

Virkningsgradsmåling av vannturbiner

Øyvind Haukland Andresen

Master i energi og miljø

Oppgaven levert: Januar 2011

Hovedveileder: Ole Gunnar Dahlhaug, EPT

Biveileder(e): Jørgen Ramdal, EPT

Oppgavetekst

Mål:

Finne virkningsgradskurve for en turbin vha relative målinger og CFD-analyser.

Oppgaven bearbeides ut fra følgende punkter:

1. Litteratursøk
 - a. Gjøre seg kjent med relative virkningsgradsmålinger som benyttes i vannkraftturbiner
 - b. Finne gjeldende standarder for gjennomføring av relative virkningsgradsmålinger
2. Software kjennskap
 - a. Gjøre seg kjent med 3D-DAK tegning
 - b. Gjøre seg kjent med CFD-programmet Ansys/ CFX.
3. Finne måleresultater geometri for et vannkraftverk (prototyp eller modell) der man har gjennomført både relative og absolutte virkningsgradsmålinger
4. CFD-analyse av strømning i spiraltrømme
5. Sammenligning av CFD-analyser og tilgjengelige virkningsgradsmålinger

Dersom man ikke finner måleresultater og geometri fra et eksisterende kraftverk vil studenten gjennomføre relative målinger på modellen av Tokke Kraftverk som er montert i Vannkraftlaboratoriet.

Oppgaven gitt: 23. august 2010

Hovedveileder: Ole Gunnar Dahlhaug, EPT

EPT-M-2010-90

MASTEROPPGAVE

for
Øyvind Andresen
Høst 2010

Virkningsgradsmåling av vannturbiner *Efficiency measurements of hydro turbines*

Bakgrunn

Virkningsgradsmåling av vannkraftverk med lave fallhøyder gir relativ stor usikkerhet ved gjennomføring av prototyp målinger i felt. Det er også mulighet å gjennomføre relative virkningsgradsmålinger som for eksempel Winter Kennedy målinger. Denne målingen måler trykkforskjell i spiraltrommen som er forårsaket av forskjellig volumstrøm og man kan vha denne målingen angi en relativ volumstrøm. Dersom man kan finne den riktige volumstrømmen vha CFD-analyser så vil det være mulig å benytte relative målinger i felten i større grad enn de benyttes i dag.

Mål

Finne virkningsgradskurve for en turbin vha relative målinger og CFD-analyser.

Oppgaven bearbeides ut fra følgende punkter:

1. Litteratursøk
 - a. Gjøre seg kjent med relative virkningsgradsmålinger som benyttes i vannkraftturbiner
 - b. Finne gjeldende standarder for gjennomføring av relative virkningsgradsmålinger
2. Software kjennskap
 - a. Gjøre seg kjent med 3D-DAK tegning
 - b. Gjøre seg kjent med CFD-programmet Ansys/ CFX.
3. Finne måleresultater geometri for et vannkraftverk (prototyp eller modell) der man har gjennomført både relative og absolutte virkningsgradsmålinger
4. CFD-analyse av strømming i spiraltromme
5. Sammenligning av CFD-analyser og tilgjengelige virkningsgradsmålinger

Dersom man ikke finner måleresultater og geometri fra et eksisterende kraftverk vil studenten gjennomføre relative målinger på modellen av Tokke Kraftverk som er montert i Vannkraftlaboratoriet.

---- " ---

Senest 14 dager etter utlevering av oppgaven skal kandidaten levere/sende instituttet en detaljert fremdrift- og eventuelt forsøksplan for oppgaven til evaluering og eventuelt diskusjon med faglig ansvarlig/veiledere. Detaljer ved eventuell utførelse av dataprogrammer skal avtales nærmere i samråd med faglig ansvarlig.

Besvarelsen redigeres mest mulig som en forskningsrapport med et sammendrag både på norsk og engelsk, konklusjon, litteraturliste, innholdsfortegnelse etc. Ved utarbeidelsen av teksten skal kandidaten legge vekt på å gjøre teksten oversiktlig og velskrevet. Med henblikk på lesning av besvarelsen er det viktig at de nødvendige henvisninger for korresponderende steder i tekst, tabeller og figurer anføres på begge steder. Ved bedømmelsen legges det stor vekt på at resultatene er grundig bearbeidet, at de oppstilles tabellarisk og/eller grafisk på en oversiktlig måte, og at de er diskutert utførlig.

Alle benyttede kilder, også muntlige opplysninger, skal oppgis på fullstendig måte. For tidsskrifter og bøker oppgis forfatter, tittel, årgang, sidetall og eventuelt figurnummer.

Det forutsettes at kandidaten tar initiativ til og holder nødvendig kontakt med faglærer og veileder(e). Kandidaten skal rette seg etter de reglementer og retningslinjer som gjelder ved alle (andre) fagmiljøer som kandidaten har kontakt med gjennom sin utførelse av oppgaven, samt etter eventuelle pålegg fra Institutt for energi- og prosesssteknikk.

I henhold til "Utfyllende regler til studieforskriften for teknologistudiet/sivilingeniørstudiet" ved NTNU § 20, forbeholder instituttet seg retten til å benytte alle resultater og data til undervisnings- og forskningsformål, samt til fremtidige publikasjoner.

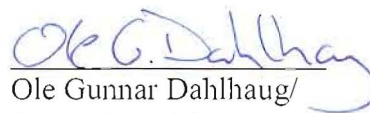
Ett -1 komplett eksemplar av originalbesvarelsen av oppgaven skal innleveres til samme adressat som den ble utlevert fra. Det skal medfølge et konsentrert sammendrag på maksimalt én maskinskrevet side med dobbel linjeavstand med forfatternavn og oppgavetittel for evt. referering i tidsskrifter).

Til Instituttet innleveres to - 2 komplette kopier av besvarelsen. Ytterligere kopier til eventuelle medveiledere/oppgavegivere skal avtales med, og eventuelt leveres direkte til de respektive. Til instituttet innleveres også en komplett kopi (inkl. konsentrerte sammendrag) på CD-ROM i Word-format eller tilsvarende.

NTNU, Institutt for energi- og prosesssteknikk, 10. august 2010



Olav Bolland
Instituttleder



Ole Gunnar Dahlhaug/
Jørgen Ramdal
Faglærer/veileder

Sammendrag

Målet for prosjektet var å finne virkningsgradkurve for en turbin ved hjelp av Winter-Kennedy målinger og CFD-analyser. Det ble derfor laget en CAD-modell av gjennomstrømningsvolumet i spiralrommet på NTNUs vannkraftlaboratorium basert på en eksakt modell av spiralrommet.

På denne modellen ble det så gjort CFD-analyser med et visst antall volumstrømmer for å finne kalibreringskonstantene til Winter-Kennedy målingene.

I laboratoriet ble så Francis-turbinen kjørt i et passende område rundt det optimale driftspunkt, mens det ble utført absolutte volumstrømsmålinger og Winter-Kennedy-målinger på turbinen. Trykkmålingene ble utført ved både automatisk logging med differensialtrykktransducer og optisk avlesning av vannsøylemanometer

Ved hjelp av kalibreringen fra CFD-resultatene ble det utarbeidet virkningsgradskurver og Hill-diagram for både de relative og de absolutte målingene.

Differensialtrykk simulert med CFD stemte godt overens med, og var i gjennomsnitt 0,3 % høyere enn, målingene fra vannsøylemanometeret. Målingene med transduceren ser ut til å være heftet med systematiske feil, og ligger gjennomsnittlig 40 Pa over vannsøylemanometermålingene.

Det lot seg gjøre å opprette virkningsgradsdiagram med relative målinger. Formen på Hill-diagrammet basert på Winter-Kennedy-målingene med vannsøylemanometer stemte godt overens med de absolutte, mens målingene med trykktransducer ble forstyrret av systematiske måleavvik.

Beste virkningsgrad målt med absolutte målinger var omtrent 0,2 % lavere enn hva som tidligere er blitt målt på samme turbin. Virkningsgraden fra relative målinger kalibrert med CFD var ca. 0,3 % lavere enn de absolutte målingene.

Kalibrering med CFD ga totalt sett kun en liten økning (0,16 %) i forventet avvik av volumstrømmåling med Winter-Kennedy-metoden.

Abstract

The aim of the project was to determine the efficiency curve for a turbine combining Winter-Kennedy measurements and CFD analysis. A CAD-model of the flow volume of the spiral casing in the hydropower laboratory of NTNU was therefore created, based on an exact model of the spiral casing.

CFD analysis was then conducted through a series of volume flows to find the calibration constants of the Winter-Kennedy measurements.

In the laboratory, the Francis turbine was tested in a suitable range around the optimum operating point, while absolute discharge measurements and Winter-Kennedy measurements were being carried out. Pressure measurements were done both by automatic logging of a differential pressure transducer as well as optical reading of a water column manometer. Through the calibration of the CFD results and the pressure measurements, efficiency curves and Hill diagram were drawn for both the relative and absolute measurements.

Differential pressure simulated with CFD corresponded well with, and was in average 0.3% higher than the measurements from the water column manometer. The transducer measurements appear to be subjected to systematic errors, and exceeded the manometer readings by an average of 40 Pa.

The shape of the Hill diagram based on the manometer Winter-Kennedy measurements was in good accordance with the absolute, while the transducer measurements were disturbed by systematic errors and contain larger deviations.

Absolute measurement of optimal efficiency was about 0.2% lower than what has previously been measured on the same turbine. The efficiency from the relative measurements calibrated with CFD was about 0.3% lower than the absolute measurements.

Calibration by CFD only contributed to a small increase (0.16 %) in the estimated deviation of the measured flow by the Winter-Kennedy method.

Forord

Undertegnede ønsker å takke alle ansatte på laboratoriet for all hjelp og støtte underveis. En særlig takk rettes til professor Ole Gunnar Dalhaug og ph.d. student Jørgen Ramdal for deling av store mengder konkret og direkte omsettbare kunnskaper. Vit. ass. Bjørn Winther Solemslie skal også ha stor honnør for sine råd og sin hjelpsomme innstilling. Takk også til Lars Erik ved Klemetsen Services for starthjelp og innføring i CFD-analysens verden.

Til slutt vil jeg takke mine medstudenter på Vannkraftlaboratoriet og særlig veteranene Morten og Ingrid som har holdt motet oppe gjennom et krevende semester.

Innhold

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	I
Abstract	III
Forord	V
Innhold	VII
Innholdsfortegnelse	VII
Figurliste.....	X
Tabelliste	XII
Nomenklatur	XIII
1. Introduksjon	1
2. Teori	3
2.1. Virkningsgradsmålinger	3
2.1.1. <i>Effekt</i>	3
2.2. Måling av volumstrøm.....	5
2.2.1. <i>Absolutte metoder</i>	6
2.2.2. <i>Relative metoder</i>	6
2.2.3. <i>Winter-Kennedy målinger</i>	7
2.3. Virkningsgrad – modell og prototyp	9
2.3.1. <i>Dimensjonsløse tall og enhetstall</i>	9
2.3.2. <i>Virkningsgradskurver</i>	11
2.4. CFD	12
2.4.1. <i>Strømningsligninger</i>	12
2.4.2. <i>Turbulensmodeller</i>	13
2.4.3. <i>Strømning i grensesjikt</i>	14
2.4.4. <i>Grid</i>	15
3. Utførelse	16
3.1. Eksperiment	16
3.1.1. <i>Oppsett</i>	16
3.1.2. <i>Oppsett, absolutt måling av volumstrøm</i>	17
3.1.3. <i>Oppsett, relativ måling av volumstrøm</i>	18
3.2. Kalibrering.....	21
3.3. Analyse av måleresultater.....	23
3.3.1. <i>Kontroll for sterkt avvikende verdier</i>	23
3.3.2. <i>Virkningsgradskurver</i>	23
3.4. CFD	24
3.4.1. <i>CAD-modell</i>	24
3.4.2. <i>Grid</i>	25
3.4.3. <i>Grensebetingelser og simuleringsoppsett</i>	26
3.4.4. <i>Simulering</i>	27
3.4.5. <i>Etterprosessering</i>	27
4. Resultater	28

4.1.	Eksperimentelle målinger	28
4.1.1.	Winter-Kennedy volumstrøm.....	28
4.2.	Virkningsgradskurver	32
4.2.1.	Virkningsgradskurver.....	32
4.2.2.	Hill-diagram.....	38
4.3.	CFD	42
4.3.1.	Resultater av CFD-analysene	42
4.3.2.	Plassering av trykkuttak for Winter-Kennedy målinger.....	43
4.3.3.	Trykkfordeling i spiraltrømme	45
4.3.4.	Hastighet og volumstrøm	47
5.	Diskusjon	49
5.1.	Sammenheng: differensialtrykk - volumstrøm	49
5.1.1.	Eksperimentell kalibrering	49
5.1.2.	CFD-kalibrering.....	49
5.2.	Virkningsgradskurver	50
5.2.1.	Sammenligning med tidligere Hill-diagram.....	50
5.2.2.	Forenklinger.....	50
5.3.	Observasjoner	51
5.3.1.	Eksperimentelt.....	51
5.3.2.	Observasjoner fra CFD-analysene	51
5.4.	Nøyaktighet av CFD-simuleringene	52
5.4.1.	Modell.....	52
5.4.2.	Grid	53
5.4.3.	Grensebetingelser.....	53
5.4.4.	Turbulensmodell.....	53
5.4.5.	Stasjonær/transient strømming	54
5.4.6.	Konvergenskriterium.....	54
5.5.	Usikkerhet.....	55
5.6.	Videre arbeid	55
6.	Konklusjon.....	56
7.	Referanser.....	57
Vedlegg A.	Instrumentering	58
A.1.	Differensialtrykk, Δp	58
A.2.	Turtall, n	58
A.3.	Generatormoment, T	59
A.4.	Friksjonsmoment, T_{Lm}	59
A.5.	Innløpstrykk, temperatur og atmosfæretrykk	60
A.6.	LabView	60
Vedlegg B.	Kalibrering	61
B.1.	Volumstrømsmåler.....	61
B.2.	Differansetrykkmåler	63
B.3.	Generatormoment	64
B.4.	Friksjonsmoment.....	65
B.5.	Differensialtrykkmåler, spiraltrømme.....	66

Vedlegg C. Usikkerhetsanalyse	67
Vedlegg D. Plassering av trykkmålere	71
Vedlegg E. Matlab-skript for Hill-diagram	72
Vedlegg F. CEL-skript	77
Vedlegg G. Måledata	80

Figurliste

Figur 2-1: Bestemmelse av fallhøyde, H.....	4	
Figur 2-2: Standard plassering av trykkmålere i metallspiraltrømme.....	7	
Figur 2-3: Turbulent grensesjikt.....	15	
Figur 3-1: Oppsett Francis-rigg, lukket sløyfe.....	16	
Figur 3-2: Absolutt volumstrømmåling	Figur 3-3: Elektromagnetisk volumstrømmåler	17
Figur 3-4: Winter-Kennedy måling.....	18	
Figur 3-5: Plassering av uttak for trykkmålinger.....	19	
Figur 3-6: Transducer og ytre trykkuttak	Figur 3-7: Indre trykkuttak	19
Figur 3-8: Vannsøylemanometer.....	20	
Figur 3-9: Kalibrering, friksjonsmoment	21	
Figur 3-10: Dødvectsmanometer	22	
Figur 3-11: CAD-modell av strømningsvolumet i spiraltrømme.....	24	
Figur 3-12: Endelig grid.....	26	
Figur 4-1: Winter-Kennedy med vannsøylemanometer.....	29	
Figur 4-2: Winter-Kennedy med differensialtrykktransducer.....	30	
Figur 4-3: Fluktuasjoner i differensialtrykket i spiraltrømme.....	31	
Figur 4-4: Standardavvik differensialtrykk	31	
Figur 4-5: Virkningsgradskurver, oversikt.....	33	
Figur 4-6: Virkningsgradskurve $n_{ED} = 0,18$	34	
Figur 4-7: Virkningsgradskurve $n_{ED} = 0,185$	35	
Figur 4-8: Virkningsgradskurve $n_{ED} = 0,19$	36	
Figur 4-9: Virkningsgradskurve $n_{ED} = 0,22$	37	
Figur 4-10: Hill-diagram, absolutt måling	38	
Figur 4-11: Hill-diagram, Winter-Kennedy med vannsøylemanometer, kalibrert med CFD..	39	
Figur 4-12: Hill-diagram, Winter-Kennedy med trykktransducer, kalibrert med CFD.	40	
Figur 4-13: Hill-diagram, prototyp.....	41	
Figur 4-14: Differensialtrykk i spiraltrømme.....	43	
Figur 4-15: Tverrsnitt av spiraltrømme, rett ovenfra	44	
Figur 4-16: Relativ forandring av h pr. cm forflytning av indre trykkuttak.....	44	
Figur 4-17: Vinkel mellom strømlinjer og vegg	45	
Figur 4-18: Trykkfordeling spiraltrømme	45	
Figur 4-19: Symmetri ved forsøk med hel trømme.....	45	
Figur 4-20: Trykkplott ved $Q=0,099 \text{ m}^3/\text{s}$	46	
Figur 4-21: Trykkplott ved $Q=0,250 \text{ m}^3/\text{s}$	46	
Figur 4-22: Trykkplott ved $Q=0,382 \text{ m}^3/\text{s}$	46	
Figur 4-23: Hastighet ved $Q=0,099 \text{ m}^3/\text{s}$	47	
Figur 4-24: Hastighet ved $Q=0,250 \text{ m}^3/\text{s}$	47	
Figur 4-25: Hastighet ved $Q=0,382 \text{ m}^3/\text{s}$	47	
Figur 4-26: Hastighetsfordeling, utløp	48	
Figur 5-1: RMS-residualer for hastighet og trykk.....	54	
Figur 5-2: Overvåking av simulert differensialtrykk	54	

Figur A-1: Differensialtrykkmåling	58
Figur A-2: Turtallsmåling	58
Figur A-3: Generatormomentmåling.....	59
Figur A-4: Friksjonsmomentmåling	59
Figur A-5: Skjerm bilde, LabView loggeprogram	60
Figur D-1: Spiraltromme, sett undenfra	71
Figur D-2: Tverrsnitt, ytre trykkmåler	71
Figur D-3: Tverrsnitt indre trykkmåler	71

Tabelliste

Tabell 2-1: Grensesjikt	14
Tabell 3-1: Data volumstrømmåler	17
Tabell 3-2: Data, Winter-Kennedy måleutstyr	18
Tabell 3-3: Plassering av trykkuttak.....	18
Tabell 3-4: Størrelser for generering av grid.....	25
Tabell 3-5: ”Inflation layers”	25
Tabell 3-6: Gridstørrelse	25
Tabell 3-7: Grensebetingelser	26
Tabell 3-8: Materialelegenskaper.....	27
Tabell 3-9: Simuleringsoppsett	27
Tabell 4-1: Kalibrering, Winter-Kennedy	28
Tabell 4-2: Innvirkning av ledeskovlåsning på målt differensialtrykk ved $Q = 0,25 \text{ m}^3/\text{s}$	32
Tabell 4-3: Test av grid-sensitivitet ($Q=0,25\text{m}^3/\text{s}$).....	42
Tabell 4-4: Sammenligning, simulert og målt differansetrykk	42
Tabell 4-5: Innvirkning av temperatur på simulert differensialtrykk ved $Q=0,25 \text{ m}^3/\text{s}$	43
Tabell A-1: Data, differensialtrykkmåler	58
Tabell A-2: Data, turtallsmåler.....	58
Tabell A-3: Data, generatormomentmåler	59
Tabell A-4: Data, friksjonsmomentmåler.....	59
Tabell A-5: Måleutstyr: p_1 , θ og p_{amb}	60
Tabell G-1: Kalibreringskonstanter.....	80
Tabell G-2: Turbindata, modell.....	80
Tabell G-3: Turbindata, prototyp	80

Nomenklatur

Symbol	Beskrivelse	Enhet
A	Areal av tverrsnitt	m ²
D	Diameter	m
Δp	Differensialtrykk, innløp – utløp	Pa
E	Spesifikk hydraulisk energi	m ² /s ²
F	Kraft	N
e	Absolutt måleusikkerhet	
f	Relativ måleusikkerhet	[%]
f	Friksjonsfaktor	-
g	Gravitasjon	m/s ²
H	Fallhøyde	m
h	Differensialtrykk, Winter-Kennedy	Pa
l	Lengde	m
n	Rotasjons hastighet	rpm eller rps
Q	Volumstrøm	m ³ /s
P	Effekt	W
p	Trykk	Pa, mVs
r	Radius	
T	Moment	Nm
V	Tapskoeffisient	-
v	Gjennomsnittlig hastighet	m/s
z	Høyde	m
α	Ledeskovlvinkel	°
α	Vinkel, spiraltromme	°
δ	Relative skalerbare tap	-
η	Virkningsgrad	%
ρ	Tetthet	kg/m ³
σ	Thoma-tall	
μ	Dynamisk viskositet	kg/(m·s)
ν	Kinematisk viskositet	m ² /s
θ	Temperatur	° C
ω	Radianhastighet	1/s

Undertekst	Betydning
abs	Absolutt
amb	Omgivelser
ED	Dimensjonsløs
gen	Generator
Lm	Mekanisk tap
M	Modell
M*	Modell ved nominell tilstand
m	Mekanisk
opt	Optimal driftstilstand
P	Prototyp
ref	Referanseverdier, bestemt av turbintype
WK	Winter-Kennedy
1	Innløp, turbin
1 eller H	Ytterkant, spiraltrømme
2	Utløp, sugerør
2 eller L	Innerkant, spiraltrømme
t	Transducer
WCM	Vannsøylemanometer

Forkortelse	Betydning
RANS	Reynold's Averaged Navier Stokes
NPSE	Net Positive Suction Energy
IEC	International Electrotechnical Commission
CFD	Computational Fluid Dynamics
SST	Shear Stress Transport

1. Introduksjon

Virkningsgradsmålinger av vannkraftverk utføres av flere grunner, blant annet å etterprøve garantier fra turbinleverandør, samt å finne teknisk og økonomisk gunstige driftspunkt for turbinen. For Kaplan-turbiner er det dessuten ønskelig å gjøre målinger for å finne de beste forhold mellom vinkel på hhv ledeskovler og løpehjulsskovler.

Virkningsgradsmålinger med lave fallhøyder gir relativ stor usikkerhet ved gjennomføring av prototypmålinger i felt. Det er også aktuelt å benytte relative målinger som for eksempel Winter-Kennedy målinger. For å finne virkelig volumstrøm med denne metoden, må den kalibreres ved hjelp av absolutte målinger. Da absolutte målinger for slike anlegg ofte er vanskelige å gjennomføre eller gir for stor usikkerhet, er det ønskelig å finne en alternativ måte å kalibrere disse målingene.

Det blir i dette prosjektet benyttet CFD-analyse av strømminga gjennom spiralrommet for å finne absolutt volumstrøm med Winter-Kennedy-målingene. Disse målingene vil bli kontrollert mot absolutte målinger for å kunne studere måleusikkerheten.

Målingene er blitt utført på NTNU Vannkraftlaboratoriets modell av en av Francisturbinene i Tokke Kraftverk. Det er tidligere blitt utført virkningsgradsmåling på denne turbinen, og satt opp Hill-diagram for modell og prototyp, hvilket sikrer et godt sammenligningsgrunnlag for Winter-Kennedy-målingene.

Tidligere arbeider

Winter-Kennedy målingene, først beskrevet av I. A. Winter i 1933, ble utviklet for å møte behovet av å kunne måle volumstrømmen separat og kontinuerlig.[1] Målemetoden er i hovedsak uforandret fra den tid, men dagens teknologi åpner for automatiske målinger og direkte beregning av volumstrøm og virkningsgrad.

Etter at bruken CFD-verktøy nå har gjort sitt inntog, har det blitt gjort flere forsøk med strømningsanalyse i spiralrommet og også sammenheng med Winter-Kennedy-målinger.

Forsøk på å forbedre nøyaktigheten av slike målinger har blitt gjort av blant annet Geberkiden og Cervantes [2] som undersøkte strømmingen i spiralrommet i Hölleforsen vannkraftverk i Sverige. Der har man, i likhet med mange anlegg i felt og i motsetning til i Vannkraftlaboratoriet, rørbend og uregelmessig geometri i forkant av innløpet til rommet. Resultatene fra disse testene viste at hastighetsprofilen i innløpet har betydelig innvirkning på strømmingen i spiralrommet.

Nicolle og Proulx [3] beskrev i 2010 nøyaktigheten av Winter-Kennedy målinger i en semi-spiraltrøme ved hjelp av CFD-simuleringer. CFD benyttes med hell som kalibreringsmetode for Winter-Kennedy målingene, og det lanseres en korreksjon for å bøte på forstyrrelser fra ledeskovlene. I tillegg foreslås muligheten for å endre plasseringen av trykkuttak, slik at målingene blir korrekte uavhengig av ledeskovlvinklene og mer nøyaktige for anlegg med lav fallhøyde.

Ved NTNU har de siste årene virkningsgradsmålinger blitt utført av både Håkon Francke i 2006[4] og Leif Parr i 2007 [5]. Førstnevnte med Gibson-målinger på lavtrykks Francisturbin og sistnevnte med en kombinasjon av termodynamiske og relative målinger.

2. Teori

2.1. Virkningsgradsmålinger

I et vannkraftanlegg vil det være tap av utnyttbar energi i bl.a. vannvei, turbin, lager, generator og transformator. Turbinvirkningsgraden bestemmes av hydraulisk og mekanisk virkningsgrad.

I dette prosjektet fokuseres det på den hydrauliske virkningsgraden, som er forholdet mellom tilgjengelig hydraulisk effekt for turbinen og avgitt effekt til akslingen.

$$\eta_h = \frac{P_m}{P_h} \quad (2.1)$$

2.1.1. Effekt

Virkningsgraden bestemmes vanligvis ved å måle størrelsene som inngår i hydraulisk og mekanisk effekt og finne forholdet mellom disse.

Mekanisk effekt:

$$P_m = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} \cdot T_m \quad (2.2)$$

Ved modellmålinger måles normalt generatormomentet og friksjonsmomentet for å finne mekanisk moment:

$$T_m = T + T_{Lm} \quad (2.3)$$

I felt kan dette være vanskelig, og derfor beregnes akseeffekten, P, fra måling av generatorens avgitte effekt og oppgitte virkningsgrad:

$$P = \frac{P_{gen}}{\eta_{gen}} \quad (2.4)$$

Friksjonstapet, P_{Lm} måles da ved hjelp av et kalorimeter (eller beregnes indirekte iht. IEC 41)[6]. Mekanisk effekt blir dermed:

$$P_m = P + P_{Lm} = \frac{P_{gen}}{\eta_{gen}} + P_{Lm} \quad (2.5)$$

Måling av tilgjengelig hydraulisk effekt byr på større utfordringer:

$$P_h = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \quad (2.6)$$

Vannets tetthet, ρ

Tettheten av vann beregnes etter Webers formel:

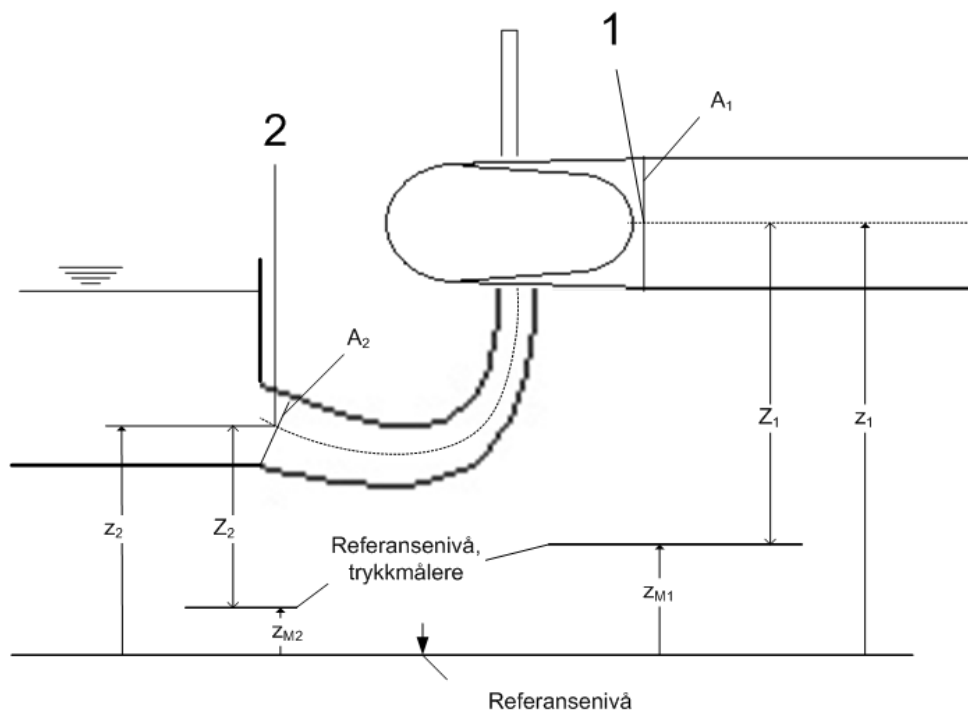
$$\rho = \frac{\rho_0}{(1 - A \cdot p_{abs}) + 8 \cdot 10^{-6} \cdot (\theta - B + C \cdot p_{abs})^2 - 6 \cdot 10^{-8} (\theta - B + C \cdot p_{abs})^3} \quad (2.7)$$

$A = 4,6699 \cdot 10^{-10}$, $B = 4,0$, $C = 2,1318913 \cdot 10^{-7}$, $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ og p er absolutt trykk gitt i Pa, mens θ er vanntemperatur gitt i °C.[7]

Tyngdeakselerasjon, g

Tyngdeakselerasjonen varierer med breddegrad og høyde over havet, samt lokale forhold. På vannkraftlaboratoriet på NTNU er g målt til $9,82146516 \text{ m}^2/\text{s}$. For modellturbiner og anlegg med lav fallhøyde er det rimelig å anta konstant tyngdeakselerasjon.

Fallhøyde, H



Figur 2-1: Bestemmelse av fallhøyde, H

Fallhøyden, H , beregnes etter Bernoulli, fra trykkmålinger før spiraltrømme og i sugerøret.

$$H = \frac{E}{g} = \frac{(p_1 - p_2)}{\rho g} + \frac{(v_1^2 - v_2^2)}{2g} + (z_1 - z_2) \quad (2.8)$$

Gjennomsnittshastigheten normalt gjennom et tverrsnitt:

$$v = \frac{Q}{A} \quad (2.9)$$

Ettersom hastigheten ikke er konstant i hele røret, vil den kinetiske energien for hele tverrsnittet være høyere enn hva man kan forvente ved å anta jevn hastighetsprofil:

$$\frac{1}{A} \int_A v_i^2 dA > v^2 \quad (2.10)$$

For å korrigere for dette kan hastighetsleddet ganges med en korrigeringsfaktor, α , som for en fullt utviklet turbulent strømning i rør er ca. 1,058.[8] Forskjellen anses likevel som neglisjerbar, og i henhold til gjeldende standarder gjøres dette av praktiske hensyn normalt **ikke**. [7]

I vannkraftlaboratoriet måles differensialtrykket, Δp , mellom tverrseksjon 1 og 2. Da i tillegg fallhøyden er relativt lav (<40 m), kan en se bort fra vannets kompressibilitet, og dermed vil målt differansetrykk inkludere høydeforskjellen mellom 1 og 2 (Figur 2-1), og fallhøyden kan uttrykkes som:

$$H = \frac{E}{g} = \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{Q^2 \cdot \left(\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2} \right)}{2g} \quad (2.11)$$

Volumstrøm, Q

Den største utfordringen ved en virkningsgradsmåling er vanligvis å bestemme volumstrømmen. (I termodynamiske målinger omgås dette ved å beregne hydrauliske tap ved hjelp av temperaturstigningen, og dermed kan virkningsgraden bestemmes og volumstrømmen finnes ved hjelp av denne.) I neste del-kapittel tas de ulike volumstrømmålemetodene nærmere i øyesyn.

2.2. Måling av volumstrøm

Man kan skille mellom absolutte og relative, og dessuten også primære og sekundære målinger. En absolutt måling måler den faktiske volumstrømmen, mens en relativ måling gir forholdet mellom størrelsene som er målt, men for å finne den faktiske verdien må den kalibreres mot en absolutt metode. Sistnevnte er generelt ikke nøyaktige nok til å aksepteres ved testing av garantert virkningsgrad, men er ofte lette å gjennomføre og passer til

kontinuerlig bruk, samt å finne beste forhold mellom vinkel på ledeskovler og løpehjulsskovler.

Primære målinger innebærer målinger kun av fundamentale størrelser som lengde, masse og tid. I volumstrømssammenheng gjøres dette ved for eksempel veiing eller volumetrisk måling, men vanligvis kun for å kalibrere sekundære, absolutte metoder.

Primære målinger av trykk utføres gjerne med dødvektsmåner eller manometer med vann- eller kvikksølvssøyle.

2.2.1. Absolutte metoder

Absolutte metoder omfatter, foruten de primære, flygelmåling, trykk-tid-måling (Gibson), pitotrør, elektromagnetisk induksjonsmåling og ultralyd. Problemet med disse metodene er at det stilles krav til strak vannvei i for- og bakkant av målingen, og ofte vil tilløpsrør eller tunell være vanskelig tilgjengelig for installasjon av utstyr.

Valg av metode bestemmes vanligvis av nøyaktigheten av metoden og tilgjengeligheten i anlegget som skal testes. Termodynamiske målinger er i dag de mest brukte for vannkraftverk med fallhøyde over 100 m, men gir dårlig nøyaktighet ved lavere fall. I disse tilfellene kan Gibson-målinger, som egner seg godt for store kraftverk med lav fallhøyde, være et godt alternativ, forutsatt at det i trykksjakten finnes et tilstrekkelig langt, strakt parti ($L > 10$ m) med konstant tverrsnitt. Andre metoder som kan være aktuelle ved lave fallhøyder er målinger med flygel eller akustisk scintillasjonsvolumstrømmåler (ASFM).

2.2.2. Relative metoder

Relative målinger (eng: index tests) gir, i motsetning til de absolutte målinger, kun verdier i forhold til en bestemt størrelse. For å finne absolutte verdier må enten metoden kalibreres eller beregnes mot en referanse. Blant metodene som brukes er Winter-Kennedy-målinger og differensialtrykkmålinger i konvergerende trykksjakter. Også Gibson-målinger kan utføres relativt, da med kun ett måletverrsnitt mot normalt to. [4] Bruken av relative metoder er meget utbredt da måleutstyret er forholdsvis enkelt og billig å installere og dessuten kan beholdes for kontinuerlig overvåking av volumstrømmen.

En relativ virkningsgradsmåling utføres ved å utføre en måling på det som er antatt å være bestpunkt, og bruke dette som referanse. Volumstrømmen antas da å være proporsjonal med en målt verdi, i tilfelle Winter-Kennedy, kvadratroten av differensialtrykket over spiralromma.

$$Q = k\sqrt{h} \quad (2.12)$$

der h angir differensialtrykket.¹ Ved å kjøre på det antatte bestpunkt, og sette virkningsgrad lik oppgitt garantivirkningsgrad kan man estimere konstanten k .

Den relative virkningsgraden bestemmes da ved:

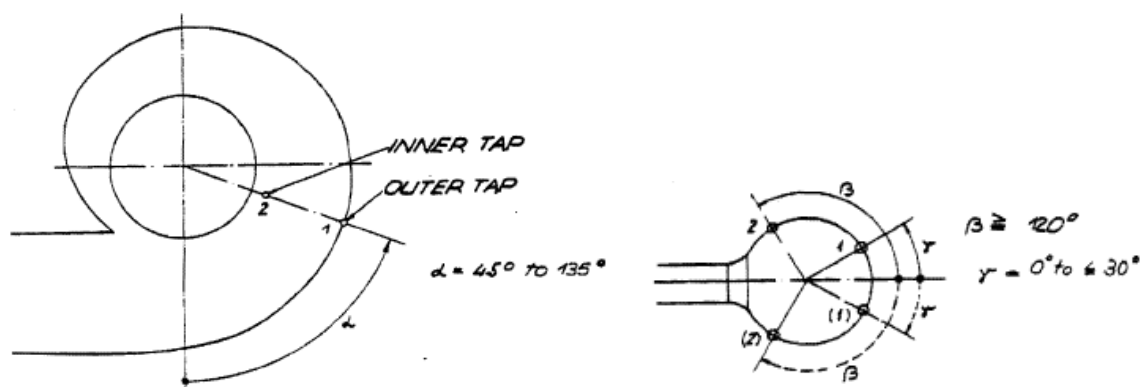
$$\eta_{rel} = \frac{\left(\frac{P}{E \cdot Q_i} \right)}{\left(\frac{P}{E \cdot Q_i} \right)_{ref}} \quad (2.13)$$

der E bestemmes i henhold til ligning (2.11).

2.2.3. Winter-Kennedy målinger

Spiraltrømmas oppgave er å fordele vannet likt rundt stagringsen hvilket sikrer uniform strømning inn på løpehjulet. [9] Fra ytre del av spiraltrømme ledes vannet gjennom stagskoblene, deretter gjennom ledeskoblene og inn til løpehjulet.

Ved å måle trykkforskjellen mellom inner- og ytterkant av en spiraltrømme er det mulig å finne volumstrømmen i det aktuelle tverrsnittet.



Figur 2-2: Standard plassering av trykkmålere i metallspiraltrømme

Den indre trykkmåleren bør plasseres utenfor stagskoblene, på en strømlinje som går midt mellom disse og den ytre med samme vinkel α . [6]

¹ Ulike notasjoner eksisterer for Winter-Kennedy-differensialtrykket. Her benyttes som i IEC 41, **h**, med enhet, **Pa.**

2. Teori

For å øke nøyaktigheten er det mulig å måle trykkforskjellen over to ulike tverrsnitt i tromma.

I en betongtromme vil den tilsvarende vinkel α ligge mellom 20° og 120° med uttak 1 i god avstand fra hjørnene i tromma.

Ved boring av hull til trykkuttak må det påses at hullet er i plan med veggen og ikke skaper forstyrrelser i strømmingen. Diameteren skal være 2 til 4 mm med en lengde som er minst det dobbelte av diameteren. Videre skal gjennomsnittshastighetene i nærheten av hullet gå parallelt med veggen. [7]

Strømning i krummet kanal påvirkes av sentrifugalkraften:

$$F_s = dm \frac{c^2}{r} \quad (2.14)$$

Dette resulterer i radiell trykkøkning:

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{c^2}{r} \quad (2.15)$$

Ved å forenkle med konstant hastighet i tverrsnittet [10] kan en finne et estimat av h:

$$h \approx \Delta p = \frac{\rho}{A^2} \cdot \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \cdot Q^2 \quad (2.16)$$

I tillegg vil hastigheten øke gjennom stagskovelene, og dette vil etter Bernoulli medføre en mindre økning av trykkdifferansen, avhengig av plasseringen av trykkuttak 2:

$$\Delta p = \rho \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad (2.17)$$

Ettersom begge trykkøkningssleddene er proporsjonale med Q^2 , kan man sette opp sammenhengen mellom volumstrømmen og det målte differensialtrykket, (2.12):

$$Q = k\sqrt{h}$$

Erfaringsmessig stemmer ikke alltid målinger overens med likning (2.12). Dette kan skyldes forhold som lav strømningshastighet i spiralrommet eller uregelmessig trommegeometri.[6]

Derfor beregnes volumstrømmen som regel med:

$$Q = a \cdot h^n \quad (2.18)$$

der $0,48 < n < 0,52$. [11]

For å finne konstantene i likning (2.18), kan man benytte en absolutt måling for eksempel en Gibson- eller flygelmåling.

Ettersom trykkforskjellen er proporsjonal med tettheten av vannet, bør det tas hensyn til vanntemperatur, dersom det forekommer betydelige variasjoner.[12] Vanntemperaturen vil også ha innvirkning på viskositeten og hastighetsprofilen i måletverrsnittet. Det kan derfor forventes et noe høyere målt trykk ved lave temperaturer enn ved høye.

For helhetens skyld, viderebringes også to relativt nye forslag til revidering av Winter-Kennedy, som ikke er benyttet her, men likevel bør nevnes.

I 2007 lanserte L. Sheldon [13] en ny formel med utgangspunkt i at fluidrotasjonens sentrum ikke er det samme som turbinens, og at det dermed er nødvendig med en korreksjonsfaktor:

$$Q = a \cdot h^{k+m \cdot \log h} \quad (2.19)$$

Konstantene a , k og m finnes ved minste kvadraters metode fra 2. gradslikningen:

$$\log Q = m \cdot (\log h)^2 + k \cdot \log h + \log a \quad (2.20)$$

I sitt uttrykk for sammenheng mellom volumstrøm og differensialtrykk, definerer Nicolle og Proulx [3] konstanten a i (2.18) som en funksjon av ledeskovlvinkelen:

$$Q = a(\alpha) \cdot h^n \quad (2.21)$$

$$a(\alpha) = c_3 \cdot \alpha^3 + c_2 \cdot \alpha^2 + c_1 \cdot \alpha + c_0 \quad (2.22)$$

2.3. Virkningsgrad – modell og prototyp

2.3.1. Dimensjonsløse tall og enhetstall

Ved testing av en turbin er det nødvendig å finne sammenhengen mellom modellen som testes og den fullskala prototypen som skal bygges (eller er blitt bygget). Geometrien, samt forholdet mellom vektorene i hastighetstrekantene i turbinen skal være identiske. I tillegg skal visse enhetstall stemme overens. Ulike standarder eksisterer for å uttrykke disse; her er de dimensjonsløse ED-tallene benyttet:

Fartsfaktor:

$$n_{ED} = \frac{nD}{\sqrt{E}} \quad (2.23)$$

der n er gitt i rps.

Volumstrømsfaktor:

$$Q_{ED} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{E}} \quad (2.24)$$

Momentfaktor:

$$T_{ED} = \frac{T}{\rho_1 D^3 E} \quad (2.25)$$

Effektfaktor:

$$P_{ED} = \frac{P_m}{\rho_1 D^2 E^{1.5}} = Q_{ED} \eta_{Turbine} \quad (2.26)$$

Thoma-tall:

$$\sigma = \frac{NPSE}{E} \quad (2.27)$$

Virkningsgraden må derimot korrigeres, da friksjonstapene for prototypen i spiraltromme og turbin blir lavere når Reynoldstallet økes.

Reynoldstallet for en turbin:

$$Re = \frac{Du}{\nu} \quad (2.28)$$

Der omtrentlig verdi for kinematisk viskositet beregnes etter:

$$\nu = e^{-16,921 + \frac{396,13}{107,41 - \theta}} \quad (2.29)$$

Virkningsgraden skaleres så til et konstant Reynoldstall, som fastsettes ved en nominell verdi.

$$(\Delta\eta)_{M \rightarrow M^*} = \delta_{ref} \left[\left(\frac{Re_{ref}}{Re_M} \right)^{0,16} - \left(\frac{Re_{ref}}{Re_{M^*}} \right)^{0,16} \right] \quad (2.30)$$

Økt virkningsgrad for prototypen gis av:

$$(\Delta\eta)_{M^* \rightarrow P} = \delta_{ref} \left[\left(\frac{Re_{ref}}{Re_{M^*}} \right)^{0,16} - \left(\frac{Re_{ref}}{Re_P} \right)^{0,16} \right] \quad (2.31)$$

$$\delta_{ref} = \frac{1 - \eta_{opt,M}}{\left(\frac{Re_{ref}}{Re_{opt,M}}\right)^{0,16} + \frac{1 - v_{ref}}{v_{ref}}} \quad (2.32)$$

Re_{ref} og V_{ref} settes etter gjeldende standarder til henholdsvis $7 \cdot 10^6$ og 0,7 for Francisturbiner.[7]

2.3.2. Virkningsgradskurver

Vannkraftturbiner i store anlegg har vanligvis gode reguleringsmuligheter. Likevel vil man ikke alltid kjøre på beste driftspunkt, av naturgitte eller økonomiske årsaker. Driftspunktet vil vanligvis variere mest for vannføringen, men også fallhøyden over turbinen kan variere noe da vannstanden i reservoar og utløp ikke nødvendigvis er konstant. Økt volumstrøm vil dessuten føre til lavere fallhøyde grunnet friksjonstap, beregnet etter:

$$h_f = f \frac{L V^2}{d 2g} \quad (2.33)$$

I modellforsøk testes derfor turbinen i for varierende volumstrøm så vel som fallhøyde rundt et optimalt driftspunkt. Testene kjøres i serier med ulike fartsfaktorer med konstante ledeskovlvinkler. I et Hill-diagram plottes disse seriene i konturdiagrammer, der kotene viser hydraulisk virkningsgrad, og eventuelt effekt. Diagrammet for modellturbinen plottes etter fartsfaktor og volumstrømsfaktor eller andre kjennetall, mens diagrammet for prototypen plottes for fallhøyde og volumstrøm.

Ved testing av turbin i felt, bestemmes virkningsgradskurven for én fallhøyde. I henhold til likning (2.33) vil likevel fallhøyden gå noe ned når volumstrømmen øker. For å justere verdiene til én bestemt høyde brukes affinitetsligningene:

$$Q_2 = Q_1 \left(\frac{H_2}{H_1} \right)^{1/2} \quad (2.34)$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{H_2}{H_1} \right)^{3/2} \quad (2.35)$$

2.4. CFD

En strømning kan beskrives ved hjelp lovene om bevarelse av masse, impuls og energi. I numeriske strømningsberegninger, CFD, benyttes datamaskiner for å utføre det enorme antall regneoperasjoner som kreves for å løse disse likningene i en vilkårlig geometri.

Før beregningene utføres må det avklares om strømmingen er enfaset eller flerfaset, inkompressibel eller kompressibel (og eventuelt supersonisk) og om den er stasjonær eller transient.

I tillegg må det velges et strømningsregime. Dette bestemmes ved hjelp av det dimensjonsløse Reynoldstallet:

$$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (2.36)$$

Strømning i rør karakteriseres som enten laminær eller turbulent ut fra om Reynoldstallet er hhv mindre enn eller større enn 2300. I praksis vil man i vannkraftanlegg alltid ha turbulent strømning. Aktuell viskositet og rørdiameter ($D=0,35$ m) under eksperimentene tilsier at strømmingen er turbulent ved volumstrøm over $0,0006$ m³/s, altså langt under området det kjøres i.

2.4.1. Strømningsligninger

Navier-Stokes ligningene for bevarelse av masse og impuls:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.37)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \rho(\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} = -\vec{\nabla} p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{f}_b \quad (2.38)$$

I en turbulent strømning vil det oppstå kaotiske og tilfeldige fluktuasjoner i hastighet og trykk. Direkte løsning av Navier-Stokes likningen under slike forhold (DNS), krever så store regneressurser at dette kun er gjennomført for meget små og enkle strømninger. Det er derfor blitt utviklet flere tilnæringsmetoder for å modellere turbulens som tar utgangspunkt i de gjennomsnittlige RANS-likningene.

Reynolds Averaged Navier Stokes, RANS

Trykk og hastighetsvektorene i en turbulent strømning deles opp i én gjennomsnittlig og én fluktuerende del.

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \quad (2.39)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (2.40)$$

Gjennomsnittet av de momentane verdiene:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_i dt \quad (2.41)$$

Og gjennomsnittet av de fluktuerende delene:

$$\overline{u_i'} = 0 \quad (2.42)$$

Ved innsetting i (2.38) fås RANS-ligningen for impuls:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-p \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i' u_j'} \right] \quad (2.43)$$

Kronecker-deltaet, δ_{ij} , er definert som:

$$\begin{aligned} i = j &\rightarrow \delta_{ij} = 1 \\ i \neq j &\rightarrow \delta_{ij} = 0 \end{aligned}$$

Leddene $-\rho \overline{u_i' u_j'}$ betegner Reynoldsspenningene, og medfører i en tredimensjonal analyse, tre nye ukjente normalspenninger og tre nye skjærspenninger.

For å lukke løsningen finnes det flere turbulensmodeller som baserer seg på innføring av nye likninger, hvorav de mest brukte introduserer to.

2.4.2. Turbulensmodeller

k- ϵ -modellen, k- ω -modellen og SST-modellen er av de mest populære turbulensmodellene i bruk i dag.

k- ϵ -modellen er ikke godt egnet for krummede grensesjikt og verken k- ϵ eller k- ω hensyn til transport av turbulent skjærpenning, hvilket gir en overdrevet eddy-viskositet. [14]

SST-modellen er basert på k- ω -modellen og forener bruk av k- ϵ -modellen i fjern av avstand fra veggen, og k- ω -modellen nær veggen. Overgangsfunksjoner sikrer en jevn overgang mellom de to benyttelsesområdene.

2.4.3. Strømning i grensesjikt

Inntil veggene ved en strømning vil det dannes grensesjikt der hastigheten er lavere enn den ytre hastigheten. Grensesjiktet regnes vanligvis til der hastigheten er like stor som 99 % av den ytre hastigheten.

$$\delta_{99} = y(u = 0,99U_{\infty}) \quad (2.44)$$

Ved hjelp av eksperimenter og dimensjonsanalyse har en kunnet utlede solide empiriske formler for å beskrive turbulente grensesjikt. Grensesjiktet består av ulike lag, der avstanden fra veggen betegnes av den dimensjonsløse parameteren y^+ .

$$y^+ = \frac{yv^*}{\nu} \quad (2.45)$$

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{v^*} \quad (2.46)$$

Friksjonshastigheten er definert av skjærspenningen ved veggen og tettheten av fluidet:

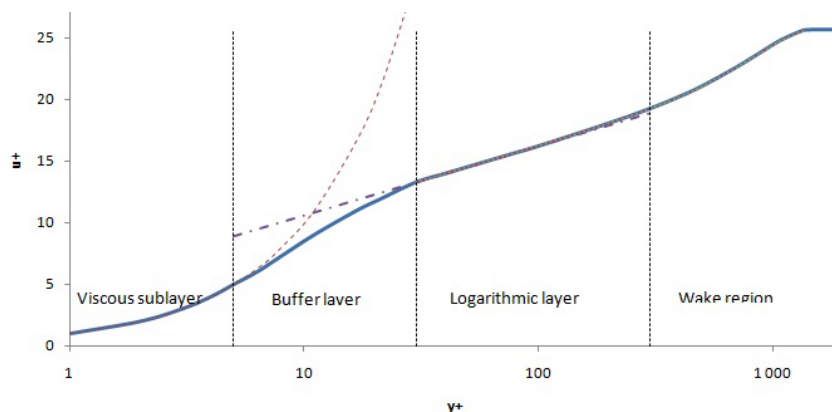
$$v^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.47)$$

I Error! Reference source not found. og

Figur 2-3 vises inndelingen av grensesjiktet med tilhørende hastighetsfunksjoner:

Tabell 2-1: Grensesjikt

Sjikt	Dimensjonsløs avstand fra vegg	Hastighetsfunksjon
Viskøst undersjikt	$y^+ < 5$	$u^+ = y^+$
Buffersjikt	$5 < y^+ < 30$	
Logaritmisk sjikt	$30 < y^+ < 300$	$u^+ = 1/\kappa \cdot \ln(y^+) + B$



Figur 2-3: Turbulent grensesjikt

Spalding utledet i 1961 en formel for hele det indre grensesjiktet, fra veggen og ut til ca. $y^+=100$ [15].

$$y^+ = u^+ + e^{-\kappa B} \left[e^{\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right] \quad (2.48)$$

Utenfor finner vi det ytre sjiktet som er sterkt avhengig av trykkgradienten til strømmingen.

CFD-programmet, CFX, har innebygde veggfunksjoner som kalkulerer volumstrømmen i grensesjiktet. For at disse skal være gyldige må det ikke forekomme tilbakestrømning innenfor innerste node og y^+ bør ligge i det logaritmiske sjiktet. Ansys anbefaler i sine brukermanualer at y^+ legges mellom 20 og 300 ved simulering av turbomaskiner.

2.4.4. Grid

For å få løsningen til å konvergere og oppnå en riktigst mulig simulasjon, er det viktig å ha god kvalitet på gridet. Dette kan blant annet gjøres ved å følge visse punkter:

- Ved store hastighetsgradienter bør gridet finmaskes tilsvarende
- Cellestørrelsen bør endres jevnt, ved kontinuerlige funksjoner
- Sideforholdet i en celle bør nærmest mulig 1, (selv om dette kan være vanskelig i grensesjiktene)
- Små vinkler mellom naboceller bør unngås

Ved bruk av programvaren CFX-Mesh vil bruker få advarsler hvis disse punktene ikke er fulgt, og det er dermed mulig å utvikle gridet videre.

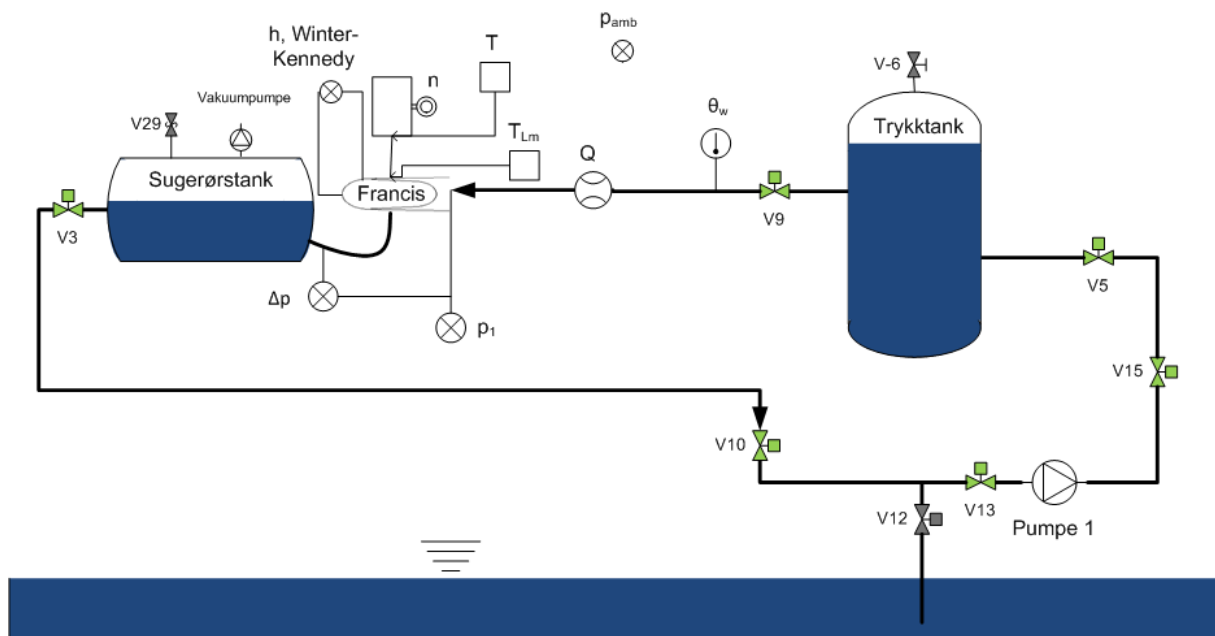
En korrekt løsning skal være uavhengig av gridet. Dette kan kontrolleres ved å gjøre gridet stadig mer finmasket til løsningen ikke lenger endres.

3. Utførelse

3.1. Eksperiment

3.1.1. Oppsett

Virkningsgradmålingene ble utført på Vannkraftlaboratoriets Francis-turbin, med en nominell fallhøyde på 30 m. Før igangsetting ble trykktank og sugerørstank fylt opp fra "sumpen" i henhold til de prosedyrer som finnes på laboratoriet, og alle rør luftet ut. Under drift ble vannet kjørt i lukket sløyfe. Figur 3-1 viser sløyfa, med tilhørende plassering av måleinstrumenter.



Figur 3-1: Oppsett Francis-rigg, lukket sløyfe

Før forsøkene startet ble det gjort en referansemåling ved bestpunkt. Dette for å sikre forsøkernes repeterbarhet. Det ble så kjørt én måleserie for hver ledeskovlvinkel fra 4° til 14° . Hver måleserie inneholdt femten punkter på gitte hastighetsfaktorer. Hvert målepunkt ble målt i ett minutt og logget via LabView, med en målefrekvens på 1000 Hz og loggefrekvens på 1 Hz.

Det er tidligere blitt utført virkningsgradmålinger på modellen av Tokke-turbinen, med tilhørende Hill-diagram. Det ble forsøkt kjørt mest mulig i lignende driftsituasjon som denne, samt gjenskape resultatene for å tegne et nytt Hill-diagram. Disse testene var blitt kjørt med fallhøyde på modellen på ca. 30 m. Dette ga tilsynelatende meget høy temperatur i generator, og det ble derfor valgt å redusere fallhøyden til ca 20 m. (Ved kontroll av temperaturmåler i generator ble det påvist forstyrrelser i signalet, og en vellykket utbedring ble foretatt.)

Tidligere forøk ble gjort med Thoma-tall mellom 0,15 og 0,29. I nåværende forsøk ble det holdt på ca. 0,26. Temperatur varierte mellom 15 og 19 °C.

For å beregne hydraulisk effekt ble, foruten volumstrømmen, differensialtrykket mellom innløp og utløp, turtallet, generatormomentet og friksjonsmomentet målt og logget. For beregning av vannets tetthet ble i tillegg innløpstrykk, vanntemperatur og atmosfæretrykk logget. Fallhøyde, effekt, og virkningsgrad ble så beregnet i etterkant etter formlene (2.1)-(2.7) og (2.11).

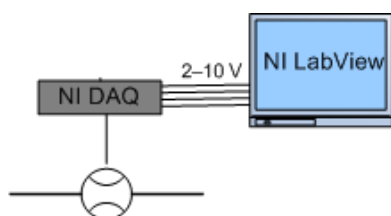
Utstyr for absolutt og relativ volumstrømmåling beskrives i hhv kapittel 3.1.2 og 3.1.3. Øvrig måleutstyr er beskrevet i Vedlegg A.

3.1.2. Oppsett, absolutt måling av volumstrøm

Absolutt volumstrøm ble funnet med elektromagnetisk induksjonsmåling (Tabell 3-1, Figur 3-2 og Figur 3-3). Denne metoden krever en strak rørlengde på 5 diameter oppstrøms, og 2 diameter nedstrøms volumstrømmåleren.

Tabell 3-1: Data volumstrømmåler

Type	Elektromagnetisk volumstrømmåler
Instrument	Krohne Aquaflux IFS 4000
Reg. nr	4624-4
Signalforsterker	Intern
Kraftforsyning	Intern
Datafangst	National Instruments data acquisition unit



Figur 3-2: Absolutt volumstrømmåling



Figur 3-3: Elektromagnetisk volumstrømmåler

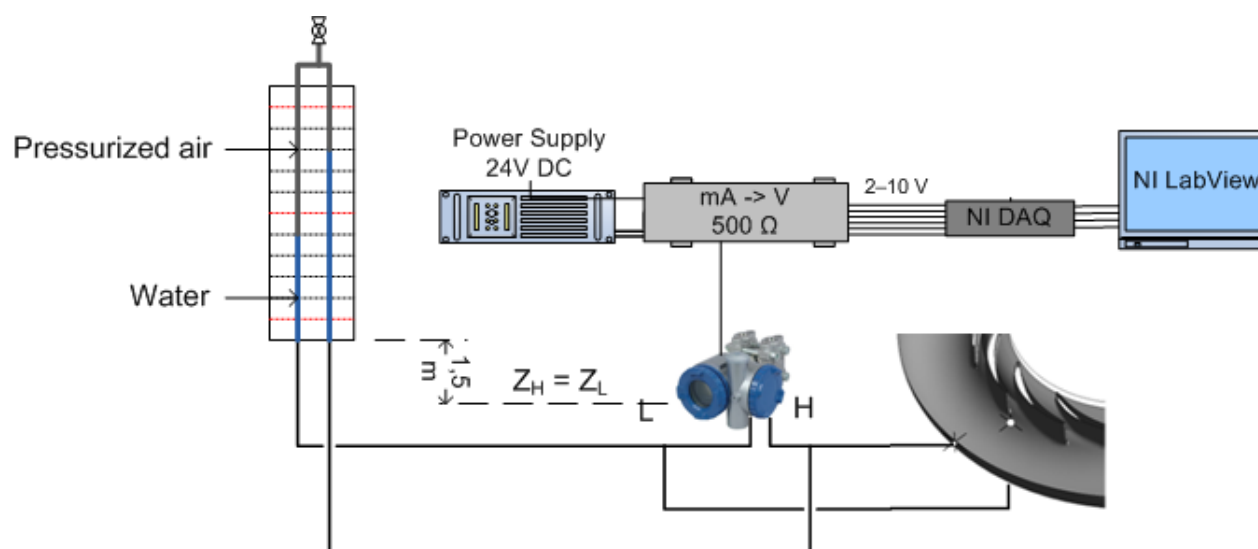
Diameteren på volumstrømmåleren er her mindre enn øvrig rørdiameter. Det tillates for slike målere at røret konverger med en halvvinkel på opptil 4°.

3.1.3. Oppsett, relativ måling av volumstrøm

Relativ volumstrøm ble funnet ved å måle differensialtrykket, h , over spiraltromma. Det ble utført sekundære (transducer) og primære (vannsøylemanometer) målinger parallelt (se Tabell 3-2 og Figur 3-4).

Tabell 3-2: Data, Winter-Kennedy måleutstyr

Type 1	Differensialtrykktransducer
Instrument	Fuji Electric FHCX 36WI-AKBYY
Reg. nr	4536-1
Motstand/loggeboks	500 Ohm, reg. 2756-2
Kraftforsyning	Ekstern 24 V
Datafangst	National Instruments data acquisition unit
Type 2	Vannsøylemanometer
Avlesning	Optisk
Oppløsning	5 mm

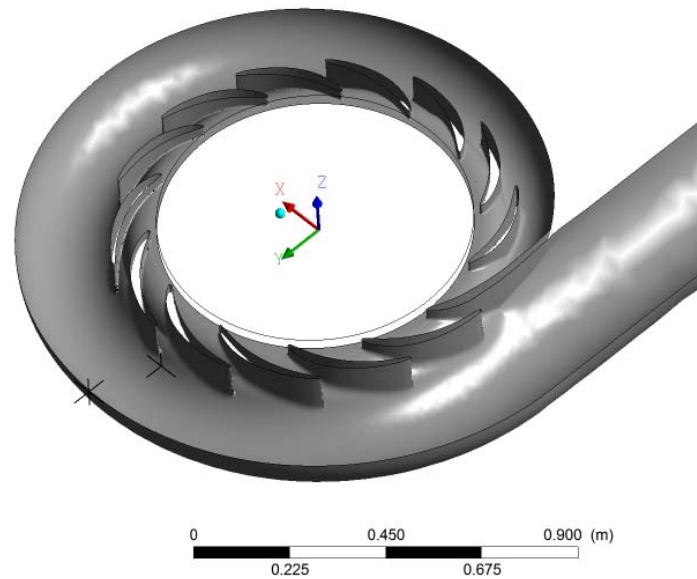


Figur 3-4: Winter-Kennedy måling

Trykkuttakene ble satt inn omtrent nitti grader etter innløpet, med ytre trykkuttak boret horisontalt inn i tromma, og indre uttak med vinkel på 45°. Ved hjelp av CAD-tegninger (Vedlegg C) av tromma og måling med skyvelære, ble det funnet at det ytterste hullet var boret ved 90,7° og det innerste ved 91,1° (se Figur 3-5 og Tabell 3-3).

Tabell 3-3: Plassering av trykkuttak

	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
Høytrykk	9,1	730,4	8,2
Lavtrykk	9,5	499,2	-115,3



Figur 3-5: Plassering av uttak for trykkmålinger

(origo i turbinenes rotasjonsakse og trommas vertikale symmetriplan)

Måling med transducer

Logging av Winter-Kennedy-differensialtrykket fra transducer ble utført separat fra øvrige verdier. Transducere avgir et strømsignal på 4-20 mA som over en 500 Ω motstand gir et spenningssignal, U , mellom 2 og 10 V. Differensialtrykket er en lineær funksjon av spenningssignalet:

$$h_t = c_0 + c_1 \cdot U \quad (3.1)$$

Figur 3-6 viser transducere og dens plassering på spiralrommet. På oversiden av t , finnes to ventiler som ble benyttet til utlufting av t , etter fylling av riggen og før hvert eksperiment.



Figur 3-6: Transducer og ytre trykkuttak



Figur 3-7: Indre trykkuttak

3. Utførelse

Vannsøylemanometer

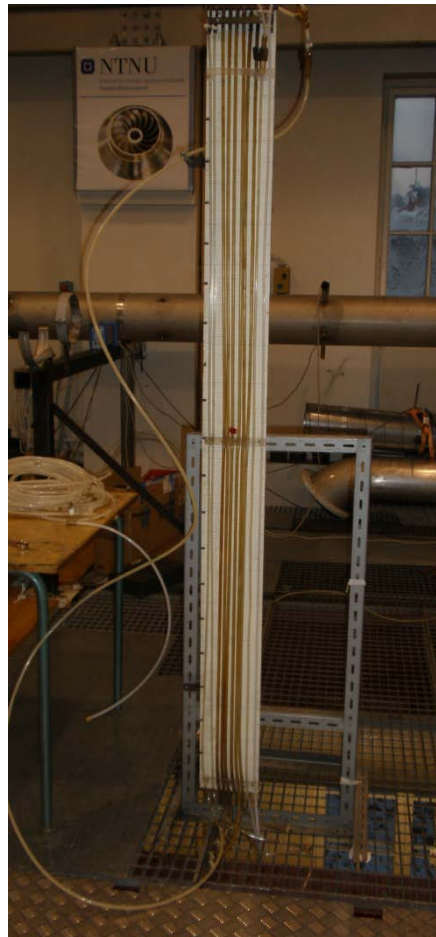
Trykkforskjellen fra manometeret ble funnet ved å lese av høyden på begge vannsøylene og deretter beregne etter:

$$h_{wcm} = (H_H - H_L) \cdot (\rho_{water} - \rho_{air}) \cdot g \quad (3.2)$$

Tettheten av lufta var mindre enn 0,3 % av vannets tetthet, men ble likevel tatt med for å minimere systematiske feil. Ved å anta lik vann- og lufttemperatur ble lufttettheten beregnet ved:

$$\rho_{air} = \frac{p_{abs}}{R \cdot \theta} \approx \frac{3,4837 \cdot 10^3 \cdot \left(p_{1,abs} - \left(1,5m + \frac{H_H + H_L}{2} \right) \cdot \rho_1 \cdot g \right)}{273,15 + \theta_{water}} \quad (3.3)$$

På toppen av manometeret ble det plassert en ventil med mulighet for tilkobling av luftpumpe. Høyden på vannsøylene kunne dermed reguleres til et passende nivå.



Figur 3-8: Vannsøylemanometer

3.2. Kalibrering

Volumstrøm, Q

Under kalibreringa av volumstrømmåleren ble tidligere konstanter brukt for å stille inn en omtrent riktig volumstrøm. Vannet ble så ledet inn i en veietank i nøyaktig to minutter mens spenningsignalet fra volumstrømmåleren ble logget og veietankens vekt før og etter start, samt luft- og vanntemperatur, notert.

Differensialtrykk, Δp

Δp måles ved hjelp av en differensialtrykktransducer. Denne ble kalibrert med et dødvektsmåner, der destillert og avionisert vann blir belastet med vekter hvis masse er kjent, via en roterende sylinder med et kjent areal.

Generatormoment, T

For å minimere friksjon ble hydraulikkaggregatet startet omtrent en halvtime før kalibreringen.

Lastcellen ble så belastet med kjente vekter fra 0 til 200 kg.

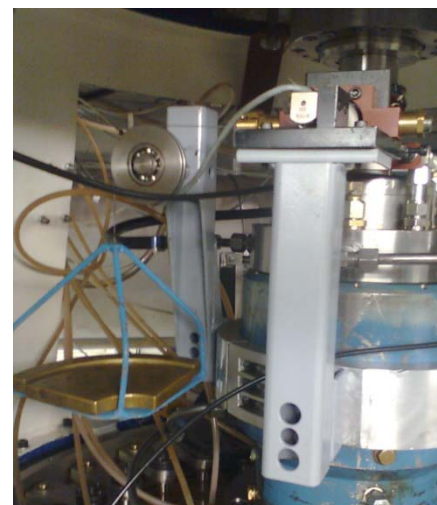
Armen ble ikke målt spesifikt for dette prosjektet, men er tidligere blitt målt med skyvelære/mikrometer.

Friksjonsmoment, T_{Lm}

Friksjonsmomentet ble kalibrert på samme måte som generatormomentet. Her ble det også gjort en måling av armen, da tidligere måling ikke holdt mål. Dette ble utført ved hjelp av skyvelære og mikrometer.

Kalibreringen ble utført med lastcella koblet fra blokka slik at lastcella blir et isolert system, påført kraft fra loddene.

Det ble foretatt fem avlesninger per vektendring, og sekvens med pålasting og avlasting utført én gang.



Figur 3-9: Kalibrering, friksjonsmoment

Winter-Kennedy differensialtrykk, h

Det ble forsøkt med to ulike transducere, da den første ikke ga utslag ved volumstrømmer under ca. 100 l/s. Transducer nummer to viste derimot utslag og ble derfor benyttet videre. Måleområdet ble satt fra -1 til 20 kPa, og transduceren kalibrert med et lavtrykks dødvektsmåner fylt med luft (se Figur 3-10)



Figur 3-10: Dødvektsmåner

Avlesning av spenningssignalet ble utført ved automatisk logging i ca. 20 s pr måling.

Laveste belastning på manometeret var 3 kPa, hvilket var noe høyt i forhold til det området det skulle måles i. Pga mistanke om hysteres og manglende linearitet under 3 kPa ble det derfor i tillegg satt opp et vannsøylemanometer parallelt.

3.3. Analyse av måleresultater

3.3.1. Kontroll for sterkt avvikende verdier

Måledataene ble først analysert og i Excel. Under målingene forekom det noen momentane forstyrrelser i målingene av generatorturtall og atmosfæretrykk (turtallet økte plutselig med over 100 % og atmosfæretrykket viste 0). For at ikke disse skulle få innvirkning på gjennomsnittsverdiene ble Excel-funksjonen "Averageifs" brukt til å filtrere bort verdier som baserte seg på trykkmålinger som avvok mer enn 50 kPa fra gjennomsnittet for det aktuelle driftspunktet og generator turtall over 1000 (det ble ikke kjørt på turtall over 600 rpm).

3.3.2. Virkningsgradskurver

Beregningene er foretatt 3 ganger, én med volumstrøm målt med induksjonsflowmeter og én for både automatisk og manuell avlesning av Winter-Kennedy-målingene. Fallhøyden ble så kalkulert på nytt fra likning (2.8), samt virkningsgrad og aktuelle dimensjonsløse tur- og volumstrømstall (n_{ED} og Q_{ED}).

Hill-diagrammene er plottet ved hjelp av Matlab som har en rekke interpolerings- og kurvetilpasningsfunksjoner. Blant de mest aktuelle metodene er polynomkurvetilpasning med minste kvadraters metode og lineær-, spline og stykkevis kubisk interpolasjon.

Kurvetilpasning har den fordel at tilfeldige avvik, som forekommer i stor grad ved Winter-Kennedy-målinger, delvis blir midlet ut og gir dermed mindre utslag enn ved interpolasjon.

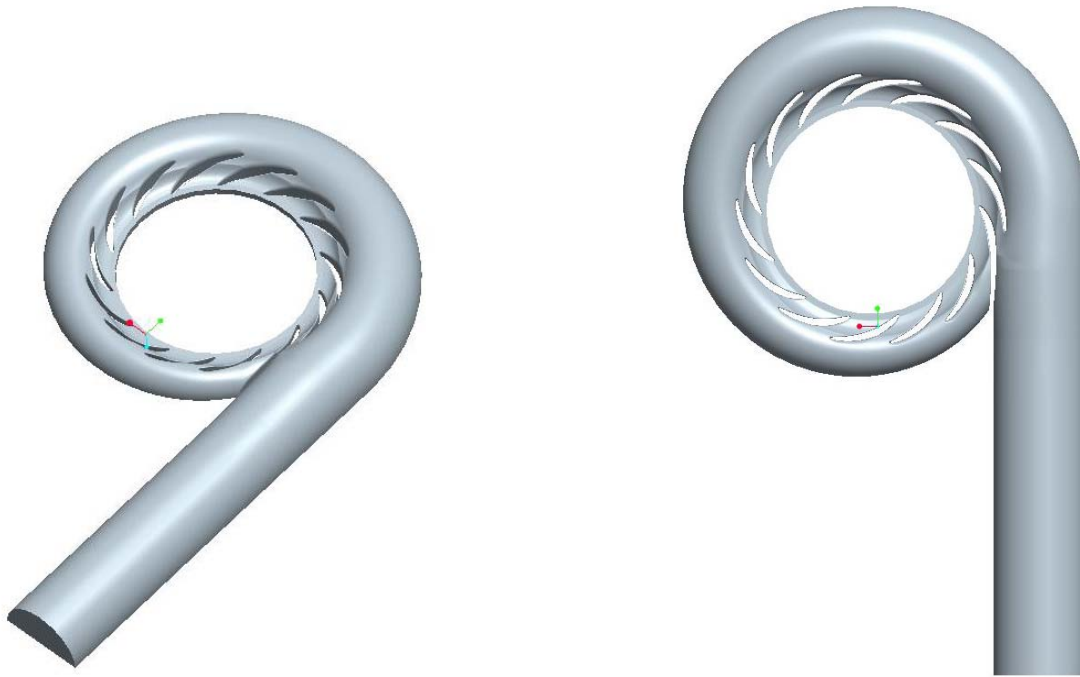
Basert på dette ble det valgt å bruke MatLab-funksjonen "polyfit", som bruker minste kvadraters metode for å lage et n'te grads polynom, hvor n i dette tilfelle er satt til 4.

Detaljert MatLab-skript kan finnes i Vedlegg E.

3.4. CFD

3.4.1. CAD-modell

Spiraltromma er tegnet i 3D-dak programmet Pro Engineer. Modellen er basert på tegninger laget av Åsmund Lerstad. Disse er blitt benyttet som en slags virtuell støpeform for å lage en invertert utgave av tromma, dvs. volumet som er tilgjengelig for gjennomstrømning.



Figur 3-11: CAD-modell av strømningsvolumet i spiraltromma

Modellen avsluttes opprinnelig etter stagskoblene, hvilket betyr at utløpet havner i en sone med stor hastighetsgradient og fare for tilbakestrømning.

For å unngå tilbakestrømning i utløpssonen er det blitt lagt til 10 mm forlengelse av spiraltromma inn mot rotasjonsaksen til løpehjulet. Videre ble det modellen forlenget med én meter i innløpet for å oppnå et realistisk strømningsbilde inn i spiraltromma.

Modellen er så importert til Ansys CFX-Mesh for generering av grid til CFD-analyser.

For å halvere antall elementer i beregningene er kun halve tromma simulert, og det er i stedet blitt lagt inn et symmetriplan i tverrsnittet.

3.4.2. Grid

I modellen eksisterte det en rekke områder som kunne skape problemer for gridgeneratoren, pga små vinkler og kantlengder. Ved automatisk bruk av "virtual healing" ble disse smeltet sammen til større flater.

Resultatet bør være uavhengig av gridet, derfor ble dette forandret rundt et referansepunkt, med gradvis finere grid. Når resultatet ikke lenger forandret seg, ble det antatt at gridet var akseptabelt.

Modellen ble inndelt i ulike regioner, med tilhørende gridstørrelser (se Tabell 3-4). Inntil veggen og i området rundt stagskovelene vil det være store hastighetsgradienter, derfor er gridet mye tettere her enn i resten av volumet.

Tabell 3-4: Størrelser for generering av grid

Region	Maksimal kantlengde [mm]	Minimum kantlengde [mm]	Angulær oppløsning [°]	Ekspansjonsfaktor
Innløpsrør	100	5	33	1,25
Indre del av tromme	8	1,4	15	1,22
Symmetriplan	Volumavstand			1,2
Utløp	10	1	18	1,2
Ytre tromme, innløp	50	1,5	25	

I tillegg ble gridet fortettet inntil veggen ved bruk av såkalte "inflation layers", Tabell 3-5.

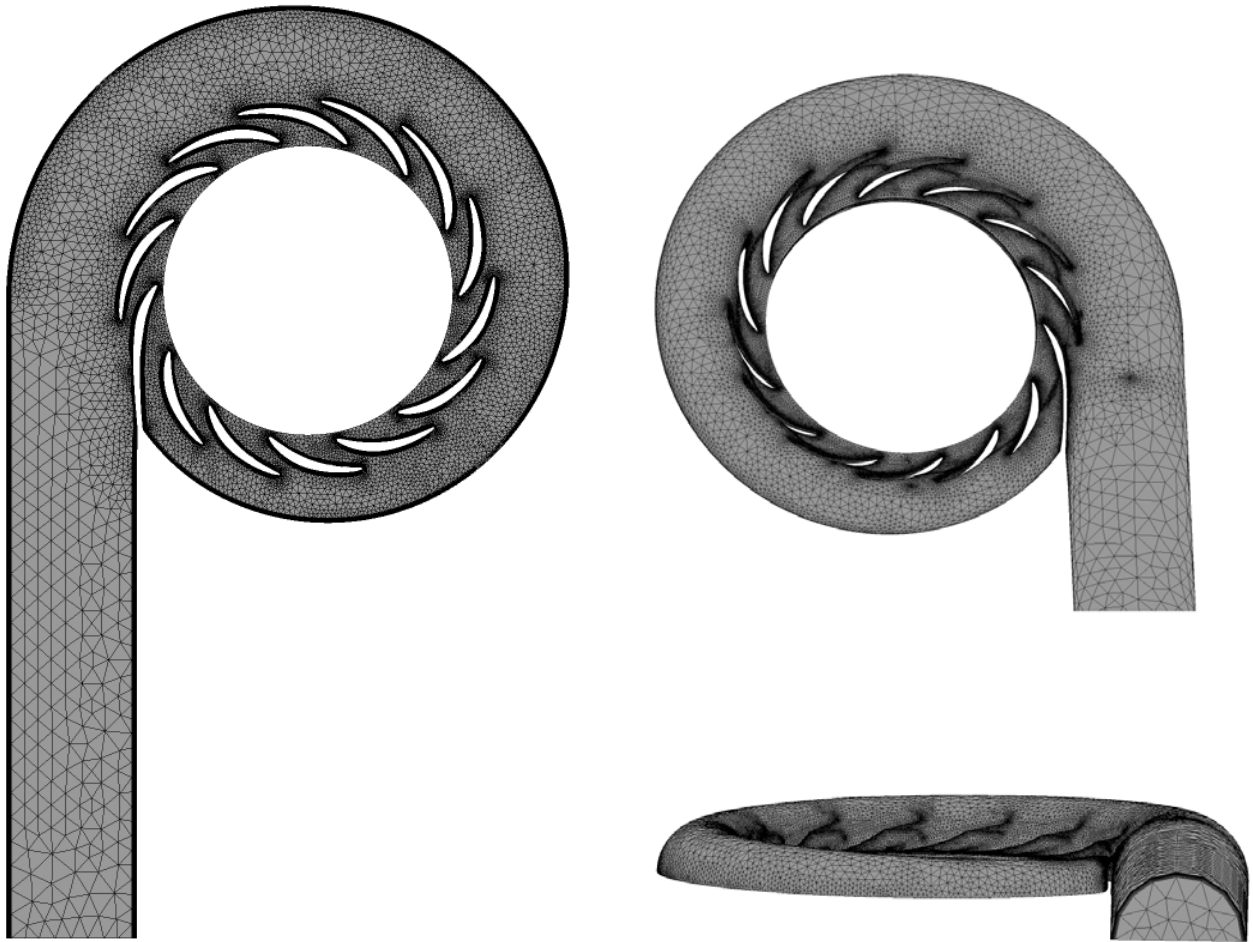
Tabell 3-5: "Inflation layers"

Type	First layer thickness
Tykkelse, innerste lag	0,55 mm
Antall lag	12
Ekspansjonsfaktor	1,1
y ⁺	ca. 20-300

Ved trykkmåling i Ansys, blir det satt inn virtuelle sensorer som beregner trykket ved hjelp av verdiene i nodene rundt. For å gjøre disse mest mulig nøyaktig, ble det også lagt inn en fortetning av gridet i disse områdene. Tabell 3-6 og Figur 3-12 viser det endelige gridet som er benyttet i videre beregninger.

Tabell 3-6: Gridstørrelse

Noder	780 924
Overflater	181 819
Volumelementer, totalt	2 432 309



Figur 3-12: Endelig grid

3.4.3. Grensebetingelser og simuleringsoppsett

Tabell 3-7 angir de benyttede grensebetingelser. Merk at volumstrømmen deles på 2 ettersom kun halve tromma simuleres.

Tabell 3-7: Grensebetingelser

Område	Type	Verdi	Detaljer
Innløp	Inlet	Massestrøm, $\dot{m} = \rho \cdot Q/2$	Medium turbulens-intensitet
Trommevegg	Wall	Hastighet = 0	Ruhet = 0,0008 mm
Horisontalt tverrsnitt	Symmetry		
Utløp bak stagskovler	Outlet	Gjennomsnittlig statisk trykk	Ingen trykkutjevning

Tabell 3-8 viser egenskapene til fluidet det er blitt simulert med. Dette er basert på den innebygde vann-modellen i CFX, men tilpasset temperaturene som ble målt i eksperimentene.

Tabell 3-8: Materialelegenskaper

Fluid	Vann
Temperatur	18 °C
Tetthet	998,78 kg/m ³
Dynamisk viskositet	1,06 · 10 ⁻³ kg/(m·s)
Absolutt trykk, gjennomsnitt ved utløp	2,5 bar

Turbulensmodell

SST-modellen med automatiske veggfunksjoner er her blitt benyttet. Videre ble det også undersøkt resultater ved bruk av k-ε-modellen med skalerbare veggfunksjoner.

3.4.4. Simulering

Konvergenzkriteriet ble satt relativt lavt for å sikre at det ble utført minst 100 iterasjoner (Tabell 3-9).

Tabell 3-9: Simuleringsoppsett

Simulering	Stasjonær
Konvergenzkriterium, RMS-residualer av u_i og p	3·10 ⁻⁶
Max antall iterasjoner	150
Tidsskala	Automatisk med faktor 2

Ved hjelp av såkalte ”monitor points” ble det kontrollert at ikke bare konvergenzkriteriet ble innfridd, men at også differensialtrykket konvergente.

3.4.5. Etterprosessering

Ved uttaket for lavtrykkssida for differensialtrykket, viste simuleringene at det var relativt store variasjoner i trykket. Det var derfor viktig å vite så nøyaktig som mulig plasseringen av den virtuelle lavtrykkspuben i CFD-analysen.

For å undersøke om plasseringen av trykkuttakene var optimal ble det lagt inn polylines i CFX i samme høyde som eksisterende plassering, men med forskjellig vinkel. Her ble tykkgradientene multiplisert med tangentielle vektorene til trommeoverflaten for å finne hvor sensitive målingene var for riktig trykkmålepunkt, se Vedlegg C. I tillegg ble vinkelen på hastighetsvektoren i forhold til spiraltromma målt i visse avstander normalt på spiraltromma.

4. Resultater

4.1. Eksperimentelle målinger

4.1.1. Winter-Kennedy volumstrøm

$$Q = a \cdot h^n \quad (4.1)$$

For å finne virkelig volumstrøm fra Winter-Kennedy-målingene må kalibreringskonstantene i (4.1) finnes. De eksperimentelt beregnede kalibreringskonstantene ble funnet ved hjelp av alle de 165 målepunktene i Hill-diagrammet (Figur 4-10). I CFD-analysene ble konstantene funnet fra de til sammen 17 målepunktene i Tabell 4-4.

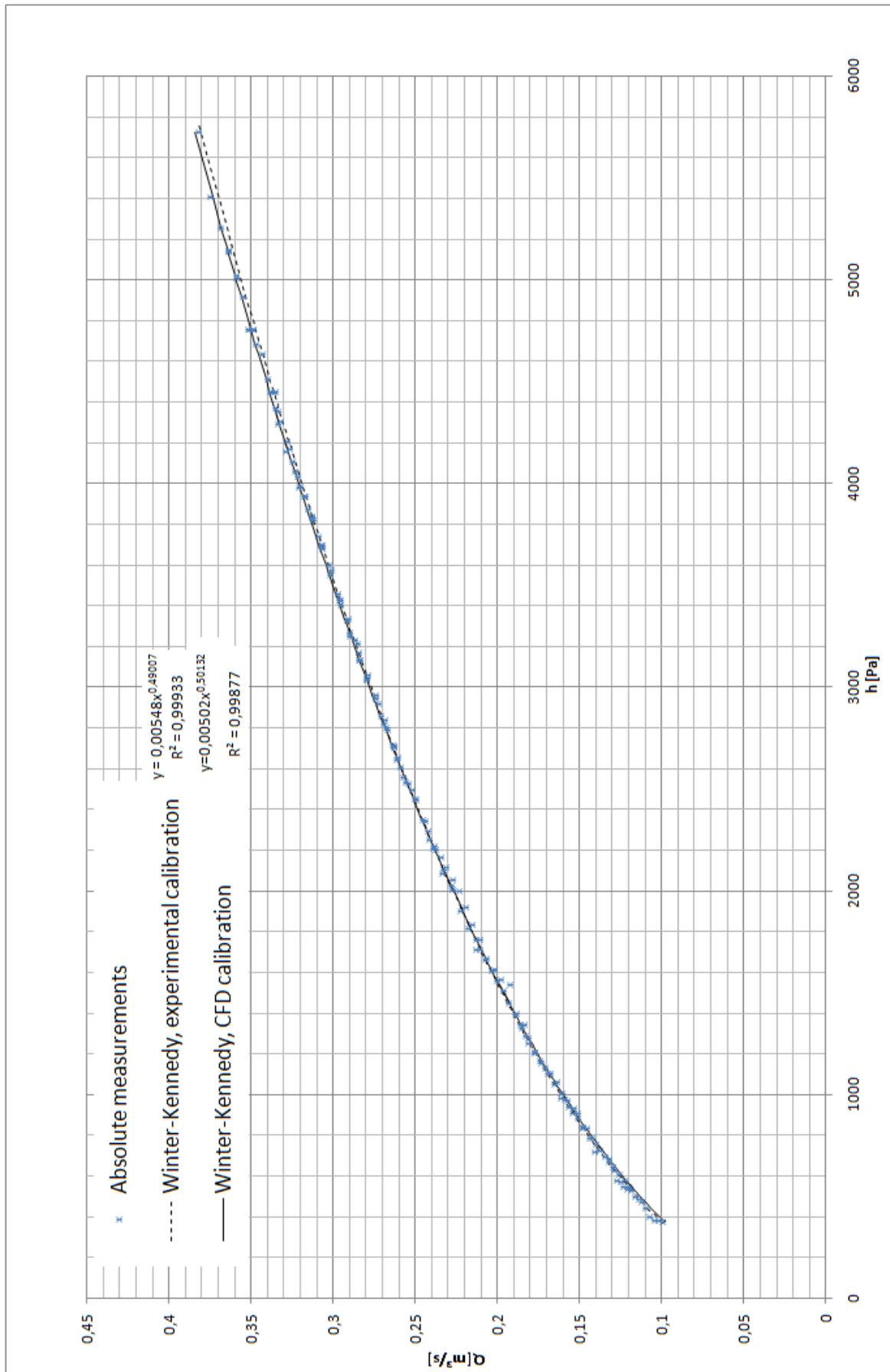
Tabell 4-1 viser resultatet av kalibreringen:

Tabell 4-1: Kalibrering, Winter-Kennedy

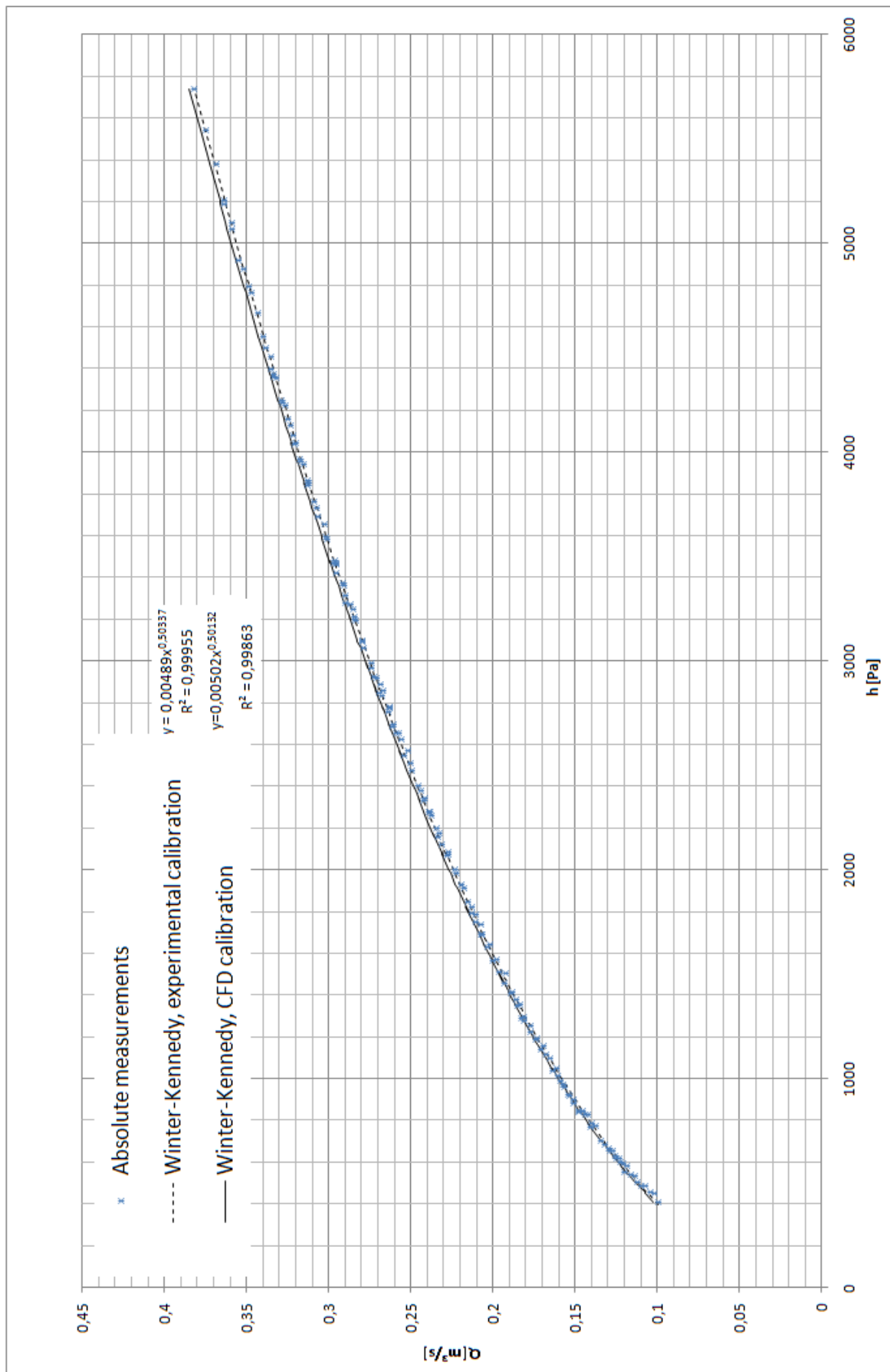
Metode	a	n
CFD	0,0050222	0,501322
Eksperimentelt, vannsøylemanometer	0,0054783	0,490069
Eksperimentelt, diff.trykktransducer	0,0048929	0,503369
Ukalibrert, likning (2.16)	0,004936	0,5

Q i m³/s og h i Pa.

I Figur 4-1 og Figur 4-2 plottes de absolutt målte volumstrømmene mot de relativt målte, kalibrert eksperimentelt og med CFD.

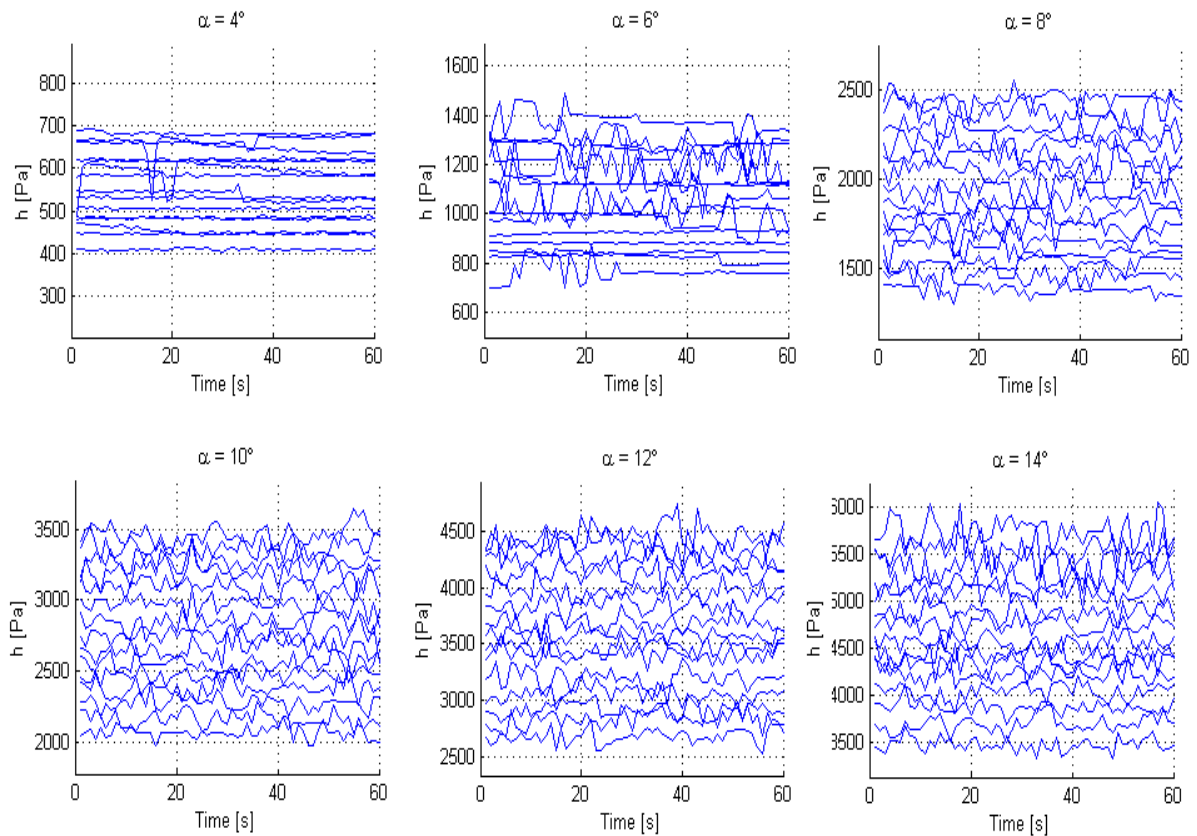


Figur 4-1: Winter-Kennedy med vannsøylemanometer



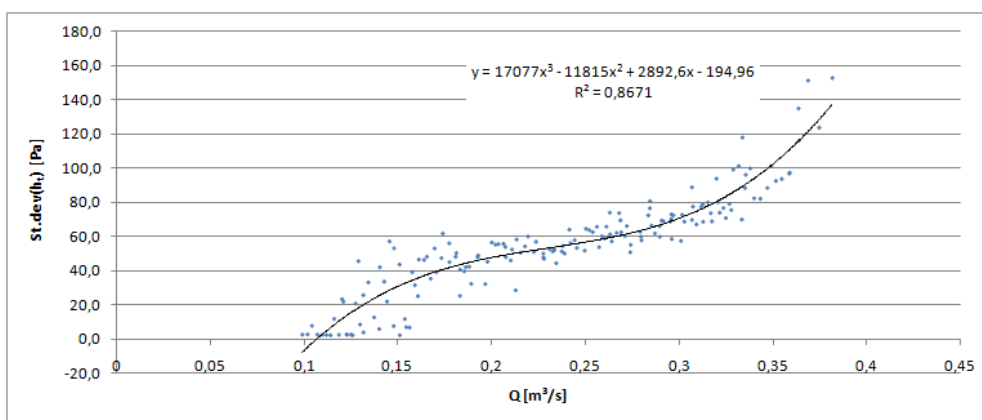
Figur 4-2: Winter-Kennedy med differensialtrykktransducer

Ved logging av differansetrykket framkom det en god del fluktasjoner. Figur 4-3 viser utviklingen for noen utvalgte måleserier. Loggefrequensen var 1 Hz. Det observeres at det ser ut til å være to ”regimer”, ett med tilnærmet konstante differansetrykk og ett med store kaotiske variasjoner.



Figur 4-3: Fluktasjoner i differensialtrykket i spiraltromma

Standardavviket av måleseriene for differensialtrykket ble så plottet mot volumstrømmen (se Figur 4-4) for å se etter eventuelle sammenhenger.



Figur 4-4: Standardavvik differensialtrykk

Det ble eksperimentert med å holde volumstrømmen konstant, men endre ledeskovlvinkel (Tabell 4-2). Målingene er utført rett etter hverandre, for å sikre mest mulig like testbetingelser.

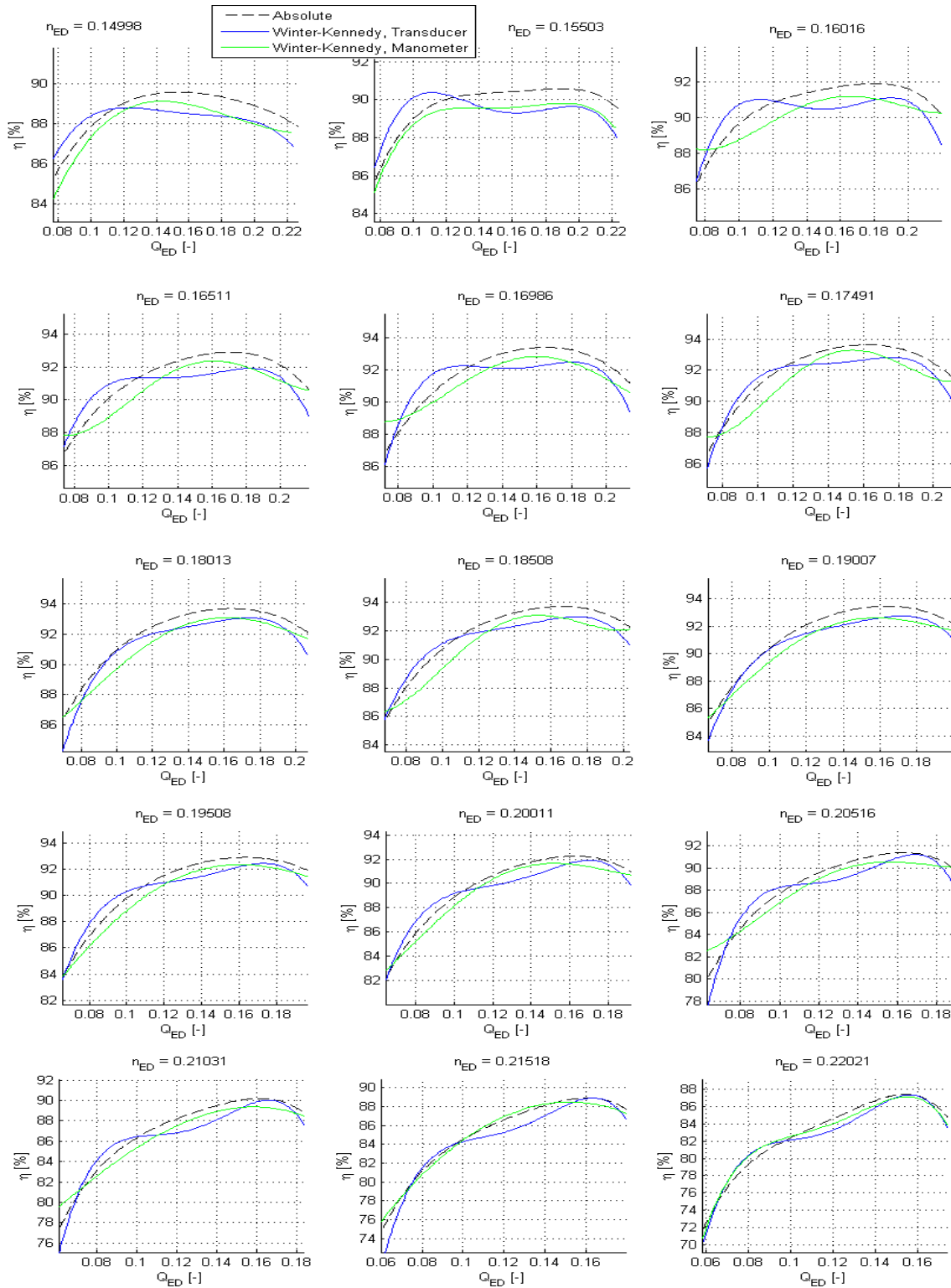
Tabell 4-2: Innvirkning av ledeskovlåpning på målt differensialtrykk ved $Q = 0,25 \text{ m}^3/\text{s}$

α [°]	Målte verdier			Normalisert til $Q=0,2500 \text{ m}^3/\text{s}$	
	Q [m^3/s]	h_{wcm} [Pa]	h_t [Pa]	h_{wcm} [Pa]	h_t [Pa]
14	0,2501	2445,3	2461,4	2440,2	2456,5
11	0,2502	2430,6	2451,6	2421,4	2442,6
10	0,2499	2420,8	2438,9	2424,5	2442,5
9	0,2505	2420,8	2485,5	2402,2	2467,5
8	0,2502	2425,7	2454,8	2419,0	2448,3
7	0,2502	2419,9	2444,8	2412,8	2437,9

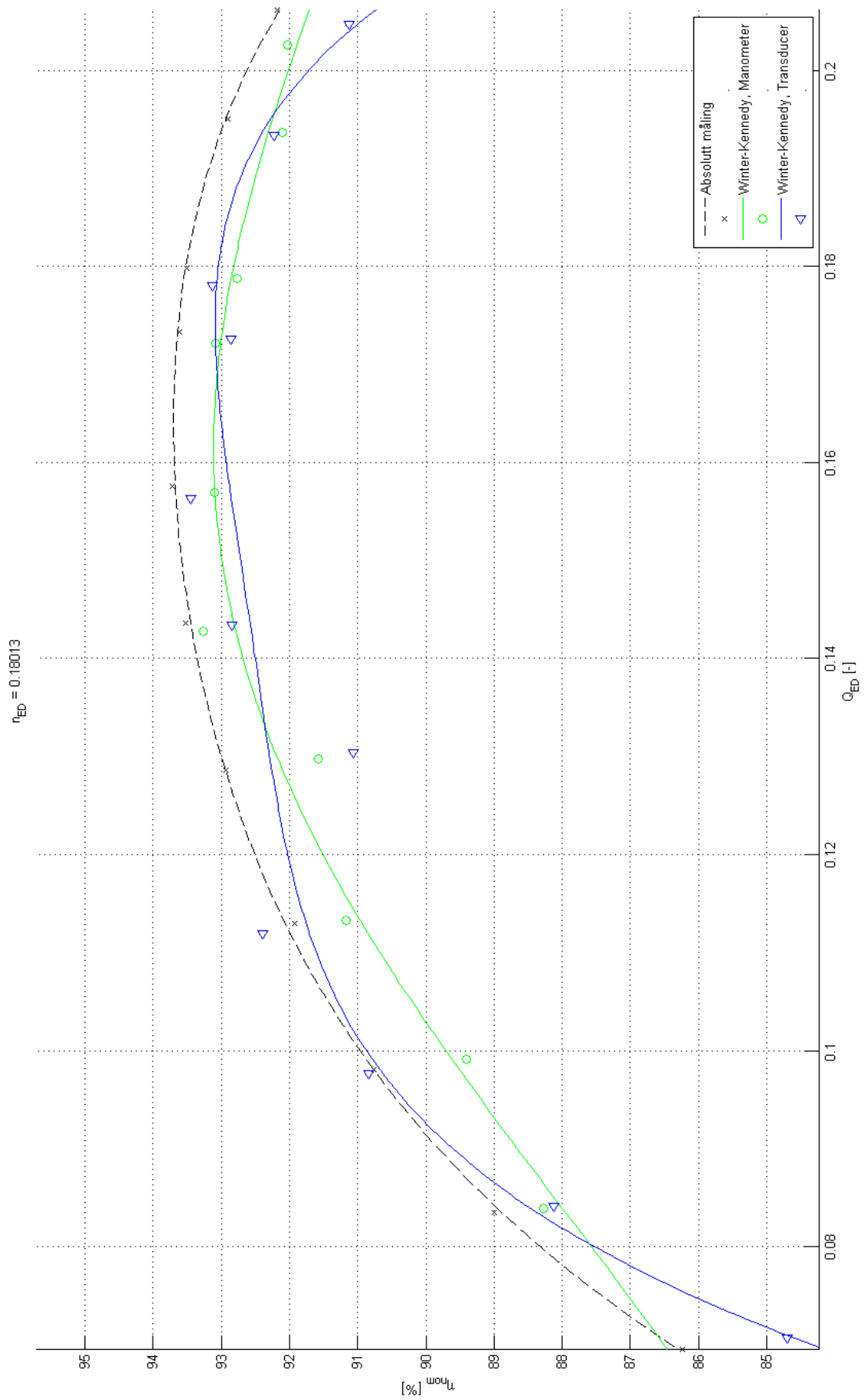
4.2. Virkningsgradskurver

4.2.1. Virkningsgradskurver

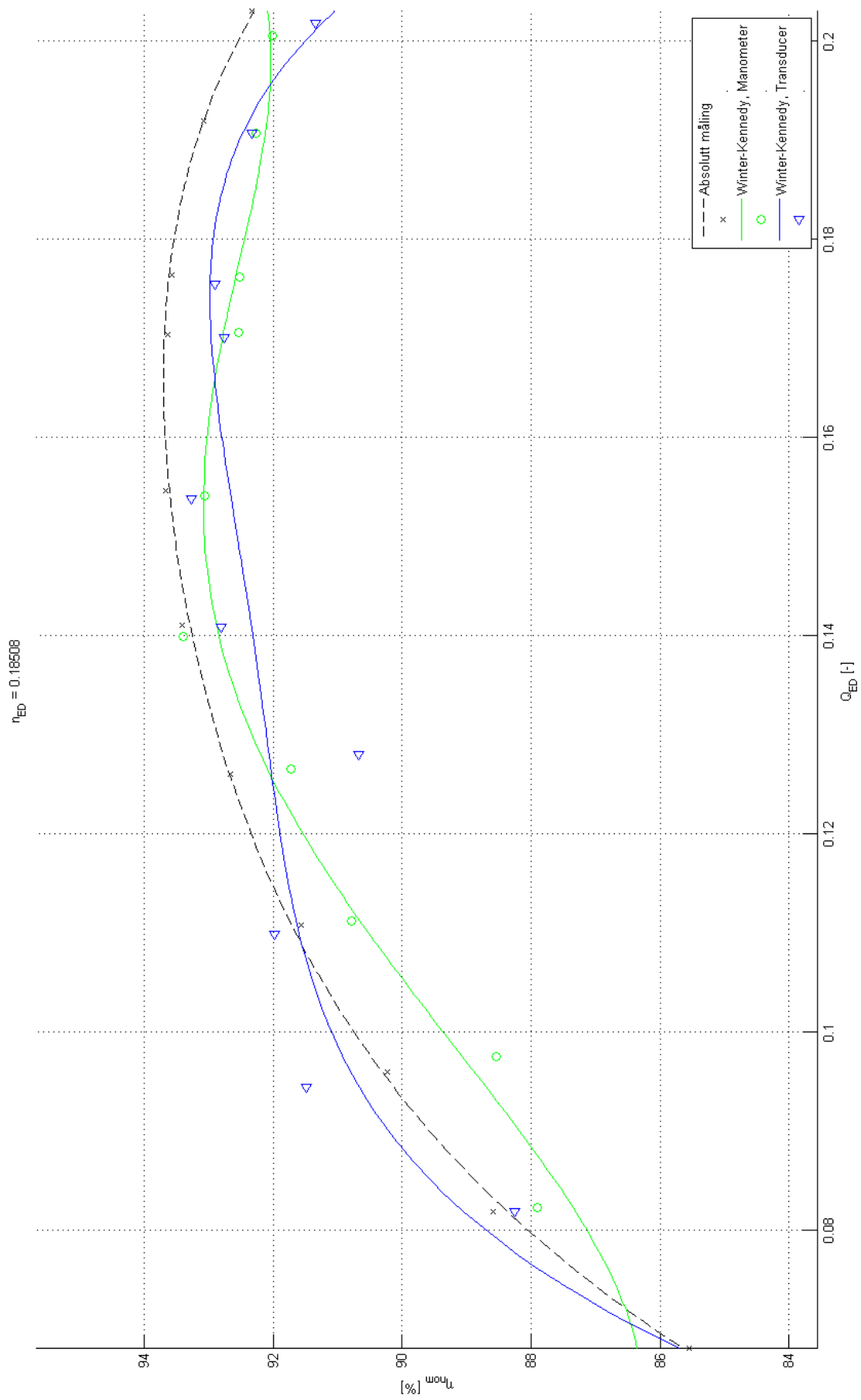
En virkningsgradskurve ble beregnet for hver n_{ED} . Figur 4-5 viser alle kurvene med plotting av én absolutt målt og to relativt målte virkningsgradskurver. Kurvene er oppskalert til nominelle verdier. Figur 4-6 til Figur 4-9 viser avvikene mellom de ulike måle metodene, og hvordan polynomkurvene passer med målepunktene. Nominell fallhøyde av prototyp turbinen er 377 m, tilsvarende $n_{\text{ED}}=0,183$ for modell turbinen. Av særlig interesse er derfor kurvene nærmest denne verdien (Figur 4-6 og Figur 4-7).



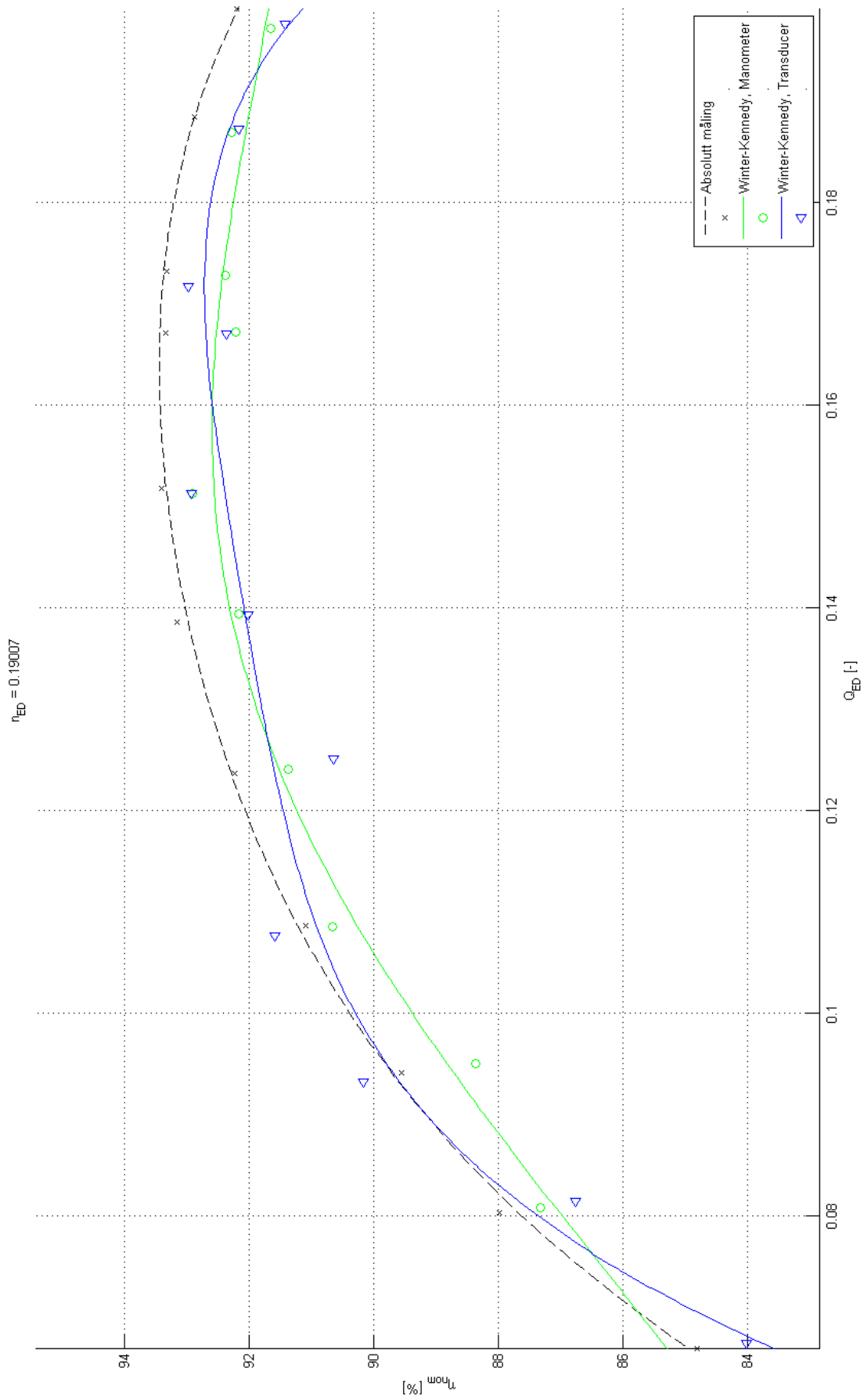
Figur 4-5: Virkningsgradkurver, oversikt



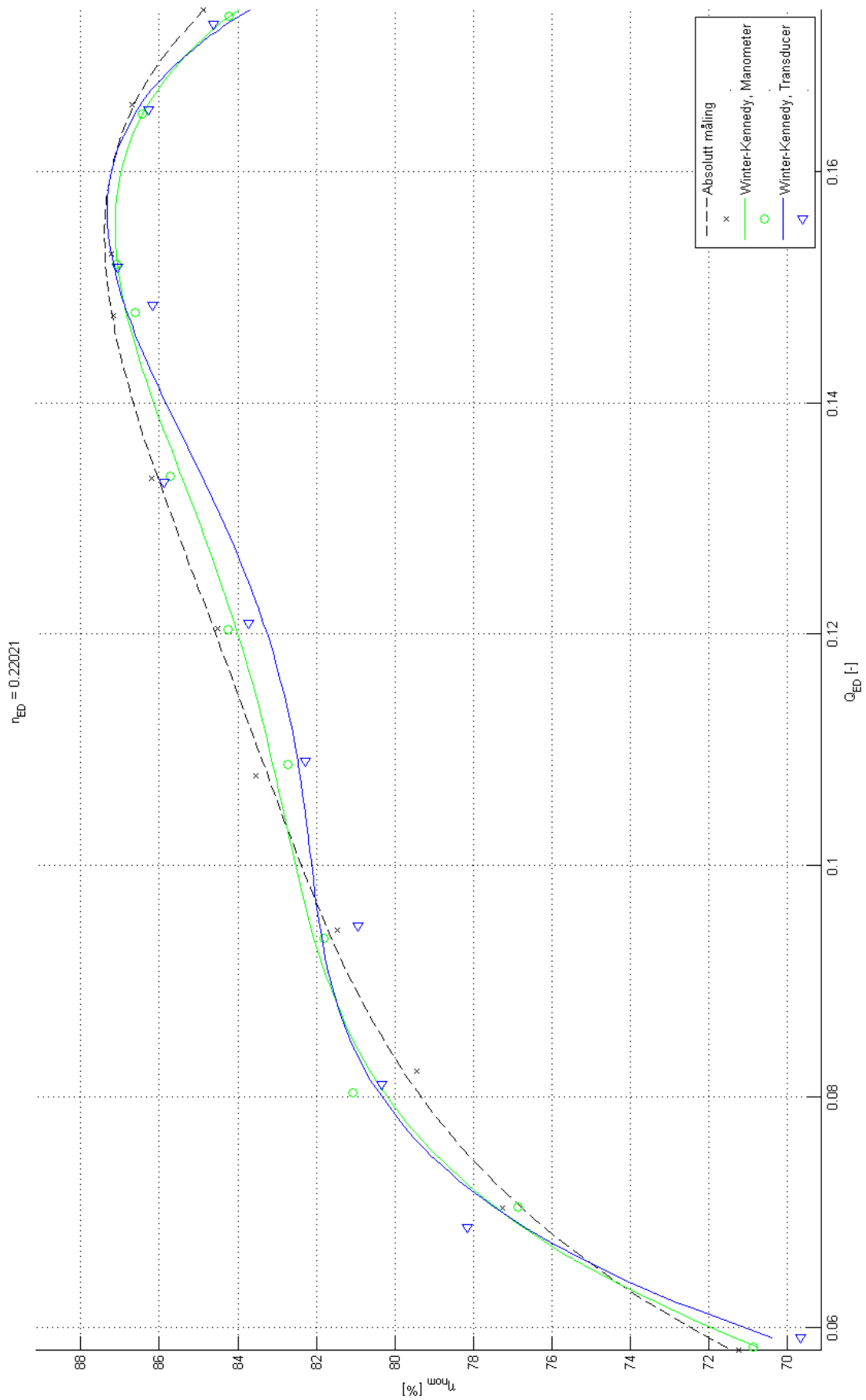
Figur 4-6: Virkningsgradskurve $n_{ED} = 0,18$



Figur 4-7: Virkningsgradskurve $n_{ED} = 0,185$



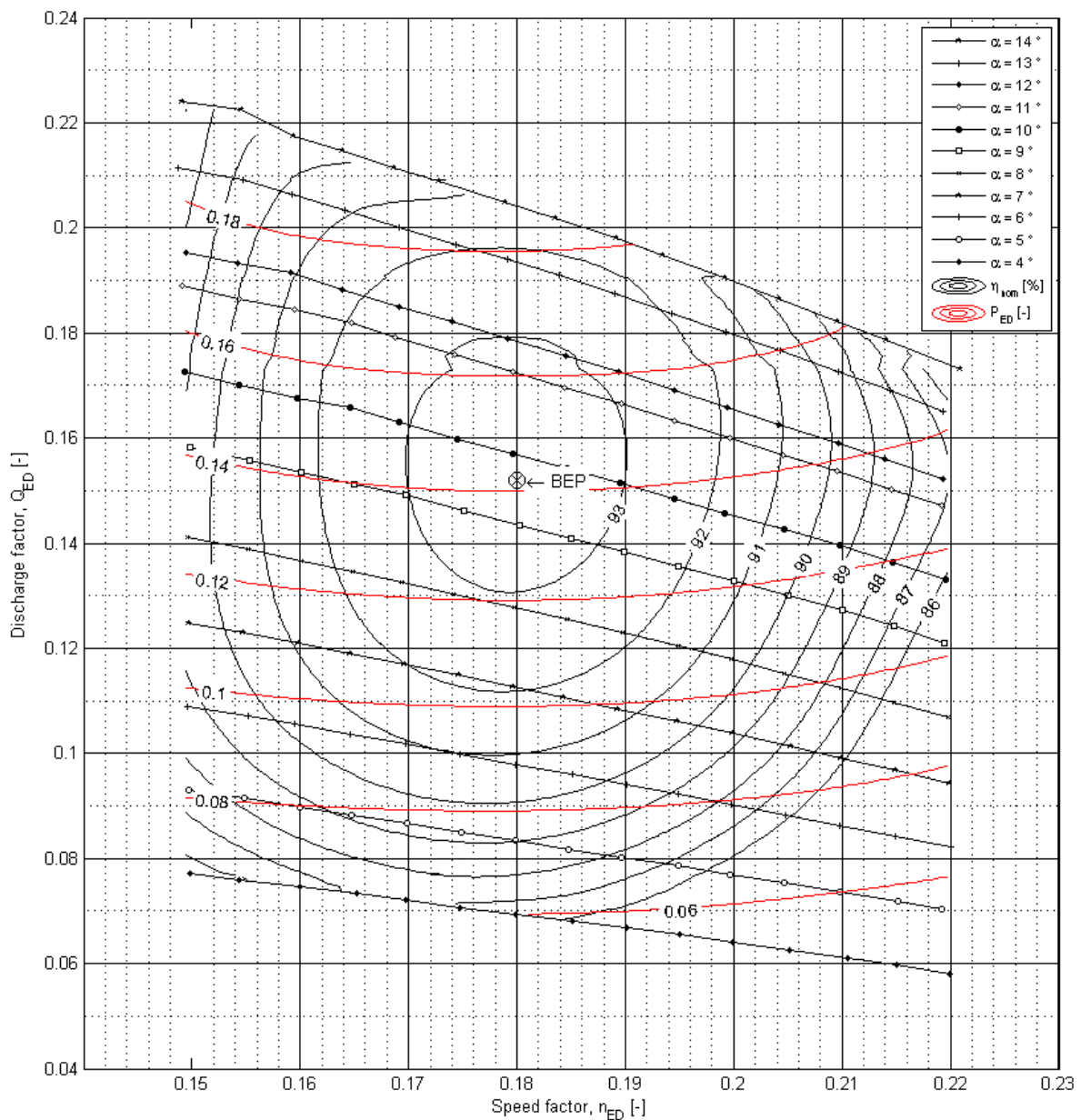
Figur 4-8: Virkningsgradskurve $n_{ED} = 0,19$



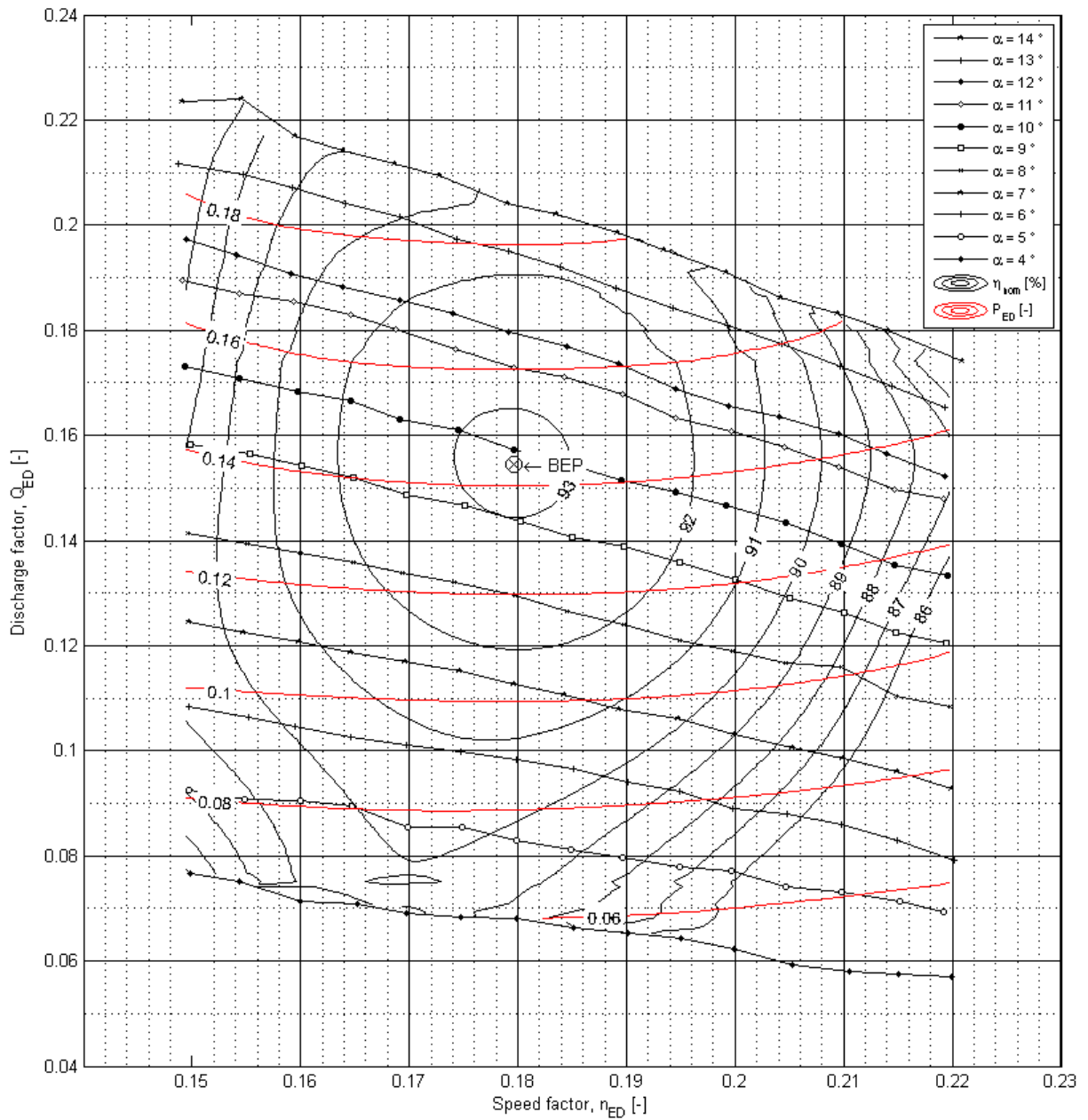
Figur 4-9: Virkningsgradskurve $n_{ED} = 0,22$

4.2.2. Hill-diagram

Figur 4-10 til Figur 4-12 viser de resulterende Hill-diagrammene. For de relative målingene er absolutte verdier funnet vha kalibrering med CFD. Hydraulisk virkningsgrad ved modellens bestpunkt er i en tidligere måling blitt bestemt til 93,54 %. I Figur 4-10 er dette punktet plassert i henhold til denne målingen, mens det i de relative målingene er plassert via maksimalverdiene av virkningsgradskurvene.

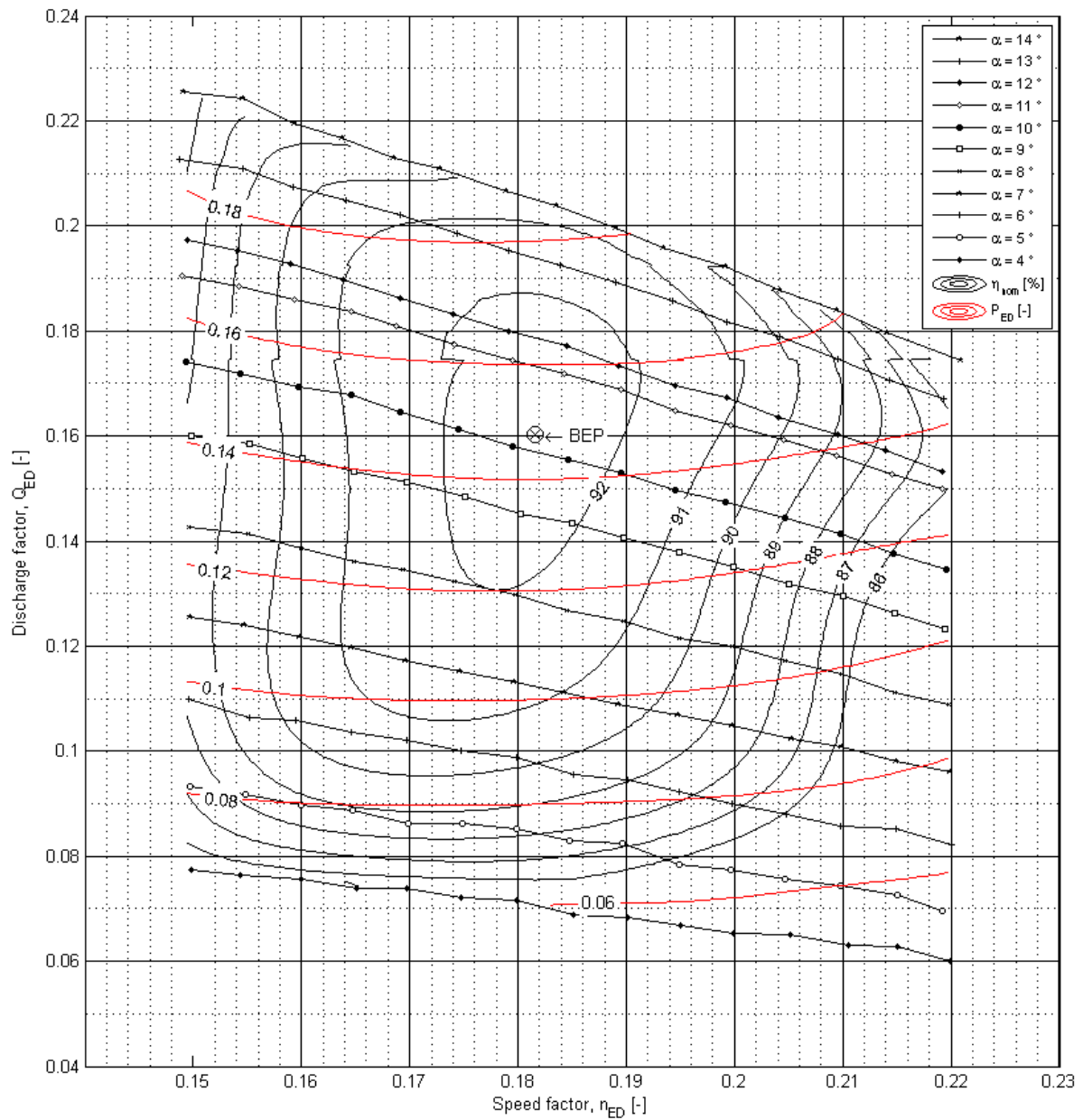


Figur 4-10: Hill-diagram, absolutt måling



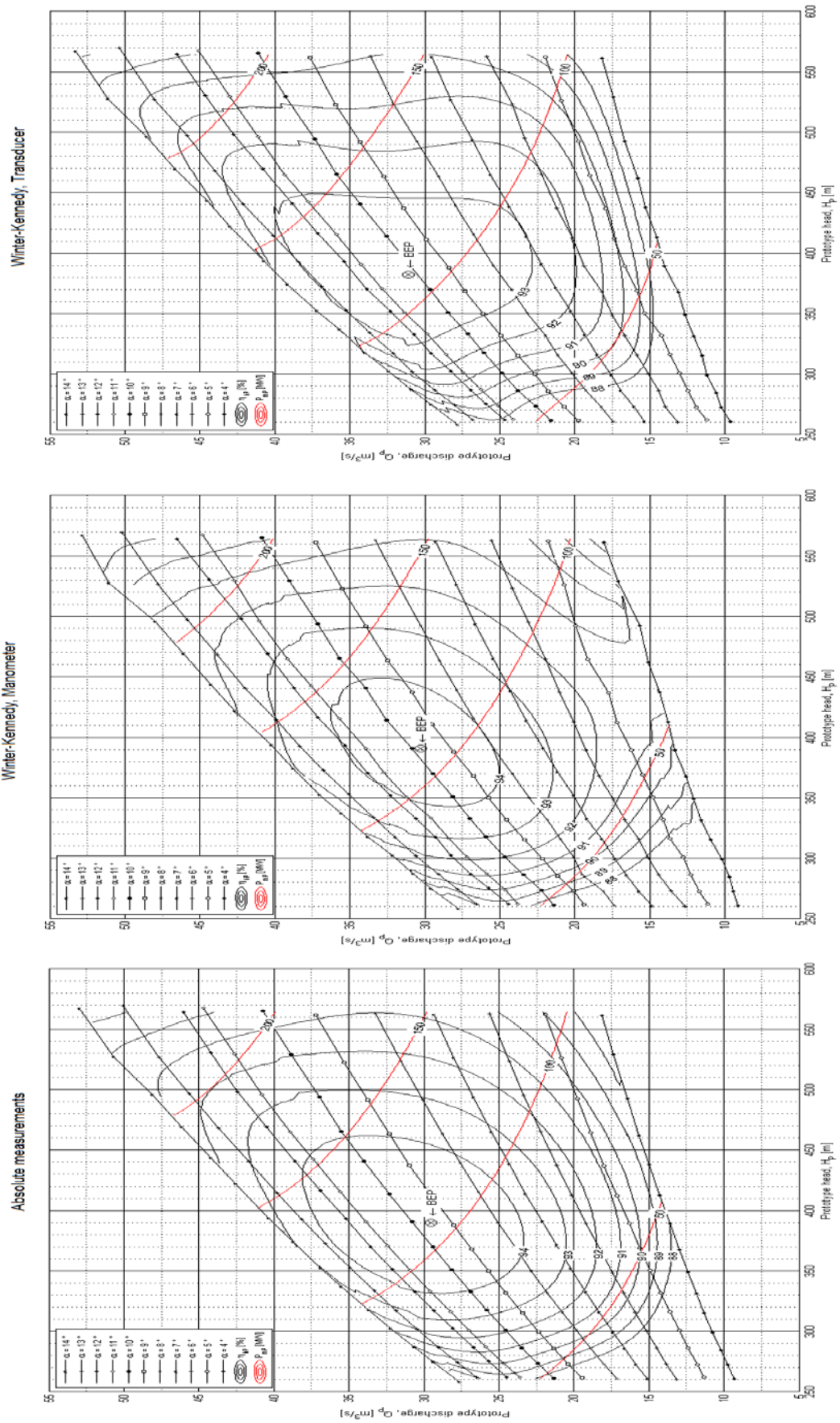
Figur 4-11: Hill-diagram, Winter-Kennedy med vannsøylemanometer, kalibrert med CFD

4. Resultater



Figur 4-12: Hill-diagram, Winter-Kennedy med trykktransducer, kalibrert med CFD.

I Figur 4-13 er Hill-diagrammene blitt oppskalert til prototypen, for alle tre målemetodene som er benyttet.



Figur 4-13: Hill-diagram, prototyp

4.3. CFD

4.3.1. Resultater av CFD-analysene

For å finne et akseptabelt grid ble én volumstrøm simulert med økende antall celler i gridet. Tabell 4-3 viser resultatene av analysene:

Tabell 4-3: Test av grid-sensitivitet ($Q=0,25\text{m}^3/\text{s}$)

Gridelementer	h [Pa]
1 171 932	2379,6
1 245 675	2390,7
1 873 674	2405
2 000 986	2421,5
2 432 309	2428,8

Ekspérimentelt målte volumstrømmer ble så simulert for å se om Winter-Kennedy-målingene lot seg gjenskape her, se Tabell 4-4.

Tabell 4-4: Sammenligning, simulert og målt differansetrykk

Q [m^3/s]	h _{CFD} [Pa]	h _{Vannsgylemanometer} [Pa]	h _{Transducer} [Pa]
0,0991	383,2	371,7	410,0
0,1019	404,7	376,5	446,9
0,1230	589,6	542,8	617,6
0,1455	825,0	831,3	846,1
0,1706	1132,5	1129,6	1136,9
0,2132	1768,5	1761,0	1789,6
0,2334	2118,1	2083,6	2157,9
0,2500	2428,6	2422,1	2458,3
0,2640	2706,4	2714,7	2754,0
0,2835	3118,9	3130,0	3191,6
0,2958	3395,4	3404,3	3466,8
0,3168	3893,0	3937,4	3951,7
0,3277	4165,1	4205,8	4236,3
0,3432	4565,5	4631,2	4663,7
0,3686	5265,2	5252,9	5379,7
0,3746	5435,9	5404,6	5540,5
0,3816	5639,9	5721,7	5739,3

Det ble gjort CFD-analyser med ulike temperaturer (Tabell 4-5) for å finne hvor mye temperaturen påvirker målingene.

Tabell 4-5: Innvirkning av temperatur på simulert differensialtrykk ved $Q=0,25 \text{ m}^3/\text{s}$

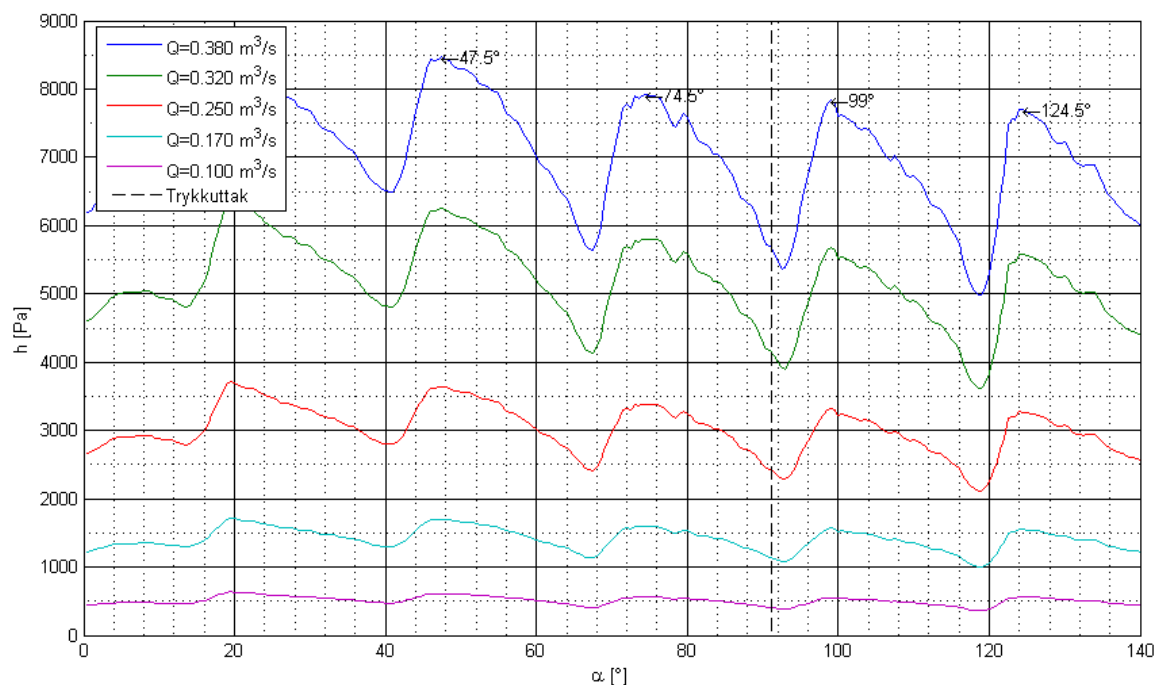
T [°C]	ρ [kg/m ³]	μ [kg/(m·s)]	h [Pa]	Avvik, estimert Q [%]
4	1000,1	$1,561 \cdot 10^{-3}$	2438,3	0,22
8	999,6	$1,388 \cdot 10^{-3}$	2435,3	0,17
17,7*	998,7	$1,070 \cdot 10^{-3}$	2428,6	0,02
25	997,1	$8,959 \cdot 10^{-4}$	2421,2	-0,13

* Kalibreringstemperatur

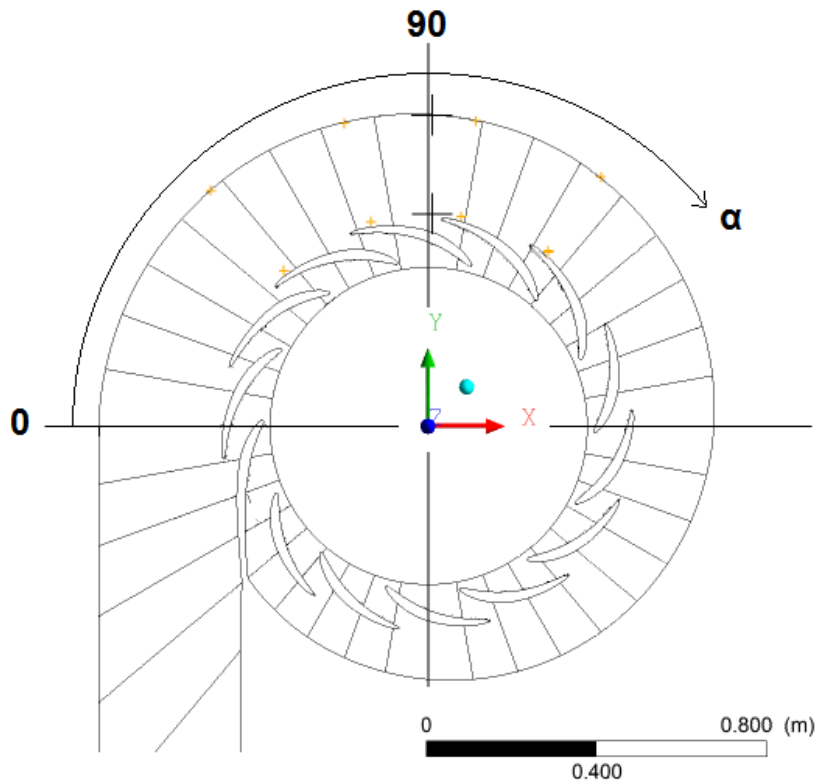
4.3.2. Plassering av trykkuttak for Winter-Kennedy målinger

For å finne optimal plassering av trykkuttakene, ble trykkdifferansen mellom inner- og ytterkant beregnet, ikke bare i det eksperimentelt målte tverrsnittet, men for alle tillatte verdier av vinkel α (i henhold til IEC 41[6]).

Av Figur 4-14 ser man at trykkdifferansen varierer periodisk med stagskovelene og gradvis reduseres når α øker, og forholdet mellom ytre og indre radius minker. I Figur 4-15 er toppene i disse variasjonene angitt i gult og nåværende plasseringer i svart.

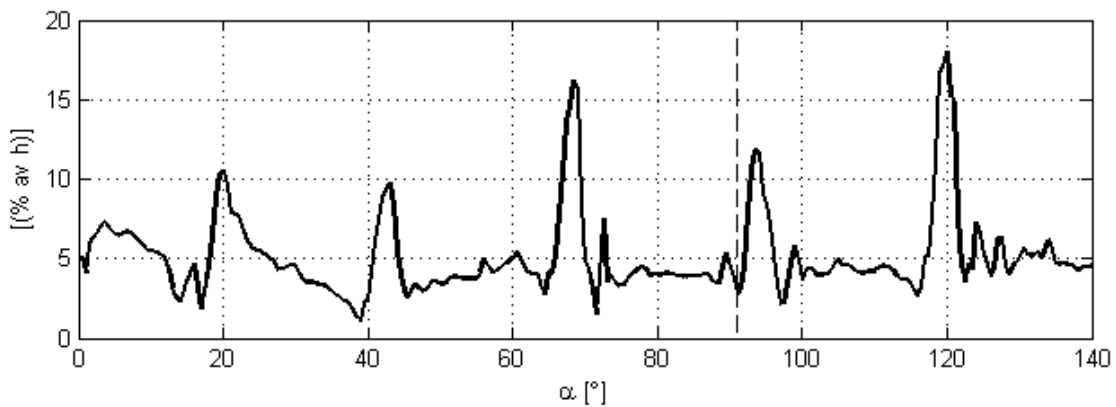


Figur 4-14: Differensialtrykk i spiraltrømme



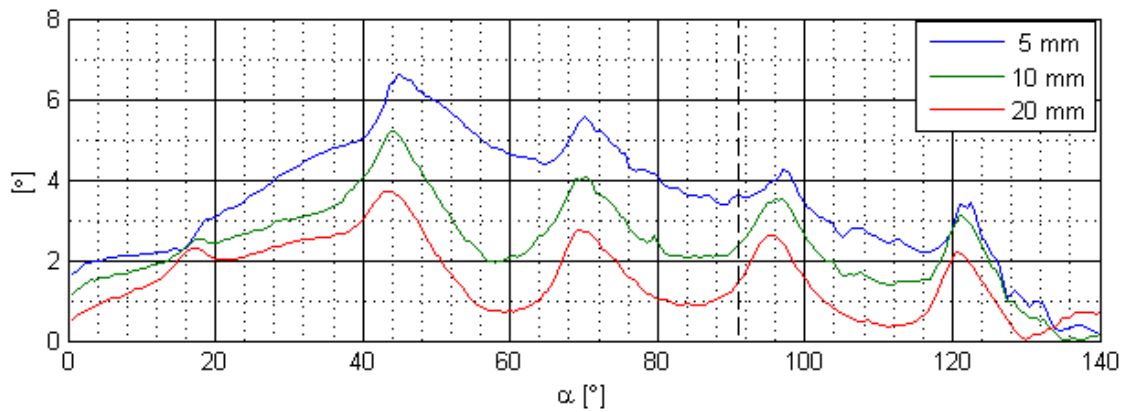
Figur 4-15: Tverrsnitt av spiraltromma, rett ovenfra

For å bedømme kvaliteten på plasseringen er også diverse andre størrelser blitt overvåket. Figur 4-16 viser avviket mellom målt og forventet h ved 1 cm feilplassering av målepunktet i CFD-analysene.



Figur 4-16: Relativ forandring av h pr. cm forflytning av indre trykkuttak

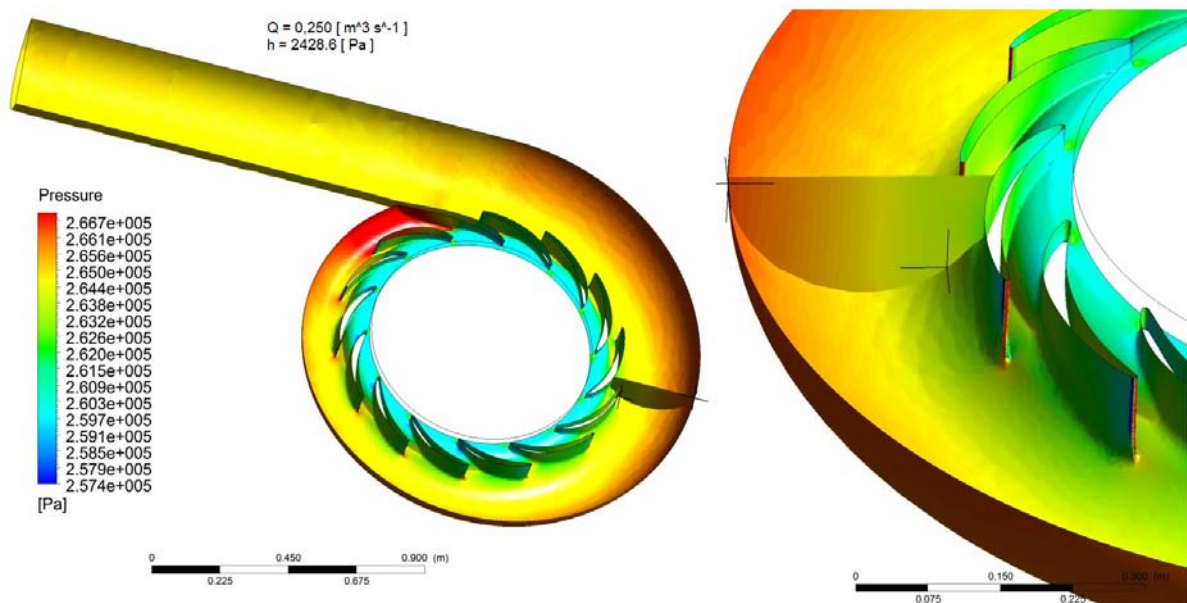
Det borede hullet skal ligge mest mulig i flukt med strømlinjene over[6]. Figur 4-17 viser vinkel mellom strømlinjer og spiraltromme i 5, 10 og 20 mm avstand normalt fra veggen.



Figur 4-17: Vinkel mellom strømlinjer og vegg

4.3.3. Trykkfordeling i spiraltrømme

Absolutt statisk trykk langs hele veggen av er plottet i Figur 4-18 med forstørrelse av måleområdet.



Figur 4-18: Trykkfordeling spiraltrømme

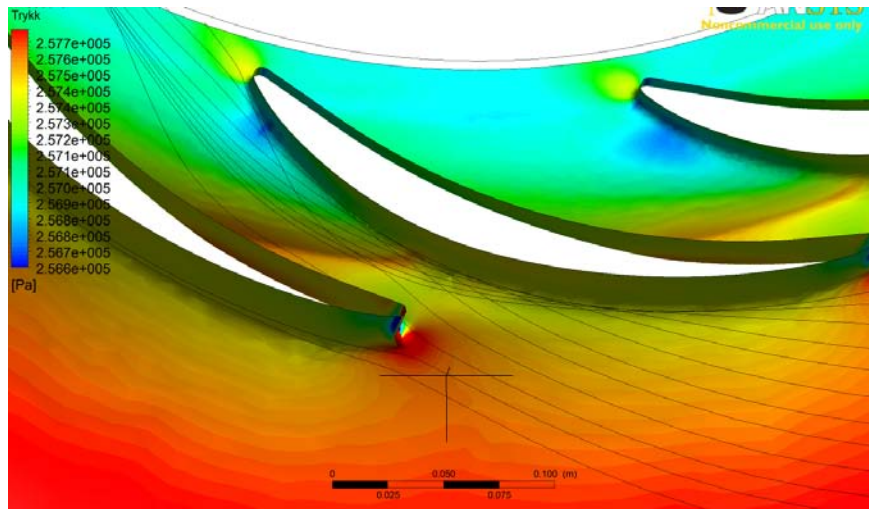
Det ble også gjort analyser av hele spiraltrømme. Det ble ikke observert nevneverdige avvik fra tilsvarende analyser av halve trømme.



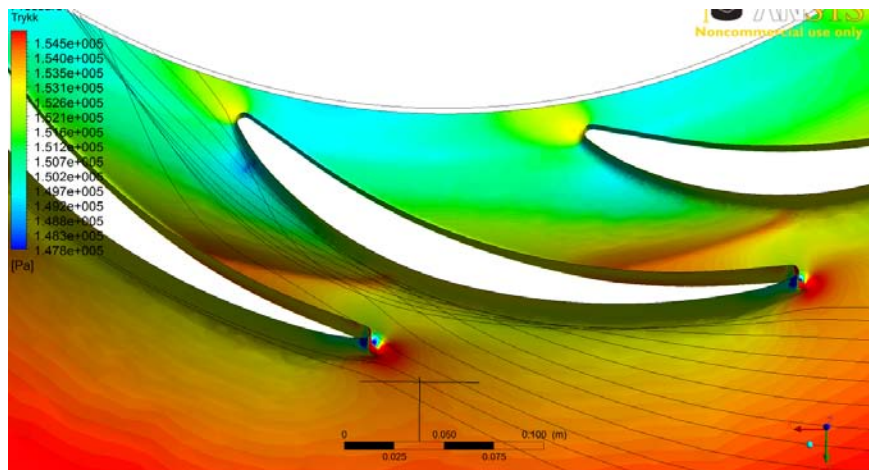
Figur 4-19: Symmetri ved forsøk med hel trømme

4. Resultater

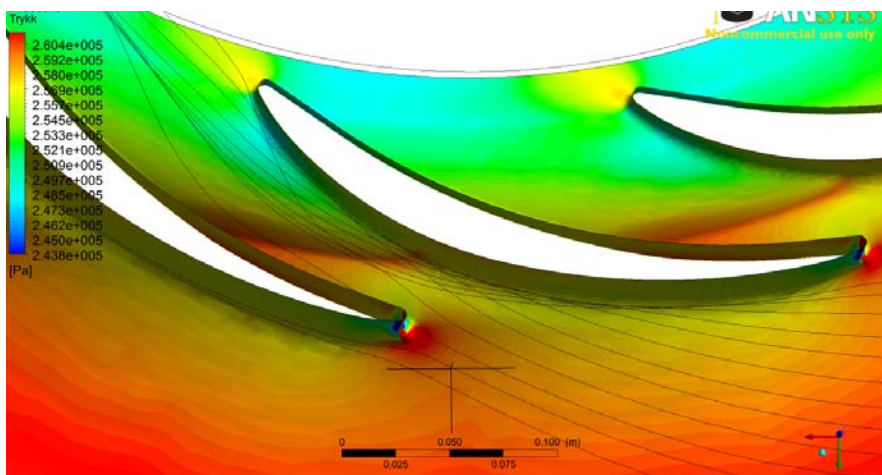
Ved økning av Q øker også h , men Figur 4-20 til Figur 4-22 antyder at strømningsbildet holder seg relativt konstant. De svarte kurvene viser strømlinene 1 cm normalt fra veggen.



Figur 4-20: Trykkplott ved $Q=0,099 \text{ m}^3/\text{s}$



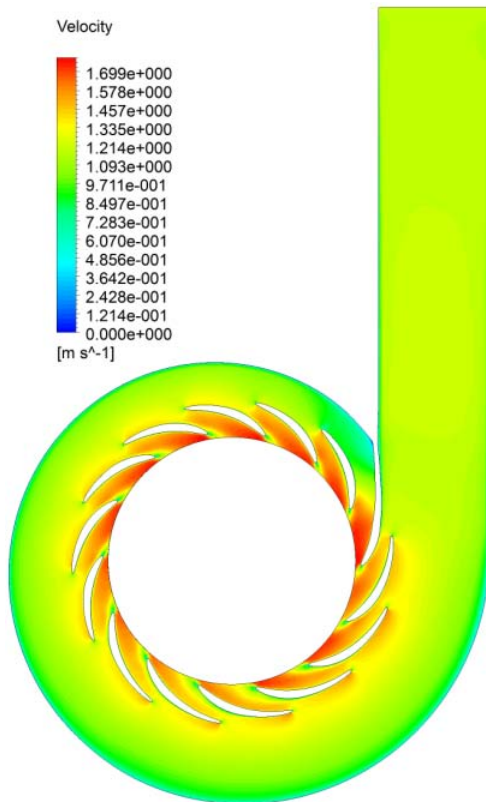
Figur 4-21: Trykkplott ved $Q=0,250 \text{ m}^3/\text{s}$



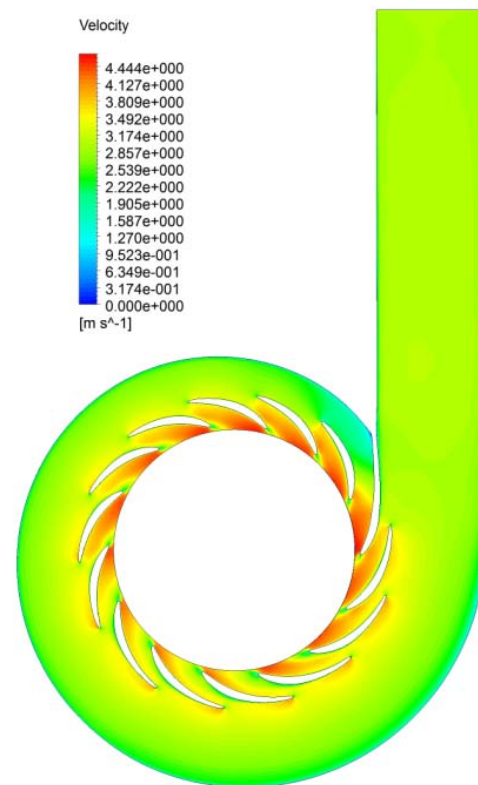
Figur 4-22: Trykkplott ved $Q=0,382 \text{ m}^3/\text{s}$

4.3.4. Hastighet og volumstrøm

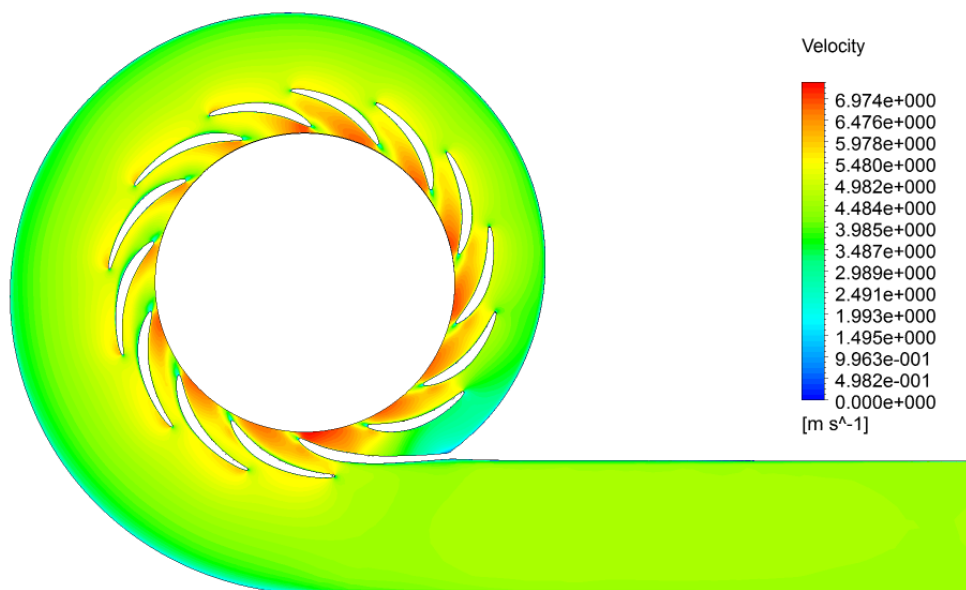
Figur 4-23, Figur 4-24 og Figur 4-25 viser hastigheten i trommas symmetriplan ved ulike volumstrømmer.



Figur 4-23: Hastighet ved $Q=0,099 \text{ m}^3/\text{s}$



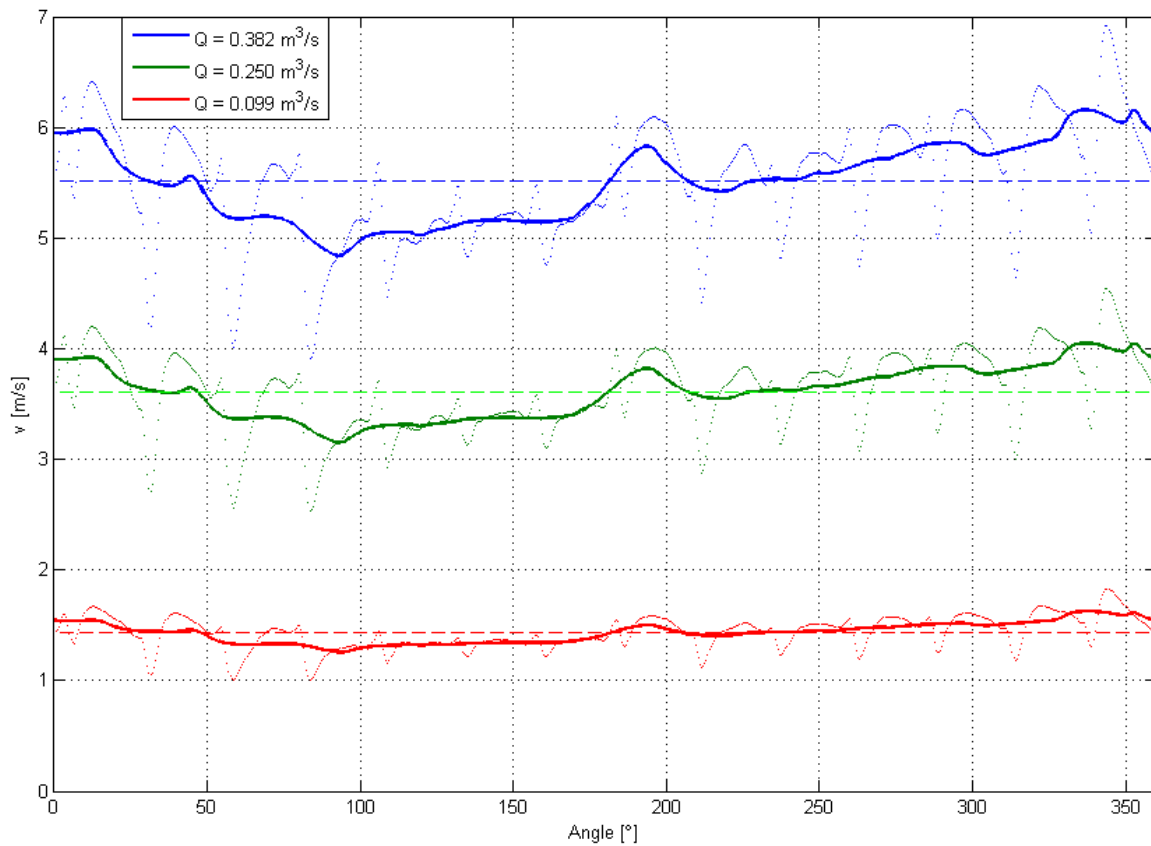
Figur 4-24: Hastighet ved $Q=0,250 \text{ m}^3/\text{s}$



Figur 4-25: Hastighet ved $Q=0,382 \text{ m}^3/\text{s}$

4. Resultater

Ved hjelp av målinger i 5 ulike høyder i utløpet, er gjennomsnittshastigheten normalt ut av tromma beregnet for hele utløpet (Figur 4-26). Punktene markerer verdien i de enkelte vinklene, mens linja er midlet for en hel stagskovl. Stiplet linje angir gjennomsnittet for hele utløpet.



Figur 4-26: Hastighetsfordeling, utløp

5. Diskusjon

5.1. Sammenheng: differensialtrykk - volumstrøm

5.1.1. Eksperimentell kalibrering

Figur 4-1 og Figur 4-2 viser forholdet mellom målt volumstrøm med Winter-Kennedy for hhv manometer og transducer og absolutt måling. For manometeret observeres det at eksperimentell kalibrering passer godt med de laveste trykkmålingene, men forutsier en for lav volumstrøm ved høyere trykk. Dette kan skyldes at relativ måleusikkerhet med vannsøylemanometer er høy ved lave trykkdifferanser, og at dette ved linearisering av funksjonen (C.14) vil gi utslag for hele kalibreringskurven.

Det kan også skyldes at likning (2.18) ikke er dekkende for hele måleområdet. For øvrig ble også Sheldons [13] likning (2.19) forsøkt benyttet, og denne ga et gjennomsnittlig avvik i beregnet volumstrøm på kun 0,51 % mot 0,62 % ved standard kalibrering.

Volumstrømmålingene med transducer ga et gjennomsnittlig avvik på 0,54 %. Ved nærmere studier av Figur 4-2 observeres det at avvikene fra kalibreringskurven ikke er helt tilfeldige, men også ser ut til å bestå av serier med systematiske avvik.

Selv om de tilfeldige avvikene i avlesningen av vannsøylemanometeret var større enn fra transduceren, utjevnes disse til en viss grad ved kurvetilpasning til virkningsgradskurver. Systematiske feil med transduceren ga alvorligere feil som endrer formen på Hill-diagrammet.

Testene i Tabell 4-2, der vinkel på ledeskovlene ble variert, mens volumstrømmen ble holdt konstant på $0,25 \text{ m}^3/\text{s}$, ga ingen entydig sammenheng mellom trykkdifferanse og ledeskovlåpning. Til det var sammenligningsgrunnlaget for lite, men dette ga et godt referansepunkt for sammenligning med CFD-simuleringene.

5.1.2. CFD-kalibrering

Fra Tabell 4-4 ser en at trykkmålingene med vannsøylemanometeret stemte godt overens med det man kunne forvente fra CFD-analysene, med et gjennomsnittlig avvik på 1,65 %. Avviket trekkes opp av enkelte store utslag ved lave volumstrømmer, som enten skyldes relativt store målefeil, eller at CFD-analysene gir en for "perfekt" sammenheng. Ettersom volumstrømmen lot seg forutsi for hele området ved hjelp av (2.19) er det grunn til å tro at det siste er tilfellet.

Ved store volumstrømmer ble volumstrømmen mer presist bestemt med de CFD-kalibrerte verdiene enn med eksperimentelt kalibrerte. Gjennomsnittlig avvik mellom absolutt og relativt beregnet volumstrøm med CFD-kalibrering er omtrent 0,78 %.

Igjen fra Tabell 4-4 ser man at simulert differansetrykk fra CFD-analysene avviker fra transducermålingene med i gjennomsnitt 2,54 %. CFD-simuleringene ga her jevnt over en lavere trykkforskjell enn hva som ble målt med transducer.

5.2. Virkningsgradskurver

5.2.1. Sammenligning med tidligere Hill-diagram

Absolutt måling

Det er tidligere blitt laget Hill-diagram for turbinen. Sammenligner en virkningsgraddiagrammet (Figur 4-10) med dette, ligger målt virkningsgrad jevnt over ca. 0,2 % lavere enn det som er blitt målt tidligere, men formen på diagrammet er svært lik.

Winter-Kennedy, manometer

Også her (Figur 4-11) ble formen på diagrammet bra. Enkelte store variasjoner finnes likevel ved lave volumstrømmer der relativ og absolutt målt volumstrøm avvek betydelig. Toppvirkningsgrad i det utjevnedede diagrammet ble målt til 0,3 % mindre enn for absolutte målinger.

Winter-Kennedy, transducer

Hill-diagrammet basert på transducer-målingene (Figur 4-12) er preget av at avvikene ikke tilfeldige, men varierer for hver måleserie. Dette gir seg utslag som endrer plasseringen av kotene i diagrammet. Beste virkningsgrad ble her målt til å være 1 % mindre enn ved absolutt måling. Dette skyldes konsekvent for høyt målte trykk og påfølgende beregnet volumstrøm.

5.2.2. Forenklinger

Lite avvik skal til på differansetrykket før dette gir betydelige utslag på virkningsgradskurvene. I stedet for å bruke interpolasjon mellom hvert punkt for tegning av Hill-diagram ble derfor verdiene for hvert dimensjonsløse turtall samlet og tilpasset en fjerdegradsfunksjon ved hjelp av minste kvadraters metode.

For å unngå ”svingende koter” i de relative diagrammene, ble det også benyttet polynomfunksjoner framfor interpolasjon i n_{ED} -retning. Dette gjør at en kan miste enkelte detaljer, men ga totalt sett et mer realistisk virkningsgradsdiagram.

5.3. Observasjoner

5.3.1. Eksperimentelt

Fluktuasjoner

Differansetrykket var ikke konstant under noen av målingene. Fluktuasjonene øker likevel markant når volumstrømmen nærmer seg $0,15 \text{ m}^3/\text{s}$. Dette bekreftes av optiske observasjoner av vannsøylemanometeret. Ettersom volumstrømmen heller ikke var konstant kunne man forvente noe fluktuasjoner, men i langt mindre grad enn det som ble observert.

Tekniske problemer

Differensialtrykktransducere viste tegn på å være utsatt for hysteres. Dette reduserer kvaliteten på virkningsgradskruvene i større grad enn unøyaktigheten på avlesningen av vannsøylemanometeret. Transducere har et måleområde opp til 5 bar, mens trykkene som her ble målt varierte fra 0,004 til 0,05 bar. Det kunne trolig med fordel vært benyttet mer følsomt utstyr.

5.3.2. Observasjoner fra CFD-analysene

Plassering av trykkuttak

Trykkuttakene til Winter-Kennedy-målingene er ikke optimalt plassert. Større trykkforskjeller kan oppnås ved å legge indre trykkuttak midt i strømlinjene. En fordel med nåværende plassering er at trykkgradienten er relativt liten, og dermed er CFD-analysene mindre sensitive for feilplassering. Det bør likevel søkes å oppnå størst mulig trykkforskjell ved å finne toppene i Figur 4-14. En annen plassering ville på den annen side betydd ekstra utfordringer med tanke på å bore i bestemte vinkler inn i spiralrommet.

Temperaturavhengighet

Differensialtrykket viste seg som ventet å være svakt temperaturavhengig. Forskjellen i målt volumstrøm var ca 0,2 % mellom 4 og 18 °C, hvilket representerer realistiske temperaturvariasjoner i felt. Det meste av økningen skyldtes økt viskositet, hvilket stemmer

med antagelsen om at når grensesjiktet blir større, må hastighetene fjernt fra veggen øke for å transportere samme volumstrøm.

Hastighetsprofil

Hastighetsprofilen i utløpet av spiraltromma ser ikke ut til å være optimal. Fra Figur 4-26 observeres det at hastigheten øker utover i tromma. Ser man på gjennomsnittet over hele stagskovler, er volumstrømmen ved $\alpha=0^\circ$ og $\alpha=360^\circ$ er omtrent 10 % høyere enn gjennomsnittet, mens volumstrømmen ved $\alpha=100^\circ$ ligger 10 % under gjennomsnittet. Det betyr at volumstrømmen inn på turbinen ikke er jevnt fordelt, hvilket kan ha en uheldig effekt på virkningsgraden.

5.4. Nøyaktighet av CFD-simuleringene

5.4.1. Modell

Halv spiraltromme

Det ble gjort forsøk med både halv og hel tromme. Med et meget grovt grid ble det observert uoverensstemmelser i løsningene, men disse gikk mot null når gridet ble gjort mer finmasket. Ved å kun simulere halve tromma halveres dermed antall elementer og regnetiden reduseres. Dette var mulig da geometrien i forkant av innløpet er horisontal og svært regelmessig.

Forlengt innløpsrør

Forlengelsen av innløpsrøret førte til en liten reduksjon av trykkforskjellen. Forlengelsen ble beholdt da den bidro til en noe mer realistisk hastighetsprofil inn i selve tromma.

Forlengt utløp

Dette ble gjort for at ikke CFX skulle behøve å sette opp ”vegger” for å hindre tilbakestrømning. En annen løsning kunne vært å definere utløpet som åpning i stedet for utløp.

Plassering av trykkuttakene

Uttak for trykkmåling på lavtrykkside ligger i et område med store trykk- og hastighetsgradienter. Simuleringene viste at 1 cm feil plassering vil gi ca. 2 % avvik i differansetrykket, hvilket vil antyde en volumstrøm og virkningsgrad som er ca. 1 % høyere/lavere enn riktig.

Virtual healing

For i det hele tatt å kunne lage et grid var det nødvendig og forenkle modellen ved å slå sammen små overflater. Dermed unngås små vinkler mellom naboceller og løsningen vil konvergere bedre.

5.4.2. Grid

Det var ikke mulig å få løsningen 100 % uavhengig av gridet (se Tabell 4-3). Forskjellene ble likevel små, og løsningene varierte svært lite ved økning av antall gridelementer.

y^+ er lagt mellom 20 og 300 i hele spiralrommet. Dette innebærer at bruk av CFXs veggfunksjoner står for beregning av strømmingen i grensesjiktene. Det ble forsøkt med å kjøre grid med y^+ ned mot 1, men dette medførte at løsningen ikke konvergete. Dette kan skyldes at gridet er dårlig, eller at det er såpass finmasket at det fanger opp transiente effekter som finner sted i strømningsvolumet. En simulering med lavere y^+ ville muligens bedre kunne fange opp uregelmessigheter i sammenhengen, trykk – volumstrøm.

5.4.3. Grensebetingelser

Det var ikke uvesentlig om massestrømmen ble definert på innløp eller utløp. Defineres massestrømmen i på innløpet, vil hastigheten på inngangen av modellen være konstant for hele overflaten. Ved å definere massestrømmen i utløpet og statisk trykk på innløp, med nullgradient på både hastighet og turbulens ble grensesjiktet delvis definert oppstrøms, og hastighetene i stor avstand fra veggen økte. Ved gjennomgang av likning (2.15) ser man at dette også vil resultere i et høyere differensialtrykk. Etersom det var blitt lagt til en ekstra forlengelse av røret før innløpet, ble resultatene ved å definere massestrøm på innløpet ansett for å være mer realistiske.

Tegningene av spiralrommet angir en ruhet på $0,8 \mu\text{m}$, hvilket, med en rørdiameter på $0,35 \text{ m}$, normalt kan neglisjeres.[15] Verdien ble likevel brukt i simuleringene, men ga en ubetydelig økning i differensialtrykket i forhold til simuleringer med jevn overflate.

5.4.4. Turbulensmodell

I tillegg til SST-modellen, ble $k-\epsilon$ -modellen forsøkt for å etterprøve resultatene. Differansen mellom resultatene fra de to modellene varierte fra 0 – 0,2 %.

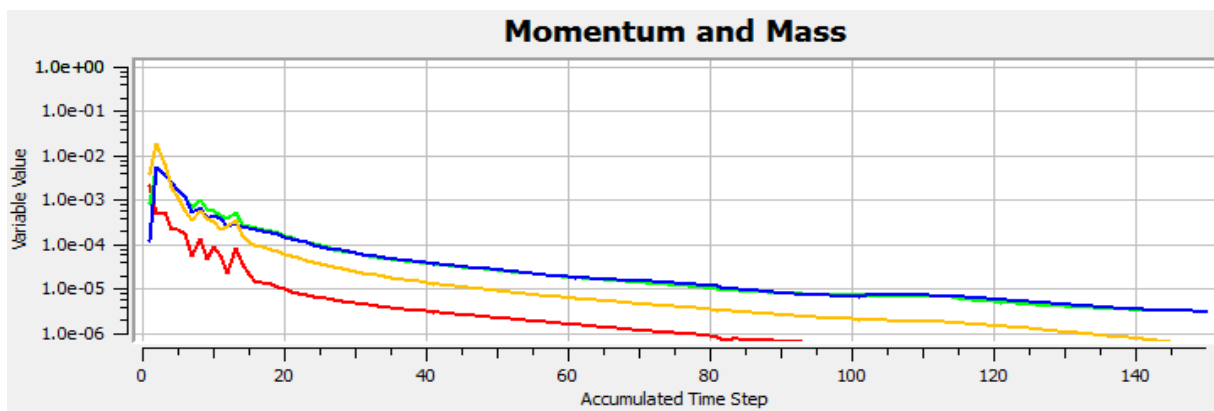
5.4.5. Stasjonær/transient strømning

Laboratoriemålingene viste et differansetrykk som ikke var tidskonstant. Denne tidsustabiliteten kan stamme fra pulsasjoner som har sitt opphav utenfor CFD-modellen for eksempel mellom løpehjul og ledeskovler eller i sugerøret. Det kan også skyldes turbulente effekter i nærheten av trykkuttak.

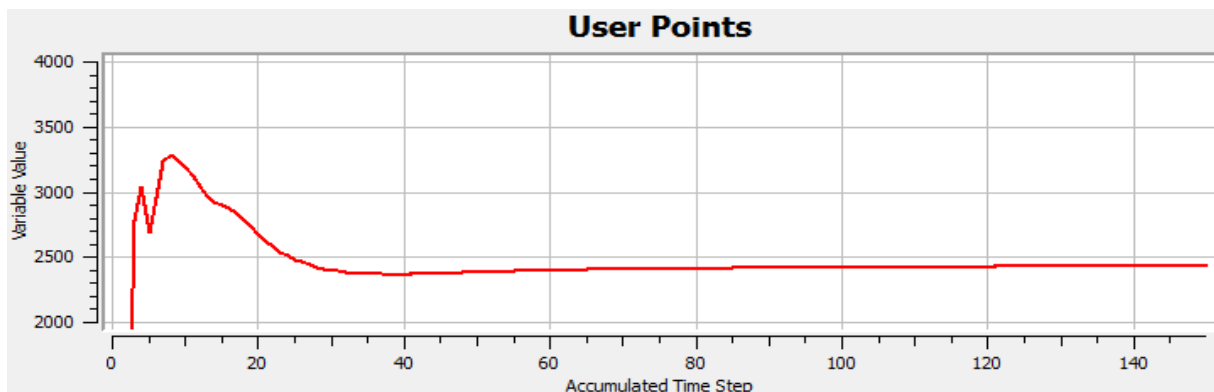
Ved simulering med særlig fint grid fikk løsningen problemer med å konvergere. Residualene viste da en periodisk svingende variasjon. Tidsskrittet ble endret, og dette hadde ingen effekt på perioden til svingningene. Dette tyder på at svingningene skyldes virkelige transiente fenomener.[14]

5.4.6. Konvergenzkriterium

Ved bruk av overvåkningspunkter i CFX var det mulig å se hvordan differansetrykket endret seg når løsningen konvergente. Disse punktene viste klart at et konvergenzkriterium på 10^{-4} var for høyt. Med et kriterium på 10^{-5} hadde derimot differansetrykket stabilisert seg. Trykket trengte vanligvis rundt 100 iterasjoner for å konvergere, avhengig av tidsskalaen som blir benyttet og startbetingelsene.



Figur 5-1: RMS-residualer for hastighet og trykk



Figur 5-2: Overvåkning av simulert differensialtrykk

5.5. Usikkerhet

Tilfeldig usikkerhet i relativt målte volumstrømmer ble beregnet i forhold til absolutt målt volumstrøm etter (C.26). Tilfeldig usikkerhet i de eksperimentelt kalibrerte Winter-Kennedy-volumstrømsmålingene med vannsøylemanometer var ca. 1,84 %. Tilsvarende tall for transducer var 1,56 %.

Når absolutte verdier utledes fra Winter-Kennedy-målinger, blir den totale usikkerheten av kalibreringen lik den systematiske usikkerheten i de absolutte målingene. [6]

Denne ble funnet å være omtrent 0,1 % (se vedlegg B.1)

Dette gir etter (C.11) en total usikkerhet på 1,84 % for Winter-Kennedy-målingene med vannsøylemanometer og 1,56 % med transducer.

5.6. Videre arbeid

Simulerte differensialtrykk med CFD ga et gjennomsnittlig et avvik på $\pm 1,65$ % i forhold til primære målinger. Dette kan med fordel reduseres. Det er ikke umulig at ledeskovelene har innvirkning på strømningsbildet i tromma, derfor kan disse inkluderes i en fremtidig modell.

Det ble observert en klar økning i fluktuasjonsamplituden på trykkmålingene ved volumstrømmer over ca. 120 l/s. Det kan være interessant å kjøre transiente simuleringer med et finmasket grid som fanger opp eventuelle virvler. Trykket ble i dette forsøket ble kjørt med loggefrequens på 1 pr s. Høyere loggefrequens vil kunne fortelle mer om svingningene og hvorfor de oppstår.

Det er mulig å flytte plasseringen av trykkuttakene, eventuelt supplere med et ekstra par. En gunstig plassering antas å være ved ca. $74,5^\circ$ eller 99° , der en vil kunne få ca 40 % større differensialtrykk, selv om boring i riktig vinkel inn i tromma ved disse vinklene kan være utfordrende.

Bruk av polynomer med minste kvadraters metode, er et bra verktøy til å lage virkningsgradskurver med Winter-Kennedy da tilfeldige avvik gir mindre utslag på endelig diagram. For å bedre disse kurvene kan det være aktuelt å gjøre flere målinger for hver n_{ED} , for eksempel gjøre målinger med differanse for ledeskovlvinklene på en halv grad istedenfor 1.

Metodene som her er beskrevet er laget med tanke på virkelige anlegg. Det vil derfor være av stor interesse å teste disse ut i felt på et lavtrykks vannkraftverk.

6. Konklusjon

CFD-simuleringer viste seg å være et godt verktøy for å bestemme virkelig volumstrøm fra Winter-Kennedy-målinger.

CFD-kalibrerte Winter-Kennedy-målinger med vannsøylemanometer forutsa volumstrømmen med et gjennomsnittlig avvik på 0,78 %, mot 0,62 % for de eksperimentelt kalibrerte verdiene. Eksperimentell kalibrering ga de minste avvikene ved lave volumstrømmer, mens CFD-kalibrering resulterte i mindre avvik ved høye volumstrømmer.

CFD-analysene klarte ikke å fange opp tilfeldige avvik i differensialtrykk målt eksperimentelt.

Absolutt måling ga en virkningsgrad som er 0,2 % lavere enn hva som tidligere er målt.

Relative målinger ved hjelp av vannsøylemanometer og CFD ga et Hill-diagram med tilnærmet samme form, men 0,3 % lavere toppvirkningsgrad enn de absolutte målingene.

7. Referanser

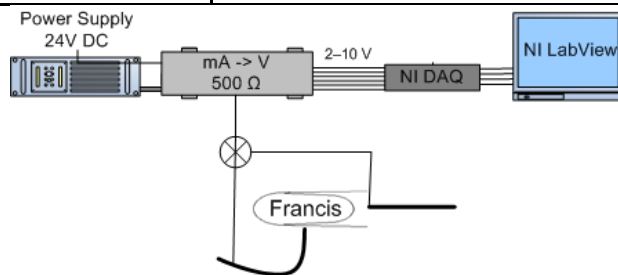
- [1] Ireal. A. Winter, "Improved type of flow meter for hydraulic turbines," 1933.
- [2] Berhanu Mulu Geberkiden and Michel Cervantes, "Effects on inlet boundary conditions on spiral casing simulation," 2007.
- [3] Jonathan Nicolle and Gilles Proulx, "A new method for continuous efficiency measurement for hydro turbines," 2010.
- [4] Håkon Hjort Francke, "Virkningsgradsmålinger på lavtrykks Francisturbiner," 2006.
- [5] Leif Ragnar Rundquist Parr, "Efficiency measurement at Vessingfoss power station," NTNU, 2007.
- [6] IEC 60041, "International code for the field acceptance tests to determine the hydraulic performance of hydraulic turbines, pumps and pump-turbines," 3rd edition, 1991.
- [7] IEC 60193, *Hydraulic turbines, storage pumps and pump turbines - Model acceptance tests*, 2nd ed., 1999.
- [8] Frank M. White, "Fluid Mechanics," 2008.
- [9] Hermod Brekke, *Pumper & Turbiner.*: Vannkraftlaboratoriet, NTNU, 2003.
- [10] L. H. Sheldon, "Field testing and optimising efficiency of hydro turbines," *Water Power & Dam Construction*, 1982.
- [11] Arne Kjølle, "Hydraulisk måleteknikk," 2003.
- [12] L. H. Sheldon, "Modern errors in Winter-Kennedy piezometers," 1998.
- [13] L. H. Sheldon. (2010, July) [www.HydroWorld.com](http://www.hydroworld.com). [Online].
<http://www.hydroworld.com/index/display/article-display/7386625239/articles/hydro-review/volume-29/issue-5/articles/efficiency-testing.html>
- [14] ANSYS, Inc., *ANSYS CFX Manuals*, 120th ed., 2009.
- [15] Frank M. White, *Viscous Fluid Flow.*, 2006.
- [16] R. E. Walpole, R. H. Myers, and S. L. Myers, *Probability and statistics*, 6th ed.: Prentice Hall, 1998.

Vedlegg A. Instrumentering

A.1. Differensialtrykk, Δp

Tabell A-1: Data, differensialtrykkmåler

Type	Differensialtrykktransducer
Instrument	Fuji Electric FHCW36WI
Reg. nr	4536-2
Motstand	Type Econsistor 8E16 500 Ohm
Kraftforsyning	Ekstern 24 V
Datafangst	National Instruments data acquisition unit

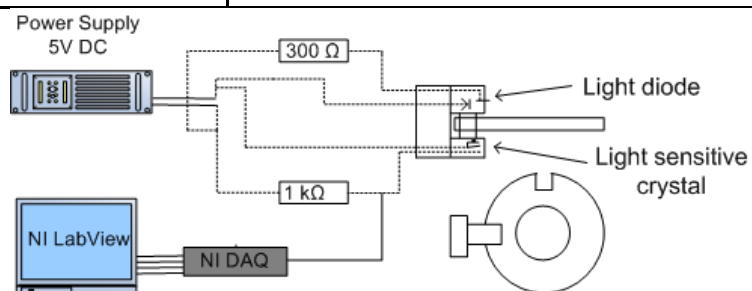


Figur A-1: Differensialtrykkmåling

A.2. Turtall, n

Tabell A-2: Data, turtallsmåler

Type	Fotocelle
Instrument	OPB 960T51 optical fork
Reg. nr	4431-1
Signalforsterker	Intern
Kraftforsyning	5 V
Datafangst	National Instruments data acquisition unit

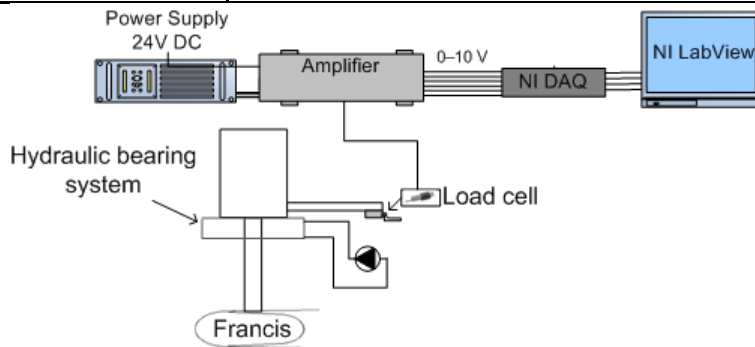


Figur A-2: Turtallsmåling

A.3. Generatormoment, T

Tabell A-3: Data, generatormomentmåler

Type	Lastcelle med hydraulisk lager
Instrument	Hottinger Z6FC3
Reg. nr	4331-5
Signalforsterker	Hottinger MVD2630A
Kraftforsyning	Ekstern 24 V
Datafangst	National Instruments data acquisition unit

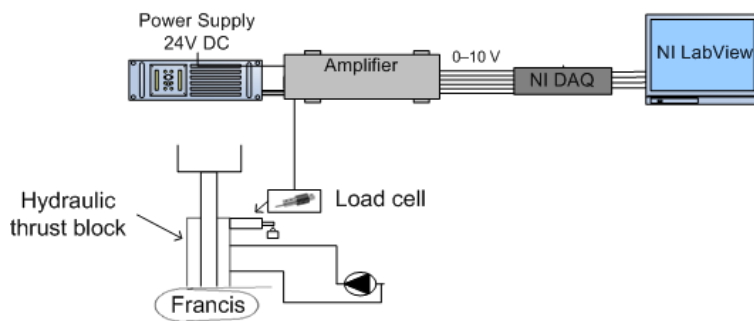


Figur A-3: Generatormomentmåling

A.4. Friksjonsmoment, T_{Lm}

Tabell A-4: Data, friksjonsmomentmåler

Type	Lastcelle med hydraulisk thrust block
Instrument	Hottinger Z6FC3
Reg. nr	4331-1
Signalforsterker	Hottinger ME30
Kraftforsyning	Ekstern 24 V
Datafangst	National Instruments data acquisition unit



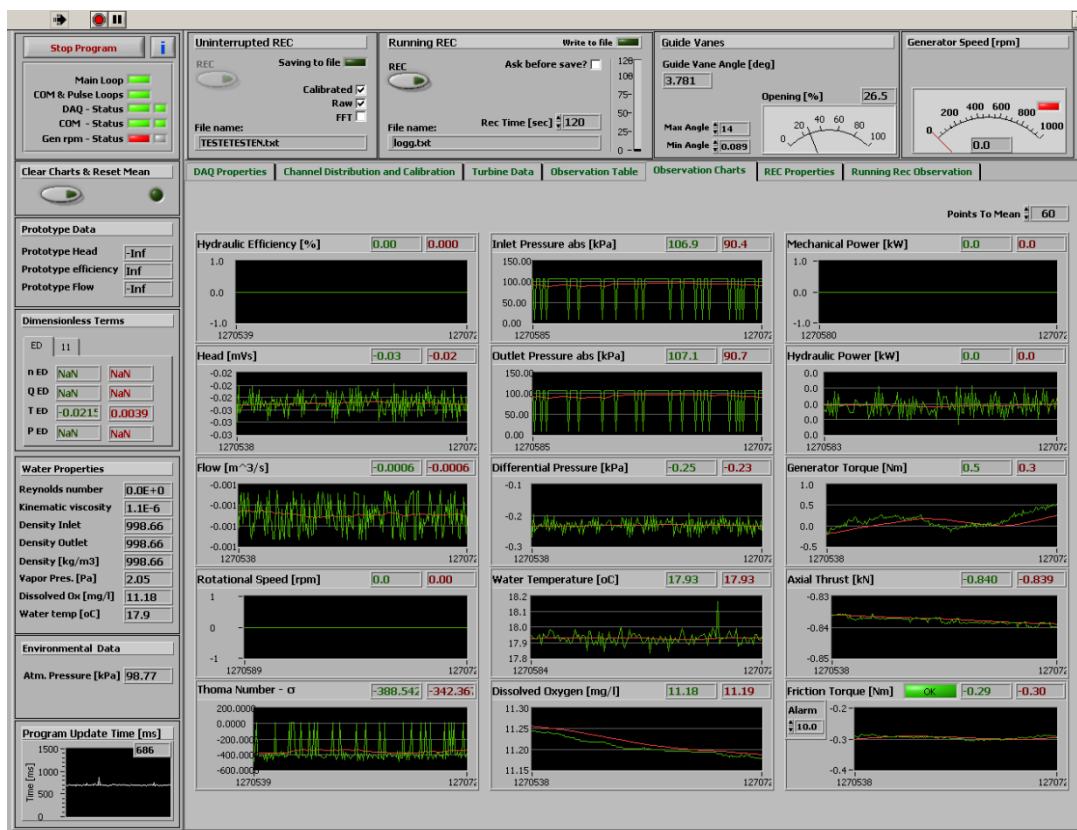
Figur A-4: Friksjonsmomentmåling

A.5. Innløpstrykk, temperatur og atmosfæretrykk

Tabell A-5: Måleutstyr: p_1 , θ og p_{amb}

Størrelse	Symbol	Type	Instrument	Reg. nr.
Innløpstrykk	p_1	Differensialtrykk-transducer	Fuji Electric FHCW36WI-AKCAI	4536-4
Vanntemperatur	θ	Probe	PT 100	4514-3
Atmosfæretrykk	p_{amb}	Digitalt barometer	Vaisala PTB220	4541-1

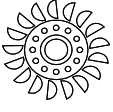

A.6. LabView



Figur A-5: Skjerm bilde, LabView loggeprogram

Vedlegg B. Kalibrering

B.1. Volumstrømsmåler

 	WATERPOWER LABORATORY NTNU	Date: 30.09.10
	Calibration Sheet	Sign operator: Øyvind Andresen
	Calibration of flow meter	Approved:

Calibrator: Weighing tank system Hottinger RTNC	Unit: Flowmeter, reg. nr. 4624-4
--	----------------------------------

Calibration constants for weighing tank correction	a ₁	1,79E-22
	a ₂	-4,71E-17
	a ₃	4,39E-12
	a ₄	-1,58E-07
	a ₅	1,00E+00

Corrected weight is calculated from formula where parameters a, b, c, d and e is achieved through substitution calibration.

$$W = a \cdot \frac{mW^5}{5} + b \cdot \frac{mW^4}{4} + c \cdot \frac{mW^3}{3} + d \cdot \frac{mW^2}{2} + e \cdot mW$$

Density of water is calculated from formula

$$\rho_m = \frac{1000}{(1 - 4,6699 \cdot 10^{-10} \cdot p_{abs}) + 8 \cdot 10^{-6} \cdot (\theta - 4 + 2,1318913 \cdot 10^{-7} \cdot p_{abs})^2 - 6 \cdot 10^{-8} \cdot (\theta - 4 + 2,1318913 \cdot 10^{-7} \cdot p_{abs})^3}$$

Density of air is calculated from formula

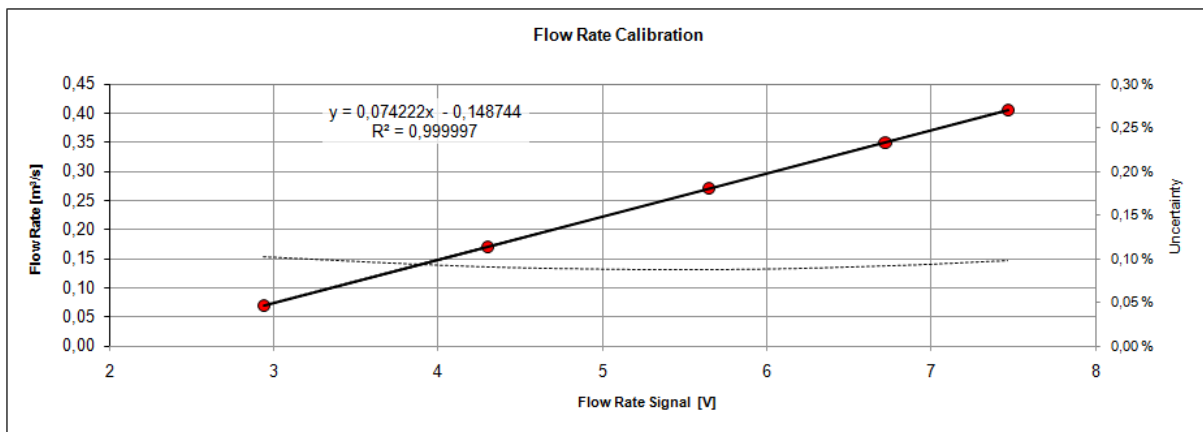
$$\rho_a = \frac{(p_{abs} \cdot 3,4837 \cdot 10^3)}{(273,15 + \theta)}$$

Discharge is found from formula

$$Q = \frac{W_2 - W_1}{\rho_m \cdot t \cdot \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_m}\right)}$$

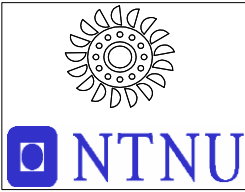
	Manual Observation before	Manual Observation after	Manual Observation	Voltage signal	Time	Ambient pressure	Water temp	Air temp	Density of water	Density of air
Test nr.:	Weight	Weight	Q	U	t	P _{amb}	T _w	T _A	R	r
	[kg]	[kg]	[m ³ /s]	[V]	[s]	[kPa]	[°C]	[°C]	[kg/m ³]	[kg/m ³]
1	23198,2	31548,9	0,07	2,940452	120,099	101,54	17,49	20,06	998,7351	1,2073
2	31548,9	51996,2	0,17	4,301906	120,097	101,58	17,52	20,12	998,7296	1,2075
3	23972,8	56405,8	0,27	5,645877	120,098	101,52	17,58	20,15	998,7186	1,2066
4	23001	64952,7	0,35	6,720309	120,097	101,27	17,69	19,87	998,6981	1,2048
5	24993,9	73664,9	0,404	7,467898	120,097	101,24	17,82	20,29	998,6740	1,2027

	Calculated value before	Calculated value after	Differential weight	Differential volume	Calculated Flow Rate	Estimate	Deviation
Test nr.:	Weight	Weight	Weight	Volume	Q	Q	
	[kg]	[kg]	[kg]	[m ³]	[m ³ /s]	[m ³ /s]	[%]
1	23180,8	31519,4	8338,6	8,35923	0,06960	0,06950	-0,146
2	31519,4	51938,8	20419,4	20,47012	0,17045	0,17055	0,061
3	23954,3	56343,2	32388,9	32,46972	0,27036	0,27030	-0,021
4	22983,9	64881,2	41897,3	42,00256	0,34974	0,35005	0,089
5	24974,0	73585,2	48611,2	48,73448	0,40579	0,40554	-0,063



Calibration constants	C ₀	-0,1487438
		C ₁

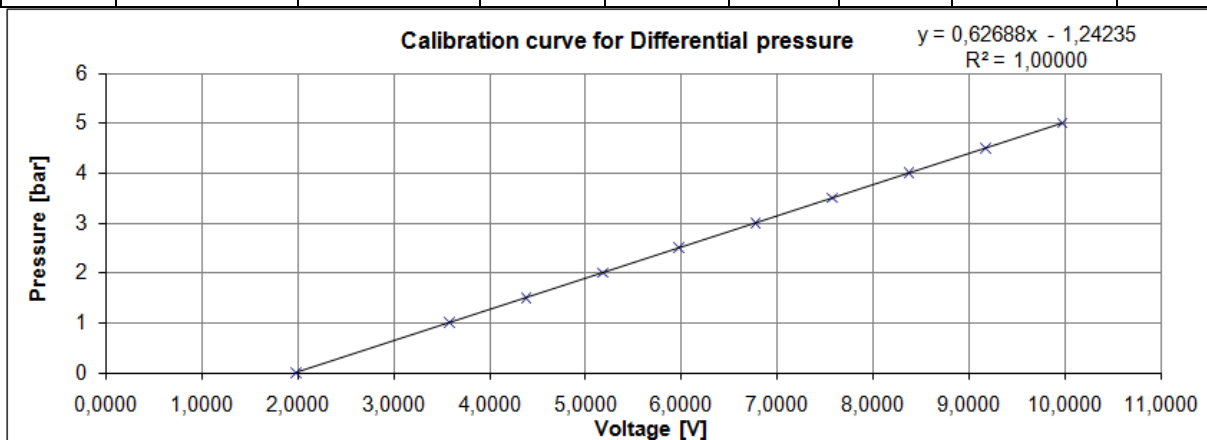
B.2. Differansetrykkmåler

	WATERPOWER LABORATORY NTNU	Date: 05.10.10
	Calibration Sheet	Sign operator: Øyvind Andresen
	Calibration of differential pressure using deadweight manometer	Approved:

Calibrator: Deadweight manometer, reg. nr. 66256	Differential pressure transducer reg. nr. V4536-2
---	--

Temperature:	20	°C
Gravity:	9,821465	m/s ²
Air density:	1,2	kg/m ³
Standard gravity:	9,80665	m/s ²
Pressure	99800	Pa

Avlest trykk på trykkalibrator	Korrigert i henhold til test av trykkalibrator 29.08.08 (Rainpower)		Voltage signal upload	Voltage signal offload	Hysteresis	Average Voltage Signal	Estimate	Deviation
	[bar]	[kPa]	[bar]	[V]		[V]		
0	0	0	1,9784	1,9875	0,0091	1,9830	0,0007279	#DIV/0!
1	100,151246	1,00151246	3,5801	3,5801	0,0000	3,5801	1,0019563	-0,0443
1,5	150,226869	1,50226869	4,3780	4,3780	0,0000	4,3780	1,5021473	0,0081
2	200,302493	2,00302493	5,1761	5,1761	0,0000	5,1761	2,0024480	0,0288
2,5	250,378116	2,50378116	5,9752	5,9753	0,0001	5,9753	2,5034383	0,0137
3	300,453739	3,00453739	6,7737	6,77365	-5E-05	6,7737	3,0039585	0,0193
3,5	350,529362	3,50529362	7,5722	7,5727	0,0005	7,5725	3,5046981	0,0170
4	400,604985	4,00604985	8,3716	8,3717	1E-04	8,3717	4,0057040	0,0086
4,5	450,680608	4,50680608	9,171	9,171	0	9,1710	4,5068041	4,52E-05
5	500,756231	5,00756231	9,97205	9,972	-5E-05	9,9720	5,0089541	-0,0278



Calibration constants	C_0	-1,242352
	C_1	0,626884

B.3. Generatormoment

	WATERPOWER LABORATORY NTNU	Date: 04.10.10
	Calibration Sheet	
	Calibration of generator torque measurement system	Sign operator: Øyvind Andresen
		Approved:

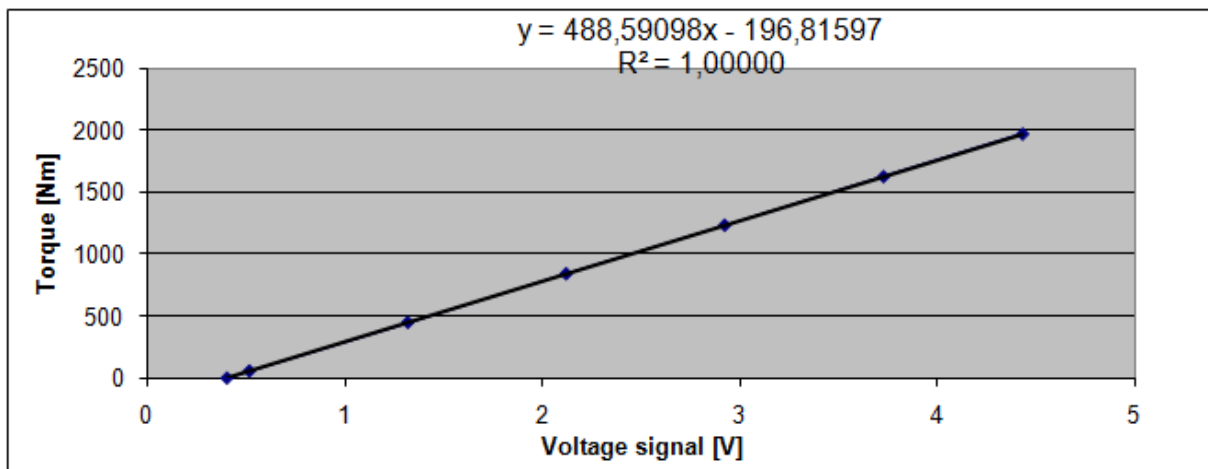
Calibrator: NTNU VKL 5 kg weights and hanging fixture	Unit: HBM 500kg load cell nr.4536-4
---	-------------------------------------

Arm length	0,997567	m
g	9,82146516	m/s ²

The arm length was measured 04.09.08. For documentation, see document *Calibration of torque arm length at the Waterpower Laboratory*.

$$T = F \cdot a = m \cdot g \cdot a$$

Weight	Torque	Voltage signal upload	Voltage signal offload	Average voltage signal	Hysteresis	Estimate	Deviation	Weights used in calibration (ID number)
[kg]	[Nm]	[V]	[V]	[V]	[V]	[Nm]	[%]	
0	0	0,4053	0,4054	0,405325	0,0000	1,22		Blue hanging fixture. 1-8 9-16 28-35 36-43 44-50
5,77496	56,5806	0,5187	0,5189	0,5187875	-0,000235	56,66	0,14	
45,77834	448,5165	1,3207	1,3185	1,31958	0,00216	447,92	-0,13	
85,78119	840,4472	2,1234	2,1188	2,12108	0,00456	839,52	-0,11	
125,77123	1232,2524	2,9252	2,9212	2,92318	0,00396	1231,42	-0,07	
165,75763	1624,0219	3,7279	3,7256	3,72675	0,00226	1624,04	0,00	
200,74942	1966,8564	4,4305	4,4305	4,4305	0	1967,89	0,05	



Calibration constants	C ₀	-196,815966
	C ₁	488,59098

B.4. Friksjonsmoment

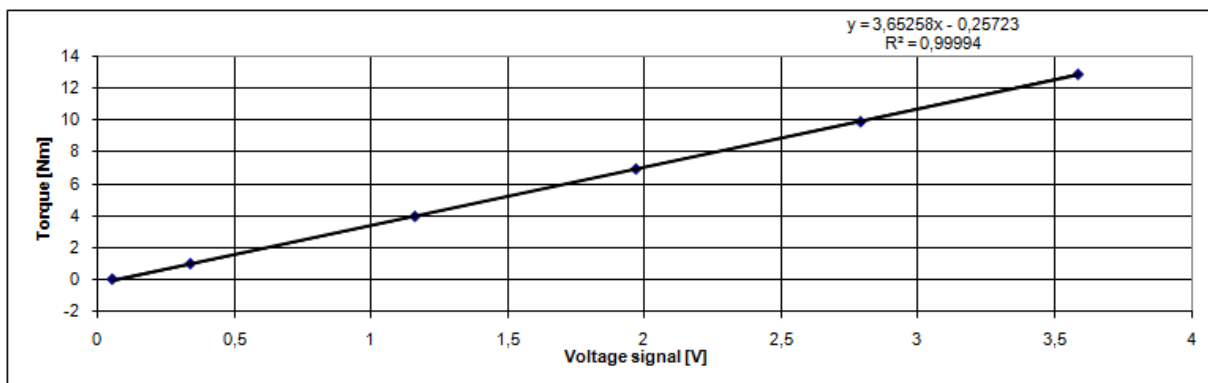
	WATERPOWER LABORATORY NTNU	Date: 05.10.10	
	Calibration Sheet		Sign operator: Øyvind Andresen
	Calibration of friction torque measurement system		Approved:

Calibrator: 2 kg weights + hanging fixture

g	9,82146516	m/s ²
---	------------	------------------

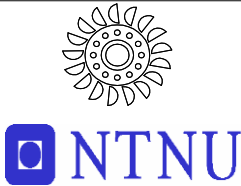
Arm length measurement	
Rear side shaft - front side red box	196,72 mm
Diameter shaft	64,97 mm
Length red box	25,12 mm
Arm length	151,675 mm

Weight	Mass	Torque	Voltage signal upload	Voltage signal offload	Voltage average	Estimated	Deviation	Weight ID used			
	[kg]	[Nm]	[V]	[V]	[V]	[Nm]	[%]				
Zero	0	0	0,0539	0,0577	0,0558	-0,0534	#DIV/0!				
HF	0,654	0,9734998	0,35358	0,3302	0,34189	0,9916	-1,85				
1	2,654	3,9528413	1,14176	1,18298	1,16237	3,9884	-0,90	21			
2	4,654	6,9321827	1,94596	1,99646	1,97121	6,9428	-0,15	21	22		
3	6,654	9,9115242	2,78434	2,80202	2,79318	9,9451	-0,34	21	22	23	
4	8,654	12,890866	3,58086	3,5942	3,58753	12,8465	0,34	21	22	23	24



Calibration constants	C ₀	-0,257227549
	C ₁	3,652577887

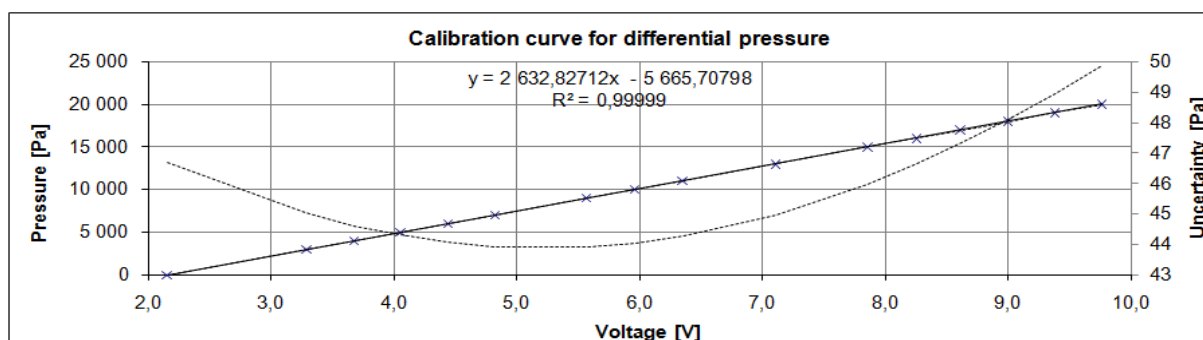
B.5. Differensialtrykkmåler, spiraltrømme

	WATERPOWER LABORATORY NTNU	Date: 29.11.10
	Calibration Sheet	
	Calibration of differential pressure in spiral casing using deadweight manometer	
		Sign operator: Øyvind Andresen
		Approved:

Calibrator: Deadweight manometer, Reg. nr: 66611	Unit: Differential pressure transducer reg. nr. V4536-1	Range: -0,01 - 0,2 bar
---	--	------------------------

Temperature:	17,35	°C
Pressure	102880	Pa
Gravity:	9,82146516	m/s ²
Standard gravity:	9,80665	m/s ²

Avlest trykk på trykkalibrator	Korrigert i henhold til gravitasjon		Average Voltage Signal	Estimate	Deviation
	[mBar]	[Pa]			
0	0	0	2,15247	1,367345131	#DIV/0!
30	3004,532178	30,04532178	3,28440	2981,562242	0,764509548
40	4006,042904	40,06042904	3,67337	4005,629165	0,010327859
50	5007,553629	50,07553629	4,05366	5006,887817	0,013296171
60	6009,064355	60,09064355	4,43966	6023,142543	-0,23428253
70	7010,575081	70,10575081	4,82176	7029,160464	-0,26510496
90	9013,596533	90,13596533	5,56235	8978,988826	0,38395003
100	10015,10726	100,1510726	5,95653	10016,80297	-0,01693151
110	11016,61798	110,1661798	6,34568	11041,36344	-0,22461936
130	13019,63944	130,1963944	7,10396	13037,79644	-0,1394586
150	15022,66089	150,2266089	7,85214	15007,62731	0,100072702
160	16024,17161	160,2417161	8,25084	16057,31506	-0,20683407
170	17025,68234	170,2568234	8,60916	17000,72388	0,146592987
180	18027,19307	180,2719307	8,99535	18017,48148	0,053871866
190	19028,70379	190,2870379	9,37833	19025,81907	0,015159849
200	20030,21452	200,3021452	9,75962	20029,68752	0,002631



Calibration constants	C ₀	-5665,70798	C ₁	2632,8271
-----------------------	----------------	--------------------	----------------	------------------

Vedlegg C. Usikkerhetsanalyse

Usikkerhetsanalysen er basert på IEC 60041 [6] og Probability and Statistics. [16]

Ved alle målinger av fysiske størrelser vil det kunne forekomme feil. Målefeil kan deles inn i tre kategorier:

Sporadiske feil

Dette er feil som skyldes menneskelig eller instrumentell svikt, eksempelvis luftlommer i slangene som er koblet til trykkmålerne. Målinger som inne holder slike feil bør forkastes og målingene eventuelt gjentas.

Tilfeldige avvik

Dette er avvik som fører til at samme forsøk utført flere ganger vil gi ulikt svar. Tilfeldige avvik vil vanligvis være normalfordelt i forhold til et gjennomsnitt. Ved flere repetisjoner av forsøket vil man kunne redusere påvirkningen fra disse feilene.

Systematiske feil

Systematiske feil kan forårsakes av kalibreringsfeil, hysteresse eller sviktende linearitet i måleinstrumentet.

Usikkerhet uttrykkes som det maksimale avvik mellom målt og virkelig verdi med en gitt sannsynlighet, vanligvis 95 %.

Relativ usikkerhet uttrykkes som forholdet mellom absolutt usikkerhet og målt verdi:

$$f_x = \frac{e_x}{X} \quad (\text{C.1})$$

Den hydrauliske virkningsgraden ble definert som:

$$\eta_h = \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} \cdot T_m}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H} \quad (\text{C.2})$$

Usikkerheten i hydraulisk virkningsgrad kan da uttrykkes som:

$$f_{\eta_h} = \pm \sqrt{(f_n)^2 + (f_{T_m})^2 + (f_\rho)^2 + (f_g)^2 + (f_Q)^2 + (f_H)^2} \quad (\text{C.3})$$

For målingen av mekanisk moment blir usikkerheten:

$$f_{T_m} = \pm \sqrt{(f_T)^2 + (f_{T_m})^2} \quad (\text{C.4})$$

Mens fallhøydeusikkerheten må utledes fra likning (2.11):

$$f_H = \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{e_{\Delta p}}{\rho g}\right)^2 + \left(\frac{e_{v_1^2/2}}{g}\right)^2 + \left(\frac{e_{v_2^2/2}}{g}\right)^2}}{H} \quad (\text{C.5})$$

Usikkerhet av hastighetsmålingene blir videre:

$$f_v = \pm \sqrt{(f_Q)^2 + (f_A)^2} \quad (\text{C.6})$$

$$e_{v^2/2} = v^2 f_v \quad (\text{C.7})$$

Usikkerhet av vannets tetthet og tyngdeakselerasjon anses her som neglisjerbare i forhold til de andre størrelsene og settes lik null.

$$f_{\eta_h} = \pm \sqrt{f_n^2 + f_T^2 + f_{T_{Lm}}^2 + f_Q^2 + \frac{\left(\frac{e_{\Delta p}}{\rho g}\right)^2 + Q^2 \cdot \frac{\frac{f_Q^2 + f_{A_1}^2}{A_1^2} + \frac{f_Q^2 + f_{A_2}^2}{A_2^2}}{2g}}{H}} \quad (\text{C.8})$$

Det antas videre at usikkerheten av A_1 og A_2 kan neglisjeres. Da får vi uttrykket for total usikkerhet:

$$f_{\eta_h} = \pm \sqrt{f_n^2 + f_T^2 + f_{T_{Lm}}^2 + f_Q^2 + \frac{\left(\frac{e_{\Delta p}}{\rho g}\right)^2 + \frac{Q^2 f_Q^2}{2g(A_1^2 + A_2^2)}}{H}} \quad (\text{C.9})$$

Den totale usikkerheten kan deles i systematisk og tilfeldig usikkerhet:

$$f_t = \sqrt{f_s^2 + f_r^2} \quad (\text{C.10})$$

Usikkerhet av konstante verdier

Tilfeldig usikkerhet for måling av en konstant verdi, kan finnes ved først å estimere standardavviket:

$$s_Y = \sqrt{\left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1} \right]} \quad (\text{C.11})$$

Deretter beregnes usikkerheten i et $(1-\alpha) \cdot 100$ % konfidensintervall:

$$e_r = \frac{t_{\alpha/2} s_Y}{\sqrt{n}} \quad (\text{C.12})$$

Her er n antall målinger, og $t_{\alpha/2}$ er verdi av t-fordelingen ved $n-2$ antall frihetsgrader og $(1-\alpha)\cdot 100$ % sikkerhet.

Usikkerhet av en lineær respons

Ved kalibrering av Winter-Kennedy lineariseres (2.18) for å kunne benytte minste kvadraters metode:

$$\log Q = \log a + n \cdot \log h \quad (\text{C.13})$$

Da fås ved innsetting:

$$Q^* = \log Q; \quad h^* = \log h; \quad a^* = \log a$$

Dette tilsvarer en rett linje:

$$Q^* = a^* + n \cdot h^* \quad (\text{C.14})$$

Tilnæringsfunksjonen til denne linja uttrykkes ved:

$$\hat{y} = a + bx \quad (\text{C.15})$$

Denne finnes ved hjelp av minste kvadraters metode, som minimerer verdien:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \quad (\text{C.16})$$

Videre kan finnes de nyttige størrelsene:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (\text{C.17})$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (\text{C.18})$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (\text{C.19})$$

Konstantene a og b blir da:

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (\text{C.20})$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (\text{C.21})$$

Estimatet for standardavviket for en linje kan skrives som:

$$s = \sqrt{\frac{S_{yy} - bS_{xy}}{n-2}} \quad (\text{C.22})$$

Et $(1-\alpha) \cdot 100$ % konfidensintervall for en rett linje kan uttrykkes ved:

$$\widehat{y}_0 - t_{\alpha/2} s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} < \mu_{Y|x_0} < \widehat{y}_0 + t_{\alpha/2} s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} \quad (\text{C.23})$$

Konfidensintervallet benyttes for å finne intervallet for den **gjennomsnittlige** responsen $\mu_{Y|x_0}$.

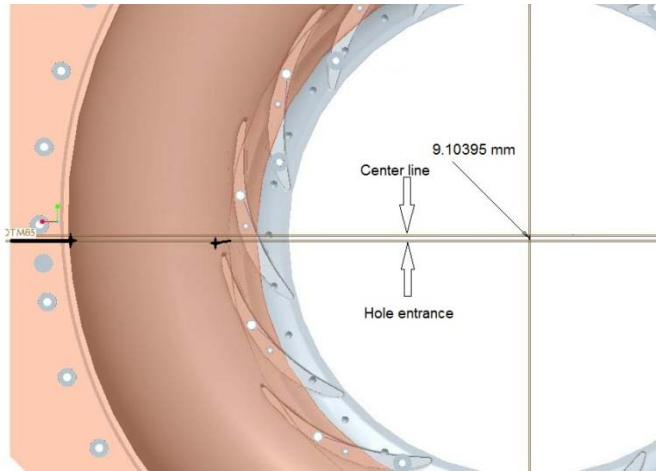
Et prediksjonsintervall forteller derimot hvilket område en **enkelt** måling vil havne i med $(1-\alpha) \cdot 100$ % sikkerhet:

$$\widehat{y}_0 - t_{\alpha/2} s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} < y_0 < \widehat{y}_0 + t_{\alpha/2} s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} \quad (\text{C.24})$$

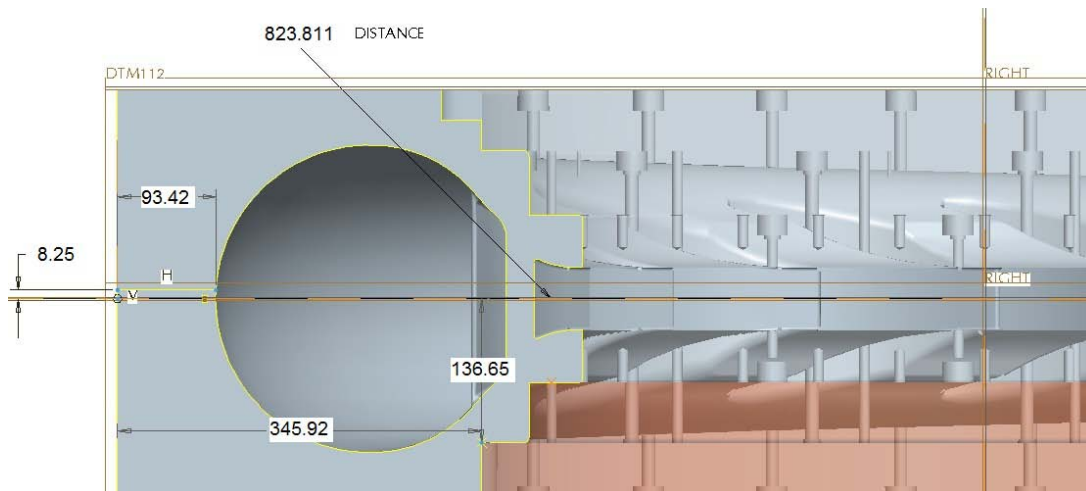
De tilfeldige avvikene skrives da som:

$$e_r = t_{\alpha/2} s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} \quad (\text{C.25})$$

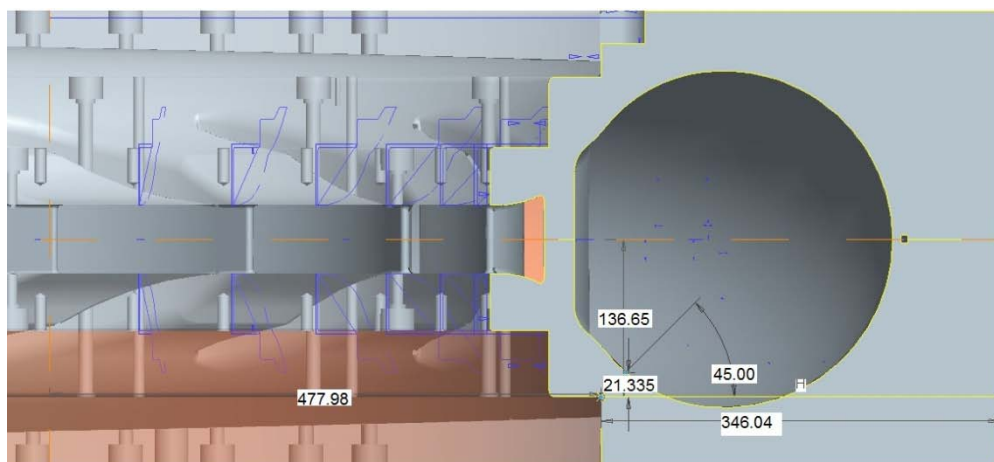
Vedlegg D. Plassering av trykkmålere



Figur D-1: Spiraltrømme, sett undenfra



Figur D-2: Tverrsnitt, ytre trykkmåler



Figur D-3: Tverrsnitt indre trykkmåler

Vedlegg E. Matlab-skript for Hill-diagram

```
clear all
clc
close all
turbine=1; %1:Model, 2:Prototype
data_source=1; %1: Flowmeter, 2: Transducer, 3: Water column manometer
selection=[1:11]; %Valid series

Smoothing_Q_ED=1; %1: Polyfit, 2: Linear interp., 3: Spline interp.
Smoothing_n_ED=3; %1: Polyfit, 2: Linear interp., 3: Spline interp.
polydeg=4; %Degree of polynomial fit
Q_ED_distance=1; %Distance between polynomials in Q-direction
mellompunkt=10; %Points between each nED

if turbine==1;
    eta_levels=[86:1:93,93:0.5:95]; %Efficiency contour levels
    P_ED_levels=0:0.02:0.40; %Power contour level
else
    eta_levels=88:95;
    P_ED_levels=50:50:200;
end

load_data_model;

if data_source==1;
    A=Af;
elseif data_source==2;
    A=At;
else
    A=Am;
end

alfa_v=(4:14); % Vector of guide vane angles
n_ED_v=zeros(15,1); % Vector of rotational speed factors
Q_ED_v=zeros(15*11,1); %Vector of volume flow factors
B=zeros(11,15*2);

if Smoothing_Q_ED ==3;
    method_Q_ED='spline';
else
    method_Q_ED='linear';
end

if Smoothing_n_ED ==3;
    method_n_ED='spline';
else
    method_n_ED='linear';
end

% **** Linear interpolation to provide points for matching n_ED values ***
for m=1:15;
    n_ED_sum=0;
    for n=1:11;
        n_ED_sum=n_ED_sum+A(m+(n-1)*15,2);
        Q_ED=A(m+(n-1)*15,3);
        eta_est=A(m+(n-1)*15,4);
        B(n,m*2-1)=Q_ED;
        B(n,m*2)=eta_est;
        Q_ED_v((n-1)*15+m)=Q_ED;
    end
end
```

```

    end
    n_ED_v(m)=n_ED_sum/11; %Finding the average of the n_EDs
end

Q_ED_v=sort(Q_ED_v);

B2=zeros(size(B));
for m=1:15;
    for n=1:11
        Dn_ED=A(m+(n-1)*15,2)-n_ED_v(m);
        if (Dn_ED>=0 && m<15) || m==1;
            k=1;
        else
            k=-1;
        end
        dn_ED=n_ED_v(m+k)-A(m+(n-1)*15,2);
        Q_ED=A(m+(n-1)*15,3);
        eta1=A(m+(n-1)*15,4);
        eta2=interp1(B(:,2*(m+k)-1),B(:,2*(m+k)),Q_ED,'linear','extrap');
        dEta=eta2-eta1;
        eta=eta1+dEta/dn_ED*Dn_ED;
        B2(n,m*2-1)=Q_ED;
        B2(n,m*2)=eta;
    end
end
% *****

% *** Curvefitting/interpolation between guide vane angles *****
% Curve fitting at specific n_EDs
poly=zeros(15,polydeg+1);
for n=1:15;
    poly(n,:)=polyfit(B2(selection,2*n-1),B2(selection,2*n),polydeg);
end

Hill_rough=zeros(11*15,15);
for m=1:15;
    for n=1:11*15;
        Q_ED=Q_ED_v(n);
        if Smoothing_Q_ED ==1;
            eta=0;
            for p=1:polydeg+1
                eta=eta+poly(m,p)*Q_ED^(polydeg+1-p);
            end
        else
            eta=interp1(B2(:,2*m-1),B(:,2*m),Q_ED,method_Q_ED,'extrap');
        end
        Hill_rough(n,m)=eta;
    end
end
% *****

% *** Interpolation/curvefitting between the n_ED-values *****
if Smoothing_n_ED ==1;
    poly2=zeros(15*11,polydeg+1);
    Hill_rough2=zeros(size(Hill_rough));
    for n=1:11*15;

        range=find(B2(1,1:2:29)<=Q_ED_v(n) & B2(11,1:2:29)>=Q_ED_v(n));
        if max(range)<polydeg+1;
            range=1:polydeg+1;
        end
    end
end

```

```

elseif min(range)>15-polydeg;
    range=15-polydeg:15;
end
N_ED_V=n_ED_v(range);
HILL_rough=Hill_rough(n,range)';
poly2(n,:)=polyfit(N_ED_V,HILL_rough,polydeg);
for k=1:15;
    eta=0;
    n_ED=n_ED_v(k);
    for p=1:polydeg+1
        eta=eta+poly2(n,p)*n_ED^(polydeg+1-p);
    end
    Hill_rough2(n,k)=eta;
end
end
end

Hill=zeros(11*15,(15-1)*mellompunkt+1);
n_ED_v2=zeros(1,mellompunkt*(15-1)+1);
sistekorr=0;
for m=1:15-1;
    if m==15-1;
        sistekorr=1;
    end
    for o=0:mellompunkt-1+sistekorr;
        Q_ED_max1=max(B2(:,2*m-1));
        Q_ED_max2=max(B2(:,2*m+1));
        Q_ED_min1=min(B2(:,2*m-1));
        Q_ED_min2=min(B2(:,2*m+1));
        n_ED1=n_ED_v(m);
        n_ED2=n_ED_v(m+1);
        n_ED=n_ED1+(n_ED2-n_ED1)*o/mellompunkt;
        n_ED_v2(mellompunkt*(m-1)+o+1)=n_ED;
        Q_ED_max=interp1([n_ED1,n_ED2],[Q_ED_max1 Q_ED_max2],n_ED);
        Q_ED_min=interp1([n_ED1,n_ED2],[Q_ED_min1 Q_ED_min2],n_ED);

        for n=1:11*15;
            Q_ED=Q_ED_v(n);
            if Q_ED>Q_ED_max || Q_ED<Q_ED_min;
                eta=NaN;
            else
                if Smoothing_n_ED ==1;
                    eta=interp2(n_ED_v,Q_ED_v(1:Q_ED_distance:165),...
                        Hill_rough2(1:Q_ED_distance:165,:),n_ED,Q_ED,'spline');
                else
                    eta=interp2(n_ED_v,Q_ED_v,Hill_rough,n_ED,Q_ED,method_n_ED);
                end
            end

            end
            Hill(n,(m-1)*mellompunkt+o+1)=eta;
        end
    end
end
end
%*****

%*** Calculating power contour lines and prototype values *****
[eta_max,nED_max_ind]=max(max(Hill));
[eta_max,QED_max_ind]=max(Hill);
n_ED_BEP=n_ED_v2(nED_max_ind);
Q_ED_BEP=Q_ED_v(QED_max_ind(nED_max_ind));
if turbine==1;

```

```

P_ED=(Q_ED_v*(ones(size(n_ED_v2)))).*Hill/100;
else
A(:,2)=1/g_p*(n_p/60*D_p)^2*(A(:,2)).^-2;
A(:,3)=D_p^2*g_p^0.5*(A(:,3)).*(A(:,2)).^0.5;
H_p=zeros(165,141);
Q_p=H_p;
for n=1:165
H_p(n,:)=(D_p*n_p/60)^2/g_p*(n_ED_v2).^-2;
Q_p(n,:)=D_p^2*g_p^0.5*Q_ED_v(n)*H_p(n,).^0.5;
end
Hill=Hill+eta_Mnom_p;
P_ED=1e-6*rho_p*g_p*(H_p.*Q_p).*Hill/100; %MW
n_ED_BEP=(D_p*n_p/60)^2/g_p*(n_ED_BEP)^-2;
Q_ED_BEP=D_p^2*g_p^0.5*Q_ED_BEP*n_ED_BEP^0.5;
end

%*****

%*** Plotting Hill-diagram *****
markerstil=['-k*'
            '-ko'
            '-k+'
            '-kp'
            '-kx'
            '-ks'
            '-ko'
            '-kd'
            '-kd'
            '-k+'
            '-kp'];
markerfarge='wwwkwkwkw';
num=15;
figure(1)
% * Plotting measuring series ***
for n=11:-1:1;

n_ED_vv=A((n-1)*15+1:n*15,2);
Q_ED_vv=A((n-1)*15+1:n*15,3);
plot(n_ED_vv(1:num),Q_ED_vv(1:num),markerstil(n,:),...
      'MarkerFaceColor',markerfarge(n),'MarkerSize',3)
hold on
end
% *****

%* Plotting contour lines *****
if turbine==1;
[diagram1,h]=contour(n_ED_v2,Q_ED_v,Hill,eta_levels,'k');
[diagram2,g]=contour(n_ED_v2,Q_ED_v,P_ED,P_ED_levels,'r');
ylabel('Discharge factor, Q_{ED} [-]')
xlabel('Speed factor, n_{ED} [-]')
h_legend=legend('\alpha = 14 \circ', '\alpha = 13 \circ',...
               '\alpha = 12 \circ', '\alpha = 11 \circ', '\alpha = 10 \circ',...
               '\alpha = 9 \circ', '\alpha = 8 \circ', '\alpha = 7 \circ',...
               '\alpha = 6 \circ', '\alpha = 5 \circ', '\alpha = 4 \circ',...
               '\eta_{nom} [%]', 'P_{ED} [-]');
set(h_legend,'FontSize',8,'Location','NorthEast')
text(n_ED_BEP+0.001,Q_ED_BEP,'\leftarrow BEP','BackgroundColor','w')
else
[diagram1,h]=contour(H_p,Q_p,Hill,eta_levels,'k');
[diagram2,g]=contour(H_p,Q_p,P_ED,P_ED_levels,'r');
ylabel('Prototype discharge, Q_P [m^3/s]')

```

```
xlabel('Prototype head, H_P [m]')
h_legend=legend('\alpha = 14 \circ', '\alpha = 13 \circ', ...
    '\alpha = 12 \circ', '\alpha = 11 \circ', '\alpha = 10 \circ', ...
    '\alpha = 9 \circ', '\alpha = 8 \circ', '\alpha = 7 \circ', ...
    '\alpha = 6 \circ', '\alpha = 5 \circ', '\alpha = 4 \circ', ...
    '\eta_{hP} [%]', 'P_{mP} [MW]');
set(h_legend, 'FontSize', 8, 'Location', 'NorthWest')
text(n_ED_BEP+6, Q_ED_BEP, '\leftarrow BEP', 'BackgroundColor', 'w')
end

texthandle=clabel(diagram1, h, 'LabelSpacing', 10000, 'BackgroundColor', 'w');
texthandle=clabel(diagram2, g, 'LabelSpacing', 5000, 'BackgroundColor', 'w');
%clabel(diagram1, h, 'manual', 'BackgroundColor', 'w');
%clabel(diagram2, g, 'manual', 'BackgroundColor', 'w');
% *****

plot(n_ED_BEP, Q_ED_BEP, 'ko', 'MarkerSize', 10)
plot(n_ED_BEP, Q_ED_BEP, 'kx', 'MarkerSize', 10)
grid minor
set(figure(1), 'position', [700 10 950 1000]);
hold off
% *****
```


Vedlegg F. CEL-script

POINT: OuterPoint
Option = XYZ
Point=0.014104,0.646581,0.18675
Symbol Size=0.81
Colour=0,0,0
END

POINT:InnerPoint
Option = XYZ
Point=0.01451,0.415412,0.079685
Symbol Size=0.8
Colour=0,0,0
END

USER SCALAR VARIABLE: XX
Boundary Values = Conservative
Calculate Global Range = Off
Expression = X-0.005 [m]
Recipe = Expression
Variable to Copy = Pressure
Variable to Gradient = Pressure
END

USER SCALAR VARIABLE: YY
Boundary Values = Conservative
Calculate Global Range = Off
Expression = Y+0.08381 [m]
Recipe = Expression
Variable to Copy = Pressure
Variable to Gradient = Pressure
END

USER SCALAR VARIABLE: ZZ
Boundary Values = Conservative
Calculate Global Range = Off
Expression = Z-0.195 [m]
Recipe = Expression
Variable to Copy = Pressure
Variable to Gradient = Pressure
END

USER SCALAR VARIABLE: Radi
Boundary Values = Conservative
Calculate Global Range = Off
Expression = (YY^2+XX^2)^0.5
Recipe = Expression
Variable to Copy = Pressure
Variable to Gradient = Pressure
END

USER SCALAR VARIABLE: Angle

Boundary Values = Conservative

Calculate Global Range = Off

Component Index = 1

Expression = if(YY>0[m],acos(-XX/Radi),360[degree]-acos(-XX/Radi))

Recipe = Expression

Variable to Copy = Pressure

Variable to Gradient = Pressure

END

LIBRARY:

CEL:

EXPRESSIONS:

dP=probe(Pressure)@OuterPoint-probe(Pressure)@InnerPoint

Nz = 0.7625

Nxy= (1-Nz)^(1/2)

Trz = (1-Nz^2)^(1/2)

Trxy = Nz

R1 = probe(Radi)@InnerPoint

R2 = probe(Radi)@OuterPoint

END

END

END

USER SCALAR VARIABLE: Nx

Boundary Values = Conservative

Calculate Global Range = Off

Expression = -Nxy*cos(Angle)

Recipe = Expression

Variable to Copy = Pressure

Variable to Gradient = Pressure

END

USER SCALAR VARIABLE: Ny

Boundary Values = Conservative

Calculate Global Range = Off

Expression = Nxy*sin(Angle)

Recipe = Expression

Variable to Copy = Pressure

Variable to Gradient = Pressure

END

USER SCALAR VARIABLE: SurfaceStreamlineAngle

Boundary Values = Conservative

Calculate Global Range = Off

Expression = abs(asin(((Nx*Velocity u)+(Ny*Velocity v)+(Nz*Velocity w))/(Velocity)))

Recipe = Expression

Variable to Copy = Pressure

Variable to Gradient = Pressure

END

USER SCALAR VARIABLE: dpdr

Boundary Values = Conservative
Calculate Global Range = Off
Expression = $\text{abs}(\text{Pressure.Gradient X} * \text{Trxy} * (-\cos(\text{Angle})) + \text{Pressure.Gradient Y} * \text{Trxy} * \sin(\text{Angle}) + \text{Trz} * \text{Pressure.Gradient Z}) / 100$
Recipe = Expression
Variable to Copy = Pressure
Variable to Gradient = Pressure
END

USER SCALAR VARIABLE: dpdtheta
Boundary Values = Conservative
Calculate Global Range = Off
Expression = $\text{abs}(\text{Pressure.Gradient X} * \sin(90 + \text{Angle}) + \text{Pressure.Gradient Y} * \cos(90 + \text{Angle})) / 100$
Recipe = Expression
Variable to Copy = Pressure
Variable to Gradient = Pressure
END

USER SCALAR VARIABLE: dpds
Boundary Values = Conservative
Calculate Global Range = Off
Expression = $(\text{dodr}^2 + \text{dpdtheta}^2)^{(1/2)}$
Recipe = Expression
Variable to Copy = Pressure
Variable to Gradient = Pressure
END

Vedlegg G. Måledata

Tabell G-1: Kalibreringskonstanter

Måledata	c_0	c_1	Enhet
Q	-0,1487438	0,0742217	m ³ /s
Δp	-1,242352	0,626884	kPa
T_{gen}	-196,815966	488,59098	Nm
T_{Lm}	-0,257227549	3,652577887	Nm
$p_{l,sensor}$	-123,3294	62,677	kPa
θ_{water}	-24,75989	12,34697	°C
h	-5665,70798	2632,8271	Pa

Tabell G-2: Turbindata, modell

Størrelse	Symbol	Verdi	Enhet
Tyngdeakselerasjon	g	9,821 465 16	m/s ²
Diameter, løpehjul	D_{22}	0,349	m
Areal, innløp	A_1	0,096 211	m ²
Areal, utløp	A_2	0,236 033	m ²
Høydeforskjell manometer, spiraltrømme	dZ	1,5	m
Høyde innløp	z_1	2,067	m
Høyde utløp	z_2	0,9955	m
Optimal virkningsgrad	$\eta_{h,opt M}$	93,54	%
Reynoldstall ved optimal virkningsgrad	$Re_{h,opt M}$	3 310 200	-
Nominelt Reynoldstall	Re_{M^*}	3 597 015	-
Skalerbare tap	δ_{ref}	0,041 520 2	-

Tabell G-3: Turbindata, prototyp

Størrelse	Symbol	Verdi	Enhet
Tyngdeakselerasjon	g_p	9,8185	m/s ²
Diameter, løpehjul	D_p	1,7799	m
Rotasjonshastighet	n	375	rpm
Vanntemperatur	$\theta_{water, p}$	5	°C
Tetthet	ρ_{water}	1000	kg/m ³
Kinematisk viskositet	ν	$1,5197 * 10^{-6}$	m ² /s
Reynoldstall	Re	40 933 157	-
Økt virkningsgrad, modell - prototyp	$\eta_{h, M^* \rightarrow P}$	1,489	%

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 4^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$\rho_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	4,22	09/11	14:38	0,1316	195,692	177,869	257,315	18,275	575,15	5,772	361,42	681,00	6,85	2,724	669,98
2	4,22	09/11	14:41	0,1299	195,871	177,932	257,385	18,298	553,54	6,381	372,40	665,01	6,55	2,725	640,63
3	4,22	09/11	14:44	0,1274	195,449	177,459	256,908	18,308	527,07	6,400	385,51	650,32	5,9	2,719	577,06
4	4,22	09/11	14:46	0,1251	195,069	177,031	256,488	18,322	502,94	5,966	397,56	620,18	5,8	2,714	567,28
5	4,22	09/11	14:49	0,1230	195,252	177,110	256,567	18,341	482,05	5,965	408,66	617,56	5,55	2,715	542,83
6	4,22	09/11	14:52	0,1209	196,172	177,929	257,383	18,357	460,35	6,111	421,71	594,45	5,45	2,724	533,04
7	4,22	09/11	14:55	0,1186	195,741	177,505	256,955	18,362	435,99	6,213	433,69	583,60	5,4	2,719	528,15
8	4,22	09/11	14:57	0,1161	195,361	177,036	256,483	18,379	410,55	6,627	445,87	536,39	5,1	2,714	498,81
9	4,22	09/11	14:59	0,1141	195,525	177,210	256,657	18,395	389,75	6,356	457,95	531,03	4,95	2,716	484,14
10	4,22	09/11	15:03	0,1119	195,632	177,248	256,692	18,422	367,17	6,363	470,02	506,26	4,8	2,716	469,46
11	4,22	09/11	15:05	0,1096	195,932	177,536	256,975	18,443	343,94	6,344	482,10	484,33	4,5	2,719	440,12
12	4,22	09/11	15:08	0,1070	196,150	177,694	257,131	18,444	317,74	6,404	495,10	482,56	4,1	2,721	401,00
13	4,22	09/11	15:10	0,1042	195,648	177,187	256,623	18,462	290,79	6,427	507,26	452,68	3,9	2,715	381,44
14	4,22	09/11	15:13	0,1019	195,779	177,332	256,769	18,477	269,28	5,981	518,27	446,89	3,85	2,716	376,54
15	4,22	09/11	15:16	0,0991	196,017	177,545	256,982	18,506	243,95	6,195	530,38	410,01	3,8	2,718	371,65

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h, M^*}	$\eta_{h, M^*, \text{WK, wcm}}$	$\eta_{h, M^*, \text{WK, t}}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	998,618	20,032	25,861	21,987	0,14988	0,07704	0,06944	0,06550	0,2581	85,017	1,053E-06	2200753	85,395	85,73	85,03
2	998,614	20,048	25,534	21,835	0,15437	0,07598	0,06686	0,06497	0,2573	85,513	1,055E-06	2268854	85,867	86,98	85,36
3	998,612	20,002	25,003	21,536	0,15999	0,07465	0,06384	0,06430	0,2575	86,137	1,047E-06	2349330	86,463	90,59	85,30
4	998,609	19,961	24,483	21,187	0,16516	0,07333	0,06103	0,06346	0,2578	86,538	1,046E-06	2423620	86,839	90,04	86,09
5	998,606	19,977	24,097	20,884	0,16970	0,07208	0,05847	0,06248	0,2571	86,670	1,046E-06	2492445	86,949	90,64	84,95
6	998,603	20,069	23,806	20,600	0,17472	0,07073	0,05563	0,06120	0,2553	86,530	1,045E-06	2573110	86,785	89,79	84,99
7	998,602	20,022	23,282	20,083	0,17989	0,06941	0,05285	0,05988	0,2559	86,262	1,045E-06	2646501	86,495	88,12	83,80
8	998,598	19,981	22,746	19,479	0,18513	0,06803	0,04994	0,05825	0,2559	85,636	1,045E-06	2722027	85,847	88,12	84,95
9	998,595	19,996	22,371	18,996	0,19008	0,06683	0,04739	0,05675	0,2558	84,914	1,044E-06	2796897	85,104	87,14	83,18
10	998,590	20,004	21,951	18,386	0,19505	0,06553	0,04466	0,05489	0,2552	83,759	1,044E-06	2872544	83,928	85,60	82,41
11	998,586	20,033	21,530	17,684	0,19992	0,06414	0,04181	0,05268	0,2548	82,138	1,043E-06	2947886	82,288	84,91	80,91
12	998,586	20,052	21,051	16,805	0,20521	0,06262	0,03864	0,04999	0,2542	79,832	1,043E-06	3027457	79,961	84,45	76,94
13	998,582	19,999	20,436	15,788	0,21053	0,06104	0,03552	0,04716	0,2548	77,255	1,042E-06	3103225	77,365	81,55	74,82
14	998,579	20,010	19,988	14,940	0,21504	0,05965	0,03288	0,04458	0,2547	74,742	1,042E-06	3171823	74,836	77,61	71,20
15	998,574	20,032	19,473	13,894	0,21995	0,05802	0,02983	0,04139	0,2542	71,349	1,041E-06	3248262	71,425	72,55	69,06

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 5^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	P _{1, sensor}	P _{1, abs}	θ_{water}	T _{gen}	T _{friction}	n _{gen}	h _{WK, t}	dH _{WK, m}	P _{air, wcm}	h _{WK, wcm}
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m ³ /s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m ³]	[Pa]
1	5,011	09/11	15:20	0,1202	196,292	177,752	257,185	18,521	322,18	6,838	529,20	553,83	5,6	2,720	547,69
2	5,011	09/11	15:24	0,1226	195,288	176,714	256,148	18,545	344,87	6,865	518,07	597,69	5,9	2,708	577,04
3	5,011	09/11	15:26	0,1258	195,744	177,117	256,549	18,561	375,93	6,908	505,92	627,70	6,2	2,713	606,38
4	5,011	09/11	15:29	0,1289	196,011	177,371	256,808	18,575	405,83	6,857	493,85	653,92	6,4	2,716	625,93
5	5,011	09/11	15:32	0,1316	195,885	177,161	256,598	18,594	432,82	6,894	481,81	681,37	6,95	2,713	679,72
6	5,011	09/11	15:35	0,1342	195,537	176,801	256,238	18,615	458,98	6,895	469,73	701,08	7,05	2,709	689,50
7	5,011	09/11	15:38	0,1373	195,954	177,184	256,621	18,620	489,15	6,973	457,66	775,70	7,4	2,713	723,73
8	5,011	09/11	15:41	0,1400	196,334	177,520	256,966	18,637	516,06	6,974	446,52	786,74	7,7	2,717	753,07
9	5,011	09/11	15:46	0,1427	196,037	177,189	256,637	18,668	542,37	7,062	434,43	828,20	8	2,713	782,40
10	5,011	09/11	15:49	0,1455	196,280	177,460	256,908	18,677	571,86	7,030	422,43	846,14	8,5	2,716	831,30
11	5,011	09/11	15:53	0,1479	195,274	176,489	255,937	18,687	596,40	6,926	409,38	846,57	8,5	2,704	831,31
12	5,011	09/11	15:56	0,1509	195,570	176,746	256,194	18,717	626,47	6,844	397,40	896,04	9,3	2,707	909,54
13	5,011	09/11	15:59	0,1537	195,983	177,128	256,576	18,729	656,36	6,640	386,35	918,96	9,55	2,711	933,99
14	5,011	09/11	16:03	0,1563	195,453	176,632	256,079	18,744	684,86	6,563	373,38	955,84	9,6	2,705	938,88
15	5,011	09/11	16:05	0,1591	195,745	176,949	256,391	18,757	715,12	6,683	361,39	989,26	9,95	2,709	973,10

Nr.	P _{water, mean}	H _M	P _{hydraulic}	P _{mechanical}	n _{ED}	Q _{ED}	T _{ED}	P _{ED}	σ	$\eta_{hydraulic}$	v _M	Re _M	η_{h,M^*}	$\eta_{h,M^*,WK,wcm}$	$\eta_{h,M^*,WK,t}$
[-]	[kg/m ³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m ² /s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	998,571	20,081	23,679	18,234	0,21919	0,07029	0,03916	0,05413	0,2535	77,004	1,041E-06	3242233	77,081	78,20	77,77
2	998,566	19,981	24,020	19,082	0,21511	0,07184	0,04208	0,05707	0,2546	79,444	1,040E-06	3175925	79,537	80,14	78,73
3	998,563	20,032	24,722	20,283	0,20980	0,07366	0,04570	0,06043	0,2537	82,044	1,040E-06	3102699	82,155	82,89	81,46
4	998,560	20,062	25,371	21,343	0,20464	0,07542	0,04920	0,06344	0,2533	84,121	1,040E-06	3029746	84,249	85,74	83,87
5	998,556	20,053	25,877	22,186	0,19970	0,07698	0,05246	0,06600	0,2530	85,737	1,039E-06	2957268	85,884	85,56	85,46
6	998,552	20,021	26,359	22,916	0,19485	0,07860	0,05567	0,06833	0,2533	86,940	1,039E-06	2884620	87,106	87,91	87,18
7	998,551	20,067	27,022	23,777	0,18962	0,08030	0,05916	0,07066	0,2526	87,992	1,038E-06	2810865	88,178	88,84	85,78
8	998,548	20,109	27,613	24,457	0,18481	0,08180	0,06225	0,07245	0,2519	88,572	1,038E-06	2743649	88,777	89,41	87,45
9	998,542	20,082	28,096	24,995	0,17993	0,08340	0,06548	0,07419	0,2521	88,962	1,037E-06	2671374	89,187	89,78	87,24
10	998,540	20,111	28,707	25,608	0,17483	0,08503	0,06890	0,07585	0,2519	89,204	1,037E-06	2598182	89,451	89,11	88,32
11	998,538	20,012	29,031	25,864	0,16985	0,08663	0,07217	0,07718	0,2534	89,090	1,037E-06	2518512	89,361	90,49	89,66
12	998,532	20,046	29,669	26,355	0,16474	0,08830	0,07564	0,07844	0,2528	88,831	1,036E-06	2446618	89,125	88,00	88,67
13	998,530	20,092	30,284	26,824	0,15997	0,08982	0,07902	0,07956	0,2521	88,573	1,036E-06	2379302	88,889	88,20	88,93
14	998,527	20,042	30,719	27,035	0,15480	0,09146	0,08262	0,08049	0,2529	88,007	1,035E-06	2300361	88,350	88,93	88,13
15	998,524	20,076	31,320	27,316	0,14970	0,09301	0,08611	0,08112	0,2526	87,216	1,035E-06	2227168	87,584	88,13	87,40

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 6^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$\rho_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	5,978	10/11	10:26	0,1404	195,793	181,444	260,361	18,530	387,73	7,299	530,99	768,05	7,3	2,757	713,93
2	5,978	10/11	10:29	0,1442	195,995	181,181	260,098	18,554	422,76	7,294	518,89	825,87	8	2,754	782,39
3	5,978	10/11	10:32	0,1478	196,233	181,080	259,998	18,560	455,62	7,294	506,81	838,69	8,6	2,752	841,07
4	5,978	10/11	10:35	0,1510	195,990	180,470	259,387	18,570	487,03	7,166	494,64	881,92	9	2,745	880,19
5	5,978	10/11	10:38	0,1545	196,225	180,363	259,280	18,591	520,89	7,169	482,71	925,12	9,25	2,744	904,64
6	5,978	10/11	10:41	0,1577	195,908	179,761	258,678	18,617	553,18	6,973	470,58	972,52	9,9	2,736	968,21
7	5,978	10/11	10:44	0,1607	195,340	179,004	257,916	18,612	581,50	7,016	458,53	1013,04	10,3	2,728	1007,34
8	5,978	10/11	10:47	0,1639	195,361	178,883	257,790	18,630	614,46	6,686	446,47	1039,45	10,85	2,726	1061,13
9	5,978	10/11	10:50	0,1675	195,769	179,083	257,991	18,646	650,74	6,488	434,45	1113,22	11,25	2,728	1100,24
10	5,978	10/11	10:54	0,1706	195,112	178,225	257,133	18,663	682,63	5,955	421,47	1136,89	11,55	2,718	1129,59
11	5,978	10/11	10:57	0,1739	195,221	178,166	257,074	18,688	716,80	6,006	409,45	1186,16	11,9	2,717	1163,82
12	5,978	10/11	11:00	0,1774	195,488	178,256	257,161	18,693	752,31	5,979	397,40	1223,58	12,25	2,718	1198,04
13	5,978	10/11	11:03	0,1808	195,715	178,423	257,321	18,699	788,58	5,846	385,39	1276,74	12,75	2,720	1246,94
14	5,978	10/11	11:06	0,1830	195,107	177,688	256,590	18,709	813,21	6,497	374,39	1288,60	13,15	2,712	1286,07
15	5,978	10/11	11:09	0,1862	195,439	177,888	256,787	18,722	848,40	6,742	361,35	1376,93	13,7	2,714	1339,85

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h, M^*}	$\eta_{h, M^*, \text{WK, wcm}}$	$\eta_{h, M^*, \text{WK, t}}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	998,570	20,054	27,604	21,966	0,22008	0,08211	0,04710	0,06534	0,2727	79,574	1,041E-06	3253989	79,648	82,61	79,61
2	998,566	20,080	28,405	23,368	0,21492	0,08433	0,05122	0,06937	0,2700	82,268	1,040E-06	3181675	82,360	83,84	81,57
3	998,565	20,109	29,143	24,568	0,20977	0,08633	0,05507	0,07278	0,2680	84,303	1,040E-06	3108055	84,412	84,89	85,01
4	998,562	20,089	29,757	25,598	0,20483	0,08828	0,05886	0,07594	0,2664	86,024	1,040E-06	3034177	86,152	86,56	86,47
5	998,558	20,117	30,478	26,693	0,19975	0,09023	0,06281	0,07902	0,2643	87,579	1,039E-06	2962570	87,725	88,92	87,92
6	998,553	20,090	31,063	27,603	0,19486	0,09215	0,06674	0,08189	0,2633	88,861	1,038E-06	2889967	89,025	89,00	88,80
7	998,554	20,036	31,575	28,259	0,19013	0,09405	0,07031	0,08417	0,2630	89,498	1,039E-06	2815652	89,682	89,58	89,33
8	998,550	20,043	32,222	29,041	0,18509	0,09592	0,07420	0,08645	0,2622	90,127	1,038E-06	2742843	90,332	89,67	90,62
9	998,547	20,090	33,000	29,901	0,17990	0,09789	0,07834	0,08870	0,2606	90,609	1,038E-06	2670050	90,834	90,48	89,95
10	998,543	20,028	33,501	30,392	0,17480	0,09984	0,08235	0,09058	0,2604	90,719	1,037E-06	2591370	90,968	91,07	90,77
11	998,538	20,045	34,192	30,992	0,16974	0,10178	0,08637	0,09225	0,2594	90,640	1,037E-06	2519048	90,911	91,44	90,56
12	998,537	20,078	34,934	31,556	0,16461	0,10373	0,09047	0,09370	0,2581	90,332	1,036E-06	2445224	90,626	91,64	90,67
13	998,536	20,106	35,647	32,061	0,15952	0,10562	0,09466	0,09500	0,2575	89,941	1,036E-06	2371636	90,259	91,15	90,07
14	998,534	20,048	35,986	32,138	0,15519	0,10709	0,09794	0,09564	0,2576	89,306	1,036E-06	2304537	89,647	90,25	90,16
15	998,532	20,087	36,683	32,359	0,14964	0,10884	0,10198	0,09601	0,2565	88,212	1,036E-06	2225024	88,581	88,88	87,66

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 7^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$p_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	6,989	19/11	13:45	0,1612	195,585	175,892	257,706	16,444	457,53	7,191	530,72	1047,93	10	2,747	978,37
2	6,989	19/11	13:47	0,1654	195,525	175,649	257,459	16,467	495,09	7,017	518,64	1094,12	10,7	2,743	1046,86
3	6,989	19/11	13:50	0,1696	195,587	175,587	257,396	16,476	532,16	6,907	506,64	1155,60	11,3	2,743	1105,56
4	6,989	19/11	13:52	0,1732	195,716	175,644	257,454	16,501	567,82	6,912	495,73	1195,12	11,8	2,743	1154,47
5	6,989	19/11	13:55	0,1775	195,671	175,570	257,370	16,514	607,24	6,875	482,59	1254,31	12,35	2,742	1208,28
6	6,989	19/11	13:58	0,1812	195,003	174,957	256,753	16,536	644,52	6,723	469,56	1296,91	13,05	2,735	1276,77
7	6,989	19/11	14:02	0,1854	195,052	175,028	256,828	16,547	686,15	6,558	456,50	1349,15	13,5	2,735	1320,80
8	6,989	19/11	14:06	0,1891	195,127	175,127	256,927	16,582	723,10	6,655	444,49	1405,06	14,2	2,736	1389,27
9	6,989	19/11	14:10	0,1928	195,225	175,268	257,067	16,612	759,75	6,709	433,43	1458,69	14,75	2,737	1443,07
10	6,989	19/11	14:25	0,1966	195,185	174,613	256,402	16,682	799,71	6,210	421,49	1508,66	15,4	2,729	1506,66
11	6,989	19/11	14:28	0,2001	195,130	174,931	256,721	16,690	834,42	6,106	409,45	1562,93	15,9	2,733	1555,57
12	6,989	19/11	14:30	0,2036	195,045	175,105	256,887	16,711	871,34	6,191	397,44	1632,03	16,4	2,735	1604,48
13	6,989	19/11	14:34	0,2072	195,609	175,790	257,561	16,720	908,98	6,474	386,38	1689,42	17	2,742	1663,16
14	6,989	19/11	14:39	0,2102	194,829	175,097	256,868	16,749	941,94	6,367	373,42	1747,04	17,45	2,734	1707,19
15	6,989	19/11	14:42	0,2132	194,783	175,071	256,841	16,775	976,94	6,429	361,40	1789,55	18	2,733	1760,99

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h, M^*}	$\eta_{h, M^*, WK, wcm}$	$\eta_{h, M^*, WK, t}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	998,951	20,054	31,710	25,828	0,21996	0,09428	0,05542	0,07679	0,2618	81,450	1,097E-06	3084486	81,565	82,94	80,10
2	998,947	20,054	32,552	27,270	0,21496	0,09679	0,05989	0,08108	0,2609	83,774	1,097E-06	3016025	83,906	84,66	82,78
3	998,946	20,067	33,383	28,600	0,20991	0,09916	0,06427	0,08495	0,2601	85,672	1,096E-06	2946920	85,821	86,35	84,43
4	998,941	20,086	34,141	29,835	0,20530	0,10127	0,06847	0,08850	0,2596	87,391	1,096E-06	2885341	87,556	88,07	86,54
5	998,939	20,088	34,976	31,036	0,19985	0,10373	0,07316	0,09204	0,2594	88,733	1,095E-06	2809812	88,919	89,56	87,87
6	998,935	20,026	35,597	32,023	0,19475	0,10606	0,07784	0,09541	0,2605	89,961	1,095E-06	2735527	90,168	90,17	89,46
7	998,933	20,039	36,445	33,115	0,18928	0,10849	0,08275	0,09858	0,2605	90,862	1,094E-06	2660165	91,090	91,65	90,67
8	998,927	20,053	37,205	33,968	0,18423	0,11063	0,08712	0,10101	0,2605	91,300	1,093E-06	2592573	91,548	91,61	91,08
9	998,922	20,069	37,954	34,789	0,17957	0,11272	0,09144	0,10332	0,2606	91,661	1,093E-06	2530012	91,928	91,99	91,49
10	998,909	20,072	38,712	35,572	0,17461	0,11495	0,09615	0,10563	0,2574	91,889	1,091E-06	2464725	92,177	92,06	91,99
11	998,908	20,073	39,397	36,039	0,16962	0,11698	0,10028	0,10701	0,2593	91,478	1,090E-06	2394805	91,789	91,81	91,59
12	998,905	20,071	40,086	36,522	0,16465	0,11904	0,10471	0,10846	0,2607	91,111	1,090E-06	2325775	91,445	91,64	90,85
13	998,903	20,135	40,939	37,041	0,15982	0,12099	0,10889	0,10947	0,2605	90,479	1,090E-06	2261614	90,835	91,02	90,29
14	998,898	20,061	41,362	37,083	0,15474	0,12292	0,11322	0,11020	0,2619	89,654	1,089E-06	2187360	90,036	90,30	89,24
15	998,894	20,063	41,970	37,217	0,14975	0,12472	0,11740	0,11059	0,2621	88,673	1,088E-06	2118411	89,082	89,25	88,52

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 8^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$\rho_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	8	20/12	11:35	0,2420	195,622	177,120	256,785	15,308	1118,85	5,819	362,34	2328,19	23,4	2,727	2289,87
2	8	20/12	11:38	0,2379	195,349	176,749	256,407	15,327	1073,04	5,862	375,39	2278,98	22,7	2,722	2221,37
3	8	20/12	11:41	0,2344	195,594	176,961	256,616	15,357	1034,82	5,897	387,38	2198,96	22,1	2,725	2162,64
4	8	20/12	11:44	0,2308	195,929	177,221	256,869	15,357	996,57	5,992	399,40	2120,81	21,6	2,728	2113,70
5	8	20/12	11:47	0,2276	196,134	177,390	257,036	15,384	963,08	6,049	410,47	2071,77	21	2,729	2054,98
6	8	20/12	11:50	0,2236	195,686	176,939	256,587	15,402	923,39	6,069	421,51	1998,63	20,4	2,724	1996,27
7	8	20/12	11:53	0,2194	196,194	177,436	257,082	15,412	876,31	6,107	435,51	1931,28	19,6	2,730	1917,97
8	8	20/12	11:56	0,2154	196,495	177,666	257,321	15,452	836,78	6,062	447,38	1844,39	18,75	2,732	1834,78
9	8	20/12	11:59	0,2109	196,236	177,366	257,023	15,449	791,70	6,654	459,49	1783,93	18	2,729	1761,39
10	8	20/12	12:02	0,2063	195,874	176,969	256,625	15,472	747,09	6,633	471,52	1688,65	17,05	2,724	1668,43
11	8	20/12	12:05	0,2021	196,141	177,196	256,852	15,497	706,07	6,649	483,52	1642,71	16,5	2,726	1614,60
12	8	20/12	12:08	0,1978	196,438	177,467	257,113	15,520	666,63	5,469	495,52	1572,03	15,95	2,729	1560,77
13	8	20/12	12:11	0,1925	195,915	176,889	256,526	15,539	619,37	4,789	507,50	1501,71	15,71	2,722	1537,29
14	8	20/12	12:14	0,1880	196,135	177,073	256,709	15,552	578,48	4,927	519,59	1412,11	14,25	2,724	1394,42
15	8	20/12	12:17	0,1832	196,127	177,006	256,633	15,578	536,03	4,918	531,60	1352,18	13,7	2,723	1340,60

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h,M^*}	$\eta_{h,M^*,WK,wcm}$	$\eta_{h,M^*,WK,t}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	999,138	20,204	47,984	42,675	0,14962	0,14106	0,13333	0,12545	0,2571	88,935	1,130E-06	2044411	89,372	89,08	88,33
2	999,135	20,167	47,085	42,412	0,15515	0,13880	0,12814	0,12502	0,2569	90,075	1,130E-06	2119075	90,483	90,02	88,85
3	999,130	20,184	46,423	42,218	0,16004	0,13667	0,12349	0,12429	0,2564	90,943	1,129E-06	2188520	91,325	90,71	89,94
4	999,130	20,211	45,771	41,933	0,16490	0,13449	0,11880	0,12321	0,2556	91,615	1,129E-06	2256494	91,973	90,98	90,83
5	999,126	20,225	45,161	41,658	0,16941	0,13256	0,11475	0,12227	0,2552	92,243	1,128E-06	2320664	92,578	91,58	91,20
6	999,123	20,171	44,254	41,027	0,17419	0,13042	0,11034	0,12090	0,2557	92,706	1,128E-06	2384164	93,020	91,73	91,68
7	999,121	20,214	43,512	40,244	0,17979	0,12782	0,10453	0,11822	0,2550	92,490	1,127E-06	2464000	92,778	91,59	91,27
8	999,115	20,237	42,776	39,487	0,18458	0,12544	0,09972	0,11580	0,2543	92,310	1,126E-06	2533824	92,577	91,77	91,52
9	999,115	20,202	41,799	38,415	0,18975	0,12290	0,09460	0,11295	0,2545	91,904	1,126E-06	2602205	92,150	91,26	90,67
10	999,112	20,156	40,798	37,217	0,19493	0,12036	0,08951	0,10980	0,2548	91,222	1,125E-06	2671960	91,447	91,05	90,49
11	999,108	20,176	40,002	36,088	0,19980	0,11785	0,08455	0,10631	0,2543	90,215	1,125E-06	2741759	90,420	89,64	88,85
12	999,104	20,198	39,198	34,876	0,20464	0,11528	0,07966	0,10257	0,2537	88,973	1,124E-06	2811494	89,159	87,99	87,67
13	999,101	20,136	38,040	33,171	0,20991	0,11240	0,07422	0,09801	0,2541	87,201	1,123E-06	2880880	87,368	84,56	85,57
14	999,099	20,150	37,171	31,744	0,21484	0,10972	0,06931	0,09370	0,2536	85,399	1,123E-06	2950562	85,548	84,93	84,39
15	999,095	20,141	36,198	30,114	0,21985	0,10691	0,06429	0,08894	0,2533	83,193	1,122E-06	3020750	83,324	82,19	81,83

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 9^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$\rho_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	9,098	20/12	12:37	0,2075	196,394	177,433	257,049	15,614	619,88	5,586	531,51	1738,01	17	2,727	1663,50
2	9,098	20/12	12:40	0,2128	195,732	176,810	256,417	15,626	666,00	5,645	519,61	1822,60	17,5	2,720	1712,43
3	9,098	20/12	12:43	0,2178	195,182	176,317	255,924	15,639	710,72	5,811	507,51	1913,99	18,55	2,714	1815,19
4	9,098	20/12	12:46	0,2225	195,225	176,405	256,012	15,651	757,91	5,387	495,53	1982,44	19,4	2,715	1898,35
5	9,098	20/12	12:49	0,2276	195,319	176,536	256,144	15,668	806,71	4,794	483,54	2082,06	20,5	2,716	2005,99
6	9,098	20/12	12:52	0,2325	195,421	176,650	256,260	15,689	854,53	4,840	471,52	2173,74	21,5	2,718	2103,83
7	9,098	20/12	12:55	0,2374	195,552	176,802	256,418	15,704	901,66	4,777	459,53	2258,65	22,5	2,719	2201,67
8	9,098	20/12	12:58	0,2414	195,007	176,319	255,936	15,713	942,84	4,774	447,42	2341,41	23	2,713	2250,61
9	9,098	20/12	13:01	0,2454	194,525	175,886	255,493	15,718	983,23	5,227	435,50	2401,04	24	2,708	2348,47
10	9,098	20/12	13:04	0,2503	194,706	176,105	255,712	15,725	1032,85	5,360	423,42	2512,67	25,05	2,711	2451,21
11	9,098	20/12	13:07	0,2561	195,577	177,005	256,612	15,756	1091,81	5,459	411,43	2621,24	25,85	2,721	2529,45
12	9,098	20/12	13:10	0,2602	196,176	177,662	257,271	15,757	1133,84	5,618	400,37	2697,36	27,1	2,729	2651,74
13	9,098	20/12	13:13	0,2629	194,754	176,359	255,966	15,785	1164,37	5,700	387,38	2771,03	27,7	2,713	2710,48
14	9,098	20/12	13:16	0,2666	194,309	175,990	255,608	15,812	1204,64	5,771	375,40	2858,33	28,5	2,709	2788,76
15	9,098	20/12	13:19	0,2711	194,388	176,159	255,777	15,821	1253,75	5,834	362,32	2920,19	29,2	2,711	2857,25

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h, M^*}	$\eta_{h, M^*, \text{WK, wcm}}$	$\eta_{h, M^*, \text{WK, t}}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	999,089	20,212	41,161	34,813	0,21943	0,12093	0,07408	0,10228	0,2536	84,578	1,121E-06	3023096	84,708	84,99	83,11
2	999,087	20,155	42,080	36,546	0,21482	0,12416	0,07978	0,10783	0,2545	86,849	1,121E-06	2956316	86,996	88,22	85,45
3	999,085	20,109	42,969	38,081	0,21006	0,12722	0,08531	0,11275	0,2555	88,626	1,121E-06	2888492	88,791	89,49	87,09
4	999,083	20,123	43,943	39,609	0,20503	0,12997	0,09083	0,11715	0,2556	90,138	1,120E-06	2821209	90,321	90,96	88,97
5	999,080	20,143	44,976	41,091	0,19997	0,13283	0,09649	0,12136	0,2557	91,362	1,120E-06	2754141	91,564	91,71	89,98
6	999,077	20,164	46,002	42,434	0,19490	0,13565	0,10208	0,12513	0,2556	92,243	1,119E-06	2687193	92,464	92,39	90,85
7	999,074	20,188	47,022	43,619	0,18983	0,13841	0,10755	0,12839	0,2555	92,763	1,119E-06	2619870	93,003	92,73	91,52
8	999,073	20,141	47,707	44,399	0,18504	0,14091	0,11270	0,13114	0,2565	93,067	1,118E-06	2551443	93,328	93,60	91,72
9	999,072	20,101	48,399	45,079	0,18029	0,14339	0,11779	0,13355	0,2573	93,140	1,118E-06	2483785	93,422	93,23	92,17
10	999,071	20,130	49,434	46,035	0,17516	0,14613	0,12354	0,13608	0,2572	93,125	1,118E-06	2415358	93,429	93,06	91,89
11	999,066	20,233	50,839	47,276	0,16977	0,14915	0,12991	0,13869	0,2562	92,992	1,117E-06	2348862	93,318	93,64	91,94
12	999,066	20,303	51,833	47,773	0,16492	0,15127	0,13444	0,13942	0,2557	92,168	1,117E-06	2285745	92,515	92,10	91,29
13	999,061	20,165	52,026	47,465	0,16011	0,15340	0,13900	0,13995	0,2581	91,234	1,116E-06	2213206	91,608	91,15	90,12
14	999,056	20,129	52,662	47,584	0,15530	0,15569	0,14405	0,14068	0,2590	90,356	1,115E-06	2146301	90,754	90,27	89,13
15	999,055	20,148	53,592	47,791	0,14982	0,15822	0,14977	0,14109	0,2593	89,176	1,115E-06	2071997	89,602	89,53	88,53

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 10^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$\rho_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	10,065	08/11	15:07	0,2958	193,979	175,983	255,195	17,174	1366,42	5,606	361,39	3460,80	35	2,710	3423,99
2	10,065	08/11	15:10	0,2915	193,962	176,004	255,216	17,192	1320,22	5,720	373,36	3370,41	34	2,710	3326,15
3	10,065	08/11	15:15	0,2870	193,915	175,956	255,168	17,224	1271,56	5,823	386,29	3267,75	33	2,709	3228,31
4	10,065	08/11	15:17	0,2843	194,350	176,425	255,632	17,227	1241,73	5,852	398,40	3211,62	32,4	2,715	3169,59
5	10,065	08/11	15:20	0,2796	194,416	176,500	255,704	17,243	1191,96	5,831	409,36	3093,83	31	2,715	3032,62
6	10,065	08/11	15:24	0,2741	194,539	176,614	255,818	17,265	1134,29	5,791	422,36	2966,40	30,25	2,717	2959,24
7	10,065	08/11	15:27	0,2690	194,433	176,540	255,746	17,289	1082,23	6,010	434,36	2847,55	28,8	2,715	2817,38
8	10,065	08/11	15:30	0,2640	194,372	176,498	255,705	17,308	1032,05	6,002	446,36	2753,96	27,75	2,715	2714,66
9	10,065	08/11	15:34	0,2588	193,808	175,932	255,141	17,326	981,249	6,025	457,42	2654,48	26,6	2,708	2602,17
10	10,065	08/11	15:37	0,2538	193,876	176,009	255,218	17,341	932,805	5,885	469,43	2544,04	25,8	2,709	2523,90
11	10,065	08/11	15:40	0,2496	194,547	176,637	255,850	17,359	891,195	5,670	481,44	2476,51	25	2,716	2445,61
12	10,065	08/11	15:44	0,2442	194,489	176,617	255,830	17,368	839,111	5,604	494,36	2377,01	23,9	2,715	2338,00
13	10,065	08/11	15:47	0,2388	194,428	176,608	255,824	17,390	788,631	5,655	506,47	2275,53	22,55	2,715	2205,93
14	10,065	08/11	15:50	0,2334	194,638	176,730	255,943	17,409	738,761	5,667	518,50	2157,88	21,3	2,716	2083,64
15	10,065	08/11	15:52	0,2278	194,870	176,940	256,152	17,420	688,579	5,624	530,51	2063,80	20,7	2,719	2024,94

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h, M^*}	$\eta_{h, M^*, \text{WK, wcm}}$	$\eta_{h, M^*, \text{WK, t}}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	998,822	20,175	58,539	51,924	0,14933	0,17251	0,16297	0,15302	0,2580	88,700	1,077E-06	2140067	89,100	88,70	88,21
2	998,819	20,162	57,662	51,842	0,15433	0,17009	0,15759	0,15293	0,2582	89,907	1,076E-06	2211988	90,280	89,89	89,27
3	998,813	20,145	56,718	51,673	0,15974	0,16752	0,15194	0,15262	0,2583	91,105	1,076E-06	2290427	91,451	90,99	90,42
4	998,813	20,183	56,290	52,050	0,16460	0,16579	0,14812	0,15331	0,2579	92,468	1,076E-06	2362445	92,789	92,30	91,67
5	998,810	20,177	55,342	51,347	0,16915	0,16307	0,14224	0,15130	0,2579	92,781	1,075E-06	2428430	93,081	93,11	92,15
6	998,806	20,176	54,245	50,425	0,17452	0,15985	0,13539	0,14860	0,2577	92,958	1,074E-06	2506941	93,232	92,53	92,41
7	998,802	20,152	53,180	49,499	0,17958	0,15699	0,12938	0,14612	0,2580	93,079	1,074E-06	2579746	93,331	93,20	92,68
8	998,798	20,134	52,135	48,522	0,18463	0,15411	0,12352	0,14343	0,2582	93,069	1,073E-06	2652295	93,300	93,14	92,45
9	998,795	20,064	50,933	47,291	0,18954	0,15135	0,11788	0,14053	0,2590	92,849	1,073E-06	2719236	93,061	93,03	92,08
10	998,792	20,059	49,950	46,145	0,19454	0,14848	0,11210	0,13717	0,2590	92,382	1,072E-06	2791760	92,573	92,17	91,79
11	998,789	20,118	49,258	45,217	0,19922	0,14578	0,10679	0,13382	0,2579	91,796	1,072E-06	2864448	91,968	91,46	90,87
12	998,787	20,100	48,153	43,731	0,20466	0,14270	0,10067	0,12960	0,2582	90,816	1,072E-06	2942046	90,967	90,54	89,77
13	998,783	20,082	47,051	42,127	0,20977	0,13963	0,09474	0,12502	0,2586	89,535	1,071E-06	3015783	89,667	89,88	88,46
14	998,780	20,092	46,001	40,420	0,21470	0,13641	0,08874	0,11986	0,2579	87,867	1,071E-06	3088894	87,981	88,69	87,11
15	998,778	20,104	44,925	38,566	0,21961	0,13311	0,08270	0,11427	0,2575	85,846	1,070E-06	3161308	85,943	85,76	84,93

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 11^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$\rho_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	11,12	09/11	09:24	0,2521	194,957	177,115	256,607	17,161	771,849	5,738	530,45	2567,86	25,5	2,727	2494,59
2	11,12	09/11	09:27	0,2572	194,272	176,401	255,893	17,174	818,019	5,894	518,48	2655,35	26,1	2,718	2553,30
3	11,12	09/11	09:30	0,2632	194,340	176,424	255,916	17,202	870,738	6,686	506,50	2778,65	27,6	2,718	2700,03
4	11,12	09/11	09:33	0,2686	194,180	176,267	255,762	17,212	921,404	7,130	494,43	2884,77	29	2,716	2836,98
5	11,12	09/11	09:40	0,2739	193,955	176,016	255,508	17,232	971,755	6,905	482,56	2986,39	30,1	2,713	2944,59
6	11,12	09/11	09:42	0,2798	194,197	176,254	255,756	17,261	1029,01	7,350	470,47	3097,09	31,05	2,716	3037,50
7	11,12	09/11	09:45	0,2852	193,905	175,992	255,494	17,264	1080,27	7,382	458,47	3245,99	32,8	2,713	3208,71
8	11,12	09/11	09:48	0,2906	193,556	175,628	255,121	17,277	1134,8	7,215	445,51	3358,61	34,1	2,708	3335,89
9	11,12	09/11	09:51	0,2958	193,825	175,894	255,387	17,296	1187,11	6,555	434,44	3466,83	34,8	2,711	3404,35
10	11,12	09/11	09:54	0,3015	193,708	175,780	255,274	17,314	1246,36	6,044	421,48	3591,38	36,25	2,710	3546,19
11	11,12	09/11	09:57	0,3073	193,658	175,529	255,031	17,342	1306,72	6,081	408,47	3733,87	37,8	2,707	3697,81
12	11,12	09/11	10:00	0,3117	193,487	175,385	254,887	17,350	1352,97	6,235	398,46	3854,33	39	2,705	3815,20
13	11,12	09/11	10:03	0,3168	193,956	176,086	255,579	17,380	1408,17	6,314	386,35	3951,72	40,25	2,712	3937,43
14	11,12	09/11	10:08	0,3198	193,232	175,780	255,280	17,400	1441,58	6,347	373,36	4045,75	40,75	2,709	3986,35
15	11,12	09/11	10:12	0,3248	193,892	176,686	256,173	17,433	1496,39	5,871	361,36	4156,57	42	2,719	4108,56

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h,M^*}	$\eta_{h,M^*,WK,wcm}$	$\eta_{h,M^*,WK,t}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	998,825	20,165	49,863	43,194	0,21925	0,14706	0,09236	0,12739	0,2593	86,625	1,077E-06	3140147	86,727	86,24	84,96
2	998,823	20,107	50,734	44,734	0,21461	0,15027	0,09814	0,13250	0,2600	88,174	1,077E-06	3070336	88,292	88,57	86,80
3	998,817	20,128	51,961	46,539	0,20954	0,15366	0,10440	0,13763	0,2596	89,565	1,076E-06	3001566	89,700	89,51	88,19
4	998,816	20,125	53,035	48,076	0,20456	0,15687	0,11049	0,14221	0,2598	90,650	1,076E-06	2930728	90,804	90,22	89,44
5	998,812	20,115	54,039	49,456	0,19970	0,15996	0,11653	0,14639	0,2599	91,518	1,075E-06	2861853	91,690	91,15	90,49
6	998,807	20,155	55,331	51,059	0,19450	0,16330	0,12315	0,15069	0,2595	92,280	1,075E-06	2792233	92,471	92,51	91,58
7	998,806	20,140	56,342	52,220	0,18962	0,16648	0,12936	0,15430	0,2600	92,683	1,074E-06	2721250	92,894	92,11	91,56
8	998,804	20,118	57,348	53,279	0,18435	0,16972	0,13598	0,15768	0,2603	92,905	1,074E-06	2645133	93,138	92,28	91,95
9	998,800	20,160	58,497	54,305	0,17959	0,17259	0,14186	0,16022	0,2599	92,834	1,074E-06	2580701	93,086	92,96	92,08
10	998,797	20,164	59,645	55,278	0,17421	0,17592	0,14883	0,16304	0,2600	92,678	1,073E-06	2504827	92,954	92,71	92,10
11	998,792	20,175	60,811	56,155	0,16879	0,17922	0,15593	0,16550	0,2590	92,343	1,072E-06	2429285	92,643	92,19	91,72
12	998,791	20,170	61,675	56,716	0,16467	0,18183	0,16148	0,16721	0,2593	91,959	1,072E-06	2370211	92,277	91,70	91,21
13	998,785	20,232	62,876	57,227	0,15942	0,18451	0,16753	0,16794	0,2598	91,016	1,071E-06	2299932	91,359	90,82	90,65
14	998,782	20,167	63,269	56,612	0,15431	0,18656	0,17205	0,16693	0,2629	89,478	1,071E-06	2223734	89,848	89,62	88,93
15	998,776	20,250	64,524	56,848	0,14905	0,18911	0,17779	0,16661	0,2631	88,105	1,070E-06	2154087	88,500	88,32	87,78

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 12^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$p_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	12,043	09/11	10:17	0,3354	193,486	175,286	254,779	17,463	1536,98	6,024	362,32	4456,46	45,5	2,703	4450,99
2	12,043	09/11	10:20	0,3316	193,229	175,490	254,983	17,474	1495,94	6,103	373,38	4353,93	44	2,705	4304,23
3	12,043	09/11	10:25	0,3287	193,501	176,363	255,856	17,505	1462,98	6,069	385,37	4248,20	42,5	2,715	4157,43
4	12,043	09/11	10:29	0,3235	193,935	177,080	256,573	17,516	1407,92	6,571	397,37	4125,95	41,45	2,723	4054,68
5	12,043	09/11	10:31	0,3174	193,538	176,947	256,440	17,525	1344,09	6,518	409,39	3962,87	40,25	2,721	3937,30
6	12,043	09/11	10:35	0,3125	193,847	177,340	256,834	17,544	1291,46	6,180	421,40	3838,59	39,25	2,726	3839,45
7	12,043	09/11	10:38	0,3067	193,532	177,054	256,540	17,575	1232,66	6,276	433,27	3687,05	37,6	2,722	3678,04
8	12,043	09/11	10:41	0,3009	193,600	175,074	254,558	17,593	1174,53	6,274	446,35	3579,71	36,5	2,699	3570,50
9	12,043	09/11	10:45	0,2952	193,283	175,151	254,642	17,610	1118,79	6,442	457,41	3420,08	35	2,700	3423,75
10	12,043	10/11	10:50	0,2895	193,788	175,886	255,370	17,630	1063,92	6,048	470,40	3276,16	33,2	2,708	3247,64
11	12,043	09/11	10:53	0,2844	194,267	176,589	256,072	17,638	1012,86	6,619	482,50	3197,75	32	2,716	3130,22
12	12,043	09/11	10:56	0,2791	194,677	177,073	256,557	17,667	962,103	6,788	494,36	3058,75	31,25	2,722	3056,83
13	12,043	09/11	10:59	0,2720	193,910	176,358	255,849	17,686	899,852	5,565	506,47	2920,41	29,85	2,713	2919,89
14	12,043	09/11	11:03	0,2680	195,213	177,579	257,063	17,701	859,555	5,508	518,50	2832,65	28,65	2,727	2802,46
15	12,043	09/11	11:06	0,2611	194,756	177,102	256,591	17,727	800,169	5,586	530,51	2682,80	27	2,721	2641,07

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h, M^*}	$\eta_{h, M^*, WK, wcm}$	$\eta_{h, M^*, WK, t}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	998,770	20,240	66,590	58,545	0,14948	0,19530	0,18270	0,17170	0,2585	87,919	1,069E-06	2161461	88,311	87,38	87,32
2	998,768	20,203	65,725	58,730	0,15418	0,19330	0,17818	0,17273	0,2612	89,358	1,069E-06	2228036	89,726	89,30	88,76
3	998,763	20,222	65,206	59,284	0,15906	0,19150	0,17410	0,17411	0,2639	90,919	1,068E-06	2301378	91,261	91,64	90,61
4	998,761	20,251	64,269	58,860	0,16389	0,18835	0,16738	0,17250	0,2648	91,584	1,068E-06	2373749	91,902	91,96	91,13
5	998,759	20,192	62,875	57,903	0,16910	0,18507	0,16028	0,17043	0,2667	92,091	1,067E-06	2446123	92,385	92,03	91,72
6	998,756	20,209	61,944	57,263	0,17398	0,18209	0,15386	0,16833	0,2667	92,443	1,067E-06	2519030	92,714	92,06	92,07
7	998,750	20,161	60,661	56,213	0,17910	0,17896	0,14725	0,16584	0,2673	92,668	1,066E-06	2592044	92,916	92,55	92,43
8	998,746	20,152	59,485	55,192	0,18454	0,17561	0,14040	0,16294	0,2569	92,785	1,066E-06	2671494	93,010	92,23	92,11
9	998,743	20,104	58,220	53,899	0,18934	0,17250	0,13410	0,15969	0,2594	92,578	1,065E-06	2738942	92,784	92,20	92,25
10	998,739	20,140	57,196	52,707	0,19454	0,16900	0,12729	0,15574	0,2599	92,151	1,065E-06	2818098	92,335	92,41	91,99
11	998,738	20,176	56,283	51,511	0,19937	0,16587	0,12105	0,15181	0,2604	91,522	1,064E-06	2891189	91,687	91,82	90,81
12	998,733	20,204	55,307	50,159	0,20413	0,16265	0,11487	0,14751	0,2603	90,692	1,064E-06	2964446	90,838	90,32	90,29
13	998,729	20,108	53,659	48,021	0,20963	0,15894	0,10788	0,14224	0,2616	89,494	1,063E-06	3038532	89,620	88,88	88,87
14	998,727	20,231	53,175	46,971	0,21396	0,15607	0,10244	0,13786	0,2595	88,332	1,063E-06	3111912	88,440	88,20	87,71
15	998,722	20,168	51,659	44,763	0,21925	0,15234	0,09571	0,13200	0,2600	86,651	1,062E-06	3186053	86,741	86,86	86,16

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 13^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$\rho_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	13,009	10/11	09:19	0,2835	194,704	176,656	255,657	18,154	863,433	6,462	531,44	3191,55	32	2,706	3129,95
2	13,009	10/11	09:22	0,2896	193,866	175,933	254,929	18,173	917,434	6,749	518,51	3315,08	33,4	2,697	3266,90
3	13,009	10/11	09:24	0,2960	194,031	176,120	255,112	18,172	973,594	6,422	507,46	3481,50	35	2,700	3423,39
4	13,009	10/11	09:27	0,3027	193,809	175,917	254,905	18,196	1035,85	6,692	494,43	3653,01	36,75	2,697	3594,55
5	13,009	10/11	09:30	0,3091	193,750	175,794	254,778	18,215	1094,95	6,519	482,55	3763,79	38,25	2,695	3741,26
6	13,009	10/11	09:34	0,3152	193,642	175,598	254,574	18,230	1155,37	6,398	470,43	3941,10	39,6	2,693	3873,31
7	13,009	10/11	09:40	0,3215	193,225	175,664	254,650	18,248	1214,85	6,588	457,47	4079,75	41,2	2,694	4029,79
8	13,009	10/11	09:43	0,3277	193,363	176,128	255,115	18,263	1276,49	6,123	445,45	4236,28	43	2,699	4205,81
9	13,009	10/11	09:47	0,3333	193,661	176,700	255,686	18,286	1331,28	6,896	434,38	4363,67	44,5	2,706	4352,48
10	13,009	10/11	09:50	0,3379	193,053	176,515	255,494	18,312	1379,08	7,083	422,38	4498,05	45,5	2,703	4450,28
11	13,009	10/11	09:54	0,3432	192,623	176,363	255,339	18,328	1437,09	6,904	409,40	4663,73	47,35	2,701	4631,22
12	13,009	10/11	09:59	0,3490	192,613	176,702	255,671	18,358	1497,27	6,912	397,36	4792,69	48,6	2,705	4753,44
13	13,009	10/11	10:02	0,3546	193,104	177,397	256,362	18,369	1560,49	7,026	386,31	4918,62	50,25	2,712	4914,77
14	13,009	10/11	10:05	0,3587	192,082	176,536	255,493	18,398	1608,2	6,811	374,35	5070,58	51,2	2,702	5007,71
15	13,009	10/11	10:09	0,3636	193,335	177,953	256,910	18,428	1662,92	6,874	361,34	5186,53	52,6	2,718	5144,53

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h, M^*}	$\eta_{h, M^*, WK, wcm}$	$\eta_{h, M^*, WK, t}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	998,641	20,220	56,214	48,412	0,21936	0,16514	0,10306	0,14222	0,2552	86,121	1,051E-06	3226194	86,202	86,04	85,17
2	998,637	20,151	57,243	50,182	0,21439	0,16903	0,10987	0,14818	0,2568	87,664	1,050E-06	3149189	87,763	87,60	86,94
3	998,638	20,184	58,594	52,079	0,20964	0,17259	0,11632	0,15340	0,2566	88,881	1,050E-06	3082013	88,996	88,67	87,89
4	998,633	20,180	59,913	53,979	0,20428	0,17652	0,12377	0,15904	0,2569	90,095	1,049E-06	3004659	90,230	89,71	88,96
5	998,629	20,193	61,222	55,660	0,19931	0,18022	0,13070	0,16385	0,2566	90,914	1,049E-06	2933828	91,067	90,63	90,35
6	998,626	20,199	62,451	57,232	0,19427	0,18375	0,13782	0,16839	0,2562	91,644	1,049E-06	2861267	91,816	91,58	90,76
7	998,623	20,175	63,619	58,514	0,18903	0,18752	0,14508	0,17247	0,2591	91,975	1,048E-06	2783669	92,169	91,92	91,33
8	998,620	20,208	64,954	59,831	0,18392	0,19099	0,15212	0,17593	0,2606	92,112	1,048E-06	2711539	92,326	91,86	91,51
9	998,616	20,255	66,217	60,871	0,17914	0,19402	0,15832	0,17836	0,2615	91,926	1,047E-06	2645655	92,159	91,67	91,54
10	998,611	20,207	66,961	61,312	0,17440	0,19690	0,16439	0,18029	0,2643	91,565	1,046E-06	2574267	91,819	91,56	91,05
11	998,608	20,180	67,922	61,906	0,16915	0,20013	0,17149	0,18241	0,2662	91,144	1,046E-06	2496125	91,422	90,75	90,41
12	998,602	20,197	69,124	62,591	0,16411	0,20341	0,17849	0,18419	0,2679	90,550	1,045E-06	2424615	90,851	90,52	90,13
13	998,601	20,266	70,480	63,413	0,15927	0,20636	0,18538	0,18567	0,2682	89,974	1,045E-06	2357804	90,297	89,91	89,87
14	998,595	20,175	70,969	63,311	0,15469	0,20919	0,19187	0,18662	0,2702	89,210	1,044E-06	2286454	89,557	89,36	88,77
15	998,589	20,319	72,454	63,183	0,14878	0,21130	0,19698	0,18427	0,2693	87,206	1,043E-06	2208675	87,581	87,39	87,02

Vedlegg G. Måledata

$\alpha \approx 14^\circ$

Nr.	α	Date	Time	Q	Dp	$p_{1, \text{sensor}}$	$p_{1, \text{abs}}$	θ_{water}	T_{gen}	T_{friction}	n_{gen}	$h_{\text{WK, t}}$	$dH_{\text{WK, m}}$	$\rho_{\text{air, wcm}}$	$h_{\text{WK, wcm}}$
[-]	[°]	[dd/mm]	[hh:mm]	[m³/s]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[°C]	[Nm]	[Nm]	[rpm]	[Pa]	[cm]	[kg/m³]	[Pa]
1	14,02	19/11	15:49	0,3336	144,231	112,198	193,980	17,100	1307,12	6,157	313,34	4370,77	43,85	2,012	4292,81
2	14,064	10/11	10:14	0,3816	191,505	176,315	255,262	18,451	1691,72	6,969	374,36	5739,29	58,5	2,699	5721,66
3	13,932	09/11	13:04	0,3746	193,233	174,768	254,212	17,692	1634,87	5,387	387,38	5540,53	55,25	2,695	5404,58
4	13,932	09/11	13:06	0,3686	192,579	175,082	254,526	17,714	1570,99	5,426	397,35	5379,73	53,7	2,698	5252,93
5	13,932	09/11	13:09	0,3638	193,250	176,618	256,062	17,733	1517,82	5,438	409,36	5203,18	52,5	2,716	5135,44
6	13,932	09/11	13:12	0,3589	193,090	177,147	256,591	17,754	1465,61	5,410	419,28	5096,94	51,3	2,721	5018,01
7	13,932	09/11	13:16	0,3515	192,550	174,935	254,379	17,779	1391,98	5,483	433,27	4874,33	48,6	2,695	4754,00
8	13,932	09/11	13:19	0,3469	193,562	176,832	256,276	17,803	1344,92	5,583	445,37	4760,88	47,85	2,718	4680,51
9	13,932	09/11	13:25	0,3399	193,250	177,355	256,800	17,835	1275,78	5,636	458,33	4551,78	46,1	2,723	4509,28
10	13,932	09/11	13:30	0,3350	193,966	178,078	257,523	17,877	1228,2	5,948	469,39	4398,22	44,7	2,731	4372,27
11	13,932	09/11	13:36	0,3267	193,400	177,670	257,115	17,910	1149,77	6,243	482,46	4221,02	42,6	2,726	4166,86
12	13,932	09/11	13:40	0,3207	194,316	178,551	257,996	17,917	1093,54	6,165	495,40	4038,54	40,65	2,736	3976,08
13	13,932	09/11	13:45	0,3127	193,811	177,999	257,444	17,947	1024,11	6,318	507,39	3863,57	39,15	2,729	3829,36
14	13,932	09/11	13:49	0,3067	194,008	178,072	257,517	17,977	969,621	6,367	518,46	3691,07	37,8	2,730	3697,29
15	13,932	09/11	13:52	0,2968	193,790	177,763	257,209	18,002	883,575	6,416	534,47	3470,23	35,35	2,726	3457,65

Nr.	$\rho_{\text{water, mean}}$	H_M	$P_{\text{hydraulic}}$	$P_{\text{mechanical}}$	η_{ED}	Q_{ED}	T_{ED}	P_{ED}	σ	$\eta_{\text{hydraulic}}$	v_M	Re_M	η_{h,M^*}	$\eta_{h,M^*,WK,wcm}$	$\eta_{h,M^*,WK,t}$
[-]	[kg/m³]	[m]	[kW]	[kW]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[%]	[m²/s]	[-]	[%]	[%]	[%]
1	998,820	15,213	49,791	43,093	0,14911	0,22409	0,20685	0,19395	0,2668	86,548	1,079E-06	1852042	87,066	87,32	86,49
2	998,585	20,194	75,576	66,594	0,15462	0,22246	0,20163	0,19602	0,2725	88,116	1,043E-06	2289570	88,463	87,81	87,67
3	998,728	20,343	74,750	66,539	0,15941	0,21758	0,19327	0,19368	0,2568	89,016	1,063E-06	2324406	89,350	89,65	88,47
4	998,724	20,256	73,248	65,596	0,16386	0,21458	0,18654	0,19217	0,2625	89,553	1,062E-06	2385540	89,867	90,00	88,87
5	998,721	20,308	72,465	65,299	0,16860	0,21147	0,17978	0,19056	0,2660	90,111	1,062E-06	2458817	90,401	90,34	89,72
6	998,717	20,276	71,372	64,588	0,17282	0,20879	0,17389	0,18894	0,2697	90,495	1,061E-06	2519738	90,766	90,52	89,77
7	998,712	20,197	69,627	63,405	0,17894	0,20488	0,16584	0,18657	0,2621	91,064	1,061E-06	2605421	91,309	91,66	90,46
8	998,708	20,286	69,035	62,986	0,18353	0,20180	0,15956	0,18412	0,2652	91,238	1,060E-06	2679822	91,461	91,32	90,50
9	998,702	20,232	67,448	61,502	0,18912	0,19796	0,15179	0,18051	0,2699	91,186	1,059E-06	2760021	91,386	91,06	90,62
10	998,694	20,290	66,672	60,663	0,19341	0,19484	0,14576	0,17728	0,2690	90,987	1,058E-06	2829623	91,168	90,95	90,67
11	998,688	20,207	64,756	58,406	0,19921	0,19041	0,13708	0,17173	0,2706	90,193	1,057E-06	2910915	90,352	90,05	89,44
12	998,687	20,283	63,808	57,051	0,20416	0,18657	0,12991	0,16681	0,2693	89,410	1,057E-06	2989472	89,549	89,71	88,98
13	998,681	20,208	61,988	54,751	0,20949	0,18226	0,12217	0,16098	0,2698	88,324	1,056E-06	3064158	88,444	88,02	87,61
14	998,676	20,211	60,802	52,989	0,21405	0,17873	0,11569	0,15576	0,2689	87,150	1,055E-06	3133382	87,254	86,66	86,74
15	998,671	20,161	58,690	49,812	0,22093	0,17316	0,10574	0,14697	0,2689	84,873	1,055E-06	3232176	84,953	84,44	84,28