig. 13 kan for en forvente en relativt «flattere» fordeling av kontakttrykk for det noe fleksible fundamentet enn for det fullstendig stive. Fig. 34 viser også denne tendensen, hvor kontakttrykket i kantene og langendene er noe større for det stive fundamentet enn for det fleksible.

Som forventet bøyes det fleksible fundamentet i nedsunket tilstand, og får sin største setning under platemidten, mens det stive får en uniform setning.

Det forhold at det fleksible fundamentet i sammenligning med det stive har en setning som i mindre i langendene og sentrisk større «kompenserer» her for trykkforskjellene og resulterer i en nokså lik fordeling av fjærstivhet for de to fundamenttypene.

Basert på det foregående kan en konkludere med den relative jord-fundament-stivhet i fasong har de forventede følger for fordelingen av kontakttrykk, setning og fjærstivhet – selv om forskjellen i fasong for sistnevnte størrelse trolig ville vært noe tydeligere ved større forskjell i stivhet mellom fundamenttypene.

4.3.2 Sammenligning av programmenes resultat

I denne delen av undersøkelsen sammenlignes resultater fra FPLATES og SPLATE – for et hhv. fleksibel og stivt fundament – med de tilsvarende resultater fra PLAXIS 3D, som legges til grunn som en «fasit». Det fleksible og det stive fundamentet hviler på en grunn av hhv. geometri A (NC-leire) og B (pukk og OC-leire). At grunnen under de to fundamenttypene er ulik anses for uproblematisk da denne undersøkelsen ikke har til hensikt å sammenligne resultatene for hhv. stiv og fleksibel plate mot hverandre, og skyldes som nevnt i hovedsak at FPLATES åpner for lagdeling, mens SPLATE vil modellere en homogen grunn. Begge fundamenttyper er påkjent av en jevnt fordelt last, q , på 50 kPa.

Fig. 35 og 36 viser de fullstendige fordelingene mens tabell 9 og 10 gjengir typiske verdier som PLAXIS 3D og hhv. FPLATES og SPLATE har beregnet ulike steder under fundamentet. På grunn av ujevnheter i PLAXIS 3Ds trykkresultat, og dermed også i resultatet for fjærstivhet, vil ikke nødvendigvis sammenligning av verdier for samme koordinat være det mest representative.

4.3.2.1 Fleksibelt fundament

Fig. 35 viser resultatet for et fleksibelt fundament, i form av den fordeling av kontaktrykk, setning og fjærstivhet som hhv. FPLATES (rød overflate) og PLAXIS 3D (blå overflate) beregner.

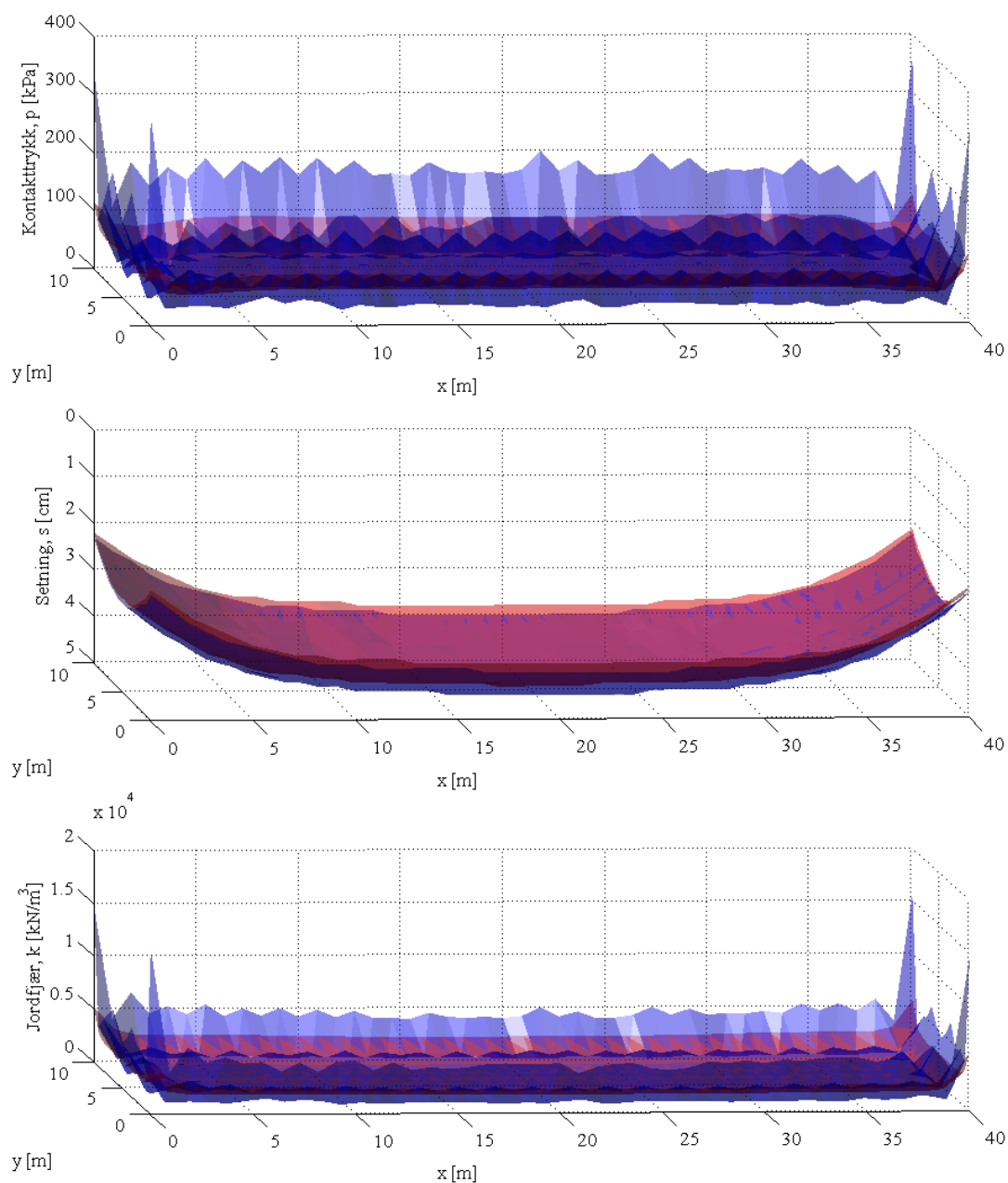


Fig. 35: Kontaktrykket, setningen og fjærstivheten som beregnet under et fleksibelt fundament av FPLATES (rød) og PLAXIS 3D (blå).

For numerisk sammenligning gjengir tabell 9 eksempelverdier for de nevnte størrelser ulike steder under fundamentet.

Tabell 9: Eksempelverdier for kontakttrykk, setning og fjærstivhet som FPLATES og PLAXIS 3D beregner under et fleksibelt fundament

	Sted	FPLATES			PLAXIS 3D			FPLATES' resultat sammenlignet med PLAXIS 3Ds
		x [m]	y [m]	Verdi	x [m]	y [m]	Verdi	
Kontakttrykk, p [kPa]	Hjørne	40,00	0,00	121,8	40,00	0,00	333,8	64 % mindre
	Sentrisk	20,00	5,00	45,4	20,00	5,00	47,4	4 % mindre
	Langside	33,00	0,00	89,0	20,91	0,00	149,1	40 % mindre
Setning, s [cm]	Kortside	40,00	5,00	3,1	40,00	5,00	3,1	Likt
	Sentrisk	20,00	5,00	4,8	20,00	5,00	5,0	4 % mindre
Fjærstivhet, k [kN/m ³]	Hjørne	0,00	10,00	5 230	0,00	10,00	14 932	65 % mindre
	Sentrisk	20,00	5,00	945	20,00	5,00	948	Tilnærmet likt
	Langside	14,00	10,00	2255	15,45	10,00	3946	43 % mindre

Både FPLATES og PLAXIS 3D beregner en konsentrasjon av kontakttrykk i hjørnene. I FPLATES når verdien ca. 120 kPa, som er omtrent 65 % mindre enn verdien i PLAXIS 3D; ca. 335 kPa. I begge program beregnes trykket nest størst langs langsiden av fundamentet, hvor FPLATES beregner en verdi på opp mot 90 kPa, som er omtrent 40 % mindre enn PLAXIS 3Ds resultat på om lag 150 kPa. Begge resultat viser et minimum i senteret av platen, hvor FPLATES beregner om lag 45 kPa, som er svært likt PLAXIS 3Ds 47 kPa. De to trykkfordelingene har en fasong og numeriske verdier som – foruten at PLAXIS 3D beregner et noe større trykk langs randen, og en betraktelig større konsentrasjon i hjørnene – stemmer overens med hverandre. Trykkresultatene har også en fasong som en ville kunne forvente, ettersom denne relativt fleksible platen har en viss stivhet, og således vil gi en kontakttrykkfordeling som ikke er fullstendig flat (som for en fullstendig fleksibel plate), men en fordeling som likner mer på den for stive plater, dvs. med en viss økning langs rendene.

De to programmene setningsberegning stemmer godt overens, og er buet, som kunne forventes. Setningen er størst sentrisk, hvor FPLATES og PLAXIS 3D har beregnet hhv. 4,8 og 5,0 cm. Setningen er minst i langendene, med en minimumsverdi på som for begge programmer er 3,1 cm.

I hjørnene beregnes de største fjærstivhetene. FPLATES beregner om lag 5 230 kN/m³, som er omtrent 65 % mindre enn PLAXIS 3Ds beregnede 14 900 kN/m³. Nest størst er verdien langs langsidens render, hvor FPLATES beregner ca. 2 250 kN/m³. Dette er omtrent 40 % mindre enn de ca. 3 950 kN/m³ som beregnes av PLAXIS 3D. Sentrisk er stivheten jevn og på sitt minste. FPLATES beregner her omtrent 945 kN/m³, som er tilnærmet likt PLAXIS 3Ds svar.

Oppsummert er setningsberegningen i de to programmene svært lik. Kontakttrykket beregnes nokså likt under platemidten, men i hjørnene og langs rendene beregner PLAXIS 3D noe større trykk enn FPLATES. Dette gir seg utslag i et avvik også i fjærstivhet i disse områdene.

4.3.2.2 Stivt fundament

Fig. 36 viser resultatet for et stivt fundament, i form av den fordeling av kontakttrykk, setning og fjærstivhet som hhv. SPLATE (rød overflate) og PLAXIS 3D (blå overflate) beregner.

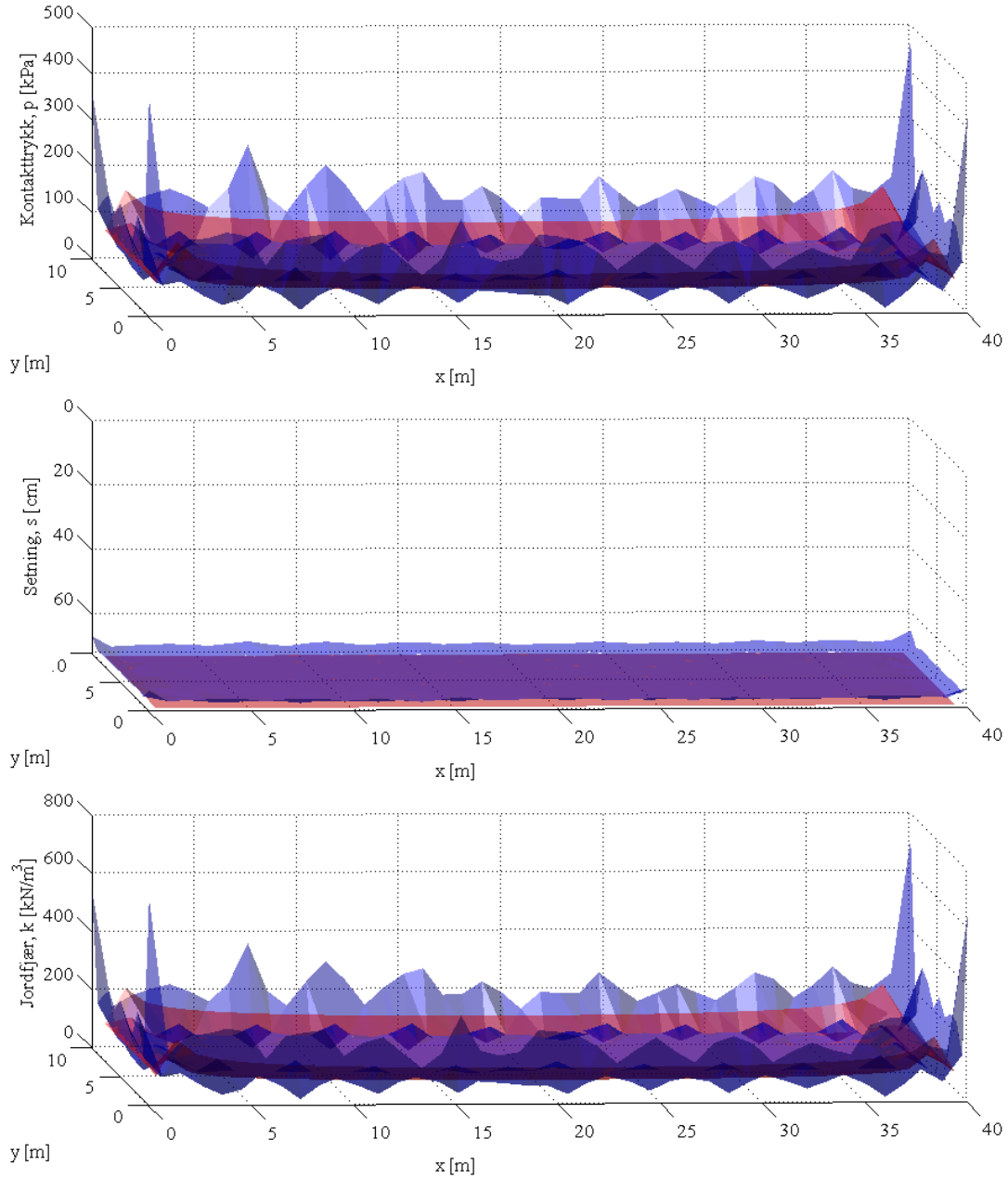


Fig. 36: Kontakttrykket, setningen og fjærstivheten som beregnet under et fleksibelt fundament av SPLATE (rød) og PLAXIS 3D (blå).

For numerisk sammenligning gjengir tabell 10 eksempelverdier for de nevnte størrelser ulike steder under fundamentet.

Tabell 10: Eksempelverdier for kontaktrykk, setning og fjærstivhet som SPLATE og PLAXIS 3D beregner under et stivt fundament. Verdier vises også for det karakteristiske punkt.

		SPLATE			PLAXIS 3D			SPLATEs resultat sammenlignet med PLAXIS 3Ds	
		x [m]	y [m]	Verdi	x [m]	y [m]	Verdi		
Kontaktrykk, p [kPa]	Hjørne	–			0,00	10,00	363,4	–	
	Sentrisk	19,50	5,50	27,5	20,69	4,53	42,0	35 % mindre	
	Langside	–			26,67	10,0	106,5	–	
	Kar. pkt.	34,50	8,50	45,8	34,80	8,70	47,5	4 % mindre	
Setning, s [cm]		–			–			70,6	2 % større
Fjærstivhet, k [kN/m ³]	Hjørne	–			0,00	10,00	545	–	
	Sentrisk	20,50	4,50	38	18,74	4,91	59	36 % mindre	
	Langside	–			21,91	10,00	185	–	
	Kar. pkt.	34,50	8,50	64	34,80	8,70	67	4 % mindre	

SPLATE leverer ikke utdata direkte fra randen av fundamentet; kun fra sentrene av hvert element. Derfor sammenlignes ikke verdier for trykk og fjærstivhet mellom programmene i disse områdene. Fordelingen tyder imidlertid på at begge program beregner et kontaktrykk som er størst i kantene. Her beregner PLAXIS 3D et trykk på omtrent 360 kPa. Langs rendene er trykket nest størst; her beregner PLAXIS 3D drøyt 100 kPa. En sammenligningen er imidlertid mulig sentrisk; her beregner SPLATE ca. 27 kPa, som er omtrent 35 % mindre enn PLAXIS 3Ds svar på 42 kPa. I fasong er de to programmenes fordeling av trykk i overensstemmelse, og som forventet for et stivt fundament: Trykket er størst i hjørnene, nest størst langs rendene og minst sentrisk.

SPLATE beregner en setning på 72,0 cm, som er knappe 2 % mindre enn PLAXIS 3Ds beregnede setning; 70,6 cm. Dette svært gode samsvaret tyder på at anslaget av stivhet for SPLATEs elastiske halvrom var godt.

Begge program beregner den største fjærstivheten i hjørnene (noe også fasongen på SPLATEs fordeling viser). PLAXIS 3D beregner en stivhet i hjørnet på om lag 545 kN/m³. Nest størst er den beregnede stivhet langs rendene, hvor PLAXIS 3D beregner omtrent 185 kN/m³. Sentrisk kan stivheten sammenlignes. Her beregner SPLATE ca. 38 kN/m³, som er 36 % mindre enn PLAXIS 3Ds beregnede 59 kN/m³.

Tabell 10 viser også de ulike verdiene som beregnes i det karakteristiske punkt. SPLATE beregner her et kontaktrykk på 45,7 kPa, som er 4 % mindre enn PLAXIS' estimat på 47,5 kPa. Det samme prosentuelle avvik er for SPLATEs beregnede fjærstivhet: 64 kN/m³ sammenlignet med PLAXIS' 67 kN/m³.

NB: Som senere forklart benyttes PLAXIS 2D sammen med PLAXIS 3D for å bestemme kontaktrykket og fjærstivheten i det karakteristiske punkt, mens en for SPLATE antar verdier i det nærmeste punkt i elementnettet hvor utdata gis.

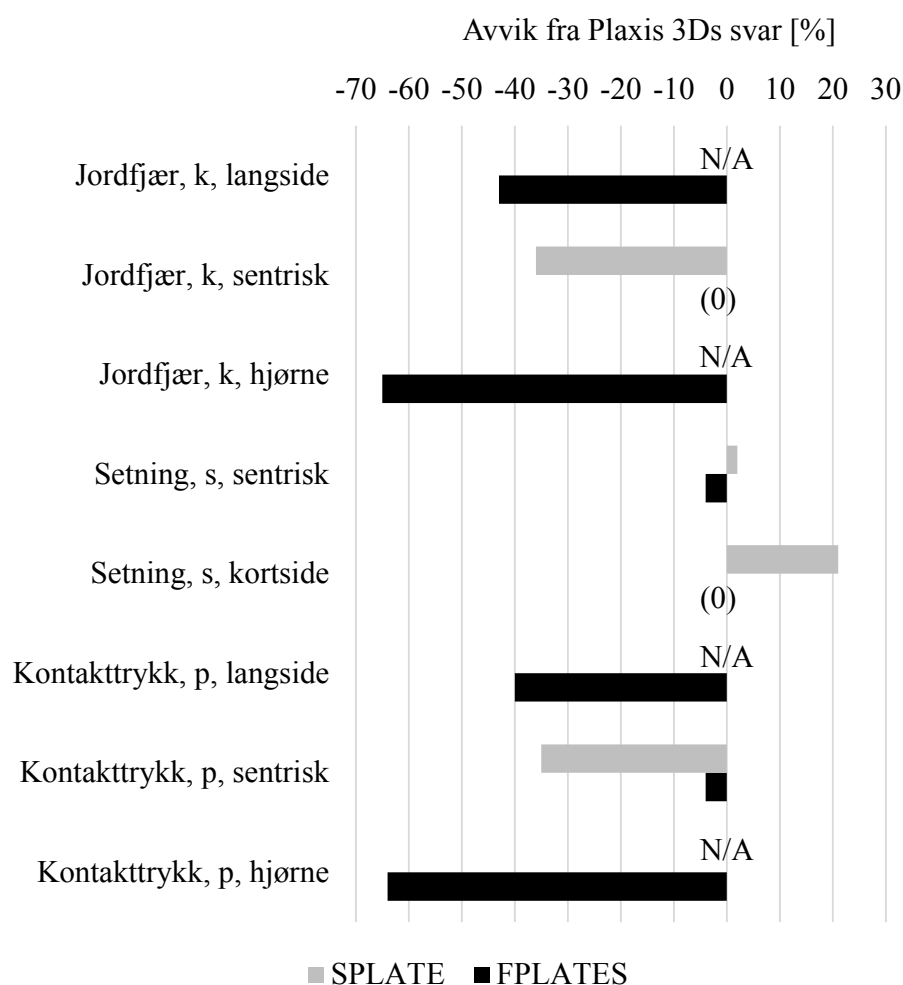
4.3.2.3 Samlet vurdering

Fig. 37: Anslagsvis, prosentmessig sammenligning (med forbehold om at ulike grunnforhold) mellom FPLATES' og SPLATEs resultat og PLAXIS 3Ds, som her antas mest troverdig.

Med utgangspunkt i tabell 9 og 10 viser fig. 37 anslag på prosentmessige avvik fra FPLATES' og SPLATEs resultat og PLAXIS 3Ds, som her legges til grunn som det mest troverdige. Kun sentrisk gir begge program verdier som enkelt kan sammenlignes med PLAXIS 3Ds svar. I dette området er FPLATES' avvik i beregnet kontakttrykk, setning og fjærstivhet hhv. -4% , -4% og 0 , mens SPLATE beregner avvik på hhv. -35% , $+2\%$ og -36% . Dette tilsier at FPLATES (for jordgeometri B) har beregnet mer nøyaktige svar enn SPLATE har (for jordgeometri A). For hjørnene og langsiden kan kun FPLATES' resultat sammenlignes med PLAXIS 3Ds. Her er avvikene i kontakttrykkberegningen større enn de er sentrisk, og følgelig blir også avviket i fjærstivhet større. En vet ikke nøyaktig hva SPLATE ville beregnet her.

4.3.3 Betydningen av lastnivå

I denne delen av undersøkelsen sammenlignes resultater fra FPLATES og SPLATE – for hhv. et fleksibel og et stivt fundament – med de tilsvarende resultater fra PLAXIS 3D når lastnivået varierer og jordgeometri A forutsettes. Slik vurderes virkningen av varierende last.

For fundamentet beregnes bruddlasten for hånd (som vist i vedlegg 4) til 779 kPa, som tyder på at graden av bæreevne mobilisering for lastnivå som varierer mellom 10 og 50 kPa åpner for forsvarlig bruk av FPLATES og SPLATE, ettersom disse programmene kun egner seg for lav bæreevne mobilisering. En nokså stor setning beregnes imidlertid i den normalkonsoliderte leiren i jordgeometri A, og det dreier seg følgelig i større grad om et setningsproblem enn et bæreevneproblem. Både for et stivt og et fleksibelt fundament begrenses derfor undersøkelsen til lastnivå i intervallet mellom 10 og 50 kPa. Det prioriteres å utføre undersøkelsen for en begrenset setning istedenfor en vesentlig økning i bæreevne mobiliseringen.

Denne undersøkelsen er utført to steder, vist i fig. 38: I tverrsnitt A og i det karakteristiske punkt.

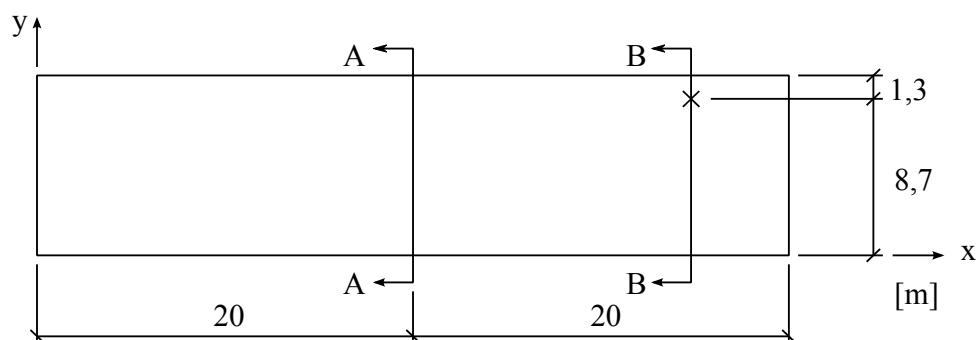


Fig. 38: Tverrsnitt A, og tverrsnitt B, hvor det karakteristiske punkt (vist med kryss) inngår.

Fig. 39 viser et typisk tverrsnitt fra PLAXIS 3Ds beregnede kontaktrykkfordeling. Til tross for at elementnettets genereres «svært fint», og at en første utjevning allerede er utført i PLAXIS 3Ds utdata-program, bærer denne fordelingen, og følgelig også fordelingen av fjærstivhet, tydelig preg av elementnettets inndeling. Denne ujevne fasongen åpner for nokså vilkårlig avlesning av enkeltverdier, og vanskeliggjør en fornuftig sammenligning mellom PLAXIS 3Ds og øvrige resultat. Dette gjelder spesielt de tre ytre meterne til hver side av tverrsnittet.

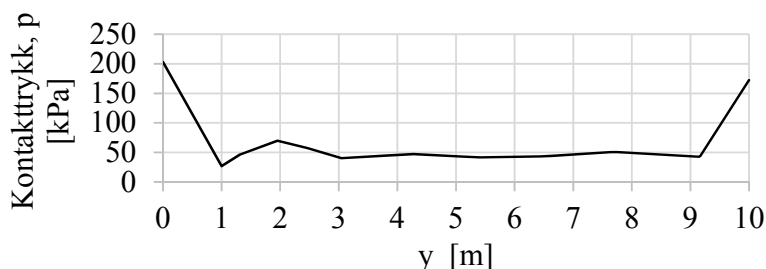


Fig. 39: Eksempel på et tverrsnitt fra PLAXIS 3Ds beregnede kontaktrykkfordeling

I undersøkelsen for det karakteristiske punkt hentes én verdi fra PLAXIS' trykkfordeling – ikke et tverrsnitt. Derfor må denne hentes fra en trykkfordeling med troverdig fasong, slik at ikke ujevnheter som oppstår på grunn av elementnettets form blir avgjørende. Med et finere,

todimensjonalt elementnett benyttes derfor PLAXIS 2D til å finne en noe finere og mer troverdig trykkfordeling i tverrsnitt A, som er vist av fig. 40. Fordelingen her benyttes som en rettesnor for PLAXIS 3Ds beregnede trykkfordeling i tverrsnitt B, hvor det karakteristiske punkt inngår. Fig. 36 viser at også trykkfordelingen vil være nokså lik i fasong mellom tverrsnitt A og B. I fig. 40 vises et trykk for det karakteristiske punkts ordinat (8,7 m) som for en last på 10 og 50 kN/m er hhv. 8 og 2 % større enn gjennomsnittstrykket i de to midtre meter av snittet for et fleksibelt fundament, og hhv. 8 og 3 % større enn det tilsvarende gjennomsnittstrykk for et stivt fundament. Med utgangspunkt et slikt gjennomsnittstrykk for tverrsnitt B beregnet av PLAXIS 3D benyttes de nevnte prosentverdiene til å estimere et mer troverdig trykk i det karakteristiske punkt. Disse verdiene legges til grunn for det som i tabell 10 og fig. 44 presenteres som PLAXIS 3Ds kontaktrykk og fjærstivhet i det karakteristiske punkt.

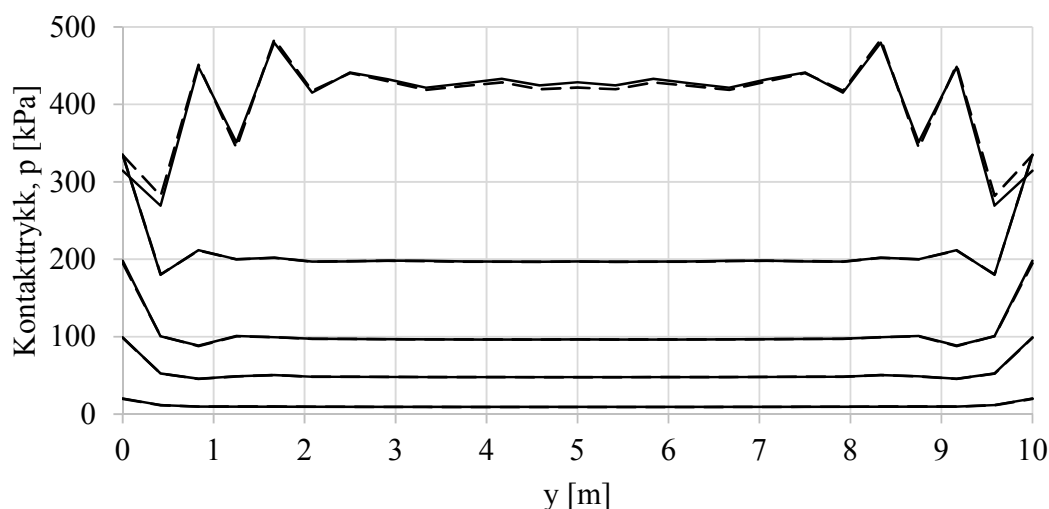


Fig. 40: Kontaktrykk i tverrsnitt A, som beregnet av PLAXIS 2D for et fleksibelt (stiplet linje) og stivt (heltrukket linje) fundament for en last på 10, 50, 100, 200 og 400 kN/m/m (kurvene ligger høyere jo større lastintensiteten er). Disse fordelingene benyttes som en rettesnor for bestemmelsen av fasong på trykkfordelingen i snitt B, hvor det karakteristiske punkt inngår.

Fig. 40 viser for øvrig at trykkfordelingens konsentrasjon langs kanten for en lav last, på 10 kPa, er relativt liten, før den øker markant for en last opp mot 200 kPa. For et fleksibelt og et stivt fundament nådde denne beregningen i PLAXIS 2D brudd for en last på hhv. 419 og 558 kN/m (som ikke tas videre hensyn til ettersom denne PLAXIS 2D beregningen ikke tar høyde for den faktiske geometri), men som i figuren vises ved at fordelingen opp mot dette nivået blir, om enn ujevn, så uten de store konsentrasjonene i kantene. Denne form for utjevning av kontaktrykkfordelingen beskrives av Terzaghi et al. (1996) for et glatt fundament fram til det punkt bæreevnebrudd inntreffer, som vist i fig. 14. Her er ikke fundamentet glatt, men tendensen er den samme.

4.3.3.1 Tverrsnitt A

Her undersøkes lastnivåets betydningen i tverrsnitt A, ved en numerisk sammenligning av de ulike fordelinger som beregnes her. Ettersom resultatet for det valgte lastintervall viser en nokså lineær utvikling tas kun resultatet for 10 og 50 kPa med (20 – 40 kPa utelates). Dette legger også til rette for en oversiktlig presentasjon av resultatet.

4.3.3.1.1 Fleksibelt fundament

Fig. 41 viser resultatet under et fleksibelt fundament, som beregnet av FPLATES og PLAXIS 3D.

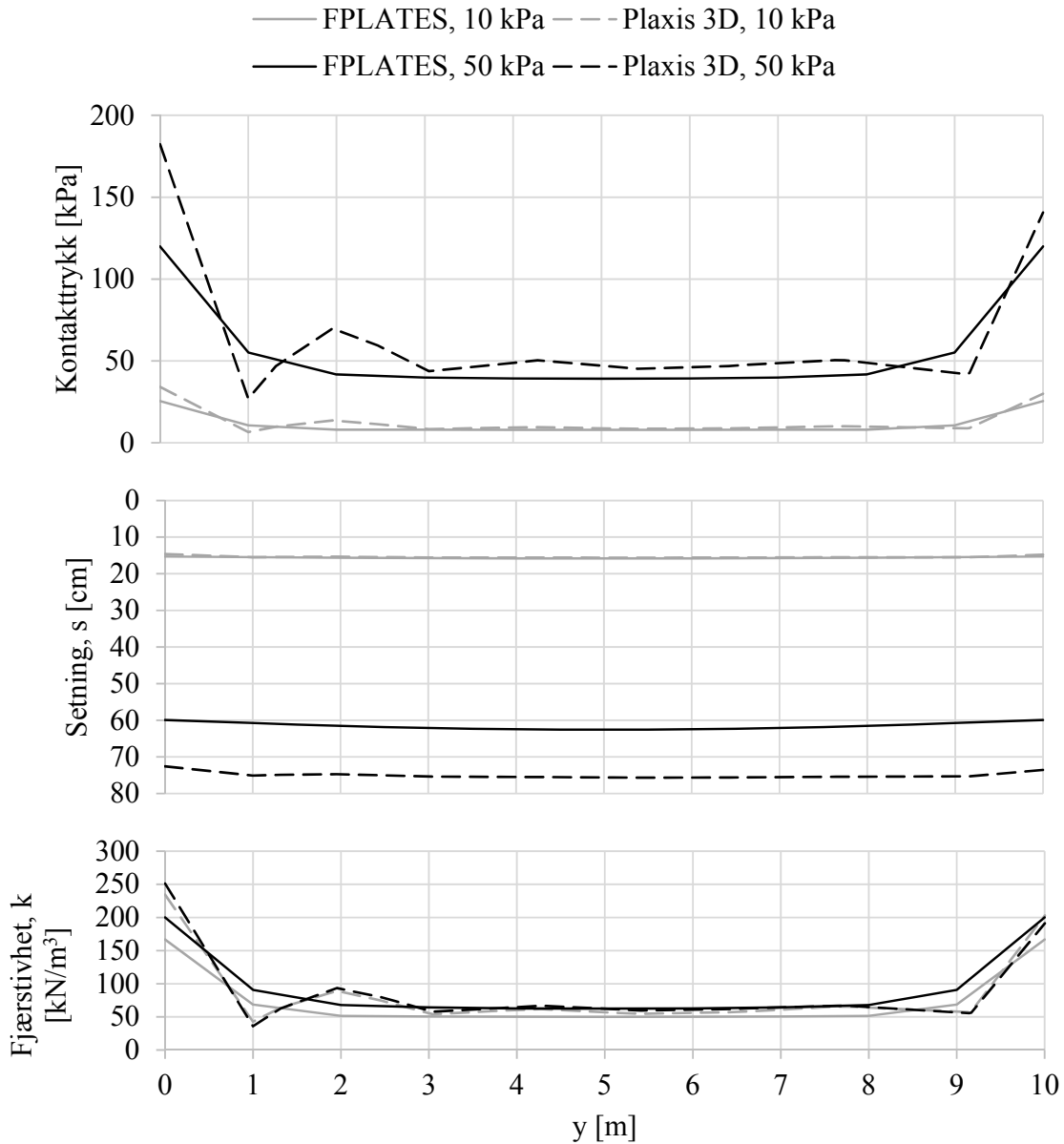


Fig. 41: Kontakttrykket, setningen og fjærstivheten under et fleksibelt fundament, som beregnet i tverrsnitt A av FPLATES og PLAXIS 3D for en jevnt fordelt last på 10 og 50 kPa.

For en belastning på både 10 og 50 kPa beregner FPLATES en kontakttrykkfordeling som jevnt over stemmer overens med resultatet fra PLAXIS 3D. Spesielt sees dette sentrisk, hvor begge programmene beregner om lag 8 og 40-45 kPa for hhv. 10 og 50 kPa. I kantene beregner PLAXIS 3D noe større trykk: drøyt 30 kPa mot FPLATES' 26 kPa for en last på 10 kPa, og 140-180 mot 120 for en last 50 kPa.

De to programmenes setningsberegning for 10 kPa er svært sammenfallende, på om lag 16 cm sentrisk i snittet. For en last på 50 kPa beregner imidlertid FPLATES en 18 % mindre setning enn PLAXIS 3D: 62 mot 76 cm.

For begge lastnivå beregner de to programmene en fordeling av fjærstivhet som er nokså sammenfallende. FPLATES' «underestimert» av setning for en last på 50 kPa bidrar nødvendigvis til «overestimert» fjærstivhet for denne lastintensiteten, men en numerisk vurdering av dette vanskeliggjøres av ujevnheter i PLAXIS 3Ds resultat. Det forhold at både trykket og setningen øker ved økende last, men førstnevnte mest, gir jevnt over en nokså beskjeden økning i fjærstivhet: FPLATES' resultat sentrisk endres eksempelvis fra 50 til 62 kN/m³, en økning på 19 %.

4.3.3.1.2 Stivt fundament

Fig. 42 viser resultatet under et stivt fundament, som beregnet i tverrsnitt A av SPLATE og PLAXIS 3D.

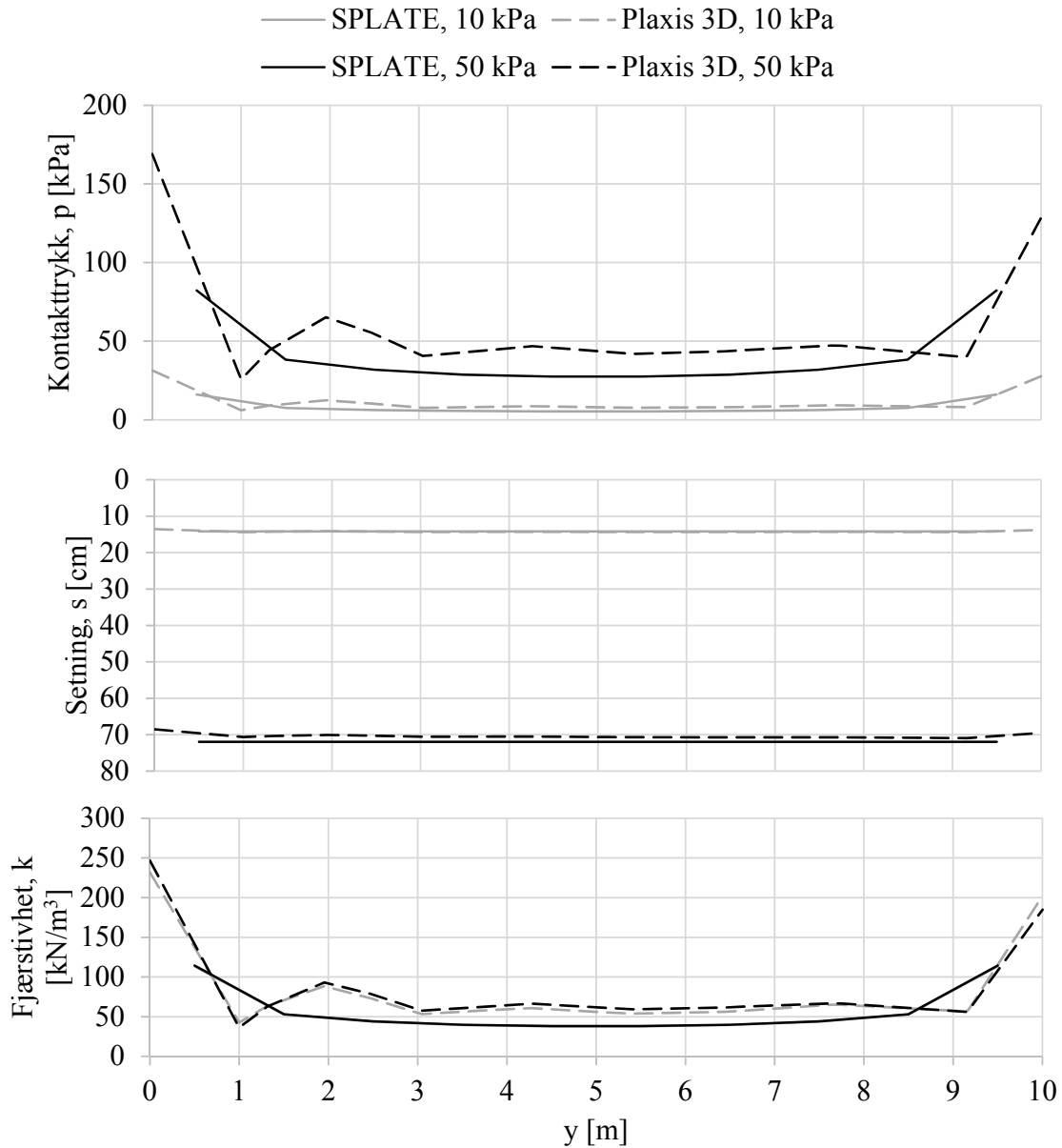


Fig. 42: Kontaktrykket, setningen og fjærstivheten under et stivt fundament, som beregnet i tverrsnitt A av SPLATE og PLAXIS 3D for en jevnt fordelt last på 10 og 50 kPa.

For en last på 10 kPa beregner begge program et trykk på omtrent 7 kPa i de sentrale delene av fundamentet, og så langt SPLATEs beregnede verdier vises – fram til en halvmetre fra fundamentkanten – stemmer verdiene også her overens med PLAXIS 3Ds verdier. For en last på 50 kPa beregner SPLATE omtrent 30 kPa, som er 33 % mindre enn PLAXIS 3Ds beregnede 45 kPa.

For en last på 10 kPa beregner SPLATE en setning på 14,2 cm, som sammenfaller godt med PLAXIS 3Ds beregnede 14,3 cm. Når lasten økes til 50 kPa beregner SPLATE 72,0 cm, som er litt større enn PLAXIS 3Ds beregnede 70,6 cm.

Som følge av SPLATEs noe «underestimerte» kontaktrykk blir fjærstivheten for begge lastnivå tilsvarende «underestimert». For begge lastnivå beregner SPLATE en stivhet sentrisk på om lag 38 kN/m³. For en last på 10 og 50 kPa beregner PLAXIS 3D en stivhet i dette området på hhv. ca. 55 og 60 kPa, som er ca. 31 og 37 % større enn SPLATEs svar.

4.3.3.1.3 Samlet vurdering

Med forbehold om at SPLATE ikke leverer verdier eksplisitt langs kanten er fasongen nokså lik mellom disse programmene. Beregningen for et fleksibelt fundament viser også sammenfallende fasong, med unntak av at FPLATES beregner mindre konsentrasjon av kontaktrykk i kantene. Til tross for at PLAXIS 3Ds fordelinger av kontaktrykk er nokså grove ser en at disse numerisk stemmer nokså godt overens med fordelingen fra både FPLATES og SPLATE. Sentrisk gir riktignok en økende last noe underestimert setningsberegning i FPLATES, og noe underestimert av kontaktrykk både i FPLATES og SPLATE. For fjærstivheten gir dette seg utslag på ulikt vis mellom programmene. FPLATES underestimerer både kontaktrykket (telleren) setningen (nevneren) som gir en nokså nøyaktig beregning av fjærstivhet. Denne «likheten» er altså rent divisjonsbetinget. SPLATE underestimerer derimot kun kontaktrykket, som medfører en noe for lav fjærstivhet.

4.3.3.2 Det karakteristiske punkt

For å vise forløpet av kontaktrykk, setning og fjærstivhet mot lastintensitet, i dette tilfelle 10, 20, 30, 40 og 50 kPa, tas her utgangspunkt det karakteristiske punkt. Dette punktet er definert for et stivt fundament (avsnitt 3.4) og har ingen spesiell betydning for et fleksibelt fundament, men er likevel valgt da en ved å begrense seg til ett punkt enkelt kan undersøke det nevnte forløp. Å foreta undersøkelsen i nettopp dette punktet åpner også for at en kan undersøke hvorvidt det beregnede kontaktrykk her for et stivt fundament, i tråd med teorien, som beskrevet i avsnitt 4.4, er likt den jevnt fordelte last.

Mens verdiene som antas for PLAXIS 3D er estimert som forklart, ved bruk av også PLAXIS 2D, er verdiene fra FPLATES og SPLATE hentet fra de nærmeste steder hvor utdata gis: hhv. (x = 35,0 m; y = 9,0 m) og (x = 34,5 m; y = 8,5 m). I det følgende gis beskrivelsen som om alle resultater likevel er hentet fra det karakteristiske punkt. Fig. 43 viser samtlige punkt, i sammenheng med plategeometrien.

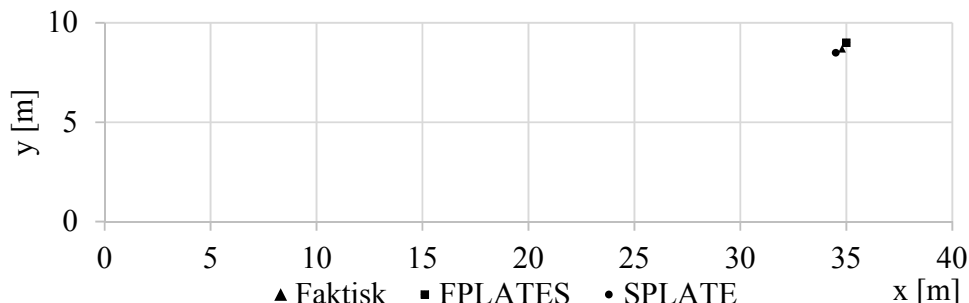


Fig. 43: Det karakteristiske punkt, og de punkt hvorfra plateprogrammenes verdier er hentet fra.

Fig. 44 viser forløpet av hhv. kontaktrykk, setning og fjærstivhet i det karakteristiske punkt for en økende jevnt fordelt last. Ettersom forløpene er nokså lineære i dette lastintervallet nøyer en seg med to estimerte punkt, for en last på 10 og 50 kPa, fra PLAXIS 3D.

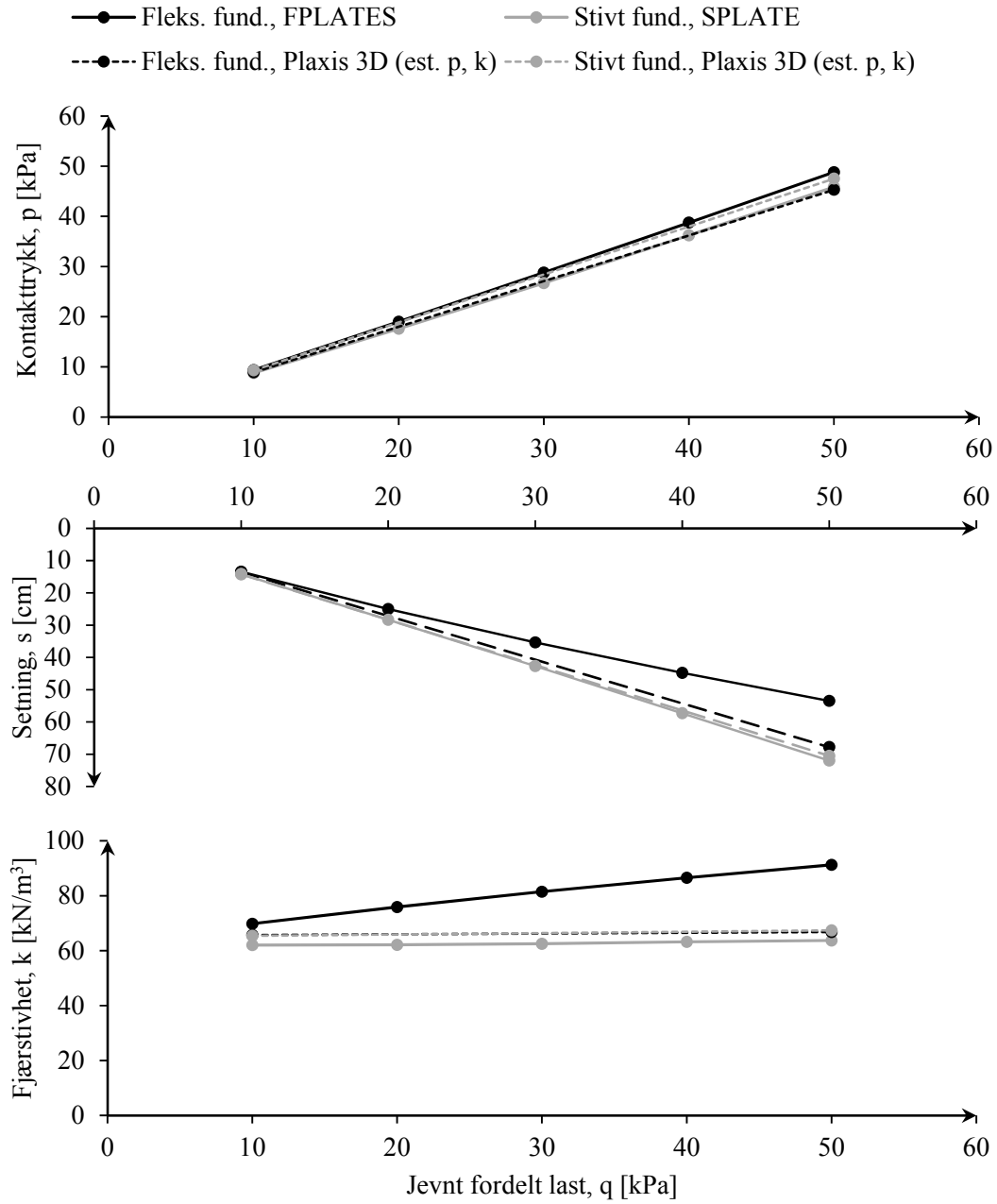


Fig. 44: Forløpet av kontaktrykk, setning og fjærstivhet i det karakteristiske punkt for en økende jevnt fordelt last.

4.3.3.2.1 Fleksibelt fundament

For en jevnt fordelt last på 10 kPa gir FPLATES et kontaktrykk på 9,4 kPa, som er 5 % mer enn PLAXIS' estimat på 8,9 kPa. Når den jevnt fordelte last økes til 50 kPa gir FPLATES et trykk på 48,8 kPa. Avviket er fortsatt begrenset, på 7 %, ved at PLAXIS estimerer 45,3 kPa.

For en last på 10 kPa beregner FPLATES en setning på 13,4 cm, som er svært likt PLAXIS 3Ds beregnede 13,6 cm. FPLATES' kurve viser at jordens oppførsel blir noe stivere. For en last på 50 kPa beregner FPLATES en setning på 53,5 cm, som er 21 % mindre enn PLAXIS 3Ds resultat; 67,8 cm. Avviket har altså økt for en økende last.

For en last på 10 kPa beregnes en nokså lik fjærstivhet i de to programmene, ettersom det også er beregnet nokså likt kontaktrykk og lik setning for denne lastintensitet; FPLATES beregner 70 kN/m³, som er 6 % mindre enn PLAXIS' estimerte beregnede 66 kN/m³. For en økende last øker både kontaktrykket og setningen, dvs. telleren og nevneren i den kvotient jordfjæren er. Dette begrenser generelt endringen i fjærstivhet, men ettersom den beregnede setning i FPLATES for en økende last blir stadig mindre sammenlignet med PLAXIS', beregner FPLATES en jordfjær for 50 kPa som er 91 kN/m³, som er 26 % større enn PLAXIS' estimerte 67 kN/m³. FPLATES' stadig større «underestimering» av setningen er altså hovedårsaken til at avviket i fjærstivhet øker.

4.3.3.2.2 Stivt fundament

SPLATES og PLAXIS' beregnede forløp av kontaktrykk er svært like. For en last på 10 kPa beregner SPLATE et kontaktrykk på 8,8 kPa, som er 5 % mindre enn PLAXIS' estimerte 9,3 kPa. For en last på 50 kPa beregner SPLATE 45,8 kPa, som er 4 % mindre enn PLAXIS' estimerte 47,5 kPa.

For en last på 10 kPa beregner SPLATE en setning på 14,2 cm, som er svært likt PLAXIS 3Ds beregnede 14,3 cm. For en last på 50 kPa beregner SPLATE en setning på 72,0 cm, som er 2 % større enn PLAXIS 3Ds beregnede 70,5 cm.

For en last på 10 kPa beregner SPLATE en fjærstivhet på 62 kN/m³, som er 5 % mindre enn PLAXIS' estimat på 65 kN/m³. For en last på 50 kPa beregner SPLATE 63 kN/m³, som er 6 % mindre enn PLAXIS' estimat på 67 kN/m³. Det nokså begrensede avviket skyldes at SPLATE hhv. over- og underestimerer setningen og kontaktrykket.

4.3.3.2.3 Samlet vurdering

Av undersøkelsen av verdier i det karakteristiske punkt for ulike laster ser en at både FPLATES og SPLATE gir nokså likt resultat som PLAXIS. Ettersom lasten øker underestimeres imidlertid setningen stadig mer i FPLATES. Dette gir en overestimert fjærstivhet, men dette avviket begrenses av en (mindre) overestimering i FPLATES' trykkberegning.

Det konstateres at PLAXIS 3D var det programmet som for et stivt fundament beregnet et trykk i det karakteristiske punkt som er mest likt den påførte last – 9,3 og 47,6 kPa for en last på hhv. 10 og 50 kPa – og dermed mest i tråd med teorien for det karakteristiske punkt. SPLATE beregnet hhv. 8,8 og 45,8 kPa.

Som vist kan PLAXIS 2D benyttes til å anslå mer detaljerte kontaktrykkfordelinger, som sågar kan være avgjørende for å estimere troverdige enkeltverdier – her for det karakteristiske punkt. Dette har sannsynligvis bidratt til at PLAXIS beregner et kontaktrykk som er nokså likt

FPLATES' og SPLATES for de to fundamenttypene – som tilsvarende kan regnes for de to sistnevnte programmers «fortjeneste» ettersom PLAXIS, med *Hardening Soil*-modellen, utgjør et mer sofistikert regneverktøy.

4.3.3.3 Kommentar

Det tydeligste trekk ved fjærstivheten for det varierende lastnivået er at endringen er nokså begrenset, da stivheten er en kvotient som både har økning i telleren (kontakttrykket) og nevneren (setningen). Forståelse av utviklingen av fjærstivheten krever imidlertid tolkning av forløpet av kontakttrykk og setning. Slik avdekkes det utslagsgivende i de ulike programmene beregning, og en vil kunne slå fast hvorvidt en «rett» stivhet skyldes «korrekt» beregning eller at både setningen og kontakttrykket begge beregnes med et likt, og potensielt stort, avvik.

Begge undersøkelsene om betydningen av lastnivå viser at FPLATES og SPLATE beregner nokså likt kontakttrykk som PLAXIS for de ulike lastnivå (selv om trykket underestimeres noe under enkelte områder av fundamentet, som vist i fig. 41 og 42). SPLATE estimerer setningen nøyaktig for hele forløpet (og beregner følgelig også en nøyaktig fjærstivhet), mens FPLATES gir en stadig mer underestimert setning for økende last – som blir til et avvik på om lag 20 % for en last på 50 kPa. Dette gir seg utslag i en noe overestimert fjærstivhet.

4.3.4 CPU-tid

Praktisk sett er CPU-tid en vesentlig faktor i sammenligningen av flere programmer som brukes til samme formål – i dette tilfelle å bestemme ekvivalente jordfjær. Beregningstiden er avhengig av mange forhold; blant annet antallet iterasjoner, tillatt avvik, størrelsen og finheten på elementnettet og datamaskinen som sådan. De programmene som benyttes i denne oppgavens undersøkelse er imidlertid i ulike kategorier hva gjelder CPU-tid: både FPLATES og SPLATE utfører sin beregning i løpet av ca. 5 – 15 min, mens PLAXIS 3Ds beregningstid anslagsvis kan variere fra om lag en halvtime til opptil flere timer. PLAXIS 2Ds beregning gjøres i to dimensjoner og gir kortere CPU-tid. Både i PLAXIS 2D og 3D kan utnyttelse av symmetri gi vesentlig tidsbesparelse.

Det vesentligste i denne sammenheng er at bruk av FPLATES' og SPLATES CPU-tid er omtrent like lang, og ofte betydelig kortere enn det bruk av PLAXIS 3D medfører. Regnekraften i dagens datamaskiner gjør riktignok at den tidsbesparelse det medfører å bruke slike plateprogram istedenfor å utføre komplette elementanalyser er vesentlig redusert fra hva den var i 1980-årene, da FPLATES og SPLATE først ble utviklet.

4.4 Feilkilder

I det følgende presenteres mulige spesifikke årsaker til avvik i de ulike programmenes beregning. I denne type numerisk sammenligning er det samtidig naturlig å vise til den generelle oppfatning av hvor nøyaktig det enkelte regneverktøys svar vil er. I denne oppgavens undersøkelse regnes PLAXIS 3Ds elementanalyse, ved bruk av *Hardening Soil*-modellen, for å gi det mest realistiske svaret. Nest mest troverdig er FPLATES' jordmodellering med Janbus setningsberegning (1970) og elementformulering av fundamentet etter ligning 8. Det minst autoritative resultat gis av SPLATES jordmodellering etter Boussinesqs basisløsning (1885) og omfordeling av kontaktrykk på et stivt fundament. Slike generelle vurderinger tas til orientering når resultater skal sammenlignes, men det er en krevende øvelse å vurdere den nøyaktige betydningen av dette.

For ekvivalente jordfjærer er det også verdt å merke seg at årsaken til at et program beregner en «riktig» stivhet ikke nødvendigvis skyldes nøyaktig beregning av kontaktrykk og setning, men også kan være betinget av at en divisjon gjøres etter ligning 1 med verdier som er like avvikende fra det riktige svaret.

4.4.1 Ruhet

FPLATES og SPLATE antar en ruhet i det horisontale planet mellom fundamentet og jorden som er lik null. Dette kan ikke forventes i virkeligheten, og for PLAXIS settes tilsvarende verdi – styrkereduksjonsfaktoren, R_{inter} , for fundamentets *interface* – er lik én, som normalt gis for et plasstøpt fundament. Å benytte en lavere styrkereduksjonsfaktor for å gi en ruhet mer lik FPLATES' og SPLATES ville vært problematisk ettersom dette også generelt ville redusert stivheten i dette sjiktet mellom fundamentet og jorden. Dette avviket i ruhet forklarer delvis FPLATES' underestimering av kontaktrykk langs randen, med henvisning til fig. 45. Her vises den relative skjærspenning, τ_{rel} – som tilsvarer den mobiliserte ruhet, r – i et snitt for $y = 5$ m i det interface som i dette tilfelle gis for det fleksible fundamentet, med jordgeometri B og en jevnt fordelt last på 50 kPa. Under mesteparten av fundamentet er den mobiliserte ruhet nærmest lik null, mens den langs kanten når opp mot 0,5. Denne verdien ville for en på forhånd definert ruhet lik 0, som i FPLATES og SPLATE, ikke oppstått, men vil for beregningen i PLAXIS bidra til økt kontaktrykk i disse områdene.

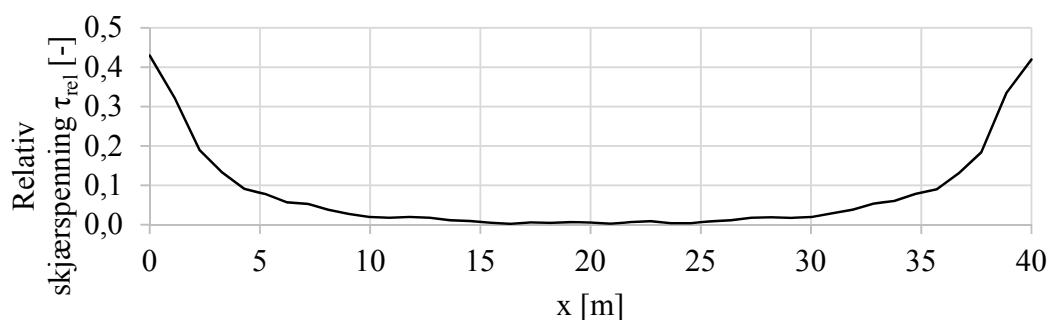


Fig. 45: Fordeling av relativ skjærspenning beregnet av PLAXIS 3D i et tverrsnitt for $y = 5$ m i det fleksible fundamentet, når jordgeometri B og en jevnt fordelt last på 50 kPa antas

4.4.2 Elastisk halvrom

SPLATEs beregning forutsetter at ett sett med egenskaper skal antas representativ grunnen, som modelleres som et homogent, elastisk halvrom etter Boussinesqs basisløsning (1885). Dette omfatter blant annet én elastisitetsmodul, E_{ekv} , som strider med at den typiske spenningsavhengige stivheten av jord. Bestemmelsen av en konstant stivhet er i utgangspunktet problematisk, og vil være enda vanskeligere dersom grunnen er lagdelt, med eventuelle skråstilte laggrenser. Dette utgjør en potensiell feilkilde ved SPLATEs resultat i denne undersøkelsen, og vil nødvendigvis gjøre dette ved enhver bruk av SPLATE. Den begrensede overestimering av setning en antar SPLATE har gjort i denne undersøkelsen kan skyldes at en for liten stivhet er valgt for det elastiske halvrommet, selv om likheten med PLAXIS 3Ds resultat generelt tyder på at anslaget av stivhet, som forklart i avsnitt 4.2.3.3, var godt. Det antas at en dybde lik fundamentbredden vil gi det største setningsbidraget under fundamentet.

4.4.3 Horisontal deformasjon i PLAXIS 3D

FPLATES' underestimering av setning for jordgeometri A, som for en last på 50 kPa gav et avvik på om lag 20 % (se f.eks. fig. 41), kan delvis skyldes at PLAXIS 3D beregner en horisontal deformasjon av jorden som på det meste er nærmere 5 cm, som vist i fig. 46. FPLATES vil ikke beregne slik horisontal deformasjon, som i noen grad også bidrar til vertikal deformasjon.

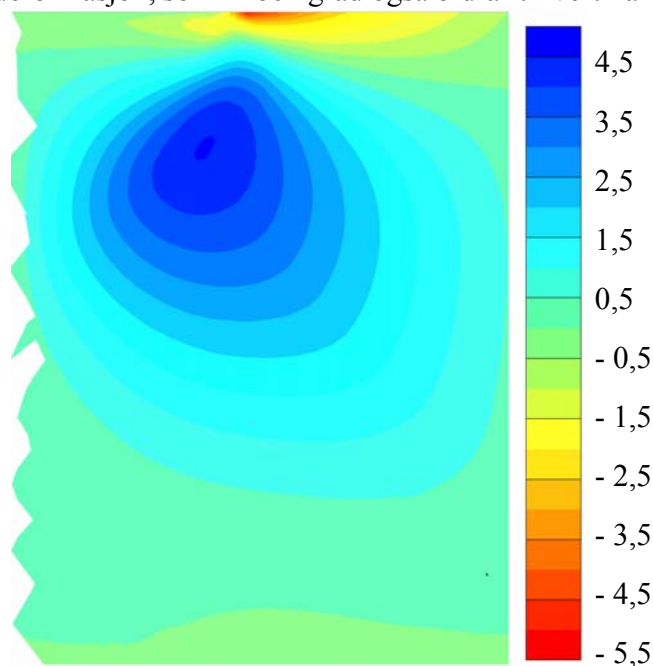


Fig. 46: Horisontal deformasjon, u_x [cm], av jorden i PLAXIS 3Ds beregning for et fleksibelt fundament påkjent av en last på 50 kPa, når jordgeometri A antas (med henvisning til aksesystemet vist i fig. 30: et vertikalt tverrsnitt for $y = 5$ m og 20 m $\leq x \leq 70$ m).

4.4.4 PLAXIS 3Ds kontakttrykkfordeling

Til tross for at PLAXIS 3D genererte et «svært fint» elementnett, og utførte en første utjevning av resultatet, beregnet dette programmet fordelinger av kontakttrykk – og dermed fjærstivhet – som vanskeliggjør avlesning av verdier som f.eks. i tabell 9 og 10 antas representative for et område av fundamentet. Fordelingene er vist i f.eks. fig. 39.

4.4.5 Verdier i det ekvivalente punkt

De verdier som hentes fra FPLATES' og SPLATES resultat for å representere resultatet for det ekvivalente punkt er ikke tatt fra det faktiske punkt ($x = 34,8$ m; $y = 1,3$ m) men fra det nærmeste sted hvor utdata er gitt i fundamentets elementnett. For FPLATES og SPLATE er dette hhv. ($x = 35,0$ m; $y = 9,0$ m) og ($x = 34,5$ m; $y = 8,5$ m). Fig. 43 viser disse punktene og det faktiske punkt i plategeometrien.

Ettersom trykkkonsentrasjonen for de to fundamenttypene er vist å være størst langs randen tyder fig. 43 på at FPLATES og SPLATE i det faktiske, karakteristiske punkt ville beregnet et trykk som er hhv. noe lavere og høyere enn det som er oppgitt i tabell 10 og fig. 44. Dette ville redusert avviket fra PLAXIS 3Ds resultat. PLAXIS 3Ds resultat er på sin side estimert ved hjelp av PLAXIS 2D (se avsnitt 4.3.3). Dette hviler på en antagelse om at fasongen på fordelingen i tverrsnitt A kan brukes som et utgangspunkt for bestemmelsen av verdier i tverrsnitt B, og må regnes for en potensiell feilkilde.

4.4.6 SPLATES utdata

PLATE gir sin utdata i sentrene av hvert plateelement. Dette innebærer at verdier ikke gis eksplisitt langs randen, hvor markante trykkkonsentrasjoner befinner seg. Dermed vanskeliggjøres sammenligningen i disse områdene mellom utdataen i SPLATE og PLAXIS 3D. Fig. 47 illustrerer hvordan SPLATES utdata er presentert i denne oppgaven, samt en alternativ presentasjonsmåte, som heller ikke ville muliggjort effektiv sammenligning av randverdier ettersom SPLATES elementnett, som vist i fig. 31, ikke er tilstrekkelig fint. SPLATE legger begrensninger på hvor fint nettet kan gis.

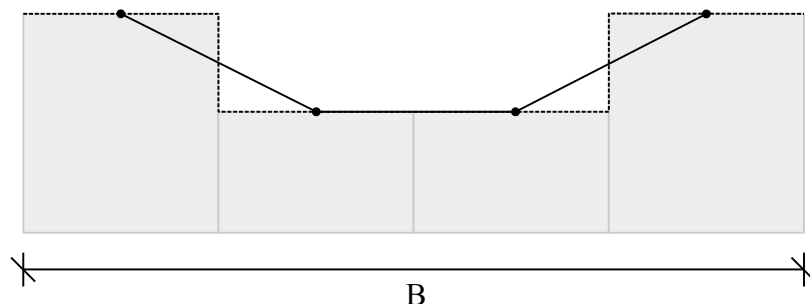


Fig. 47: Illustrasjon av hvordan fordelinger fra SPLATES utdata er presentert i denne oppgaven i et tverrsnitt over en bredde B (heltrukket linje) sammenlignet med en alternativ presentasjonsmåte (stiplet linje).

4.5 Vurdering på bakgrunn av resultatet

Som en konklusjon presenteres og drøftes i det følgende resultatet av hver del av undersøkelsen. Forslag gis også til prosedyre for bestemmelse av ekvivalente jordfjærer, samt videre arbeid.

4.5.1 Betydningen av relativ stivhet

Den relative jord-fundament-stivhet for rektangulære fundament viser seg her å ha den innvirkning på resultatet som etter teorien kunne forventes, dvs. som vist i fig. 13 – ettersom jorden horisontalt er homogen og moderat lineært elastisk. Forskjellen mellom resultatet for et «stivt» kontra «fleksibelt» fundament blir imidlertid mindre markant ettersom også det fleksible fundamentet har en viss stivhet. Undersøkelsen viser like fullt at:

- Et fullstendig stivt fundament har større konsentrasjoner av kontaktrykk langs rendene, og mest i kantene, mens et fundament som i forhold til jorden er relativt mer fleksibelt har mindre konsentrasjoner av trykk i kantene og langs randen – og således får en «flatere» fasong på kontaktrykkfordelingen
- Setningsprofilen for et stivt og et fleksibelt fundament er hhv. uniform og buet.
- Både for et stivt og et mer fleksibelt fundament medfører konsentrasjonene av kontaktrykk langs rendene og i kantene konsentrasjon av fjærstivhet i de samme områdene. Det forhold at en for det fleksible fundamentet beregner en setning som i langendene og sentrisk er hhv. mindre og større enn for det stive fundamentet viser seg imidlertid å «kompensere» for trykkforskjellene i disse områdene, og resulterer i en nokså lik fordeling av fjærstivhet for de to fundamenttypene.

4.5.2 Sammenligning av programmenes resultat

Når FPLATES og SPLATE benyttes til sammenligning med forsøkt tilsvarende resultater fra PLAXIS 3D (antatt korrekt) for en last på 50 kPa viser den numeriske sammenligningen av resultat følgende:

- FPLATES beregner setningene svært nøyaktig, og kontaktrykket nokså nøyaktig med unntak av i kantene og langs rendene, hvor trykket underestimeres med fra om lag 40 til 60 %. Dette medfører tilsvarende underestimert fjærstivhet i de samme områdene. Ellers over fundamentets areal sørger god setnings- og trykkberegning for nokså nøyaktig beregning av jordfjærer.
- SPLATES beregner en setning som er nokså lik PLAXIS 3D. Dette tyder på at anslaget av stivhet for det elastiske halvrommet, E_{ekv} , var godt. I de sentrale områdene av fundamentet, hvor SPLATES beregninger enkelt kan sammenlignes med PLAXIS 3D, underestimerer programmet kontaktrykket, og dermed også fjærstivhet, med på det meste om lag 35 %.

Med forbehold om at grunnen er ulik i de to tilfellene konstateres det at FPLATES her gir relativt mer korrekte beregninger enn SPLATE.

4.5.3 Betydningen av lastnivå

For en økende last mot bæreevnebrudd vil vertikal likevekt generelt sørge for at en tilsvarende økende sum av fjærkraft. For et lastnivå som varierer i intervallet fra 10 til 50 kPa er imidlertid endringen av fjærstivhet (kvotient) tydelig begrenset av at den en prosentuelle økning av kontaktrykk (telleren) og setning (nevneren) er nokså lik. I den tolkningen av setnings- og kontaktrykkforløpet som er nødvendig for å forstå fjærstivhetens utvikling observeres det at

SPLATE, og i noe mindre grad FPLATES, for økende last gir en økende, om enn begrenset, underestimering av kontaktrykk i tverrsnitt A. SPLATE underestimerer fjærstivheten tilsvarende, mens FPLATES' underestimering av fjærstivhet begrenses av at dette programmet for økende last også underestimerer setningen stadig mer, som blir til et avvik på om lag 18 % i platemidten for en last på 50 kPa. Denne formen for «korreksjon» av fjærstivheten er rent divisjonsbetinget, etter ligning 1. I det karakteristiske punkt overestimerer FPLATES kontaktrykket, som sammen med underestimeringen av setning gir en desto mer overestimert fjærstivhet – med et avvik som for en last på 50 kPa når 26 %. Feilkilden knyttet til valget av FPLATES' utdata for dette punktet kan imidlertid ha bidratt til et økt avvik: Se avsnitt 4.4.5. I det karakteristiske snitt beregner SPLATE både kontaktrykk og setning (trolig grunnet godt estimat av E_{ekv}), og dermed fjærstivhet, nokså nøyaktig for hele lastforløpet.

Vurdering av programmene

Som vist kan også PLAXIS 3D, ved bruk av en avansert jordmodell som *Hardening Soil*, benyttes til å bestemme fordelinger av jordfjærer. Derfor er det naturlig å vurdere hvilke fordeler og ulemper FPLATES og SPLATE (i det følgende omtalt som «plateprogrammene») gir, i sammenligning med erfaringen med bruk av PLAXIS 3D:

Med forbehold om tidsbesparelser gitt ved bruk av PLAXIS 3D når symmetri unyttes, vil plateprogrammene bruke mindre CPU-tid. I motsetning til PLAXIS 3D leverer også plateprogrammene fordelinger av kontaktrykk som er jevnere og gir enklere avlesning, i rektangulære elementnett. Verdier organisert i slike elementnett er sannsynligvis mer velegnet som inndata i RIBs beregningsprogrammer enn PLAXIS 3Ds verdier fra nett av trekantelement. Denne oppgavens undersøkelse viser at plateprogrammene er i stand til å beregne resultater som er nokså like PLAXIS 3Ds; her lagt til grunn som «fasit». En ulempe ved bruk av plateprogrammene er at disse – i motsetning til PLAXIS 3D – for forsvarlig bruk forutsetter lav bæreevne mobilisering. For spart tid og innsats kan kontroll av mobilisering gjøres for hånd.

Ettersom både FPLATES og SPLATE benyttes til å bestemme ekvivalente jordfjærer under platefundament ansees det for naturlig å vurdere disse programmene mot hverandre:

Denne oppgavens undersøkelse har vist av både SPLATE og FPLATES kan gi nokså fornuftige resultat, med den antagelse at resultatet fra PLAXIS 3D er korrekt. I motsetning til SPLATE beregner imidlertid FPLATES verdier i knutepunkt, og dermed også langs randen, som gir enklere vurdering av trykkkonsentrasjonene her. FPLATES åpner også for mer detaljert jordmodellering med angivelse av prekonsolidering, variabel lagdeling under fundamentet m.m. Mengden inndata gitt for FPLATES' beregning er større enn for SPLATES, men dette gir til gjengjeld trolig et mer nøyaktig svar – ikke minst fordi det kan være problematisk å gi SPLATES elastiske halvrom én representativ stivhet, for en potensielt svært heterogen grunn. Dessuten åpner FPLATES for at konstruksjonen tas hensyn til i beregningen, utfører sin beregning på om lag like kort tid som SPLATE, og tilbyr rent funksjonalitetsmessig et visualiseringsprogram som enkelt lar brukeren inspisere geometrien og resultatet (noe SPLATE mangler; for begge plateprogram gis inn- og utdata i form av rene tekstdokument). Noe av SPLATES beregning gjøres også etter EC 7 (D.2), er en del av standarden som ikke gjelder i Norge.

4.5.3.1 Anbefalt framgangsmåte

Av den programvaren som ved lav jordmobilisering er benyttet i denne undersøkelsen for bestemmelsen av ekvivalente jordfjærer under rektangulære platefundament er FPLATES trolig å foretrekke framfor SPLATE; eventuelt med en økt stivhet i inndataen for å utføre beregningen på et tilnærmet uendelig stivt fundament. Begrunnelsen er at FPLATES på en praktisk måte leverer verdier i rektangulære elements knutepunkt, og dermed også langs randen. Dette programmet er også i stand til å ta høyde for konstruksjonen. Som vist i denne undersøkelsen er FPLATES i stand til å gi nokså gode svar for både kontakttrykk og setning – og dermed jordfjærer. Det er ikke nødvendigvis problematisk at programmet antar en glatt fundamentsåle, og følgelig beregner mindre konsentrasjon av kontakttrykk langs randen enn PLAXIS 3D vil gjøre for en styrkereduksjonsfaktor, R_{inter} , for fundamentets *interface* lik 1 (realistisk for et plasstøpt dekke). Dette fordi slike konsentrasjoner til en viss grad kan vurderes som ufysiske diskontinuiteter og i etterkant uansett bli gjenstand for skjønnsmessig utjevning. De øvrige resultat av denne undersøkelsens FPLATES-beregning kan være tilstrekkelig riktig for å gjennomføre forsvarlig dimensjonering. Det er bøyemomentene i fundamentet som er av størst interesse for RIB. Metoden må derfor ikke være 100 % riktig. Hva som er «tilstrekkelig» riktig for RIB i denne sammenheng, er imidlertid vanskelig å vite for RIG (Hauser og Karlsrud, 2014).

Ettersom bruk av FPLATES, i motsetning til Hauser og Karlsruds (2014) foreslåtte iterasjonsprosedyre mellom RIB og RIG, innebærer at iterasjonen skjer i en samlet beregning utført av RIG, understrekes viktigheten av kommunikasjon mellom RIG og RIB tilsvarende, hvor sistnevnte må orienteres om de forutsetninger som ligger til grunn for bestemmelsen av jordfjærer.

For større jordmobilisering kan en for eksempel benytte PLAXIS 3D, med utnyttelse av symmetri for raskere beregning. En mer omfattende elementanalyse er tilrådelig også når andre forhold, som omtalt i avsnitt 3.5.5, tilsier dette.

4.6 Forslag til videre arbeid

For bruk av fordelingene kan rand- og hjørnekonsentrasjoner av kontakttrykk og fjærstivhet videre utjevnes, som omtalt i avsnitt 3.3.

Dersom FPLATES, og eventuelt SPLATE, skal benyttes rutinemessig anbefales en omformatering fra 32- til 64-biters utgave, hvor også grensesnittet gjøres noe mer intuitivt. FPLATES' brukerveiledning behøver generelt også en oppdatering. For å undersøke hvorvidt FPLATES egner seg til beregning av stive fundament vil resultatet av å øke fundamentstivheten i inndataen, slik at denne kan regnes for «tilnærmet uendelig», måtte vurderes. Dette kan for eksempel gjøres i sammenligning med resultater fra PLAXIS 3D, som vist i denne oppgavens undersøkelse.

For ytterligere undersøkelse av FPLATES' og SPLATEs resultat vil en stivere grunn enn den gitt for jordgeometri A begrenset setningen slik at en mer effektivt kunne undersøkt lastnivåets betydning, i form av forløpet av kontakttrykk og fjærstivhet, for større bæreevnemobilisering. Da ville en sannsynligvis sett mer betydelige, ikke-lineære endringer i stivheten, og enklere kunne vurdert for hvilke lastnivå FPLATES og SPLATE gir fornuftige svar.

Det fundamentet som i denne oppgaven gjøres beregninger for er nokså avlangt, med en bredde på 10 m og en lengde på 40 m. For videre undersøkelser kan alternativt en aksesymmetrisk fundamentgeometri benyttes, som åpner for raskere utførelse av undersøkelser ved at PLAXIS 2D benyttes, som også gir en jevnere og mer lettlest fordeling av kontakttrykk – og dermed fjærstivhet. For videre bruk av PLAXIS 3D kan også tidsbesparelser gjøres ved å utnytte symmetri i modellen.

For et enda finere elementnett vil trolig PLAXIS 3D beregne jevnere trykk- og jordfjærfordelinger. Dette ville samtidig gitt lengre CPU-tid. Selv om resultatet tilser at det fungerer nokså godt i denne undersøkelsen, er det generelt uheldig å måtte estimere enkeltverdier i kontakttrykkfordelingen ved å supplere med resultat fra PLAXIS 2D. Dersom en også gjorde videre utvikling av en rask metode for å diskretisere PLAXIS 3Ds resultat – fra å gi verdier for spenning i trekantelements Gauss-punkt og setningen i elementenes knutepunkt til å gi den i knutepunktene i et nett av rektangulære element – kunne potensielt også gjort dette programmet mer anvendelig til å både å bestemme jordfjærer, både til direkte bruk og for denne type undersøkelse som en kontroll av FPLATES' eller SPLATEs resultat.

Etterord

I løpet av arbeidet med denne oppgaven har jeg tilegnet meg kunnskap om den type samvirkeanalyse som er nødvendig for blant annet å bestemme fordelingen og størrelsen av ekvivalente jordfjærer under et platefundament. De tre første kapitlene av denne oppgaven er resultatet av en litteraturstudie. Dette omfatter bakgrunnen for slik fjærmodellering, samt den innvirkning samvirket har på en fordeling av jordfjærer – hvor fundamentets stivhet i forhold til jordens er avgjørende. Undersøkelsesdelen har numerisk sett hvordan dette fortoner seg for et valgt tilfelle, og i tillegg sett nærmere på hvilken innvirkning en begrenset lastendring her vil ha. Dette gjøres for en tredimensjonal fundamentmodell, og har derfor medført en betydelig mengde databehandling med Microsoft Excel og MATLAB, foruten de programmene som er benyttet til selve samvirkeanalysen – FPLATES, SPLATE og PLAXIS 2D og 3D.

Tolkning av *hvorfor* programmene gir ulikt svar under forskjellige deler av fundamentet er en viktig, men møysommelig øvelse. Dette er forsøkt gjort, men en vil som oftest vise til hvilken modellering som generelt ansees for å gi det mest nøyaktige svaret, og følgelig er mest autoritativ. I denne oppgavens undersøkelse tar den rene numeriske sammenligningen forholdsvis stor plass, og vurderingen av hvor nøyaktig det enkelte programs svar er omfatter ofte en prosentuell sammenligning med det mer autoritative svar – i dette tilfelle PLAXIS 3Ds. Dette gjøres naturligvis med forbehold om eventuelle feil i PLAXIS 3Ds beregning.

I oppgavens problembeskrivelse forespørres anbefalinger og forslag til forenklede metoder for å bestemme fjærstivhet. Som svar på dette, basert på oppgavens undersøkelse, konkluderes det med at FPLATES framstår som velegnet til denne bruk. All den tid en ønsker svaret kontrollert i PLAXIS 3D ligger det trolig et potensiale i å skape forenklede løsninger, hvor eksempelvis resultatet er diskretisert på samme måte som FPLATES' utdata. Dette vil åpne for en effektiv og ryddig sammenligning, og kan sågar gjøre PLAXIS 3D egnet til alene å levere jordfjærene, som ville gitt en prosedyre uavhengig av graden av bæreevne mobilisering.

Kildehenvisning

- API RP 2A-LRFD 1997 - RP for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms-Loads.
- DIN 4019:2014-01, Baugrund - Setzungsberechnungen.
- Ardiaca, D. H. 2009. Mohr-Coloumb parameters for modelling of concrete structures. *Plaxis Bulletin*, 13.
- Athanasiu, C. 1978. *Contributions to the Problem of Contact Stresses between Structures and their Supporting Soil*. Ph.D., Civil Engineering Institute.
- Athanasiu, C. 1994. User's Manual for FPLATES.
- Athanasiu, C. 2004. User's Manual for SPLATE.
- Athanasiu, C. 2011. Shallow Foundations, TBA 5155 Foundations and slopes , v/ foreleser Corneliu Athanasiu, NTNU.
- Athanasiu, C. 2015. Tilleggsdokumentasjon, 1-D Compression som brukt i FPLATES.
- Boussinesq, J. 1885. *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques: principalement au calcul des déformations et des pressions que produisent, dans ces solides, des efforts quelconques exercés sur une petite partie de leur surface ou de leur intérieur: mémoire suivi de notes étendues sur divers points de physique, mathématique et d'analyse*, Gauthier-Villars.
- Brinkgreve, R., Broere, W. & Waterman, D. 2012. *PLAXIS 2D*, Nederland, Delft University of Technology & PLAXIS.
- Brown 1974. Influence of soil inhomogeneity on raft behavior. 71 - 70.
- Chandra, S. 2014. Modelling of Soil Behaviour. Kanpur: Indian Institute of Technology.
- Day, R. & Muccillo, J. 2013. Use and Abuse of Springs to Model Foundations. *AECOM Australia Pty Ltd*.
- Duncan, J. M. & Chang, C.-Y. 1970. Nonlinear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the soil mechanics and foundations division*, 96, 1629-1653.
- Emdal, A., Grande, L. & Nordal, S. 2014. Geoteknikk, Beregningsmetoder (kurskompendium, NTNU). 268.
- Engesser 1893. *Zur Theorie des Baugrundes*.
- Faber, O. 1933. Pressure distribution under bases and the stability of foundations., 116-125.
- Filonenko-Borodich, M. M. 1940. *Uchenyie Zapiski Moscovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Mekhanika*.
- Hamarat, M. A. 2012. Seismic Analysis of Structures Resting on Two-Parameter Elastic Foundation. *15th World Conference on Earthquake Engineering*. Lisboa.
- Hauser & Karlsrud 2014. Bestemmelse av ekvivalente jordfjærer for bruk i statiske beregninger og behov for felles forståelse mellom RIG og RIB. *Fjellsprengningsdagen*.
- Hayashi 1921. *Theory of Beams on Elastic Foundation*, Springer-Verlag.
- Hetényi, M. 1964. *Beams on Elastic Foundation: Theory with Applications in the Fields of Civil and Mechanical Engineering*, Universitetet i Michigan.
- Janbu, N. 1970. Method of settlement computation for various types of soils. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 7, 201-206.
- Karlsrud, K. 1997. Intervention no. 1 and 2. *Int. Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. Hamburg.
- Kerr, A. D. 1964. Elastic and Viscoelastic Foundation Models. *Journal of Applied Mechanics*.
- Kirkebø, S. 2001. Samvirkeanalyser for løsmassetunnel, Bjørkeåsen viltpassasje, Rv35 Lunner - Gardermoen. I: VEGVESEN, S. (red.).

- Leussink, H. & Schweickert, K. 1963. Versuche über Setzungsverhalten und Sohldruckverteilung am Übergang vom Elastischen zum Plastischen. *Proc. European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*.
- Menzies, B. K. & Simons, N. E. 1975. *Developments in Soil Mechanics - 1*, London, Applied Science Publishers.
- Newmark, N. M. 1935. Simplified computation of vertical pressures in elastic foundations. Engineering Experiment Station. University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Pasternak, P. L. 1954. *Fundamentals of a new method of calculation of foundations on an elastic base using two coefficients of subgrade reaction*.
- Paulos & Davis 1974. *Elastic solutions for soil and rock mechanics*.
- Petersen, G. & Schmidt, H. 1971. Untersuchungen über die Standsicherheit verankerter Baugrubenwände an Beispielen des Hamburger Schnellbahnbauer. Strasse Brücke Tunnel 23.
- Rhines, W. J. 1969. *Elastic Plastic Foundation Model for Punch-Shear Failure*.
- Schanz, T., Vermeer, P. & Bonnier, P. 1999. The hardening soil model: formulation and verification. *Beyond 2000 in computational geotechnics*, 281-296.
- Simmer 1994. *Grundbau 1 - Bodenmechanik und erdstatische Berechnungen*, B. G. Teubner.
- Smoltezyk, U. 1994. *Geotechnical Engineering Handbook, Volume 3 "Structures"*, Ernst & Sohn.
- Starzewski, K. 1959. *Beams on Elasto-Plastic Foundations*. Ph.D., Universitetet i Bristol.
- Terzaghi 1955. Evaluation of coefficients of subgrade reaction. *Géotechnique*, 5, 297–326.
- Terzaghi, Peck & Mesri 1996. *Soil Mechanics in Engineering Practice*, John Wiley & Sons.
- Tokheim, O. 1973. Dimensjonering av konstruksjoner i og mot jord. 11. Plater på jord "Fagernes kurs" v/ foreleser Oddvin Tokheim, NTH.
- Vasani, P. C. Interactive Analysis Models for Soil and Structures. *Structural Engineering Forum of India Ahmedabad*.
- Winkler, E. 1867. *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung in der Technik*.

Vedlegg

Oppgaven har følgende vedlegg:

Vedlegg 1	Kontakttykk fra sand på stive plater
Vedlegg 2	Inndata, som gitt i FPLATES
Vedlegg 3	Inndata, som gitt i SPLATE
Vedlegg 4	Beregning av bæreevne

EKVIVALENTE JORDFJÆRER FOR BEREGNING AV PLATEFUNDAMENT

Vedlegg 1 Kontaktrykk fra sand på stive plater

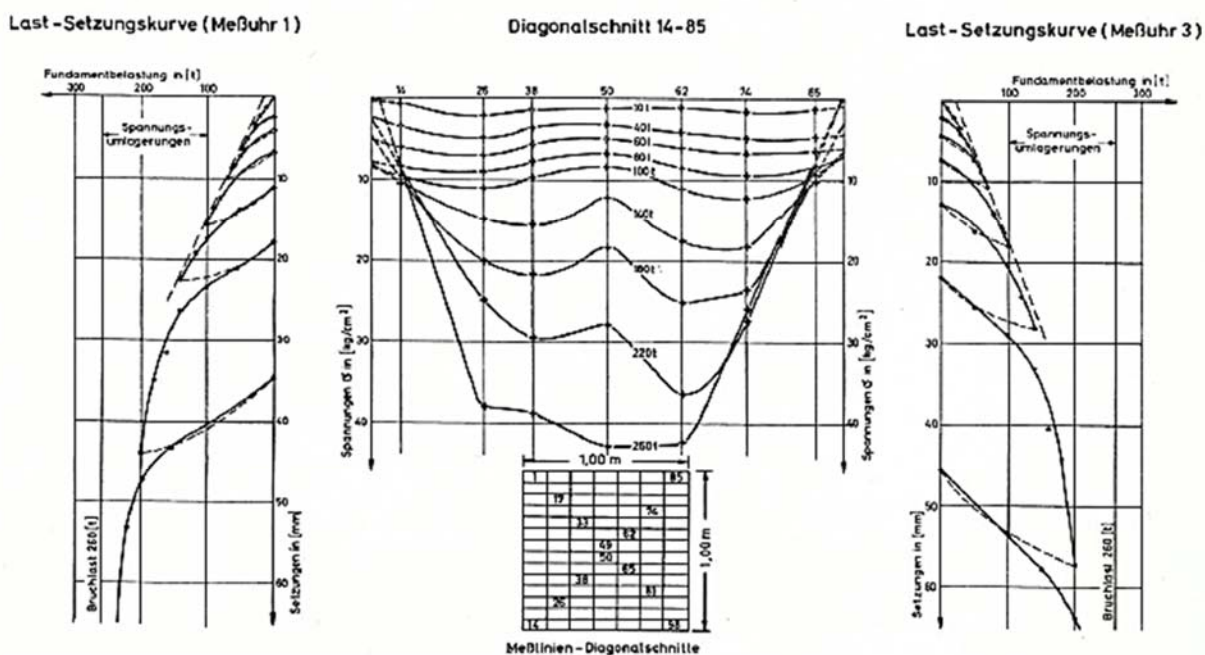


Abb. 4 Sohl Druckverteilung unter einem starren Fundament von 1 x 1 m Fläche (Gründungstiefe $t = 0$ m)

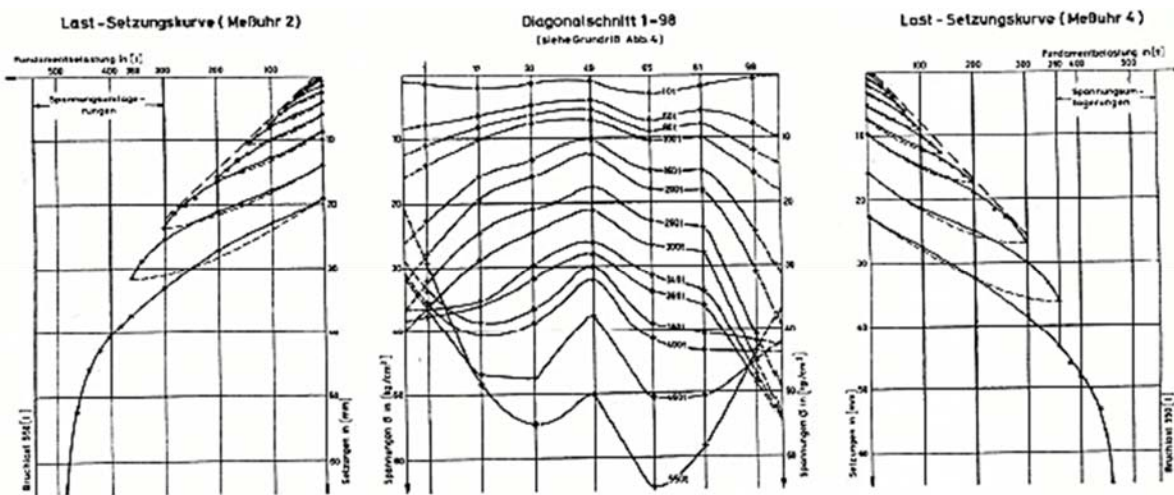
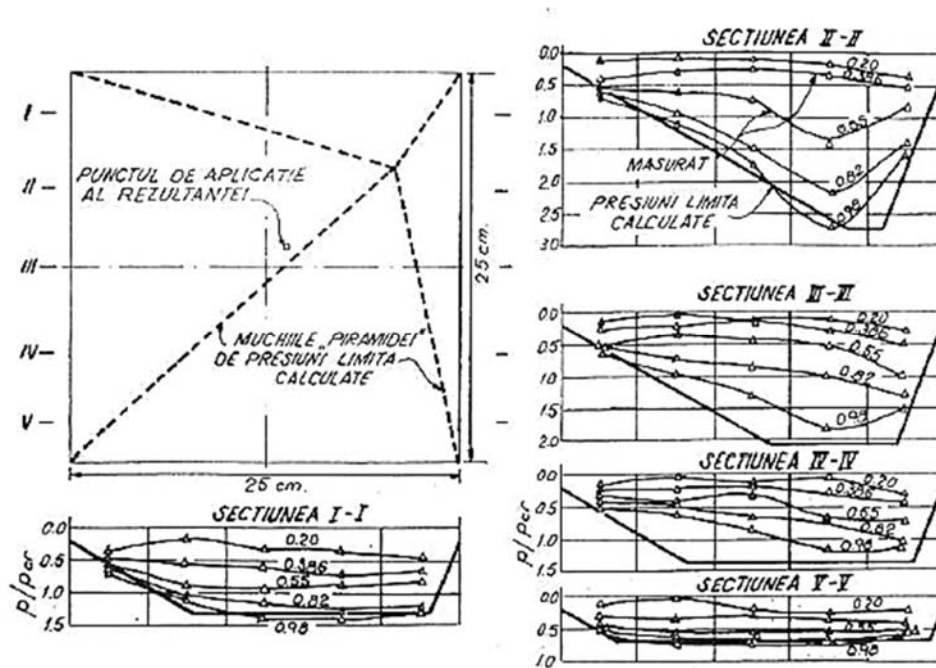


Abb. 5 Sohl Druckverteilung unter einem starren Fundament von 1 x 1 m Fläche (Gründungstiefe $t = 0,7$ m)

Undersøkelse av kontaktrykkfordeling i liten skala , med en fundamentdybde, t , på 0 og 0,7 m, hhv. øverst og nederst (Leussink og Schweickert, 1963)

EKVIVALENTE JORDFJÆRER FOR BEREGNING AV PLATEFUNDAMENT



Kontaktrykkfordeling fra sand på et stivt fundament påkjent av eksentrisk last, ved ulike grader av bæreevnemobilisering (Athanasiiu, 1978)

Vedlegg 2 Inndata, som gitt i FPLATES

```

<--- Control data:
<--- nxe, nye, nmat, ngp, iopt1, iopt2, iopt3, iopt4, nit
      40, 10, 1, 4, 1, 1, 1, 1, 5
<--- Coordinates:
<-3a-- Abscissae: ycol(i), i=1, nye+1
<--- i1, ycl1, i2, ycl2(end=9999)
      1, 0, 11, 10
      9999
<-3b-- Ordinates: xlin(i), i=1, nxe+1
<--- i1, xln1, i2, xln2(end=9999)
      1, 0, 41, 40
      9999

```

Spesifiseringen av fundamentets geometri, som vist i fig. 31 (Athanasiu, 1994).

```

<--- Structural material parameters:
<--- E, v, thickm, gammap
      2.5e+07, 0.2, 0.3, 0
<--- Concentrated loads at nodal points data:
<--- in1, in2, nstep, (val(i), i=1,4) (end=9999)
      9999
<--- Distributed loads over elements:
<--- iel1, iel2, iestep, qload
      1, 400, 1, 50
      9999

```

Angivelse av fundamentets elastisitetmodul, E , tverrkontraksjonstall, ν (« ν »), tykkelse, t (« $thickm$ ») og tyngdetetthet, γ (« $gammap$ »), samt den jevnt fordelte lasten, q (« $qload$ »). Her vises en last på 50 kPa, for øvrig er også 10, 20, 30 og 40 kPa brukt.

Lagdelingen i FPLATES, med jordparametere og prekonsolidering

Parameter	Symbol	Beskrivelse	Geo- metri A	Geometri B	
				Pukk	Leire
patm	p_a [kPa]	Atmosfærisk trykk	100	100	
gammaw	γ_w [kPa]	Tyngdetettheten av vann	10	10	
Inndata for hvert jordprofil, «is»					
Profillinje					
nlayers(is)	n_{lag}	antall lag i profilet	1	2	
qf(is)	q_f [kPa]	trykket på overflaten av det øverste laget	0	0	
drainl(is)	[m]	profilets dreneringslengde	0	0	
Zw(is)	z_{gv} [m]	Avstand fra overflaten til grunnvannsnivået	0	-1,85	
Linje for jordparameterne for lag «i»					
gamma(is,i)	γ [kN/m ³]	jordens tyngdetetthet for lag «i»	20	19	20
dpc(is,i)	POP [kPa] el. OCR	verdi for POP el. OCR (se forklaring for mtype(is,i))	1	1	150
mr(is,i)	M_r [kPa] el. m_r	Ødometermodul eller –modultall for OC-området	120	–	120
m(is,i)	m	modultall for NC-området	12	450	12
pr(is,i)	p_r [kPa]	referansespenning	0	0	0
as(is,i)	a_s	spenningsekspONENT	0	0,5	0
prop(is,i)	S_t/S_{EOP}	konsolideringsnivå, hvor s_t er primærsetningen ved tiden t og S_{EOP} er setningen ved fullendt primærsetning	1	1	1
zb(is,i)	$z_{lagbunn}$ [m]	avstand fra overflaten til lagets bunn	-60	-1,5	-30
uis(is,i)	$u_{in situ}$ [kPa]	initielt (in situ) poretrykk i bunnen av laget	0	0	281,5
Eu(is,i)	E_u [kPa]	undrenert elastisitetsmodul. $E_u(is,i) = -1 \rightarrow$ umiddelbar setning neglisjeres	-1	-1	-1
mtype(is,i)	–	valg for beregning av prekonsoliderings-spenning, p_c : mtype(is,i) = 1 \rightarrow dpc(is,i) = OCR = p_c / p_o mtype(is,i) = 2 \rightarrow dpc(is,i) = POP = $p_c - p_o$	1	1	2
nslay(is,i)	–	antallet sublag innen lag “i”	65	4	15

Vedlegg 3 Inndata, som gitt i SPLATE

Angår	Parameter	Symbol	Beskrivelse	Her
Geometri av fundamentet	xd	x _d [m]	Plateutbredelse i hhv. x- og y-retning	40
	yd	y _d [m]		10
	nc	n _c	Antall kolonner og rader	40
	nl	n _l		10
	df,	d _f [m]	Fundamentdybde	0
Last	r	R [kN]	Resultant-punktlast	*
	ex	e _x [m]	Plassering av punktlast	20
	ey	e _y [m]		5
Jordparametere	E	E [kPa]	Elastisitetsmodul	648
	xniu	v	Tverrkontraksjonstall	0,2
	tanfi	tanφ	Friksjon	0,47
	c	c	Kohesjon	4,66
	d	–	D-parameter for poretrykk (inaktiv)	0
	gamma	γ' [kN/m ³]	Neddykket tyngdetetthet	10
Beregningsmodell	ik	i _k	Jordmodell	4
Geometri	iform	i _{form}	Type geometri	1

* Den jevnt fordelte last, q, varierer fra 10 til 50 kPa, og den tilsvarende resultant-punktlasten normalt i platesenteret beregnes som:

$$r = B \cdot H \cdot q = 40 \cdot 10 \cdot q = \underline{q400m^2}$$

EKVIVALENTE JORDFJÆRER FOR BEREGNING AV PLATEFUNDAMENT

Vedlegg 4 Beregning av bæreevne

Bæreevne av fundamentet (Emdal et al., 2014):

$$\sigma'_{vn} = (N_q - 1)(p' + a + \bar{\gamma}d_0 B_0) = 779 \text{ kPa} \quad (38)$$

hvor

$N_q (= 13)$ = bæreevnemerkfaktor

$a (= 9,9 \text{ kPa})$ = attraksjon

$p' (= 0)$ = trykk i området rundt platen

$\bar{\gamma} (= 10 \text{ kN/m}^3)$ = neddykket tyngdetetthet

$d_0 (= 0,55)$ = ekvivalent dimensjonsløs dybde

$B_0 (= 10 \text{ m})$ = bredde