



# Virvelavløsning fra butte objekter i en kanalstrømning

**Jens Haga**

Master i produktutvikling og produksjon

Innlevert: Juni 2012

Hovedveileder: Lars Sætran, EPT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for energi- og prosessteknikk



EPT-M-2012-103

**MASTER THESIS**

for

Jens Haga

Spring 2012

Vortex shedding from bluff bodies in a channel flow

*Virvelavløsning fra butte objekter i en kanalstrømning*

Vortex shedding is caused when a fluid flows past a blunt object. The fluid flow past the object creates alternating low-pressure vortices on the downstream side of the object. The object will tend to move toward the low-pressure zone.

Eventually, if the frequency of vortex shedding matches the resonance frequency of the structure, the structure will begin to resonate and the structure's movement can become self-sustaining. Vortex induced vibrations (VIV) occur in many engineering situations, such as bridges, stacks, transmission lines, aircraft control surfaces, offshore structures, engines, heat exchangers, marine cables, drilling and production risers in petroleum production, moored structures, tethered structures, pipelines, cable-laying, members of jacketed structures, and other hydrodynamic and hydro-acoustic applications.

VIV is an important source of fatigue damage of offshore oil exploration and production risers. These slender structures experience both current flow and top-end vessel motions, which give rise to the flow-structure relative motion and cause VIV. The top-end vessel motion causes the riser to oscillate and the corresponding flow profile appears unsteady.

Vibration and noise problems are caused when air or flue gases flow over tube bundles, which may be arranged inline or staggered. Vortices are formed and shed beyond the wake of the tubes, resulting in harmonically varying forces on the tubes perpendicular to the flow direction. It is a self-excited vibration. If the frequency of vibration of the Von-Karman vortices coincide with the natural frequency of vibration of the tube bank, resonance occurs which leads to tube vibration. Another phenomenon that occurs with vortex shedding is acoustic vibration, leading to noise and high gas pressure drop. The duct or the bundle enclosure vibrates when the acoustic oscillation frequency coincides with the vortex shedding frequency.

Here we intend to study the vortex shedding phenomenon in cases where the cylindrical structure is not situated in an open space but enclosed by solid walls, and to investigate this influence wrt the strength of the shedding vortices and the dynamic forces on the cylindrical body.

A starting point for the literature review can be: Bearman, P.W. (1984), "Vortex shedding from oscillating bluff bodies", *Annual Review of Fluid Mechanics* **16**: 195–222, Bibcode 1984AnRFM..16..195B, doi:[10.1146/annurev.fl.16.010184.001211](https://doi.org/10.1146/annurev.fl.16.010184.001211)

-- " --

Within 14 days of receiving the written text on the master thesis, the candidate shall submit a research plan for his project to the department.

When the thesis is evaluated, emphasis is put on processing of the results, and that they are presented in tabular and/or graphic form in a clear manner, and that they are analyzed carefully.

The thesis should be formulated as a research report with summary both in English and Norwegian, conclusion, literature references, table of contents etc. During the preparation of the text, the candidate should make an effort to produce a well-structured and easily readable report. In order to ease the evaluation of the thesis, it is important that the cross-references are correct. In the making of the report, strong emphasis should be placed on both a thorough discussion of the results and an orderly presentation.

The candidate is requested to initiate and keep close contact with his/her academic supervisor(s) throughout the working period. The candidate must follow the rules and regulations of NTNU as well as passive directions given by the Department of Energy and Process Engineering.

Risk assessment of the candidate's work shall be carried out according to the department's procedures. The risk assessment must be documented and included as part of the final report. Events related to the candidate's work adversely affecting the health, safety or security, must be documented and included as part of the final report.

Pursuant to "Regulations concerning the supplementary provisions to the technology study program/Master of Science" at NTNU §20, the Department reserves the permission to utilize all the results and data for teaching and research purposes as well as in future publications.

The final report is to be submitted digitally in DAIM. An executive summary of the thesis including title, student's name, supervisor's name, year, department name, and NTNU's logo and name, shall be submitted to the department as a separate pdf file. Based on an agreement with the supervisor, the final report and other material and documents may be given to the supervisor in digital format.

Department of Energy and Process Engineering, 16. January 2012



Olav Bolland  
Department Head



Lars Sætran  
Academic Supervisor

# Sammendrag

I denne hovedoppgaven har slippstrømninger generert av sirkulære sylindre og to typer elliptiske varmeveksler - rør blitt undersøkt. Målet med arbeidet har vært å beskrive virvelavløsningsfenomener på elliptiske varmeveksler - rør i håp om å kunne belyse innvirkningene dette fenomenet har i forbindelse med støy-, og vibrasjonsproblematikk i en varmeveksler utviklet ved NTNU i samarbeid med Norsk Hydro. Studiet har blitt gjort gjennom eksperimenter i vindtunnel ved Strømningsteknisk laboratorium ved Institutt for energi-, og prosessteknikk under veiledning av Professor Lars Roar Sætran. Forsøkene som har blitt gjennomført innbefatter målinger av turbulente hastighetsfelt og virvelavløsningsfrekvenser med hetetrådsanemometer. Måling av gjennomsnittshastigheter med pitotrør har også blitt gjennomført. Resultater fra målingene har vist at Strouhal - tallet for den ene typen elliptiske varmeveksler -rør har en verdi på 0.2 for Reynolds - tall i området  $3.8 \cdot 10^3$  til  $2.38 \cdot 10^4$ , hvor den karakteristiske lengden i Strouhal - tallet og Reynolds - tallet er definert som to ganger den lille halvaksen til det elliptiske røret. Ingen periodiske virvelavløsninger ble detektert for den andre typen varmeveksler - rør. Det ble konkludert med at virvelavløsningene fra den ene typen elliptiske varmeveksler -rør genererer dynamiske krefter som har samme frekvens som de observerte vibrasjonene fra varmeveksleren der rør av denne typen er installert. Dette tilsier at virvelinduserte krefter er involvert i dannelsen av vibrasjoner og støy i varmeveksleren.

Trondheim 10.06.2012

# Abstract

This master thesis deals with the study of vortex shedding from circular cylinders and elliptical heat exchanger tubes in hope of unveiling a connection between this phenomenon and the severe vibration and noise problems in a gas heat exchanger currently under development at NTNU in cooperation with Norsk Hydro. The study has been conducted through experimental tests in the wind tunnel of the Aerodynamic Laboratory at the Department of Energy and Process Engineering at NTNU under the supervision of Professor Lars Roar Sætran. Experiments have included measurements of turbulent velocity fields and vortex shedding frequencies in wakes from circular cylinders and two types of elliptical heat exchanger tubes by the use of a hot - wire anemometer. Mean velocity profiles have also been measured with a Pitot - static tube. The results show that the Strouhal number for one of the tubes has a constant value of 0.2 in the range of Reynolds numbers  $3.8 \cdot 10^3$  to  $2.38 \cdot 10^4$ , when the characteristic length scale is taken as two times the semi - minor axis of the elliptic tube. No regular vortex shedding was detected from the other type of heat exchanger tube. It was concluded that the vortex shedding frequency from the tube that showed regular vortex shedding coincides with the observed frequency of the vibrations from the heat exchanger in which tubes of this type are installed, and that vortex induced loads contribute to the problem of noise and vibration in the heat exchanger.

Trondheim 10.06.2012

# Innhold

<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teoribakgrunn</b>	<b>3</b>
2.1	Innledning . . . . .	3
2.2	Statistisk teori . . . . .	3
2.2.1	Matematisk beskrivelse av turbulente strømninger . . . . .	3
2.2.2	Grunnleggende statistiske begreper . . . . .	5
2.2.3	Korrelasjoner . . . . .	6
2.2.4	Korrelasjonskoeffisient . . . . .	6
2.2.5	Taylor - hypotesen . . . . .	7
2.2.6	Integralskala . . . . .	8
2.2.7	Statistiske momenter . . . . .	8
2.3	Spektralanalyse . . . . .	11
2.3.1	Fysisk tolkning Fourier transformasjon . . . . .	12
2.3.2	Diskret Fourier transform (DFT) . . . . .	12
2.3.3	Estimering av effekttetthets - spektrum . . . . .	13
2.3.4	Effekttetthets - spektrum i MATLAB . . . . .	14
2.4	Slippstrømninger . . . . .	14
2.4.1	Prinsippet om selvbevaring i frie turbulente strømninger . . . . .	14
2.4.2	Dimensjonsanalyse av frie turbulente strømninger . . . . .	18
2.4.3	Todimensjonale slippstrømmer . . . . .	20
2.4.4	Slippstrømning bak en kaskade av legemer . . . . .	21
2.5	Strømning over sylinder . . . . .	22
2.5.1	Beskrivelse av sylinderstrømning . . . . .	22
2.5.2	Strouhal -tall som funksjon av Reynolds - tall for sylinderstrømning . . . . .	24
2.5.3	Detaljert beskrivelse av virveldannelse bak butte objekter . . . . .	24
2.5.4	Faktorer som påvirker virvelavløsningen . . . . .	26
2.5.5	Virvelavløsning rundt et oscillerende butt legeme . . . . .	27
2.6	Krefter på sylindre plassert i stasjonær strømning . . . . .	28
2.6.1	Motstand og løft . . . . .	28
2.7	Egenfrekvensanalyse i COMSOL . . . . .	30
2.7.1	Modell for bestemmelse av egenfrekvenser og svingemoduser . . . . .	30
2.8	Eksperimentell teori og måleteknikk . . . . .	31

2.8.1	Hetetrådsanemometer anemometer . . . . .	31
2.8.2	Datainnsamling med hetetrådsanemometer . . . . .	33
2.8.3	Måling av virvelavløsningsfrekvens . . . . .	34
2.8.4	Hastighetsmåling med pitot - rør . . . . .	35
2.8.5	Usikkerhetsanalyse . . . . .	35
2.8.6	Usikkerhetsanalyse for hetetrådsanemometer . . . . .	38
2.9	Tekniske problemer i varmeveksler . . . . .	39
2.10	Sammendrag . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Metode</b> . . . . .	<b>41</b>
3.1	Innledning . . . . .	41
3.2	Testinnretningens hovedkomponenter . . . . .	41
3.2.1	Vindtunnel . . . . .	41
3.2.2	Monteringsramme for forsøksgeometrier . . . . .	42
3.2.3	Traverseringsmekanisme . . . . .	43
3.3	Måleinstrumenter . . . . .	46
3.3.1	Hetetrådsanemometer . . . . .	46
3.3.2	Hetetråd . . . . .	47
3.3.3	Oscilloskop . . . . .	48
3.3.4	Trykkomformer . . . . .	48
3.3.5	Manometer . . . . .	49
3.3.6	Pitotrør . . . . .	49
3.3.7	Programvare - LabView . . . . .	50
3.3.8	NI USB 6008 datalogger . . . . .	51
3.3.9	Termometer . . . . .	51
3.3.10	Barometer . . . . .	52
3.4	Ekspimentelt oppsett . . . . .	52
3.4.1	Måling av slippstrøm bak sylindre . . . . .	52
3.4.2	Måling av slippstrøm bak varmeveksler - rør . . . . .	53
3.5	Måleprosedyrer . . . . .	53
3.5.1	Kalibrering av trykk - omformer . . . . .	54
3.5.2	Kalibrering av hetetrådsanemometer . . . . .	54
3.5.3	Innhenting av måledata under forsøk . . . . .	57
3.5.4	Posisjonering av målesonder . . . . .	58
3.5.5	Verifisering av metode for måling av virvelavløsningsfrekvens . . . . .	59
3.6	Forsøksgeometrier . . . . .	61
3.6.1	Sirkulære testsylindre . . . . .	61
3.6.2	Varmeveksler - rør . . . . .	61
3.7	Analyse av måledata . . . . .	62
3.7.1	Datareduksjon . . . . .	62
3.7.2	Innebygde statistiske funksjoner i MATLAB . . . . .	63
3.7.3	Beregning av karakteristisk tidsskala . . . . .	63
3.7.4	Beregning av usikkerhet . . . . .	63



3.8	Beregning av egenfrekvenser i COMSOL . . . . .	63
3.9	Sammendrag . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Resultater</b>	<b>65</b>
4.1	Introduksjon . . . . .	65
4.2	Generell beskrivelse av resultatene . . . . .	65
4.2.1	Usikkerheter i resultater og målte størrelser . . . . .	66
4.2.2	Kvalitetssikring av resultater . . . . .	66
4.2.3	Karakteristiske tendenser . . . . .	67
4.2.4	Normaliseringskonvensjoner . . . . .	67
4.3	Presentasjon av resultater . . . . .	67
4.3.1	Forsøksoversikt . . . . .	68
4.3.2	Resultat av målinger bak sylindre . . . . .	68
4.3.3	Resultat av målinger bak varmeveksler - rør . . . . .	82
4.3.4	Måling av virvelavløsningsfrekvenser . . . . .	105
4.3.5	Sammenligningsplott . . . . .	108
4.3.6	Resultater fra egenfrekvensanalysen . . . . .	117
4.3.7	Tilleggsresultater . . . . .	117
4.4	Sammendrag . . . . .	119
<b>5</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>120</b>
5.1	Introduksjon . . . . .	120
5.2	Gjennomgang av studiet . . . . .	120
5.3	Hovedobservasjoner . . . . .	121
5.3.1	Hastighetsmålinger bak sylindre . . . . .	121
5.3.2	Utvikling av selvlikhet for slippstrømmen bak sylinder #2 . . . . .	125
5.3.3	Karakteristisk lengde og hastighetsskala . . . . .	126
5.3.4	Virvelavløsningsfrekvens på sylinder . . . . .	126
5.3.5	Sammendrag av konklusjoner for sylindermålinger . . . . .	127
5.3.6	Hastighetsmålinger bak varmeveksler - rør . . . . .	127
5.3.7	Sammendrag av konklusjoner fra hastighetsmålinger varmeveksler - rør . . . . .	131
5.3.8	Virvelavløsningsfrekvens på varmeveksler-rør . . . . .	132
5.4	Resultatenes anvendelsesverdi . . . . .	133
5.5	Resultatenes forklaringsverdi i forhold til vibrasjoner og støy i varmeveksler	134
5.6	Anbefalinger for videre forskning . . . . .	134
5.7	Sammendrag . . . . .	135
<b>A</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 006</b>	<b>136</b>
<b>B</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 008</b>	<b>143</b>
<b>C</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 009</b>	<b>144</b>

<b>D</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 011</b>	<b>151</b>
<b>E</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 012</b>	<b>158</b>
<b>F</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 015</b>	<b>159</b>
<b>G</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 017</b>	<b>165</b>
<b>H</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 018</b>	<b>172</b>
<b>I</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 019</b>	<b>179</b>
<b>J</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 021</b>	<b>186</b>
<b>K</b>	<b>Usikkerheter i forsøk 022</b>	<b>193</b>

# Tabeller

2.1	Usikkerhetsanalyse for hetetrådsanemometer . . . . .	39
3.1	Spesifikasjoner for Mitutoyo traverseringsheis . . . . .	45
3.2	Spesifikasjoner hetetrådsanemometer . . . . .	46
3.3	Elektriske motstander for hetetråd sonde . . . . .	48
3.4	Spesifikasjoner for manometer . . . . .	49
3.5	Dimensjoner pitotrør . . . . .	50
3.6	Trykkoeffisient for trykk - omformer . . . . .	54
3.7	Dimensjoner til sylindere #1 , #2 og #3 . . . . .	61
3.8	Parametere for varmeveksler - rør . . . . .	61
3.9	Statistiske funksjoner i MATLAB . . . . .	63
4.1	Oversikt over forsøk med hastighetsmålinger . . . . .	68
4.2	Oversikt over forsøk med målinger av virvelavløsningsfrekvens . . . . .	68
4.3	Egenfrekvenser til varmeveksler - rør . . . . .	117
4.4	Tilleggsresultater . . . . .	117
A.1	Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer . . . . .	137
A.2	Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer . . . . .	138
A.3	Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer . . . . .	139
A.4	Usikkerhet for skjevhetsfordelinger målt med hetetrådsanemometer . . . . .	140
A.5	Usikkerhet for kurvaturen målt med hetetrådsanemometer . . . . .	141
A.6	Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør . . . . .	142
B.1	Usikkerheter for Strouhal - tall . . . . .	143
C.1	Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer . . . . .	145
C.2	Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer . . . . .	146
C.3	Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer . . . . .	147
C.4	Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer . . . . .	148
C.5	Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer . . . . .	149
C.6	Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør . . . . .	150
D.1	Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer . . . . .	152
D.2	Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer . . . . .	153

D.3	Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer	154
D.4	Usikkerhet for skjevhetfordeling målt med hetetrådsanemometer . . . . .	155
D.5	Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer . . . . .	156
D.6	Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør . . . . .	157
E.1	Usikkerheter for Strouhal - tall . . . . .	158
F.1	Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer . . . . .	159
F.2	Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer . . . . .	160
F.3	Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer	161
F.4	Usikkerhet for skjevhetfordeling målt med hetetrådsanemometer . . . . .	162
F.5	Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer . . . . .	163
F.6	Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør . . . . .	164
G.1	Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer . . . . .	166
G.2	Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer . . . . .	167
G.3	Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer	168
G.4	Usikkerhet for skjevhetfordeling målt med hetetrådsanemometer . . . . .	169
G.5	Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer . . . . .	170
G.6	Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør . . . . .	171
H.1	Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer . . . . .	173
H.2	Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer . . . . .	174
H.3	Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer	175
H.4	Usikkerhet for skjevhetfordeling målt med hetetrådsanemometer . . . . .	176
H.5	Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer . . . . .	177
H.6	Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør . . . . .	178
I.1	Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer . . . . .	180
I.2	Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer . . . . .	181
I.3	Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer	182
I.4	Usikkerhet for skjevhetfordeling målt med hetetrådsanemometer . . . . .	183
I.5	Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer . . . . .	184
I.6	Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør . . . . .	185
J.1	Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer . . . . .	187
J.2	Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer . . . . .	188
J.3	Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer	189
J.4	Usikkerhet for skjevhetfordeling målt med hetetrådsanemometer . . . . .	190
J.5	Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer . . . . .	191
J.6	Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør . . . . .	192
K.1	Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer . . . . .	194
K.2	Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer . . . . .	195
K.3	Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer	196

K.4	Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer . . . . .	197
K.5	Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer . . . . .	198
K.6	Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør . . . . .	199

# Figurer

2.1	Funksjon med positive skjevhetsfordeling [11]	10
2.2	Funksjon med liten og stor kurvatur [11]	11
2.3	Nomenklatur for matematisk beskrivelse av slippstrømninger	15
2.4	Hastighetsmålinger i forskjellige posisjoner i en slippstrøm [17]	16
2.5	Turbulensintensitet i forskjellige posisjoner for forskjellige geometrier	17
2.6	Hastighetsprofil i slippstrøm etter en sylinder [5]	17
2.7	Turbulensintensitet i slippstrøm etter en sylinder [5]	18
2.8	Nomenklatur for analyse av slippstrøm	19
2.9	Nomenklatur for kaskadestrømning	21
2.10	Illustrasjon av von Karman - virvelgate bak sylinder ved $Re = 225$ [17]	22
2.11	Virveldannelse bak butt objekt	25
2.12	Definisjon av krefter på sylinder [14]	29
2.13	Løftekraft som funksjon av Reynolds - tall [14]	30
2.14	Prinsippkisse over et hetetrådsanemometer	32
3.1	Dimensjoner for testseksjon i vindtunnel	42
3.2	Ekstern monteringsramme (mål i millimeter)	43
3.3	Traverseringsmekanisme	44
3.4	Monteringsrør for målesonder	45
3.5	Monteringsrør for målesonder festet til traverseringsheis	46
3.6	Hetetrådsanemometer	47
3.7	Enkelt - tråd normalsonde	47
3.8	Tektronix 2210 digitalt oscilloskop	48
3.9	Manometer for kalibrering av trykkomformer	49
3.10	Brukergrensesjikt for loggeprogram	51
3.11	Typisk oppsett for måling bak sylinder	52
3.12	Oppsett for målinger bak varmeveksler -rør	53
3.13	Kalibreringskurve for trykk - omformer	54
3.14	Geometriske definisjoner for målinger bak sylindre	58
3.15	Geometriske definisjoner for målinger bak varmeveksler - rør	59
3.16	Skisse over mulig interaksjon mellom virvelgate og fristrøm	60
4.1	Hastighetsfelt i avstand $26D$ for sylinder #2	69
4.2	Normerte hastighetsfelt i avstand $26D$ for sylinder #2	69

4.3	Normerte hastighetsfelt i avstand 26D for sylinder #2 etter metode gitt av [5] . . . . .	70
4.4	Normert hastighetsfelt i avstand 26D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.) . . . . .	70
4.5	Normert hastighetsfelt i avstand 26D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør) . . . . .	71
4.6	Turbulensintensitet i avstand 26D for sylinder #2 . . . . .	71
4.7	Turbulensintensitet i avstand 26D for sylinder #2 normert etter metode gitt av [5] . . . . .	72
4.8	Skjevhetfordeling i avstand 26D for sylinder #2 . . . . .	72
4.9	Kurvatur i avstand 26D for sylinder #2 . . . . .	73
4.10	Hastighetsfelt i avstand 46D for sylinder #2 . . . . .	73
4.11	Normerte hastighetsfelt i avstand 46D for sylinder #2 . . . . .	74
4.12	Normerte hastighetsfelt i avstand 46D for sylinder #2 etter metode gitt av [5] . . . . .	74
4.13	Normert hastighetsfelt i avstand 46D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.) . . . . .	75
4.14	Normert hastighetsfelt i avstand 46D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør) . . . . .	75
4.15	Turbulensintensitet i avstand 46D for sylinder #2 . . . . .	76
4.16	Turbulensintensitet i avstand 46D for sylinder #2 normert etter metode gitt av [5] . . . . .	76
4.17	Skjevhetfordeling i avstand 46D for sylinder #2 . . . . .	77
4.18	Kurvatur i avstand 46D for sylinder #2 . . . . .	77
4.19	Hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2 . . . . .	78
4.20	Normerte hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2 . . . . .	78
4.21	Normerte hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2 etter metode gitt av [5] . . . . .	79
4.22	Normert hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.) . . . . .	79
4.23	Normert hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør) . . . . .	80
4.24	Turbulensintensitet i avstand 12D for sylinder #2 . . . . .	80
4.25	Turbulensintensitet i avstand 12D for sylinder #2 normert etter metode gitt av [5] . . . . .	81
4.26	Skjevhetfordeling i avstand 12D for sylinder #2 . . . . .	81
4.27	Kurvatur i avstand 12D for sylinder #2 . . . . .	82
4.28	Hastighetsfelt i avstand 10L for rør #1 . . . . .	83
4.29	Normerte hastighetsfelt i avstand 10L for rør #1 . . . . .	83
4.30	Normerte hastighetsfelt i avstand 10L for rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.) . . . . .	84
4.31	Normerte hastighetsfelt i avstand 10L for rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør) . . . . .	84

4.32	Turbulensintensitet i avstand 10L for rør #1 . . . . .	85
4.33	Skjevhetfordeling i avstand 10L for rør #1 . . . . .	85
4.34	Kurvatur i avstand 10L for rør #1 . . . . .	86
4.35	Hastighetsfelt i avstand 2L for rør #1 . . . . .	86
4.36	Normerte hastighetsfelt i avstand 2L for rør #1 . . . . .	87
4.37	Normerte hastighetsfelt i avstand 2L for rør #1 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (h.a.) . . . . .	87
4.38	Normerte hastighetsfelt i avstand 2L for rør #1 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (pitotrør) . . . . .	88
4.39	Turbulensintensitet i avstand 2L for rør #1 . . . . .	88
4.40	Skjevhetfordeling i avstand 2L for rør #1 . . . . .	89
4.41	Kurvatur i avstand 2L for rør #1 . . . . .	89
4.42	Hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #2 . . . . .	90
4.43	Normerte hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #2 . . . . .	90
4.44	Normerte hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #2 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (h.a.) . . . . .	91
4.45	Normerte hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #2 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (pitotrør) . . . . .	91
4.46	Turbulensintensitet i avstand 2L bak rør #2 . . . . .	92
4.47	Skjevhetfordeling i avstand 2L bak rør #2 . . . . .	92
4.48	Kurvatur i avstand 2L bak rør #2 . . . . .	93
4.49	Karakteristisk tidsskala i avstand 2L bak rør #2 . . . . .	93
4.50	Karakteristisk lengdeskala i avstand 2L bak rør #2 . . . . .	94
4.51	Hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #2 . . . . .	94
4.52	Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #2 . . . . .	95
4.53	Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #2 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (h.a.) . . . . .	95
4.54	Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #2 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (pitotrør) . . . . .	96
4.55	Turbulensintensitet i avstand 10L bak rør #2 . . . . .	96
4.56	Skjevhetfordeling i avstand 10L bak rør #2 . . . . .	97
4.57	Kurvatur i avstand 10L bak rør #2 . . . . .	97
4.58	Hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #1 . . . . .	98
4.59	Normerte hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #1 . . . . .	98
4.60	Normerte hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #1 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (h.a.) . . . . .	99
4.61	Normerte hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #1 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (pitotrør) . . . . .	99
4.62	Turbulensintensitet i avstand 2L bak rør #1 . . . . .	100
4.63	Skjevhetfordeling i avstand 2L bak rør #1 . . . . .	100
4.64	Kurvatur i avstand 2L bak rør #1 . . . . .	101
4.65	Karakteristisk tidsskala i avstand 2L bak rør #1 . . . . .	101
4.66	Karakteristisk lengdeskala i avstand 2L bak rør #1 . . . . .	102



4.67	Hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #1 . . . . .	102
4.68	Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #1 . . . . .	103
4.69	Normerte hastighetsfelt avstand 10L bak rør #1 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (h.a.) . . . . .	103
4.70	Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #1 sammenlignet med gaus- sisk tilnærming (pitotrør) . . . . .	104
4.71	Turbulensintensitet i avstand 10L bak rør #1 . . . . .	104
4.72	Skjevhetfordeling i avstand 10L bak rør #1 . . . . .	105
4.73	Kurvatur i avstand 10L bak rør #1 . . . . .	105
4.74	Virvelavløsningsfrekvens bak rør #2 som funksjon av fristrøms hastighet .	106
4.75	Strouhal - tall som funksjon av hastighet for rør #2 . . . . .	106
4.76	Strouhal - tall som funksjon av Reynolds - tall . . . . .	107
4.77	Virvelavløsningsfrekvens bak sylinter #2 som funksjon av fristrøms has- tighet . . . . .	107
4.78	Strouhal - tall som funksjon av hastighet for sylinter #2 . . . . .	108
4.79	Strouhal - tall som funksjon av Reynolds - tall . . . . .	108
4.80	Normerte hastighetsfelt i forskjellige avstander nedstrøms sylinter #2 fra målinger med pitotrør . . . . .	109
4.81	Normerte hastighetsfelt i forskjellige avstander nedstrøms sylinter #2 fra målinger med hetetrådsanemometer . . . . .	109
4.82	Turbulensintensitet i forskjellige avstander nedstrøms sylinter #2 . . . . .	110
4.83	Skjevhetfordelinger for sylinter #2 . . . . .	110
4.84	Sammenligning av kurvaturer for sylinter #2 . . . . .	111
4.85	Normerte hastigheter plottet mot skalert traverseringsakse fra måling med hetetråd for sylinter #2 . . . . .	111
4.86	Normerte hastigheter for sylinter #2 plottet mot skalert traverseringsakse fra måling med pitotrør for sylinter #2 . . . . .	112
4.87	Turbulensintensiteter for sylinter #2 etter definisjon av Hinze plottet mot skalert traverseringsakse . . . . .	112
4.88	Normerte hastighetsfelt i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 målt med pitotrør . . . . .	113
4.89	Normerte hastighetsfelt i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 målt med hetetrådsanemometer . . . . .	113
4.90	Utvikling av turbulensintensitet bak rør #2 . . . . .	114
4.91	Skjevhetfordelinger for rør #2 . . . . .	114
4.92	Kurvaturer i forskjellige avstander bak rør #2 . . . . .	115
4.93	Normerte hastigheter i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 fra hetetråd plottet mot skalert traverseringsakse . . . . .	115
4.94	Normerte hastigheter i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 målt med hetetråd plottet mot skalert traverseringsakse . . . . .	116
4.95	Turbulensintensitet i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 etter defini- sjon av Hinze plottet mot skalert traverseringsakse . . . . .	116

4.96 Halvbredde beregnet med pitotrør og hetetråd for sylindere #2 som funksjon av avstand nedstrøms . . . . .	118
4.97 Utvikling av maksimal hastighetsdifferanse nedstrøms sylindere #2 . . . . .	118
4.98 Hastighetsfelt i testseksjon . . . . .	119

# Kapittel 1

## Innledning

Strømningsinduserte laster er av stor betydning for en mengde tekniske installasjoner både offshore og til lands. Fluidet påvirker strukturer på forskjellige måter avhengig av fluidets fysikalske egenskaper og strømningsstruktur. Konstruksjonens geometriske utforming påvirker også hvordan lastforløpet utfolder seg. Til forskjell fra statiske laster som kommer av strukturens byggemateriale, er strømningslaster så å si alltid dynamiske. Turbulens og separasjonsfenomener skaper tidsvarierende krefter som kan skape vibrasjoner og støy. Vibrasjoner kan i sin tur føre til materialutmatting og brudd i konstruksjonen. Et ingeniørteknisk viktig strømningsfenomen i denne sammenheng er såkalte VIV<sup>1</sup> - krefter som genereres av virvelavløsning fra butte objekter. Virvlene som skapes genererer en periodisk trykkdifferanse på objektets overflate, og skaper dermed en tidsvarierende resultantkraft. Denne kraften induserer vibrasjoner som kan nærme seg konstruksjonens egenfrekvens og dermed indusere egensvingebevegelser. Egensvingebevegelsene kan i sin tur forsterke de strømningsinduserte kreftene gjennom positiv tilbakekobling. Et kjent eksempel på denne problematikken er kollapsen av Tacoma Narrows Bridge i USA i 1940.

Mye forskning har blitt gjort på VIV, og mye av mekanikken bak dette fenomenet er veldokumentert. Det har også blitt utviklet analytiske metoder for å beskrive virvelavløsning bak butte objekter. Eksperimenter har blitt gjennomført for å undersøke hvilken innflytelse forskjellige strømningsforstyrrelser har på virvelavløsningen på butte objekter. Aspekter som turbulens, overflateruhet, høyde/bredde - forhold på omstrømningsobjektet, profiltforming og akustisk støynivå er alle ting som påvirker virvelavløsningen. Bortsett fra strømningsavhengige størrelser som for eksempel Reynolds - tall har det blitt eksperimentert med fastspente og frittstående objekter. Man har funnet til dels store forskjeller i virvelavløsningen i disse to tilfellene. For frittstående objekter er det dynamikken mellom oscillasjonsbevegelsene og den strømningsinduserte periodiske løftkraften som har fått mest oppmerksomhet. Et objekts innflytelse på virvelavløsningen når objektet påføres vibrasjoner fra en ekstern kilde har også vært tema for undersøkelser. Et sammendrag av moderne forskning rundt virvelavløsning rundt butte objekter er sammenfattet av Bearman [1].

Som nevnt ovenfor har det vært mange grundige og systematiske undersøkelser rundt

---

<sup>1</sup>Vortex Induced Vibrations

virvelavløsningsfenomener. En hyppig fellesnevner for disse er at de butte objektene er plassert i frie strømninger hvor innflytelsen fra andre objekter i strømmingen er neglisjerbare. I mange sammenhenger er det interessant å vite hvilken innvirkning ulike geometrier har på hverandre med tanke på virvelavløsning. Viten om dette kunne bistå konstruktører til å unngå feildesign av maskiner og strukturer hvor strømningsinduserte laster er av betydning. Eksempler på teknologi hvor dette kan være av interesse inkluderer offshorestrukturer, varmevekslere, turbomaskiner og ulike typer fartøy.

I denne oppgaven skal virvelavløsning fra varmeveksler - rør utviklet ved Institutt og energi- og prosessteknikk på NTNU i samarbeid med Norsk Hydro undersøkes. Rørene er designet for en varmeveksler som skal stå i en gasstrøm med høy hastighet for å forhindre tilsmussing. Tester har imidlertid vist at varmeveksleren har uakseptabelt høyt støynivå og vibrasjoner under ønskede driftsforhold. Motivasjonen for denne oppgaven er å bekrefte eller avkrefte om vibrasjonene oppstår i sammenheng med virvelavløsninger inne i varmeveksleren. For å kunne gjøre dette er det nødvendig å måle og analysere størrelser som hastighetsfordeling, karakteristisk lengde og tid i slippstrømsstrukturer, avløsningsfrekvens og løftekraft. Rørene skal undersøkes gjennom eksperimenter i vindtunnel. En numerisk analyse av svingefrekvensene for rørene skal gjennomføres for å finne eventuelle sammenhenger mellom virvelavløsningsfrekvensen og disse.

Målet i denne hovedoppgaven er som sagt å undersøke virvelavløsningsfenomener bak rør brukt i varmevekslerteknologi. Dette vil bli gjort gjennom forsøk i vindtunnel. Resultatene fra disse undersøkelsene vil potensielt kunne løse problemet med store vibrasjoner og høyt støynivå i varmeveksleren som er under utvikling.

# Kapittel 2

## Teoribakgrunn

### 2.1 Innledning

I dette kapitlet gjennomgås det teoretiske grunnlaget for de praktiske eksperimentene og behandlingen av måledataene. Strømningsmekanismene som undersøkes vil bli forklart i sin helhet så langt det lar seg gjøre. Dette innebærer forklaring rundt aspekter som virveldannelse, virvelavløsning, turbulens, statistisk teori, eksperimentell teori, måleteknikk og spektralanalyse. Prosedyrer for beregning av usikkerheter i de målte variablene vil også bli gitt.

### 2.2 Statistisk teori

For å kunne analysere de data man henter ut fra eksperiment, trengs det er del statistisk teori. Statistiske metoder gjør det mulig å kartlegge fysiske karakteristikk i strømmingen fra data generert av måleinstrumentene. Mesteparten av metodene som skal brukes i denne sammenheng er tatt fra turbulenteori, da strømmingene vi skal studere utelukkende er turbulente.

Turbulent strømning skiller seg fra laminære strømminger i det henseende at den består av tilfeldige hastighets-, og trykkfluktasjoner. Dette skaper de berømte Reynolds-spenningene i RANS-ligningene som igjen er opphav til mye hodebry når man vil beskrive turbulente strømminger numerisk. Ofte er man nødt til å måle turbulente størrelser direkte for å kunne kvantifisere disse i det hele tatt. Her vil vi gå gjennom de viktigste begrepene og metodene for å gjøre nettopp dette.

#### 2.2.1 Matematisk beskrivelse av turbulente strømminger

Viskøse strømminger kan enten være laminære eller turbulente. Laminære strømminger lar seg i mange tilfeller beskrive analytisk ved bruk av Navier-Stokes ligningene. Turbulente strømminger har ingen kjente analytiske løsninger a priori, selv om Navier-Stokes ligningene også gjelder for denne type strømning [17].

Turbulens kjennetegnes ved kaotisk bevegelse og hyppige endringer i strømmingen. Hastighet, trykk og temperatur varierer tilsynelatende tilfeldig rundt om i strømningsdomene, og strømmingen er preget av sterk blanding av varme, bevegelsesmengde og eventuelt partikler av faststoff. For å beskrive fysiske størrelser i turbulente strømninger matematisk brukes såkalt tidsgjennomsnitt [17]. På denne måten skiller man den fysiske størrelsen, for eksempel hastigheten  $u(x,y,z)$ , i en konstant og en fluktuerende del.

$$U = \bar{u} + u' \quad (2.1)$$

Tidsgjennomsnittet  $\bar{u}$  er definert som integralet av den momentane hastigheten over en tidsperiode større enn en eventuell periode av en fluktasjon i  $U$  [17].

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} U dt \quad (2.2)$$

Tidsintegralet av den flukterende hastighetskomponenten er per definisjon (2.2) null. For å kvantifisere denne størrelsen bruker vi i stedet følgende uttrykk (eng. *mean - square value*) [17]:

$$\overline{u'^2} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u'^2 dt \quad (2.3)$$

### Reynolds - ligningene og kontinuitetsligningen for turbulent bevegelse

Som tidligere nevnt gjelder Navier - Stokes ligningene for så vel laminære som turbulente strømninger. Vi kan allikevel ikke løse NSL <sup>1</sup> for de fleste turbulente strømninger av den grunn at det a priori ikke finnes regnemaskiner som kan takle den datamengden som må til for å beskrive alle turbulente skalaer. I academia har såkalte DNS - simuleringer blitt gjennomført for enkelte turbulente strømninger, men da for lave Reynolds - tall. DNS løser Navier - Stokes ligningene direkte uten noen form for modellering, og krever dermed mye datakraft for å være praktisk nyttig.

I ingeniørvitenskapen brukes imidlertid en form av NSL basert på middelveier kalt Reynolds - ligningene (RANS). Disse ligningene er mindre arbeidskrevende å løse, men krever at enkelte ledd i ligningssettet må modelleres. For å utlede Reynolds- ligningene må man først ta for seg kontinuitetsligningen.

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2.4)$$

Ved å innføre Reynolds dekomposisjon (2.1) finner man at både de tidsvariante fluktasjonene og de midlere hastighetene oppfyller kontinuitetsligningen hver for seg [17] <sup>2</sup>:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.5)$$

<sup>1</sup>Med numeriske algoritmer

<sup>2</sup>Bare hvis tettheten er konstant [17]

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (2.6)$$

Settes den dekomponerte hastigheten (2.1), samt det dekomponerte trykket inn i NSL for deretter å ta tidsgjennomsnittet av denne, får man Reynolds - ligningene som resultat [17]:

$$\rho \frac{D\bar{\mathbf{V}}}{Dt} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}) = \rho \mathbf{g} - \nabla \bar{p} + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{V}} \quad (2.7)$$

(2.7) inneholder et nytt ledd hvor den turbulente treghetstensoren  $\overline{u'_i u'_j}$  inngår. Denne tensoren kan sees på som *turbulente skjærspenninger* [17]. Dette blir klart når man omformer (2.7) til det følgende:

$$\rho \frac{D\bar{\mathbf{V}}}{Dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla \bar{p} + \mu \nabla \cdot \tau_{ij} \quad (2.8)$$

hvor

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} \quad (2.9)$$

I ligning (2.9) er det første leddet newtonske spenninger, mens det andre leddet representerer "tenkte" turbulente spenninger. Det er viktig å påpeke at turbulente spenninger ikke er spenninger i fysisk forstand, men kun en matematisk definisjon.

Tilslutt skal vi ta for oss begrepet turbulent kinetisk energi,  $k$ . Dette er et mål for det samlede energiinnholdet av turbulente fluktasjoner i en turbulent strømning. Denne størrelsen kan for eksempel brukes til å definere en karakteristisk hastighetsskala i den turbulente strømningen;  $k^{\frac{1}{2}}$ . Den turbulente kinetiske energien er matematisk definert som [17]:

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (2.10)$$

Med den grunnleggende, matematiske beskrivelsen av turbulens på plass kan vi nå gå over til de statistiske metodene som brukes for å behandle måledata fra turbulente strømninger.

## 2.2.2 Grunnleggende statistiske begreper

### Turbulensintensitet

Den såkalte turbulensintensiteten [3] er definert som RMS - verdien <sup>3</sup> av de flukterende hastighetskomponentene fra (2.1):

$$\sqrt{\overline{u'^2}} \quad \sqrt{\overline{v'^2}} \quad \sqrt{\overline{w'^2}} \quad (2.11)$$

---

<sup>3</sup>Root Mean Square

Her er  $u'$ ,  $v'$  og  $w'$  fluktasjonene i henholdsvis x, y og z retning. x - akse er som oftest plassert parallelt med strømningsretningen (midlere). y -, og z - akse står normalt i forhold til x - akse og hverandre. I todimensjonale strømninger brukes bare x -, og y - akse.

Oftest er uttrykkene i (2.11) normert med en eller annen midlere hastighet. Hva normeringshastigheten skal være avhenger av hva slags resultater man ønsker å presentere. Vil man for eksempel beskrive den lokale turbulensintensiteten i et bestemt punkt i strømmingen vil det være naturlig å normere (2.11) med den midlere strømningshastigheten i dette punktet [3]. Man får da:

$$\frac{\sqrt{u'^2_A}}{u_A} \quad \frac{\sqrt{v'^2_A}}{u_A} \quad \frac{\sqrt{w'^2_A}}{u_A} \quad (2.12)$$

Man vil som sagt bruke forskjellige normeringer etter hvilke målinger man foretar seg, slik at (2.12) vil bli modifisert i fortsettelsen.

En annen hyppig brukt definisjon brukt for å beskrive turbulente strømninger er den såkalte turbulensgraden [3].

$$Tu = \frac{1}{u_0} \sqrt{\frac{1}{3}(u'^2 + v'^2 + w'^2)} \quad (2.13)$$

$u_0$  er her den midlere strømningshastigheten. (2.13) brukes ofte når man vil beskrive strømningsforhold i for eksempel vindtunneler. I isentropisk turbulens har alle midlere hastighetsfluktasjoner samme verdi, slik at (2.13) forenkler seg til

$$Tu \approx \frac{\sqrt{u'^2}}{u_0} \quad (2.14)$$

### 2.2.3 Korrelasjoner

For å finne sammenhenger mellom forskjellige egenskaper i den turbulente strømmingen, brukes det statistiske begrepet *korrelasjon*. Korrelasjon er å forstå som den tilknytning ulike egenskaper har til hverandre.

Ta som et eksempel et sinussignal sammenliknet med et røyksignal (støy). Det eksisterer ingen likheter mellom de to signalene, derfor er det ingen korrelasjon mellom dem. Bli derimot sinussignalet sammenliknet med et annet identisk sinussignal vil vi ha såkalt perfekt korrelasjon, fordi signalene er identiske overalt.

### 2.2.4 Korrelasjonskoeffisient

I turbulenteori brukes korrelasjoner for å kartlegge den turbulente strømmingens struktur og energiinnhold. Til dette brukes såkalte korrelasjonskoeffisienter [3]:

$$R = \frac{\overline{\prod_{k=1}^n q_k}}{\prod_{k=1}^n \sqrt{q_k^2}} \leq 1 \quad (2.15)$$



(2.15) er kalt Schwarzs ulikhet og er konstruert av den generelle korrelasjonsfunksjonen (teller) og produktet av den kvadratiske middelerdien (nevner).

De viktigste korrelasjonsfunksjonene for turbulente strømminger er de som består av to størrelser ( $k = 2$ ). Disse kalles dobbeltkorrelasjoner og inndeles på følgende måte [3].

### Punktkorrelasjoner

Punktkorrelasjoner er korrelasjonsfunksjoner som består av to like eller to ulike variable som måles på samme tid og sted. For tilfellet hvor de to variablene er like vil vi naturligvis få perfekt korrelasjon ( $R=1$ ).

### Tidskorrelasjoner

En punktkorrelasjon som består av en variabel som måles på forskjellig tid, kalles tids-, eller autokorrelasjoner. (2.15) får da følgende form:

$$R = \frac{\overline{u'(\underline{r}, t)u'(\underline{r}, t + \tau)}}{\sqrt{u'^2(\underline{r}, t)}\sqrt{u'^2(\underline{r}, t + \tau)}} \quad (2.16)$$

### 2 - punkts - romkorrelasjon

Korrelasjoner bestående en variabel målt på to forskjellige steder, men til samme tid, kalles en 2 - punkts - romkorrelasjon. (2.15) blir da:

$$R = \frac{\overline{u'(\underline{r}, t)u'(\underline{r} + \Delta\underline{r}, t)}}{\sqrt{u'^2(\underline{r}, t)}\sqrt{u'^2(\underline{r} + \Delta\underline{r}, t)}} \quad (2.17)$$

### Krysskorrelasjon

Den siste relevante korrelasjonen for turbulente strømminger er den såkalte krysskorrelasjonen. Denne består to målte størrelser av samme variabel målt på to forskjellige tidspunkt og posisjoner. Korrelasjonsformelen (2.15) blir som følger [3]:

$$R = \frac{\overline{u'(\underline{r}, t)u'(\underline{r} + \Delta\underline{r}, t + \tau)}}{\sqrt{u'^2(\underline{r}, t)}\sqrt{u'^2(\underline{r} + \Delta\underline{r}, t + \tau)}} \quad (2.18)$$

#### 2.2.5 Taylor - hypotesen

For å koble romlige og tidsmessige størrelser i en turbulent strømning kan Taylor - hypotesen benyttes [3].

$$\frac{\partial}{\partial t} = -u_{TR} \frac{\partial}{\partial x} \text{ på fast sted} \quad (2.19)$$

Denne hypotesen kan brukes på tilnærmet homogen turbulens med konstant middel-hastighet med den betingelse at  $u' \ll \bar{u}$ . Fysisk kan denne hypotesen tolkes slik at den turbulente strukturen i et punkt "fryses", og deretter blir transportert med en viss hastighet ( $u_{Tr}$ ) nedstrøms. Taylor - hypotesen kan ikke brukes på middelverdier [3].

Når det gjelder transformasjonshastigheten  $u_{Tr}$  kan denne ifølge Professor Lars R. Sætran ved Institutt for energi- og prosesssteknikk, NTNU, settes lik den lokale middel-hastigheten i målepunktet.

### 2.2.6 Integralskala

Hensikten med å måle sammenhengen mellom forskjellige egenskaper i den turbulente strømmingen ved bruk av korrelasjonsfunksjoner er å kunne kvantifisere strømmingens fysiske struktur og utstrekning. På denne måten kan vi finne ut for eksempel hvordan ulike randbetingelser påvirker strømmingen.

Karakteristiske størrelser i en turbulent strømming beskrives gjennom såkalte integralskalaer (eng. *integral scale*). Disse er definert som integralet av dobbeltkorrelasjonskoeffisienten fra null til uendelig med hensyn på enten tid (2.16) eller (2.17) lengde. Når (2.17) integreres med hensyn på endring i måleposisjon  $\Delta x$  (i strømningsretningen) får vi en karakteristisk lengde (diameter) på de store, energibærende virvlene i strømmingen (eng. *integral length scale*) [3]:

$$\Lambda = \int_0^\infty R(\Delta x) d(\Delta x) \quad (2.20)$$

Likeledes kan en karakterisk tidsskala for de samme strukturene finnes ved å integrere (2.16) over tid [11]:

$$\Lambda_\tau = \int_0^\infty R(\tau) d\tau \quad (2.21)$$

(2.21) og (2.20) er dessuten koblet på følgende måte [3]:

$$\Lambda \approx u_c \Lambda_\tau \quad (2.22)$$

$u_c$  er her den lokale middelhastigheten i punktet (2.21) måles.

Ved hjelp av (2.21), (2.20), og (2.22) kan vi nå kvantifisere den fysiske strukturen i den turbulente strømmingen. Dermed er det mulig å finne ut hvordan strømmingen påvirkes av ulike randbetingelser, som for eksempel geometrien på omstrømningsobjektet, avstand til vegg og så videre.

### 2.2.7 Statistiske momenter

For å beskrive hastighetsfeltet i turbulente strømminger brukes ulike statistiske funksjoner kalt momenter. Disse funksjonene er basert på antagelsen om at hastighetsfluktasjonene i den turbulente strømmingen er stasjonære [11]. Sagt på en annen måte betyr dette at mid-delverdien av hastigheten ikke er en funksjon av tid. Rent matematisk betyr dette at det

går an å beskrive hastighetsfordelingen i strømmingen gjennom en sannsynlighetstetthets - funksjon for så definere ulike statistiske momenter ut fra denne.

Per definisjon er middelveidien, eller det første moment, av et statistisk stasjonært signal lik [11]:

$$\bar{f} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{u})B(\tilde{u})d\tilde{u} \quad (2.23)$$

Her er  $B(\tilde{u})$  sannsynlighetstettheten til signalet  $f(\tilde{u})$ .

For en turbulent strømming er  $f$  i ligning (2.23) lik hastigheten i strømmingen og  $B$  sannsynlighetstetthets - funksjonen til hastigheten, slik at  $\bar{f}$  ville blitt middelhastigheten i strømmingen.

I den videre diskusjonen skal såkalte sentralmomenter diskuteres. Sentralmomenter betyr helt enkelt at størrelsene man opererer med er fratrukket middelveidien i signalet. For en turbulent strømming betyr dette at signalet kun inneholder hastighetsfluktasjonene. Det andre statistiske sentralmoment er den velkjente variansen i signalet, eller det andre sentralmoment.

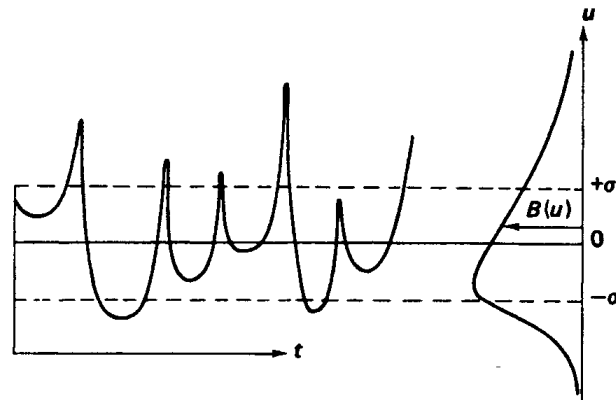
$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (u')^2 B(u')du' \quad (2.24)$$

Kvadratrotten av denne verdien er kalt standardavviket til signalet, eller RMS - verdien. Med denne funksjonen kan man beregne turbulensintensiteten i strømmingen.

Det tredje sentrale momentet kalles skjevhetsfordeling og er definert som

$$S = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (u')^3 B(u')du'}{\sigma^3} \quad (2.25)$$

Denne funksjonen sier noe om formen til sannsynlighetsfordelingen til hastighets-signalet. En positiv skjevhetsfordeling vil si at positive verdier av  $u'^3$  er hyppigere enn negative. Et eksempel på en funksjon med positiv skjevhetsfordeling sees nedenfor [11]:

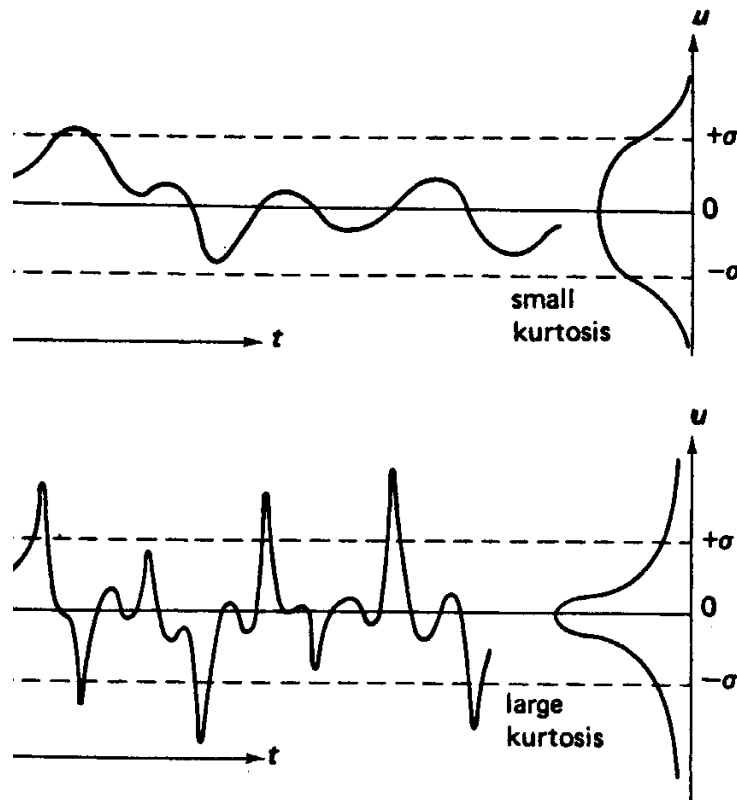


Figur 2.1: Funksjon med positive skjevhetsfordeling [11]

Det høyeste statistiske sentralmomentet som skal brukes i analysearbeidet er det fjerde sentralmoment, eller *flatness factor* på engelsk. Denne funksjonen forteller i hvilken grad hastighetssignalet inneholder verdier som er relativt langt fra middelveien i signalet i forhold til hovedbolken av verdiene i signalet. Matematisk definerer man kurvaturen som

$$K = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (u')^4 B(u') du'}{\sigma^4} \quad (2.26)$$

Forskjellen på et signal med stor og liten kurvatur er illustrert i figur 2.2



Figur 2.2: Funksjon med liten og stor kurvatur [11]

### 2.3 Spektralanalyse

Et nyttig verktøy for å kartlegge ulike egenskaper i en turbulent strømning er såkalt spektralanalyse. Spektralanalyse av turbulente strømninger baseres på ideen om at turbulens kan sees på som en superposisjonering av virvler med forskjellig frekvens og styrke.

Spektralanalyse brukes for å identifisere ulike karakteristikk i signaler og tidsserier. Klassiske metoder går ut på å Fourier - transformere den diskrete tidsserien av en målt størrelse (for eksempel hastighet) til en form der informasjonen i denne representeres som en funksjon av frekvens. I vårt tilfelle skal vi bruke et såkalt "Power Density Spectrum", eller effekttetthets - spektrum, som har enhet [Effekt/frekvens]. Dette sier oss altså hvordan energien i hastighetssignalet er fordelt som funksjon av frekvens. Frekvensen i effekttetthets - spektrumet er analogt med virvelstrukturer i fysisk forstand. Lave frekvenser representerer store virvler, mens høye frekvenser representerer de små virvelbevegelsene. Periodiske bevegelser i strømningen kan dessuten identifiseres gjennom "topper" i effekttetthets - spektrumet. Det vil si at energimengden i signalet er generelt høyere for en gitt frekvens.

Spektralanalyse kan derfor brukes til å identifisere periodiske virvelbevegelser i en slippstrøm. Med riktig plassert målesonde kan dette gi virvelavløsningsfrekvensen på objektet, som er essensielt for å kunne dokumentere hva slags innvirkning ulike faktorer har på virvelavløsningsprosessen.

### 2.3.1 Fysisk tolkning Fourier transformasjon

En Fourier - transformasjon er helt enkelt en metode som representerer informasjonen gitt av en funksjon på en alternativ måte. Man kan i mange tilfeller enklere ta ut informasjon man ønsker å analysere, slik som for eksempel energimengden i et fysisk system. Såkalt spektral representasjon av en gitt funksjon  $f(x)$  i et punkt  $x$  kan tenkes på som en overlapping av svingninger med alle mulige frekvenser. Navnet "spektral" er tatt fra optikken, fordi lys er et resultat av superposisjonering av bølger med ulike frekvenser (farger). Spektral representasjon for en tilfeldig funksjon eller tidsserie kan derfor sees på som om funksjonen er "lys" i den forstand at informasjonen som skjuler seg i denne representeres som funksjon av forskjellige frekvenser.

### 2.3.2 Diskret Fourier transform (DFT)

Det finnes to forskjellige metoder å gjøre Fourier - transformen på, avhengig om funksjonen vi behandler er kontinuerlig eller diskret. Er funksjonen  $f(x)$  definert over et visst intervall, kan de vanlige Fourier - integralformlene brukes. Ofte, som i vårt tilfelle, er funksjonen  $f(x)$  kun gitt av verdier på et endelig antall punkter. Til dette må såkalt diskret Fourier - transform benyttes (DFT).

Prinsippet for DFT er å gjengi en målt diskret funksjon  $f(x)$  ved hjelp av et komplekst trigonometrisk polynom slik at  $q(x_k) = f(x_k)$ , der  $x_k$  er målepunktene for  $f(x)$  [7]:

$$f_k = f(x_k) = q(x_k) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{inx_k} \quad , k = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (2.27)$$

Her er  $N$  antall målinger gjort av funksjonen  $f(x)$ . De interessante komponentene i ligning (2.27) er koeffisientene  $c_n$ . Det er disse som gir oss informasjonen om bidraget en gitt frekvens gir til den totale energien til systemet tidsserien representerer. Kreyzig [7] har vist at koeffisientene  $c_n$  finnes ved følgende formel.

$$c_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-inx_k} \quad (2.28)$$

Energiebidraget til et fysisk system ved en viss frekvens er da ifølge Kreyzig lik  $|c_n|^2$ .

Den diskrete Fourier - transformen er så definert som vektoren  $\mathbf{f} = [f_0 \dots f_{N-1}]$  med komponenter:

$$\hat{f}_n = N c_n = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-inx_k} \quad (2.29)$$

Fourier transform er essensielt for mange metoder innen estimering av “Power Density Spectrum”, og vil bli brukt i estimeringsmetoden benyttet i denne hovedoppgaven.

### 2.3.3 Estimering av effekttetthets - spektrum

Effekttetthets - spektrumet er definert som Fourier transformen til autokorrelasjonsfunksjonen som estimeres ved hjelp av (2.16) [16].

Sett at man har en måleserie  $x[n]$  med lengde  $N_s$  av for eksempel hastigheten i en turbulent strømning. Autokorrelasjonsfunksjonen basert på denne måleserien kan i følge [16] uttrykkes som:

$$\hat{R}_x[l] = \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1-l} x[n+l]x^*[n]; \quad 0 \leq l < N_s \quad (2.30)$$

Her er  $x^*$  den kompleks konjugerte av  $x$  og  $l$  er tidsforskyvningen eller sekvensforskyvningen (ekvivalent med  $\tau$  i (2.16)). I tillegg har vi at (2.30) er en symmetrisk konjugert funksjon av tidsforskyvningen [16]:

$$\hat{R}_x[l] = \hat{R}_x^*[-l]$$

Fordi forventingsverdien til (2.30) er estimert som [16]

$$E \{ \hat{R}_x[l] \} = \frac{N_s - |l|}{N_s} R_x[l] \quad (2.31)$$

der  $R_x[l]$  er korrelasjonsfunksjonen for en stasjonær stokastisk prosess, argumenterer [16] for at effekttetthets - spektrumet kan estimeres som

$$\hat{S}_x(e^{iw}) = \sum_{l=-L}^L \hat{R}_x[l] e^{-iwl}; \quad L < N_s \quad (2.32)$$

Her er  $L$  den maksimale tidsforskyvningen (som oftest liten i forhold til måleseriens lengde [16]). Estimaten (2.32) kalles *korrelogram* og danner grunnlaget for estimeringsmetoden som skal brukes i denne hovedoppgaven.

Hvis man setter den maksimale tidsforskyvningen  $L$  i (2.32) lik  $N_s - 1$  kan det vises at estimaten for effekttetthet - spektrumet kan skrives som [16]:

$$\hat{S}_x(e^{iw}) = \sum_{l=-N_s+1}^{N_s-1} \hat{R}_x[l] e^{-iwl} = \frac{1}{N_s} |X(e^{iw})|^2 \quad (2.33)$$

hvor

$$X(e^{iw}) = \sum_{n=0}^{N_s-1} x[n] e^{-iwn}$$

er Fourier - transformen til måleserien. Estimaten (2.33) kalles *periodogram* og nedtegnes

$$\hat{P}_x(e^{iw}) = \frac{1}{N_s} |X(e^{iw})|^2. \quad (2.34)$$

Periodogram - estimatoren (2.34) er den metoden som skal brukes i beregningen av effekttetthets - spektrumet i denne oppgaven. Den velges på grunnlag av anbefalinger i litteraturen [16] samt at metodens popularitet gjør at de fleste analyseprogrammer (for eksempel MATLAB) har periodogram - algoritmen innebygd, noe som gjør analysearbeidet mer beleilig.

### 2.3.4 Effekttetthets - spektrum i MATLAB

MATLAB har en innebygd funksjon for estimering av effekttetthets - spektrumet kalt *spectrum.periodogram*. Denne funksjonen beregner spektrumet ved hjelp av periodogram - metoden og plotter resultatet automatisk.

## 2.4 Slippstrømninger

Strømning over butte objekter skaper det man i litteraturen kaller *slippstrømninger* (eng. *wake*). Som kjent skaper strømning over objekter en motkraft på disse. Dette fenomenet oppstår i sammenheng med dannelse av en slippstrøm. I denne typen strømning dannes det seg et hastighetsfelt som har lavere middelveier enn fristrømmen. Dette betyr at bevegelsesmengde fra fristrømmen "absorberes" av det butte objektet. Dette skaper en kraft på objektet som virker medstrøms, såkalt *drag*.

Siden alle strømninger som her undersøkes er turbulente, er det hensiktsmessig å presentere den matematiske beskrivelsen av turbulente slippstrømninger, slik at eksperimentelle resultater kan analyseres og verifiseres.

### 2.4.1 Prinsippet om selvbevaring i frie turbulente strømninger

Frie turbulente strømninger er strømninger med høyt Reynolds - tall som ikke begrenses eller påvirkes av vegger eller andre geometriske hindre. De tre vanligste typene er strålestrømning, skjærstrømning<sup>4</sup> og slippstrømning. Disse strømningene har en felles egenkap som er at de en stund etter opprinnelsestidspunktet inntar en karakteristisk fysisk struktur som kalles *selvlikhet*<sup>5</sup>. Selvlikhet i forbindelse med frie turbulente strømninger betyr at hastighetsfordelingen er identisk i hvilken som helst avstand fra strømningens opprinnelse når den beskrives gjennom såkalte reduserte størrelser. Dette vil i praksis si at alle hastigheter kan skaleres med en viss karakteristisk hastighetsskala og alle lengder kan skaleres med en viss karakteristisk lengdeskala som eksisterer i strømningen [5].

---

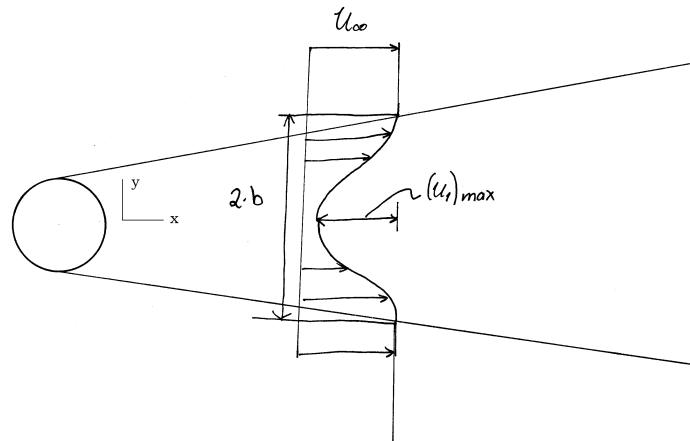
<sup>4</sup>Eng. *mixing layer*

<sup>5</sup>Eng. *self - similarity*



Selvlikhet åpner også for muligheten til å redusere antall variable i grensesjiktsgningene som brukes til å beskrive frie turbulente strømninger matematisk.

I denne hovedoppgaven skal som tidligere nevnt slippstrømninger studeres, og det er derfor interessant å vite hva slags karakteristiske størrelser det er som blir brukt i beskrivelsen av disse for å kunne gjøre gode analyser senere. Figuren under viser en skisse av en slippstrømning som definerer ulike størrelser som brukes til den matematiske beskrivelsen av slike strømninger.



Figur 2.3: Nomenklatur for matematisk beskrivelse av slippstrømninger

Som figuren viser er hastigheten i slippstrømmen mindre enn fristrøms-hastigheten. Denne hastighetsforskjellen er opphavet til drag, eller en motstandskraft, på objektet som skaper slippstrømmen. Dette er fordi bevegelsesmengden til fluidet i slippstrømmen er mindre enn hva det hadde vært hvis strømmingen var uforstyrret. Det kan vises matematisk at den tidsmessige endringen av bevegelsesmengde i slippstrømmen er konstant ved konstant fristrøms-hastighet [11], og motstandskraften blir derfor også konstant.

Fra hastighetsprofilen i figur 2.3 kan man konstruere en såkalt hastighetsdifferanse

$$u_1 = U_\infty - u \quad (2.35)$$

der  $u$  er strømnings-hastigheten i slippstrømmen. I midten av slippstrømmen når hastighetsdifferansen sitt maksimum, som kjenetegnes  $(u_1)_{maks}$ . Turbulensen i slippstrømmen gjør at bredden av denne, betegnet  $b$  i figuren 2.3 øker med avstanden fra slippstrømmens opprinnelse. Ofte bruker man en annen definisjon på slippstrømmens utstrekning kalt halvbredden, som er distansen fra senterlinjen til punktet hvor hastighetsdifferansen er halvparten av den maksimale hastighetsdifferansen i slippstrømmen.

Observerer man utviklingen av hastighetsdifferansen i slippstrømmen nedstrøms, ser man at hastighetsprofilen etter hvert inntar en form der følgende sammenheng gjelder [17]

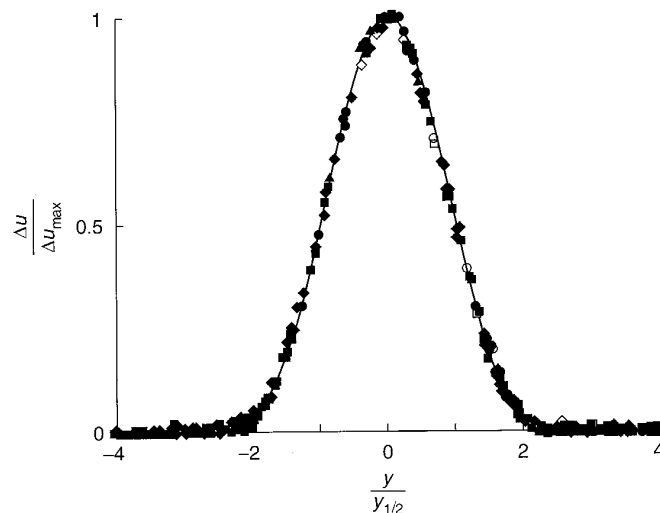
$$\frac{u_1}{(u_1)_{maks}} = f\left(\frac{y}{b(x)}\right). \quad (2.36)$$

Den skalerte hastighetsdifferansen er altså kun en funksjon av den vertikale posisjonen skalert med bredden av slippstrømmen. Verdien av venstresiden i ligning (2.36) forblir derfor konstant i hvilket som helst tverrsnitt i slippstrømmen for samme verdi av den skalerte  $y$  akse. Hastighetsprofilene er med andre ord geometrisk identiske, og har oppnådd selvlikhet [5].

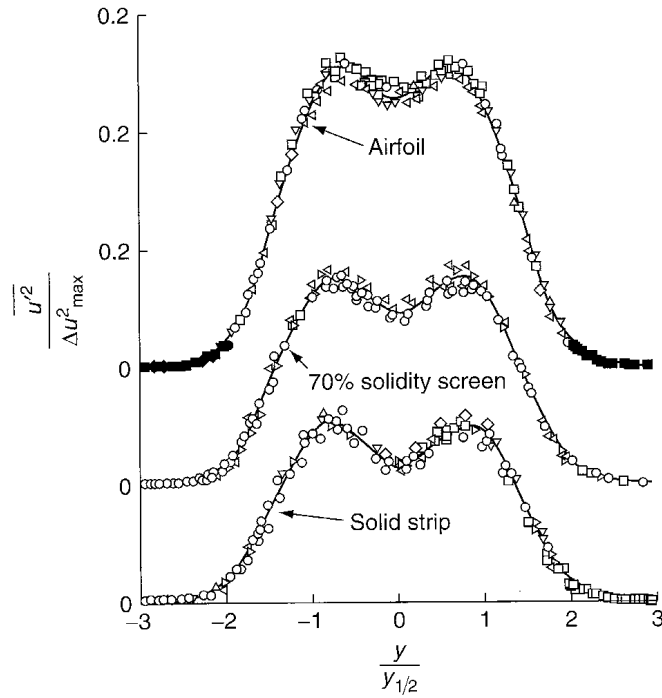
Den karakteristiske hastighetsskalaen i en slippstrøm er på grunnlag av observasjonene ovenfor lik  $(u_1)_{maks}(x)$  og den karakteristiske lengdeskalaen er bredden av slippstrømmen,  $b(x)$ . På samme måte som hastighetsprofilen oppnår Reynolds - spenningene selvlikhet, men da mye senere enn tilfelle er for middelhastighetene. For sylinderstrømning oppnår hastighetsprofilen selvlikhet etter cirka 80 sylinderdiametre [11], mens Reynolds - spenningene trenger hele 200 diametre. Generelt gjelder det at jo mer komplisert den statistiske størrelsen er, jo lenger tar det før man oppnår selvlikhet. Det er også viktig å påpeke at kun hastighetsfordelingen har en såkalt generell selvlikhetskurve, det vil si at kurvens form er uavhengig av hva slags objekt det er som skaper slippstrømmen. For alle andre størrelser finnes det ikke en slik generell selvlikhetskurve [17].

Med det teoretiske grunnlaget på plass for å forstå turbulente slippstrømninger og dets karakteristikk kan man nå gjøre målinger i reelle strømninger og muligens identifisere selvlikhet i disse. Til det er kjekt å ha en del sammenlignbare data for størrelsene man måler.

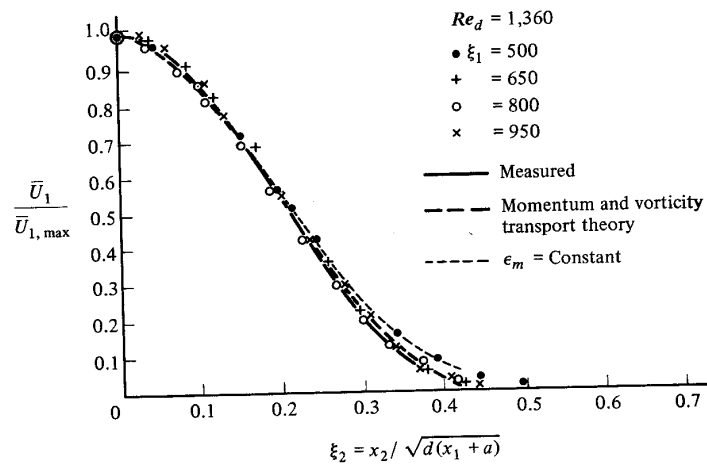
Nedenfor vises selvlikhetsprofiler for hastighet og turbulensintensitet i en slippstrøm. Figur 2.6 og 2.7 gjelder for slippstrømmet fra sylindre, mens figur 2.5 inneholder turbulensintensiteten for forskjellig andre geometrier.



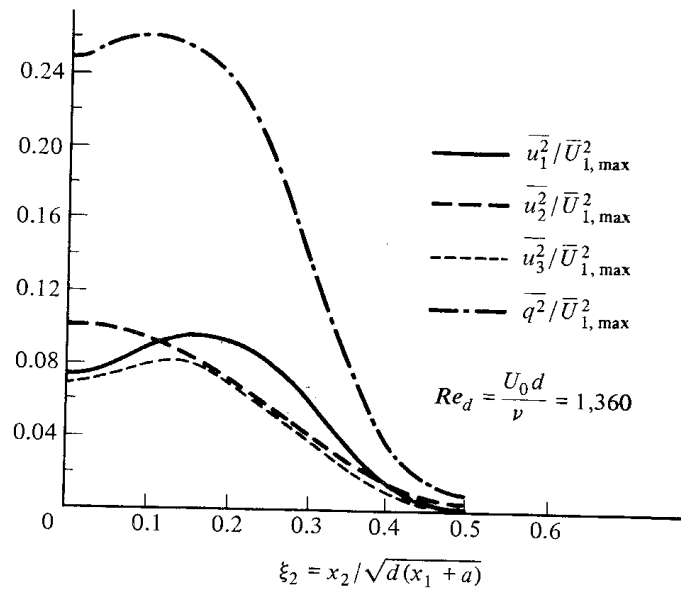
Figur 2.4: Hastighetsmålinger i forskjellige posisjoner i en slippstrøm [17]



Figur 2.5: Turbulensintensitet i forskjellige posisjoner for forskjellige geometrier



Figur 2.6: Hastighetsprofil i slippstrøm etter en sylinder [5]



Figur 2.7: Turbulensintensitet i slippstrøm etter en sylinder [5]

I figur 2.6 og 2.7 er den skalerte vertikalkaksen definert som  $\xi_2 = \frac{y}{\sqrt{d(x+a)}}$ , der  $a$  har det engelske navnet *origin of similarity*. I følge hovedveileder finnes denne størrelsen ved å ekstrapolere den lineære kurven som definerer bredden  $b(x)$  i slippstrømmen til den krysser senterlinjen. Avstanden mellom origo til referansesystemet og krysningspunktet kan da settes lik  $a$ .

White [17] har presentert en nyttig tilnæringsformel som beskriver de selvlike hastighetsfeltet i en slippstrøm. Modellen er basert den målte halvbredde i strømmingen, og skrives som

$$\frac{u_1}{(u_1)_{maks}} \approx \exp\left(\frac{-0.693y^2}{y_{1/2}^2}\right) \quad (2.37)$$

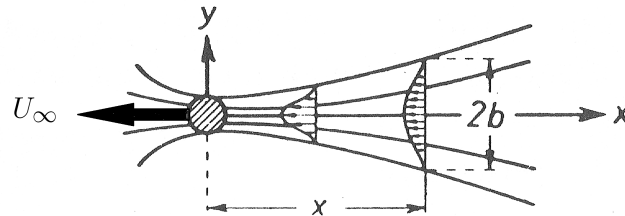
I neste avsnitt presenteres en rekke nyttige matematiske resultater i forbindelse med slippstrømninger.

### 2.4.2 Dimensjonsanalyse av frie turbulente strømninger

Vi skal her ta for oss noen fundamentale estimater for den matematiske beskrivelsen av frie turbulente strømninger. Det er mulig med matematiske teknikker å forenkle Navier - Stokes ligningene gjennom å fjerne ledd som er av neglisjerbar orden i slippstrømninger, stråler og skjærsjikt. I kombinasjon med selvlikhetsprinsippet kan man komme fram til enkle analytiske uttrykk for utbredelsen og hastigheten til disse strømningene. Prinsippet om selvlikhet handler om at hastighetene og Reynolds - spenningene i en fri

turbulent strømning blir invariante nedstrøms når disse uttrykkes med lokale lengde og hastighetsskalaer, som forklart i avsnitt 2.4.1.

Nedenfor presenteres prosedyren for å finne de såkalte similaritetsløsningene til frie turbulente slippstrømninger slik den er gjengitt av Schlichting [4].



Figur 2.8: Nomenklatur for analyse av slippstrøm

En måte å modellere turbulente skjærspenninger på er Prandtls blandingsvei - hypotese [4].

$$\tau_t = \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.38)$$

Her er  $l$  en karakteristisk lengdeskala i strømningen. I frie turbulente strømninger vil  $l$  være proporsjonal med bredden av denne, altså bredden av en turbulent slippstrøm, et skjærjikt, eller en stråle. Schlichting [4] kaller forholdet mellom blandingsveien og bredden av strømningen  $\beta$ .

$$\frac{l}{b} = \beta = \text{konstant}$$

Videre kan det antas at den tidsmessige økningen av bredden  $b$  er proporsjonal med den transversale hastighetsfluktasjonen  $v'$  [4].

$$\frac{Db}{Dt} \sim v' \quad (2.39)$$

Fra Prandtls blandingsvei - hypotese har vi at [4]:

$$v' \sim l \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.40)$$

I kombinasjon med antagelsen om at hastighetsgradienten  $\frac{\partial u}{\partial y}$  er proporsjonal med forholdet mellom den maksimale hastigheten i strømningen og bredden av denne, får vi av (2.39):

$$\frac{Db}{Dt} = (\textit{konstant}) \cdot \frac{l}{b} u_{maks} = (\textit{konstant}) \cdot \beta u_{maks} \quad (2.41)$$

(2.41) skal nå brukes til å finne generelle karakteristikk i slippstrømninger bak butte objekter.

### 2.4.3 Todimensjonale slippstrømmer

Strømninger der omstrømningsobjektet har uniform geometri transversalt på strømningsretningen utvikler såkalte todimensjonale slippstrømmer. Karakteristika for denne typen strømning kan utledes fra resultatene fra avsnitt 2.4.2.

For en todimensjonal slippstrøm har vi at:

$$\frac{Db}{Dt} = U_\infty \frac{db}{dx} \quad (2.42)$$

I tillegg har vi ligning (2.41) som kan erstattes med [4]:

$$\frac{Db}{Dt} = \beta u_1 \quad (2.43)$$

Der  $u_1 = U_\infty - u$ . Settes (2.42) og (2.43) lik hverandre fås følgende sammenheng.

$$\frac{db}{dx} \sim \beta \frac{u_1}{U_\infty} \quad (2.44)$$

Kraften på et stasjonært legeme i en viskøs strømning kan finnes ved hjelp av integralet [4].

$$D = \rho \int_{CS} u(U_\infty - u) dA \quad (2.45)$$

Her antas det at det statiske trykket i slippstrømningen og fristrømmen er like. Ved relativt store avstander nedstrøms kan leddet  $U_\infty - u = u_1$  sies å være mye mindre enn fristrømhastigheten  $U_\infty$ . (2.45) kan derfor approksimeres med:

$$D \approx \rho U_\infty \int_{CS} u_1 dA \quad (2.46)$$

Som kjent kan kraften  $D$  beskrives gjennom en dimensjonsløs koeffisient  $C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} U_\infty^2 \rho A}$ , hvor  $A$  er arealet av projeksjonen fra objektet i strømningsretningen. Fra (2.46) fås sammenheng  $D \sim \rho U_\infty u_1 h b$  ( $b$  og  $h$  er henholdsvis objektets bredde og høyde) som i kombinasjon med ligningen for  $C_D$  gir:

$$\frac{u_1}{U_\infty} \sim \frac{C_D d}{2b} \quad (2.47)$$

Settes (2.44) inn i ligning (2.47) får vi et uttrykk som gir en sammenheng mellom bredden av slippstrømmen,  $b$ , og avstanden fra objektet,  $x$ .

$$b \sim (\beta x C_D d)^{\frac{1}{2}} \quad (2.48)$$

Hvis (2.48) settes inn i (2.47) får vi et lignende uttrykk for hastighetsutviklingen.

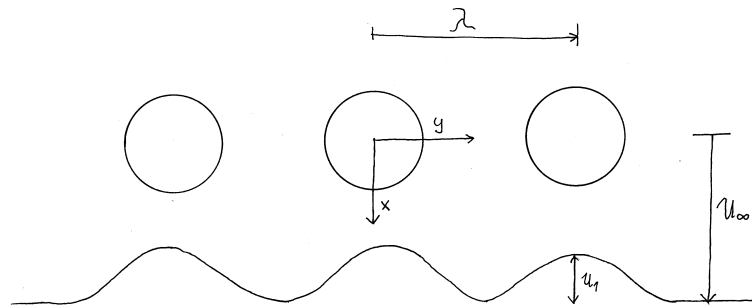
$$\frac{u_1}{U_\infty} \sim \left(\frac{C_D d}{\beta x}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.49)$$

Oppsummert kan man fra (2.48) og (2.49) si at hastigheten i en todimensjonal slippstrøm minker hastigheten med  $\frac{1}{\sqrt{x}}$ , mens bredden av slippstrømmen øker med  $\sqrt{x}$ . Et annet nyttig resultat er ligning (2.45) som kan brukes til beregne kraften på et objekt plassert i strømmingen. Dette kan gjøres ved å måle hastighetsfordelingen  $u(y)$ .

#### 2.4.4 Slippstrømning bak en kaskade av legemer

Da det ikke bare skal gjøres målinger bak enkeltobjekter, men også sammensatte geometrier, er det interessant å undersøke det teoretiske grunnlaget for strømninger bak slike oppstillinger. Slippstrømningen som dannes bak en kaskade gjort opp av et stort antall objekter har likhetsstrekk med slippstrømningen skapt av et enslig legeme, og hastighetsfeltet kan beskrives gjennom enkle analytiske uttrykk.

Figur 2.9 viser nomenklaturen for analysen av strømning bak en kaskade av stolper.



Figur 2.9: Nomenklatur for kaskadestrømning

Ved fullt utviklet strømning vil bredden av slippstrømmen bak hvert objekt være lik lengden  $\lambda$ . Lambda er definert som avstanden mellom hvert legeme i kaskaden og har blitt tildelt navnet *pitch* av Schlichting [4]. På grunnlag av at bredden av hver slippstrøm er lik  $\lambda$  er det rimelig å anta at hastighetsfeltet er en periodisk funksjon av  $y$ . [4] gir følgende analytiske uttrykk for hastighetsfeltet bak en kaskade av et stort antall legemer

$$u_1 = U_\infty A \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{-1} \cos\left(2\pi \frac{y}{\lambda}\right) \quad (2.50)$$

A er her en fri konstant. Ligning (2.50) kan brukes som sammenligningsgrunnlag for hastighetsmålinger tatt bak geometrier lignende den vist i figur 2.9.

## 2.5 Strømning over sylinder

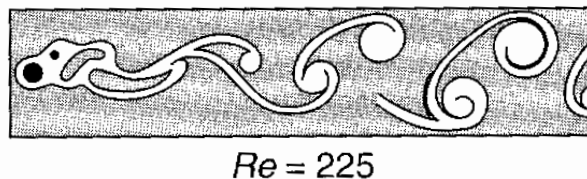
For å forklare de strømningsfenomen som skapes rundt butte objekter er det hensiktsmessig å se på strømmingen rundt en sirkulær sylinder. Vi skal se på hvordan strømmingen utvikler seg som funksjon av Reynolds tall, og forsøke å finne matematiske uttrykk som kan beskrive noe av dynamikken som oppstår.

### 2.5.1 Beskrivelse av sylinderstrømning

For  $Re < 1$  er strømmingen rundt en sylinder tilnærmet symmetrisk, og analytiske løsninger som den funnet av Oseen [13] gjelder. Strømmingen er heftet til overflaten av sylindere og friksjon er den dominerende bidragsyter til motstandskraften <sup>6</sup>. Sett bort fra friksjonen på overflaten som skapes av nullslipp - betingelsen ligner strømmingen på sylinderstrømning kjent fra potensialteori.

På et visst Reynolds - tall over cirka 4 endres strømmingen fundamentalt og Oseens løsning er ikke lenger gyldig [13]. Endringen i strømningsbildet er at det dannes to stående virvler bak sylindere. Disse øker i lengde ettersom Reynolds-tallet øker. Fluidet som ikke fanges opp av de to virvlene strømmer laminært over disse [13].

Neste store endring i strømningsregime over sylindere skjer ved Reynolds - tall rundt 40. Nå begynner slippstrømmen bak sylindere å bli ustabil, og slippstrømmen har periodisk hastighet i tid og avstand nedstrøms. Oscilleringen fører til at det dannes virvler i slippstrømmen som er forskjøvet i retning nedstrøms og sideveis. Annenhver virvel nedstrøms har samme sirkulasjonsfortegn [13]. Figur 2.10 viser typiske strømlinjer til denne typen strømning.



Figur 2.10: Illustrasjon av von Karman - virvelgate bak sylinder ved  $Re = 225$  [17]

<sup>6</sup>Drag



von Karman var den første til å beskrive denne typen strømning vitenskapelig, og fant at slippstrømmen var stabil når forholdet mellom sideveis og nedstrøms avstand mellom virvlene var 0.28. På grunn av dette kalles denne type strømningsfenomen for en *von Karman - virvelgate*.

Ved  $Re > 80$  begynner de to stående virvlene å oscillere og vil tilslutt separeres fra sylindere. Dette setter i gang en prosess der virvler avløses periodisk fra over og undersiden av sylindere. Dette skaper en periodisk trykkdifferanse mellom over- og underside som igjen genererer en periodisk løftekraft som virker normalt på strømningsretningen. Virvelavløsningen er i dette regimet todimensjonal.

Virvlene avløses som tidligere nevnt periodisk i tid. Avløsningsfrekvensen kan kombineres med fristrøms hastigheten og en karakteristisk størrelse på omstrømningsobjektet (for eksempel diameteren for en sylinder) for å skape et dimensjonsløst tall kalt Strouhal - tallet:

$$S = \frac{nd}{U_\infty} \quad (2.51)$$

Her er  $n$  avløsningsfrekvensen,  $d$  karakteristisk størrelse på objektet (eksempelvis diameter) og  $U_\infty$  fristrøms hastigheten.

Slippstrømmen er laminær når Reynolds tall holdes under 200, men går over til å bli turbulent ved høyere Reynolds - tall. Overgangsregionen fra laminær til turbulent strømning beveger seg oppstrøms ettersom Reynolds - tall øker fra 200 til 300, og ved Reynolds - tall lik 400 vil virvlene som avløses være turbulente [14]. Virvelavløsningen går også over til å bli tredimensjonal, noe som vil bli diskutert senere i dette kapitlet.

Selv om slippstrømmen er turbulent for  $Re > 300$  vil grensesjiktene som bygges opp før avløsningspunktet på sylindere være laminære helt opp til Reynolds - tall i størrelsesorden  $3 \cdot 10^5$ . Det vil si laminær avløsning i separasjonspunktene. Dette strømningsregimet kalles det sub - kritiske området [14].

Et interessant fenomen oppstår i det området  $3 \cdot 10^5 < Re < 3.5 \cdot 10^5$ <sup>7</sup>. Grensesjikt-avløsningen på den ene siden av sylindere går nemlig over til å bli turbulent. Dette skaper et midlere løft på sylindere som er forskjellig fra null [14]. Grensesjiktene på over og undersiden av sylindere bytter på å gå fra laminær til turbulent avløsning og omvendt, slik at løftet skifter retning ettersom rollene skiftes.

Fra  $3.5 \cdot 10^5 < Re < 1.5 \cdot 10^6$  separeres begge grensesjiktene turbulent, og overgangsområdet fra laminær til turbulent strømning befinner seg mellom stagnasjonspunktet og separasjonspunktet på sylinderoverflaten [14]. Dette strømningsregimet kalles det superkritiske regimet.

Ved  $Re \approx 1.5 \cdot 10^6$ , hvor strømmingen går over til det øvre transisjonsregimet, blir grensesjiktet på den ene siden av sylindere turbulent. Et av grensesjiktene forblir delvis laminært slik som i det superkritiske området. Dette strømningsbildet fortsetter til Reynolds - tall lik  $4.5 \cdot 10^6$ .

---

<sup>7</sup>Det kritiske regimet [14]

Når Reynolds - tall går over  $4.5 \cdot 10^6$  er begge grensesjiktene fullstendig turbulente, og strømmingen går over til det trans - kritiske området [14].

### 2.5.2 Strouhal -tall som funksjon av Reynolds - tall for sylinderstrømning

Strouhal - tallet for sylinderstrømning er meget stabil for store edringer i Reynolds - tall bortsett fra i områder hvor strømningsbildet endres fundamentalt. Fra virvelavløsningsprosessen starter ved  $Re \approx 80$  øker verdien fra rundt 0.1 til 0.2 når Reynolds - tallet kommer opp i 300. Verdien holdes konstant helt frem til strømmingen når det kritiske regimet hvor grensesjiktene er turbulente i avløsningsøyeblikket. Når dette inntreffer øker Strouhal - tallet plutselig til en verdi rundt 0.45. Grunnen til at virvelavløsningsfrekvensen øker er at separasjonsvinkelen <sup>8</sup> øker når grensesjiktet går over til å bli turbulent. Dette gjør at avstanden mellom de avløste virvlene blir mindre og interaksjonen dem i mellom blir sterkere [14]. En mer detaljert beskrivelse av virvelavløsningsfenomenet vil bli gitt i seksjon 2.5.3.

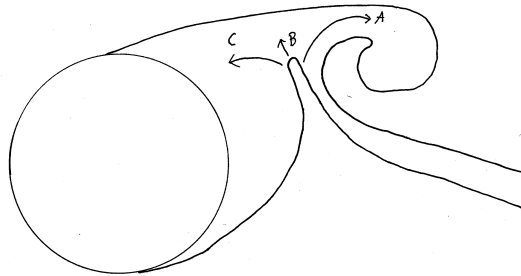
### 2.5.3 Detaljert beskrivelse av virveldannelse bak butte objekter

Vi skal nå se nærmere på hvilke mekanismer som gjør at virvler dannes og avløses bak butte objekter.

Virveldannelsesprosessen skjer som resultat av gjensidige påvirkningen mellom to skjærsjikt som dannes etter separasjon av strømmingen på overflaten av objektet [14]. En virvel skapes på overflaten av det butte objektet, og virvelen fores med sirkulasjonsenergi fra skjærsjiktet. Transporten av sirkulasjon fortsetter helt til virvelen har vokst seg så stor at den trekker skjærsjiktet på motsatt side av slippstrømmen på tvers av denne [1]. Når disse to strømmene møtes har de forskjellig virvelbevegelse (motsatt retning). Dette fører til at tilførselen av sirkulasjon fra virvelens tilhørende skjærsjikt kuttes, og virvelen avløses fra objektets overflate. Figur 2.11 viser strømningsbildet i denne prosessen.

---

<sup>8</sup>Vinkelen mellom stagnasjonspunktet og separasjonspunktet på sylinderoverflaten



Figur 2.11: Virveldannelse bak butt objekt

Virveldanningsprosessen består også av strømninger som dannes gjennom innblanding av fluid fra fristrømmen. Fluid (a) blandes inn i den voksende virvelen, mens fluid (b) beveger seg inn i skjærsjiktet. Fluid (c) beveger seg midlertidig inn mot objektets nedstrømsside. Fluidstrøm (a) er den største av de tre strømmene, og en del av denne strømmingen inneholder fluid med motsatt virvelbevegelse enn virvelen selv [1].

Siden virvlene dannes og avløses på grunn blanding av to fluider med forskjellig rettet virvelbevegelse, vil disse ha mindre virvelstyrke enn det som avløses fra en side på objektet. Bearman [1] presenterer følgende estimat for sirkulasjonsoverføringen ved et separasjonspunkt:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{1}{2}U_b^2 \quad (2.52)$$

Her er  $U_b$  gjennomsnittshastigheten ved separasjonspunktet i grensesjiktet på det butte objektet. Ved å anta at trykket er konstant i skjærsjiktet kan  $U_b$  skrives som [1]:

$$U_b = U_\infty(1 - C_{pb}) \quad (2.53)$$

Man kan nå konstruere et uttrykk for hvor mye sirkulasjon som blir igjen etter at virveldannelsen finner sted [1].

$$\alpha = \frac{2S\Gamma_v}{UD(1 - C_{pb})} \quad (2.54)$$

Her er  $S$  Strouhal - tallet (2.51),  $\Gamma_v$  sirkulasjonsstyrken til de avløste virvlene,  $D$  karakteristisk størrelse på det butte objektet, og  $U$  er strømningshastigheten.

Man har funnet at  $\alpha$  avhenger av den geometriske formen på det butte objektet. Bearman [1] rapporterer at  $\alpha$  varierer mellom  $\alpha = 0.6$  for en flat plate til 0.43 for en sirkulær sylinder <sup>9</sup>.

Som tidligere forklart skapes avløste virvler bak butte objekter på grunn av interaksjonen mellom to skjærsjikt. Det butte objektets rolle i virvelavløsningsprosessen er kun den at den skaper en tilbakekobling mellom slippstrømmen og avløsningsen av sirkulasjon i separasjonspunktene [1].

Et viktig aspekt rundt virvelavløsning bak butte objekter er at selv om strømmingen over objektet er tilnærmet todimensjonal, vil virvlene som avløses sjelden være det [1]. For å kunne kvantifisere graden av "todimensjonalitet" for virvelavløsningsen på et buttt objekt kan man definere en korrelasjonslengde  $L$  [1]:

$$L = \int_0^{\infty} R(e, z) dz \quad (2.55)$$

$R(e, z)$  er her den romlige dobbelkorrelasjonskoeffisienten av størrelsen  $e$  (for eksempel overflatetrykk), og  $z$  er den tverrgående lengden mellom målepunktene. For Reynolds - tall mellom  $10^4$  og  $10^5$  varierer (2.55) mellom 3 og 6 sylinderdiametre [1]. For en flat plate er korrelasjonen sterkere, hvis  $L = 10D$ . Fra disse resultatene konkluderer Bearman [1] med at den koblingen mellom virvelavløsning langs et buttt objekt er relativt svak.

En annen måte å tolke korrelasjonslengdene på er å si at virvelavløsningsen er tilnærmet uniform i avgrensede områder (celler) langs objektet [14]. Korrelasjonslengden blir dermed et mål på den gjennomsnittlige utstrekningen av disse områdene [14]. Rent fysisk fører dette til at resultatantkraften over hele objektet kan være mindre enn kraften generert i et avgrenset område med uniform virvelavløsning [14].

#### 2.5.4 Faktorer som påvirker virvelavløsningsen

Virvelavløsning bak butte objekter påvirkes av en mengde faktorer, både faktorer ved objektet selv og forhold i strømmingen.

Objektets form har for eksempel mye å si for hvor sterke virvlene blir. Når høyde/sideforholdet på et objekt reduseres, vil virvelavløsningsen bli svakere. Ved et tilstrekkelig lavt sideforhold vil virvelavløsningsen være så svak at oscillasjonene som induseres ikke vil være av stor betydning, selv om de aldri helt vil forsvinne [1].

Korrelasjonslengdene avhenger på sin side av Reynolds - tall, turbulensintensitet og om objektet oscillerer på tvers av strømmingen [14]. Med økt Reynolds - tall blir korrelasjonslengde for en sylinder kortere, og selv om virvelavløsningsen i teorien skal være todimensjonal for  $Re < 200$  rapporterer Sumer [14] en korrelasjonslengde på 15 - 20 diametre for  $Re < 150$ . Grunnen til dette er uunngåelig forurensing av strømningsforholdene ved måling av korrelasjonskoeffisienten. Dette betyr i praksis at all virvelavløsning tredimensjonal. Hvis sylindren oscillerer <sup>10</sup> vil korrelasjonslengden øke. Jo større amplitude desto sterkere er korrelasjonen mellom virvelavløsningsene langs en sylinder [14].

<sup>9</sup>Bearman [1] viser også til resultater hvor  $\alpha$  har blitt målt til  $\alpha = 0.26$

<sup>10</sup>Tvungen bevegelse

Turbulens i innstrømningen til sylindren gjør at korrelasjonslengden for en sylinder blir kortere. Dette gjelder også hvis sylindren oscillerer.

Hvis det butte objektets geometri varierer på tvers av strømmingen kan dette ha innvirkning på virvelavløsningen. Avløsningsfrekvensen vil variere ettersom de lokale strømningsforholdene endrer seg, og den tverrgående korrelasjonslengden (2.55) vil reduseres [1].

Som tidligere nevnt oppstår virvler på butte objekter på grunn av separasjon av strømmingen på objektets overflate. Hvis separasjonspunktene ikke er symmetrisk anlagt vil dette kunne undertrykke virvelavløsningen og dermed hindre en periodisk løftekraft i å oppstå [1]. Transisjon fra laminær til turbulent strømning langs objektets overflate kan også undertrykke virvelavløsning. I området  $8.5 \cdot 10^5 < Re < 3.5 \cdot 10^6$  skjer overgangen fra laminær til turbulent strømning på en sirkulær sylinder i en såkalt separasjonsboble. Boblen har den egenskap at den bryter sammen i tilfeldige posisjoner langs objektets overflate, som dermed skaper separasjonspunkter som ikke er på linje med hverandre [1].

### 2.5.5 Virvelavløsning rundt et oscillerende butt legeme

Når et butt objekt vibrerer i en stasjonær strømning vil dette i stor grad påvirke virvelavløsningen. Man skiller mellom fri og tvungen bevegelse, ettersom objektets bevegelse styres av dynamiske krefter i strømmingen eller blir påført utenfra. Det er bare når objektet kan sies å vibrere fritt at man kan finne generelle mønstre i utviklingen av virvelstrømmingen. I forbindelse med undersøkelsen av virvelavløsningsfrekvensen på varmeveksler - rør er det interessant å vite om hva som skjer når virvelavløsningsfrekvensen eventuelt sammenfaller med egenfrekvensen til disse. Varmeveksler - rørene vil kunne sees på som et fritt oscillerende objekt selv om endepunktene er faste, fordi vibrasjonene har sitt fulle opphav i strømmingen og ikke i ytre faktorer.

I en situasjon hvor virvelavløsningsfrekvensen nærmer seg svingefrekvensen til strømningslegemet endrer strømningsbildet seg dramatisk. Legemets bevegelse synkroniserer tidspunktet for virvelavløsningen langs objektet, og korrelasjonslengden (2.55) øker dramatisk [1]. Svingeamplituden til objektet trenger ikke være spesielt stor for å sette i gang denne synkroniseringen, hvis kritiske verdi for en sylinder er 5 % av diameteren. Den kritiske amplituden varierer dog med formen på objektet, og for legemer med skarp separasjon vil denne ligge mye lavere [1].

En annen viktig endring i strømningsbilde er at virvelavløsningsfrekvensen låses til svingefrekvensen til objektet, selv om fristrøms hastigheten endres. Lengden av hastighetsintervallet hvor dette vedvarer blir større jo kraftigere svingeamplituden er [1]. Dette impliserer en endring i Strouhal - tallet siden avløsningsfrekvensen holdes konstant. Bearman [1] kaller dette hastighetsområdet *lock-in*, og karakteriseres gjennom en dimensjonsløs hastighet (2.56):

$$\frac{U}{ND} \tag{2.56}$$

Her er N svingefrekvensen til legemet, D en karakteristisk lengde og U fristrøms hastigheten. Ved *lock-in* vil dette tallet være den inverse av Strouhal - tallet [1].

På grunnlag av det som har blitt fremvist ovenfor vil man etter alt å dømme kunne observere *lock-in* eksperimentelt gjennom å måle virvelavløsningsfrekvensen ved forskjellige hastigheter. Dette vil kunne gi svar på om det er hastighetsområder som bør unngås for å forhindre at avløsningsfrekvensen låser seg til varmeveksel - rørenes egenfrekvens.

## 2.6 Krefter på sylindre plassert i stasjonær strømning

### 2.6.1 Motstand og løft

I denne sammenheng er den mest interessante delen av kreftene som utøves på en sylinder i stasjonær strømning den oscillerende løftekraften. Fordi en sylinder er symmetrisk vil det ikke kunne genereres en midlere løftekraft forskjellig fra null, men virvelavløsningen skaper en periodisk trykkforskjell på sylinderens overflate, og skaper dermed en *oscillerende* løftekraft. Vi skal for ordens skyld gjennomgå beskrivelsen av både motstandskrefter og løftkrefter for en sylinder i stasjonær strømning.

#### Motstandskraften

Motstandskraften på en sylinder i stasjonære strømninger skapes av viskøse friksjonskrefter og trykkforskjellen mellom oppstrøms og nedstrøms - siden av sylindere. Matematisk defineres disse to kreftene som integralet av den midlere størrelsen tatt rundt omkretsen av sylindere.

For trykkreftene blir dette [14]:

$$\bar{F}_p = \int_0^{2\pi} \bar{p} \cos(\Phi) r_0 d\Phi \quad (2.57)$$

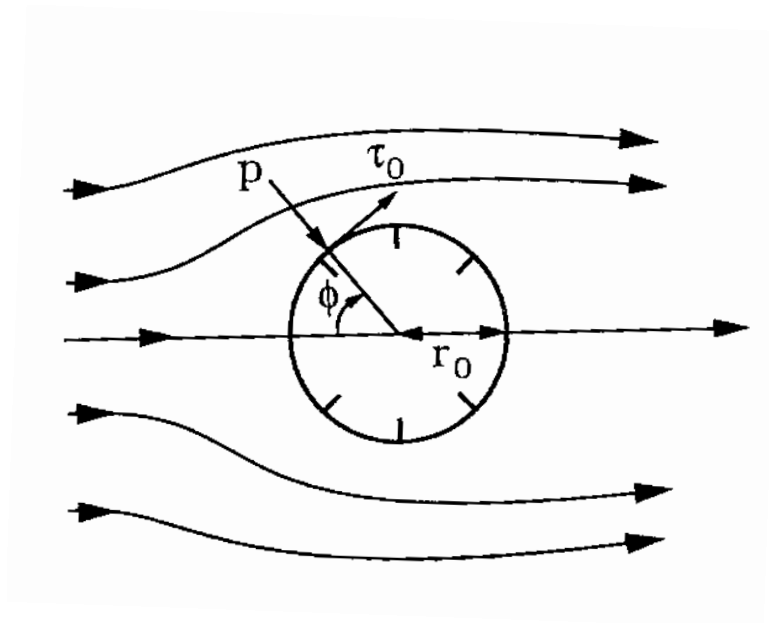
De viskøse kreftene skapes av null - slipp - betingelsen og fluidets molekylære og turbulente overføring av bevegelsesmengde. Integreres den midlere resulterende friksjonskraften over sylinderens overflate får vi bidraget til den totale motstandskraften:

$$\bar{F}_f = \int_0^{2\pi} \bar{\tau}_0 \sin(\Phi) r_0 d\Phi \quad (2.58)$$

Summeres ligning (2.57) og (2.58) fås den totale motstandskraften som virker på sylindere i stasjonær strømning [14].

$$\bar{F}_D = \bar{F}_p + \bar{F}_f \quad (2.59)$$

Figur 2.12 viser definisjoner for integralene (2.57) og (2.58).



Figur 2.12: Definisjon av krefter på sylindrer [14]

På samme måte som løftkraften vil motstandskraften oscillere på grunn av virvelavløsningene. Amplituden til oscillasjonene er relativt små i forhold til løftkraftoscillasjonene, og oscillasjonsfrekvensen er dobbelt så stor som virvelavløsningsfrekvensen [14].

### Oscillerende løftkraft

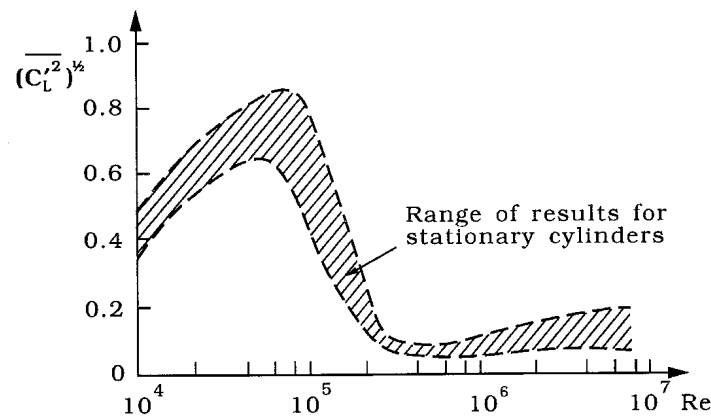
Den oscillerende løftkraften har samme frekvens som virvelavløsningen, og har sitt opphav i virveldannelsen ved separasjonspunktene på sylindrer. Rent fysisk resulterer en positiv løftkraft i forbindelse med dannelsen av en virvel på undersiden av sylindrer og vice versa [14].

Løftkreftene er matematisk beskrevet gjennom såkalte oscillerende løftkoeffisienter. Disse er definert som:

$$F'_L = \frac{1}{2} \rho C'_L D U^2 \quad (2.60)$$

Koeffisientene i ligning (2.60) varierer sterkt med Reynolds - tall, og amplituden til løftkraften kan variere fra periode til periode selv om strømmingen er stasjonær.

Beskrives variasjonen i koeffisientene gitt av ligning (2.60) gjennom deres r.m.s - verdi, sees det tydelig at løftkraftamplituden øker jevnt til et Reynolds - tall rundt  $10^5$ . Deretter faller amplituden kraftig for så å stabilisere seg på en relativ lav verdi. Figur 2.13 viser utviklingen av  $(\overline{C'^2_L})^{\frac{1}{2}}$  som funksjon av Reynolds - tall [14].



Figur 2.13: Løftkraft som funksjon av Reynolds - tall [14]

Grunnen til den dramatiske endringen i løftkoeffisienten ved Reynolds - tall rundt  $10^5$  at grensesjiktene på overflaten av sylindren går over til å bli turbulente. Dette finner sted i såkalte kritiske strømningsregimet [14]. De turbulente grensesjiktene gjør at separasjonspunktene forskyves nedstrøms, og interaksjonen mellom virvlene blir derfor svakere [14]. Det er samme fenomen som gjør at Strouhal - tallet øker fra rundt 0.20 til 0.45 i dette strømningsregimet.

## 2.7 Egenfrekvensanalyse i COMSOL

Varmeveksler - rørene som skal undersøkes i denne oppgaven er installert i en varmeveksler som under ønskede driftsforhold skaper et uakseptabelt høyt vibrasjons - og støynivå. Målinger har i følge maskinens konstruktør Professor Erling Næss ved Institutt for energi- og prosesseteknikk vist at svingefrekvensen til varmeveksleren ligger rundt 300 Hz, en frekvens som ikke sammenfaller med varmevekslerens egenfrekvens. Dette er grunnen til at man mistenker at VIV er årsaken til vibrasjonene, og at virvelavløsningsfrekvensen sammenfaller med egenfrekvensen til rørene.

For å bekrefte eller avkrefte hypotesen om at virvelavløsningsfrekvensene sammenfaller med en eller flere av egenfrekvensene til varmeveksler - rørene, må egenfrekvensene til hvert av rørene fastsettes. Til dette ble kandidaten anbefalt å benytte programpakken COMSOL, et program som beregner egenfrekvenser numerisk ved hjelp av FEM<sup>11</sup> - metoden. Opplæring i bruk av COMSOL ble gitt av stipendiat Kolbeinn Kristjanson ved EPT, NTNU.

### 2.7.1 Modell for bestemmelse av egenfrekvenser og svingemoduser

Egenfrekvensanalysen baseres på å løse den velkjente bevegelsesligningen for et oscillerende masse - fjærssystem.

<sup>11</sup>Finite Element Method



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (2.61)$$

Her er  $m$  massen til systemet,  $c$  dempekonstanten,  $k$  fjærkonstanten og  $F$  en ytre kraftpåvirkning. COMSOL kan løse systemer med eller uten demping og kraftpåvirkning. For analysen som skal gjennomføres her antas frie oscillasjoner ( $F(t)$  er lik null) samt ingen demping ( $c$  er lik null). Dette gjøres på grunnlag av retningslinjer gitt av [8]. Med disse antagelsene beregner COMSOL egenfrekvensene ved forskjellige svingemoduser. En svingemodus er enkelt forklart formen og retningen på svingebevegelsen, og vi er i denne sammenheng mest interessert i svingninger som beveger seg parallelt med den virvelinduserte kraften.

En detaljert beskrivelse av egenfrekvensanalysen vil bli gitt i kapittel 3.

## 2.8 Eksperimentell teori og måleteknikk

### 2.8.1 Hetetrådsanemometer anemometer

For å kunne måle hastighetene i turbulente strømninger brukes som oftest en målemetode kalt hetetrådsanemometri [3]. Prinsippet for denne målemetoden er å koble varmeovergangen fra et fast materiale med hastigheten til strømmingen. Varmen i materialet skapes av elektrisk strøm, mens konduksjon - og konveksjonsmekanismer i fluidet sørger for transport av varme fra det oppvarmede elementet. Av den grunn kalles denne metoden en termoelektrisk måleteknikk [3].

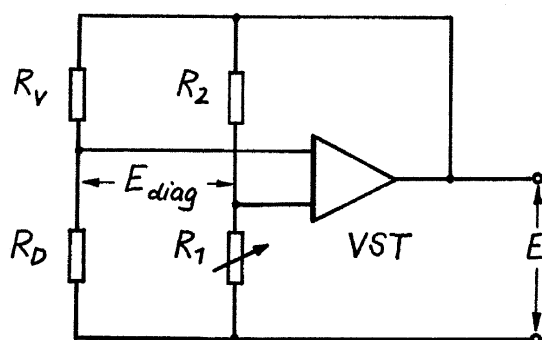
Hetetrådsanemometri baseres på prinsippet om tvungen varmekonveksjon, som matematisk beskrives gjennom Nusselt - tallet [3]:

$$Nu = \frac{\dot{Q}}{\pi l_D \lambda (T_D - T)} \quad (2.62)$$

Her er  $\dot{Q}$  varmeovergangen,  $l_D$  lengden av metalltråden montert på sonden,  $\lambda$  varmeovergangstallet til fluidet,  $T_D$  temperaturen til metalltråden og  $T$  temperaturen til fluidet. Nusselt - tallet avhenger mange faktorer, men for vårt formål kan man anta at Nusselt - tallet bare avhenger av Reynolds - tallet, og dermed hastigheten til strømmingen [3].

$$Nu \approx f(Re) \quad (2.63)$$

Når strømningshastigheten endrer seg vil varmeovergangen fra metalltråden også bli endret, noe som igjen endrer den elektriske motstanden til tråden. Endringen i den elektriske motstanden fører til spenningsfall eller spenningsøkning over sonden. Hastighetsendringen gir dermed opphav til et elektrisk signal som kan brukes til å kvantifisere den momentane hastigheten i strømmingen.



Figur 2.14: Prinsippkisse over et hetetrådsanemometer

Den tekniske oppbygningen av et *constant temperature* hetetrådsanemometri - system som skal brukes i eksperimentene (se figur 2.14) består av en sonde påmontert en eller flere metalltråder med tykkelse rundt  $5 \mu\text{m}$ . Sonden er koblet til en målebro med en innebygget forsterker som regulerer spenningen slik at temperaturen i metalltråden holdes konstant. Målebroen balanseres i statisk tilstand (hastigheten i strømmingen lik null) på en slik måte at metalltråden oppnår en noe høyere temperatur enn omgivelsene. Jo høyere trådtemperatur, desto mer ømfintlig blir sonden for hastighetsfluktasjoner. Vanligvis ligger det såkalte overhettingsforholdet ( $\dot{U} = \frac{R_D}{R_{\text{omgivelsestemperatur}}}$ ) fra 1.3 til 1.9 for målinger i luft. Etter at broen er balansert med det ønskede overhettingsforholdet er målesystemet klar til bruk. Som tidligere nevnt vil det omstrømmende fluidet senke temperaturen til metalltråden, og dermed også forandre trådmotstanden  $R_D$ . Endringen i bro - diagonalspenningen  $E_{\text{diag}}$  sørger for at forsterkeren "VST" generer en spenning  $E$  for å balansere broen tilbake til referansetilstanden. Denne prosessen skjer så raskt at man kan måle fluktasjoner med frekvenser opp mot  $10^5$  Hz.

Fordi broen kontinuerlig balanseres er anemometerspenningen  $E$  proporsjonal med spenningen over målesonden [3]:

$$E \sim E_D \quad (2.64)$$

Dette signalet kan brukes til å finne en funksjonssammenheng mellom anemometerspenningen og hastigheten i strømmingen. Dette gjøres gjennom å kalibrere systemet i en strømming med kjent hastighet. For de fleste hetetrådsanemometre beskrives sammenhengen mellom anemometerspenningen  $E$  og strømningshastigheten  $c$  gjennom et fjerdegradspolynom av  $E$ .

I forsøkene som skal gjennomføres i denne hovedoppgaven skal en sonde med kun én tråd benyttes. Sonden skal plasseres slik at metalltråden står vinkelrett på den midlere strømningsretningen. Med denne konfigurasjonen er sammenhengen mellom brospenningen  $E$  og hastigheten gitt av ligning (2.65) og (2.66) [3]:

$$\bar{E} \approx K\bar{u} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\overline{w'^2}}{\bar{u}^2} \right) > K\bar{u} \quad (2.65)$$

$$E' \approx K \left[ u' + \frac{1}{2} \left( \frac{w'^2}{\bar{u}} - \frac{\overline{w'^2}}{\bar{u}} \right) \right] \approx Ku' \quad (2.66)$$

K er her en konstant, mens  $\bar{E}$  og  $E'$  er henholdsvis midlere og flukterende del av brospenningen. Ulikheten i ligning (2.65) kan i praksis fjernes, da middelveiden i neglisjerbar grad påvirkes av turbulensfluktasjonene [3]. Dette betyr at man i praksis bare måler hastighetene i midlere strømningsretning ved bruk av enkelt - tråd - sonde.

### 2.8.2 Datainnsamling med hetetrådsanemometer

Datainnsamlingen under måleprosessen, det vil si hastighetsmåling med hetetrådsanemometeret, påvirkes av to hovedaspekter. Det ene er responsen til måleutstyret som registrerer og logger informasjonen fra sensorene. Det andre er egenskapene til strømmingen som måles.

Turbulente strømninger inneholder som kjent små strukturer som har svært kort levetid, men selv de mest avanserte CTA - systemer <sup>12</sup> har ingen mulighet til å registrere de minste av disse bevegelsene. Frekvensresponsen bestemmer derfor hvor små strukturer man kan registrere med en CTA - modul. For eksperimentene som beskrives i denne rapporten er det de større strukturene i strømmingen som er av størst interesse, slik at frekvensresponsen i denne sammenheng blir av mindre betydning. Dette er fordi store turbulente strukturer (virvler) opererer på en større tidsskala og kan derfor registreres med en lavere målefrekvens.

Strømmingen i seg selv kan være med på å bestemme lengden og frekvensen av hver måleserie, avhengig av hva slags informasjon vi ønsker å hente ut. Ønsker vi å beregne resultater basert på tidsgjennomsnitt, slik som turbulensintensitet og gjennomsnittshastighet, må tiden mellom hver enkel hastighetsmåling være så stor at hastighetene er ukorrelerte [6]. For å sikre seg dette forslår [6] følgende formel for stikkprøveraten, SR:

$$SR \leq \frac{1}{2\tau} \quad (2.67)$$

Her er  $\tau$  den karakteristiske tidsskalaen til strømmingen.

Når det gjelder antall prøver som skal gjøres per måleserie er det viktigste aspektet ifølge forfatteren at man oppnår statistisk stabile verdier. Dette vil si at måleserien må være så lang at man ikke ender opp med store forskjeller i resultat mellom to uavhengige forsøk. Dette gjelder bare for resultater som involverer tidsgjennomsnitt.

Den viktigste analysen som skal gjennomføres i denne masteroppgaven er spektral-analysen. For slike analyser er det viktig å ha så stor måleoppløsning at man kan kartlegge de viktigste bevegelsene i strømmingen. Stikkprøveraten må derfor baseres på den maksimale frekvensen man ønsker undersøke, eller rett og slett den maksimale frekvensen CTA

<sup>12</sup>Constant Temperature Anemometer

- modulen kan operere med. Et annet moment som det må tas hensyn til er Nyquists målekriterium som sier at for å kunne gjenskape et analogt signal ved hjelp av digitale instrumenter, må stikkprøveraten være dobbelt så stor som frekvensen til signalet. [6] foreslår at stikkprøveraten settes til:

$$SR = 2f_{cut-off} \quad (2.68)$$

Hvor mange prøver som skal registreres for spektralanalysen avhenger igjen av strømmingens karakteristiske tidsskala,  $\tau$ . Måletiden må være lengre enn  $\tau$  skal man kunne kartlegge den totale strukturen til strømmingen.

### 2.8.3 Måling av virvelavløsningsfrekvens

Hovedmålet med eksperimentene som skal gjennomføres i denne oppgaven er å bestemme virvelavløsningsfrekvensen på forsøksobjektene, det vil si de to varmeveksler - rørene. Ingen spesifikk prosedyre for dette ble funnet i faglitteraturen, så en egen teknikk for dette måtte utvikles.

Som tidligere nevnt avløses virvlene fra objekter periodisk fra hver side av objektet, og danner med dette en virvelgate. Fordi de avløste virvlene er å betrakte som koherente strukturer i den ellers turbulente slippstrømmen, vil virvlene etter en viss distanse nedstrøms dø ut. Som en konsekvens av dette må det være logisk å plassere målesonden i umiddelbar nærhet av objektet for at virvlene skal kunne detekteres.

Gitt at målesonden blir plassert slik at målesignalet preges av en sterk periodisk komponent som med overveiende sannsynlighet skapes av de avløste virvlene, siden slippstrømmen er turbulent. Da er hovedproblemet å måle perioden til dette signalet, og fra dette bestemme virvelavløsningsfrekvensen. Den mest innlysende metoden er som tidligere nevnt å logge signalet digitalt for så å foreta en spektralanalyse. I energispektrumet vil den periodiske komponenten i signalet gi et tydelig maksimum, og avløsningsfrekvensen til virvlene kan dermed bestemmes.

En alternativ metode for å bestemme frekvensen til det periodiske signalet ble imidlertid foreslått av hovedveileder Professor Lars Sætran. Denne metoden går ut på å benytte et oscilloskop som kan lagre signalet direkte på en skjerm, slik perioden i signalet kan måles direkte. En annen fordel med denne metoden er at posisjonen til målesonden kan optimaliseres med hensyn på å isolere den periodiske hastighetskomponenten i slippstrømmingen, uten å måtte foreta arbeidskrevende spektralanalyser for hver posisjon i etterkant.

Med tanke på hvilket måleinstrument som skal benyttes er det naturlig å velge hete-trådsanemometer, da dette instrumentet har god frekvensrespons og kan, som tidligere nevnt, måle hastighetsfluktasjoner svært nøyaktig.

Metodene som er presentert ovenfor må selvsagt verifiseres. Dette kan gjøres ved bruke disse til å måle virvelavløsningsfrekvenser bak en sirkulær sylinder, for deretter å sammenligne resultatene med for eksempel de presentert av Sumer [14]. Om resultatene stemmer godt overens kan man være sikker på at metoden er anvendelig.

### 2.8.4 Hastighetsmåling med pitot - rør

I strømningsmekanikk og i eksperimenter måles gjennomsnittshastigheter som oftest med et såkalt pitotrør. Dette instrumentet gir differansen mellom stagnasjonstrykket og det statiske trykket i strømmingen. Ved hjelp av Bernoullis ligning (2.69) kan hastigheten i strømmingen bestemmes.

$$p_0 = p_s + \frac{1}{2}\rho c^2 \quad (2.69)$$

(2.69) er eksakt bare for inkompressible strømninger som er rotasjonsfrie og stasjonære [17]. Siden strømmingene som skal studeres her er utelukkende turbulente må (2.69) modifieres.

Turbulente bevegelser kan påvirke pitot - rørets målinger på to måter [3]:

- De turbulente virvlene er mye større enn pitot - rørets diameter. Da vil strømmingen krysse pitot - røret med en skrå vinkel og dermed gi opphavs til en underestimert av det statiske trykket.
- De turbulente virvlene er mye mindre enn pitot - rørets diameter. Strømmingen vil derfor være ukorrelert over lengden av pitot - røret, og det målte statiske trykket bli for høyt på grunn av at stagnasjonstrykket til de transversale turbulente hastighetsfluktasjonene vil bli tatt med i målingene av stagnasjonstrykket.

For å kompensere for disse effektene brukes følgende relasjoner [3]:

$$\overline{p_0} = \overline{p_s} + \frac{1}{2}\rho \left( \overline{c^2} + \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) \quad (2.70)$$

Her er  $\overline{p_0}$  og  $\overline{p_s}$  henholdsvis det midlere stagnasjonstrykket og midlere statiske trykket i strømmingen. Ved å anta at vi har tilnærmet isotropisk turbulens i strømmingen kan (2.70) omskrives slik at forholdet mellom den målte hastigheten og den reelle hastighetene i strømmingen kan beskrives gjennom en konstant,  $C_{Pitot}$  [3]:

$$C_{Pitot} = \frac{\overline{u}_{Pitot}}{\overline{u}} \approx \sqrt{1 + 3 \frac{\overline{u'^2}}{\overline{u^2}}} \approx 1 + \frac{3}{2}Tu^2 \quad (2.71)$$

Målefeilen for pitot - røret kan dermed bestemmes ut i fra turbulensgraden (2.13) i strømmingen <sup>13</sup>.

### 2.8.5 Usikkerhetsanalyse

For å kunne verifisere resultatene fra eksperimentene man utfører, er det nødvendig å utføre en usikkerhetsanalyse på måledata og datakonverteringer. Usikkerhetsmomenter i

<sup>13</sup>For isentropisk turbulens er  $Tu \approx \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{u_0}$  [3]

et eksperiment manifesterer seg i ulike målefeil i oppsettet av måleinstrumenter, systematiske feil i måleutstyr, samt ytre tidsavhengige forstyrrelser. Dette gjør at den målte verdien av en fysisk størrelse er annerledes enn dens faktiske verdi.

Matematisk kan man dele feilkilder inn i to hovedtyper [12]:

- Avvik som skyldes systematiske feil (B)
- Avvik som skyldes tidsavhengige feil (P)

Fra disse to størrelsene (P og B) kan man finne en total usikkerhet (U) for en målt verdi.

### Usikkerhet som følge av tidsavhengige feil

Tidsavhengig usikkerhet kan sees på som spredningen av måleresultater forårsaket av tilfeldige feil og ustabilitet i eksperimentoppsettet. For matematisk å beskrive størrelsen på tidsavhengige usikkerhet brukes det statistiske begrepet standardavvik. Coleman [12] gir følgende uttrykk for estimering av den tidsavhengige feilen i en målt størrelse:

$$P = \left( \left[ \frac{1}{(N-1)} \sum_i^N (X_i - \bar{X})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.72)$$

Den stokastiske variabelen X er her en målt størrelse, og N er antall stikkprøver i måleserien.

### Usikkerhet som følge av systematiske feil

Til forskjell fra tidsavhengige målefeil som oppstår tilfeldig, er systematiske feil alltid tilstedet i måleprosessen. De kan for eksempel være innebygd i måleinstrumenter slik at uansett hvor lite standardavviket blir for dataene vi samler inn, vil det være avvik fra den reelle verdien. Produsenter av måleinstrumenter oppgir ofte den systematiske usikkerheten på disse. Der hvor måleusikkerheten er ukjent må denne bestemmes enten ved kvalifisert gjetning eller gjennom kalibrering [12]. Hvis man kalibrerer instrumentet mot en antatt riktig størrelse vil den systematiske feilen kunne beskrives som standardavviket til kalibreringsdataene [12].

Hvis man gjetter størrelsen på en systematisk feil må man anta at denne kommer fra en gitt sannsynlighetsfordeling. Standardavviket til denne sannsynlighetsfordelingen vil da være et uttrykk for den systematiske usikkerheten B. Hvilken sannsynlighetsfordeling man benytter er opp til eksperimentatoren.

### Den totale usikkerheten for en målt størrelse

Når estimerer for både den tidsavhengige og den systematiske usikkerheten er funnet, kan man finne den totale usikkerheten knyttet til målingen [12]. Dette er et utsagn om i

hvilket intervall den målte verdien ligger med en viss sikkerhet. Den total usikkerheten er med  $100(1-\alpha)$  % sikkerhet gitt av følgende formel [12]:

$$U_{\frac{\alpha}{2}} = t_{\frac{\alpha}{2}} \left[ P^2 + \sum_{k=1}^M B_k^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.73)$$

Her er M antall systematiske feilkilder. t - verdien i (2.73) finnes fra t - fordelingen under antagelsen om høy frihetsgrad. Coleman [12] hevder at t - verdien kan settes til 2 for et 95 % konfidensintervall i de fleste eksperimenter. Denne retningslinjen vil bli fulgt for alle målinger i denne rapporten.

### Usikkerhet i konverterte data - Taylor Series Method

Usikkerhet i de målte variablene har selvfølgelig innvirkning på resultatene vi får ut av matematiske uttrykk som skal beskrive ulike fysiske størrelser. For å kvantifisere usikkerheten i disse resultatene skal det her hovedsaklig brukes en metode kalt "Taylor Series Method" (TSM) [12]. I tilfeller hvor datamengdene er særskilt store vil "Monte Carlo Method" (se 2.8.5) bli brukt.

Hvis vi antar at ingen av feilene i eksperimentet er korrelerte er usikkerheten i et kalkulert resultat i følge TSM gitt av formelen [12]:

$$\hat{U}_{\frac{\alpha}{2}} = \left[ \sum_{i=1}^J \left( \frac{\partial r}{\partial X_i} \right)^2 U_{\frac{\alpha}{2}, X_i}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.74)$$

Vi kan dermed si at den faktiske verdien av et kalkulert resultat ligger i intervallet

$$r \pm \hat{U}_{\frac{\alpha}{2}}$$

med  $100(1-\alpha)$  % sikkerhet.

### Usikkerhet i konverterte data - Monte Carlo Method

TSM er en enkel og lett implementerbar metode for å beregne usikkerheten tilknyttet et kalkulert resultat i tilfeller hvor de matematiske reduksjonsligningene er enkle å derivere og hvor antall variabler er lavt. I mange tilfeller er imidlertid uttrykkene som brukes i kalkuleringen svært komplekse og antall variabler involvert høyt. Dette gjør at de deriverte uttrykkene i (2.74) må bregnes numerisk, noe som krever mye datakraft.

For å komme unna dette problemet kan en benytte en mer effektiv iterativ metode kalt "Monte Carlo Method" (MCM). Denne algoritmen beregner usikkerheten i et kalkulert resultat ved å generere en resultatpopulasjon basert på variansen i de stokastiske variable som benyttes i reduksjonsligningen. Hver iterasjon introduserer nye feilverdier i hver av de stokastiske variablene. Feilverdiene (som genereres automatisk på en datamaskin) har en gitt sannsynlighetsfordeling der standardavviket i disse er lik estimatet for de systematiske og tidsavhengige feilene i hver variabel (se seksjon 2.8.5). Sløyfen som beregner resultatene kjøres inntil standardavviket til resultatpopulasjonen konvergerer. Coleman

[12] anslår at en endring i standardavviket på mindre enn 5 % per iterasjon tilsier at man har funnet fram til et godt estimat på standardavviket til resultatpopulasjonen. Det konvergente estimatet for standardavviket til resultatpopulasjonen kan deretter brukes til å konstruere et konfidensintervall for usikkerheten til det kalkulerede resultatet. For et kalkulert resultat der de stokastiske variablene antas å komme fra en normalfordelt populasjon vil usikkerheten i resultatet med 95 % sikkerhet være [12]

$$U_r = 2s_r \quad (2.75)$$

### Dekningsintervall for “Monte Carlo Method”

I tilfeller hvor usikkerheten knyttet til stokastiske variablene er relativt høye og/eller de analytiske uttrykkene i MCM - simuleringen er sterkt ulineære, vil resultatpopulasjonen være skjevt fordelt (*skewed*) og dermed usymmetrisk [12]. Dette betyr at resultatverdien regnet ut med de nominelle variablene (gjennomsnittsverdiene) ikke vil sammenfalle med den mest sannsynlige verdien for resultatpopulasjonen. Ligning (2.75) vil dermed ikke lenger gjelde, da denne baseres på at sentralgrenseteoremet kan benyttes.

For å kunne lage et riktig konfidensintervall basert på MCM - metoden kan følgende prosedyre benyttes [12]:

1. Sorter resultatene fra MCM - simuleringen fra laveste til høyeste verdi
2. Finn øvre og nedre grense for konfidensintervallet ved hjelp av ligning (2.76) og (2.77)
3. Regne ut usikkerhetsgrensene:  $U_r^- = r(X_1, X_2, \dots, X_J) - r_{nedre}$ ,  $U_r^+ = r_{ovre} - r(X_1, X_2, \dots, X_J)$
4. Konfidensintervallet blir så:  $r - U_r^- \leq r_{sann} \leq r + U_r^+$

$$r_{nedre} = resultatnummer \left[ \frac{1}{2}(1 - p) \right] M \quad (2.76)$$

$$r_{ovre} = resultatnummer \left[ \frac{1}{2}(1 + p) \right] M \quad (2.77)$$

p - verdien i ligning (2.76) og (2.77) er 0.95 for et 95 % konfidensintervall, mens M er antall iterasjoner i MCM - simuleringen.

### 2.8.6 Usikkerhetsanalyse for hetetrådsanemometer

Usikkerhetsanalysen av hastighetene målt med hetetrådsanemometer krever spesiell behandling. Jørgensen [6] presenterer en prosedyre for å regne ut usikkerheten for hver enkel stikkprøve. Prosedyren tar med de viktigste feilkildene i kalibreringen og måleprosessen.

Kort sammenfattet beregner usikkerhetsanalysen de usikkerheter som innføres av følgende prosesser [6]:



- Kalibrering
- Linearisering
- Oppløsning på digital - konverter
- Posisjonering av sonde
- Temperaturvariasjoner
- Endringer i omgivelsestrykk

Tabell 2.1 viser formler og symboler for usikkerhetsanalysen gitt av [6].

<i>Usikkerhetskilde</i>	<i>Variabler</i>	<i>Varians</i>	<i>Dekningsfaktor k</i>
Kalibrering	$\Delta U_{kal}$	$2 \cdot STDV(100 \cdot \Delta U_{kal})$	2
Linearisering	$\Delta U_{pass}$	$2 \cdot STDV(100 \cdot \Delta U_{pass})$	2
Digital - konverter	$E_{AD}, n$	$\frac{1}{U} \frac{E_{AD}}{2^n} \frac{\partial U}{\partial E}$	$\sqrt{3}$
Posisjonering av sonde	$\theta$	$(1 - \cos(\theta))$	$\sqrt{3}$
Temperaturvariasjon	$\Delta T$	$\frac{\Delta T}{273}$	$\sqrt{3}$
Omgivelsestrykk	$\Delta P$	$\frac{P_0}{P_0 + \Delta P}$	$\sqrt{3}$

Tabell 2.1: Usikkerhetsanalyse for hetetrådsanemometer

Uttrykkene i tabell 2.1 regnes ut og settes inn i følgende uttrykk for et 95 % konfidensintervall for usikkerheten til hastighetsmålinger med hetetrådsanemometer [6]:

$$U_{95\%} = 2 \sqrt{\left( \sum_i (Varians_{(i)} \cdot \frac{1}{k_{(i)}})^2 \right)} \quad (2.78)$$

## 2.9 Tekniske problemer i varmeveksler

Varmeveksler - rørene som skal undersøkes i denne hovedoppgaven er montert i en gassvarmveksler for prosessindustrien. Gasstrømmen som skal kjøles inneholder partikler som er kilde til såkalt *fouling*, eller tilgrising av rørene. For å prøve unngå dette er varmeveksleren designet for å operere i relativt høye hastigheter, det vil si, hastigheter rundt 20 sekundmeter. Høy hastighet betyr fare for høye trykktap, så rørene er basert på en elliptisk geometri som senker tapene til et minimum.

Som tidligere nevnt er varmeveksleren preget av sterk støy og kraftige vibrasjoner når maskinen er i bruk. Når varmeveksleren har vært i bruk i lang tid, bygger det seg opp en profil bak de elliptiske rørene bestående av gasspartikler, og vibrasjonene og støyen opphører. Det er på dette grunnlag maskinens konstruktør, Professor Erling Næss ved EPT, NTNU, mistenker at virvelavløsninger er årsaken til støyen og de uønskede vibrasjonene, siden den nye profilen til rørene endrer virvelavløsningsstyrken.

Et påfallende faktum i forbindelse med vibrasjonene i varmeveksleren er at frekvensene til disse er ulik den beregnede egenfrekvensen til maskinen. Dette indikerer at det er virvelavløsningsfrekvensene og eventuelle vibrasjoner fra varmeveksler - rørene som er den dominerende dynamiske faktor i denne problematikken.

Formålet med eksperimentene i denne hovedoppgaven blir derfor å avdekke mest mulig informasjon om laster og virvelavløsningsfrekvenser på varmveksler - rørene.

## 2.10 Sammendrag

I dette kapitlet har det viktigste teoretiske materialet nødvendig for å utføre analyser av måledata blitt presentert. Det statistiske grunnlaget for statistisk analyse av turbulente strømninger har blitt gjennomgått i kombinasjon med den matematiske beskrivelsen av turbulente strømninger. Sylinderstrømninger har blitt brukt som referanse for å beskrive virvelavløsningsprosessen og de dynamiske krefter som oppstår som følge av denne prosessen. En metode for bestemmelse av virvelavløsningsfrekvens ved bruk av spektralanalyse har blitt presentert, samt prosedyrer for bestemmelse av egenfrekvenser i COMSOL. Det måletekniske utstyret som skal brukes i forsøkene har også blitt evaluert.

# Kapittel 3

## Metode

### 3.1 Innledning

I dette kapitlet gjennomgås de praktiske prosedyrene og forsøksmetodene for eksperimentene som ble gjennomført i forbindelse med oppgavearbeidet. Måleinstrumenter og annet teknisk utstyr som ble benyttet for å gjennomføre målinger beskrives også. Avslutningsvis gis en redegjørelse av datainnsamlingsmetoder og datareduksjonsprogrammer.

### 3.2 Testinnretningens hovedkomponenter

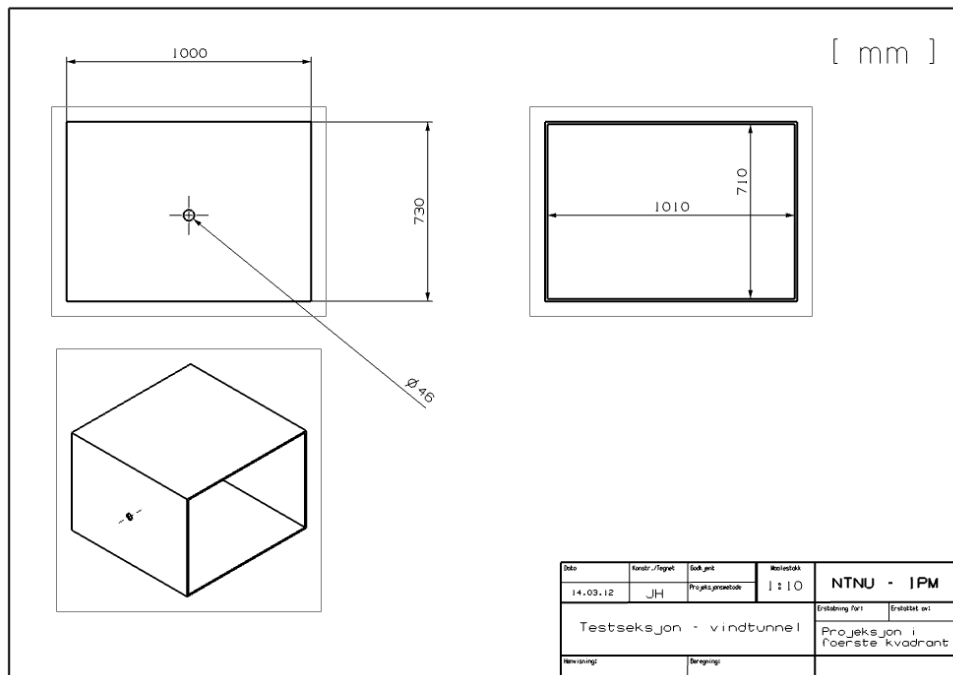
Her beskrives hovedkomponentene som ble benyttet til innhenting av måledata. Dette inkluderer tekniske detaljer og informasjon om vindtunnel, traverseringsmekanismer og monteringsanordninger.

#### 3.2.1 Vindtunnel

Siden fenomenet som ble undersøkt i denne oppgaven var strømningsrelatert, var det nødvendig å kunne rekonstruere strømninger av samme type som diskutert i kapittel 2 for å kunne foreta målinger og dermed besvare de spørsmål som her var stilt.

Det naturlige utgangspunkt for forsøkene var å benytte en vindtunnel for å produsere stabile strømningsforhold og deretter å plassere de geometrier man ønsket å studere inn i denne. På denne måten ble det oppnådd høy grad av rekonstruerbarhet med hensyn på strømningskvalitet slik at omstrømningsobjektene kunne sammenlignes på likt grunnlag.

Kandidaten ble tildelt kjøretid på vindtunnel I i Strømningsteknisk laboratorium ved EPT, NTNU. Tunnelen hadde et hastighetsområde i størrelsesorden 0 til 30 m/s, noe som var tilstrekkelig for å oppnå de Reynolds tall nødvendig for eksperimentene, og strømmingen som ble produsert hadde også svært lav turbulensintensitet. Testseksjonen besto av en rektangulær kanal med utløp til omgivelsene. Bak utløpet ble traverseringsmekanismen (se seksjon 3.2.3) for målesondene plassert. Objektene som ble testet ble montert med egenkonstruerte beslag slik at strømningsbildet rundt objektene forble uforstyrret. Dimensjonene på testseksjonen i vindtunnelen kan sees i figur 3.1.



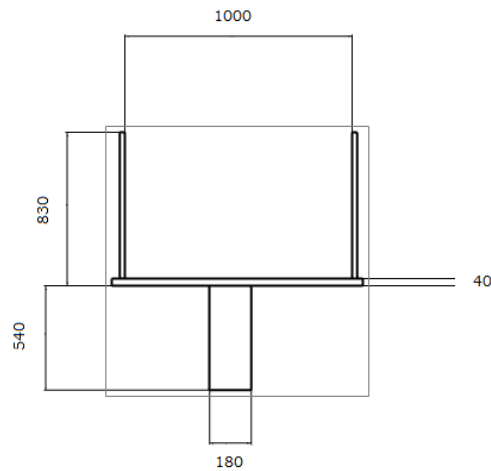
Figur 3.1: Dimensjoner for testseksjon i vindtunnel

Under forsøkene var det viktig å la vindtunnelen kjøre noen minutter før målingene ble foretatt. Dette var for å oppnå en stabil hastighet i testseksjonen samt å stabilisere omgivelsestemperaturen med tanke på hetetrådsanemometeret.

### 3.2.2 Monteringsramme for forsøksgeometrier

Tidlige forsøk avdekket at forsøksgeometriene ble påvirket av vibrasjoner fra testseksjonen. Dette var et problem med tanke på at vibrasjonene kan påvirke virvelavløsningsprosessen, og at de målte virvelavløsningsfrekvensene av den grunn ville bli forurenset.

For å bøte på dette ble en ekstern monteringsramme laget. Denne ble festet på en bukk slik at den kunne plasseres i enden av testseksjonen. På denne måten ville forsøksobjektet bare bli påvirket av strømningskreftene alene. Figur 3.2 viser rammens konstruksjon.



Figur 3.2: Ekstern monteringsramme (mål i millimeter)

Rammen viste seg å være så robust at ingen merkbare vibrasjoner fra testobjektene forplantet seg videre i rammens konstruksjon. Randbetingelsene for rørene forble derfor konstante over hele hastighetsområdet, og de eventuelle virvelavløsningsfrekvensene kunne dermed antas bare å være avhengig av strømningsforhold og de fysiske karakteristikkene til forsøksobjektet.

### 3.2.3 Traverseringsmekanisme

Hovedutfordringen med testoppsettet var å finne en egnet traverseringsmekanisme for hetetråd - sonden og pitotrøret. Det var svært viktig at disse to sondene kunne beveges med stor nøyaktighet langs den vertikale akselen på strømmingen, samt at relativbevegelsen i forhold til omstrømningsobjektet var null.

For å oppnå disse kravene ble en traverseringsheis montert på en bukk påmontert festeordning i massivt stål. Bilde 3.3 viser traverseringsheisen montert på bukken.



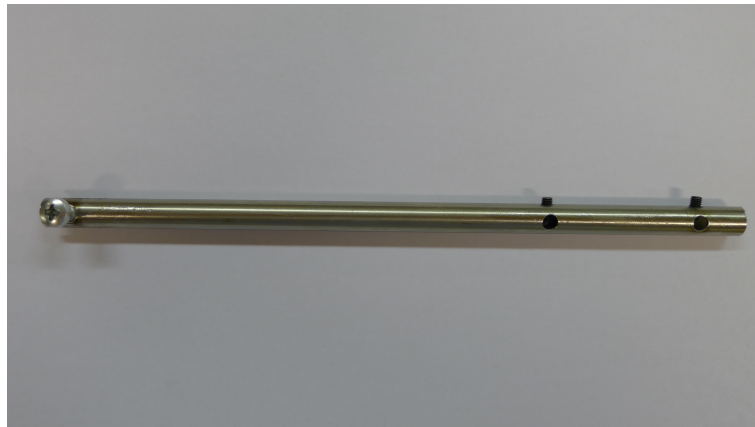
Figur 3.3: Traverseringsmekanisme

Traverseringsheisen hadde følgende tekniske spesifikasjoner.

<i>Navn</i>	Mitutoyo
<i>Minste innstillingsenhet</i>	0.01 millimeter
<i>Rekkevidde</i>	$\pm 300$ millimeter
<i>Kjennemerke</i>	192 - 106
<i>Type</i>	Manuell
<i>Annet</i>	Takometer for nøyaktig avstandsmåling fra valgt referansepunkt

Tabell 3.1: Spesifikasjoner for Mitutoyo traverseringsheis

Som tidligere nevnt måtte pitotrør og hetetråd - sonden plasseres sammen slik at man blant annet kunne kalibrere hetetrådsanemometeret. Til dette ble det lagd et monteringsrør som ble festet til traverseringsheisen med en enkel maskinskrue. Røret hadde to festehull med stoppeskrue for henholdsvis pitotrøret og hetetråd - sonden plassert 50 millimeter fra hverandre. Monteringsrøret er avbildet i figur 3.5 og 3.4.



Figur 3.4: Monteringsrør for målesonder



Figur 3.5: Monteringsrør for målesonder festet til traverseringsheis

### 3.3 Måleinstrumenter

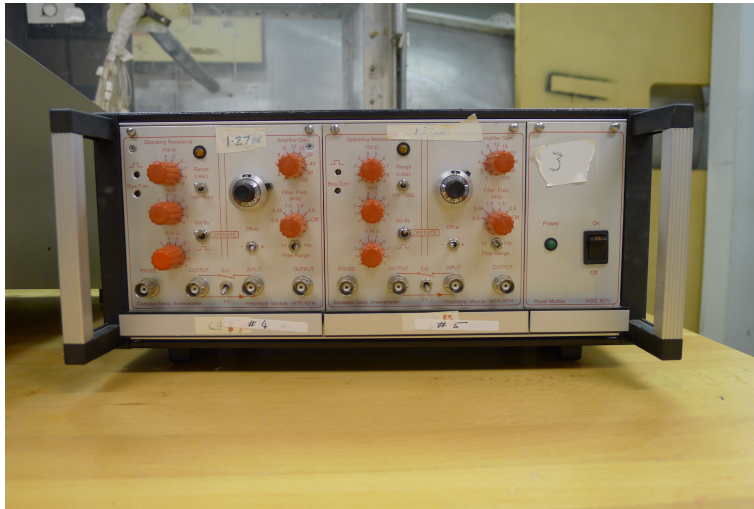
#### 3.3.1 Hetetrådsanemometer

Et standard CT - hetetrådsanemometer benyttet av forskere ved Strømningsteknisk laboratorium ble valgt. Anemometeret var bygd opp av to moduler. Første del av modulen besto av en reguleringskrets (se kapittel 2) for hetetråden med justerbar bromotstand, samt en funksjon for påføring av firkantpuls. Andre del var et signalfilter for filtrering av reguleringsspenningen fra hetetråd og eventuelle eksterne signalkilder. Tabell 3.2 lister opp tilgjengelig dokumentasjon for Hetetrådsanemometeret benyttet i forsøkene.

<i>Kjennemerke</i>	MTF, NTH, "A1"
<i>Bromotstand</i>	0 - 208.9 $\Omega$
<i>Pulsgenerator</i>	Firkantpuls
<i>Signalfilter</i>	Forsterkningfaktor: 1 - 100. Frekvensfilter: 0.4 - 25 kHz
<i>Innganger</i>	Hetetråd, eksternt signal
<i>Utganger</i>	Filtret og ufiltrert signal

Tabell 3.2: Spesifikasjoner hetetrådsanemometer

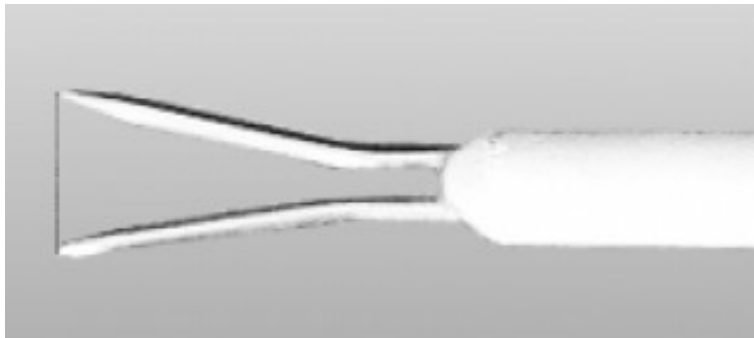




Figur 3.6: Hetetrådsanemometer

### 3.3.2 Hetetråd

Hetetråd - sonden som ble benyttet i eksperimentene hadde kun én tråd. Figur 3.7 illustrerer oppbygningen av en hetetråd - sonde med én tråd.



Figur 3.7: Enkelt - tråd normalsonde

For å kunne kalibrere hetetrådsanemometeret riktig var det viktig å vite de elektriske motstandene til enkeltkomponentene i sonden. Disse ble målt til det følgende.

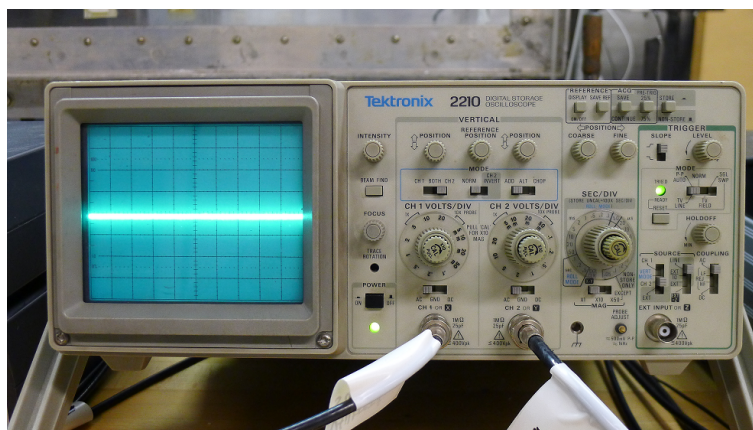
<i>Motstand sonde</i>	6.3 $\Omega$
<i>Motstand sonde uten tråd</i>	0.9 $\Omega$
<i>Motstand tråd</i>	5.4 $\Omega$
<i>Motstand sonde med forlengingskabel</i>	6.7 $\Omega$

Tabell 3.3: Elektriske motstander for hetetråd sonde

Ved bruk av hetetråd sonden var det viktig å holde tråden vinkelrett på strømningsretningen.

### 3.3.3 Oscilloskop

Et oscilloskop av typen *Tektronix 2210 Digital Storage Oscilloscope* ble benyttet for å overvåke signalet fra hetetrådsanemometeret og finne frekvensresponsen til hetetrådsanemometeret.



Figur 3.8: Tektronix 2210 digitalt oscilloskop

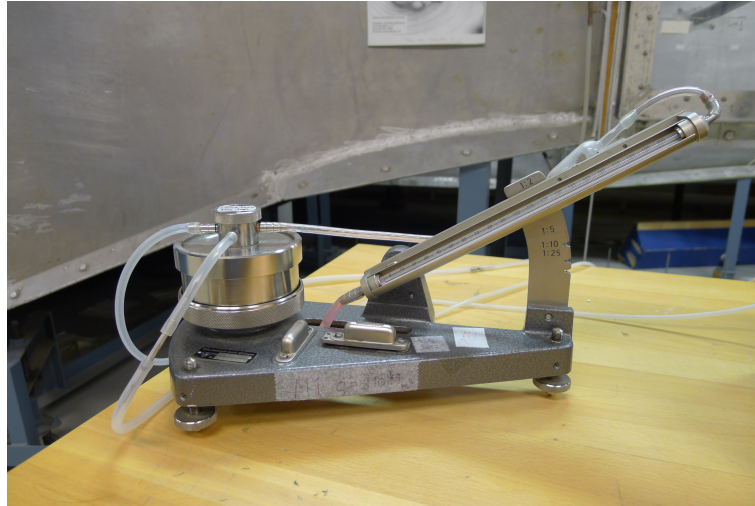
Foruten vanlige innstillingsmuligheter som variabel tids-, og spenningsoppløsning, triggerfunksjoner og så videre, hadde oscilloskopet også en funksjon for lagring av input signalet. Dette gjorde at man kunne "fryse" deler av signalet og observere dette direkte på skjerm. Funksjonen tillot bruk av en alternativ metode for bestemmelse av virvelavløsningsfrekvens som forklart i kapitel 2.

### 3.3.4 Trykkomformer

En trykkomformer er et apparat som konverterer trykkforandringer om til elektriske signaler. I forsøkene som ble gjennomført her ble en slik innretning brukt til å logge måledata fra pitotrøret over på PC. Dette gjorde hastighetsmålingene mer nøyaktige enn om et konvensjonelt manometer hadde blitt brukt.

### 3.3.5 Manometer

Før en trykkomformer kan brukes må den kalibreres mot en kjent trykkdifferanse. Trykkomformer ble kalibrert mot et manometer av typen *Reservoir U - Tube* etter definisjon av Bradshaw [2].



Figur 3.9: Manometer for kalibrering av trykkomformer

Manometeret hadde følgende spesifikasjoner:

<i>Produsent</i>	Wilh. Lambrecht GmbH Göttingen
<i>Type</i>	655
<i>Registreringsnummer</i>	510173
<i>Lokalt kjennemerke (EPT)</i>	M1
<i>Tetthet manometervæske</i>	810 kg/m <sup>3</sup>

Tabell 3.4: Spesifikasjoner for manometer

### 3.3.6 Pitotrør

Som tidligere nevnt var det nødvendig å gjøre hastighetsmålinger med pitotrør for å kunne kalibrere hetetrådsanemometeret. Røret som ble brukt i forsøkene hadde følgende dimensjoner.

<i>Målbeskrivelse</i>	<i>Dimensjon</i>
Ytre diameter	4 mm
Indre diameter	2 mm
Diameter statisk inntak	1 mm

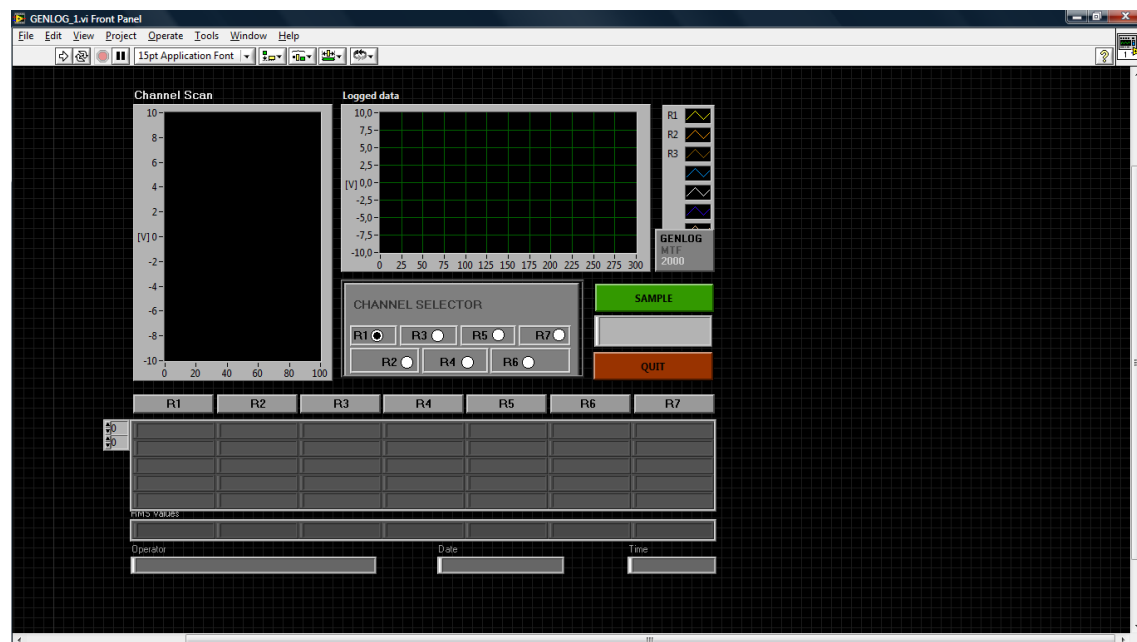
Tabell 3.5: Dimensjoner pitotrør

Pitotrøret måtte oppfylle dimensjoneringskrav om kvaliteten på trykkmålingene skulle bli tilfredsstillende. De to viktigste var kravene at Reynolds - tallet basert på ytre rørdiameter må overstige 100, og at turbulensgraden (2.13) helst skulle være under 5 % [2]. For hastighetsmålinger i luft betydde dette at den minste hastigheten som kan måles nøyaktig var 0.4 m/s.

Turbulensintensiteten i vindtunnelen var svært lav, og pitotrøret kunne derfor brukes til hastighetskalibrering av hetetrådsanemometeret. Hovedveileder fastslo at hastighetsmålinger med pitotrør også gir gode resultater selv ved høy turbulensgrad, så pitotrøret ble også brukt parallelt med hetetråd i målinger av hastighetsfelt (middelhastigheter) bak testobjektene.

### 3.3.7 Programvare - LabView

For å kunne behandle måledataene mest mulig effektivt var det hensiktsmessig å lagre måledataene slik man kunne behandle disse i programpakker som MATLAB. Til dette ble et spesiallaget program programmert i LabView og en digital konverter benyttet (se seksjon 3.3.8). Programmet logger og lagrer spenningsverdiene fra måleinstrumentene i filer slik at dataene enkelt kan lastes inn i MATLAB for konvertering. Under sees et skjermbilde av brukergrensesjiktet til programmet.



Figur 3.10: Brukergrensesjikt for loggeprogram

Programmet lot en også stille inn målefrekvens og stikkprøve - rate. Det regnet også ut gjennomsnittsverdier og standardavvik for spenningene direkte i tillegg til å lagre tidsserier.

### 3.3.8 NI USB 6008 datalogger

For å kunne digitalisere de analoge signalene fra trykk - omformer og Hetetrådsanemometeret slik at dataene kunne logges på PC, ble en National Instruments USB 6008 datalogger benyttet. Loggeren har en stikkprøve-rate på 10 000 stikkprøver/sekund og 12 bits oppløsning <sup>1</sup>.

### 3.3.9 Termometer

Logging av temperaturen til strømmingen var viktig med hensyn på å gjøre hetetråd - målingene så nøyaktige som mulig. Til dette ble det etter anbefaling fra stipendiat Pål Egil Eriksen ved EPT, NTNU, brukt en standard Biltema termometer med en oppløsning på en tiendedels grad. Usikkerheten til dette måleapparatet er ukjent <sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Tatt fra produsentens hjemmeside: <http://norway.ni.com/>

<sup>2</sup>Ingen tilgjengelig informasjon fra leverandør

### 3.3.10 Barometer

Omgivelsestrykket i Strømningslaboratoriet ble målt med et *Wilhelm Lambrecht* barometer. Barometeret har registreringsnummer FT-17. Måleskalaen var i centimeter kvikksølv, med minste måleenhet 0.1 centimeter. Lufttrykket regnes ut ved hjelp av ligning (3.1).

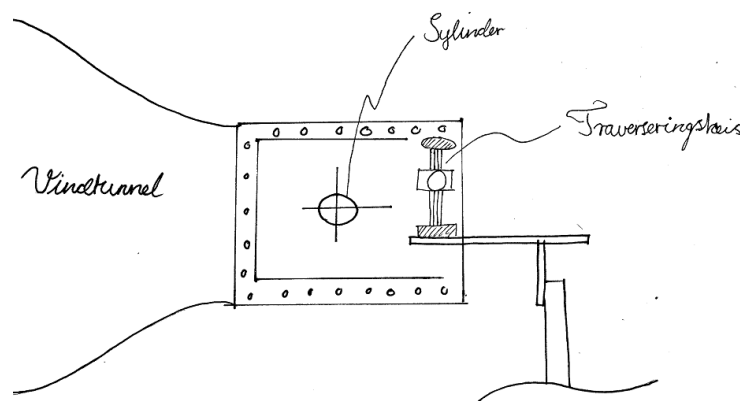
$$p_{\infty} = \frac{\rho_{Hg} g h_{\text{barometer}}}{100} \quad (3.1)$$

## 3.4 Eksperimentelt oppsett

I dette avsnittet vil oppsettet for eksperimentene gjennomført i denne oppgaven presenteres.

### 3.4.1 Måling av slippstrøm bak sylindre

Testseksjonen i Vindtunnel I er montert mellom utløp og innløp til viftehøuset, slik at det skapes en strålestrømning mellom disse. Det var derfor ønskelig å gjøre målinger så nærme testseksjonen som mulig, og helst holde målesondene innenfor testseksjonen. For å realisere dette ble testsylindrene montert inne i testseksjonen med egenproduserte monteringsbeslag. Sylindrene ble montert slik at sylinderaksen lå parallelt og med samme avstand til testseksjonens tak og gulv. Dette oppsettet muliggjorde målinger hvor målesondene var inne i selve testseksjonen og dermed upåvirket av strålestrømningen utenfor denne. Beklageligvis var ikke testseksjonen lang nok til at alle målinger kunne gjennomføres inne i testseksjonen, og en del målinger måtte gjennomføres med målesondene plassert inne i strålen. Et typisk testoppsett kan studeres i figur 3.11.

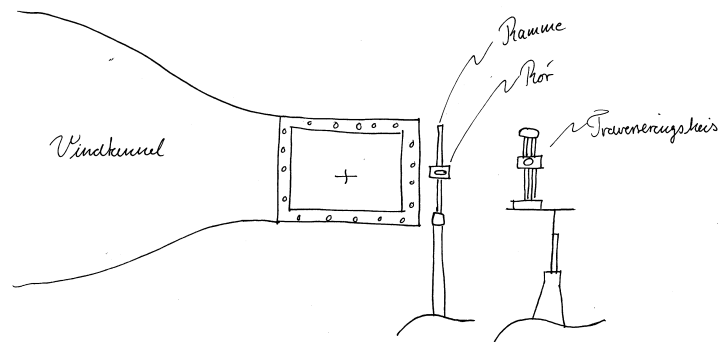


Figur 3.11: Typisk oppsett for måling bak sylindre

Når det gjaldt måling av avløsningsfrekvens ble dette gjort ved å montere testsylindrene på den spesiallagde rammen beskrevet tidligere i dette kapitlet. Sylindren befant seg da utenfor selve testseksjonen, men siden målesonden ikke ble plassert mer en et par diametre nedstrøms, ville ikke dette påvirke målingene nevneverdig.

### 3.4.2 Måling av slippstrøm bak varmeveksler - rør

Varmeveksler - rørene ble modifisert av verkstedspersonell ved Strømningsteknisk laboratorium slik at de kunne festes til utløpet av testseksjonen. Montasjeanordningen tillot opptil tre rør å bli plassert over hverandre. Rørene ble senere festet til den spesiallagde rammen (se avsnitt 3.2.2) for å unngå at vibrasjoner fra vindtunnelen påvirket eventuelle virvelavløsninger fra disse. Figur 3.12 skisserer det generelle testoppsettet for målinger bak varmeveksler - rør.



Figur 3.12: Oppsett for målinger bak varmveksler -rør

Fordi rørene ble plassert i enden av testseksjonen var målesondene plassert utenfor denne. Det var grunn til mistanke om at dette kunne innvirke på målingene, men tidlige tester indikerte at fristrømmen rundt rørene og slippstrømmen var homogen relativt langt nedstrøms. Eventuelle innvirkninger av strålestrømmingen skapt av testseksjonen vil bli diskutert i kapittel 5.

## 3.5 Måleprosedyrer

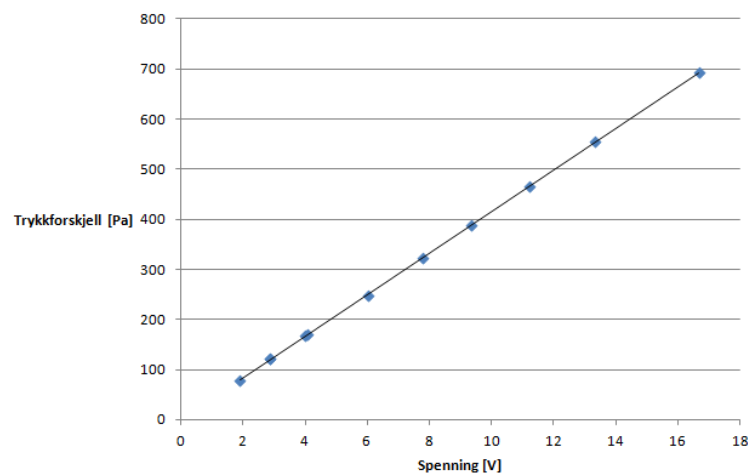
Her gjennomgås de viktigste måleprosedyrene som ble brukt i innhenting av måledata fra forsøkene. Kalibreringsprosedyrer for trykkomformer og hetetrådsanemometer vil også bli gjennomgått.

### 3.5.1 Kalibrering av trykk - omformer

Hastighetsmåling med pitotrør var nødvendig for å kunne kalibrere hetetrådsanemometeret. For å måle hastigheten mest mulig nøyaktig ble en trykk - omformer benyttet til å konvertere trykkreftene til elektriske signaler som så kunne logges på PC. For å finne sammenhengen mellom spenningen gitt av trykk - omformer og det faktiske differanse-trykket ble omformer "Flå" kalibrert ved hjelp av et manometer.

Trykk - omformeren ble ikke slått av etter at kalibreringen fant sted. Dette sørget for mest mulig stabile driftsforhold under hvert forsøk. Spenningen fra omformer ble forsterket med en faktor på 16 for å forbedre signaloppløsningen.

Kalibreringen viste en lineær sammenheng mellom trykkdifferanse og utgangsspenning. Resultatet av kalibrering sees i figuren nedenfor samt tabell 3.6.



Figur 3.13: Kalibreringskurve for trykk - omformer

Trykkoeffisient [ $Pa/V$ ]	Usikkerhet
41,64	$\pm 0.68 \frac{Pa}{V}$

Tabell 3.6: Trykkoeffisient for trykk - omformer

### 3.5.2 Kalibrering av hetetrådsanemometer

Kalibreringen av hetetrådsanemometeret er en ganske omfattende prosess og skjer i flere steg. Før kalibreringen fant sted måtte pitotrøret og hetetråd - sonden plasseres i vind-tunnelen slik at hastigheten målt med pitotrøret kunne brukes som referansehastighet for hetetråd - sonden. Hetetrådsanemometeret stod på under hele forsøksperioden for å oppnå mest mulig stabile driftsforhold.

Normalt sett ble det foretatt en kalibrering før og etter et hvert forsøk for å undersøke



om det hadde skjedd endringer i CTA - systemets respons i løpet av forsøket <sup>3</sup>.

### Innstilling av bromotstand

Første steg i prosedyren for kalibrering av hetetrådsanemometer var å beregne bro - motstanden som bestemmer temperaturen på tråden. Jo høyere trådtemperaturen er, jo mer sensitiv er sonden på hastighetsforandringer. I forsøkene som ble gjennomført her var vaiertemperaturen satt til 280 grader celsius. Med ønsket vaiertemperatur og kjent omgivelsestemperatur kan bro - motstanden beregnes med følgende uttrykk.

$$R_{bro} = O_r \cdot R_{traad} + (R_{tot} - R_{traad}) \quad (3.2)$$

hvor *overhettingsforholdet* er definert som

$$O_r = 1 + 1.69 \cdot 10^{-3}(T_{traad} - T_{\infty}) \quad (3.3)$$

Når sonden er koblet til hetetrådsanemometeret og strømningshastigheten er lik null kan målebroen balanseres. Den korresponderende bromotstanden brukes deretter til å finne en forsterkningsfaktor F.

$$F = \frac{R_{CTA}}{R_{tot}} \quad (3.4)$$

Bromotstanden funnet fra ligning (3.2) korrigeres deretter slik:

$$R_{bro}^{korrigert} = F \cdot R_{bro} \quad (3.5)$$

Hetetrådsanemometeret er nå riktig innstilt og klar for testing av frekvensrespons.

### Testing av frekvensrespons

Alle målesystemer har en viss treghet, og hetetrådsanemometer er intet unntak. Det er viktig å vite hvor raskt målesystemet kan reagere fordi det bestemmer om resultatene målesystemet gir er reelle. Sagt på en annen måte ønsker vi å finne den såkalte *båndbredden* til systemet, og dermed frekvensintervallet hvor målesystemet gir nøyaktige resultater. Båndbredden for målesystemet kan påvirkes gjennom eventuell forsterkning og filtrering av målesignalet [6].

Måten frekvensresponsen ble funnet på var å påføre målekretsen en firkantpuls og deretter undersøke responsen til systemet ved hjelp av et oscilloskop. Tiden det tok før signalet fra målekretsen var innenfor 10 % av sin maksimale verdi ble brukt til å finne båndbredden, eller *cut - off frequency* [6].

$$f_{cut-off} = \frac{1}{\Delta t} \quad (3.6)$$

---

<sup>3</sup>Prosedyre anbefalt av [6]

Signalfilteret på CTA - modulen ble så stilt inn på verdien funnet ved bruk av ligning (3.6). På den måten ble signaler med for høy frekvens i forhold til CTA - systemets båndbredde filtrert vekk.

### Temperaturkorleksjon

Fordi varmeovergangen fra hetetråd - sonden var avhengig av omgivelsestemperaturen, var det nødvendig å gjøre temperaturkorrigerings av spenningene som ble lest fra hetetrådsanemometeret hvis omgivelsestemperaturen endret seg fra tidspunktet bromotstanden ble stilt inn til målingen ble utført. Endringen i omgivelsestemperaturen ble målt med et termometer og loggført samtidig med CTA - signalet. Jørgensen [6] gir følgende korleksjonsligning basert på endring i omgivelsestemperatur:

$$E_{korrr} = \left( \frac{T_w - T_0}{T_w - T_a} \right)^{\frac{1}{2}} E_a \quad (3.7)$$

Her er  $E_a$  spenningen gitt av hetetrådsanemometeret,  $T_w$  trådtemperaturen,  $T_0$  omgivelsestemperaturen ved innstilling av bromotstanden og  $T_a$  omgivelsestemperaturen ved måletidspunktet.

### Hastighetskalibrering

For å stabilisere omgivelsestemperaturen og strømningshastigheten i vindtunnelen, ble tunnel - viften slått på 10 minutter før kalibreringsprosessen begynte. Fordi kontrollsystemet for hastighetsinnstillingen til tunnelen var nokså tregt, ble det lagt inn en pause på cirka 5 minutter for hver ny hastighet.

Gjennomsnittsspenningene fra trykkomformer og hetetrådsanemometeret ble logget på PC ved bruk av LabView - programmet. Hver kalibrering inneholdt minst 10 forskjellige hastigheter [6]. Dataene fra LabView - programmet ble lagt inn i Excel hvor man korrigererte spenningene for eventuelle temperaturendringer i omgivelsene under kalibreringsprosessen. Spenningene fra trykkomformer omgjordes til hastigheter ved hjelp av koeffisienten i tabell 3.6 og lufttettheten ble beregnet med den ideelle gaslov:

$$p = \rho_{luft} R T_{luft}$$

R er her gasskonstanten for luft som har verdien  $287 \frac{J}{kgK}$  [17].

Etter at innsamlingen av alle målepunktene var fullført ble en innebygget regresjonsfunksjon i Excel brukt for å konstruere en kurve som kunne beskrive sammenhengen  $U(E_{korrr})$ . Siden Jørgensen [6] anbefaler at denne sammenhengen beskrives gjennom et fjerdegradspolynom, ble alle kalibreringskurver konstruert som fjerdegradsuttrykk.

Med kalibreringskurven på plass var hetetrådsanemometeret klart for bruk. Konverteringsuttrykket for spenningene programmeres inn i MATLAB for videre analyse av måledataene.

### 3.5.3 Innhenting av måledata under forsøk

De viktigste parametrene for innhenting av måledata var innstilling av målefrekvens og måletid. Som beskrevet i kapittel 2 må disse innstilles etter den karakteristiske tidsskalaen i strømmingen og hvilken type analyse man vil utføre.

For måling av tidsmidlede størrelser var det viktig å bruke en målefrekvens som unngikk måling av korrelerte hastigheter [6]. Samtidig måtte lengden på måleserien være av en slik størrelse at de statistiske resultatene ikke forandret seg nevneverdig om flere målinger ble gjennomført etter hverandre.

For spektralanalysen var det derimot viktig å ha en så høy målefrekvens som mulig for å hente ut mest mulig informasjon om strømmingens hastighetsfelt. Målefrekvensen for dataloggingen ble derfor valgt som to ganger <sup>4</sup> *cut-off* - frekvensen til CTA - systemet. Måletiden for spektralanalysen ble begrenset av lagrings - og prosesseringsevne til datautstyret benyttet i analysearbeidet, men så lenge måletiden var lengre enn en hvilken som helst tidsskala i strømmingen ville all tilgjengelig informasjon om hastighetsfeltet registreres.

Bestemmelsen av målefrekvensen for de tidsmidlede målingene ble gjort gjennom å beregne integralskalaen (2.21) for de ulike forsøksgeometriene ved bruk av spektralanalyse. Målinger ble gjort i forskjellige avstander nedstrøms og den største beregnede verdien ble brukt til å beregne stikkprøveraten (2.67). Om man senere fant tidsskalaer som gav en lavere stikkprøverate kunne man helt enkelt sortere ut spesifikke stikkprøver i MATLAB, slik at man unngikk korrelerte målinger.

Når det gjelder måletiden, altså lengden av hver tidsserie, ble denne innstilt gjennom prøving og feiling. Flere målinger i hver tenkelige posisjon bak forskjellige forsøksgeometrier med varierende loggetid ble foretatt. Det viste seg at den statistiske stabiliteten, som ble målt ved å sammenligne middelhastigheter, avhengte sterkt av turbulensintensiteten i strømmingen. Jo høyere turbulensintensitet, jo lengre måletid krevdes for å få stabile middelverdier.

Tabellen nedenfor lister opp typiske verdier for måletid, målefrekvens og karakteristisk tidsskala. Spesifikke verdier for disse parametrene vil bli gitt i kapittel 4.

<i>Størrelse</i>	<i>Typisk verdi</i>
Måletid	60s
Målefrekvens (tidsmidlet analyse)	100 Hz
Målefrekvens (spektralanalyse)	$f_{cut-off}$
Tidsskala	$5 \cdot 10^{-3}$ s

<sup>4</sup>I henhold til Nyquists kriterium

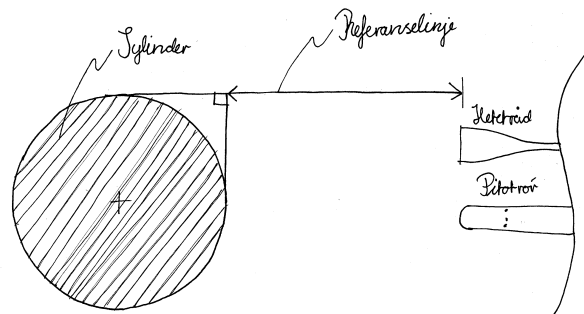
### 3.5.4 Posisjonering av målesonder

Fordi slippstrømninger har begrenset utstrekning var det hensiktsmessig å tilpasse traverseringsintervallene etter hvor man befant seg i strømmingen. I områder med små hastighetsgradienter ble intervallene valgt større enn ellers i måleområdet. Posisjoneringsintervallene ble tilpasset fra forsøk til forsøk ettersom man avdekket hva slags utstrekning og form slippstrømmen hadde.

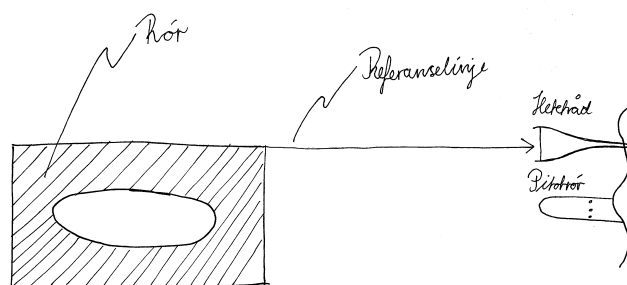
Siden hastighetsmålinger med pitotrør var ment som å fungere som referanse for hetetråd - målingene, ble dette plassert i samme plan som hetetråd - sonden. Da det statiske trykket i en subsonisk slippstrøm ifølge Professor og hovedveileder Lars Sætran er konstant, ble stagnasjonsinngangen til pitotrøret montert på linje med måletråden på hetetråd - sonden for å beregne samme hastighet som hetetråden.

I de tilfeller det var mulig å måle referansepunkter på forsøksgeometrien ble dette gjort. Vanligvis ble referansepunktet satt som nullpunkt på traverseringsskalaen. I de tilfeller hvor beregning av et slikt nullpunkt var umulig eller veldig unøyaktig, for eksempel i store avstander nedstrøms, ble traverseringsheisens øverste punkt brukt som referanse.

Figurene nedenfor viser de referanselinjene og avstandsdefinisjonene som ble brukt under forsøkene. Referanselinjens skjæringspunkt med traverseringsaksen settes som nullpunkt i plottene presentert i kapittel 4.



Figur 3.14: Geometriske definisjoner for målinger bak sylindre



Figur 3.15: Geometriske definisjoner for målinger bak varmeveksler - rør

### 3.5.5 Verifisering av metode for måling av virvelavløsningsfrekvens

I kapitel 2 ble det presentert en metode for måling av virvelavløsningsfrekvensen bak butte objekter. Siden denne metoden kun var et resultat hovedveilederens resonnement, var det viktig å verifisere at metoden fungerte tilfredsstillende.

Verifiseringsprosessen bestod i å måle virvelavløsningsfrekvensen ved hjelp av oscilloskop som beskrevet i kapitel 2 bak en sylinder med kjent ytre diameter<sup>5</sup>. Sylindere ble montert som beskrevet i avsnitt 3.4.1 og hetetråd - sonden ble plassert 2.7 diameter bak bakerste punkt på sylindere. Etter møysommelig traversering under konstant strømningshastighet ble et klart periodisk signal plukket opp. Signalets periode ble målt ved hjelp av tidsaksen på oscilloskopet og fristrøms hastigheten ble målt med pitotrør. Det ble også logget data for spektralanalyse for å se om dette gav samme resultat som oscilloskopet. Forsøket ble gjentatt for en rekke andre hastigheter, og målesonden måtte gjentatte ganger justeres for at de periodiske bevegelsene skulle bli lesbare. Det kan røpes allerede nå at resultatene fra dette forsøket var svært tilfredsstillende. Fullstendige resultater fra dette forsøket kan studeres i kapitel 4.

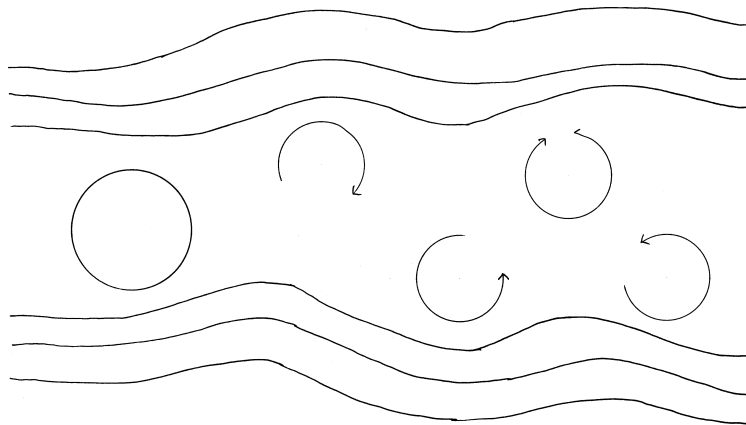
Et sentralt spørsmål som måtte stilles i forbindelse med dette eksperimentet var hva slags interaksjon som kunne eksistere mellom de avløste virvlene og de periodiske bevegelsene i fristrømmen. Eksperimentet beskrevet her og tidligere spektralanalyser av slippstrømninger bak sylindre viste tydelig at om målesonden ble plassert inne i slippstrømmen eller i områder preget av sterk intermittens ville hastighetssignalet være så kaotisk at selv ikke periodogram - algoritmen (se kapitel 2) ville kunne isolere den periodiske komponenten. Da de periodiske bevegelsene ble plukket opp et stykke utenfor slippstrømmen er det klart at slippstrømmen påvirker fristrømmen i umiddelbar nærhet

<sup>5</sup>Testsylinder # 3

av cylinderen.

En mulig forklaring på dette kan være at virvelgaten som dannes fortrenger fluidet i fristrømmen ettersom den brer seg nedstrøms. Slippstrømmens ytre (midlere) grense vil kunne tenkes å være periodisk i form siden den domineres av de store avløste virvlene. Med kontinuitetsprinsippet, og med antagelsen om at raten av medrivning (eng. *entrainment*) er mindre enn mengden fluid virvlene fortrenger, vil man kunne argumentere for at fristrøms hastigheten vil oscillere transversalt på den midlere hastighetsretningen.

En illustrasjon på hvordan denne prosessen kan forgå sees i figur 3.16.



Figur 3.16: Skisse over mulig interaksjon mellom virvelgate og fristrøm

En annen prosess som kan ha innvirkning på fristrømmens hastighetsvektor er innblanding av fluid i forbindelse med virveldannelsen. Som nevnt i kapittel 2 vil fluid fra fristrømmen blandes inn i den voksende virvelen før den avløses (se figur 2.10), og av kontinuitetshensyn vil dette implisere at hastighetsfeltet i fristrømmen endres. Siden innblanding av fluid fra fristrømmen skjer med samme hyppighet som avløsningen av virvlene kan oscillasjonene som her skapes også bidra til de observerte svingningene i fristrømmen.

Det kan uansett konkluderes med at metoden utviklet for å måle virvelavløsningsfrekvenser gir korrekte resultater for virvelavløsning bak en cylinder, og at metoden derfor kan brukes til å finne virvelavløsningsfrekvenser bak et hvilket som helst annet butt objekt.

## 3.6 Forsøksgeometrier

### 3.6.1 Sirkulære testsylindre

#### Sylinder #1 og #2

For å verifisere at testprosedyrene og måleutstyret fungerte optimalt ble det gjennomført en rekke testmålinger bak sirkulære sylindre (se kapittel 4). Sylindrene som ble benyttet hadde følgende dimensjoner:

Dimensjon	<i>Sylinder #1</i>	<i>Sylinder #2</i>	<i>Sylinder #3</i>
Diameter	47.35 mm	23.50	32 mm
Lengde	449 mm	540 mm	1250 mm

Tabell 3.7: Dimensjoner til sylinder #1 , #2 og #3

### 3.6.2 Varmeveksler - rør

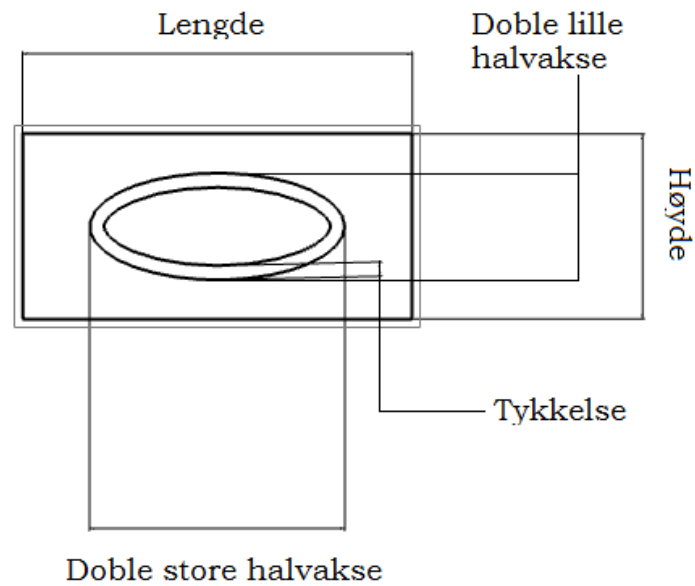
To typer varmeveksler - rør skulle testes. Hvert rør bestod av en elliptisk sylinder med påloddede finner og hadde lengde på 1 meter. Den eneste forskjellen mellom rørene var tykkelsen av hver finne og antall finner montert. Byggemateriale var i følge Professor Erling Næss ved EPT karbonstål. Faststoffparametrene til egenfrekvensanalysen ble tatt fra [9], mens geometriske data er målt med skyvelær.

Tabell 3.8 lister opp de viktigste parametrene for varmeveksler - rørene.

<i>Dimensjon/Parameter</i>	<i>Rør #1</i>	<i>Rør #2</i>
Finnenes høyde	26 mm	26
Finnenes lengde	55 mm	55
Finnenes tykkelse	0.5 mm	0.3
Avstand mellom finner	5 mm	3 mm
Total masse	1.95 kg	1.95 kg
Store halvakse	18 mm	18 mm
Lille halvakse	7.5 mm	7.5 mm
Uniform tykkelse sylinder	2 mm	2 mm
E - modul	200 GPa	200 GPa
Tetthet	7850 $kg/m^3$	7850 $kg/m^3$
Poissons forhold	0.3	0.3

Tabell 3.8: Parametere for varmeveksler - rør

Nedenfor sees et tverrsnitt av varmeveksler - rørene.



### 3.7 Analyse av måledata

Måledataene fra CTA -anemometeret ble analysert ved bruk av et egenprodusert MATLAB - program. Programmet utfører temperaturkorreksjon av spenningene før disse overføres til hastigheter ved hjelp av kalibreringsuttrykket. Når hastighetene er funnet regner programmet ut statistiske momenter, hastighetsprofil, tidsskala (2.21) og lengdeskala (2.20). Programmet finner deretter usikkerheten i hvert resultat ved bruk av MCM -metoden 2.8.5. Resultatene plottes deretter grafisk med feilstolper for hvert datapunkt.

#### 3.7.1 Datareduksjon

Målesignalene ble lagret som tidligere nevnt som spenningsverdier. For å konvertere disse spenningene til hastigheter ble kalibreringsuttrykket for hetetrådsanemometeret benyttet 3.5.2 sammen med registrerte verdier for de lokale temperaturene 3.5.2. I de forsøk hvor to kalibreringer ble foretatt ble hastighetene beregnet som gjennomsnittet av hastighetene beregnet med hvert uttrykk. Fra dette kunne ulike statistiske momenter bli beregnet, slik som middelhastighet, turbulensintensitet, skjevfordeling og kurvatur av hastighetsfordelingen.

For spektralanalysen ble det kjørt korte måleintervaller med høy målefrekvens for å kunne registrere mest mulig av bevegelsene i strømmingen, samt gjøre datamengden tålelig for videre analyse. Spenningene fra hetetrådsanemometeret ble konvertert på samme måte som beskrevet i forrige avsnitt, og hastighetene ble deretter brukt til å beregne autokorrelasjonsfunksjoner, periodogram, tidsskala og lengdeskala.

Spenningene logget fra trykkomformerer ble midlet før de i kombinasjon med koeffisienten i tabell 3.6 beregnet trykkdifferansen i strømmingen. Deretter ble Bernoullis ligning



benyttet for å finne middelhastigheten.

### 3.7.2 Innebygde statistiske funksjoner i MATLAB

Analyseprogrammet MATLAB har mange innebygde funksjoner for utregning av statistiske momenter og funksjoner. Tabell 3.9 lister opp de funksjonene som ble benyttet i analysearbeidet.

<i>Resultat</i>	<i>Funksjonsnavn i MATLAB</i>
Middelverdi (første moment)	<i>mean()</i>
Turbulensintensitet (andre sentralmoment)	<i>std()</i>
Skjevhetsfordeling (tredje moment)	<i>skewness ()</i>
Kurvatur (fjerde moment)	<i>kurtosis()</i>
Autokorrelasjonsfunksjon	<i>xcorr()</i>

Tabell 3.9: Statistiske funksjoner i MATLAB

### 3.7.3 Beregning av karakteristisk tidsskala

For å beregne tidsintegralet (2.21) måtte en øvre integrasjonsgrense fastsettes. Fiedler [3] anbefaler at denne grensen settes som punktet der autokorrelasjonskoeffisienten krysser tidsaksen. Denne konvensjonen vil bli brukt i alle beregninger av tidsintegralet (2.21) i denne rapporten.

### 3.7.4 Beregning av usikkerhet

Et eget MATLAB - program basert på "Monte Carlo" - algoritmen ble laget for å beregne usikkerhetene for de beregnede resultatene (se kapittel 2). Usikkerheten til pitot - målingene kunne imidlertid beregnet med "Taylor Series Method" på grunn av målemetodens relativt enkle reduksjonsligning. For hastighetene beregnet med hetetråd ble prosedyren til Jørgensen [6] benyttet (se avsnitt 2.8.6).

Skriptene for beregning av usikkerheten kan studeres i appendiks A.

## 3.8 Beregning av egenfrekvenser i COMSOL

Egenfrekvensene til varmeveksler - rørene ble beregnet i COMSOL. Rørene ble først modellert i CAD - programmet NX 7.5. Etter råd fra stipendiat Kolbeinn Kristjanson ble bare sylinderdelen av varmeveksler - rørene modellert, da finnene ikke har noen strukturell funksjon. Tidlige forsøk på å generere løsningsgitter på modeller der også finnene var med mislyktes. Finnene ble derfor vurdert som ekstra masse på rørene, og tettheten ble modifisert slik at massen av sylindere ble lik massen til hele varmeveksler - røret.

COMSOL lar brukeren velge mellom flere forskjellige materialmodeller.. Valget falt på en såkalt lineær - elastisk modell, som baserer seg på materialets E - modul, tetthet og Poissons forhold.

Resultatene fra egenfrekvensanalysene for begge varmeveksler - rørene finnes i kapittel 4.

### **3.9 Sammendrag**

I dette kapitlet har de praktiske metodene som skal brukes i innhenting av måledata blitt presentert. Testfasiliteter som vindtunnel, traverseringsmekanismer og tekniske hjelpemidler har blitt beskrevet på grunnlag egne analyser og informasjon fra hovedveileder. Måleinstrumentene som benyttes er beskrevet og evaluert med tanke på usikkerhet og tekniske spesifikasjoner. Ulike typer geometrier skal studeres i denne hovedoppgaven, og geometriene har blitt analysert for å beskrive de geometriske dimensjonene og de materialtekniske parametrene til disse. Tilslutt har hovedpunktene i de ulike datareduksjonsprosessene blitt presentert.

# Kapittel 4

## Resultater

### 4.1 Introduksjon

I dette kapitlet presenteres de viktigste resultatene fra eksperimentene beskrevet i kapittel 3. Resultatene fremvises grafisk med forklarende undertekst der dette er nødvendig. I starten av hvert avsnitt vil viktige måleparametre listes opp, slik som målefrekvens og måletid. Det vil ikke bli foretatt noen form for diskusjon rundt resultatene i dette kapitlet.

Kapitlet begynner med en kvalitativ beskrivelse av resultatene og en redegjørelse for hvorfor resultatene er relevante for konklusjonene som trekkes i denne rapporten. Deretter gis det en generell oversikt over forsøkene der hvert forsøk blir gitt sitt unike id - nummer. Resultatene fra den tidsmidlede analysen bak sirkulære sylindre blir presentert først, og etterfølges av resultatene fra målinger bak varmeveksler - rørene. Til slutt vil virvelavløsningsfrekvensmålingene legges fram.

### 4.2 Generell beskrivelse av resultatene

I perioden arbeidet med denne hovedoppgaven pågikk ble det foretatt rundt 30 ulike eksperimenter bak diverse geometrier i vindtunnel. De resultater som presenteres her er de kandidaten vurderer som mest informative og nyttige i hensyn til å besvare de spørsmål som ble stilt i starten og i løpet av oppgavearbeidet.

De mest sentrale resultatene i dette kapitlet er målingene av virvelavløsningsfrekvensene bak sirkulære sylindre og varmeveksler - rør. I forbindelse med vibrasjonsproblematikken i varmeveksleren var det etter kandidatens syn viktig å kartlegge eventuelle virvelavløsningsfrekvenser bak varmeveksler - rørene, for å se om det var en sammenheng mellom disse og de observerte vibrasjonsfrekvensene.

I annen rekke er det også interessant å vite mest mulig om strømningsbilde bak varmeveksler - rørene. Viten om strømningsforholdene gir mulighet til å forklare eventuelle forskjeller i observert virvelavløsningsfrekvens for forskjellige geometrier.

For å skape fortrolighet rundt målingene av både virvelavløsningsfrekvensene og de tidsavhengige hastighetene ble det gjennomført identiske målinger bak sirkulære sylindre.

Ved å sammenligne resultatene med data fra litteraturen kunne måle metodene verifiseres, forbedres eller forkastes. På denne måten kan man underbygge ny kunnskap som kommer fram gjennom bruk av de samme metodene.

Resultatene som presenteres her er valgt på grunnlag av resonnementet beskrevet ovenfor. Først vil man kunne se målinger gjort i slippstrømmen til sirkulære sylindre, deretter målinger gjort bak varmeveksler - rør. Middelhastighetene registrert med pitotrør og hetetrådsanemometer i hver måleposisjon vil bli sammenlignet for å verifisere at presisjonen i forsøket var tilfredsstillende. Foruten middelhastigheter vil fordelingen av turbulensintensitet, kurvatur og skjevhetfordeling presenteres. I enkelttilfeller vil også den karakteristiske tids-, og lengdeskalaen fremvises.

Etter at alle enkeltresultatene er lagt fram vil målinger av hvert resultat samles i sammenligningsplott der resultater for forskjellige avstander nedstrøms sammenlignes direkte. Dette gjør direkte sammenligning enklere. I sammenligningsplottene er nullpunktet på x - akse satt som posisjonen der største differansehastighet registres.

Til slutt i kapitlet presenteres målingene av virvelavløsningsfrekvensene for en sirkulære sylinder og varmeveksler - rør #2. Forsøket med den sirkulære sylindren fungerer her som verifisering av måle metoden (se kapittel 3). Ingen resultater presenteres for varmeveksler - rør #1 av den enkle grunn av ingen virvelavløsningsfrekvens ble registrert for denne geometrien.

#### 4.2.1 Usikkerheter i resultater og målte størrelser

I utgangspunktet var det ment å benytte "Monte Carlo" - metoden (se kapittel 2) til å beregne usikkerhetene for resultatene i denne rapporten. Av ukjente årsaker ble implementeringen av denne algoritmen i MATLAB mislykket. Problemet som oppsto var at resultatpopulasjonen ble så forskjøvet i forhold til den nominelle resultatverdien at konfidensintervallet ikke inneholdt det nominelle resultatet.

I stedet ble en alternativ metode av "Taylor Series Method" benyttet. Steele [12] oppgir at de partiellderiverte uttrykkene i ligning (2.74) kan approksimeres numerisk ved bruk av foroverdifferanse. Dette gjorde det praktisk mulig å benytte "Taylor Series Method" på andre enn relativt enkle reduksjonsligninger.

Usikkerheter og tallverdier for middelhastighet, turbulensintensitet, skjevhetfordeling, kurvatur og Strouhal - tall er listet opp i appendiks. Verdiene er gitt i samme enhet som resultatene presentert i dette kapitlet <sup>1</sup>.

#### 4.2.2 Kvalitetssikring av resultater

Den generelle kvaliteten på forsøkene er etter kandidatens skjønn gode. Denne vurderingen er gjort på grunnlag av sammenligning mellom gjennomsnittshastigheter målt med pitotrør og hetetråd i testseksjonen. I alle forsøk som presenteres her var forskjellen i gjennomsnittshastighet målt med pitotrør og hetetråd innenfor eksperimentell usikkerhet der strømmingen var todimensjonal, og resultatene som regnes ut fra hastighetsmålingene kan dermed sies å være relativt nøyaktige.

<sup>1</sup>Med dette forstås at ingen verdier er gitt i prosent eller som fraksjon av andre verdier

### 4.2.3 Karakteristiske tendenser

Mange av målingene som har blitt gjennomført i denne hovedoppgaven hadde til hensikt å bekrefte allerede etablerte sannheter rundt forskjellige strømningsfenomener. Dette gjelder særlig målinger gjort i slippstrømmen til sylindre.

Resultatene fra hastighetsmålinger bekrefter i stor grad de data som finnes i litteraturen, det være seg middelhastigheter og dragkoeffisienter. Som nevnt i kapittel 2 har slippstrømninger den egenskap at de blir selvlike i en viss avstand fra omstrømningsobjektet. Middelhastigheten oppnår selvlikhet raskest, cirka 80 diametre nedstrøms for en sylinder [11]. Turbulensintensiteten og andre høyere momenter blir ikke selvlike før mye lengre nedstrøms [11]. Resultatene fra målinger bak sylindre og varmeveksler - rør viser at middelhastighetene nærmer seg den selvlike løsningen jo lengre man beveger seg nedstrøms, men fullstendig selvlikhet observeres ikke.

Det er viktig å påpeke allerede nå at testforholdene for noen av målingene ikke var optimale. Tydelige tegn på forstyrrelser i fristrømmen viste seg for noen av målingene tatt lengst nedstrøms. Dette er som tidligere diskutert mest sannsynlig på grunn av at måleinstrumentene var plassert i en strålestrømning der potensialkjernen etter hvert vil brytes ned. Eventuelle avvik fra forventede resultater vil bli diskutert i kapittel 5.

### 4.2.4 Normaliseringskonvensjoner

I de tilfeller hvor resultater er normert med en eller annen størrelse vil dette bli opplyst. Dette gjelder bare for middelhastigheter og turbulensintensitet. Normeringskonvensjonene som brukes i presentasjonen av resultatene i dette kapitlet er som følger:

- Med normert middelhastighet (eller bare hastighet) menes det at hastighetsdifferansen mellom fristrømmen og slippstrømmen er skalert med den maksimale verdien av hastighetsdifferansen
- Normalt er turbulensintensiteten fremstilt som prosent av fristrøms hastigheten, det vil si, RMS - verdien av hastigheten delt på fristrøms hastigheten og deretter multiplisert med hundre
- I enkelte tilfeller er turbulensintensiteten normert etter en metode presentert av Hinze [5]. Her deles den kvadrerte RMS - verdien med kvadratet av den maksimale hastighetsdifferansen. Denne metoden brukes også av White [17]

## 4.3 Presentasjon av resultater

Denne seksjonen inneholder resultatene som vil bli brukt som grunnlag i konklusjonen i kapittel 5. En generell oversikt over forsøkene blir presentert først.

I tabellene er avstanden fra omstrømningsobjektet og planet målesondene beveger seg i presentert som antall finne - lengder for varmeveksler - rørene, notert L, eller antall diametre for sylindre, notert D.

### 4.3.1 Forsøksoversikt

Av praktiske hensyn deles forsøkene i to hovedtyper;

- Hastighetsmålinger
- Målinger av virvelavløsningsfrekvens

Nedenfor er en oversikt over de forsøkene som presenteres i dette kapitlet.

<i>Forsøksnummer</i>	<i>Geometri</i>	<i>Nedstrøms avstand i forhold til refe- ransepunkt</i>
006	Sylinder #2	26D
009	Sylinder #2	46D
011	Sylinder #2	12D
015	Rør #1	10L
017	Rør #1	2L
018	Rør #2	2L
019	Rør #2	10L
021	Rør #1	2L
022	Rør #1	10L

Tabell 4.1: Oversikt over forsøk med hastighetsmålinger

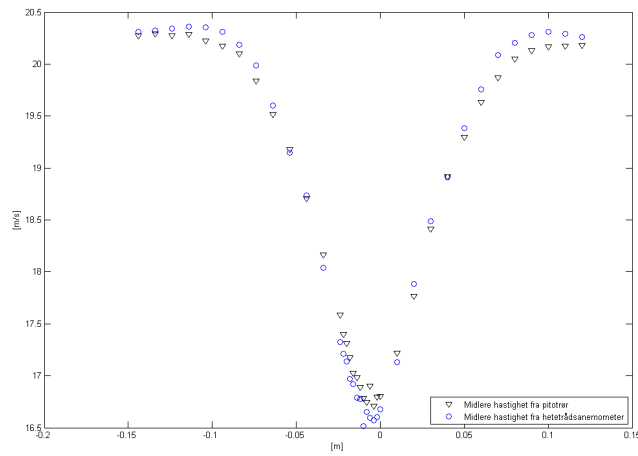
<i>Forsøksnummer</i>	<i>Geometri</i>
008	Rør #2
012	Sylinder #2

Tabell 4.2: Oversikt over forsøk med målinger av virvelavløsningsfrekvens

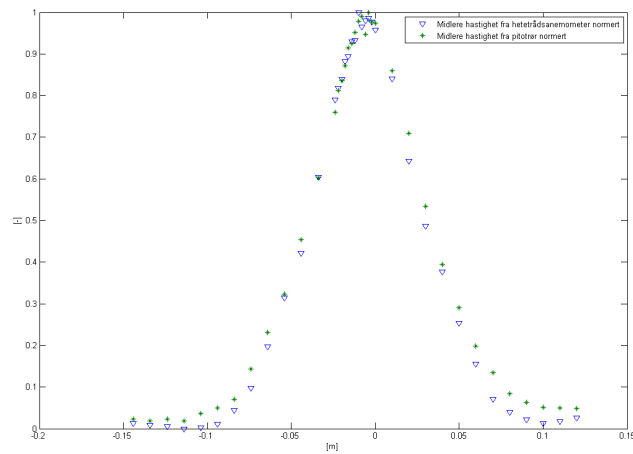
### 4.3.2 Resultat av målinger bak sylindre

Her presenteres resultatene fra målinger bak sylinder #2. Etter innledende spektralanalyse ble den maksimale karakteristiske tidsskalaen beregnet til 5 millisekunder. Dette gav en maksimal tillat målefrekvens på 100 Hz. Måletiden ble satt til 60 sekunder per målepunkt. For forsøk 006 var målefrekvensen satt til 50 Hz og måletiden 30 sekunder per målepunkt.

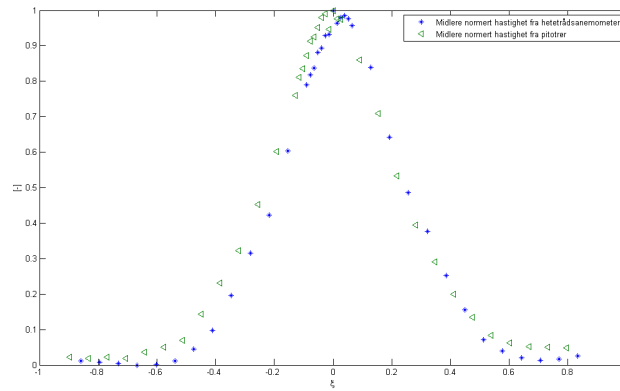
#### Forsøk 006



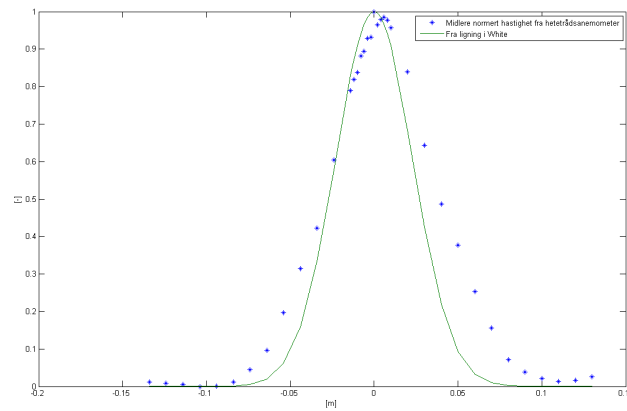
Figur 4.1: Hastighetsfelt i avstand 26D for sylinder #2



Figur 4.2: Normerte hastighetsfelt i avstand 26D for sylinder #2

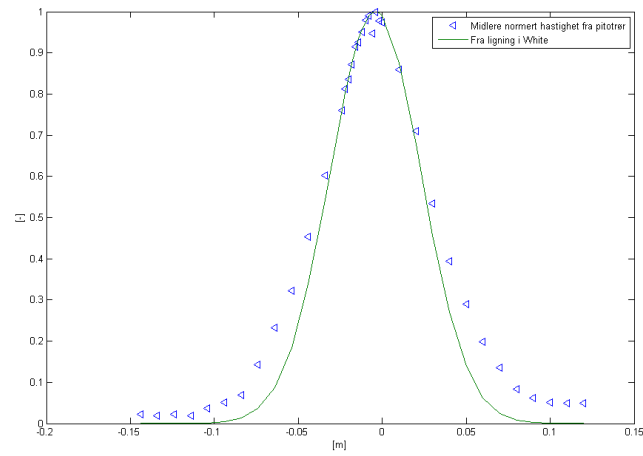


Figur 4.3: Normerte hastighetsfelt i avstand 26D for sylinder #2 etter metode gitt av [5]

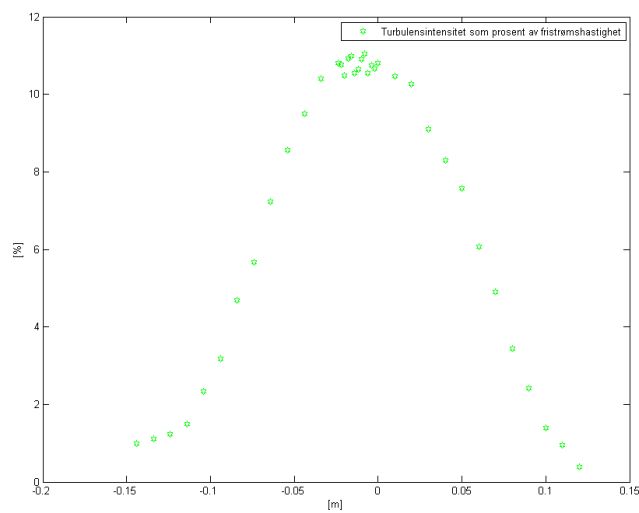


Figur 4.4: Normert hastighetsfelt i avstand 26D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.)

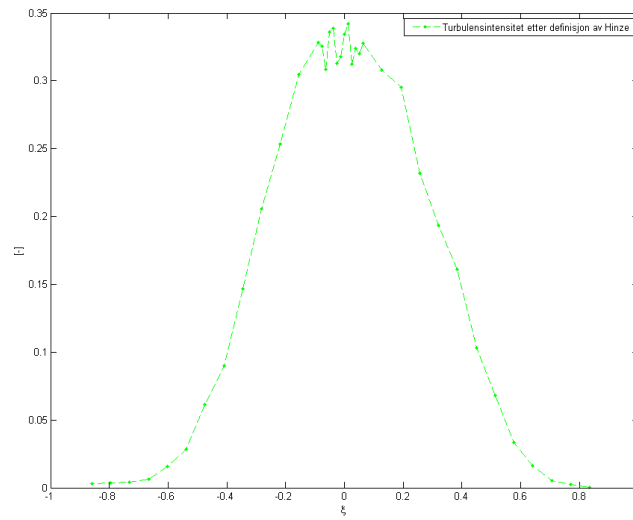




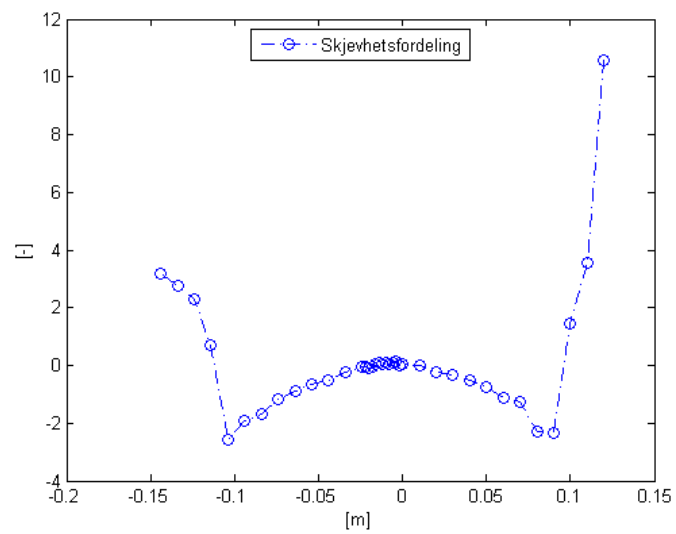
Figur 4.5: Normert hastighetsfelt i avstand 26D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør)



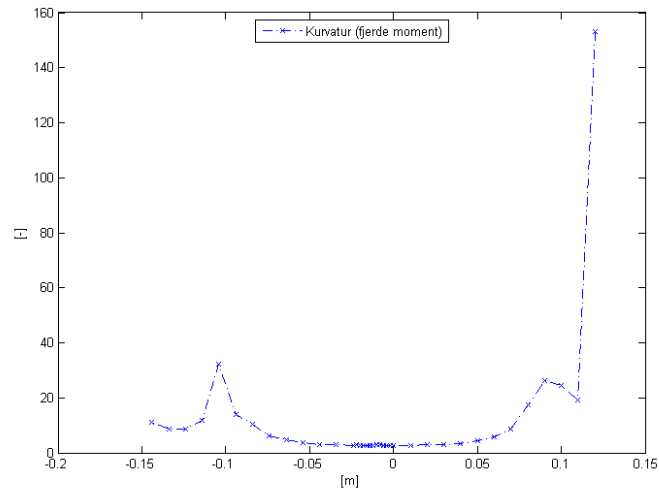
Figur 4.6: Turbulensintensitet i avstand 26D for sylinder #2



Figur 4.7: Turbulensintensitet i avstand 26D for sylinder #2 normert etter metode gitt av [5]

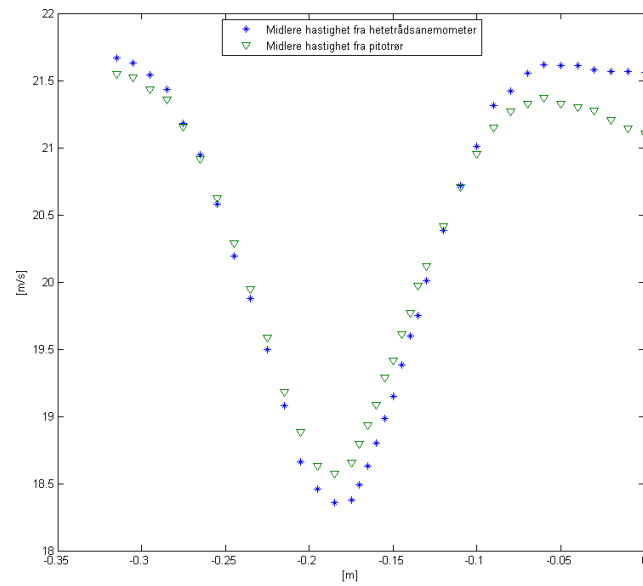


Figur 4.8: Skjevhetsfordeling i avstand 26D for sylinder #2

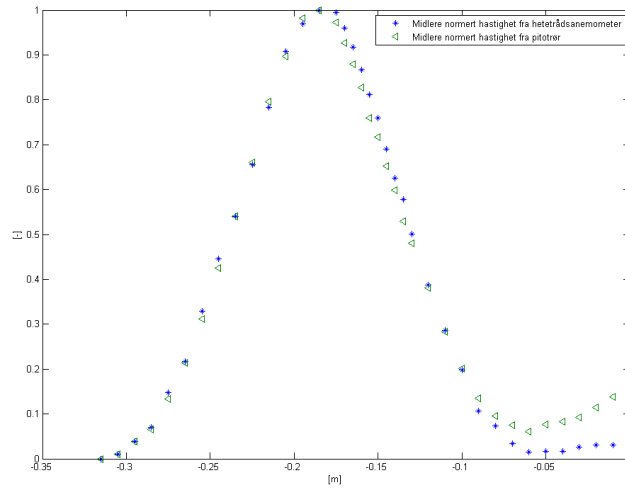


Figur 4.9: Kurvatur i avstand 26D for sylinder #2

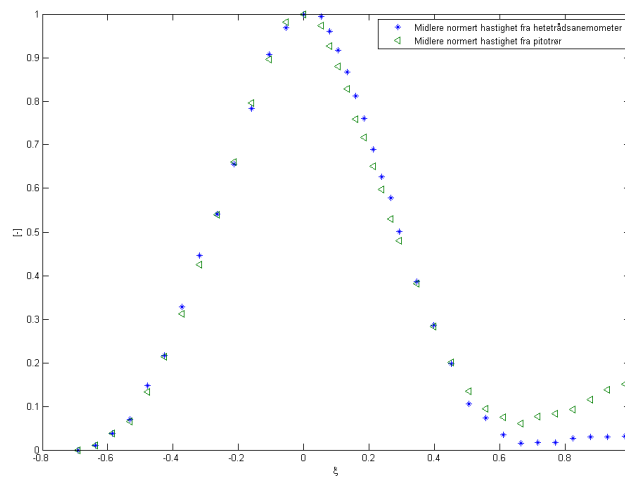
**Forsøk 009**



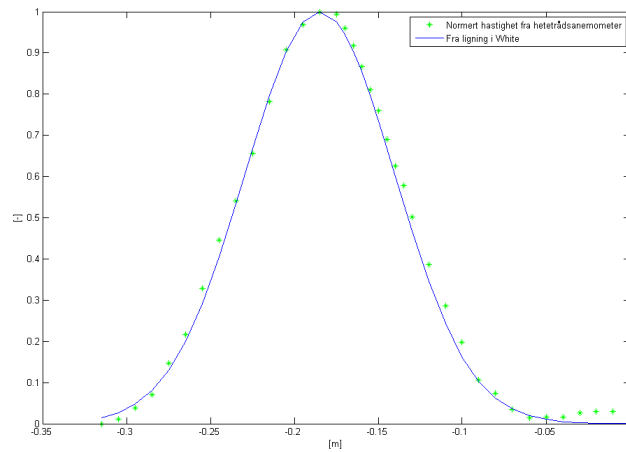
Figur 4.10: Hastighetsfelt i avstand 46D for sylinder #2



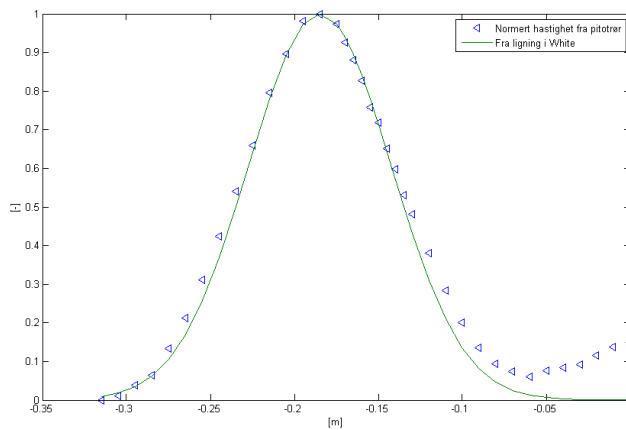
Figur 4.11: Normerte hastighetsfelt i avstand 46D for sylinder #2



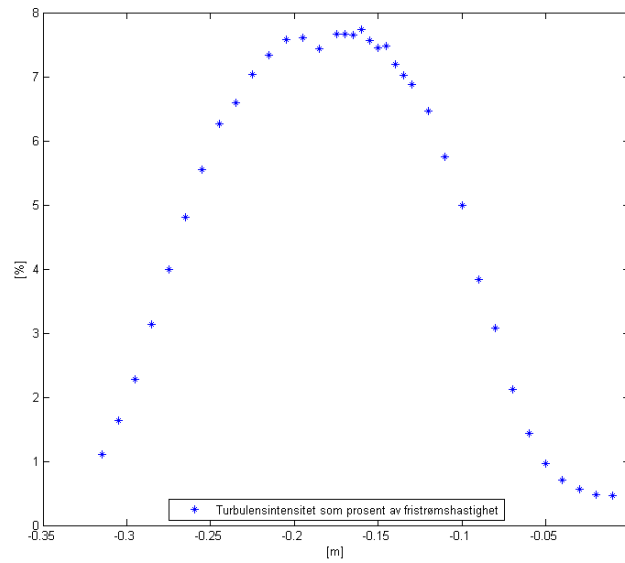
Figur 4.12: Normerte hastighetsfelt i avstand 46D for sylinder #2 etter metode gitt av [5]



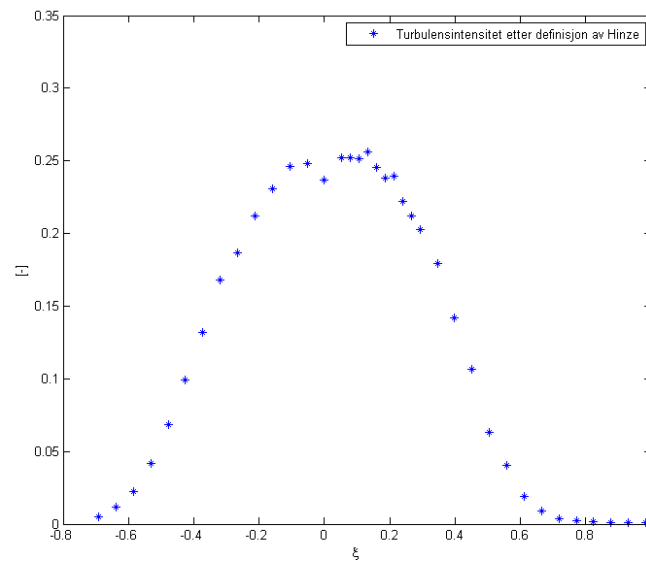
Figur 4.13: Normert hastighetsfelt i avstand 46D for sylindrer #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.)



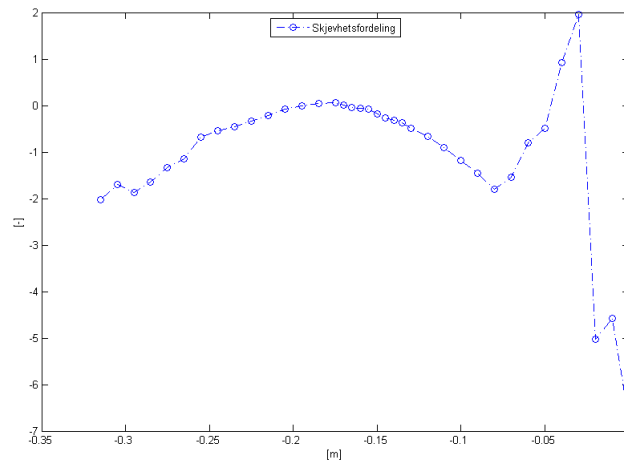
Figur 4.14: Normert hastighetsfelt i avstand 46D for sylindrer #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør)



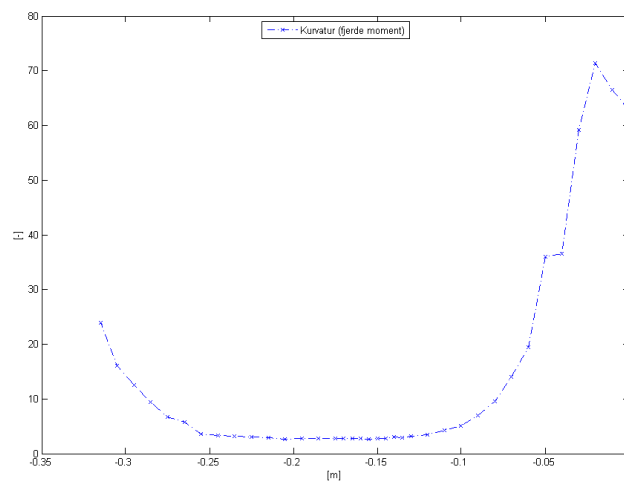
Figur 4.15: Turbulensintensitet i avstand 46D for sylinder #2



Figur 4.16: Turbulensintensitet i avstand 46D for sylinder #2 normert etter metode gitt av [5]

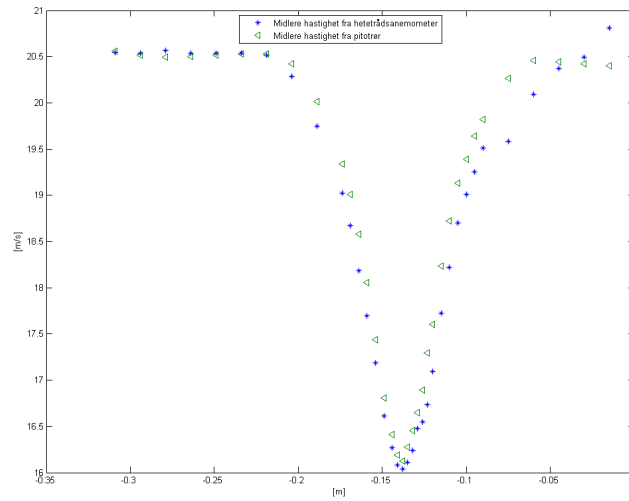


Figur 4.17: Skjevhetsfordeling i avstand 46D for sylinder #2

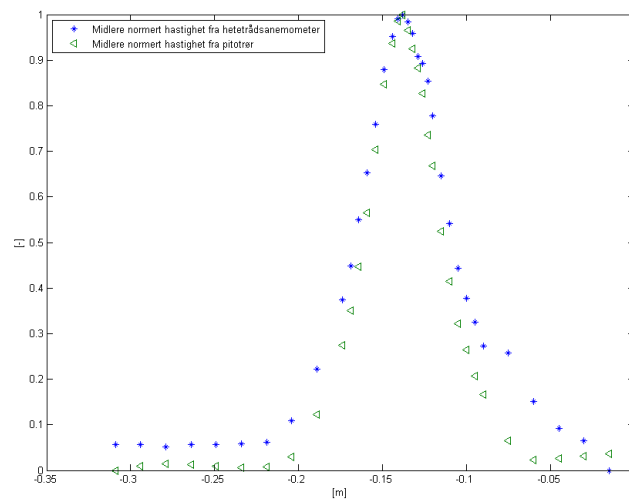


Figur 4.18: Kurvatur i avstand 46D for sylinder #2

Forsøk 011

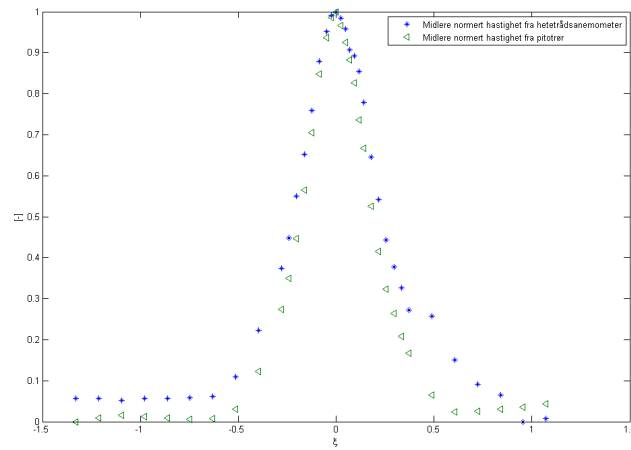


Figur 4.19: Hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2

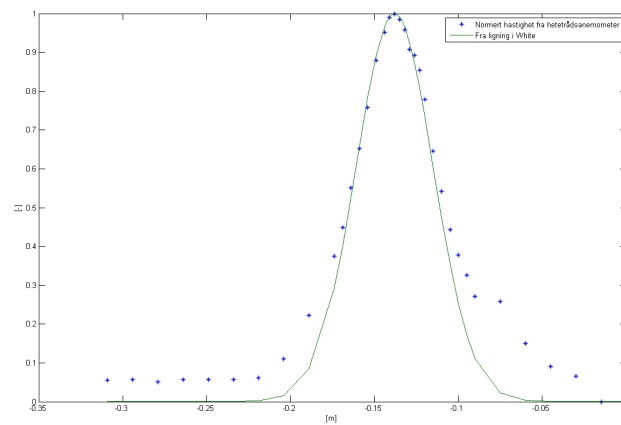


Figur 4.20: Normerte hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2

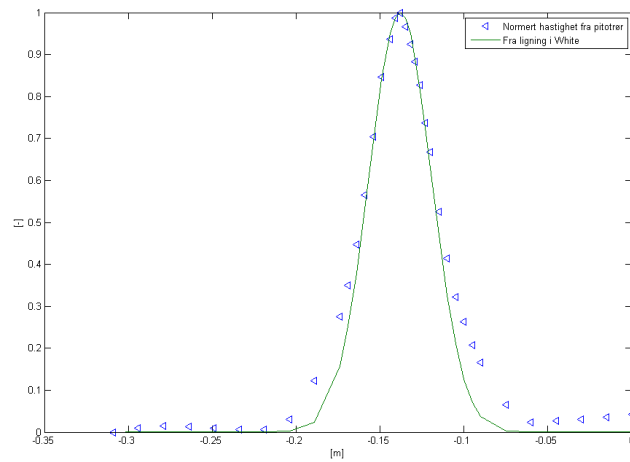




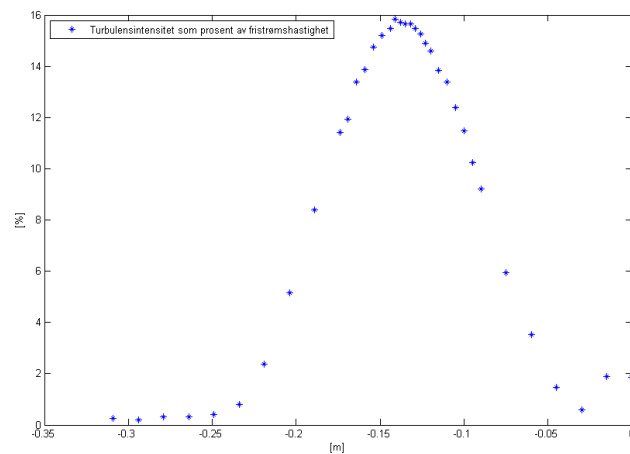
Figur 4.21: Normerte hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2 etter metode gitt av [5]



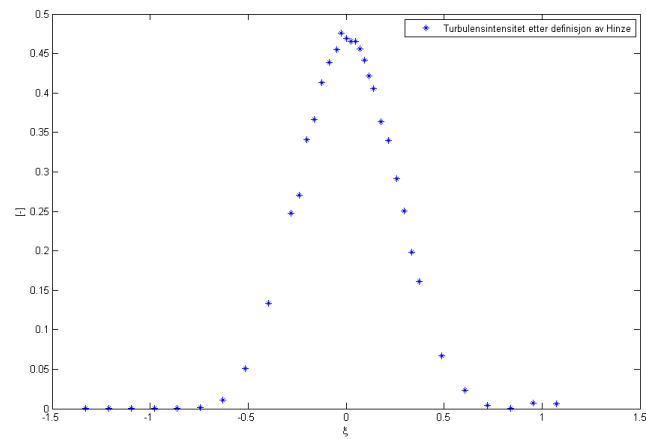
Figur 4.22: Normert hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.)



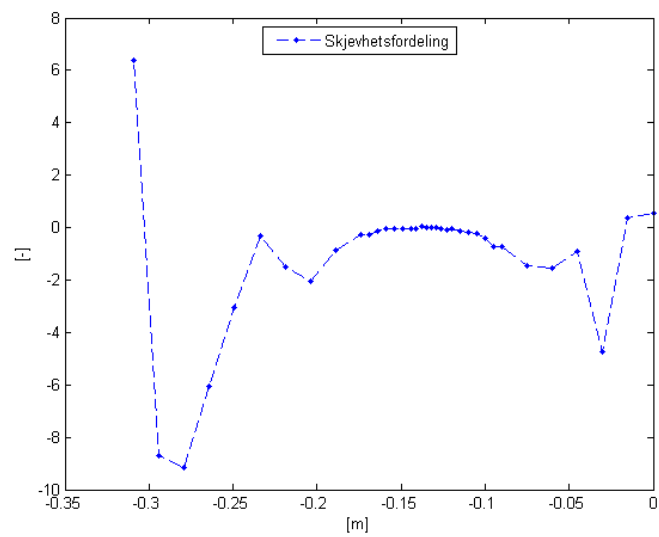
Figur 4.23: Normert hastighetsfelt i avstand 12D for sylinder #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør)



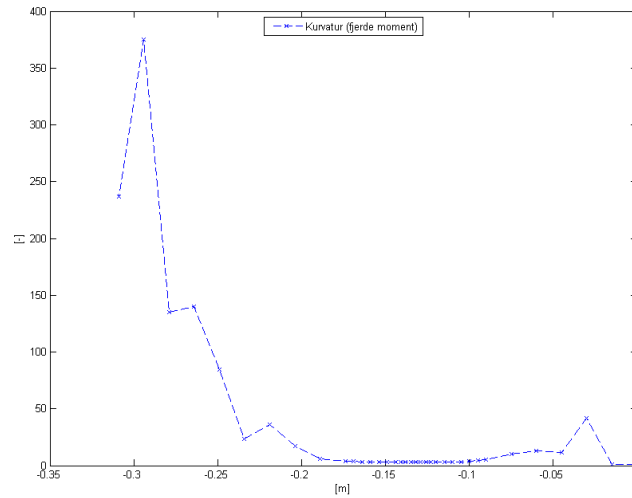
Figur 4.24: Turbulensintensitet i avstand 12D for sylinder #2



Figur 4.25: Turbulensintensitet i avstand 12D for sylinder #2 normert etter metode gitt av [5]



Figur 4.26: Skjevhetsfordeling i avstand 12D for sylinder #2



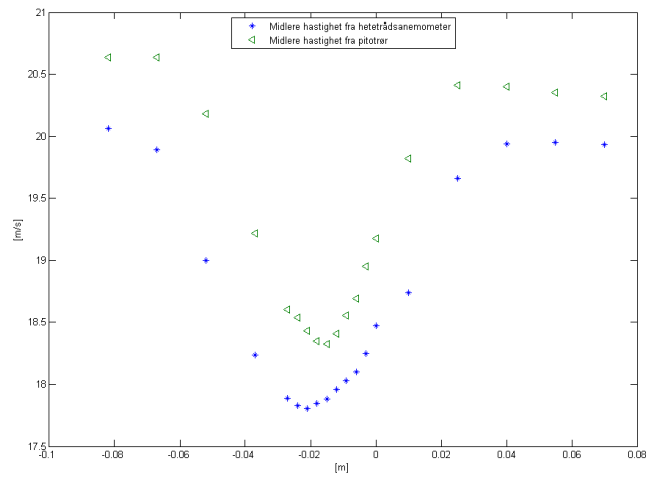
Figur 4.27: Kurvatur i avstand 12D for sylinder #2

### 4.3.3 Resultat av målinger bak varmeveksler - rør

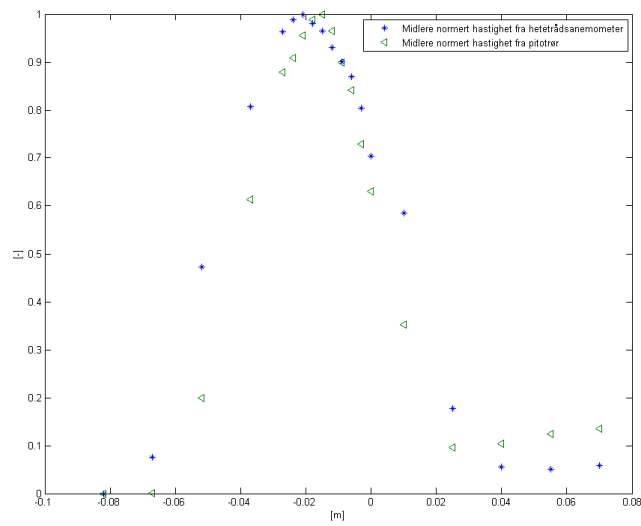
Nedenfor legges resultatene fra målinger bak varmeveksler - rør fram. Resultatene inkluderer også beregning av karakteristisk tids-, og lengdeskala. Målefrekvensen ble på grunnlag av spektralanalysen satt til 100 Hz, bortsett fra i forsøk 018 der frekvensen ble satt til 50 Hz. Måletiden var 60 sekunder per målepunkt.

For spektralanalysene ble måletiden satt til 2 sekunder med målefrekvens på 8000 Hz.

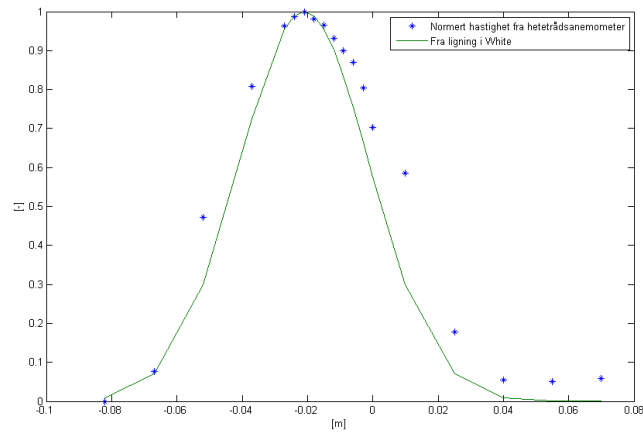
#### Forsøk 015



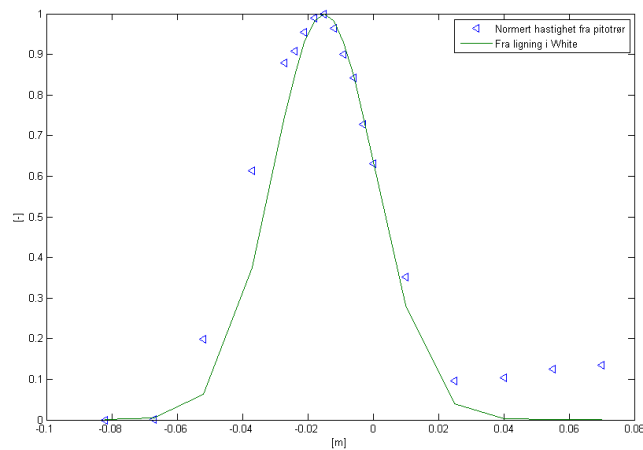
Figur 4.28: Hastighetsfelt i avstand 10L for rør #1



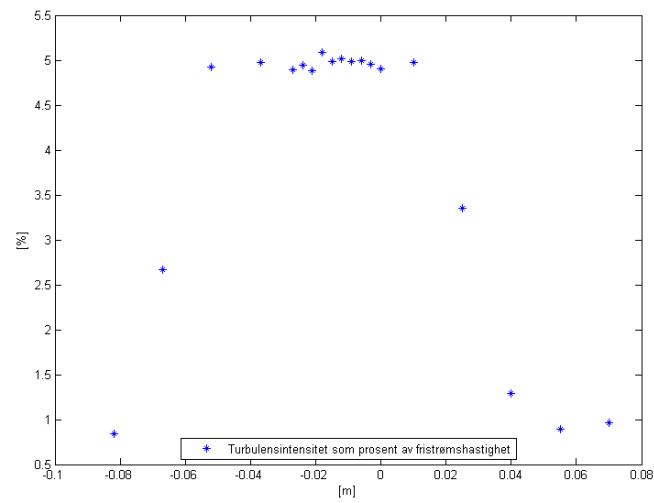
Figur 4.29: Normerte hastighetsfelt i avstand 10L for rør #1



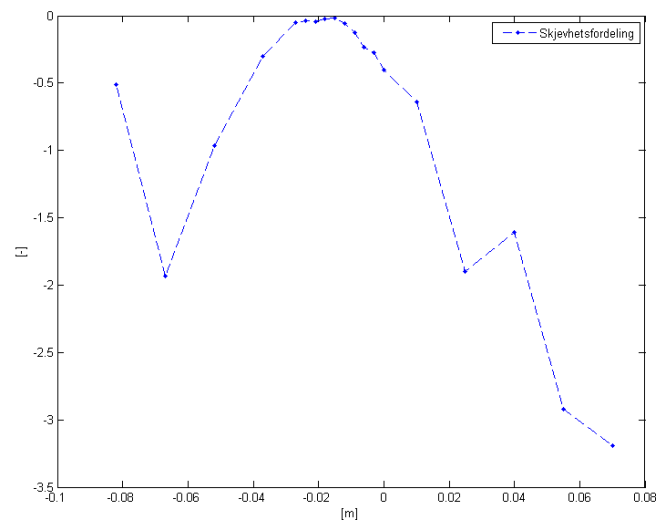
Figur 4.30: Normerte hastighetsfelt i avstand  $10L$  for rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.)



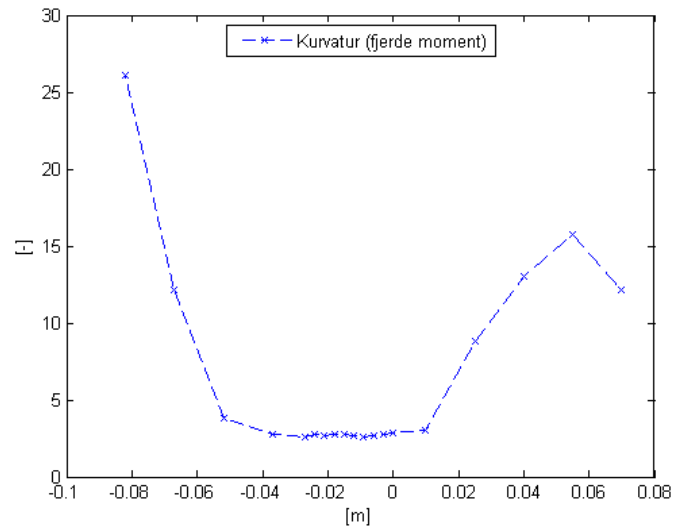
Figur 4.31: Normerte hastighetsfelt i avstand  $10L$  for rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør)



Figur 4.32: Turbulensintensitet i avstand 10L for rør #1

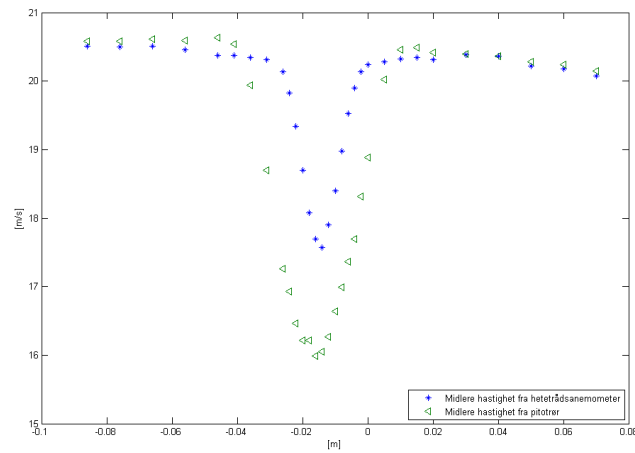


Figur 4.33: Skjevhetsfordeling i avstand 10L for rør #1



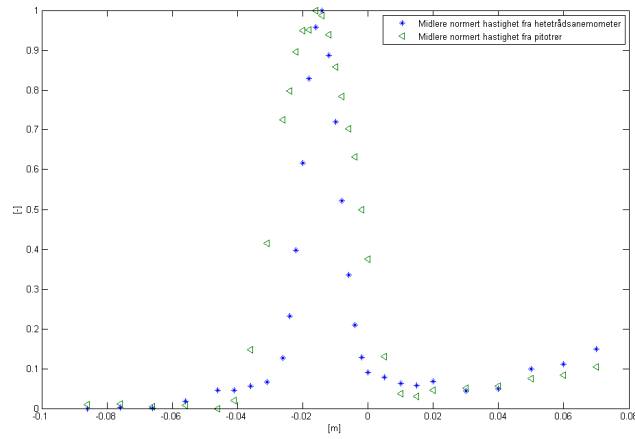
Figur 4.34: Kurvatur i avstand 10L for rør #1

**Forsøk 017**

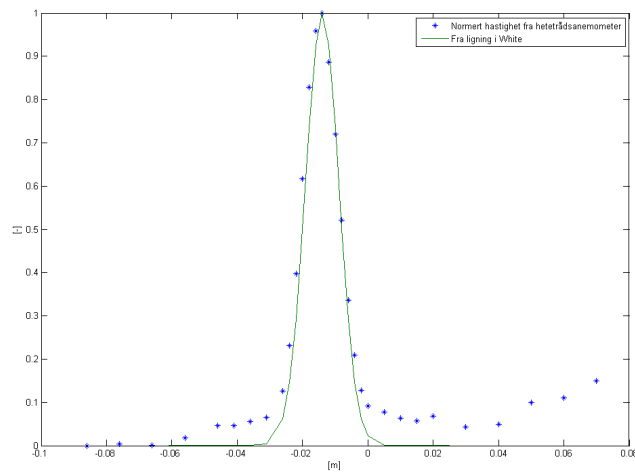


Figur 4.35: Hastighetsfelt i avstand 2L for rør #1

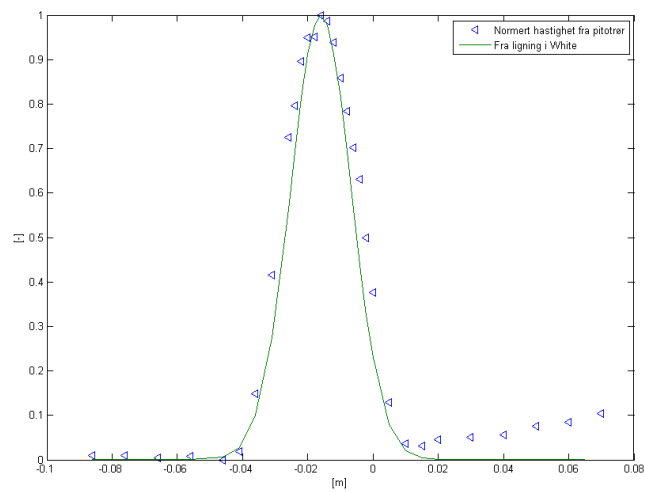




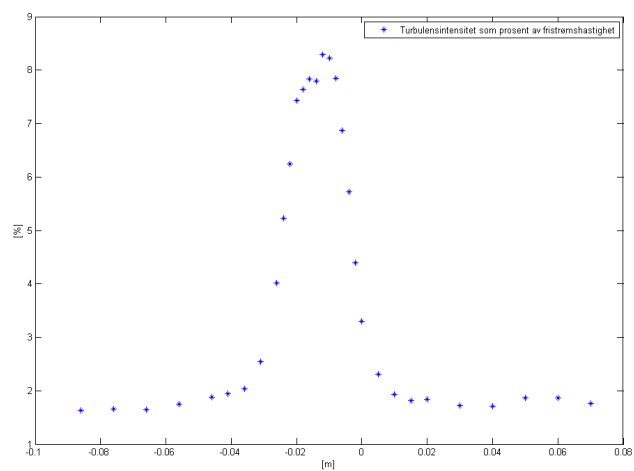
Figur 4.36: Normerte hastighetsfelt i avstand  $2L$  for rør #1



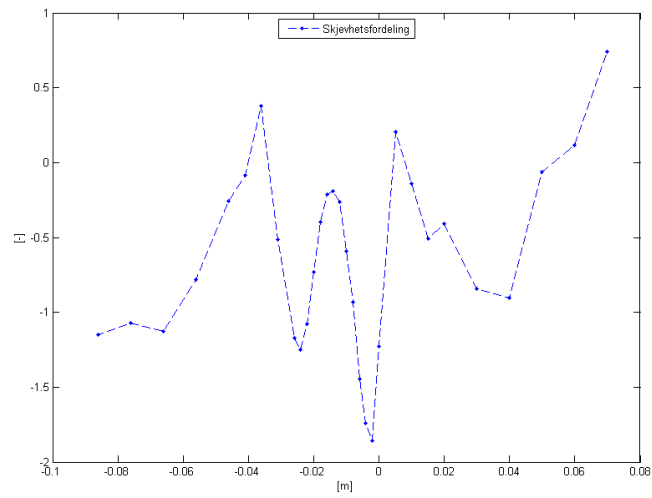
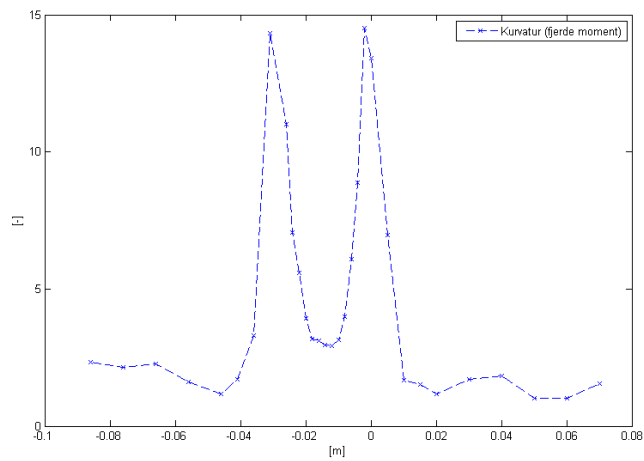
Figur 4.37: Normerte hastighetsfelt i avstand  $2L$  for rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.)



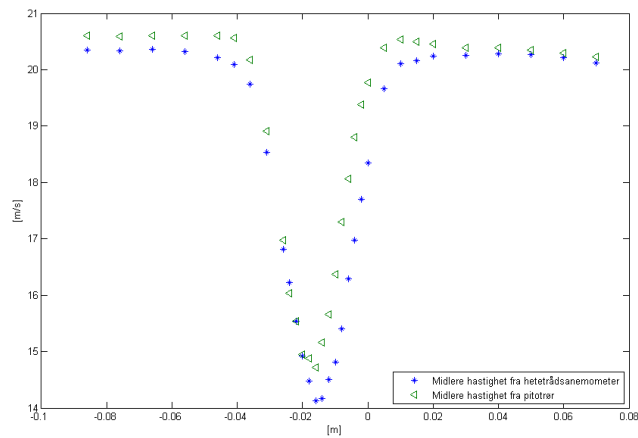
Figur 4.38: Normerte hastighetsfelt i avstand  $2L$  for rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør)



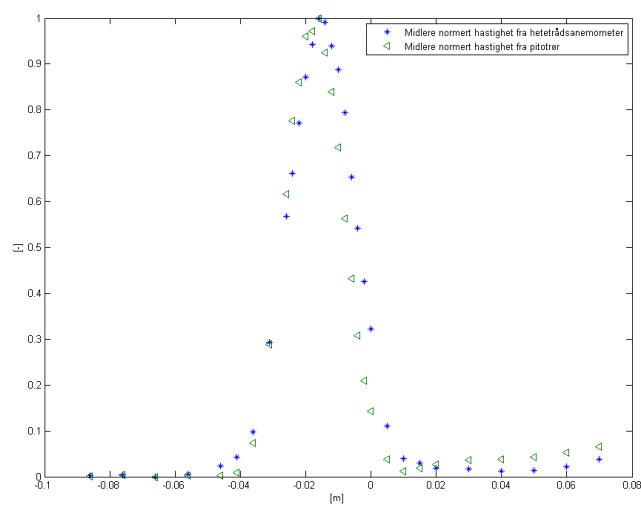
Figur 4.39: Turbulensintensitet i avstand  $2L$  for rør #1

Figur 4.40: Skjevhetsfordeling i avstand  $2L$  for rør #1Figur 4.41: Kurvatur i avstand  $2L$  for rør #1

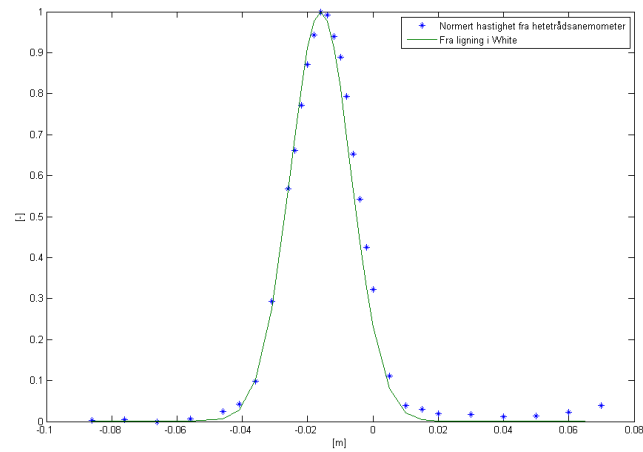
Forsøk 018



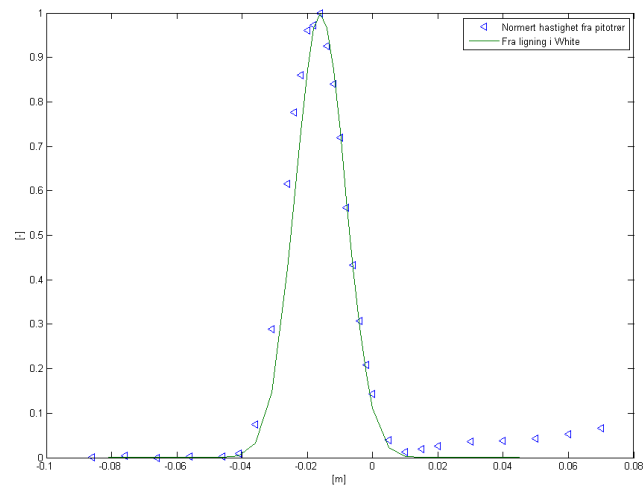
Figur 4.42: Hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #2



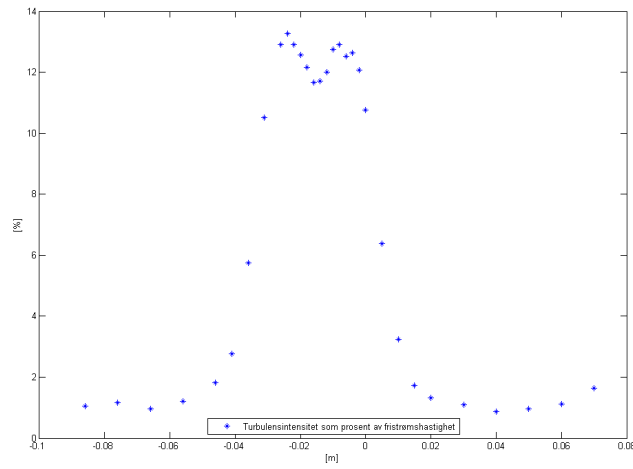
Figur 4.43: Normerte hastighetsfelt i avstand 2L bak rør #2



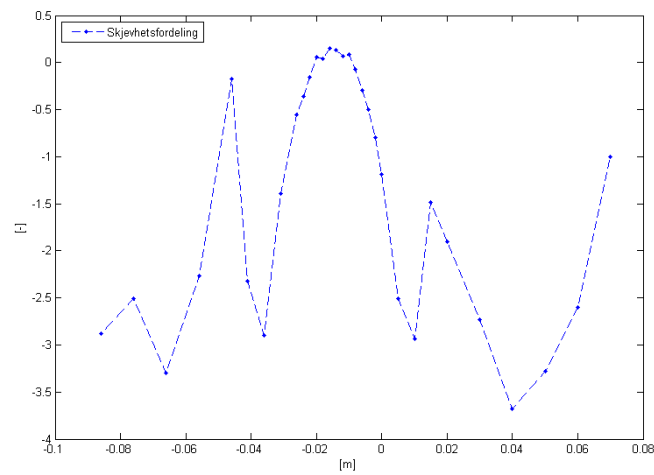
Figur 4.44: Normerte hastighetsfelt i avstand  $2L$  bak rør #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.)



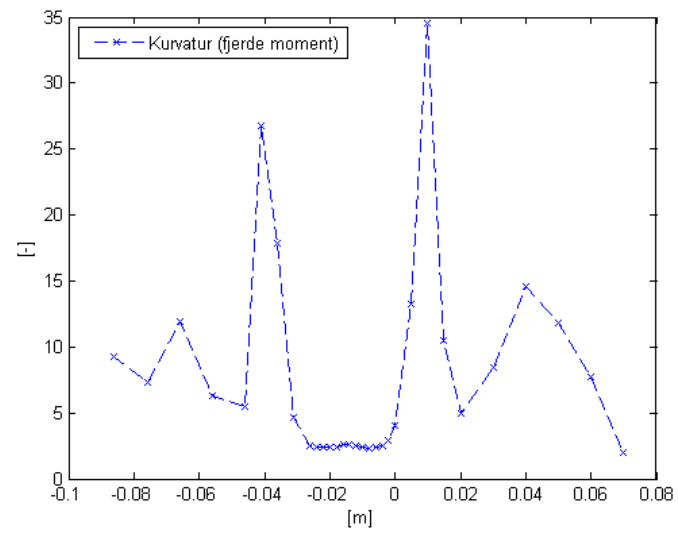
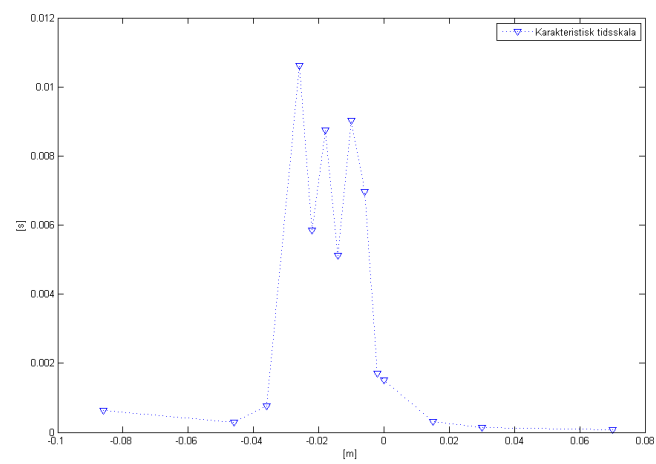
Figur 4.45: Normerte hastighetsfelt i avstand  $2L$  bak rør #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør)

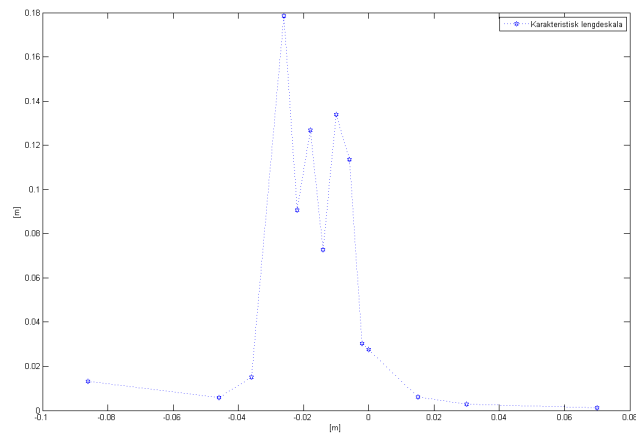


Figur 4.46: Turbulensintensitet i avstand 2L bak rør #2



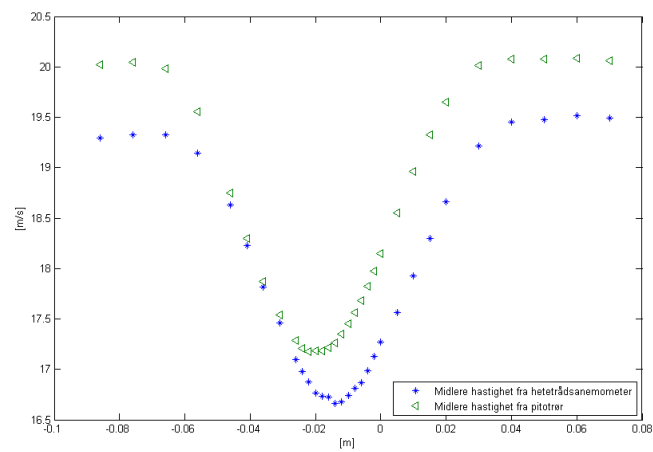
Figur 4.47: Skjevhetsfordeling i avstand 2L bak rør #2

Figur 4.48: Kurvatur i avstand  $2L$  bak rør #2Figur 4.49: Karakteristisk tidsskala i avstand  $2L$  bak rør #2



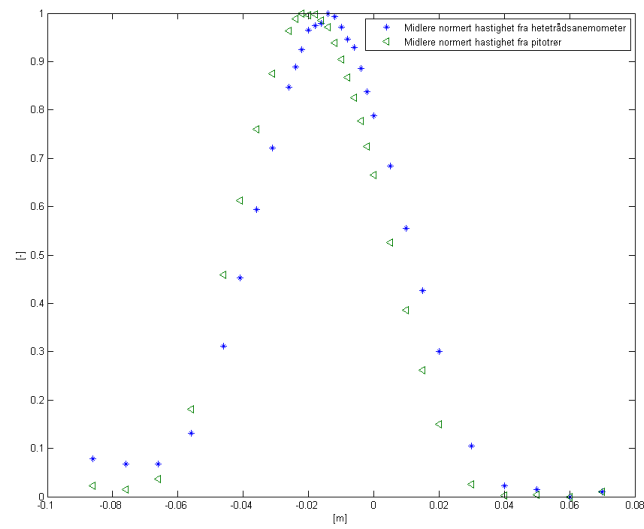
Figur 4.50: Karakteristisk lengdeskala i avstand 2L bak rør #2

**Forsøk 019**

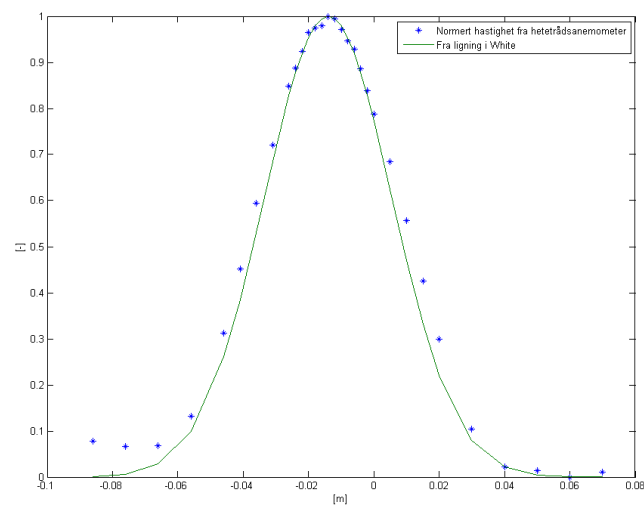


Figur 4.51: Hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #2

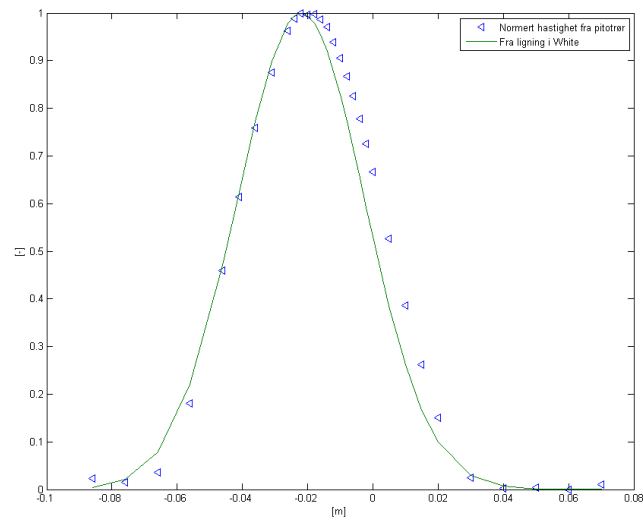




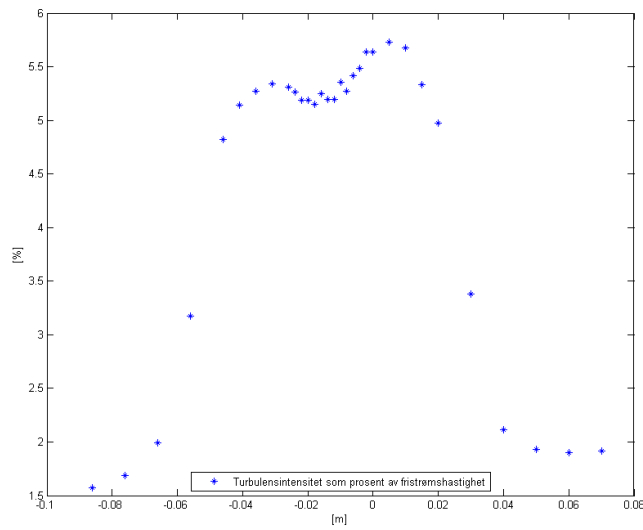
Figur 4.52: Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #2



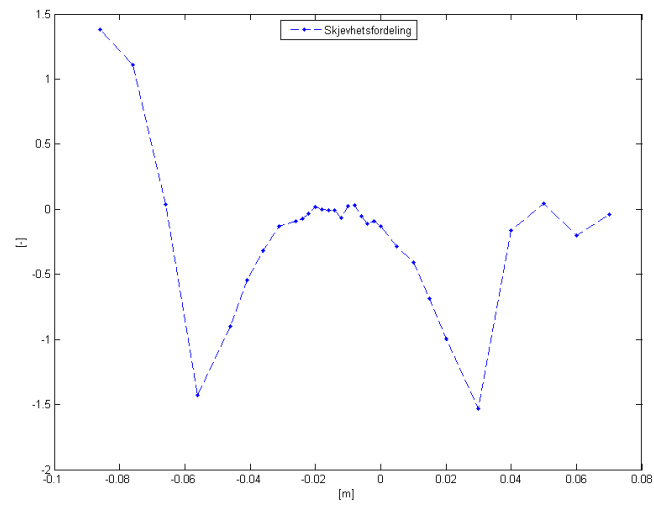
Figur 4.53: Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.)



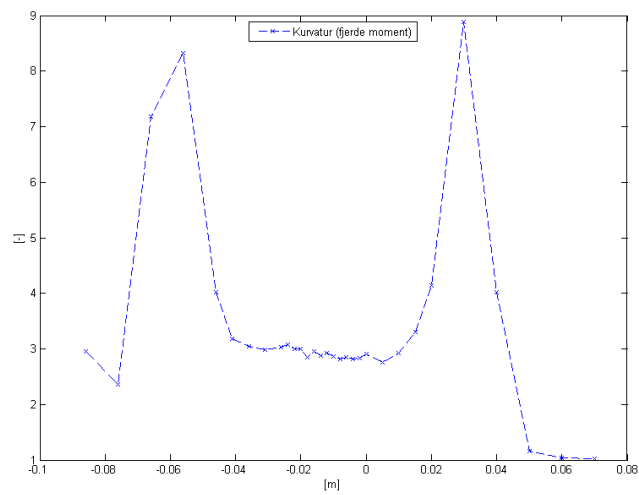
Figur 4.54: Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #2 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør)



Figur 4.55: Turbulensintensitet i avstand 10L bak rør #2

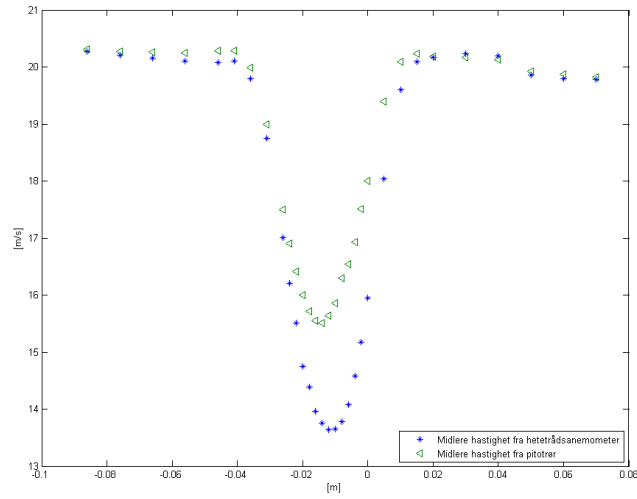


Figur 4.56: Skjevhetsfordeling i avstand 10L bak rør #2

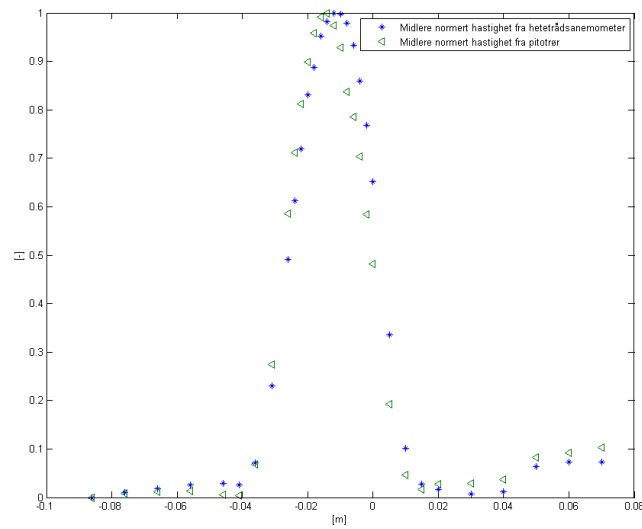


Figur 4.57: Kurvatur i avstand 10L bak rør #2

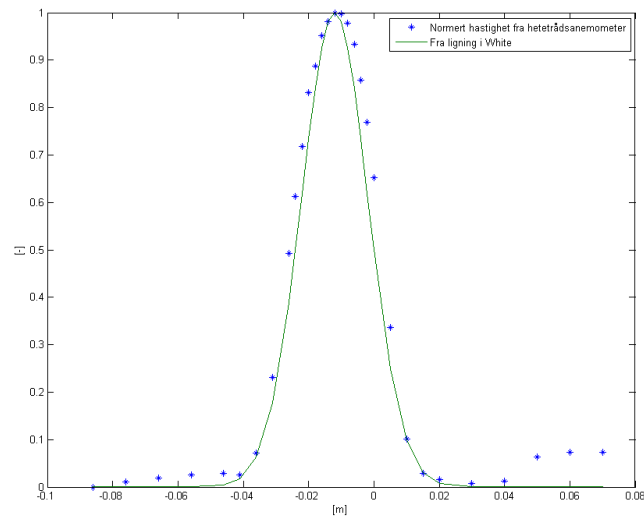
Forsøk 021



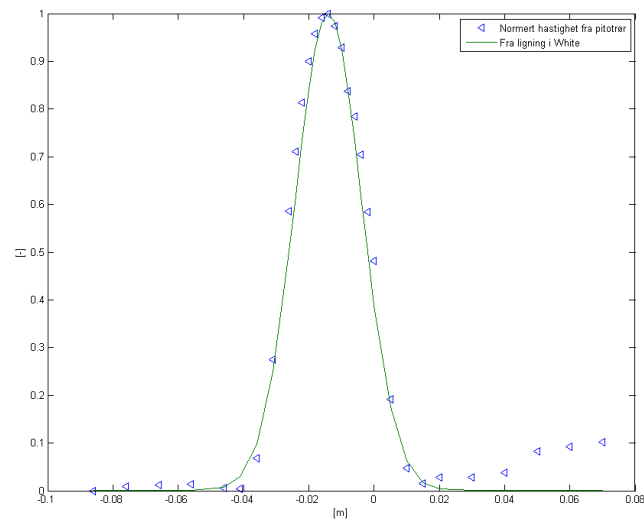
Figur 4.58: Hastighetsfelt i avstand  $2L$  bak rør #1



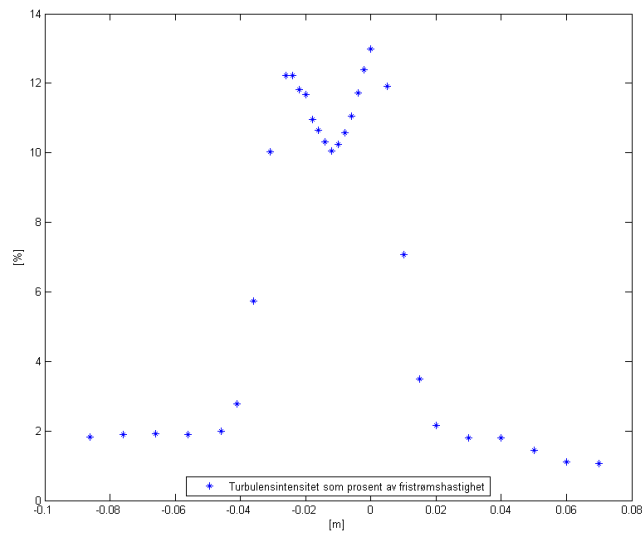
Figur 4.59: Normerte hastighetsfelt i avstand  $2L$  bak rør #1



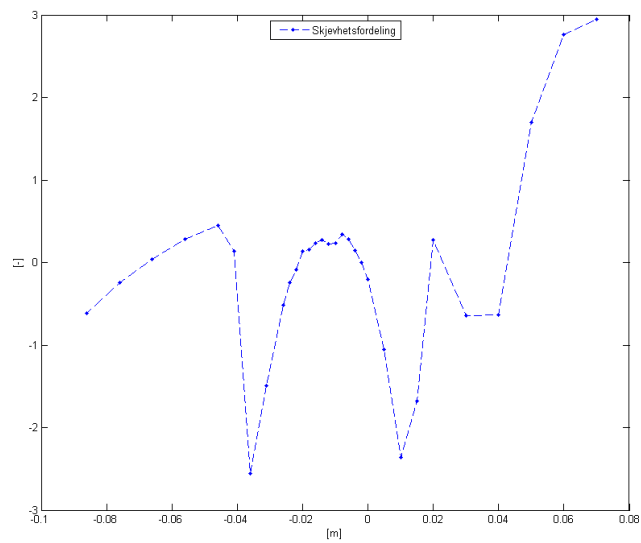
Figur 4.60: Normerte hastighetsfelt i avstand  $2L$  bak rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.)



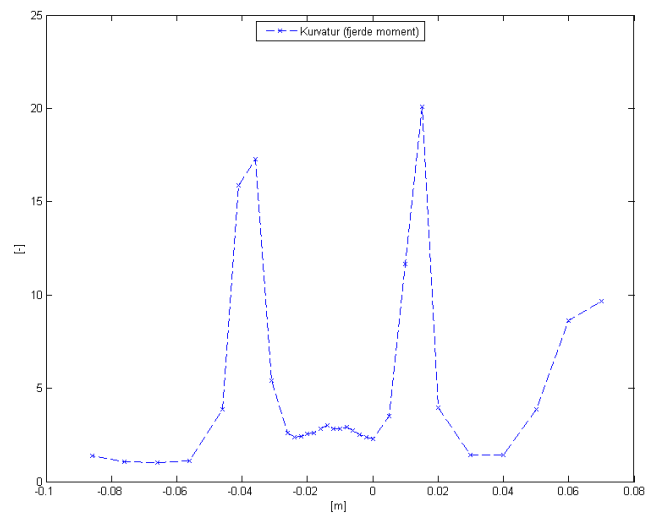
Figur 4.61: Normerte hastighetsfelt i avstand  $2L$  bak rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør)



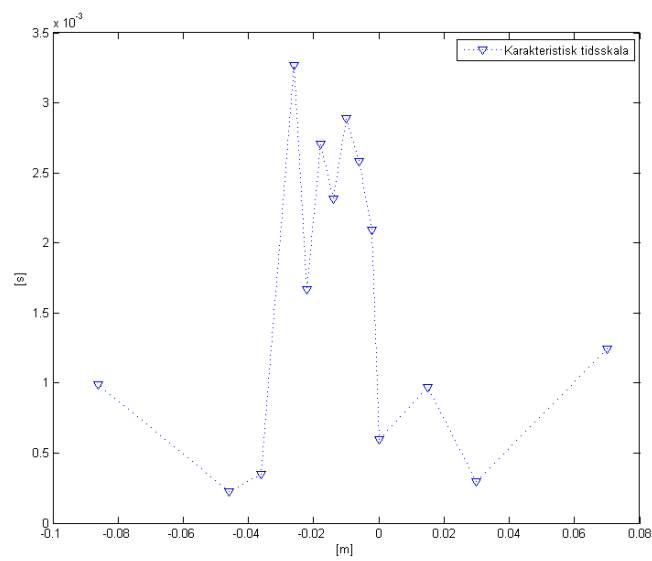
Figur 4.62: Turbulensintensitet i avstand 2L bak rør #1



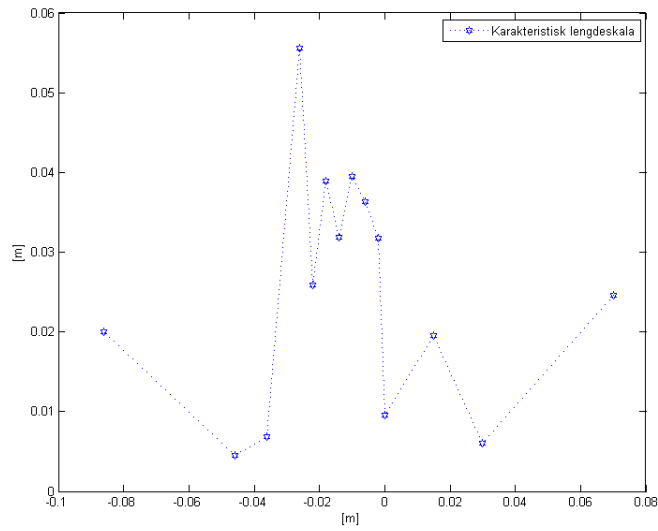
Figur 4.63: Skjevhetstfordeling i avstand 2L bak rør #1



Figur 4.64: Kurvatur i avstand 2L bak rør #1

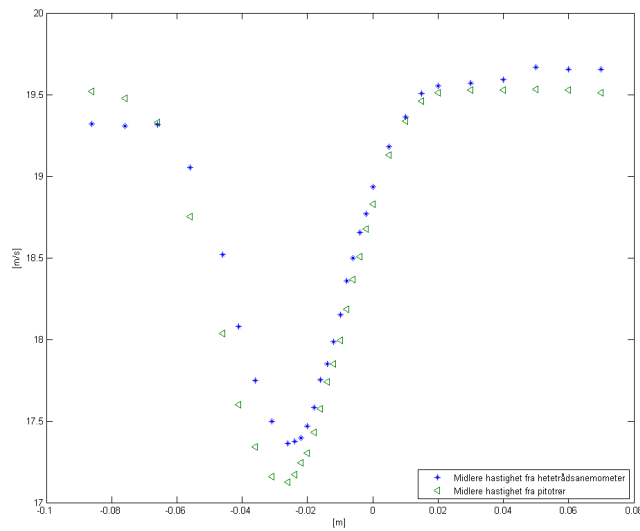


Figur 4.65: Karakteristisk tidsskala i avstand 2L bak rør #1



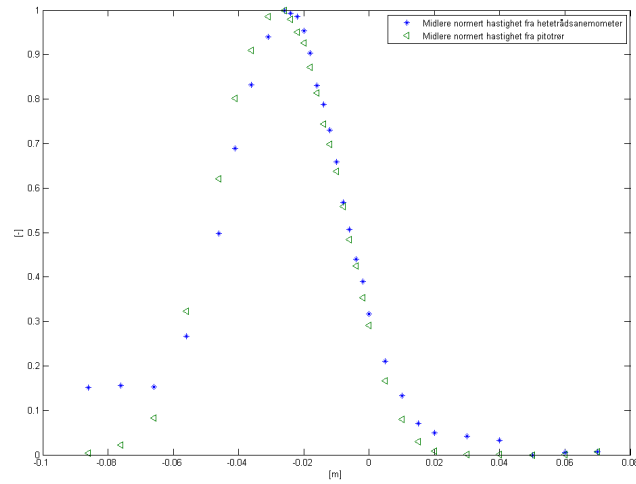
Figur 4.66: Karakteristisk lengdeskala i avstand  $2L$  bak rør #1

**Forsøk 022**

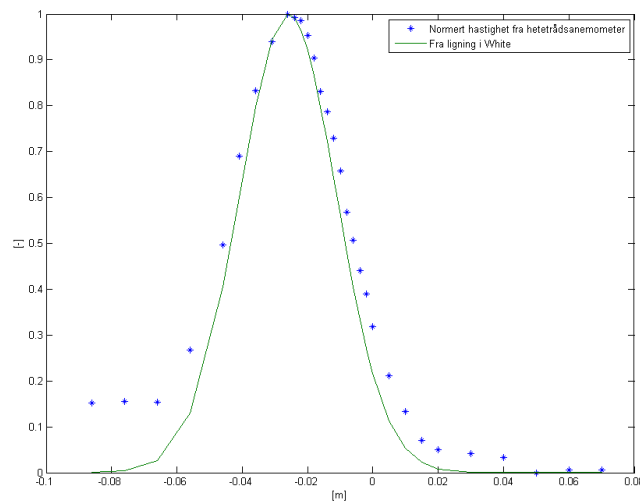


Figur 4.67: Hastighetsfelt i avstand  $10L$  bak rør #1

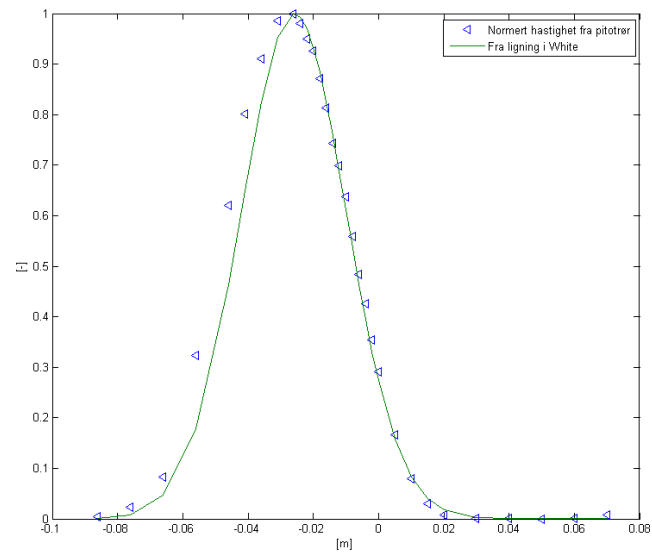




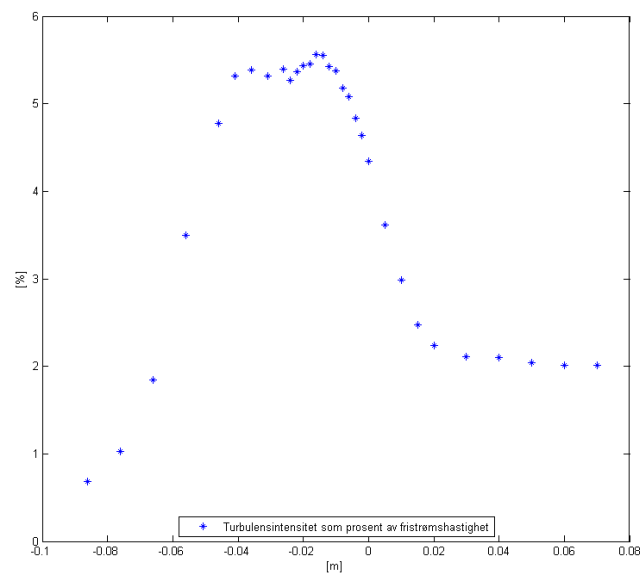
Figur 4.68: Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #1



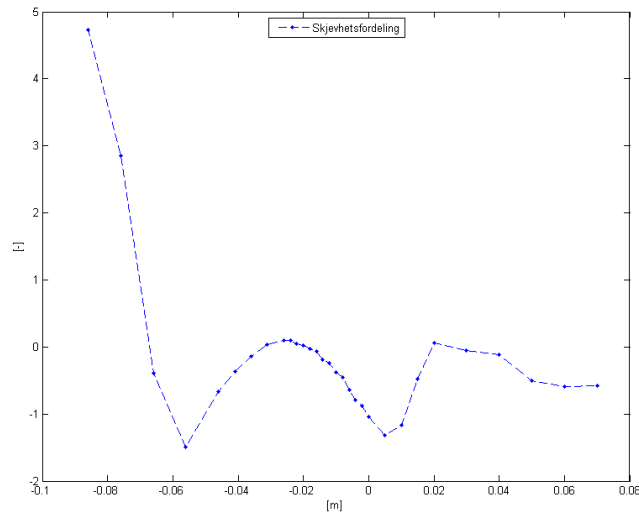
Figur 4.69: Normerte hastighetsfelt avstand 10L bak rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (h.a.)



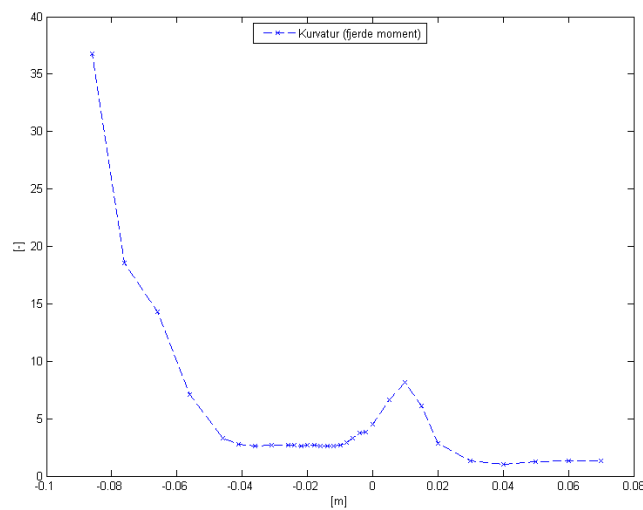
Figur 4.70: Normerte hastighetsfelt i avstand 10L bak rør #1 sammenlignet med gaussisk tilnærming (pitotrør)



Figur 4.71: Turbulensintensitet i avstand 10L bak rør #1



Figur 4.72: Skjevhetfordeling i avstand 10L bak rør #1

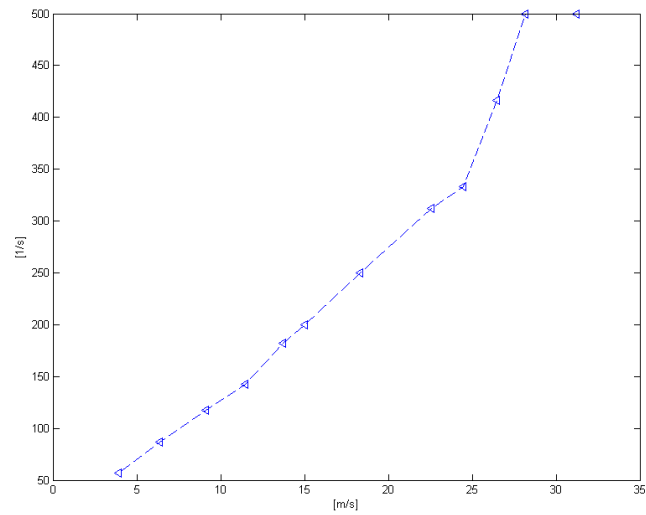


Figur 4.73: Kurvatur i avstand 10L bak rør #1

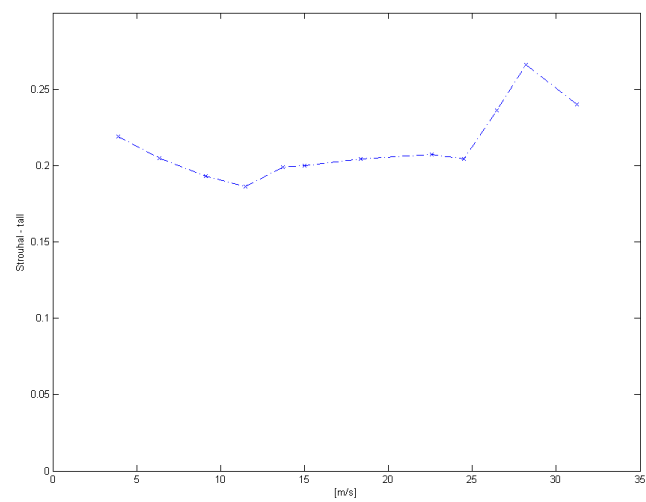
#### 4.3.4 Måling av virvelavløsningsfrekvenser

Virvelavløsningsfrekvensene ble målt med oscilloskop - metoden beskrevet i kapittel 3. Fristrømhastigheten ble målt med pitotrør plassert i utgangen av testseksjonen.

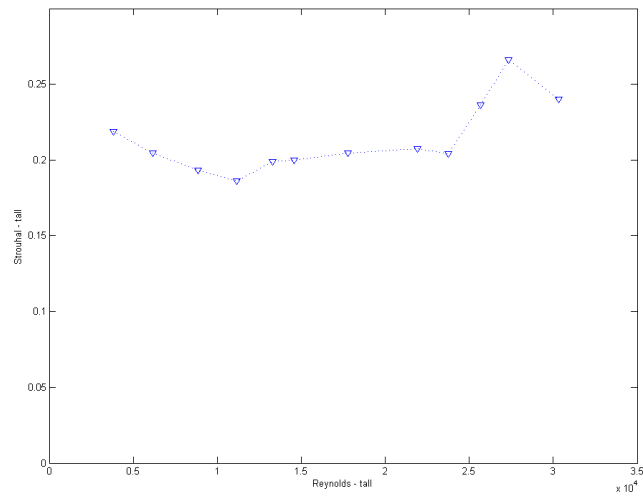
## Forsøk 008



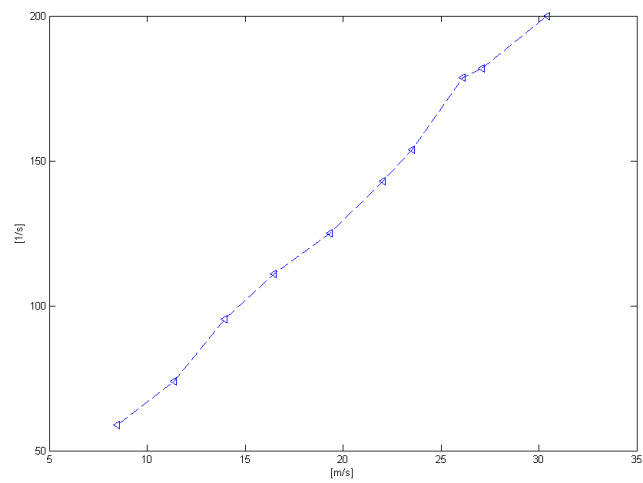
Figur 4.74: Virvelavløsningsfrekvens bak rør #2 som funksjon av fristrøms hastighet



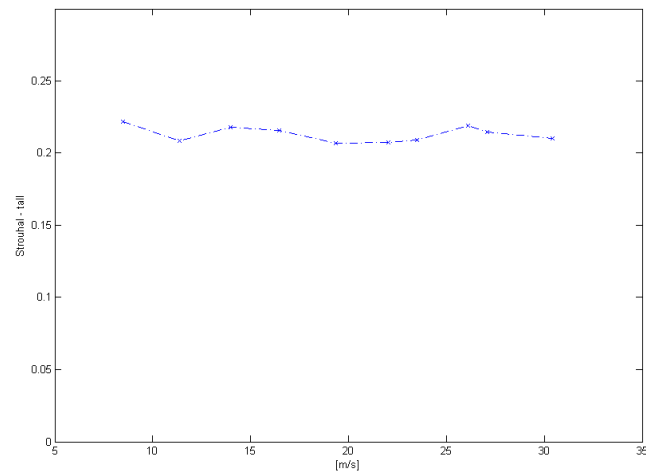
Figur 4.75: Strouhal - tall som funksjon av hastighet for rør #2



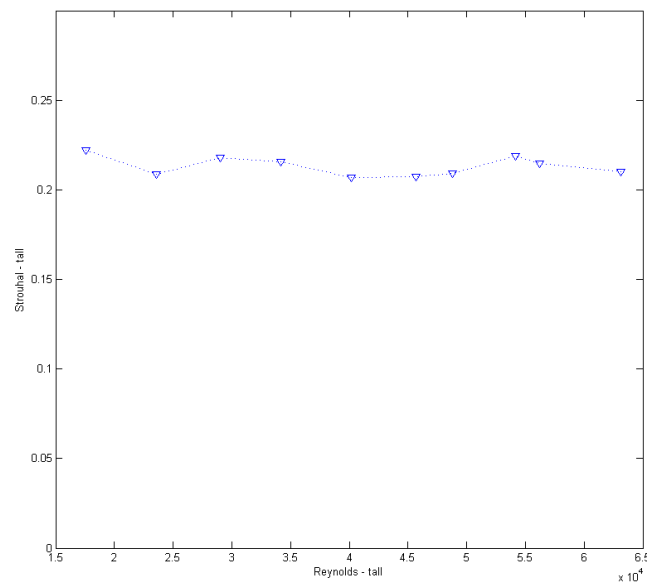
Figur 4.76: Strouhal - tall som funksjon av Reynolds - tall

**Forsok 012**

Figur 4.77: Virvelavløsningsfrekvens bak sylinder #2 som funksjon av fristrømhastighet



Figur 4.78: Strouhal - tall som funksjon av hastighet for sylinder #2



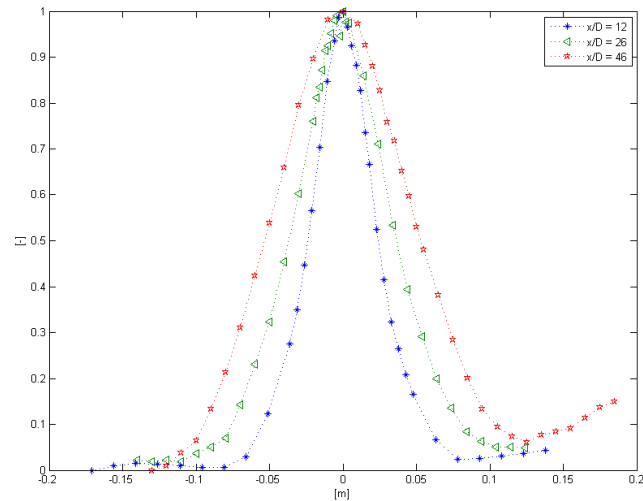
Figur 4.79: Strouhal - tall som funksjon av Reynolds - tall

### 4.3.5 Sammenligningsplott

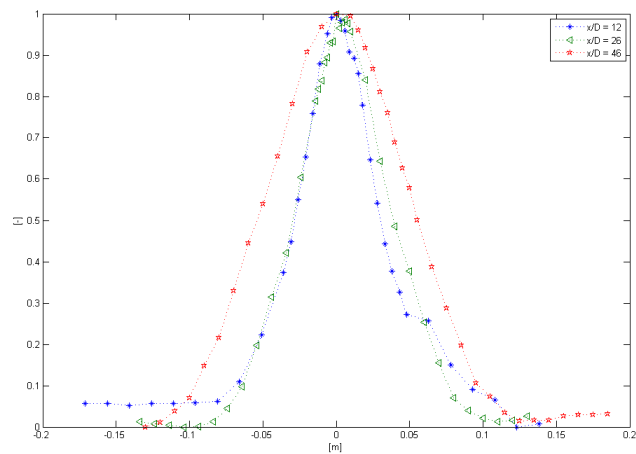
Her følger sammenligningsplott av forskjellige målestørrelser for sylinder #2 og rør #2. I hastighetsplottene er nullpunktet på x - akse punktet for den maksimale differanse-

hastigheten.

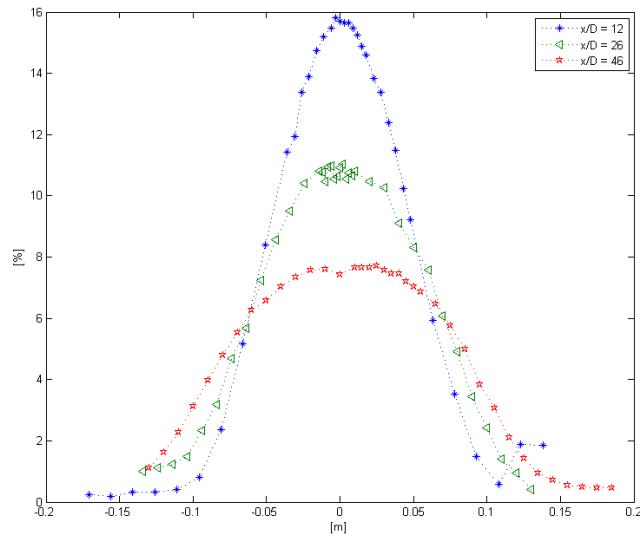
### Sammenligningsplott for sylinder #2



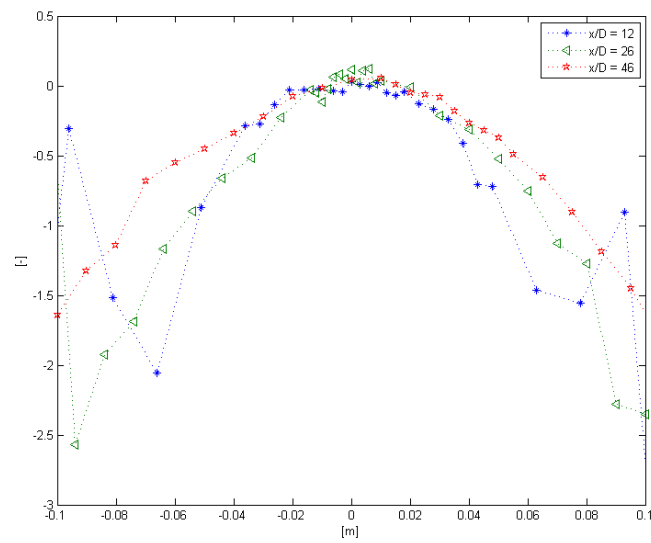
Figur 4.80: Normerte hastighetsfelt i forskjellige avstander nedstrøms sylinder #2 fra målinger med pitotrør



Figur 4.81: Normerte hastighetsfelt i forskjellige avstander nedstrøms sylinder #2 fra målinger med hetetrådsanemometer

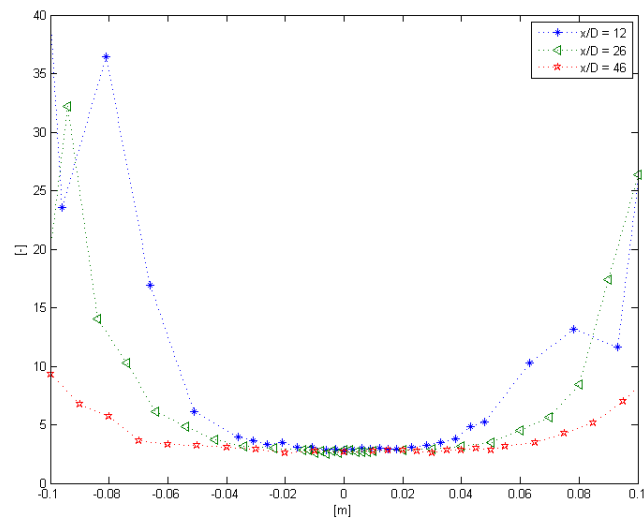


Figur 4.82: Turbulensintensitet i forskjellige avstander nedstrøms sylinder #2

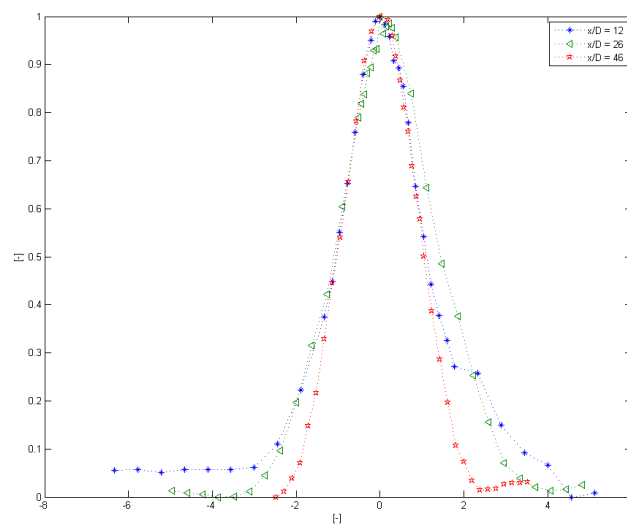


Figur 4.83: Skjevhetfordelinger for sylinder #2

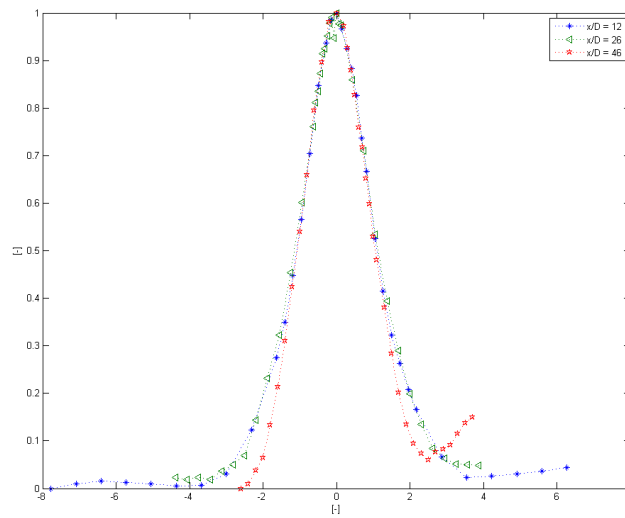




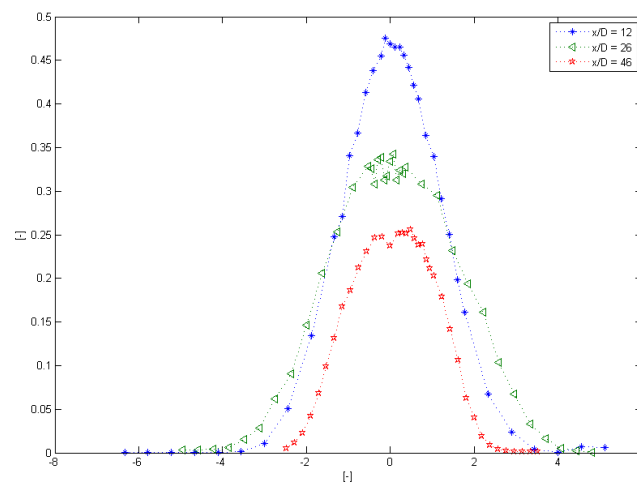
Figur 4.84: Sammenligning av kurvaturer for sylinder #2



Figur 4.85: Normerte hastigheter plottet mot skalert traverseringsakse fra måling med hetetråd for sylinder #2

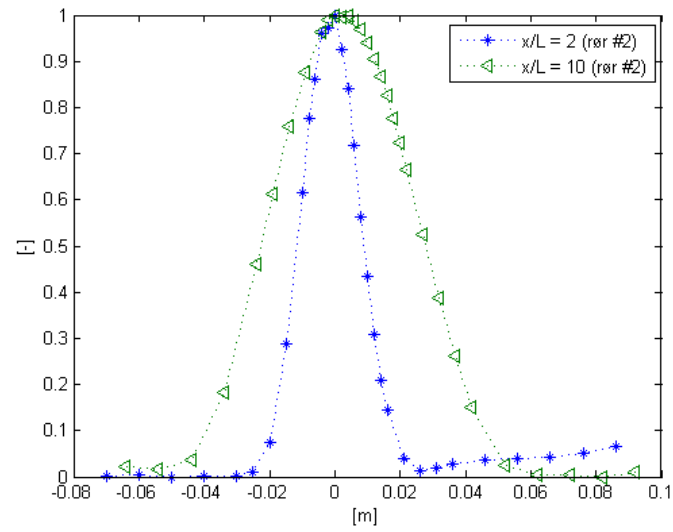


Figur 4.86: Normerte hastigheter for sylinder #2 plottet mot skalert traverseringsakse fra måling med pitotrør for sylinder #2

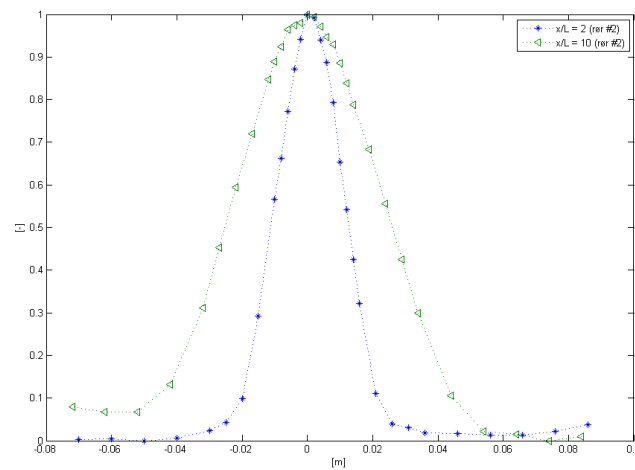


Figur 4.87: Turbulensintensiteter for sylinder #2 etter definisjon av Hinze plottet mot skalert traverseringsakse

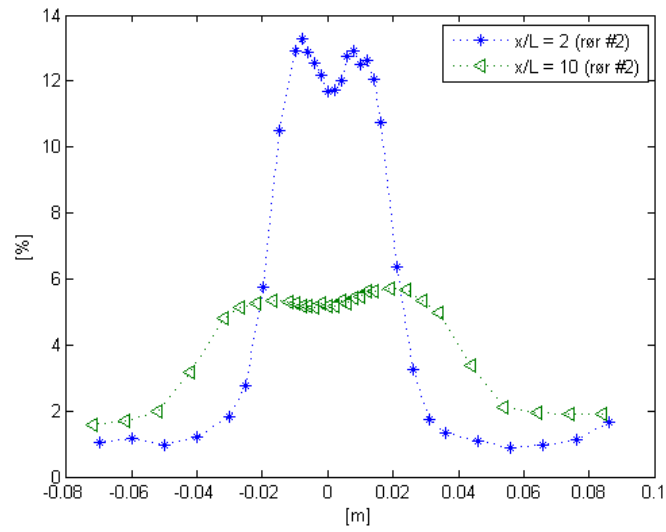
### Sammenligningsplott for rør #2



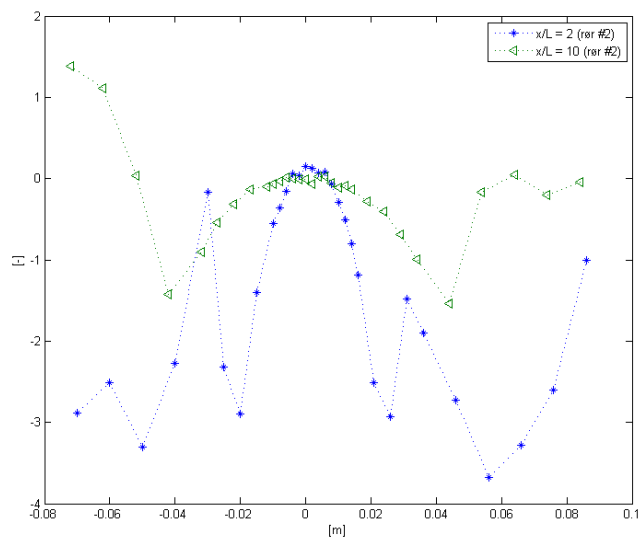
Figur 4.88: Normerte hastighetsfelt i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 målt med pitotrør



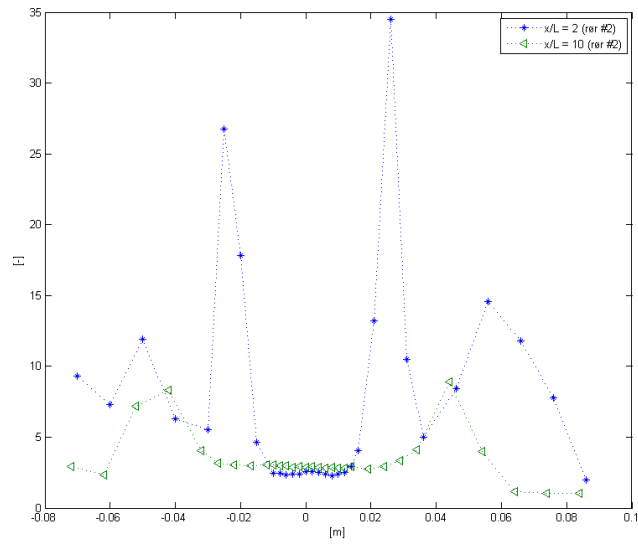
Figur 4.89: Normerte hastighetsfelt i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 målt med hetetrådsanemometer



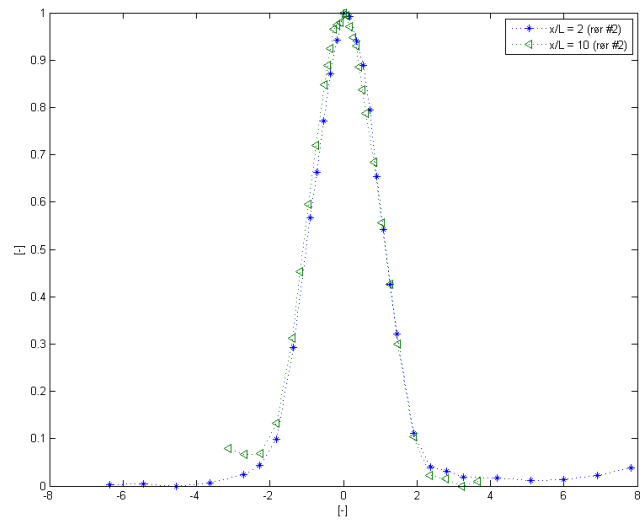
Figur 4.90: Utvikling av turbulensintensitet bak rør #2



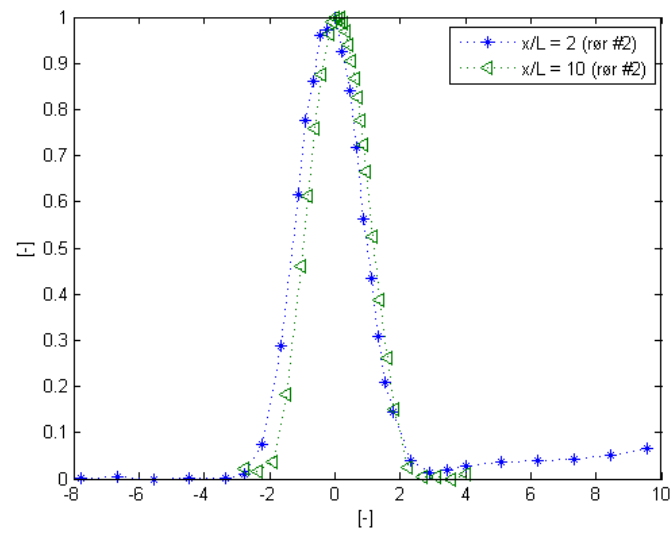
Figur 4.91: Skjevhetsfordelinger for rør #2



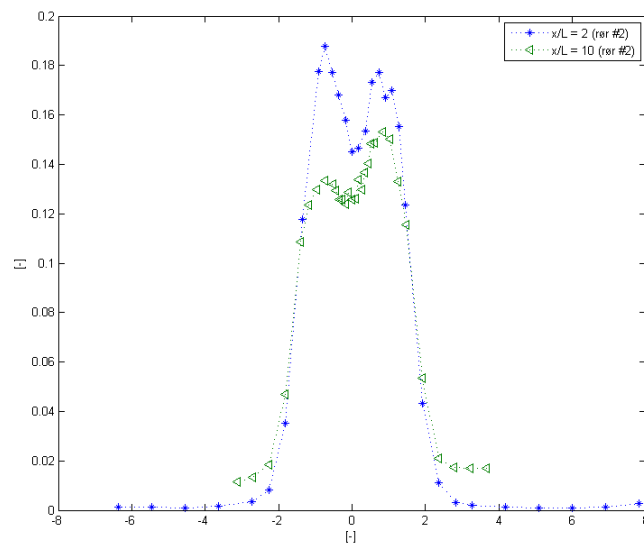
Figur 4.92: Kurvaturer i forskjellige avstander bak rør #2



Figur 4.93: Normerte hastigheter i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 fra hetetråd plottet mot skalert traverseringsakse



Figur 4.94: Normerte hastigheter i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 målt med hetetråd plottet mot skalert traverseringsakse



Figur 4.95: Turbulensintensitet i forskjellige avstander nedstrøms rør #2 etter definisjon av Hinze plottet mot skalert traverseringsakse

### 4.3.6 Resultater fra egenfrekvensanalysen

Tabell 4.3 inneholder egenfrekvensene til varmeveksler - rør #1 og #2. Frekvenser som er skrevet i kursiv tilhører svingemoduser som sammenfaller med retningen til den virvelinduserte løftekraften.

<i>Rør #</i>	<i>Egenfrekvenser [Hz]</i>
1	<i>70, 149, 192, 372, 407, 608</i>
2	<i>70, 149, 192, 372, 407, 608</i>

Tabell 4.3: Egenfrekvenser til varmeveksler - rør

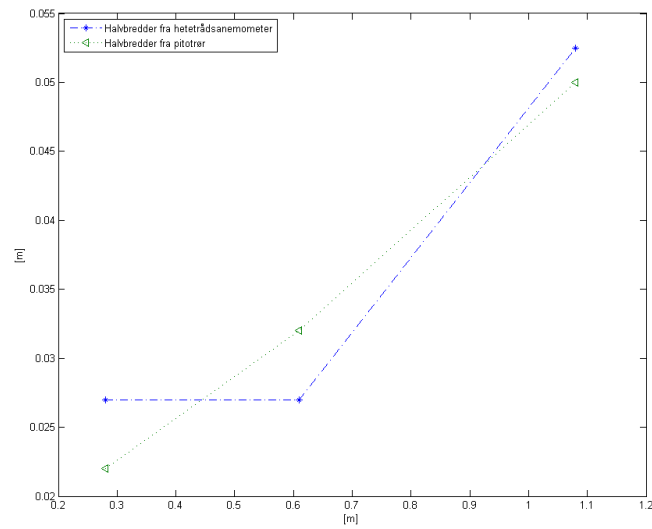
Som tabellen ovenfor viser er egenfrekvensene de samme for begge rørene. Grunnen til dette er at massen til rørene er den samme, samt at den elliptiske sylindere har samme geometriske dimensjoner for begge rør.

### 4.3.7 Tilleggsresultater

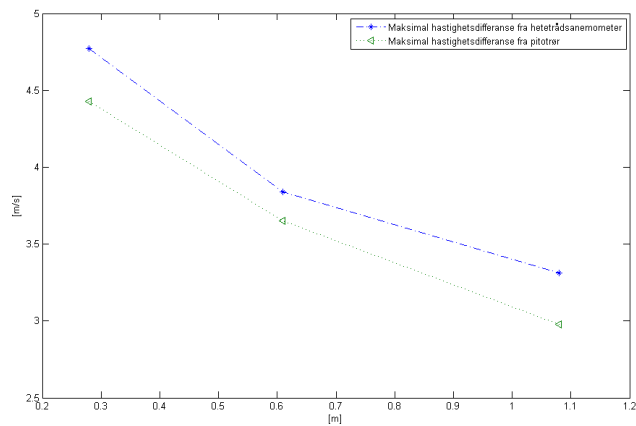
I tillegg til de statistiske verdiene kan også mange andre interessante parameter regnes ut ved hjelp av hastighetsmålingene. Her presenteres slippstrømmens halvbredde og dragkoeffisienter, samt utviklingen av maksimal hastighetsdifferanse for sylindere #2.

<i>Forsøk</i>	<i>Parameter</i>	<i>Verdi</i> <sup>2</sup>	<i>Verdi</i> <sup>3</sup>
006	$C_D$	1.09	1.14
009	$C_D$	-	1.2
011	$C_D$	0.94	-
006	$y_{halv}$	0.022	0.027
009	$y_{halv}$	0.034	0.027
011	$y_{halv}$	0.050	0.053

Tabell 4.4: Tilleggsresultater



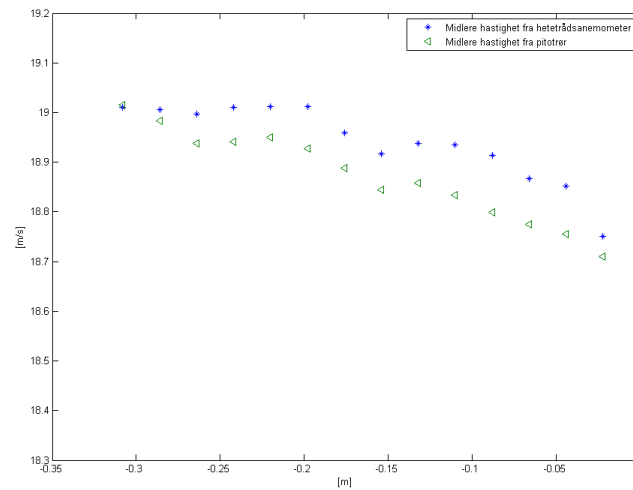
Figur 4.96: Halvbredder beregnet med pitotrør og hetetråd for sylinder #2 som funksjon av distanse nedstrøms



Figur 4.97: Utvikling av maksimal hastighetsdifferanse nedstrøms sylinder #2

Figur 4.98 viser hastighetsfordelingen i tverrsnittet av Vindtunnel I 30 centimeter foran utløpet. Som figuren viser er hastighetsfeltet tilnærmet uniformt.





Figur 4.98: Hastighetsfelt i testseksjon

## 4.4 Sammendrag

I dette kapitlet har de viktigste resultatene fra hastighetsmålingene blitt presentert. Dette omfatter plott og sammenligningsplott av hastighetsfelt, turbulensintensitet, skjev-  
hetsfordeling, kurvatur, karakteristisk lengde-, og tidsskala fra målinger bak sylindre og  
varmeveksler - rør. Resultater fra forskjellige posisjoner nedstrøms er tatt med.  
Dragkoeffisienter og utvikling av slippstrømmens halvbredde for en sylinder beregnet ved  
hjelp av middelhastigheter er også presentert.

En generell beskrivelse av resultatene og en kvalitativ analyse av disse ble lagt fram,  
samt en oversikt over identifikasjonsnummer for de ulike forsøkene.

Data som er fremvist i dette kapitlet skal brukes som grunnlag for de diskusjoner og  
konklusjoner som gjøres i kapitel 5.

# Kapittel 5

## Konklusjon

### 5.1 Introduksjon

I dette kapitlet skal resultatene presentert i kapitel 4 drøftes for å bygge opp under de konklusjoner som tilslutt skal trekkes. Resultater fra måling bak sylindre og varmeveksler - rør skal diskuteres hver for seg og korte sammendrag av de viktigste konklusjonene vil bli gitt etter hver drøfting. Resultatene implikasjoner og anvendelsesverdi skal også diskuteres. Dette gjelder særlig resultatene forklaringsverdi i forhold til problematikken med vibrasjoner og støy i varmeveksleren varmeveksler - rørene er montert i. Tilslutt i kapitlet gis det anbefalinger for eventuell videre forskning rundt fenomenene som har blitt studert i denne hovedoppgaven.

### 5.2 Gjennomgang av studiet

Formålet med denne hovedoppgaven har vært å undersøke tilstedeværelsen av virvelavløsning på varmeveksler - rør. Vibrasjoner i varmeveksleren disse rørene er installert i mistenktes å stamme fra kraftpåvirkninger i forbindelse med virvelavløsningene. Dette var fordi vibrasjonsfrekvensen var ulik egenfrekvensene til maskinen, og at vibrasjonene forsvant når gasspartikler festet seg til bakenden av rørene og dermed gjorde rørets form mer strømlinjeformet. I tillegg til virvelavløsningsfrekvensen skulle en egenfrekvensanalyse av varmeveksler - rørene gjennomføres, for å se om virvelavløsningsfrekvensene sammenfalt med disse.

Virvelavløsningsfenomener bak butte objekter er godt dokumentert i den vitenskapelige litteraturen. Tingen er at det meste av forskning som er gjort rundt dette fenomenet omhandler standardgeometrier, som oftest nakne sylindre. Få dokumenterte undersøkelser rundt strømning over objekter med diverse modifikasjoner, slik som ribber på et varmeveksler - rør, finnes a priori. Dette er grunnen til at det var interessant å undersøke strømningssfenomener bak elliptiske varmeveksler - rør, og undersøkelsene som er gjort i denne oppgaven bidrar til å øke kunnskapen rundt virvelavløsningsfenomener og hastighetsfelt for slike geometrier.

For å løse oppgaven på en tilfredsstillende måte ble teori om slippstrømmer og virvelavløsningsprosesser gjennomgått. Teori og bruksmåte for hetetrådsanemometer og andre måleinstrumenter ble studert for å kunne gjøre nøyaktige målinger av de data som var nødvendig for analyse av virvelavløsningsfrekvens, hastighetsfelt og så videre. To forskjellige metoder for bestemmelse av virvelavløsningsfrekvens har blitt utviklet i samarbeid med hovedveileder. Den første metoden innbefatter bruk av spektralanalyse mens den andre baserer seg på direkte observasjon av hastighetssignal fra et hetetrådsanemometer. Den siste metoden viste seg å være enklere og like nøyaktig som spektralanalysen, og ble derfor benyttet til å finne virvelavløsningsfrekvenser for varmeveksler - rør og sylindre.

Etter råd fra hovedveileder ble det utført en mengde hastighetsmålinger bak sirkulære sylindre. Dette ble gjennomført fordi det var en god anledning til å bli sikker i bruk av måleutstyr, da resultatene kunne sammenlignes med teori og verifiserte måledata. Det var i tillegg essensielt at måle metodene for virvelavløsningsfrekvens kunne bli verifisert, da ingen generell prosedyre ble for dette ble funnet i faglitteraturen.

### 5.3 Hovedobservasjoner

I denne delen diskuteres hovedfunnene fra hastighetsmålinger og virvelavløsningsmålinger gjort bak sylindre og varmeveksler - rør. Hvert avsnitt avsluttes med et kort sammendrag basert på det som har blitt diskutert.

#### 5.3.1 Hastighetsmålinger bak sylindre

De tre hastighetsmålingene presentert kapittel 4 ble gjennomført i avstand 12, 26 og 46 diametre nedstrøms en sylinder med diameter 23.5 millimeter. Ved å måle middelhastigheter og andre statistiske momenter i forskjellige avstander nedstrøms kunne man se utviklingen av disse størrelsene i slippstrømmen. Som nevnt i kapittel 2 oppnår statistiske momenter (som for eksempel middelhastighet) i en slippstrøm selvlikhet i en viss avstand fra slippstrømmens opprinnelse. Skalerer man de statistiske momentene med visse lengde og hastighetsskaler i slippstrømmen, vil man kunne avdekke om disse har oppnådd selvlikhet eller ikke.

Det viktigste formålet med sylindermålingene var sammenligning av hastighets -, og turbulensintensitetsmålinger med de data som er presentert i litteraturen. I kapittel 2 ble data for selvlik hastighetsfordeling og turbulensintensitet i en slippstrøm presentert. Ved å sammenligne egne data med disse kan man antyde om målemetoden gir realistiske resultater, og om slippstrømmen viser tegn til selvlikhet i de posisjoner man målt.

#### Observasjoner fra forsøk 011 - 12D nedstrøms sylinder #2

I avstand 12 diametre nedstrøms sylinder #2 (se figur 4.19) er viser målinger fra både hetetrådsanemometer og pitotrør at hastighetsprofilen er pluggformet, med en maksimal hastighetsdifferanse 4.43 m/s for pitotmålingen. I starten av andre halvdel av slippstrømmen avviker måleverdiene fra hetetrådsanemometeret relativt mye fra hastighetsmålingene med pitotrøret. Grunnen til dette er ikke helt klar, men siden resten av målingene fra

begge måleinstrumenter stemmer meget godt overens, kan det antyde at strømningsfeltet er påvirket av innblanding av kaldt fluid fra omgivelsene. De øverste måleposisjonene i dette forsøket var nærmere den øvre veggen enn de nederste posisjonene var den nedre veggen, og kan forklare hvorfor bare den ene siden av slippstrømmen påvirkes. Studerer man turbulensintensiteten i figur 4.24 ser man at i de øverste måleposisjonene er turbulensintensiteten mye høyere enn i de lave posisjonene på den andre siden av slippstrømmen. Dette forsterker mistanken om at kald luft fra skjærsjiktet mellom strålestrømmingen fra testseksjonen og omgivelsene forstyrret temperaturen i disse måleposisjonene. Temperaturmåleren som ble benyttet til å måle temperaturen i hver måleposisjon kunne ikke ha registrert eventuelle temperatur - fluktasjoner på grunn av treg respons. Resultatet av denne problematikken blir da at temperaturkorreksjonene blir unøyaktige og dermed gir feil korrigering av spenningene fra hetetrådsanemometeret.

Går man videre og sammenligner de normerte hastighetsprofilene med den gaussiske tilnærmingen presentert av White [17] ser man at kurvene sammenfaller godt i verdier  $u_1/u_1^{maks}$  over 0.5 for begge målinger. I ytterkanten på slippstrømmen er forskjellen mellom den gaussiske fordelingen svært stor. Dette indikerer at selvlikhet ennå ikke oppnådd for denne avstanden.

Hastighetsprofilene illustrert i Hinze [5] (se kapitel 2) er plottet mot  $\xi_2$  som er definert som  $\xi_2 = \frac{y}{\sqrt{d(x+a)}}$ . Ut ifra målingene tatt av slippstrømmen bak sylinder #2 ble denne avstanden estimert til 0.425 meter. Figur 4.21 viser de normerte hastighetene fra forsøket målt med pitotrør og hetetråd plottet mot  $\xi_2$ , og kan derfor sammenlignes dataene gitt av Hinze [5].

Fra  $\xi_2 = 0$  til  $\xi_2 = 0.2$  sammenfaller kurvene ganske godt, men videre gir måleresultatene for høye verdier i forhold til dataene gitt av [5]. Dette er enda en indikasjon på at hastighetsprofilen ikke har nådd selvlikhet.

Man får samme bilde når man sammenligner turbulensintensiteten 12 diametre nedstrøms sylinder #2 med selvlikhetskurven gitt av Hinze [5]. Den målte intensiteten har et helt annet forløp og generelt langt høyere verdier enn den selvlike profilen. Mens den selvlike løsningen har en karakteristisk bølgedal rundt  $\xi_2 = 0$ , har den målte turbulensintensiteten en mer normalformet kurve (se figur 4.25).

Den målte turbulensintensiteten har altså en helt annen fordeling enn selvlikhetskurven presentert av Hinze [5] i avstand 12D fra sylinder #2.

Skjevhetesfordelingen <sup>1</sup> er som forklart i kapitel 2 et mål på asymmetri i sannsynlighetsfordelingen til hastigheten. I avstand 12 diametre nedstrøms sylinder #2 observeres det at hastigheten har negativ skjevhetesfordeling i de ytre områdene av slippstrømmen (se figur 4.26). Dette tyder på at hastighetssignalet preges av overveiende negative hastighetsfluktasjoner med tanke på amplitude i disse områdene. Ettersom man beveger seg nærmere sentrum av slippstrømmen blir hastighetsfordelingen mer symmetrisk, det vil si skjevhetesfordelingen går mot null.

Et hastighetssignal der hastigheten jevnlig beveger seg langt utenfor standardavviket til sannsynlighetsfordelingen vil ha en høy kurvatur. Jo mindre hyppige byks i hastigheten

---

<sup>1</sup>Eng. *skewness*

jo mindre er verdien for kurvaturen.

Som for skjevhetfordelingen har kurvaturen verdi rundt 2.5 i midten av slippstrømmen. Hvis man ser bort fra verdiene fra og med -0.25 meter og nedover i figur 4.27, kan man observere to topper i kurvaturfordelingen. Hastighetsfordelingen her preges altså hyppig av relativt sterke negative hastighetsfluktasjoner.

### Observasjoner fra forsøk 006 - 26 diametre nedstrøms sylinder #2

Før resultatene fra forsøk 006 diskuteres må det presiseres at datainnsamlingen i dette forsøket ikke var optimalt. I hastighetsplottet 4.1 sees tydelig spredning av datapunkter i midten av slippstrømmen, som indikerer statistisk ustabilitet. Dette observeres ikke i senere forsøk da måletiden ble forlenget (se kapittel 4). Mesteparten av målingene i dette forsøket var likevel av såpass kvalitet at det er tatt med her.

Hastighetsfeltene gitt av pitotrør og hetetrådsanemometer sammenfaller svært godt over hele traverseringsområdet, og har samme visuelle form som hastighetsfeltet i forsøk 011. Største differansehastighet er her 3.8 og 3.7 m/s for henholdsvis hetetrådsmålinger og pitotmålinger. Dette er mindre enn verdiene i avstand 12D (4.43 m/s for pitotrør). Hastighetsprofilene sammenfaller enda ikke fullstendig med den gaussiske tilnærmingsformelen. I figur 4.5 sees det tydelig at det er store avvik i de ytre områdene av slippstrømmen for pitotmålingene.

Den normerte hastigheten plottet mot  $\xi_2$  følger nå kurven gitt av Hinze [5] bedre enn i forsøk 011, men resultatene fra forsøket gir fortsatt for høye verdier ved for  $\xi_2 > 0.2$ . Dette tyder på at hastighetsfeltet går mot selvlikhet.

For turbulensintensiteten observeres det at maksimalverdien har sunket betraktelig nedstrøms. I avstand 12D ble den største RMS - verdien målt til 16 % av fristrøms hastigheten, mens i den i avstand 26D har sunket til rundt 11 %. Profilen til turbulensintensitetskurven har også blitt noe flatere og bredere.

Det er fortsatt ikke mulig å spore likheter mellom turbulensintensitetskurven til Hinze [5] og de målte verdiene. Verdiene av den normerte turbulensintensiteten <sup>2</sup> har sunket betraktelig i forhold de som ble målt 12D nedstrøms, men det er ingen tegn til den karakteristiske bølgedalen som vises i kurven til Hinze [5].

Skjevhetfordelingen vist i figur 4.8 har hovedsakelig samme form som i avstand 12D fra sylinder #2, men tar høyre verdier i de ytre områdene av slippstrømmen (se figur 4.83). Implikasjonen av denne skjevhetfordelingen er de samme som i avstand 12D.

Kurvaturen er også i hovedsak lik den i avstand 12D, men som det sees i figur 4.84, er kurven noe flatere.

### Observasjoner fra forsøk 009 - 46 diametre nedstrøms sylinder #2

I forsøk 009 var målesondene plassert 108 centimeter, eller 46 sylinderdiametre, nedstrøms sylinder #2. På grunnlag av utviklingen man ser i forsøk 006/011 kunne man forvente at hastighetsprofilen og turbulensintensiteten gikk mot en mer selvlik tilstand

---

<sup>2</sup>  $\frac{U_{rms}^2}{(u_1)_{maks}^2}$

da avstanden i dette forsøket var adskillig større. Dette var også tilfelle for enkelte resultater. Unntaket var likhetsgraden mellom det normerte hastighetsprofil og kurven presentert av Hinze [5]. Her var forskjellene kvalitativt de samme som for forsøk 011 og 006, men det kvantitative avviket var her noe større.

Middelhastighetsprofilen i forsøk 009 viser meget god overensstemmelse mellom målinger gjort med pitotrør og hetetråd. Det bemerkes her at til forskjell fra forsøk 011 der røret var festet til festerammen plassert utenfor testseksjonen, var sylindren i dette tilfellet plassert inne i testseksjonen som illustrert i figur 3.11. En annen merknad er at i de første syv datapunktene <sup>3</sup> økte fristrøms hastigheten med cirka  $0.3 \text{ m/s}$  <sup>4</sup>, noe som kan forklare hastighetsgradienten som observeres i figur 4.10. I dette området er det imidlertid stort avvik mellom målepunktene for pitotrør og hetetråd, noe som igjen antyder feil i temperaturkorrigering på samme måte som i forsøk 011. Det er grunn til mistanke om dette fordi målepunktene befint seg relativt langt ute i potensialkjernen av strømmingen. Fra og med åttende målepunkt sammenfaller hastighetsmålingene svært godt, og viser igjen den karakteristiske U - formen som observert i forsøk 006 og 011.

De normerte hastighetsprofilene vist i figur 4.11 viser også god overensstemmelse mellom de to målingene, og har også en karakteristisk normalformet kurve. Maksimal differansehastighet er henholdsvis  $3$  og  $3.5 \text{ m/s}$  for pitotrør og hetetråd. Dette er lavere enn korresponderende verdier i forsøk 006/011, og viser at denne størrelsen avtar med økende avstand nedstrøms. Figur 4.13 og 4.14 viser en langt bedre tilnærming til den gaussiske fordelingen gitt av White [17] for begge metoder. Dette antyder at hastighetsprofilen er enda nærmere en selvlik tilstand enn det var i de to foregående forsøkene.

Et paradoks oppstår når man sammenligner de målte hastighetsprofilene med hastighetskurven gitt av Hinze [5]. Som nevnt ovenfor viser hastighetsprofilene fra målinger med pitotrør og hetetråd en bedre tilnærming til den gaussiske modellen basert på den målte halvbredde av slippstrømmen enn i de foregående forsøkene (006/011). Når man sammenligner med kurven til Hinze [5] ser man imidlertid større avvik enn for de foregående forsøkene. Dette strider mot tendensene observert i forsøk 006/011 der kurvene har sammenfalt bedre ettersom avstanden fra slippstrømmens opprinnelse har økt, og skaper derfor noe usikkerhet om resultatene er upåvirket av ytre faktorer eller at verdien av  $a$  i  $\xi_2$  ikke er beregnet nøyaktig nok. Som nevnt tidligere var måleinstrumentene plassert bak utløpet til testseksjonen, og kan derfor ha blitt påvirket av den begynnende strålestrømmingen. En mer utfyllende diskusjon rundt dette presenteres senere i dette kapitlet.

Turbulensintensiteten målt 46 diametre nedstrøms sylindrer #2 viser en fortsettelse av de tendenser man har funnet i forsøk 006/011. Den maksimale turbulensintensiteten har sunket ytterligere til  $8 \%$  av fristrøms hastigheten, en reduksjon på henholdsvis  $3$  og  $8$  prosent i forhold til avstander  $26$  og  $12$  diametre nedstrøms sylindrer #2. En annen interessant observasjon er at det er tegn til utflating av profilen i senter av slippstrømmen. Målepunktet for  $\xi_2 = 0$  i figur 4.16 viser også at kurven er på veg til å danne en bølgedal slik som dataene til Hinze [5] viser. Maksimalverdien for turbulensintensiteten slik den

<sup>3</sup>0 - punktet på traverseringsaksen er første målepunkt

<sup>4</sup>Målt med manometer og pitotrør

definert av Hinze viser en ytterligere verdireduksjon i forhold til data fra forsøk 006/011, noe som kan antyde at profilet konvergerer den selvlike profilen presentert av Hinze [5].

Skjevhetfordelingen i avstand 46D fra sylinder #2 følger som turbulensintensiteten de sammen tendenser som de observert i målinger tatt lengre oppstrøms. Profilet har visuelt sett samme form som i forsøk 006/011, men flater mer ut i forhold til disse. Dette ses tydelig i figur 4.83. Hastighetsfeltet kan derfor sies å være preget av overveiende negative hastighetsfluktasjoner med tanke på amplitude, og effekten av dette blir større jo lengre fra senter av slippstrømmen man beveger seg. Som sagt, dette er samme bilde som preger skjevhetfordelingene i forsøk 006/011.

Kurvaturen i målt i forsøk 009 viser en videreføring av tendensene observert i målinger lenger oppstrøms. I midten av strømmingen er verdien den samme som for de to foregående målingene, som fra figur 4.84 kan leses til 2.6. Kurven er viser nå en flatere profil enn observert lenger oppstrøms.

### 5.3.2 Utvikling av selvlikhet for slippstrømmen bak sylinder #2

Prinsippet om selvbevaring sier at hastighetsprofilet i en slippstrøm skalert med en karakteristisk hastighet kun er en funksjon av avstanden fra senterlinjen skalert med en karakteristisk lengdeskala når hastighetene i slippstrømmen har oppnådd selvlikhet. Dette betyr at hastighetsprofilene i forskjellige avstander nedstrøms ville vært identiske. Samme prinsipp gjelder for turbulensintensiteten, det vil si, de skalerte datapunktene vil falle på samme sted når de plottes i et diagram som funksjon av den skalerte vertikalksen. I kapittel 4 er de normerte hastighetene og den normerte turbulensintensitet plottet mot antall halvlengder fra senter av slippstrømmen. Dette gjør at man kan sammenligne dataene direkte med dataene hentet fra White [17] som er gjennomgått i kapittel 2.

I figur 2.4 er normerte hastighetsprofiler i forskjellige avstander i en slippstrøm plottet mot en skalert vertikalkse. Datapunktene faller sammen i en normalformet kurve som ifølge White [17] følger den gaussiske tilnæringsfunksjonen (2.37). Av figuren ser man at kurven har en skarp knekk i punktene  $y/y_{1/2} \pm 2$  og går derfra asymptotisk mot null. Hvis man sammenligner de målte hastighetsprofilene for sylinder #2 som vist i figurene 4.85 og 4.86, ser man at profilene målt i avstand 12D er mye bredere i form enn det den selvlike profilen. Hastighetsprofilet viser ingen store endringer når avstanden nedstrøms økes til 26 diametre, dog det er antydning til innsnevring av profilen i de ytre områdene. I avstand 46 diametre nedstrøms ser man av figur 4.85 og 4.86 at profilen har endret seg kraftig fra forrige posisjon. Profilet har snevret seg merkbart inn og har fått den karakteristiske knekken rundt  $y/y_{1/2} \pm 2$  som grafen i White [17] viser. Dette taler sterkt for at hastighetsprofilet er på vei til å oppnå selvlikhet, som ifølge [11] skjer cirka 80 diametre nedstrøms.

Figur fig:smlUnormYnormHW og 4.86 viser et interessant bilde på hvordan prosessen mot selvlikhetstilstanden foregår. Nær senter i slippstrømmen sammenfaller datapunktene fra alle tre posisjoner bemerkelsesverdig godt. Det er i de ytre områdene av slippstrømmen at forandringene finner sted ettersom man beveger seg nedstrøms. Som nevnt i kapittel 2 har ikke turbulensintensiteten en generell selvlikhets - tilstand slik som er tilfelle for middelhastighetene. Dette betyr at similaritetskurvene for turbulensintensi-

teten er avhengig av den geometriske formen på gjenstanden som skaper slippstrømmen. Man kan likevel undersøke om profilet går mot en selvlik tilstand ved å sammenligne data fra flere posisjoner nedstrøms.

Figur 4.95 viser den normerte turbulensintensiteten slik den defineres av Hinze [5] i forskjellige tverrsnitt nedstrøms sylinder #2. Traverseringsaksen er som for hastighetene skalert med slippstrømmens halvbredde.

På samme måte som for hastighetsprofilen snevrer profilet inn ettersom man beveger seg nedstrøms, og viser som i figur 2.5 en sterk gradient rundt verdien  $y/y_{1/2} \pm 2$  i avstand  $46D$ . Dette antyder igjen at turbulensintensiteten går mot en selvlik tilstand hvis man tillater seg å sammenligne turbulenskurven vist i figur 2.5 med måledataene, som ikke eksplisitt viser turbulensintensiteten i slippstrømmen etter en sylinder. I så fall bekrefter dette tendensene avdekket tidligere i dette kapitlet om at den målte turbulensintensiteten går mot en selvlik tilstand.

### 5.3.3 Karakteristisk lengde og hastighetsskala

Fra similaritetsanalysen i kapittel 2 har vi at den karakteristiske hastigheten og den karakteristiske lengdeskalaen i slippstrømmen endres ettersom avstanden fra slippstrømmens opprinnelse øker. Mer nøyaktig, hastigheten skal minke med  $\frac{1}{\sqrt{x}}$ , mens bredden av slippstrømmen skal øke med  $\sqrt{x}$ . Her er  $x$  avstanden til objektet som skaper slippstrømmen [4]. Disse uttrykkene gjelder selvfølgelig bare i områder der slippstrømmen er selvlik, så det er ingen garanti for at man vil observere disse tendensene lengder oppstrøms.

Studerer man utviklingen av halvbreddene og den maksimale hastighetsdifferansen som funksjon av avstanden fra sylinder #2 ser man to hovedtendenser (se figurer 4.97 og 4.96). Halvbredden øker tilnærmet lineært med avstanden fra sylindren, mens hastigheten minker tilnærmet potensielt. Sammenligner man forløpet til de målte verdiene med de teoretiske uttrykkene presentert ovenfor ser man at hastigheten følger det teoretiske resultatet bedre enn halvbredden. Hastigheten følger imidlertid ikke det teoretiske resultatet eksakt.

Samlet sett kan man konkludere med at halvbreddene og hastighetsdifferansen ikke følger similaritetsløsningene eksakt, men at den generelle utviklingen av disse størrelsene nedstrøms er de samme.

### 5.3.4 Virvelavløsningsfrekvens på sylinder

Virvelavløsningsfrekvensen på sylinder #3 hadde det formål å fungere som verifikasjon på at oscilloskop - metoden (se kapittel 3) for å bestemme disse frekvensene var nøyaktig. For en sirkulær sylinder skal Strouhal - tallet ligge rundt 0.2 for Reynolds - tall lik 300 til  $3 \cdot 10^5$  [14].

Strouhal - tallene som ble målt for sylinder #3 ligger svært nær den rapporterte verdien på 0.2. Målingene ble foretatt for Reynolds - tall i området  $1.76 \cdot 10^4$  til  $6.3 \cdot 10^4$  som tilsa at virvelavløsningen opererte i det sub - kritiske området, hvor Strouhal - tallet skal ha en verdi på rundt 0.2 [14]. De målte Strouhal - tallene varierer i verdi fra 0.21 til 0.22, med en middelværdi på 0.21. Resultatene er plottet i figur 4.74, 4.75 og 4.76.



### 5.3.5 Sammendrag av konklusjoner for sylindermålinger

Formålet med måling av hastighetsfelt og virvelavløsningsfrekvenser bak sylindre var å verifisere at de målemetoder som skulle benyttes i målinger bak varmeveksler - rør var nøyaktige og at måleprosedyrene ble riktig utført. Dette innebar å bekrefte teoretiske og eksperimentelle resultater dokumentert i faglitteraturen.

Hastighetsmålinger bak sylinder #2 i forskjellige avstander fra denne viser tendenser til at hastighetsfeltet og til dels turbulensintensitet nærmer seg selvlikhet langt ute slippstrømmen. Målingene viser at hetetrådsanemometeret og pitotrøret gir relativt like resultater for middelhastighetene, dog det finnes relativt store avvik mellom disse i enkelte måleområder. Som diskutert tidligere er det mistanke om at skjærsjiktene som dannes i kanten på strålestrømmingen gjennom innblanding av fluid med forskjellig temperatur er årsaken til disse avvikene.

Den karakteristiske lengdeskalaen og den karakteristiske hastighetsskalaen har fulgt utviklingen forutsagt av similaritetsløsningene, det vil si, halvbredden av slippstrømmen har økt med avstand til sylindere, mens den maksimale differansehastigheten har minnet.

Man kan derfor konkludere med at målemetodene som har blitt brukt i denne hovedoppgaven gir nøyaktige resultater.

### 5.3.6 Hastighetsmålinger bak varmeveksler - rør

Hastighetsmålingene bak varmeveksler - rørene ble foretatt i avstand 2 og 10 rør - bredder<sup>5</sup> nedstrøms, og ble gjennomført for å skape et helhetsbilde av strømmingen bak disse rørene.

Den såkalte integralskalaen som beskriver de store, energirike virvlene i den turbulente strømmingen ble beregnet bak rør #1 og rør #2 i avstand  $2L$ . Forfatteren fant dessverre ingen dokumenterte eksempler på hva typiske verdier for disse størrelsene er, så det er vanskelig å vurdere om resultatene er rimelige. Integralskalaene er beregnet etter nøyaktig samme prosedyren som den gitt av Fiedler [3], så teknisk sett er utregningene korrekte.

Nedenfor følger en diskusjon rundt resultatene fra målingene bak varmeveksler - rørene.

#### Observasjoner fra hastighetsmålinger bak varmeveksler - rør #1

Målingene bak varmeveksler - rør #1 viste oppsiktsvekkende resultater både med tanke på turbulensintensitet og middelhastigheter. Resultatene viser at hastighetsfeltet og turbulensintensiteten varierer i tre dimensjoner, det vil si, verdiene er ikke uniforme langs rør -aksen. På grunn av dette ble hvert eksperiment foretatt to ganger, slik at eventuelle feilkilder kunne utelukkes. De ekstra målingene bekreftet funnene og store målefeil ble utelukket.

Forsøk 017 var det første forsøket gjort i avstand  $2L$  nedstrøms rør #1. I figur 4.35 sees det tydelig at hastighetsprofilene målt med henholdsvis pitotrør og hetetrådsanemometer

<sup>5</sup>Rør - bredden noteres med symbolet  $L$

er svært forskjellig. Profilen målt med pitotrør er bredere og har lavere minimumsverdi enn den målt med hetetrådsanemometer. Forskjellen i maksimal differansehastighet er for denne målingen 1.7 m/s.

Ser man nå på den andre målingen i samme avstand bak samme rør oppdager man at middelhastighetsmålingene viser omvendt resultat. Figur 4.58 illustrerer at pitotrøret nå måler en hastighetsprofil som er vesentlig smalere og har en mindre maksimal hastighetsdifferanse enn profilen målt med hetetrådsanemometer. Forskjellen i maksimal differansehastighet er her 1.8 m/s, så å si det samme som i forsøk 017.

Turbulensintensiteten i forsøk 017/021 viser også store forskjeller. I forsøk 017 er turbulensintensiteten tilnærmet normalfordelt, med en maksimalverdi på 8.3 % av fristrøms-hastigheten. Sammenlignet med sylindermålingene har profilen en spissere form. For forsøk 021, der hetetrådsanemometeret målte en større maksimal differansehastighet enn pitotrøret, har turbulensintensitetskurven en karakteristisk bølgedal med bunnpunkt i senter av slippstrømmen (se figur 4.62) med en maksimalverdi 13 % . Formen på profilen minner faktisk svært mye selvlighetskurven for turbulensintensiteten i slippstrømmen etter en vingeprofil, slik vist i figur 2.5. Dette kan ha sammenheng med den ellipseformede kjernen i varmeveksler - røret, da denne har samme type form som en symmetrisk vingeprofil.

Skjevhetfordelingene til i forsøk 021/017 er viser også forskjellig resultat. Kurven rundt senterlinjen i 4.40 er mye smalere enn i kurven for forsøk 021, og flankeres av to minimumspunkter som har forskjellig verdi. Lenger ut i slippstrømmen viser grafen to maksima før kurven flater ut.

Skjevhetfordelingskurven i forsøk 021 har samme form som den i forsøk 017, men den bueformede delen i sentrum av slippstrømmen er bredere, og de to minimumspunktene har lavere verdi. Dette vil si at hastighetssignalet i forsøk 021 preges mer av relativt store negative fluktasjoner i de ytre delene av slippstrømmen enn i forsøk 017. På en annen side er slike fluktasjoner mer dominerende i den midtre delen av slippstrømmen i forsøk 017 enn i forsøk 021.

Kurvaturen i hastighetsmålingene for forsøk 017/021 er også forskjellige. I forsøk 017 viser kurvaturverdiene at hastighetsfeltet preges mer av relativt høye hastighetsfluktasjoner enn i forsøk 021. Begge kurver (se figur 4.41 og 4.64) viser høye kurvatur - verdier i ytergrensene av slippstrømmen, men maksimalverdiene til disse toppene er lavere i forsøk 021.

To separate hastighetsmålinger ble foretatt i avstand 10L bak rør #1. Målesondene var her plassert i avstand 60 centimeter fra utgangen av testseksjonen, som er relativt nærme avstanden potensialkjernen i strålestrømningen forventes å bryte sammen. Ifølge White [17] vil den uniforme hastighetsprofilen i potensialkjernen ødelegges cirka 1 dysediameter nedstrøms, noe som i dette tilfelle ville være 70 centimeter. Resultatene fra forsøkene viste imidlertid at slippstrømmen og dets hastigheter fortsatt var tilstede i avstand 10L, og at strømningen utenfor slippstrømmen hadde uniform hastighet. Det er derfor rimelig å anta potensialkjernen ennå ikke var fullstendig brutt ned.

Den første målingen (forsøk 015) viser en hastighetsforskjell på rundt 0.5 til 1 m/s mellom målingene gjort med pitotrør og hetetrådsanemometer (se figur 4.28). Punktet for

maksimal hastighetsdifferanse er også forskjellig i de to målingene, selv om målesondene er plassert på linje horisontalt. Som for sylindere avtar den maksimale differansehastigheten jo lengre nedstrøms man kommer, og bredden av slippstrømmen øker.

Hastighetsprofilene i forsøk 015 følger den gaussiske tilnæringsformelen gitt av [17] dårligere enn man kunne forvente ettersom hastighetsprofilene målt lenger oppstrøms viste bedre tilnærming.

Til sammenligning viser resultatene i forsøk 022 samme bilde av hastighetsfordelingen som forsøk 015, men her er forskjellen mellom de nominelle verdiene generelt mindre. Det sagt, i den nedre delen av slippstrømmen ( $y < -0.02$ ) er forskjellene mellom de to målingene av samme størrelsesorden som i forsøk 015. Denne gangen er det hetetråds-målingene som generelt er høyere enn pitotmålingene, så hastighetsavviket kan ikke ha oppstått på grunn av feil måleteknikk. Hastighetsprofilene målt i forsøk 022 følger den gaussiske tilnæringsformelen bedre enn de i forsøk 015, men som vist i figur 4.70 og 4.69 er hastighetsprofilen tydelig usymmetrisk.

Turbulensintensiteten i forsøk 015 viser at turbulensintensiteten er nærmest konstant (se figur 4.32) i store deler av slippstrømmen. Maksimalverdien er 5 % av fristrøms-hastigheten. Målingene gjort i forsøk 022 viser imidlertid samme mønster som turbulensintensiteten i forsøk 021, og har en karakteristisk bølgedal i midten av profilen. Den maksimale intensiteten er her 5.5%, noe høyere enn maksimalverdien i forsøk 015.

Ser man på skjevhetsfordelingene i de to forsøkene er den eneste store forskjellen at den karakteristiske bueformen som er symmetrisk om senterlinjen til slippstrømmen er noe bredere i forsøk 015. Det samme observeres når man sammenligner kurvaturgrafene til hvert forsøk. I forsøk 021 er området hvor kurvaturverdien er noenlunde konstant bredere enn tilsvarende område i forsøk 015. Disse observasjonene tilsier at hastighetsfeltene i de to forsøkene er forskjellige selv om avstanden fra rørene og fristrøms-hastigheten er den samme.

I forsøk 021 ble det foretatt en spektralanalyse for å kartlegge de karakteristiske tids-, - og lengdeskalaene i slippstrømningen. Dette gir som nevnt i kapittel 2 en karakteristikk på de store, energirike virvelbevegelser i strømningen. Man vil kunne forvente at slippstrømmen vil inneholde virvler med mye større karakteristiske tids-, og lengdeskalaer enn fristrømmen, som har svært lav turbulensintensitet. Figur 4.65 og 4.66 bekrefter denne påstanden. I fristrømmen er turbulensstrukturen preget av små virvler som operer på en tidskala rundt et millisekund. I slippstrømmen øker størrelsen på virvlene og den karakteristiske tidskalaen øker til rundt det tredobbelte. Den karakteristiske lengdeskalaen viser at virvlene i slippstrømningen er i størrelsesorden 40 millimeter.

## Observasjoner fra hastighetsmålinger bak varmeveksler - rør #2

Hastighetsmålingen bak varmeveksler - rør #2 viste likhetstrekk med deler av resultatene fra målinger bak varmeveksler - rør #1. Til forskjell fra varmeveksler - rør #1 ble det ikke påvist forandringer i hastighetsfeltet (middel-hastighet) langs sylinderaksen til røret.

I figur 4.42 er middel-hastighetene fra pitotrør og hetetrådsanemometer vist. Det er god overensstemmelse mellom de to målemetodene over det meste av måleområdet, men i høyre side av grafen er hastighetsprofilen målt med pitotrør noe forskjøvet mot sen-

ter av slippstrømmen. Dette ses tydelig når de to normerte hastighetsprofilene plottes sammen i figur 4.43. Sammenlignes resultatene med hastighetsmålingene gjort i forsøk 017/021 ser man at hastighetsprofilene i forsøk 018 viser bedre overensstemmelse med hetetrådmålingene i forsøk 021 enn pitotmålingene i forsøk 017.

Den normerte hastighetsprofilen målt med hetetrådsanemometer viser overraskende god tilnærming til den gaussiske fordelingsfunksjonen gitt av White [17], gitt hvor nær profilet er røret. Pitotmålingene viser her dårligere tilnærming, som skyldes asymmetrien i den målte hastighetsprofilen.

Turbulensintensiteten i forsøk 018 har likheter med turbulensintensiteten målt i forsøk 021, og har også omtrent samme maksimalverdi. Grafen (se figur 4.46) viser den karakteristiske bølgedalen i senter av slippstrømmen, som er kvalitativt lik selvlighetsprofilene for en sylinder og vingeprofil. Det at målinger bak rør #1 og #2 gir samme resultater for denne størrelsen antyder at finnene, i hvert fall for rør #2, ikke modifierer turbulensintensiteten i strømmingen nevneverdig.

Skjevhetsfordelingen i forsøk 018 viser de samme karakteristikkene som enkelte målinger gjort bak rør #1. Figur 4.47 viser den gjenkjennelige buen som spenner seg symmetrisk over senterlinja til slippstrømmen, som så er flankert av "fjelltopper". Sammenlignet resultatene fra forsøk 021 er skjevhetsfordelingene svært like, dog bunnpunktene i forsøk 018 er noe lavere. Dette viser at den momentane hastighetsfordelingen var tilnærmet lik i forsøk 021 og 018. Forskjellene i skjevhetsfordelingen mellom forsøk 018 og 017 er stort sett de samme som forskjellene mellom resultatene i forsøk 021/017. Dette viser igjen at hastighetsfeltet endrer seg langs rør - aksen til varmeveksler - rør #1, men at det finnes områder i slippstrømmen som er tilnærmet lik slippstrømmen bak rør #2.

Mens skjevhetsfordelingen i forsøk 018 viser god overensstemmelse med resultatene i forsøk 021, viser kurvaturene i disse forsøkene store forskjeller i de ytre områdene av slippstrømmen. De to toppene i grafen vist i figur 4.48 viser nemlig langt høyere maksimalverdier. I området rundt slippstrømmens senterlinje er forholdene de samme i begge forsøk.

I forsøk 017 er kurvaturkurven som tidligere nevnt i større grad dominert av de to toppene i yterkanten av slippstrømmen. Området hvor kurvaturen har noenlunde konstant verdi er langt mindre, og vitner igjen om at hastighetsfeltet her preges av relativt kraftigere hastighetsfluktasjoner enn i områdene målt i forsøk 018/021.

Som i forsøk 021 ble den karakteristiske tids-, og lengdeskalaen målt i forsøk 018. Resultatene viser at de karakteristiske skalaene er størst i midten av slippstrømmen. I senter av slippstrømmen er de store energibærende virvlene i størrelsesorden  $2L$  ( $L$  er bredden av varmevekslerørret), mens tidsskalaen er i størrelsesorden 0.01 sekunder. Sammenlignet med skalaene i målt i forsøk 021 er disse vesentlig høyere. Den typiske lengdeskalaen målt i forsøk 021 er knapt  $1L$  mens tidsskalaen er i størrelsesorden 0.003 sekunder. Dette viser at turbulensstrukturen i forsøk 018 generelt er preget av større virvler enn i forsøk 021.

Middelhastighetsmålingene i avstand  $10L$  bak varmeveksler - rør #2 viser de samme tendensene som ble observert i forsøk 015, det vil si, det er en konstant hastighetsforskjell mellom pitot-, og hetetrådsanemometeret over hele måleområdet. Punktene for maksimal

hastighetsdifferanse er også forskjøvet, som tydelig observeres i figur 4.51 og 4.52. Man skulle forvente at den gaussiske tilnæringsfunksjonen og den målte hastighetsprofilen nærmet seg hverandre i økende avstand fra røret, men som figur 4.53 4.54 viser er ikke tilnærmingen generelt bedre enn i avstand  $2L$ . Igjen ser man at hastighetsprofilen målt med pitotrør viser tegn til asymmetri (se figur 4.54).

Turbulensintensiteten i forsøk 019 viser samme kvalitative form som i avstand  $2L$ , men som det er observert i alle andre forsøk har intensiteten avtatt nedstrøms. Maksimalverdien er nå 5.7

Skjevhetfordelingen i forsøk 019 er svært lik den observert i forsøk 022. Den mye omtalte bueformen i midtre del av slippstrømmen har omtrent samme bredde og de to bunnpunktene på hver sin side har omtrent samme verdi ( $\approx -1.5$ ). Sammenlignet med skjevhetfordelingen i forsøk 015 er den eneste store forskjellen at bunnpunktene diskutert ovenfor tar en noe mindre verdi ( $\approx -2$ ), ellers er kurvene nokså like.

Kurvaturen i figur 4.57 viser at området hvor kurvaturen er så å si konstant nær midten av slippstrømmen er smalere enn samme område i forsøket 022. Toppunktet i øvre del av slippstrømmen har tilnærmet samme verdi.

Kurvaturfordelingen har imidlertid mer til felles med den målt i forsøk 015. Her er bredden av området med konstant kurvatur i slippstrømmen nokså lik, men toppunktet observert i høyre del i figur 4.34 har en høyere verdi.

### 5.3.7 Sammendrag av konklusjoner fra hastighetsmålinger varmeveksler - rør

Hastighetsmålinger bak varmeveksler - rør #1 og #2 har kartlagt slippstrømningene i to avstand 2 og 10 rør - bredder nedstrøms. Dette har blitt gjort ved bruk av hastighetsmålinger med hetetrådsanemometer og pitotrør. Momentanhastighetene målt med hetetrådsanemometeret har blitt brukt til utregning av statistiske momenter som har karakterisert ulike egenskaper til hastighetsfeltene.

Målingene har vist både likhetstrekk og forskjeller i slippstrømningene bak varmeveksler - rørene. For rør #1 har det blitt vist at det eksisterer hastighetsfelt med forskjellige middelhastigheter i samme tverrsnitt av slippstrømmen i umiddelbar nærhet av røret. Forskjellene er detektert med både pitotrør og hetetrådsanemometer. Det er også påvist forskjeller i turbulensintensitet, skjevhetfordelinger og kurvaturer for rør #1, noe som tilsier at de turbulente hastighetsfluktasjonene ikke har de samme egenskapene langs rør - aksene. Mulige implikasjoner av dette vil bli diskutert i avsnitt 5.3.8.

I motsetning til rør #1 er slippstrømmen som dannes av rør #2 tilsynelatende to-dimensjonal i statistisk forstand. Hastighetsfeltene, turbulensintensiteten følger samme tendenser som slippstrømmen for en sylinder, det være seg utviklingen av karakteristisk lengdeskala, karakteristisk hastighetsskala og maksimal turbulensintensitet.

Den mest innlysende forskjellen mellom slippstrømmene bak rør #2 (delvis også rør #1, se forsøk 021) og sylinder #2 var at turbulensintensiteten oppnådde en profil som lignet mer på den terminale selvlikhetsløsningen presentert av White [17] enn tilfelle var for sylindere. Sammenligner man halvbreddene ser man at disse har tilnærmet likt

stigningstall om man antar at utviklinger av slippstrømmene både for rørene og sylinder #2 er lineære.

### 5.3.8 Virvelavløsningsfrekvens på varmeveksler-rør

#### Virvelavløsningsfrekvens for varmeveksler - rør #2

Virvelavløsningsfrekvensene til rør #2 er presentert i figur 4.74 som funksjon av fristrøms-hastigheten. Resultatene viser at sammenhengen mellom hastighet og virvelavløsningsfrekvensen på røret er lineær, analogt med det observert bak en sylinder. I hastighetsområdet 25 - 30 m/s skifter kurven i plottet i 4.74 stigningstall. Det imidlertid knyttet stor usikkerhet til frekvensmålingene i dette området på grunn av vibrasjoner fra sonden.

I figur 4.76 er Strouhal - tallet plottet mot Reynolds - tallet. Den karakteristiske lengden brukt i begge disse størrelsene er to ganger den lille halvaksen til den elliptiske delen av varmeveksler -røret. Kurven viser at Strouhal - tallet er nokså stabilt, og varierer mellom 0.20 og 0.22, med en median på 0.2. I området hvor det lineære forholdet mellom virvelavløsningsfrekvensen og hastigheten endres øker Strouhal - tallet til verdier rundt 0.25.

Det ble ikke observert vibrasjoner fra røret under målingene

#### Virvelavløsningsfrekvens for varmeveksler - rør #1

I motsetning til den sirkulære sylindren og rør #2 ble det ikke registrert virvelavløsninger bak varmeveksler rør #1, bortsett fra i svært lave hastigheter.

Det ble heller ikke her observert synlige vibrasjoner fra røret under disse målingene.

#### Diskusjon rundt virvelavløsningsfrekvenser på varmeveksler - rør #2

Resultatene fra målingene av virvelavløsningsfrekvenser fra rør #2 viste en lineær sammenheng mellom avløsningsfrekvens og fristrøms-hastighet. Strouhal - tallet viste en stabil verdi i hastighetsområde 5 - 25 m/s på rundt 0.2. Dette er den samme verdien som ble målt sylinder #2, da over et større hastighetsområde.

Ratliff [15] har foretatt målinger av virvelavløsningsfrekvenser på elliptiske rør med forskjellig eksentrisitet i samme Reynolds - tall intervall som i målingene gjennomført her. For et elliptisk rør med eksentrisitet 0.866 rapporter Ratliff at Strouhal - tallet baser på de samme dimensjoner som i denne rapporten har en verdi på rundt 0.25 opp til et Reynolds - tall lik  $2 \cdot 10^4$ . Eksentrisiteten for den elliptiske delen av varmeveksler - røret er 0.910, slik at en sammenligning av resultatene fra varmeveksler -røret med disse må sies å være fornuftig. Sammenligningen viser da at varmeveksler - rør #2 produserer lavere virvelavløsningsfrekvenser sammenlignet med et nakent elliptisk rør med samme form. Lignende observasjoner har blitt gjort av [10] på sirkulære sylindre påmontert finner, som forklarer fenomenet med at finnene øker sylindrens effektive diameter i tillegg til at Strouhal - tallet må holdes konstant [10]. Forklaringen kan ikke overføres til varmeveksler - rør #2 av den grunn at de sirkulære sylindrene testet av [10] beholdt sin geometriske

form etter at finnene var påmontert. For varmeveksler - rørenes del er finnene firkantet mens sylindere de er montert på er elliptisk.

Professor Erling Næss som har konstruert varmeveksler - rørene rapporterte at det under testing ikke ble observert synlige vibrasjoner fra varmeveksler - rørene. Det ble derimot observert vibrasjoner på nakne elliptiske rør med samme geometri som de benyttet i disse. Forsøkene presentert i denne rapporten bekrefter disse observasjonene.

Årsaken til at ingen vibrasjoner observeres for varmeveksler - rør #2, men for en ekvivalent naken sylinder, er merkverdig av den grunn at virvelavløsninger definitivt finner sted. En mulig forklaring kan være at finnene senker korrelasjonslengden langs rør - akse. Dette tilsier at vibrasjonskreftene fra virvelavløsningene er så forskjøvet i fase at ingen generelle oscillasjonsbevegelser kan genereres langs røret.

### Diskusjon rundt virvelavløsningsfrekvenser på varmeveksler - rør #1

Det veldig oppsiktsvekkende resultatet at ingen periodisk virvelavløsning ble registrert på varmeveksler - rør #1 viser at de påmonterte finnene påvirker virvelavløsningen på den elliptiske sylindere. Forskjellen mellom de to varmeveksler - rørene er at finnene på varmeveksler - rør #1 er 66 % tykkere og er plassert 66 % lengre fra hverandre i forhold til varmeveksler - rør #2 (se tabell 3.8). Det samlede frontarealet til finnene er det samme for hvert rør, så det eneste som kan ha noen effekt på virveldannelsen er tykkelsen av finnene og avstanden mellom dem.

Det andre spesielle med strømningsbildet bak varmeveksler - rør #1 er variasjon i middelhastighet langs rør - akse. Turbulensintensiteten, skjevhetfordelingen og kurvaturen varierer også. Det derfor grunn til å mistenke at interaksjonen mellom de forskjellige strømningsfeltene langs røret bryter ned de koherente strukturene så raskt at de ikke er mulig å spore med den måleteknikken som er benyttet i eksperimentene.

## 5.4 Resultatene anvendelsesverdi

Resultatene som er presentert i denne rapporten er hentet inn med måleutstyr og maskineri som brukes av vitenskapelig personell ved Institutt for energi- og prosessteknikk ved NTNU. Metodene som er brukt i eksperimentene har blitt verifisert gjennom målinger i strømningsfelt hvor det finnes dokumenterte måledata som er anerkjent av det internasjonale fagmiljøet og hovedveileder. Utvalgte resultater kan derfor etter forfatterens skjønn brukes til sammenligning av andre målinger av samme standard.

Som nevnt tidligere har noen målinger blitt utført i miljøer som har vært preget av usikkerhet med tanke på påvirkning av skjærsjiktene som dannes av potensialkjernen i strålestromningen. Dette gjelder kun målingene som har blitt foretatt langt fra testseksjonens utløp, og det er presisert i diskusjonen av disse resultatene at det ikke kan utelukkes at den ytre påvirkningen virker inn på målingene. For de resultater der slike forbehold ikke er nevnt er målingene foretatt under optimale forhold.

## 5.5 Resultatene forklaringsverdi i forhold til vibrasjoner og støy i varmeveksler

Som nevnt i kapittel 2 var det registrert vibrasjoner og støy i varmeveksleren som benyttet rør av typen som er testet i denne hovedoppgave. Vibrasjonene hadde en frekvens i størrelsesorden 300 Hz ved normale driftsforhold, det vil en strømningshastighet på rundt 20 m/s. Vibrasjonsfrekvensen sammenfalt som sagt ikke med egenfrekvensen til varmeveksleren, og det var derfor mistanke om at vibrasjonene kommer fra virvelinduserte krefter.

Et sentralt spørsmål er derfor om virvelavløsningsfrekvensene kan sammenfalle med egenfrekvensene til varmeveksler - rørene i frekvensområdet til vibrasjonene i varmeveksleren. I tabell 4.3 er egenfrekvensene til forskjellige svingemoduser listet opp. Som man ser av verdiene er det ingen egenfrekvenser uansett svingemodus som er i umiddelbar nærhet av vibrasjonsfrekvensen til varmeveksleren på 300 Hz. Virvelavløsningsfrekvensen for varmeveksler - rør #2 er heller ikke i nærheten av noen av egenfrekvensene ved en operasjonshastighet på 20 m/s.

Det som imidlertid er meget interessant er at ved en hastighet på 22.5 m/s utvikler varmeveksler - rør #2 en virvelavløsningsfrekvens rundt 300 Hz. Dette er samme verdi som for de målte vibrasjonene for varmeveksleren.

Varmeveksleren er ikke bygd opp enkeltstående rør i frie omgivelser slik som i testoppsettene i eksperimentene gjennomført her, men består av flere rør - kaskader plassert etter hverandre. Allikevel er det etter hva man vet om virvelavløsningsprosessen på butte objekter all grunn til å tro at rør som har symmetriske randbetingelser vil oppføre seg på samme måte. Dette betyr at varmeveksler - rør #2 bidrar til å skape strømningsstrukturer og dynamiske krefter med samme frekvens som de observerte vibrasjonene til varmeveksleren. Det kan dermed konkluderes med at virvelavløsningene på rør #2 er delaktig i vibrasjons-, og støyproblematikken i varmeveksleren gjennom interaksjon mellom de avløste virvlene og strukturelementene i varmeveksleren, samt flukterende løftkrefter som virker på hvert enkelt varmeveksler - rør (rør #2).

Det at det ikke er observert virvelavløsninger bak varmeveksler - rør #1 betyr ikke at det ikke skjer virvelavløsninger i det hele tatt, men snarere at måleteknikken benyttet i forsøkene ikke er god nok til å detektere disse. Faktum er uansett at de turbulente strukturene som avløses på rør #2 har større utstrekning, og inneholder dermed mer energi. Dette kan leses ut av målingene av den karakteristiske lengdeskalaen i slippstrømmingene (se figur 4.50 og 4.66). Samlet sett tyder dette på at virvlene fra rør #2 har større dynamisk innvirkning enn virvlene generert av rør #1.

## 5.6 Anbefalinger for videre forskning

Målingene som har blitt gjennomført i denne hovedoppgaven har konsentrert seg om beskrivelsen av virvelavløsningsfrekvenser og strømningsstruktur i slippstrømmen bak enkle varmeveksler - rør. En naturlig fortsettelse på det arbeidet som allerede har blitt gjennomført ville først og fremst være å bestemme den dynamiske løftkraften som dannes av



de avløste virvlene, for på den måten å kunne kvantifisere påvirkningen fra strømmingen på rørene. Da varmeveksler - rørene er montert i en såkalt *stacked* konfigurasjon kunne det også vært aktuelt å undersøke om nye virvelstrukturer med andre karakteristikk dannes gjennom interaksjon mellom de ulike slippstrømmene.

Slippstrømmen har rør #1 har varierende hastighetsfelt langs rør - aksen og viste ingen tegn å inneholde dominerende koherente strukturer som rør #2. Det ville vært interessant og kartlagt denne variasjonen i strømningsfeltet for kanskje å finne ut hvorfor de to tilsynelatende like rørene danner så forskjellige slippstrømmer.

## 5.7 Sammendrag

I dette kapitlet har resultatene fra hastighetsmålingene og virvelavløsningsfrekvensmålingene bak en sirkulær sylinder og to typer varmeveksler - rør blitt gjennomgått. Målingene bak sirkulær sylinder #2 har blitt sammenlignet med dokumenterte data fra andre forfattere, det være seg virvelavløsningsfrekvens, middelhastigheter og turbulensintensitet. Dette viste at målemetodene for hastigheter og virvelavløsningsfrekvenser gav nøyaktige resultater, og at metodene derfor kunne brukes til å måle de ukjente hastighetsfeltene bak varmeveksler - rørene.

Resultatene fra hastighetsmålingene i slippstrømmene til varmeveksler - rørene viser at det både er likheter og forskjeller turbulensstrukturen bak de to rørene. Det mest oppsiktsvekkende resultatet var at ingen dominerende virvelavløsning ble registrert for rør #1, og at hastighetsfeltet viste store variasjoner langs rørets lengdeakse.

For rør #2 var slippstrømmen uniform i statistisk forstand langs et tverrsnitt parallelt med rørets lengdeakse. Strouhal - tallet ble målt til en verdi rundt 0.2 for fristrøms hastigheter fra 5 til 25 sekundmeter. I hastighetsområdet 25 til 30 sekundmeter økte verdien av Strouhal - tallet til rundt 0.25. Det ble konkludert med at finnene bidrar til å senke virvelavløsningsfrekvensen i forhold til et elliptisk rør uten finner.

Det ble fastslått at ingen av egenfrekvensene til varmeveksler - rørene sammenfalt med de rapporterte vibrasjonsfrekvensene til varmeveksleren. Det ble ikke observert synlige vibrasjoner på rørene for de hastigheter som ble brukt i eksperimentene. Virvelfrekvensmålingene på varmeveksler - rør #2 viste at virvelavløsningsfrekvensen ved driftshastigheten til varmeveksleren på rundt 20 sekundmeter er den samme som den rapporterte vibrasjonsfrekvensen. Dette taler sterkt for at virvelavløsningsfenomenet på varmeveksler - rør #2 bidrar til å styrke vibrasjons-, og støyproblematikken til varmeveksleren.

Tillegg A

Usikkerheter i forsøk 006

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.12	20.25811114	0.015612661
0.11	20.29388269	0.01564039
0.1	20.3073965	0.015647343
0.09	20.27617257	0.015627027
0.08	20.20660157	0.01558124
0.07	20.08413888	0.015498346
0.06	19.75870794	0.015258118
0.05	19.38627099	0.014993913
0.04	18.91031414	0.014643766
0.03	18.49044379	0.014337806
0.02	17.88678908	0.013901313
0.01	17.131578	0.013336914
0	16.68032224	0.013004019
-0.002	16.60368394	0.012940862
-0.004	16.57250545	0.012919752
-0.006	16.59464682	0.012932366
-0.008	16.65097895	0.012985265
-0.01	16.5157814	0.012880552
-0.012	16.7748389	0.013071982
-0.014	16.78911678	0.013079004
-0.016	16.92214309	0.013188083
-0.018	16.96847094	0.013223326
-0.02	17.13751842	0.013339712
-0.022	17.21251242	0.013402788
-0.024	17.32462898	0.013487653
-0.034	18.0367697	0.014017848
-0.044	18.73599989	0.01452584
-0.054	19.14719351	0.014825792
-0.064	19.60141755	0.015153737
-0.074	19.98563743	0.015428333
-0.084	20.18703747	0.015574562
-0.094	20.31133032	0.015656459
-0.104	20.35109651	0.015683651
-0.114	20.3569265	0.015685453
-0.124	20.33863242	0.015674318
-0.134	20.32479546	0.015663413
-0.144	20.31002561	0.015648748

Tabell A.1: Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.12	0.399195855	0.079942175
0.11	0.951702943	0.079420426
0.1	1.39569033	0.078567418
0.09	2.423590167	0.072909772
0.08	3.443870903	0.071090511
0.07	4.914109179	0.07189089
0.06	6.069158247	0.070169307
0.05	7.569589267	0.069803591
0.04	8.299278111	0.069058338
0.03	9.091471245	0.068696732
0.02	10.2549306	0.067088199
0.01	10.47253423	0.065895577
0	10.80599173	0.064667112
-0.002	10.67128557	0.064156705
-0.004	10.74166316	0.064866834
-0.006	10.54431664	0.064772216
-0.008	11.03804866	0.06450655
-0.01	10.9102697	0.064692549
-0.012	10.63733034	0.064996383
-0.014	10.55444441	0.065341466
-0.016	10.97896604	0.065671319
-0.018	10.93457411	0.065204303
-0.02	10.47743239	0.064997693
-0.022	10.76700682	0.065917755
-0.024	10.81204656	0.066490517
-0.034	10.40925928	0.067549224
-0.044	9.502672229	0.06806691
-0.054	8.557461201	0.069001745
-0.064	7.224730242	0.070004232
-0.074	5.667388741	0.071144941
-0.084	4.678326775	0.071029264
-0.094	3.17371612	0.072650503
-0.104	2.342569563	0.073037851
-0.114	1.500702134	0.077964737
-0.124	1.23128823	0.079177034
-0.134	1.105915422	0.079253748
-0.144	0.998814022	0.079320685

Tabell A.2: Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.12	0.000447585	0.000179252
0.11	0.002543934	0.000424539
0.1	0.005471182	0.000616228
0.09	0.016497622	0.00099287
0.08	0.033311694	0.001374817
0.07	0.067825436	0.001983382
0.06	0.103457008	0.002393958
0.05	0.160933932	0.002972836
0.04	0.193456634	0.003219846
0.03	0.232151413	0.003515518
0.02	0.295371401	0.003879144
0.01	0.308039613	0.003874989
0	0.32796859	0.003934026
-0.002	0.319842724	0.003851502
-0.004	0.324075389	0.003915021
-0.006	0.312276907	0.003849146
-0.008	0.342205984	0.003995519
-0.01	0.334328934	0.004260446
-0.012	0.317810531	0.003897582
-0.014	0.312877077	0.003887542
-0.016	0.338552383	0.004056591
-0.018	0.335820139	0.004009992
-0.02	0.308327829	0.003826315
-0.022	0.325606426	0.003999588
-0.024	0.328336229	0.004056992
-0.034	0.304328513	0.003957902
-0.044	0.25362642	0.003644447
-0.054	0.205680382	0.003316209
-0.064	0.14660415	0.00285099
-0.074	0.090212974	0.002267463
-0.084	0.061472956	0.0018672
-0.094	0.028290404	0.001295182
-0.104	0.015413029	0.000960419
-0.114	0.006325458	0.000656491
-0.124	0.004258165	0.000547535
-0.134	0.003435159	0.000492291
-0.144	0.002802027	0.00044496

Tabell A.3: Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.12	10.57740811	3.70758275
0.11	3.540872144	0.576851598
0.1	1.430769832	0.782139933
0.09	-2.350036704	0.403176921
0.08	-2.280458159	0.205369225
0.07	-1.270704758	0.109172485
0.06	-1.130124921	0.065350828
0.05	-0.755101723	0.049601255
0.04	-0.521584168	0.037517112
0.03	-0.313449158	0.033114969
0.02	-0.211397551	0.027121707
0.01	-0.008361877	0.025669216
0	0.038803137	0.024423773
-0.002	0.019506888	0.023523136
-0.004	0.120623739	0.025001703
-0.006	0.109404346	0.024332785
-0.008	0.023951464	0.024494865
-0.01	0.112596469	0.024514226
-0.012	0.051512537	0.023973306
-0.014	0.085413304	0.024702367
-0.016	0.064637018	0.022949647
-0.018	-0.025702768	0.024566978
-0.02	-0.114347986	0.023594627
-0.022	-0.047662241	0.026024228
-0.024	-0.027289351	0.02572243
-0.034	-0.229887527	0.028413784
-0.044	-0.51596915	0.030178659
-0.054	-0.659134282	0.03612319
-0.064	-0.899736636	0.053883223
-0.074	-1.167987373	0.073837203
-0.084	-1.688131587	0.120687665
-0.094	-1.924315633	0.206227103
-0.104	-2.567329372	0.453147977
-0.114	0.719975833	0.449524927
-0.124	2.295817698	0.271014395
-0.134	2.742783505	0.000108611
-0.144	3.182217898	0.000213895

Tabell A.4: Usikkerhet for skjjevetsfordelinger målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.12	153.0061127	96.93954507
0.11	19.15071094	5.334006442
0.1	24.65345225	8.24009149
0.09	26.34906329	2.92877199
0.08	17.41026524	1.484223993
0.07	8.467809984	0.439354251
0.06	5.641912048	0.213469381
0.05	4.48909648	0.139850521
0.04	3.482782549	0.088880604
0.03	3.148873715	0.076595872
0.02	2.913286403	0.058660377
0.01	2.800853066	0.057230539
0	2.783649017	0.053354493
-0.002	2.683326148	0.046686421
-0.004	2.686867945	0.07276643
-0.006	2.667358869	0.055288099
-0.008	2.83266122	0.057344801
-0.01	2.833814346	0.054781774
-0.012	2.617153893	0.050379513
-0.014	2.725145039	0.055673704
-0.016	2.546843617	0.04780129
-0.018	2.750899237	0.061695486
-0.02	2.636338438	0.043709142
-0.022	2.83057125	0.066442759
-0.024	2.800181975	0.061077035
-0.034	3.023713337	0.069755309
-0.044	3.164813614	0.066257736
-0.054	3.713126511	0.096090065
-0.064	4.855489566	0.181255695
-0.074	6.092011305	0.262872165
-0.084	10.28012872	0.603047217
-0.094	14.02815783	1.3681922
-0.104	32.21700195	4.156514052
-0.114	11.79515856	3.845162142
-0.124	8.527907364	1.885880456
-0.134	8.522861357	0.00048425
-0.144	11.12651075	0.000521269

Tabell A.5: Usikkerhet for kurvaturen målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.12	20.17952556	0.416871127
0.11	20.17510532	0.416779813
0.1	20.16988672	0.416672007
0.09	20.12828317	0.415812556
0.08	20.05004381	0.414196277
0.07	19.86547751	0.410383484
0.06	19.63124991	0.405544781
0.05	19.29687384	0.398637199
0.04	18.91910454	0.390833194
0.03	18.41034352	0.380323146
0.02	17.76748527	0.367042902
0.01	17.21976225	0.355727972
0	16.80186608	0.347095021
-0.002	16.79366966	0.346925699
-0.004	16.70856776	0.345167653
-0.006	16.90315708	0.349187503
-0.008	16.74436324	0.34590712
-0.01	16.78478693	0.346742198
-0.012	16.88700289	0.348853788
-0.014	16.98273616	0.350831458
-0.016	17.02279418	0.351658981
-0.018	17.17485787	0.354800331
-0.02	17.30926379	0.357576906
-0.022	17.39621795	0.359373215
-0.024	17.58371163	0.363246483
-0.034	18.16111192	0.375174489
-0.044	18.70309202	0.386370781
-0.054	19.17810667	0.396183692
-0.064	19.51189534	0.40307914
-0.074	19.83460274	0.409745669
-0.084	20.10152202	0.41525972
-0.094	20.1728586	0.4167334
-0.104	20.22418083	0.417793621
-0.114	20.28649923	0.419081002
-0.124	20.27409899	0.418824837
-0.134	20.2895861	0.419144771
-0.144	20.27500042	0.418843459

Tabell A.6: Usikkerhet for middelshastigheter målt med pitotrør



## Tillegg B

### Usikkerheter i forsøk 008

<i>Fristrøms hastighet</i> <i>[m/s]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
3.914640766	0.218958241	0.007812949
6.370032743	0.204763127	0.009920482
9.139411306	0.193087478	0.012084735
11.49626301	0.186395974	0.013897374
13.70321167	0.199024345	0.018586538
15.01590835	0.199788113	0.020430135
18.33188172	0.204561652	0.025941374
22.5964136	0.207444424	0.032715089
24.48809012	0.204180889	0.03430888
26.45265363	0.236271192	0.049481575
28.18551562	0.266094121	0.066766247
31.22855389	0.240164819	0.06026027

Tabell B.1: Usikkerheter for Strouhal - tall

Tillegg C

Usikkerheter i forsøk 009

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	21.56243051	0.010231231
-0.01	21.56634639	0.010233009
-0.02	21.56580098	0.010232757
-0.03	21.57839491	0.010234592
-0.04	21.60968478	0.010246394
-0.05	21.61137914	0.010249952
-0.06	21.6161929	0.010252376
-0.07	21.55083868	0.010221132
-0.08	21.42223249	0.010170337
-0.09	21.31365851	0.010115683
-0.1	21.01254082	0.009979853
-0.11	20.71727133	0.009852498
-0.12	20.38557981	0.009700962
-0.13	20.0067369	0.009527506
-0.135	19.75132951	0.009410082
-0.14	19.59544591	0.009336034
-0.145	19.38504907	0.009237829
-0.15	19.15126407	0.009130136
-0.155	18.98199246	0.009050425
-0.16	18.79952397	0.008968575
-0.165	18.63111821	0.008888941
-0.17	18.49088415	0.008820533
-0.175	18.37808055	0.00877072
-0.185	18.35788195	0.008757169
-0.195	18.46176649	0.008810617
-0.205	18.66360457	0.008908313
-0.215	19.07771607	0.009100982
-0.225	19.49603265	0.009287245
-0.235	19.87729649	0.009459631
-0.245	20.19222304	0.009610117
-0.255	20.57783387	0.009788506
-0.265	20.94834853	0.009952633
-0.275	21.17757844	0.010052329
-0.285	21.43141363	0.010169156
-0.295	21.53831241	0.010217636
-0.305	21.629398	0.010257885
-0.315	21.66554279	0.010281631

Tabell C.1: Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	0.474300417	0.045718479
-0.01	0.467757523	0.046243062
-0.02	0.484142903	0.046108299
-0.03	0.56608754	0.047796085
-0.04	0.713432672	0.04764549
-0.05	0.959460292	0.047162945
-0.06	1.438296955	0.046872676
-0.07	2.118706304	0.045763748
-0.08	3.072851635	0.044460998
-0.09	3.831044563	0.044214014
-0.1	4.98844917	0.043429231
-0.11	5.752631111	0.043073212
-0.12	6.460980169	0.042845553
-0.13	6.876319661	0.04253968
-0.135	7.027101449	0.042268691
-0.14	7.193375401	0.042226616
-0.145	7.471479859	0.041835182
-0.15	7.45364184	0.041631759
-0.155	7.566208906	0.041500101
-0.16	7.728586874	0.041331299
-0.165	7.651650388	0.040892726
-0.17	7.666540795	0.040942842
-0.175	7.661733333	0.040824736
-0.185	7.43283335	0.040744233
-0.195	7.600666793	0.040770814
-0.205	7.577288423	0.040982921
-0.215	7.33647142	0.041360752
-0.225	7.031921599	0.041837397
-0.235	6.592462148	0.042336211
-0.245	6.258920421	0.042746037
-0.255	5.544548454	0.043515542
-0.265	4.81139479	0.043546751
-0.275	3.990830088	0.043980189
-0.285	3.131145466	0.044644074
-0.295	2.28192522	0.045305347
-0.305	1.636926897	0.046110044
-0.315	1.108240138	0.046410095

Tabell C.2: Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	0.000965171	0.000186079
-0.01	0.000938726	0.000185609
-0.02	0.001005644	0.00019156
-0.03	0.001374879	0.00023217
-0.04	0.002183751	0.000291674
-0.05	0.003949583	0.000388277
-0.06	0.008875531	0.000578517
-0.07	0.019259221	0.000832153
-0.08	0.040511692	0.001172772
-0.09	0.062969698	0.001453643
-0.1	0.106764853	0.001859376
-0.11	0.141981008	0.002126448
-0.12	0.179099354	0.002376118
-0.13	0.202866025	0.002510407
-0.135	0.211860333	0.002550601
-0.14	0.222004948	0.002610872
-0.145	0.239502727	0.002683939
-0.15	0.238360476	0.002666307
-0.155	0.245614419	0.002694362
-0.16	0.256269776	0.002742538
-0.165	0.251192946	0.00268779
-0.17	0.25217156	0.002695706
-0.175	0.2518554	0.002690055
-0.185	0.237031462	0.002707774
-0.195	0.247856659	0.00266395
-0.205	0.246334273	0.002669197
-0.215	0.230925378	0.002607559
-0.225	0.212151078	0.002528627
-0.235	0.186462925	0.002396063
-0.245	0.168072269	0.002298586
-0.255	0.131895376	0.002072114
-0.265	0.099320567	0.00179795
-0.275	0.068331929	0.001505568
-0.285	0.042063334	0.001199345
-0.295	0.022340867	0.000887067
-0.305	0.011496239	0.000647695
-0.315	0.005269446	0.000441058

Tabell C.3: Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	-6.808788354	1.214025445
-0.01	-4.572812602	2.071760063
-0.02	-5.032973634	1.995910989
-0.03	1.959994019	1.828841046
-0.04	0.915607968	1.162388158
-0.05	-0.483606796	0.832095634
-0.06	-0.801852597	0.409034275
-0.07	-1.543954753	0.2175756
-0.08	-1.798912978	0.099361146
-0.09	-1.453135956	0.067490975
-0.1	-1.186628013	0.04342498
-0.11	-0.907594632	0.03540516
-0.12	-0.655391303	0.028530064
-0.13	-0.490479171	0.026005461
-0.135	-0.369887886	0.023821838
-0.14	-0.318531738	0.024323334
-0.145	-0.269226568	0.022369998
-0.15	-0.181269533	0.022470628
-0.155	-0.083615011	0.021226553
-0.16	-0.059306141	0.021684458
-0.165	-0.047041661	0.022138851
-0.17	0.012558912	0.021841519
-0.175	0.05700043	0.021546702
-0.185	0.041187356	0.021989886
-0.195	-0.015614602	0.021511996
-0.205	-0.077109725	0.020900409
-0.215	-0.219171492	0.023521543
-0.225	-0.336952125	0.025389071
-0.235	-0.453098085	0.027910458
-0.245	-0.548426197	0.029336582
-0.255	-0.682317717	0.034660097
-0.265	-1.143601595	0.049597892
-0.275	-1.328914782	0.065188116
-0.285	-1.641724697	0.101273224
-0.295	-1.870974056	0.166330492
-0.305	-1.701412615	0.295687245
-0.315	-2.029643748	0.559065988

Tabell C.4: Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	62.79867105	0.975569481
-0.01	66.56300848	1.366452522
-0.02	71.36203376	14.31712508
-0.03	59.15136298	13.44465575
-0.04	36.57710748	6.195330471
-0.05	35.94951285	8.963711629
-0.06	19.39806779	2.379532284
-0.07	13.99617718	1.228161269
-0.08	9.522709893	0.578860029
-0.09	6.995689389	0.332293851
-0.1	5.148167502	0.159343806
-0.11	4.270657811	0.109392071
-0.12	3.4760262	0.072851894
-0.13	3.126488038	0.064147616
-0.135	2.853827347	0.048610098
-0.14	2.993758705	0.051198247
-0.145	2.827223268	0.04351004
-0.15	2.805367275	0.044975824
-0.155	2.613370181	0.041423239
-0.16	2.731460132	0.04859688
-0.165	2.81626785	0.051361967
-0.17	2.812992134	0.050114338
-0.175	2.753438844	0.048086722
-0.185	2.716129082	0.054534871
-0.195	2.730215522	0.045533337
-0.205	2.618361191	0.042564922
-0.215	2.905330674	0.052205122
-0.225	3.091463253	0.054136144
-0.235	3.244967225	0.064452456
-0.245	3.288409404	0.069520846
-0.255	3.623013929	0.093945767
-0.265	5.715908688	0.203726915
-0.275	6.742659286	0.309101467
-0.285	9.359360986	0.568957297
-0.295	12.53889267	1.292328609
-0.305	16.01732037	2.055603769
-0.315	23.88084798	3.871631141

Tabell C.5: Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	21.10285091	0.455875756
-0.01	21.14089798	0.45669767
-0.02	21.20775631	0.458141982
-0.03	21.27558161	0.459607182
-0.04	21.3015582	0.460168343
-0.05	21.32285414	0.46062839
-0.06	21.36933699	0.461632539
-0.07	21.32846001	0.460749492
-0.08	21.26730203	0.459428322
-0.09	21.14925337	0.456878168
-0.1	20.95030435	0.452580358
-0.11	20.70555796	0.447293208
-0.12	20.41567572	0.441031007
-0.13	20.1194105	0.434630918
-0.135	19.97252659	0.431457849
-0.14	19.76905804	0.427062406
-0.145	19.61033993	0.423633687
-0.15	19.41437019	0.419400237
-0.155	19.29104358	0.416736066
-0.16	19.08604125	0.41230749
-0.165	18.931323	0.408965178
-0.17	18.79208859	0.405957357
-0.175	18.65474905	0.402990471
-0.185	18.57330372	0.401231043
-0.195	18.62870692	0.402427894
-0.205	18.88178814	0.407895098
-0.215	19.18253924	0.414392094
-0.225	19.58559295	0.423099089
-0.235	19.94336261	0.430827832
-0.245	20.28571639	0.438223552
-0.255	20.62290746	0.445507745
-0.265	20.91448566	0.451806583
-0.275	21.15299117	0.456958914
-0.285	21.35680805	0.461361882
-0.295	21.43640519	0.463081384
-0.305	21.51921104	0.464870203
-0.315	21.54940609	0.465522494

Tabell C.6: Usikkerhet for middelshastigheter målt med pitotrør



Tillegg D

Usikkerheter i forsøk 011

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	20.77446195	0.007331701
-0.015	20.81114824	0.007348164
-0.03	20.49732901	0.007226395
-0.045	20.37560727	0.007192368
-0.06	20.09309383	0.007087967
-0.075	19.58150394	0.006918161
-0.09	19.51257949	0.006919984
-0.095	19.25572712	0.006834075
-0.1	19.00998518	0.006759573
-0.105	18.69811095	0.006659696
-0.11	18.22314542	0.00650294
-0.115	17.72756961	0.006335114
-0.12	17.0943964	0.006133298
-0.123	16.73268773	0.006006241
-0.126	16.55149444	0.005952469
-0.129	16.47863343	0.005931403
-0.132	16.23854324	0.005852551
-0.135	16.11148813	0.005805658
-0.138	16.03730096	0.005782093
-0.141	16.08267142	0.005796168
-0.144	16.27014392	0.005858195
-0.149	16.61495884	0.005969534
-0.154	17.19030774	0.006165621
-0.159	17.69558777	0.006325838
-0.164	18.18279471	0.006496065
-0.169	18.66934156	0.006642337
-0.174	19.02324886	0.006760969
-0.189	19.75057227	0.006996782
-0.204	20.28763484	0.00716729
-0.219	20.51535208	0.007241375
-0.234	20.53588487	0.007245247
-0.249	20.5381388	0.007245736
-0.264	20.53858788	0.007245878
-0.279	20.56627509	0.007255039
-0.294	20.54060936	0.007246574
-0.309	20.54290014	0.007243398

Tabell D.1: Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	1.845268489	0.035564723
-0.015	1.885794934	0.035547487
-0.03	0.587203227	0.033764564
-0.045	1.477650778	0.034150994
-0.06	3.535742991	0.032387514
-0.075	5.941477444	0.030686513
-0.09	9.212346055	0.031414702
-0.095	10.22343554	0.030914345
-0.1	11.46953054	0.031315847
-0.105	12.37581417	0.031528514
-0.11	13.37324311	0.031042843
-0.115	13.83145424	0.030362911
-0.12	14.60434758	0.029742761
-0.123	14.89349459	0.029085569
-0.126	15.2472831	0.028870534
-0.129	15.48239619	0.029117988
-0.132	15.65219497	0.028807246
-0.135	15.64836084	0.028495072
-0.138	15.70380444	0.028478668
-0.141	15.82071263	0.02826122
-0.144	15.46399006	0.028441464
-0.149	15.18620137	0.029206523
-0.154	14.74988799	0.029979781
-0.159	13.88272056	0.030926961
-0.164	13.38934551	0.031120724
-0.169	11.93171624	0.03132262
-0.174	11.42391523	0.031908271
-0.189	8.392852622	0.031610931
-0.204	5.158861317	0.031355997
-0.219	2.376461822	0.033879026
-0.234	0.801866861	0.034760555
-0.249	0.405568709	0.03440445
-0.264	0.313992083	0.034162596
-0.279	0.317281644	0.033844198
-0.294	0.192673886	0.034245897
-0.309	0.246739156	0.035409434

Tabell D.2: Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	0.006471041	0.000249491
-0.015	0.006758401	0.000254479
-0.03	0.000655288	7.54E-05
-0.045	0.004149528	0.00019185
-0.06	0.023758358	0.000435352
-0.075	0.067087862	0.000693054
-0.09	0.161285576	0.001102093
-0.095	0.198631796	0.001202637
-0.1	0.250003637	0.001369011
-0.105	0.291073456	0.001490586
-0.11	0.339882279	0.001583379
-0.115	0.363572253	0.001606805
-0.12	0.405339908	0.001660536
-0.123	0.421549198	0.001660493
-0.126	0.441814506	0.001687951
-0.129	0.455545118	0.001729062
-0.132	0.465592034	0.001733557
-0.135	0.465363961	0.001710405
-0.138	0.468667459	0.001920616
-0.141	0.475671496	0.00171711
-0.144	0.454462619	0.001679486
-0.149	0.438281715	0.001701435
-0.154	0.413459036	0.00168996
-0.159	0.366272411	0.001643929
-0.164	0.34070126	0.0015909
-0.169	0.270558309	0.001428724
-0.174	0.24801902	0.001392205
-0.189	0.133867218	0.001010421
-0.204	0.050578128	0.00061522
-0.219	0.010732891	0.000306118
-0.234	0.001221967	0.000105937
-0.249	0.000312596	5.30E-05
-0.264	0.000187367	4.08E-05
-0.279	0.000191313	4.08E-05
-0.294	7.06E-05	2.51E-05
-0.309	0.000115699	3.32E-05

Tabell D.3: Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetråsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	0.560331174	0.000118615
-0.015	0.361311002	0.00010908
-0.03	-4.745312588	0.776264409
-0.045	-0.903329972	0.238931902
-0.06	-1.554140064	0.077689057
-0.075	-1.462692046	0.038446097
-0.09	-0.722731008	0.01978633
-0.095	-0.707376344	0.016539149
-0.1	-0.410205215	0.014209432
-0.105	-0.24238804	0.01253861
-0.11	-0.167985562	0.010913789
-0.115	-0.125201347	0.009921256
-0.12	-0.045669267	0.008936961
-0.123	-0.067374752	0.008682921
-0.126	-0.052438977	0.008604026
-0.129	0.024189345	0.008490182
-0.132	-0.002152734	0.008814307
-0.135	0.00868578	0.008181716
-0.138	0.030320239	0.00816762
-0.141	-0.041290176	0.008105853
-0.144	-0.033220269	0.008063371
-0.149	-0.024333317	0.009016179
-0.154	-0.031610105	0.009667093
-0.159	-0.029555783	0.012267167
-0.164	-0.137274429	0.011100482
-0.169	-0.275105011	0.012958147
-0.174	-0.287243905	0.014741154
-0.189	-0.871719561	0.023348557
-0.204	-2.058441772	0.061473143
-0.219	-1.515946595	0.228166264
-0.234	-0.308784167	0.623936896
-0.249	-3.055846953	2.256591471
-0.264	-6.046404281	3.445390702
-0.279	-9.169019862	2.408724963
-0.294	-8.713986903	9.543938615
-0.309	6.390957758	5.829376701

Tabell D.4: Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	1.313971024	0.000328933
-0.015	1.13054564	0.000163717
-0.03	41.75840189	4.362431211
-0.045	11.608036	2.58278084
-0.06	13.12286944	0.640423072
-0.075	10.2567969	0.211158724
-0.09	5.218189871	0.057465851
-0.095	4.828580998	0.045904681
-0.1	3.762085579	0.03878011
-0.105	3.49757856	0.030515696
-0.11	3.210907119	0.027052241
-0.115	3.055352586	0.021975429
-0.12	2.937102705	0.019753497
-0.123	2.892652681	0.020440274
-0.126	2.962392949	0.021245021
-0.129	2.90852348	0.021856219
-0.132	3.007160557	0.028677631
-0.135	2.915008493	0.02220987
-0.138	2.861223603	0.022034129
-0.141	2.936105905	0.020289174
-0.144	2.879947245	0.018639414
-0.149	3.09492858	0.022737999
-0.154	3.104785683	0.026323369
-0.159	3.501868128	0.050894855
-0.164	3.281006048	0.026036379
-0.169	3.625069838	0.029547325
-0.174	3.936124606	0.03755924
-0.189	6.124200838	0.077057025
-0.204	16.93603741	0.406077102
-0.219	36.42716151	2.53917804
-0.234	23.52471722	2.039667939
-0.249	84.80105539	1.501395595
-0.264	140.2604399	2.861252218
-0.279	135.1856251	2.218741843
-0.294	375.0713062	11.00012351
-0.309	236.8191883	4.211760178

Tabell D.5: Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0	20.36570265	0.439951461
-0.015	20.39852961	0.440660608
-0.03	20.42008752	0.441126314
-0.045	20.44147805	0.441588404
-0.06	20.45518684	0.441884549
-0.075	20.26672963	0.43781339
-0.09	19.82083271	0.428180871
-0.095	19.63893564	0.424251428
-0.1	19.389052	0.4188533
-0.105	19.12839167	0.413222367
-0.11	18.72069002	0.404414965
-0.115	18.23264478	0.393871935
-0.12	17.6014941	0.38023746
-0.123	17.29582771	0.373634281
-0.126	16.89458907	0.364966496
-0.129	16.64661694	0.359609662
-0.132	16.45872756	0.355550769
-0.135	16.2771342	0.351627886
-0.138	16.12723064	0.348389584
-0.141	16.18861445	0.349715632
-0.144	16.40977325	0.35449323
-0.149	16.80423858	0.363014694
-0.154	17.43799225	0.3767054
-0.159	18.05238033	0.38997776
-0.164	18.57620704	0.401293762
-0.169	19.00622669	0.41058329
-0.174	19.34133795	0.417822554
-0.189	20.01584061	0.432393543
-0.204	20.42476331	0.441227323
-0.219	20.52684437	0.443432536
-0.234	20.53185791	0.443540841
-0.249	20.51643216	0.443207605
-0.264	20.49946677	0.442841109
-0.279	20.49125179	0.442663645
-0.294	20.51677104	0.443214926
-0.309	20.55761051	0.444097163

Tabell D.6: Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør

## Tillegg E

### Usikkerheter i forsøk 012

<i>Fristrøms hastighet</i> <i>[m/s]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
8.481582945	0.221934155	0.006527475
11.35325335	0.208783359	0.007732717
13.97671847	0.218049684	0.010383318
16.47741187	0.215783618	0.011987979
19.35261593	0.206690404	0.01291815
22.03061263	0.20750347	0.014821676
23.52034414	0.209311432	0.016100879
26.10902201	0.218862496	0.019541294
27.10149939	0.214681178	0.019516471
30.43557021	0.210280273	0.021028027

Tabell E.1: Usikkerheter for Strouhal - tall



## Tillegg F

### Usikkerheter i forsøk 015

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	19.93196187	0.007678155
0.055	19.94787026	0.007685681
0.04	19.93915627	0.007680758
0.025	19.66298856	0.007584095
0.01	18.74116989	0.007243359
0	18.47324923	0.007137905
-0.003	18.24667887	0.007053803
-0.006	18.0986657	0.007001589
-0.009	18.02781751	0.006973371
-0.012	17.95810162	0.006948838
-0.015	17.8807279	0.006919591
-0.018	17.84460786	0.00690671
-0.021	17.80205841	0.006888939
-0.024	17.83009633	0.006898478
-0.027	17.88490431	0.006917046
-0.037	18.23738479	0.007053476
-0.052	18.99616406	0.007336933
-0.067	19.89199952	0.007669885
-0.082	20.0633638	0.007727461

Tabell F.1: Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	0.963680924	0.037090643
0.055	0.888621793	0.037360365
0.04	1.28883978	0.037569166
0.025	3.35615646	0.035496514
0.01	4.976068654	0.03512056
0	4.902889735	0.034991597
-0.003	4.951611574	0.034787889
-0.006	4.990405022	0.034493951
-0.009	4.981808418	0.034478724
-0.012	5.020072091	0.034672753
-0.015	4.988070782	0.034478022
-0.018	5.089117288	0.034306216
-0.021	4.880300879	0.034300297
-0.024	4.946974427	0.034368053
-0.027	4.897934357	0.034424561
-0.037	4.977619663	0.034747213
-0.052	4.921527275	0.034919746
-0.067	2.664238316	0.036352469
-0.082	0.841238196	0.038405694

Tabell F.2: Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	0.007310643	0.000562752
0.055	0.006216171	5.23E-04
0.04	0.013076362	0.000762413
0.025	0.088669336	0.001875676
0.01	0.194922417	0.00275225
0	0.189231448	0.002701511
-0.003	0.193011062	0.002712284
-0.006	0.196047203	0.002710249
-0.009	0.195372352	0.002705702
-0.012	0.198385062	0.002741479
-0.015	0.195863845	0.002708781
-0.018	0.203879698	0.002751187
-0.021	0.187491791	0.002698083
-0.024	0.192649724	0.00267766
-0.027	0.188849127	0.002655277
-0.037	0.195043948	0.002723755
-0.052	0.190672848	0.002705309
-0.067	0.055877273	0.001524758
-0.082	0.005570921	0.000508405

Tabell F.3: Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	-3.189896494	0.121687985
0.055	-2.920303372	0.333452548
0.04	-1.60478174	0.272147251
0.025	-1.898373007	0.065603698
0.01	-0.636695978	0.027224986
0	-0.405840751	0.027872314
-0.003	-0.274291356	0.027176029
-0.006	-0.230821599	0.026820144
-0.009	-0.126679686	0.026818105
-0.012	-0.055686508	0.027286146
-0.015	-0.017894231	0.027878559
-0.018	-0.025431494	0.027538597
-0.021	-0.044895902	0.027834455
-0.024	-0.03550418	0.027932802
-0.027	-0.05324395	0.027179723
-0.037	-0.304157985	0.027240694
-0.052	-0.96608635	0.029330085
-0.067	-1.935353709	0.110982487
-0.082	-0.510904588	0.678954979

Tabell F.4: Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	12.13795568	0.151200337
0.055	15.76111947	0.332260421
0.04	13.05367501	1.595709988
0.025	8.841194662	0.36535622
0.01	3.048854058	0.065297748
0	2.830858969	0.060929283
-0.003	2.725035049	0.054236916
-0.006	2.691798308	0.053956239
-0.009	2.621929789	0.055384768
-0.012	2.696352586	0.059725564
-0.015	2.752493566	0.06366497
-0.018	2.757763812	0.068975356
-0.021	2.715937172	0.060906837
-0.024	2.736085685	0.059243014
-0.027	2.620055534	0.058887073
-0.037	2.764574793	0.055100093
-0.052	3.793268212	0.084880333
-0.067	12.18714458	0.71888538
-0.082	26.06939218	4.323881883

Tabell F.5: Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	20.32519544	0.439076401
0.055	20.35037123	0.439620263
0.04	20.39731415	0.440634351
0.025	20.41343128	0.440982522
0.01	19.82242564	0.428215283
0	19.17762967	0.414286034
-0.003	18.95243393	0.409421228
-0.006	18.69141197	0.403782484
-0.009	18.55710084	0.400881019
-0.012	18.4064336	0.39762622
-0.015	18.32413045	0.39584826
-0.018	18.3506883	0.396421978
-0.021	18.42878452	0.398109057
-0.024	18.53738118	0.400455023
-0.027	18.60255918	0.401863036
-0.037	19.21818893	0.415162219
-0.052	20.17826568	0.435902341
-0.067	20.63598136	0.445790175
-0.082	20.63752134	0.445823442

Tabell F.6: Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør

Tillegg G

Usikkerheter i forsøk 017

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	20.07098557	0.005650779
0.06	20.18211955	0.005681701
0.05	20.21643281	0.005692072
0.04	20.36303236	0.005731119
0.03	20.38159458	0.005740465
0.02	20.30979214	0.005718883
0.015	20.33959773	0.005724511
0.01	20.32353558	0.005720808
0.005	20.28095487	0.005706906
0	20.24154975	0.005701843
-0.002	20.13166751	0.005672116
-0.004	19.8953979	0.005610934
-0.006	19.52155952	0.005510582
-0.008	18.97843053	0.005363668
-0.01	18.39362225	0.005201494
-0.012	17.90358976	0.005066332
-0.014	17.56954963	0.00497143
-0.016	17.69383507	0.005003933
-0.018	18.07457586	0.005113893
-0.02	18.69643561	0.005283061
-0.022	19.34292458	0.005457078
-0.024	19.82851011	0.005589605
-0.026	20.13754465	0.005677754
-0.031	20.3159377	0.00571649
-0.036	20.34456064	0.005729194
-0.041	20.37458809	0.005738126
-0.046	20.3730628	0.005737674
-0.056	20.45752253	0.005760308
-0.066	20.50659819	0.005777024
-0.076	20.49912736	0.005768971
-0.086	20.50904554	0.005777697

Tabell G.1: Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer



<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	1.756164433	0.027854933
0.06	1.869816487	0.027640221
0.05	1.872105718	0.027709308
0.04	1.706087583	0.02743422
0.03	1.729132462	0.027511916
0.02	1.838882013	0.027635485
0.015	1.819550943	0.02773969
0.01	1.929994753	0.027912861
0.005	2.304573742	0.028015866
0	3.299484639	0.026825356
-0.002	4.397990902	0.025729924
-0.004	5.720035065	0.02474417
-0.006	6.871463754	0.024274956
-0.008	7.851698936	0.024295904
-0.01	8.225979286	0.024095107
-0.012	8.294452548	0.024142569
-0.014	7.78875918	0.023989707
-0.016	7.832652552	0.024039413
-0.018	7.637185254	0.024135087
-0.02	7.435896712	0.024370089
-0.022	6.244731251	0.024918265
-0.024	5.230632541	0.02560522
-0.026	4.013739543	0.026475532
-0.031	2.546378981	0.027647665
-0.036	2.040509415	0.028150941
-0.041	1.939006853	0.027891981
-0.046	1.874792098	0.027814883
-0.056	1.754556373	0.027784158
-0.066	1.640829293	0.027566645
-0.076	1.660871819	0.027607016
-0.086	1.634033587	0.027548295

Tabell G.2: Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	0.015013278	0.000476267
0.06	0.017019357	5.03E-04
0.05	0.017061056	0.000505067
0.04	0.014169281	0.000455748
0.03	0.014554648	0.00046321
0.02	0.016460875	0.000494722
0.015	0.016116607	0.000491422
0.01	0.01813249	0.000524499
0.005	0.02585392	0.000628699
0	0.052995306	0.000861874
-0.002	0.094157265	0.001102274
-0.004	0.159273148	0.001378889
-0.006	0.229849572	0.001623831
-0.008	0.300104466	0.00185866
-0.01	0.329397579	0.001932085
-0.012	0.334904231	0.001951977
-0.014	0.295312434	0.001909368
-0.016	0.298650265	0.001835002
-0.018	0.283930359	0.001797504
-0.02	0.269160842	0.00176597
-0.022	0.189833426	0.001515815
-0.024	0.133184475	0.001305011
-0.026	0.078423019	0.00103474
-0.031	0.031563944	0.000685441
-0.036	0.020268536	0.000559252
-0.041	0.018302224	0.000526646
-0.046	0.017110055	0.000507777
-0.056	0.014985797	0.000474731
-0.066	0.013106055	0.000440419
-0.076	0.013428188	0.000446322
-0.086	0.012997719	4.38E-04

Tabell G.3: Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	0.741595389	0.000202159
0.06	0.11686567	4.10E-05
0.05	-0.062029812	1.77E-05
0.04	-0.906081393	0.000265513
0.03	-0.841108316	4.76E-05
0.02	-0.405807735	0.005437394
0.015	-0.507339886	0.025123983
0.01	-0.138357072	0.03655847
0.005	0.207579114	0.082396081
0	-1.226199787	0.075228594
-0.002	-1.856812847	0.053505519
-0.004	-1.741131399	0.029720905
-0.006	-1.444452609	0.01868137
-0.008	-0.930664783	0.013804467
-0.01	-0.591047709	0.011909127
-0.012	-0.265393721	0.012220048
-0.014	-0.190498504	0.013050545
-0.016	-0.21050829	0.013712644
-0.018	-0.395353631	0.014004301
-0.02	-0.72900745	0.015672082
-0.022	-1.078605361	0.022755672
-0.024	-1.250307866	0.031827257
-0.026	-1.171817212	0.057229416
-0.031	-0.512346328	0.103170343
-0.036	0.37870903	0.065980818
-0.041	-0.083728261	0.038269847
-0.046	-0.260198301	0.01461682
-0.056	-0.783270825	0.000238343
-0.066	-1.129251235	0.00018869
-0.076	-1.071755421	0.000170899
-0.086	-1.148554409	0.00019595

Tabell G.4: Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	1.54996372	0.000317705
0.06	1.013657585	0.000349875
0.05	1.003847698	0.000135875
0.04	1.820983491	0.000746544
0.03	1.707463199	0.000644095
0.02	1.177536562	0.018289421
0.015	1.517084147	0.121495731
0.01	1.667444323	0.146270027
0.005	6.970846525	0.697081622
0	13.42403655	0.566633515
-0.002	14.52456254	0.359840262
-0.004	8.874395812	0.132903355
-0.006	6.081655586	0.072053627
-0.008	3.9945425	0.040367301
-0.01	3.133670406	0.027648641
-0.012	2.93392042	0.026251157
-0.014	2.950939361	0.028633872
-0.016	3.111975162	0.034573441
-0.018	3.169725172	0.034008796
-0.02	3.938099662	0.043933025
-0.022	5.581869607	0.083505356
-0.024	7.076695521	0.125094401
-0.026	11.0087714	0.339107999
-0.031	14.31292112	1.050500957
-0.036	3.298550606	0.636425918
-0.041	1.706965332	0.169997047
-0.046	1.16355968	0.051572794
-0.056	1.613513185	0.000504677
-0.066	2.275208352	0.000683894
-0.076	2.148659682	6.87E-05
-0.086	2.31917723	0.000476784

Tabell G.5: Usikkerhet for kurvatur målt med hetetråsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	20.14695796	0.435226014
0.06	20.23852819	0.437204166
0.05	20.28072147	0.438115649
0.04	20.3678462	0.439997767
0.03	20.39089731	0.44049573
0.02	20.41589445	0.441035733
0.015	20.48740749	0.442580598
0.01	20.45939681	0.441975495
0.005	20.02516967	0.432595074
0	18.88426776	0.407948664
-0.002	18.31353751	0.395619426
-0.004	17.69620244	0.382283403
-0.006	17.36386293	0.375104017
-0.008	16.98822701	0.366989316
-0.01	16.64008814	0.359468623
-0.012	16.26735853	0.351416706
-0.014	16.04718705	0.346660437
-0.016	15.98320234	0.345278203
-0.018	16.2118615	0.350217828
-0.02	16.21859337	0.350363254
-0.022	16.46628389	0.355714005
-0.024	16.92581759	0.365641113
-0.026	17.26309256	0.372927118
-0.031	18.69863586	0.403938539
-0.036	19.94048981	0.430765772
-0.041	20.54012928	0.443719524
-0.046	20.62843536	0.445627162
-0.056	20.59025755	0.444802423
-0.066	20.60897013	0.445206663
-0.076	20.57955578	0.444571238
-0.086	20.58241735	0.444633055

Tabell G.6: Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør

Tillegg H

Usikkerheter i forsøk 018

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	20.11913068	0.008774044
0.06	20.21953598	0.00881765
0.05	20.27098604	0.008838767
0.04	20.28022724	0.008840861
0.03	20.25325293	0.008826932
0.02	20.24430279	0.008825153
0.015	20.16603706	0.008792485
0.01	20.11117751	0.008771968
0.005	19.66516453	0.008594042
0	18.34971526	0.008063743
-0.002	17.70429359	0.007800225
-0.004	16.97860373	0.007500745
-0.006	16.2846377	0.00720167
-0.008	15.40587829	0.006832715
-0.01	14.81811921	0.006580302
-0.012	14.49783673	0.006431754
-0.014	14.17274105	0.006291547
-0.016	14.12118399	0.006270121
-0.018	14.48038453	0.006427286
-0.02	14.92392679	0.006622988
-0.022	15.54296178	0.006889025
-0.024	16.22832263	0.007189615
-0.026	16.82111972	0.007432109
-0.031	18.53118777	0.008136429
-0.036	19.74544613	0.008627208
-0.041	20.08885705	0.008761125
-0.046	20.20814883	0.008810349
-0.056	20.31946163	0.008858771
-0.066	20.35734077	0.008878688
-0.076	20.32973998	0.008867011
-0.086	20.34454404	0.008870971

Tabell H.1: Usikkerhet for middelshastigheter målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	1.644979545	0.042411537
0.06	1.120436864	0.042070203
0.05	0.957635938	0.042058358
0.04	0.878787908	0.042033871
0.03	1.087831244	0.042113122
0.02	1.31875014	0.042277421
0.015	1.724808551	0.042118209
0.01	3.2460263	0.039591455
0.005	6.376329146	0.035877152
0	10.7640466	0.034363731
-0.002	12.07068192	0.034395178
-0.004	12.62416402	0.034271108
-0.006	12.52318234	0.033950314
-0.008	12.89680657	0.033328252
-0.01	12.7515827	0.033019446
-0.012	12.00654551	0.032173609
-0.014	11.71928125	0.031823241
-0.016	11.67235462	0.031812865
-0.018	12.16570617	0.031999281
-0.02	12.55720856	0.03307026
-0.022	12.89386413	0.033152709
-0.024	13.27130933	0.033442719
-0.026	12.91378147	0.033584023
-0.031	10.51256606	0.033996917
-0.036	5.753325065	0.03584572
-0.041	2.765913882	0.040633804
-0.046	1.826976078	0.043221415
-0.056	1.217149902	0.042325342
-0.066	0.958002573	0.042230135
-0.076	1.15253351	0.042304866
-0.086	1.054843303	0.042270163

Tabell H.2: Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer



<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	0.00288356	0.000148688
0.06	0.001337774	1.00E-04
0.05	0.000977257	8.58E-05
0.04	0.000822955	7.87E-05
0.03	0.001261046	9.76E-05
0.02	0.001853246	0.000118843
0.015	0.003170223	0.000154868
0.01	0.011228251	0.000273881
0.005	0.04332609	0.000487524
0	0.123469355	0.000789122
-0.002	0.155264316	0.000886531
-0.004	0.169829566	0.000924533
-0.006	0.167123472	0.000908712
-0.008	0.177244356	0.000919734
-0.01	0.173275127	0.000902397
-0.012	0.153618735	0.000824124
-0.014	0.14635582	0.000795678
-0.016	0.145186083	0.000838986
-0.018	0.157718518	0.000831532
-0.02	0.168032875	0.000887951
-0.022	0.177163488	0.000914782
-0.024	0.187687603	0.000948251
-0.026	0.177711245	0.000924759
-0.031	0.117767517	0.000763131
-0.036	0.035273282	0.000439392
-0.041	0.008152398	0.000239605
-0.046	0.003556917	0.000168271
-0.056	0.001578688	0.000109799
-0.066	0.000978006	8.62E-05
-0.076	0.001415517	0.000103902
-0.086	0.001185725	9.50E-05

Tabell H.3: Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	-1.004066418	9.14E-05
0.06	-2.600376632	3.81E-04
0.05	-3.282891833	7.14E-04
0.04	-3.680774551	0.000827758
0.03	-2.729805608	1.43E-04
0.02	-1.903165155	0.061502933
0.015	-1.482097809	0.18914689
0.01	-2.935183054	0.168666434
0.005	-2.507423836	0.041087915
0	-1.18591741	0.012661168
-0.002	-0.797299912	0.010005213
-0.004	-0.502821001	0.009293223
-0.006	-0.297940165	0.009224569
-0.008	-0.071471614	0.00873316
-0.01	0.081835943	0.009279021
-0.012	0.065448859	0.009963922
-0.014	0.128537583	0.010360701
-0.016	0.151343757	0.010534776
-0.018	0.035671441	0.00954006
-0.02	0.059639167	0.009459245
-0.022	-0.157589049	0.008882563
-0.024	-0.364230199	0.00866575
-0.026	-0.551924999	0.008544459
-0.031	-1.396391255	0.013211698
-0.036	-2.897025538	0.055849347
-0.041	-2.323149871	0.172135038
-0.046	-0.171186079	0.164685989
-0.056	-2.270228106	0.039713684
-0.066	-3.301947638	0.000427985
-0.076	-2.509311934	0.000126863
-0.086	-2.879605265	0.000281395

Tabell H.4: Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	2.008149372	0.000137561
0.06	7.761958629	0.001931835
0.05	11.77737879	0.002216991
0.04	14.5481013	0.003788035
0.03	8.451838656	0.00056695
0.02	4.979393077	0.109267154
0.015	10.50594811	1.905020367
0.01	34.48853866	1.975032502
0.005	13.22081194	0.266401123
0	4.072595352	0.03855371
-0.002	2.947750822	0.022283207
-0.004	2.528571889	0.017441487
-0.006	2.399458094	0.015523842
-0.008	2.270159148	0.01363578
-0.01	2.422249503	0.01713695
-0.012	2.511730313	0.018939518
-0.014	2.564437472	0.021622294
-0.016	2.574610253	0.022838021
-0.018	2.404807007	0.018140643
-0.02	2.421939542	0.017754902
-0.022	2.35609158	0.013855388
-0.024	2.424879957	0.014949707
-0.026	2.469309587	0.015440254
-0.031	4.655391604	0.044190211
-0.036	17.84651704	0.400495716
-0.041	26.72643054	2.200526895
-0.046	5.525746093	1.181765489
-0.056	6.280045594	0.065132421
-0.066	11.9028582	0.00427808
-0.076	7.296646382	5.38E-04
-0.086	9.292126483	0.000942839

Tabell H.5: Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	20.22265819	0.436861333
0.06	20.30054288	0.438543843
0.05	20.35449332	0.439709311
0.04	20.38305514	0.440326319
0.03	20.39308056	0.440542894
0.02	20.45400629	0.441859046
0.015	20.49925096	0.442836447
0.01	20.53501471	0.443609036
0.005	20.38256871	0.440315811
0	19.76413608	0.426956079
-0.002	19.38119489	0.418683566
-0.004	18.79708791	0.406065356
-0.006	18.05881827	0.390116836
-0.008	17.29451834	0.373605995
-0.01	16.37481341	0.353738008
-0.012	15.66108847	0.338319717
-0.014	15.16054004	0.327506586
-0.016	14.71712858	0.31792776
-0.018	14.88073352	0.321462047
-0.02	14.94967444	0.322951347
-0.022	15.53740745	0.335647889
-0.024	16.03164652	0.346324722
-0.026	16.97815796	0.366771799
-0.031	18.91086137	0.408523154
-0.036	20.17227108	0.435772842
-0.041	20.5572988	0.44409043
-0.046	20.59843886	0.444979161
-0.056	20.59718292	0.444952029
-0.066	20.60999464	0.445228795
-0.076	20.58384067	0.444663802
-0.086	20.6093278	0.44521439

Tabell H.6: Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør

Tillegg I

Usikkerheter i forsøk 019

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	19,48936463	0,005726826
0,06	19,51807064	0,005733713
0,05	19,47624566	0,005721564
0,04	19,45556817	0,005718753
0,03	19,2187995	0,005651332
0,02	18,66162297	0,005492742
0,015	18,30174463	0,005388428
0,01	17,93031427	0,005282449
0,005	17,56489742	0,005179386
0	17,26788685	0,00509153
-0,002	17,12489628	0,005048818
-0,004	16,98818693	0,00500953
-0,006	16,86400902	0,004977146
-0,008	16,81347696	0,004960549
-0,01	16,74494032	0,004941458
-0,012	16,68011907	0,004920244
-0,014	16,66166826	0,004915525
-0,016	16,72140981	0,004931596
-0,018	16,73286133	0,004939529
-0,02	16,7626773	0,004945554
-0,022	16,87780743	0,004981456
-0,024	16,98012487	0,005009584
-0,026	17,09650933	0,005040277
-0,031	17,46002768	0,005148503
-0,036	17,81956867	0,005250212
-0,041	18,22589691	0,005368781
-0,046	18,62800855	0,005486087
-0,056	19,14115667	0,005628969
-0,066	19,32476999	0,005681284
-0,076	19,32693686	0,005682346
-0,086	19,29355058	0,005667116

Tabell I.1: Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	1,912919206	0,029233921
0,06	1,900913401	0,029264876
0,05	1,930098385	0,029217984
0,04	2,114624412	0,029083856
0,03	3,379380774	0,027629983
0,02	4,973795581	0,026685172
0,015	5,335217936	0,026579247
0,01	5,673687914	0,026376012
0,005	5,725534555	0,026059856
0	5,64138669	0,025846061
-0,002	5,637211443	0,025705397
-0,004	5,485318157	0,02549027
-0,006	5,413348452	0,025539973
-0,008	5,272454125	0,02550107
-0,01	5,352157384	0,025381616
-0,012	5,197987655	0,025080731
-0,014	5,192563872	0,025141698
-0,016	5,248233059	0,025283941
-0,018	5,150559649	0,025288132
-0,02	5,18949751	0,025436352
-0,022	5,190849535	0,025488363
-0,024	5,264067028	0,025689892
-0,026	5,312972775	0,02562809
-0,031	5,341409013	0,026365681
-0,036	5,270758551	0,026408074
-0,041	5,143188215	0,026667406
-0,046	4,819367445	0,026864496
-0,056	3,174044492	0,027579863
-0,066	1,990728449	0,029271294
-0,076	1,685981258	0,029603539
-0,086	1,572210818	0,029705514

Tabell I.2: Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	0,017085522	0,000522347
0,06	0,016871732	5,18E-04
0,05	0,017393777	5,27E-04
0,04	0,020878605	5,74E-04
0,03	0,053322347	8,72E-04
0,02	0,11550768	0,001239742
0,015	0,13290439	0,001325235
0,01	0,150302389	0,001397643
0,005	0,153061892	0,001393264
0	0,148595869	0,001362734
-0,002	0,148375996	0,001354429
-0,004	0,14048781	0,001305926
-0,006	0,136825475	0,00129109
-0,008	0,129795793	0,001256524
-0,01	0,133749679	0,001269026
-0,012	0,126155296	0,001217827
-0,014	0,125892162	0,001245325
-0,016	0,128605998	0,001239878
-0,018	0,12386364	0,001216022
-0,02	0,12574352	0,001232143
-0,022	0,125809049	0,001236258
-0,024	0,129383179	0,001263423
-0,026	0,131798412	0,001272217
-0,031	0,133213018	0,001315512
-0,036	0,129712324	0,001300238
-0,041	0,123509349	0,001281151
-0,046	0,108446384	0,00120934
-0,056	0,047039318	0,000817717
-0,066	0,01850372	5,44E-04
-0,076	0,013272126	0,000466057
-0,086	0,011541349	4,36E-04

Tabell I.3: Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer



<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	-0,04077821	7,47E-03
0,06	-0,204392388	3,11E-05
0,05	0,04493541	1,87E-02
0,04	-0,164346514	0,068502651
0,03	-1,532701907	5,66E-02
0,02	-0,995215706	0,02391299
0,015	-0,684340246	0,020594645
0,01	-0,405002999	0,018702199
0,005	-0,285206006	0,017888784
0	-0,13324733	0,019236475
-0,002	-0,090766126	0,018716662
-0,004	-0,1088196	0,019180833
-0,006	-0,050278434	0,019497066
-0,008	0,029664998	0,019960205
-0,01	0,024139425	0,019895027
-0,012	-0,063709095	0,020546437
-0,014	-0,006664845	0,020481927
-0,016	-0,009056149	0,02061414
-0,018	0,000265418	0,020410624
-0,02	0,018193481	0,021333859
-0,022	-0,035475531	0,021337822
-0,024	-0,07014471	0,02130477
-0,026	-0,094493627	0,021144712
-0,031	-0,133507864	0,020797081
-0,036	-0,320007842	0,021000592
-0,041	-0,544629486	0,021537243
-0,046	-0,901468385	0,024962773
-0,056	-1,426878514	0,059818025
-0,066	0,039402574	0,100172038
-0,076	1,111932961	0,018862078
-0,086	1,382435522	0,010867102

Tabell I.4: Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	1,025234347	0,029843127
0,06	1,041776248	0,000417565
0,05	1,161270657	0,074655128
0,04	4,015416506	0,461489441
0,03	8,885439221	0,31103791
0,02	4,133439294	0,072852595
0,015	3,311772189	0,050742892
0,01	2,922295145	0,041743652
0,005	2,764091659	0,035579441
0	2,910803945	0,041418198
-0,002	2,835764277	0,041117986
-0,004	2,820485379	0,041138654
-0,006	2,850689805	0,043415624
-0,008	2,812146714	0,044815324
-0,01	2,869447619	0,047093329
-0,012	2,928633431	0,051526811
-0,014	2,87153132	0,054530465
-0,016	2,954108462	0,048224609
-0,018	2,849666572	0,045149143
-0,02	3,002990683	0,053598085
-0,022	3,007161202	0,054345278
-0,024	3,069895317	0,05179466
-0,026	3,032248298	0,051856057
-0,031	2,981991224	0,047969482
-0,036	3,039371162	0,047777334
-0,041	3,188151326	0,051268241
-0,046	4,022038561	0,07822964
-0,056	8,32775024	0,291817109
-0,066	7,175676315	0,684626692
-0,076	2,362681514	1,08E-01
-0,086	2,953151913	0,021391177

Tabell I.5: Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	20,05734255	0,433290091
0,06	20,08594782	0,433908038
0,05	20,07449994	0,433660735
0,04	20,07694811	0,433713622
0,03	20,01203638	0,432311361
0,02	19,64778694	0,424442639
0,015	19,32538404	0,417477908
0,01	18,96198629	0,409627584
0,005	18,55494737	0,400834498
0	18,14778769	0,392038804
-0,002	17,97577198	0,388322823
-0,004	17,82236001	0,38500873
-0,006	17,68263283	0,381990265
-0,008	17,56151661	0,379373843
-0,01	17,45094128	0,376985132
-0,012	17,3537001	0,374884473
-0,014	17,26103978	0,372882772
-0,016	17,21600374	0,371909878
-0,018	17,18058704	0,371144787
-0,02	17,18670312	0,37127691
-0,022	17,17518767	0,371028147
-0,024	17,20887217	0,371755818
-0,026	17,28325839	0,373362752
-0,031	17,53850438	0,37887672
-0,036	17,87530655	0,386152512
-0,041	18,30131046	0,39535529
-0,046	18,74814656	0,405008097
-0,056	19,5582493	0,422508396
-0,066	19,97987761	0,43161665
-0,076	20,04266167	0,432972946
-0,086	20,01877425	0,432456917

Tabell I.6: Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør

Tillegg J

Usikkerheter i forsøk 021

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	19,78627975	0,005472026
0,06	19,7928393	0,00547164
0,05	19,85560525	0,005494735
0,04	20,19421005	0,005584391
0,03	20,22603591	0,005589295
0,02	20,17015619	0,00557454
0,015	20,08970599	0,005555008
0,01	19,60212827	0,005433107
0,005	18,04250714	0,005040803
0	15,94796335	0,004482675
-0,002	15,17407623	0,004272205
-0,004	14,57470897	0,004103771
-0,006	14,07466269	0,003965715
-0,008	13,77787927	0,003880306
-0,01	13,65012614	0,003843415
-0,012	13,63534281	0,00383931
-0,014	13,75754915	0,003874191
-0,016	13,9573019	0,00393074
-0,018	14,38437707	0,004048758
-0,02	14,75456499	0,004151923
-0,022	15,50418943	0,004356297
-0,024	16,21156741	0,004550622
-0,026	17,00987983	0,00476588
-0,031	18,74635016	0,005216319
-0,036	19,79865614	0,005484686
-0,041	20,10531491	0,005561071
-0,046	20,07955818	0,005553141
-0,056	20,1083695	0,005560903
-0,066	20,15350935	0,005573315
-0,076	20,20961715	0,005588278
-0,086	20,27552769	0,00560654

Tabell J.1: Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	1,069995231	0,027826518
0,06	1,116106416	0,027770066
0,05	1,450649412	0,027814385
0,04	1,810785568	0,027306266
0,03	1,810592747	0,027288574
0,02	2,157641673	0,027640794
0,015	3,49115883	0,026166491
0,01	7,070578947	0,022593442
0,005	11,92051427	0,021611487
0	12,97491206	0,021548007
-0,002	12,38413558	0,0212115
-0,004	11,71520897	0,020927547
-0,006	11,05730658	0,020488825
-0,008	10,57887307	0,02029241
-0,01	10,23842295	0,019743294
-0,012	10,05850637	0,019774004
-0,014	10,3247835	0,020142807
-0,016	10,64734856	0,020220346
-0,018	10,96535204	0,02049727
-0,02	11,66380441	0,021006764
-0,022	11,828437	0,021409284
-0,024	12,23243123	0,021721467
-0,026	12,22184381	0,021794146
-0,031	10,01776178	0,0219277
-0,036	5,742494241	0,023556353
-0,041	2,790109209	0,027654622
-0,046	2,002502653	0,027555377
-0,056	1,891622513	0,027474808
-0,066	1,908171157	0,027391469
-0,076	1,89404747	0,027513873
-0,086	1,824464152	0,027255965

Tabell J.2: Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	0,00106745	5,55E-05
0,06	0,001161436	5,78E-05
0,05	0,001962045	7,52E-05
0,04	0,003057159	9,22E-05
0,03	0,003056508	9,21E-05
0,02	0,004340529	0,000111223
0,015	0,01136379	0,000170356
0,01	0,046611592	0,000298156
0,005	0,132487215	0,000480813
0	0,156961389	0,000521376
-0,002	0,1429932	0,00049052
-0,004	0,127962898	0,00045772
-0,006	0,113994183	0,000423006
-0,008	0,104342876	0,000400577
-0,01	0,097735001	0,000377198
-0,012	0,094330249	0,000386758
-0,014	0,099390734	0,000388434
-0,016	0,105698039	0,000401875
-0,018	0,112106075	0,00041967
-0,02	0,126842398	0,000456845
-0,022	0,130448386	0,000472596
-0,024	0,139511354	0,000495882
-0,026	0,139269959	0,000497239
-0,031	0,093567578	0,000409946
-0,036	0,030745752	0,00025227
-0,041	0,007258158	0,000143911
-0,046	0,003738782	0,000102898
-0,056	0,003336207	9,69E-05
-0,066	0,003394835	9,75E-05
-0,076	0,003344766	9,72E-05
-0,086	0,003103521	9,27E-05

Tabell J.3: Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	2,942003466	0,000618667
0,06	2,762478627	0,001301996
0,05	1,698576131	0,00078744
0,04	-0,63743403	0,000128087
0,03	-0,648401561	0,008138915
0,02	0,275791273	0,069819787
0,015	-1,676321017	0,086148966
0,01	-2,360718363	0,022656837
0,005	-1,051695854	0,006661723
0	-0,206020995	0,005497027
-0,002	0,004094908	0,006004513
-0,004	0,141755717	0,006597534
-0,006	0,281747215	0,007378882
-0,008	0,340425252	0,007838741
-0,01	0,232275891	0,00796703
-0,012	0,221997406	0,008055775
-0,014	0,269865349	0,008499177
-0,016	0,231129001	0,007939919
-0,018	0,155628595	0,00723869
-0,02	0,133623814	0,006714083
-0,022	-0,090675638	0,006420128
-0,024	-0,240831176	0,006241176
-0,026	-0,513670195	0,006252754
-0,031	-1,494025111	0,010283106
-0,036	-2,557126276	0,03951592
-0,041	0,140273237	0,109274502
-0,046	0,449925379	0,062951113
-0,056	0,283746396	0,005092327
-0,066	0,043343508	1,74E-05
-0,076	-0,248564381	4,52E-05
-0,086	-0,614424613	0,000129655

Tabell J.4: Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer



<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	9,655384392	0,002691901
0,06	8,631288165	0,00455479
0,05	3,885160872	0,000855301
0,04	1,406322142	0,000403486
0,03	1,449123778	0,024291338
0,02	3,980597274	0,432000958
0,015	20,0729383	0,739151714
0,01	11,67628562	0,124778405
0,005	3,503552515	0,01743263
0	2,266271654	0,009163128
-0,002	2,366126484	0,010832702
-0,004	2,521201488	0,013899858
-0,006	2,753462281	0,018825101
-0,008	2,903124714	0,01958857
-0,01	2,834864937	0,019799524
-0,012	2,836819603	0,019651587
-0,014	3,009952766	0,023968344
-0,016	2,823077254	0,021310147
-0,018	2,623404857	0,015921332
-0,02	2,542394887	0,013768719
-0,022	2,410463745	0,011485708
-0,024	2,366798435	0,01197137
-0,026	2,582701431	0,012019098
-0,031	5,430464501	0,035649579
-0,036	17,28288863	0,256561897
-0,041	15,87861194	1,063444368
-0,046	3,874707638	0,541238128
-0,056	1,092708982	0,023855055
-0,066	1,00187866	0,000286731
-0,076	1,061784252	0,000279534
-0,086	1,377517605	0,000318228

Tabell J.5: Usikkerhet for kurvatur målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0,07	19,82052289	0,428174178
0,06	19,87268867	0,429301093
0,05	19,91623793	0,430241869
0,04	20,13268679	0,43491772
0,03	20,17291287	0,435786707
0,02	20,1798768	0,435937146
0,015	20,23470209	0,437121512
0,01	20,08817499	0,433956151
0,005	19,39035576	0,418881464
0	18,00163724	0,388881579
-0,002	17,51153676	0,37829415
-0,004	16,9344729	0,365828089
-0,006	16,54395442	0,357391888
-0,008	16,29554078	0,352025515
-0,01	15,85463214	0,342500757
-0,012	15,64045621	0,337874007
-0,014	15,51340354	0,335129343
-0,016	15,55244679	0,335972778
-0,018	15,71410572	0,339465026
-0,02	15,99759695	0,345589164
-0,022	16,41245827	0,354551233
-0,024	16,90098668	0,365104701
-0,026	17,49828754	0,378007933
-0,031	18,99445365	0,410328962
-0,036	19,98273439	0,431678363
-0,041	20,29017415	0,438319851
-0,046	20,28732134	0,438258223
-0,056	20,24530361	0,437350533
-0,066	20,25338695	0,437525154
-0,076	20,26733759	0,437826523
-0,086	20,31117614	0,438773548

Tabell J.6: Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør

Tillegg K

**Usikkerheter i forsøk 022**

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	19.65359363	0.011345098
0.06	19.6552445	0.011353962
0.05	19.66853013	0.011358465
0.04	19.59148127	0.01131065
0.03	19.57168904	0.011300488
0.02	19.55324374	0.011295248
0.015	19.5044672	0.011266786
0.01	19.36229868	0.011185413
0.005	19.1820287	0.011081812
0	18.93551848	0.01094021
-0.002	18.76853155	0.010838429
-0.004	18.65268545	0.010776059
-0.006	18.49787587	0.010677116
-0.008	18.35832361	0.010595863
-0.01	18.14947636	0.010481414
-0.012	17.98459381	0.010375065
-0.014	17.85096384	0.010307767
-0.016	17.75174454	0.010246566
-0.018	17.5819789	0.010140812
-0.02	17.46659933	0.010082442
-0.022	17.39504306	0.010031189
-0.024	17.37593455	0.010026853
-0.026	17.36017301	0.010021682
-0.031	17.49961885	0.010097754
-0.036	17.74808917	0.010245247
-0.041	18.07641054	0.010438246
-0.046	18.52060527	0.010690815
-0.056	19.05117319	0.010999466
-0.066	19.3148945	0.011148681
-0.076	19.30819941	0.011149493
-0.086	19.31880238	0.011151164

Tabell K.1: Usikkerhet for middelhastigheter målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	2.014185424	0.05716881
0.06	2.011711795	0.057105885
0.05	2.039147074	0.057305776
0.04	2.099060567	0.057319043
0.03	2.11388146	0.057435011
0.02	2.234897679	0.057553807
0.015	2.469323592	0.056425563
0.01	2.987191972	0.055020829
0.005	3.614288724	0.053655479
0	4.343184688	0.053240067
-0.002	4.640768984	0.05287702
-0.004	4.836870525	0.052392194
-0.006	5.077276287	0.052298823
-0.008	5.174316621	0.052667627
-0.01	5.37152039	0.052232343
-0.012	5.428461935	0.052297258
-0.014	5.556507088	0.051729534
-0.016	5.55879681	0.052145006
-0.018	5.451714542	0.051722037
-0.02	5.433596995	0.051500839
-0.022	5.362217486	0.051295871
-0.024	5.269719031	0.051097924
-0.026	5.395896921	0.051703149
-0.031	5.319865054	0.051640183
-0.036	5.385324294	0.051896361
-0.041	5.317346322	0.052266733
-0.046	4.773472445	0.052751216
-0.056	3.492617165	0.052889642
-0.066	1.840891791	0.056339747
-0.076	1.031790845	0.058438958
-0.086	0.679878258	0.058630741

Tabell K.2: Usikkerhet for turbulensintensitet målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	0.029453487	1.67E-03
0.06	0.029381187	1.67E-03
0.05	0.03018804	1.69E-03
0.04	0.031988049	1.75E-03
0.03	0.032441362	1.76E-03
0.02	0.036262113	0.001867734
0.015	0.0442684	0.002023089
0.01	0.064783452	0.002385703
0.005	0.094838243	0.002815764
0	0.136947595	0.003357649
-0.002	0.156357139	0.003565741
-0.004	0.169850465	0.003680396
-0.006	0.187154127	0.003857454
-0.008	0.194376526	0.003956179
-0.01	0.209475036	0.004078882
-0.012	0.213939713	0.004122435
-0.014	0.224151454	0.004174092
-0.016	0.224336229	0.004211166
-0.018	0.215776444	0.004099836
-0.02	0.214344658	0.00406481
-0.022	0.208750087	0.003996126
-0.024	0.20161031	0.003910099
-0.026	0.21138059	0.004163455
-0.031	0.205465565	0.003991896
-0.036	0.21055305	0.004059053
-0.041	0.205271053	0.004036433
-0.046	0.1654271	0.003656483
-0.056	0.088560444	2.68E-03
-0.066	0.024603355	1.51E-03
-0.076	0.007728962	8.75E-04
-0.086	0.003355831	5.79E-04

Tabell K.3: Usikkerhet for turbulensintensitet (Hinze) målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	-0.584840833	0.000366828
0.06	-0.593905234	0.000438936
0.05	-0.502478519	0.000141795
0.04	-0.114855594	6.57E-05
0.03	-0.057225775	0.039691612
0.02	0.062042523	0.100087782
0.015	-0.476858688	0.141866434
0.01	-1.170883887	0.130091932
0.005	-1.323549397	0.088083442
0	-1.039342492	0.058265969
-0.002	-0.881752249	0.050195781
-0.004	-0.791544847	0.047917905
-0.006	-0.642400209	0.043068302
-0.008	-0.447829077	0.040647605
-0.01	-0.377371042	0.03674445
-0.012	-0.243498681	0.036312684
-0.014	-0.187166625	0.035199914
-0.016	-0.067884951	0.035803485
-0.018	-0.023636325	0.036827683
-0.02	0.019946474	0.036747612
-0.022	0.048618305	0.036379809
-0.024	0.099267044	0.038196476
-0.026	0.100049769	0.03689766
-0.031	0.036011442	0.037767496
-0.036	-0.136675636	0.036369259
-0.041	-0.36291008	0.037491333
-0.046	-0.668979848	0.045794147
-0.056	-1.496434448	0.090261972
-0.066	-0.387078728	3.13E-01
-0.076	2.847639869	4.97E-01
-0.086	4.729537054	0.883449112

Tabell K.4: Usikkerhet for skjevhetsfordeling målt med hetetrådsanemometer

<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	1.3420388	0.00035856
0.06	1.352723427	0.00103745
0.05	1.252484662	0.000249769
0.04	1.013191807	0.000272343
0.03	1.307989524	0.321143265
0.02	2.833935513	0.596383386
0.015	6.146180126	0.915607836
0.01	8.179275789	0.687349376
0.005	6.644080858	0.357949528
0	4.507465542	0.170990149
-0.002	3.83331669	0.133838379
-0.004	3.71989985	0.135366061
-0.006	3.287006933	0.120720778
-0.008	2.893313789	0.095454326
-0.01	2.708057159	0.079458657
-0.012	2.615860617	0.077787679
-0.014	2.596193149	0.075851419
-0.016	2.585370734	0.083386515
-0.018	2.676030155	0.078753671
-0.02	2.689222408	0.079845976
-0.022	2.612630797	0.07794278
-0.024	2.717800269	0.084166353
-0.026	2.676308849	0.080183642
-0.031	2.685237943	0.083298241
-0.036	2.599745093	0.075000321
-0.041	2.752662839	0.081540752
-0.046	3.305371874	0.115454644
-0.056	7.072661504	0.386821694
-0.066	14.32183266	2.422103131
-0.076	18.575177	3.02277416
-0.086	36.73856068	0.12480448

Tabell K.5: Usikkerhet for kurvatur målt med hetetråsanemometer



<i>Posisjon [m]</i>	<i>Nominell verdi</i>	<i>Usikkerhet (<math>\pm</math>)</i>
0.07	19.51229675	0.421515703
0.06	19.52631425	0.421818517
0.05	19.52967422	0.421891101
0.04	19.52662245	0.421825174
0.03	19.52719096	0.421837456
0.02	19.51027843	0.421472102
0.015	19.45950376	0.420375238
0.01	19.33867827	0.417765098
0.005	19.13028659	0.413263302
0	18.82953851	0.406766372
-0.002	18.67794288	0.403491517
-0.004	18.50606303	0.399778471
-0.006	18.36548036	0.396741524
-0.008	18.1851616	0.392846176
-0.01	17.99488261	0.388735662
-0.012	17.84864436	0.38557654
-0.014	17.74056157	0.383241674
-0.016	17.5736575	0.379636118
-0.018	17.43196041	0.376575097
-0.02	17.3011015	0.373748208
-0.022	17.24369433	0.372508066
-0.024	17.17255604	0.370971297
-0.026	17.1239769	0.369921862
-0.031	17.15740217	0.370643934
-0.036	17.34127553	0.374616071
-0.041	17.60085889	0.380223738
-0.046	18.03557483	0.389614718
-0.056	18.75100408	0.405069826
-0.066	19.33006891	0.417579113
-0.076	19.47544644	0.420719641
-0.086	19.51923344	0.421665553

Tabell K.6: Usikkerhet for middelhastigheter målt med pitotrør

# Bibliografi

- [1] P. W. Bearman. Vortex Shedding from Oscillating Bluff Bodies. *Annual Review of Fluid Mechanics Volume 16*, 1984.
- [2] P. Bradshaw. *Experimental Fluid Mechanics*. Pergamon Press Ltd., 1970.
- [3] Prof. Dr. Ing. H.E. Fiedler. Vorlesungsskript - Turbulente Strömungen. 2003.
- [4] Hermann Schlichting. *Boundary - Layer Theory*. McGraw - Hill, Inc., 1979.
- [5] J. O. Hinze. *Turbulence*. McGraw - Hill, Inc., 1975.
- [6] Finn E. Jørgensen. *How to measure turbulence with hot - wire anemometers*. Dantec Dynamics A/S, publication number: 9040U6151, 2002.
- [7] Erwin Kreyszig. *Advanced Engineering Mathematics*. John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [8] Dingyuan Wang, Tangfei Tao, Guanghua Xu, Shaoying Kang og Ailing Luo. Vibration modal analysis for a finned - tube heat exchanger based on comsol.
- [9] Michael F. Ashby og David R. H. Jones. *Engineering Materials 1*. Elsevier Ltd., 2005.
- [10] S. Ziada, D. Jebodhsingh , D.S. Weaver og F.L. Eisinger. The effect of fins on vortex shedding from a cylinder in cross - flow. *Journal of Fluids and Structures*, 2004.
- [11] J. L. Lumley og H. Tennekes. *A First Course in Turbulence*. MIT - Press, 1972.
- [12] W.G. Steele og H. W. Coleman. *Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers*. John Wiley & Sons, 2009.
- [13] Pijush K. Kundu og Ira M. Cohen. *Fluid Mechanics*. Elsevier Academic Press, 2004.
- [14] B. Mutlu Sumer og Jørgen Fredsøe. *Hydrodynamics around Cylindrical Structures*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1997.
- [15] Clifford L. Ratliff. Vortex shedding frequencies of elliptical cylinders in the irregular reynolds number region. *FED-Vol. 139 , Contributed Papers in Fluids Engineering ASME 1992*, 1992.

- [16] Charles W. Therrien. *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*. Prentice - Hall, Inc., 1992.
- [17] Frank M. White. *Viscous Flows*. McGraw - Hill, 2006.