

Numerisk simulering av ikke-lineær oppførsel av armert betong

Martin Hallberg

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2014

Hovedveileder: Svein Ivar Sørensen, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk

MASTEROPPGAVE 2014

for

Martin Hallberg

Numerisk simulering av ikkelineær oppførsel av armert betong

Numerical simulation of non-linear behaviour of reinforced concrete

Opgaven går i korte trekk ut på følgende:

- Sette seg inn i modellering og lineær analyse med FEM-programmene DIANA og ABAQUS – pre-og postprosessering.
- Verifisering av resultater fra beregning av skive- og plateeksempler i forhold til ”eksakt” løsning med begge programmene.
- Sammenligning og vurdering av brukervennlighet for programmene.
- Studere bakgrunnsteori for matematisk modellering av ikkelineær oppførsel av betong og armering med tilgjengelige modeller i begge programmene.
- Beskrive numeriske løsningsmetoder i begge programmene.
- Ikkelineær analyse av nærmere spesifiserte skive- og plateeksempler med begge programmene. Sammenligning og vurdering av resultater.
- Konklusjoner mht fordeler og ulemper med programmene. Vurdering av stabilitet og konvergens av løsninger. Anbefalinger for bruk av programmene.

Besvarelsen organiseres i henhold til gjeldende retningslinjer.

Veileder: Professor Svein Ivar Sørensen

Besvarelsen skal leveres til Institutt for konstruksjonsteknikk innen 10. juni 2014.

NTNU, 23. januar , 2014

Svein Ivar Sørensen
faglærer

FORORD

Denne rapporten er et resultat av arbeidet med min masteravhandling våren 2014, ved institutt for konstruksjonsteknikk ved Norges tekniske- og naturvitenskapelige universitet (NTNU). Oppgaven er foreslått av Svein Ivar Sørensen på instituttet, og er utarbeidet over 20 uker og 30 studiepoeng.

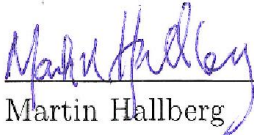
Hensikten med oppgaven er å se hvordan ikke-lineære analyser av armert betong i Abaqus/Standard er sammenlignet med tilsvarende analyser i Diana. Oppgavegiver har ikke brukt Abaqus på 20 år, og mye er forbedret siden den gang. Delvis var hensikten hans med å gi oppgaven å sette seg inn i dagens versjon av programmet.

Min motivasjon for oppgaven var i hovedsak å tilegne meg mer kunnskap om konstruksjoner i betong, og da var muligheten for en utstrakt analyse og ikke-lineære simuleringer en god læremåte. Samtidig hadde jeg ønske om å lære mer om Abaqus, og spesielt simulering av betongkonstruksjoner i dette programmet.

Hovedinnholdet i oppgaven er beskrivelse av de grunnleggende komponentene i en ikke-lineær analyse av betongkonstruksjoner med eksempler, samt tolkning av resultater og en vurdering av de to programmene. Oppbygningen av rapporten skal gi et godt innblikk i analyseprosessen med tilhørende bakgrunnsteori.

Jeg vil gjerne takke min veileder Svein Ivar Sørensen for veldig god hjelp underveis og for hans entusiasme. Det gav meg god motivasjon og et tilsvarende godt læringsutbytte.

Trondheim, juni 2014


Martin Hallberg

SAMMENDRAG

Numerisk simulering er et nyttig hjelpemiddel for å mest mulig eksakt predikere responsen til armerte betongkonstruksjoner. Derfor er det viktig å kjenne til de analyseprogrammene som faktisk blir brukt blant norske bedrifter, resultatene de gir og hvordan de er å bruke. I denne studien er FEM-programmene Abaqus og Diana sammenlignet. I begge programmene har det blitt utført analyser av to konstruksjonsdeler i armert betong, en skive og en plate. Både en lineær elastisk- og ikke-lineær analyse er utført for å kunne vurdere programmenes brukbarhet på forskjellige områder.

Resultatene fra simuleringene viser at det er godt samsvar mellom programmene, og et godt utgangspunkt var det med lite avvik i den elastiske verifikasjonsanalysen. Ved innføring av ikke-lineariteter i analysen fortsatte det gode samsvaret mellom programmene, også i forhold til vanlige håndberegninger. Et problem av betydning var konvergensproblemene i Abaqus/Standard. Analyse av en kvadratisk betongplate viste seg å ikke være gjennomførbare.

Med de analysene som er gjennomført i denne studien, har Diana vist seg å være et svært lettlært program som gir gode resultater. Diana er et brukervennlig program og har god stabilitet i analyseprosessen. Programmet gir gode muligheter for å gå i dybden når det gjelder å studere responsen til armerte betongkonstruksjoner.

Abaqus har et mer moderne brukergrensesnitt og virker mer brukervennlig med tanke på hvordan man bruker dataprogram i dag. Til tross for konvergensproblemene har Abaqus et veldig godt utgangspunkt til å være et kraftfullt verktøy for analyse av betongkonstruksjoner. Programmet er tunglært, men har unike muligheter. Dessverre har standardmodulen problemer når det gjelder konvergens med materialmodellen *concrete smeared cracking*. Dermed har denne delen av programmet liten brukbarhet, men det vil ikke si at programmet i sin helhet er ubrukelig til betongkonstruksjoner før ytterligere analyser er gjennomført med explicit versjonen.

ABSTRACT

Numerical simulation is a useful tool to accurately predict the response of reinforced concrete structures. Thus, it is important to be familiar with the software that is being used among Norwegian firms, their performance and their easy-to-use ability. In this study, the FEM-software Abaqus and Diana is compared to each other. It has been performed analysis of two structural members in reinforced concrete, a deep beam and a slab. Both linear elastic and non-linear analysis has been performed to assess the usability of the two programs in different areas.

The results of the simulations show that there is a good correlation between the programs, and as a good baseline there was little deviation in the results of the software verification analysis. In accordance with the introduction of non-linearities, the good correspondence between the programs continued, including the results in relation to conventional hand calculations. An issue of significance were the convergence problems in Abaqus/Standard. An analysis of a square concrete slab proved not to be feasible.

With the analyzes conducted in this study, Diana proved to be a very easy-to-learn program which also provided good results. Diana is a user friendly program and has great stability during the analysis procedure. The program provides excellent opportunities to go deeply into studying the response of reinforced concrete structures.

Abaqus has a more modern user interface and seems to be more user-friendly in terms of how we use computer software today. Despite the convergence problems, Abaqus has a very good starting point to be a powerful tool for analysis of concrete structures. The program is hard to learn, but has unique opportunities with numerical simulations. Unfortunately, the standard module has problems when it comes to convergence with the concrete smeared cracking model. Thus, this part of the program is quite useless, but it does not necessarily signify that the program is entirely useless for analysis of concrete structures until further analysis is performed with the explicit module of the program.

INNHALDSFORTEGNELSE

Sammendrag	iii
Abstract	v
Innledning	1
I Teori	3
1 Generelt	5
1.1 Konseptet FEM	5
2 Numerisk materialmodellering	7
2.1 Generelt	7
2.2 Betong i trykk	7
2.2.1 En-parameter modeller	8
2.2.2 To-parameter modeller	9
2.3 Betong i strekk	12
2.4 Armering	12
2.5 Regelverk	13
2.5.1 Betong	13
2.5.2 Armering	14
3 Materialmodeller i programmene	15
3.1 Diana	15
3.2 Abaqus	16
4 Numeriske løsningsmetoder	19
4.1 Iterasjonsmetoder	19
4.1.1 Newton-Raphson	20
4.1.2 Modifisert Newton-Raphson	20
4.1.3 Quasi-Newton	21
4.2 Konvergens kriterier	22
4.2.1 Diana	22
4.2.2 Abaqus	22
4.3 Last-inkrement	22
4.3.1 Diana	22

4.3.2	Abaqus	23
5	Elementer	25
5.1	Diana	25
5.1.1	Skiveelement	25
5.1.2	Plateelement	25
5.2	Abaqus	26
5.2.1	Skiveelement	26
5.2.2	Plateelement	26
II	Analyse	29
6	Geometri	31
6.1	Skive	31
6.2	Plate	32
7	Materialparametere	33
7.1	Lineær elastisk	33
7.2	Ikke-lineær	34
7.2.1	Betong	34
7.2.2	Armering	35
8	Håndberegninger	37
8.1	Skive	37
8.2	Plate	39
9	FEM - beregningsmodell	41
9.1	Elementnett	42
9.2	Analysemetode	42
9.2.1	Diana	42
9.2.2	Abaqus	43
10	Resultater	45
10.1	Lineær elastisk	45
10.2	Ikke-lineær	45
III	Vurdering og konklusjon	55
11	Sammenligning av resultater	57
11.1	Verifikasjonsberegning	57
11.2	Ikke-lineær analyse	58
11.2.1	Skive	58
11.2.2	Plate	59

12	Vurdering av programmene	61
12.1	Brukervennlighet	61
12.1.1	Preprosessering	61
12.1.2	Postprosessering	64
12.1.3	Oppsummering	66
12.2	Stabilitet og konvergens	66
12.3	Konklusjon og anbefalinger for bruk	67
13	Forslag til videre arbeid	69
	Referanser	71
	Vedlegg	74
A	Resultatplott fra lineær elastisk analyse	75
A.1	Diana	75
A.2	Abaqus	77

FIGURLISTE

2.1	Hovedtyper av bruddformer [7].	7
2.2	Bruddflate til betong i trykk, projeksjon i deviatorisk snitt [3].	8
2.3	Mises og Tresca i deviatorisk snitt [3].	8
2.4	Mises og Tresca i plan spenning [3].	9
2.5	Forhold mellom hovedspenninger og Mohr-Coulomb kriteriet [3].	9
2.6	Mohr-Coulomb i deviatorisk snitt [3].	10
2.7	Mohr-Coulomb i plan spenning med "tension cutoff" [3].	11
2.8	Drucker-Prager i deviatorisk snitt [3].	11
2.9	Spenning-tøyningskurve for armering [4].	12
2.10	Materialmodell for betong etter EC2 [4].	13
2.11	Materialmodell for armering etter EC2 [4].	14
3.1	Strekkmodeller i Diana [2].	15
3.2	Trykkmodeller i Diana [2].	16
3.3	Bruddflate i Abaqus, plan spenning [1].	18
4.1	Newton-Raphson [2].	20
4.2	Modifisert Newton-Raphson [2].	21
4.3	Quasi-Newton [2].	21
4.4	Arc-length control i Diana [2].	22
4.5	Riks prosedyre i Abaqus [1].	23
5.1	Skiveelement med plan spenning i Diana [2].	25
5.2	Skallelement i Diana [2].	26
5.3	Kontinuumelement med plan spenning i Abaqus [1].	26
5.4	Definering av skall i Abaqus [1].	27
5.5	Plan spenning, skallelement i Abaqus [1].	27
6.1	Oppriss og snitt av skive. Ikke i skala.	31
6.2	Oppriss av plate	32
6.3	Snitt av plate	32
7.1	Lineær spenning-tøyningsammenheng for betong B30	33
7.2	Ikke-lineær spenning-tøyningsammenheng for betong B30	34
7.3	Spenning-tøyningsammenheng for armering B500NC	35

9.1	FEM-modell av skive, hentet fra Abaqus	41
9.2	FEM-modell av plate, hentet fra Abaqus	42
10.1	Last-forskyvningskurve i midtsnitt. Høyeste lastfaktor på 1,04. Deretter avtagende kurve med etterhvert større deformasjoner.	46
10.2	Nedbøyning ved referanselast, laststeg=25. Maks nedbøyningen er 16,5mm i midtsnitt.	47
10.3	Bøyespenninger ved referanselast, høyeste trykkspenning er 17,1MPa i toppen av skiven.	47
10.4	Armeringsspenninger i lengdearmring ved referanselast. Høyeste armeringsspenning er 422MPa ved midtsnitt. Jevnt avtagende mot opplegg. . . .	48
10.5	Riss ved referanselast, vektorplott.	48
10.6	Last-forskyvningskurve i midtsnitt. Høyeste lastfaktor på 1,02 før en knekk på kurven og videre deformasjon.	49
10.7	Nedbøyning ved referanselast, laststeg=176. Maks nedbøyning er 16,75mm i midtsnitt.	49
10.8	Bøyespenninger ved referanselast, høyeste trykkspenning er 14,7MPa i toppen av skiven.	50
10.9	Armeringsspenninger i lengdearmring ved referanselast. Høyeste spenning er 423MPa.	50
10.10	Vektorplott av logaritmisk tøyning som viser komponenter som overskrider flyt-tøyningen i strekk. En indikasjon på riss-størrelse og retning ved referanselast.	50
10.11	Last-forskyvningskurve i midtpunkt. En knekk på kurven like før laststeg 13 før videre deformasjoner med en viss fastning. Høyeste lastfaktor på 0,971 ved steg 21.	51
10.12	Nedbøyning ved $0,97 \times$ referanselast, laststeg=21. Maks nedbøyning er 36,5mm i midtpunkt.	51
10.13	Armeringsspenninger i x-retning ved $0,97 \times$ referanselast. Flytespenning i midtpunkt på 434MPa.	52
10.14	Riss i overside av plate ved $0,97 \times$ referanselast, vektorplott.	52
10.15	Riss i underside av plate ved $0,97 \times$ referanselast, vektorplott.	53
11.1	Lokal deformasjon av element ved opplegg i skiveanalyse i Abaqus (referanselast).	58
11.2	Rissutvikling i plate. Plottene er hentet fra Diana.	60
12.1	Brukergrensesnitt, Diana øverst og Abaqus under.	62
12.2	Dialogbokser for å angi materialparametere. Eksempelet er for armeringsstål: VonMises plastisitet. Diana til venstre og Abaqus til høyre. . . .	63
12.3	Utdrag fra brukergrensesnittet for visualiseringer.	65
A.1	Nedbøyning i y-retning	75
A.2	Bøyespenninger	75
A.3	Nedbøyning i z-retning	76
A.4	Bøyespenninger	76

A.5	Nedbøyning i y-retning	77
A.6	Bøyepenninger	77
A.7	Nedbøyning i z-retning	78
A.8	Bøyepenninger	78

TABELLISTE

7.1	Betong B30, spenning-tøyningsammenheng i trykk	34
7.2	Betong B30, spenning-tøyningsammenheng i strekk	35
9.1	Randbetingelser for skive	41
9.2	Randbetingelser for plate	42
10.1	Resultater fra verifikasjonsanalyse	45
10.2	Håndberegningene i kapittel 8 av nedbøyning gav følgende resultat	46
10.3	Resultater fra parameterstudie av plateanalysen i Abaqus	53
11.1	Avvik mellom håndberegninger og eksakt lineær elastisk analyse	57
11.2	Resultatverdier ved referanselast fra ikke-lineær skiveanalyse	59

INNLEDNING

For simulering av armert betong har Finite Element Method (FEM) -programmet Diana i hovedsak blitt benyttet på institutt for konstruksjonsteknikk på NTNU. Det finnes mange langt mer kjente FEM-programmer enn Diana som blir brukt til dette formålet blant norske bedrifter. Deriblant er Abaqus en av de aller mest kjente programmene. Numerisk simulering er et nyttig hjelpemiddel for å mest mulig eksakt predikere responsen til armerte betongkonstruksjoner. Derfor er det viktig å kjenne til de programmene som faktisk blir brukt, resultatene de gir og hvordan de er å bruke.

Oppgaven går i hovedsak ut på å sammenligne og vurdere programmene opp mot hverandre. Resultatene som programmene gir er viktige, det vil si brukbarhet, nøyaktighet og konvergens. Spesielt Abaqus har mange anvendelsesområder, men hvordan takler programmet simuleringen av armert betong? Diana på den andre siden er spesialbygd for denne type analyser, og er derfor godt likt på institutt for konstruksjonsteknikk. Brukervennligheten og funksjonaliteten som programmene tilbyr innen analyse av armerte betongkonstruksjoner er viktig for å avgjøre hvilket av programmene som er det foretrukkede analyseverktøy. Versjonene av programmene som benyttes i sammenligningen er Diana 9.4.4 og Abaqus/Standard 6.12-1.

Rapporten er delt i tre deler. En teoridel forklarer grunnleggende prinsipper om hvordan materialet betong kan fremstilles matematisk, og videre hvordan det implementeres i elementanalyseprogrammene Diana og Abaqus. Numeriske løsningsmetoder og hvordan programmene løser ikke-lineære sammenhenger står sentralt i første del av oppgaven. I analysedelen utføres håndberegninger og numeriske analyser i Abaqus og Diana, og i siste del oppsummeres resultatene sammen med en kort vurdering av programmene.

Del I

Teori

1. GENERELT

Teoridelen vil ha et formål om å etablere et begrepsapparat knyttet til bakgrunnsteorien som er grunnlaget for FEM-programmenes virkemåte, og for vurderingen av de eventuelle resultatvariasjonene. Det vil bli lagt vekt på å ikke beskrive generell element metode, da dette ikke er formålet med teoridelen. Derfor vil alt av utledninger og matematiske formler bli holdt til et minimum. For generell element metode refereres det til litteratur som for eksempel Cook [8]. I avsnitt som angår programmene Diana og Abaqus vil, der forskjellene er signifikante, bli presentert hver for seg.

1.1 Konseptet FEM

Grunnprinsippet i løsningsprosedyren i en FEM-analyse er sammenhengen mellom stivhet, forskyvning og last. Denne sammenhengen stammer fra Hooke's lov.

$$K \times r = R \tag{1.1}$$

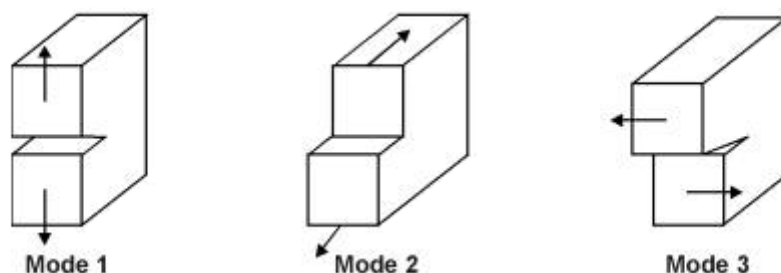
Denne sammenhengen er gyldig for hver node eller et større system, men da i matrisform. r er rotasjon eller translasjon, K er tilhørende stivhet og R er last. Ligningen lar seg løse lineært med konstant stivhet. Ved ikke-lineær materialoppførsel, ved at stivheten varierer med tøyningen, vil løsningen ikke stemme overens med de indre kreftene. Dette gir behov for at ytre last bli påført inkrementvis, og at likevekten mellom ytre og indre krefter blir en iterasjonsprosess med justering av systemets stivhet, K . Dette er grunnlaget for teoridelen og løsningsmetodene for ikke-lineære systemer vil bli beskrevet i detalj.

2. NUMERISK MATERIALMODELLERING

Dette kapitlet er basert på kilden Wai-Fah Chen, *Plasticity in Reinforced Concrete* [3], med unntak av det som omhandler Eurokode 2. Hensikten med å presentere generell matematisk fremstilling av konstruksjonsmaterialene betong og armering, er for å danne et grunnlag for hvordan FEM-programmene definerer sine materialmodeller.

2.1 Generelt

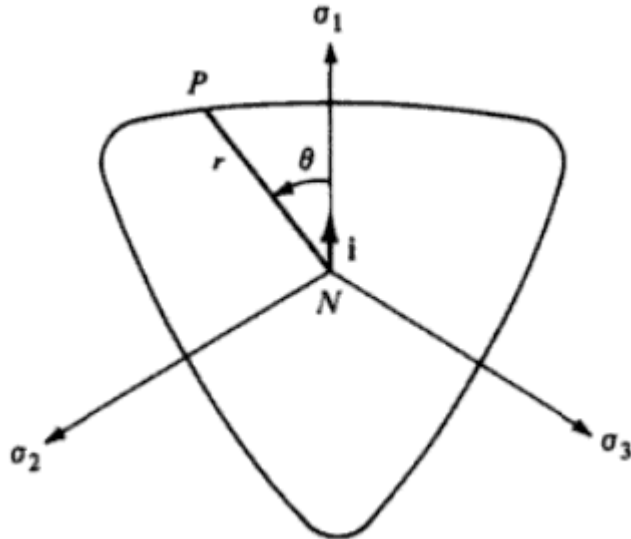
I klassisk bruddmekanikk finnes tre typer bruddformer. Mode 1 i strekk, mode 2 i skjær og mode 3 i avriving, sett i figur 2.1. Bruddformen som i hovedsak opptrer i betong er mode 1 og representerer vanlige riss i områder med hovedspenningskomponenter i strekk.



Figur 2.1: Hovedtyper av bruddformer [7].

2.2 Betong i trykk

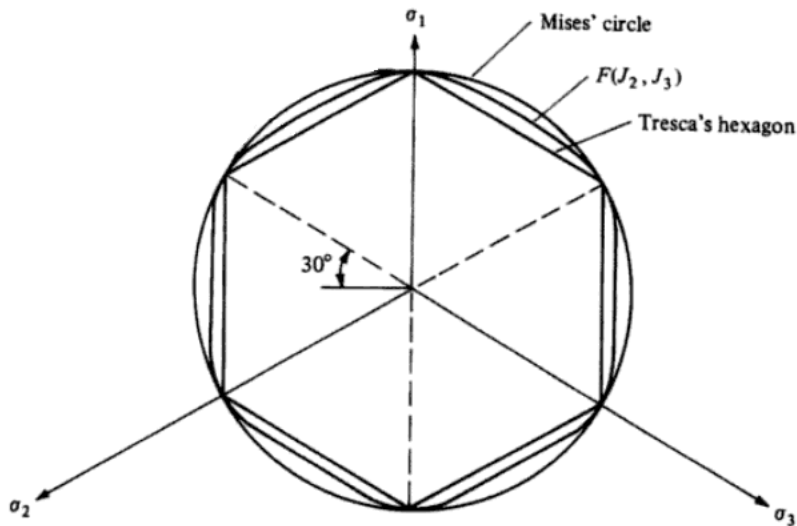
Det er flere matematiske tilnærminger for å modellere styrken til betong i trykk. Generelt kan bruddkriterier i betong beskrives med en bruddflate. Bruddflaten i flerakset trykk er fremstilt i hovedspenningsrommet. Bruddflaten er glatt, konveks, nærmest trekantformet for små spenninger, og mer sirkulær ved høyere spenninger. Grunnen til dette er at betong har svært liten duktilitet ved lave spenninger og betongen sprekker eller splittes. Ved høyt hydrostatisk trykk er betong mer som et duktilt materiale og bruddmekanismen ligner mer flytning som er vanlig f.eks i stål. Figur 2.2 viser en bruddflate. Her er hydrostatisk spenning konstant.



Figur 2.2: Bruddflate til betong i trykk, projeksjon i deviatorisk snitt [3].

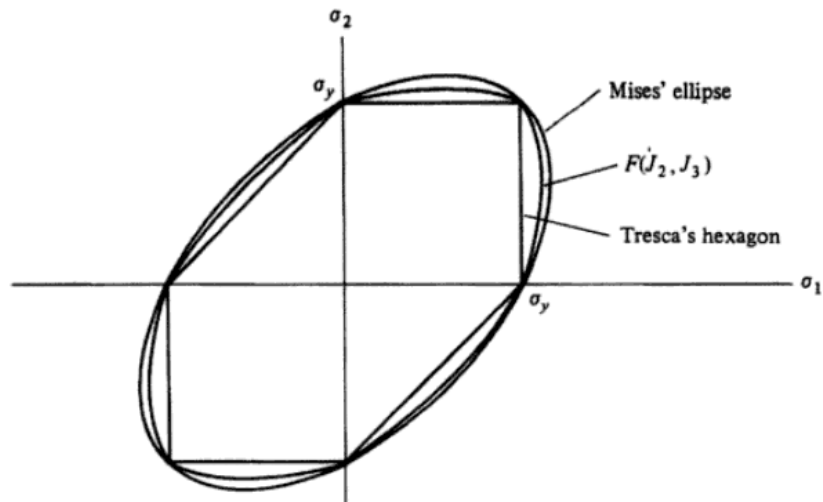
2.2.1 En-parameter modeller

For å beskrive bruddflaten i tre dimensjoner har flere en-parameter modeller blitt utvidet til en fullstendig flate i rommet. I tilfeller ved stort hydrostatisk trykk, er det foreslått at skjær er årsaken til brudd. Tresca og Mises beskriver en slik situasjonen. Tresca baseres på maks skjærspenning, mens Mises baseres på octaedrisk skjærspenning. Se figur 2.3 for deviatorisk snitt og figur 2.4 for brudd-kriteriet i plan spenning. Dette er enkle



Figur 2.3: Mises og Tresca i deviatorisk snitt [3].

modeller. Navnet “en-parameter modeller” reflekteres i at det kun er nødvendig med en parameter, enten en-akset normalspenning eller rent skjær. Det store problemet med en-parameter modellene er at de ikke tar hensyn til økt fasthet for to- eller tre-akset spenningstilstander. Matematisk sett er Tresca problematisk med ”hjørnene” i brudd-

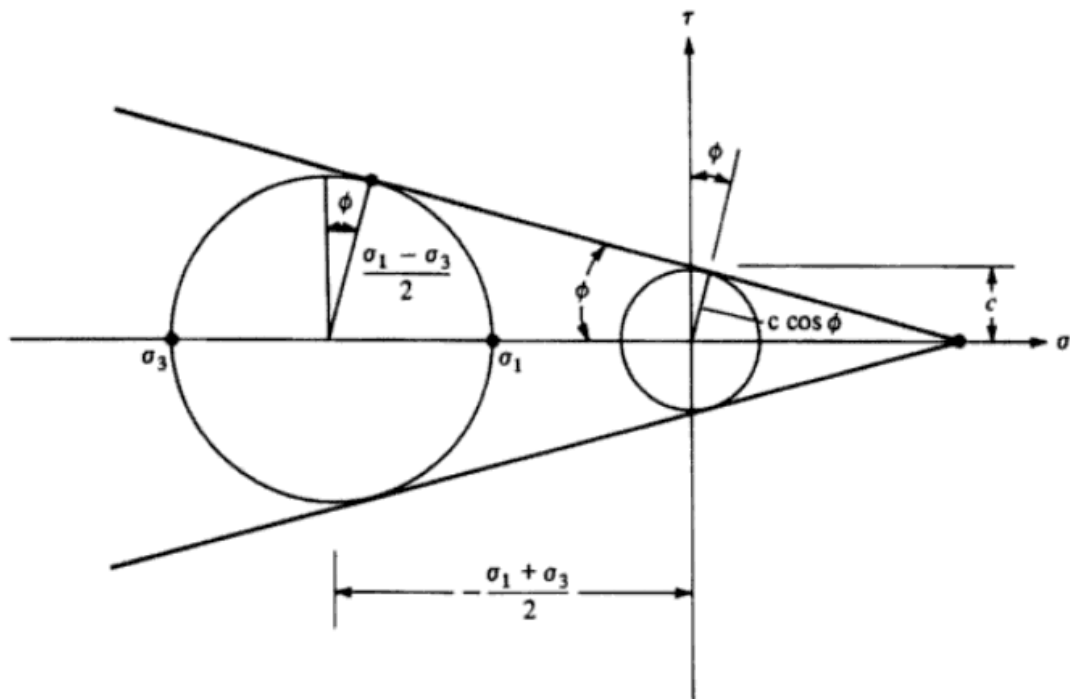


Figur 2.4: Mises og Tresca i plan spenning [3].

flaten, som gir singulariteter, i motsetning til Mises-kurven som er glatt.

2.2.2 To-parameter modeller

Ved moderate spenninger i betong vil bruddflaten være sensitiv for flerakset spenning. Det betyr at bruddflaten ikke vil være parallel med hydrostatisk akse slik som i Tresca og Mises. To-parameter modellen Mohr-Coulomb har bruddkriterie hvor maks skjærspenning

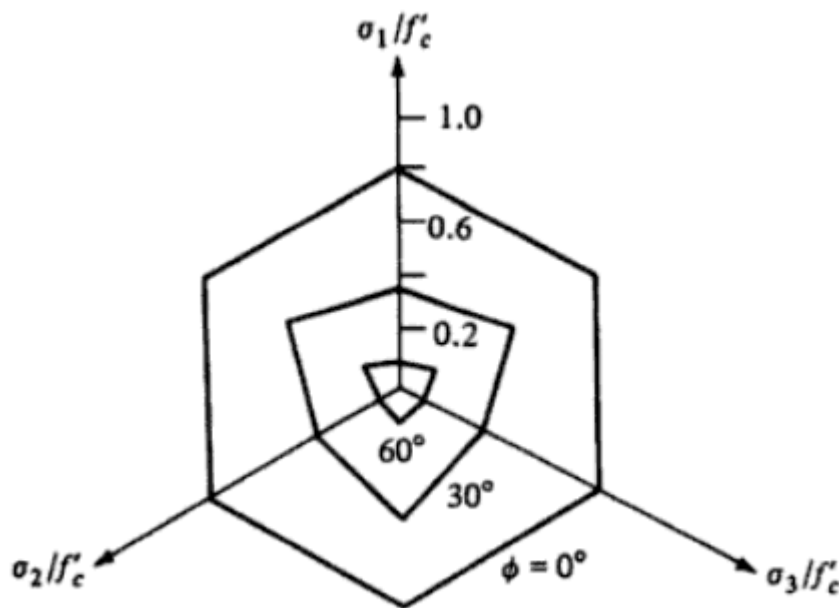


Figur 2.5: Forhold mellom hovedspenninger og Mohr-Coulomb kriteriet [3].

er avhengig av normalspenningen i samme punkt. Figur 2.5 illustrer dette. Coulombs ligning i sin enkleste form er den lineære sammenhengen:

$$|t| = c - \sigma \cdot \tan(\phi) \quad (2.1)$$

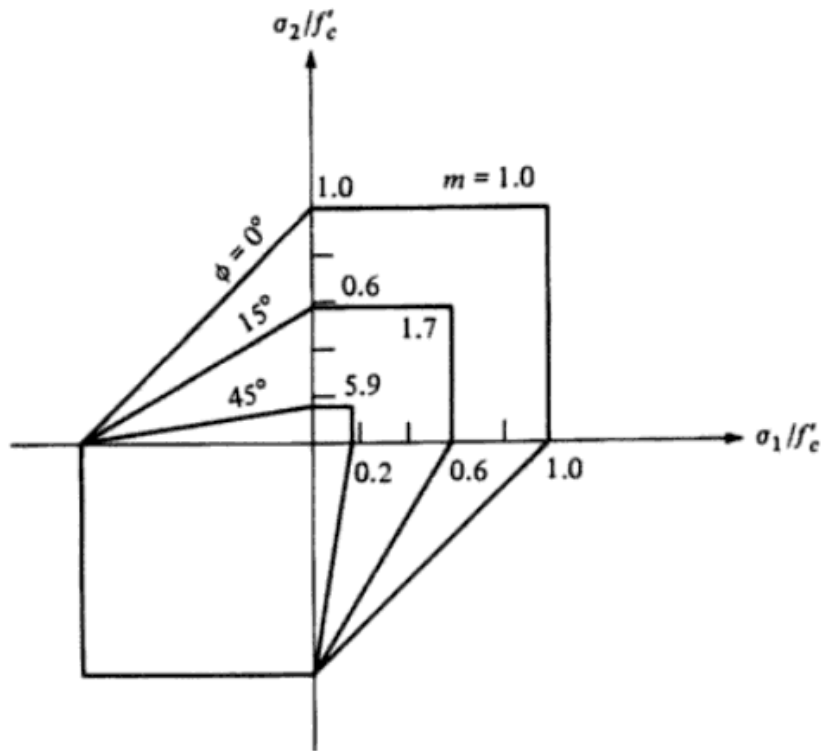
Hvor c er materialets kohesjon og ϕ er indre friksjonsvinkel. Kohesjon er skjærbruddstyrken til materialet. Når $\phi = 0$, friksjonsfritt materiale, reduseres Mohr-Coulomb til Tresca-kriteriet. Omhylningskurven i figur 2.5 behøver ikke å være lineær. Mohr-Coulomb i deviatorisk snitt vises i figur 2.6 med forskjellige verdier for ϕ . Figur 2.7 viser et spesialtilfelle hvor en tredje parameter beskriver “cutoff” i strekk. Dette beskriver betong på en bedre måte. m er forholdet mellom trykk- og strekkfasthet.



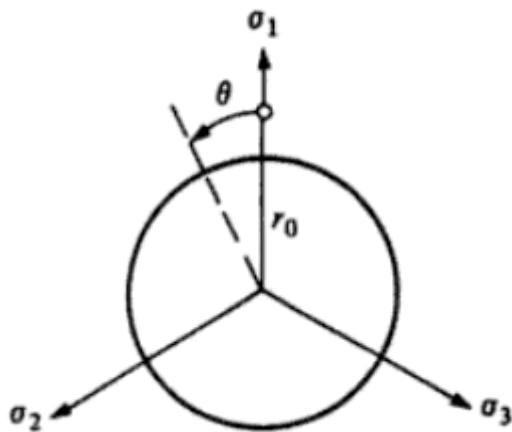
Figur 2.6: Mohr-Coulomb i deviatorisk snitt [3].

Mohr-Coulomb gir ikke økt to-akset fasthet og bruddflaten er ikke glatt, men det tilfellet av Mohr-Coulomb med *tension cutoff* gir i mange tilfeller en god tilnærming.

Som i Tresca-kriteriet er hjørne-problematikken tilstede i Mohr-Coulomb, og gir singulariteter der hvor kurven ikke er glatt. Den andre to-parameter modellen, Drucker-Prager, kan sees på som en modifisert utgave av Mohr-Coulomb med glatt bruddflate, eller en utvidelse av Mises. Mises-bruddflaten er en sylinder, mens Drucker-Prager er kjegleformet. Figur 2.8 viser Drucker-Prager i deviatorisk snitt. Ulempen med Drucker-Prager er at modellen ikke tar hensyn til θ , og er altså en sirkel i deviatorisk snitt. Fordelen med Drucker-Prager er at den tar hensyn til økt to- og tre-akset fasthet og at bruddflaten er glatt. Dette er fordelaktig til bruk i numerisk modellering.



Figur 2.7: Mohr-Coulomb i plan spenning med "tension cutoff" [3].



Figur 2.8: Drucker-Prager i deviatorisk snitt [3].

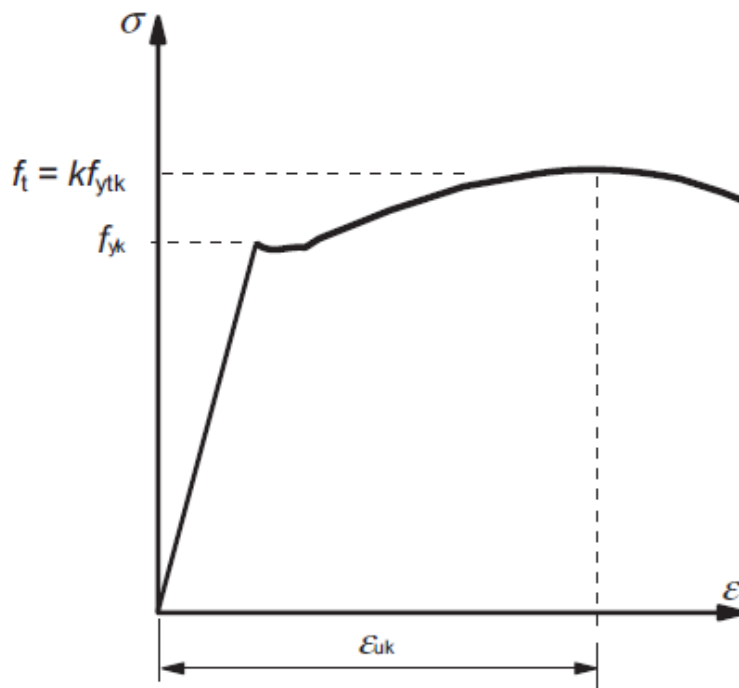
2.3 Betong i strekk

Når strekkfastheten i betong overskrides oppstår oppsprekking eller riss ortogonalt på spenningsretningen. Figur 2.1 viser bruddformen, mode 1, i strekk. Da mister betongen sin isotropi, det vil si at betongen får forskjellige egenskaper på tvers i forhold på langs med risset. Ved små riss vil noe skjærkraft kunne bli overført parallelt med risset, dette kalles *aggregate interlock* eller *shear retention*.

En antar lineær elastisk oppførsel til strekkfastheten er nådd. I ren betong fortsetter tøyningen videre etter flytning med avtagende spenning, og kalles *tension softening*. I armert betong er høyeste betongtøyning i strekk større, og følgelig har armert betong høyere tøyningsenergi. Dette kalles *tension stiffening*. Vi kommer tilbake til definisjonen av tøyningsenergi i kapittel 3 siden dette har en mer anvendelig sammenheng med hvordan materialet blir modellert i programmene. Der blir det også forklart nærmere utfordringen knyttet til modellering av riss i numeriske analyser og prinsippene som ligger til grunn.

2.4 Armering

Armeringsstålet har spenning-tøyningssammenheng som vist i figur 2.9. Karakteristisk for armeringsstål er en lineær elastisk del opp til flytning, så et flyteplatå før fastning og brudd. I Norge er B500NC den vanligste typen armeringsstål.



Figur 2.9: Spenning-tøyningssammenheng for armering [4].

2.5 Regelverk

Gjeldende regler for dimensjonering av betongkonstruksjoner med tilhørende materialparametere er gitt i Eurokode 2 (EC2) [4].

2.5.1 Betong

EC2 beskriver spennings- og tøyningssammenheng for bruk i ikke-lineær konstruksjonsanalyse i punkt 3.1.5(1):

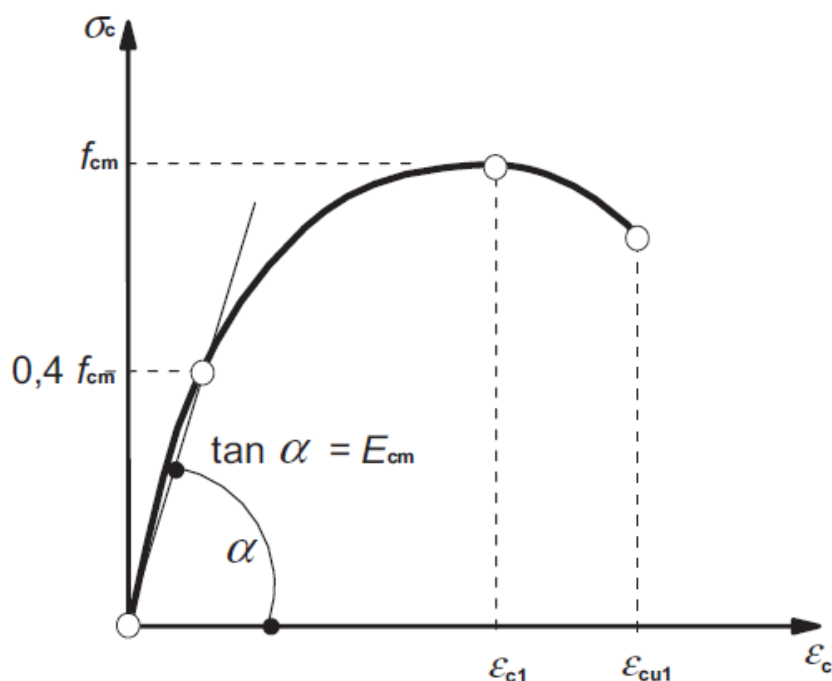
$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad (2.2)$$

der:

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}, \quad k = 1,06 E_{cm} \times |\varepsilon_{c1}| / f_{cm}, \quad \varepsilon_{c1} \text{ og } f_{cm} \text{ er gitt i figur 2.10.}$$

I denne delen av EC2 beskrives det ikke muligheter for økt trykkfasthet på grunn av tverrtrykk. Punkt 3.1.5(2) i EC2 åpner for andre spennings- og tøyningssammenhenger enn hva som er gitt ligning 2.2, så lenge de gir et tilfredsstillende bilde av oppførselen i betongen. Betongoppførsel i strekk blir ikke beskrevet i EC2 med mer enn bestemmelsen av dimensjonerende strekkfasthet:

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0,05} / \gamma_c \quad (2.3)$$



Figur 2.10: Materialmodell for betong etter EC2 [4].

2.5.2 Armering

I henhold til EC2 viser figur 2.11 armeringsstål som idealisert materiale med karakteristiske- og dimensjonerende verdier. En kan beskrive spenning og tøyingsforløpet som ideelt plastisk, som den horisontale linjen viser i figur 2.11.

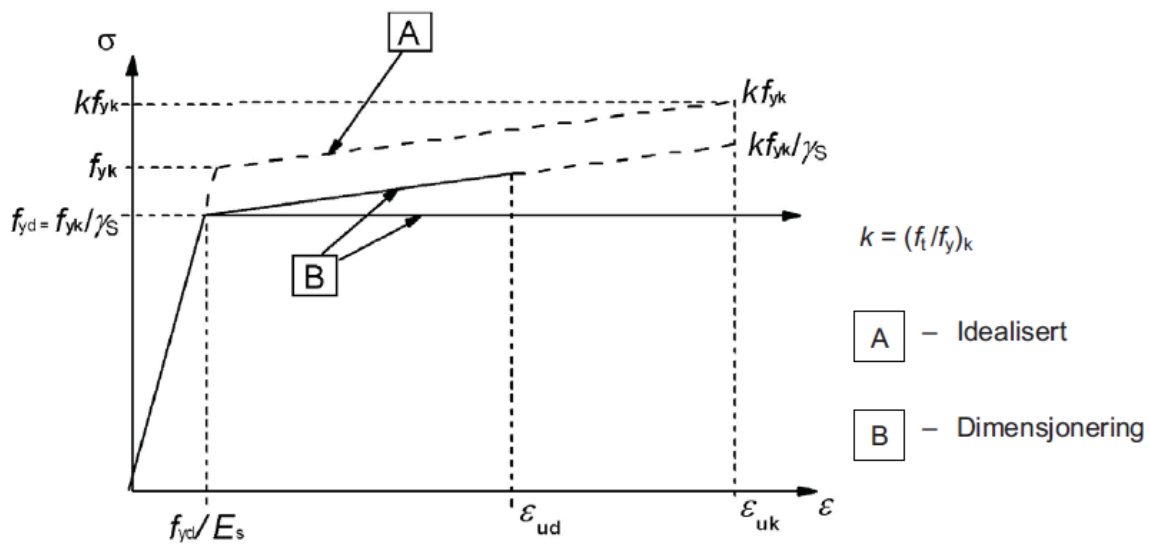
For B500NC er:

$$f_{yk} = 500\text{MPa}$$

$$f_{yd} = 434\text{MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s = 0,00217$$

Dimensjonerende bruddtøyning ikke må påvises ved ideell flytning. I kjent praksis defineres bruddtøyning på 1,0%.



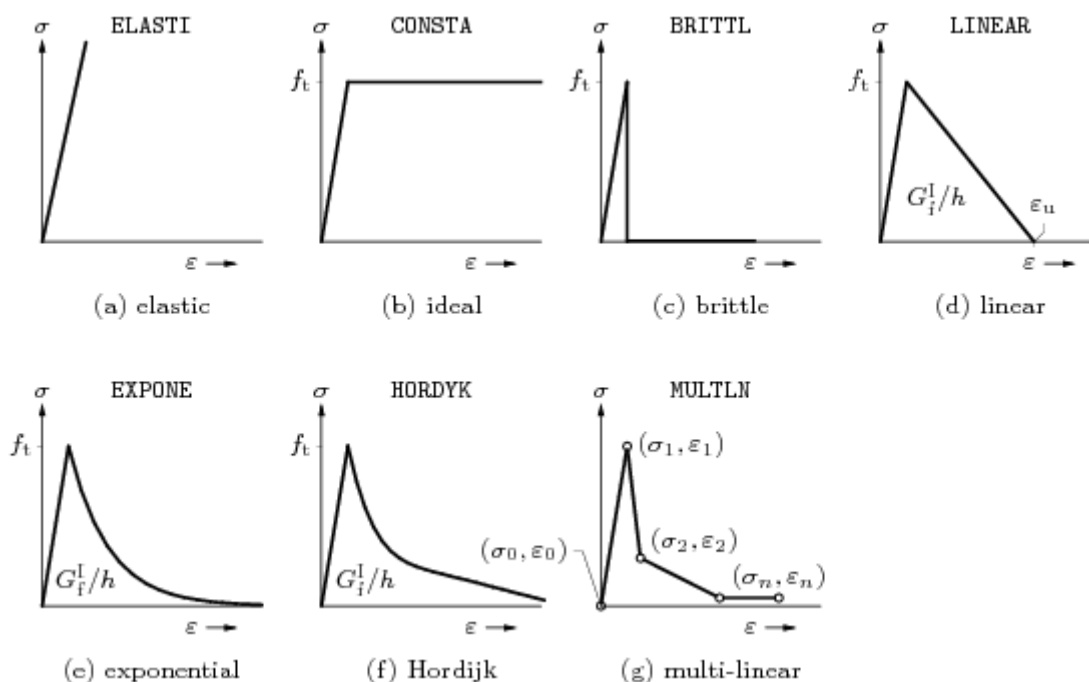
Figur 2.11: Materialmodell for armering etter EC2 [4].

3. MATERIALMODELLER I PROGRAMMENE

I dette kapittelet presenteres de materialmodellene som blir brukt i analysen senere. Det er flere tilgjengelige materialmodeller for betong i begge programmene.

3.1 Diana

Betongmodellen som blir brukt i Diana er av typen *Total strain rotating crack*. Den er basert på *smearred cracking*, altså at rissene er smurt utover elementene med en båndbredde h (*crack band*). Riss oppstår normalt på hovedspenningsretningen der hvor den største hovedspenningen er: $\sigma \geq f_t$. Elementnettet består selv etter opprissing, men stivheten langs med rissene går gradvis mot null. Gamle riss lukkes og nye åpnes ettersom hovedspenningene endres med pålastningen. Riss roterer med hovedspenningsretningen.



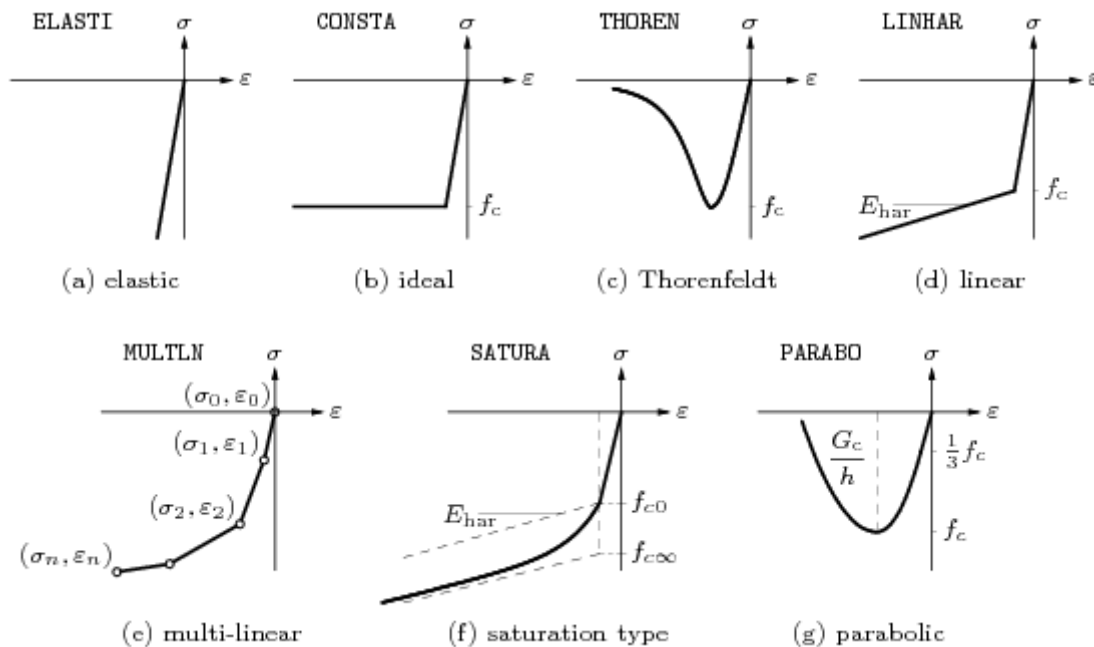
Figur 3.1: Strekkmodeller i Diana [2].

I modellen *Total strain crack* gir Diana flere valg for strekkoppførsel basert på *tension softening/stiffening* og bruddenergi, se figur 3.1. En tilstrekkelig modell er (d) - lineær. Bruddenergien er for mode 1, som er åpning normalt på bruddflate. Effekten armeringen gir på kraftoverføringen over rissene, *tension stiffening*, justeres ved å angi en høyere verdi for bruddenergien.

$$G_f = 0,5 \cdot f_t \cdot \varepsilon \cdot h \quad (3.1)$$

der: f_t er strekkfasthet, ε er bruddtøyning og h er *crack bandwidth*.

I Diana er det flere muligheter for modeller av betong i trykk, se figur 3.2. Hensiktsmessig er modell (e) - multi-lineær. Her angis spenninger og tøyninger som danner ønsket kurve og nøyaktighet. Dette er en-akset trykkfasthet, men egenskaper til betong påkjent av flerakset trykk kan også angis. Også parametere for overføring av skjærkrefter, *shear retention*, for opprisset betong kan inkluderes i materialmodellen.



Figur 3.2: Trykkmodeller i Diana [2].

Armering modelleres som ideelt plastisk hvor flytespenning angis sammen med bruddtøyning. Dette er VonMises plastisitet, tilsvarende en-parametermodellen som er beskrevet i kapittel 2.1.1.

3.2 Abaqus

Smeared cracking modellen i Abaqus definerer betong som materiale for seg. Interaksjonen med armering (som f.eks heft) blir inkorporert utenom denne materialmodellen, bortsett fra *tension stiffening* som er inkludert. *Concrete smeared cracking* modellen

baserer seg på *fixed orthogonal cracking* som er eneste mulighet. Riss oppstår på samme måte som i Diana modellen, men rissene forblir i den retningen de oppstår. Et riss kan lukkes om hovedspenningene går over til trykk, men risset har ikke forsvunnet. En *smearred crack* modell sporer ikke enkeltriss, men retningene riss oppstår. Materialmodellen dekomponerer tøyningen i en elastisk del (betong) og en plastisk del (riss). En slik dekomponering gjør det mulig å inkludere plastisitet og kryp.

Betongens sprø oppførsel i strekk modelleres etter *tension softening* prinsippet etter Hilleborg med en tøyningenergi i overflaten, eller lengden til risset. Lengden, eller *crack band width* blir definert av element-geometrien. Som tidligere nevnt har ikke Abaqus noen mulighet for å inkludere heftengenskapene mellom betong og armering. Den økte duktiliteten, eller *tension stiffening* effekten modelleres ved å øke tøyningenergien, G_f . Estimeringen av *tension stiffening* parametere er viktig i Abaqus, og for liten *tension stiffening* kan føre til en ustabil modell og konvergensproblemer. Brukermanualen foreslår at etter strekkfastheten er nådd, reduseres styrken lineært til null med total tøyning ti ganger flytetøyningen, ε_t .

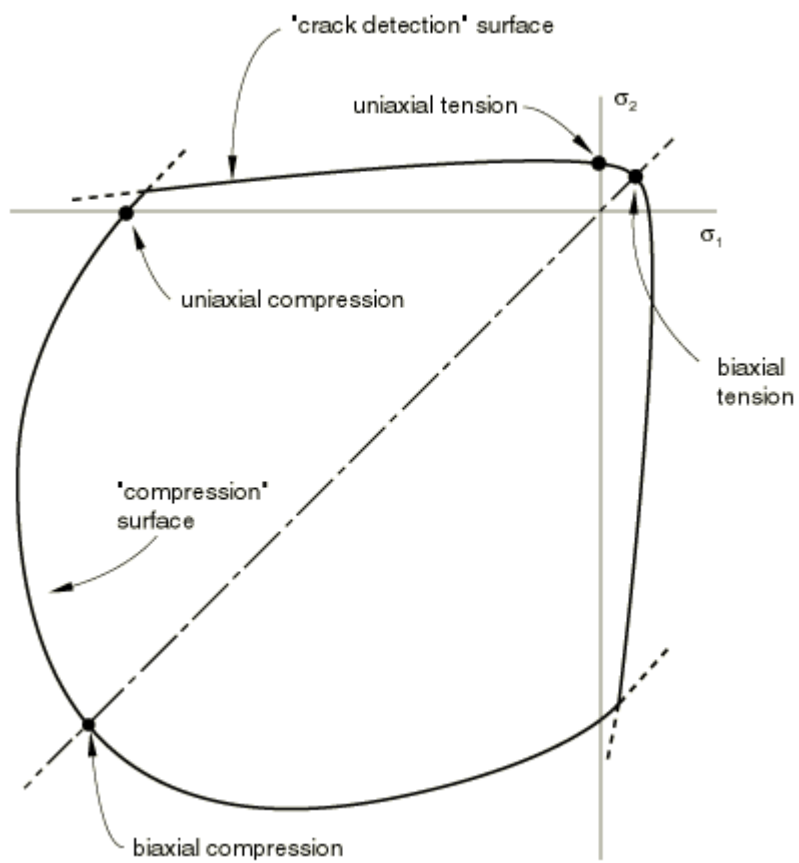
Bruddflaten i plan spenning, figur 3.3, defineres av fire *failure ratios* hvor de to første og viktigste er:

- Forholdet mellom to-akset trykkfasthet og en-akset trykkfasthet.
- Forholdet mellom en-akset trykkfasthet og en-akset strekkfasthet.

Abaqus har standard verdier for disse parameterene om de ikke blir spesifisert. Betong i trykk defineres som elastisk material og en spenning-tøyningssammenheng i en-akset trykk hvor spenning og plastisk tøyning blir angitt.

Når det oppstår riss i betongen, reduseres skjærstivheten. Skjærmodulen reduseres med en faktor ρ , lineært med økende tøyning over risset. I Abaqus angis ε_{max} og er maksimal strekktøyning over risset før skjærmodulen, $G = 0$. Også ρ_{close} kan angis, og er en faktor for skjærmodulen når risset lukkes. Abaqus har standard verdier for disse parameterene om de ikke blir spesifisert.

Armeringen defineres som plastisk materiale med en elastisk del. Den elastiske delen består av elastisitetsmodul og tverrkontraksjon. Spenning-tøyning angis i den plastisk delen med flytespenning og plastisk tøyning. Det er mange flere muligheter for modellering av metallplastisitet i Abaqus, men har liten hensikt for armeringsstål.



Figur 3.3: Bruddflate i Abaqus, plan spenning [1].

4. NUMERISKE LØSNINGSMETODER

I dette kapitlet beskrives numeriske løsningsmetoder som er sentrale ved ikke-lineær analyse. Løsningsmetodene er generelle for matematiske problemer. Det er mange kilder som beskriver numerisk analyse, men siden kapitlet beskriver løsningsmetodene knyttet direkte opp mot Abaqus og Diana, er innholdet basert på brukermanualen til Abaqus [1] og Diana [2].

Ikke-lineære problemer kan ikke løses direkte på grunn av at materialets stivhet er en funksjon av tøyningen. Dette er ikke-lineære materialeegenskaper som er beskrevet tidligere. Ikke-linearitet kan også være gjeldene for ytre last når deformasjonene blir signifikante. Dette kalles geometrisk ikke-lineært, også kjent som “P-Delta effekten” Denne ikke-lineariteten er ikke i fokus i denne studien.

Diana og Abaqus benytter begge numeriske løsningsmetoder som i hovedsak består av å diskretisere problemet. Da påføres lasten inkrementvis og likevekt oppnås ved for eksempel ved Newton-iterasjoner innenfor hvert laststeg. Generelt etterstrebes det likevekt mellom ytre og indre krefter:

$$f_{int} = f_{ext} \quad (4.1)$$

Ved å ta hensyn til forskyvningen, og dermed ikke-linearitetene, skrives likevekten:

$$f_{int}(u) = f_{ext}(u) \quad (4.2)$$

Med iterasjonen i tid, Δ_t , oppfylles ligningen og forskyvningsiterasjonen er kjent, Δ_u .

$${}^{t+\Delta t}u = {}^t u + \Delta u \quad (4.3)$$

Det ikke-lineære problemet gjør at det er ubalanse mellom indre og ytre krefter. Denne ubalansen, $g(\Delta u)$, gjør det nødvendig å justere løsningen.

$$g(\Delta u) = f_{ext}(\Delta u) - f_{int}(\Delta u) = 0 \quad (4.4)$$

Når løsningen justeres, estimeres en ytterligere forskyvning. Hvordan dette gjøres er avhengig av hvilken iterasjonsmetode som benyttes.

4.1 Iterasjonsmetoder

Programmene har litt forskjellige metoder for å velge ønsket iterasjonsmetode på, men de tilgjengelige løsningsmetodene er like.

Innenfor hvert last-inkrement, Δu , baserer iterasjonsmetodene seg på å addere δu for hver iterasjon til likevekt er oppnådd.

$$\Delta u_{i+1} = \Delta u_i + \delta u_{i+1} \quad (4.5)$$

Hvor forskyvningiterasjonen er definert:

$$\delta u_i = K_i^{-1} g_i \quad (4.6)$$

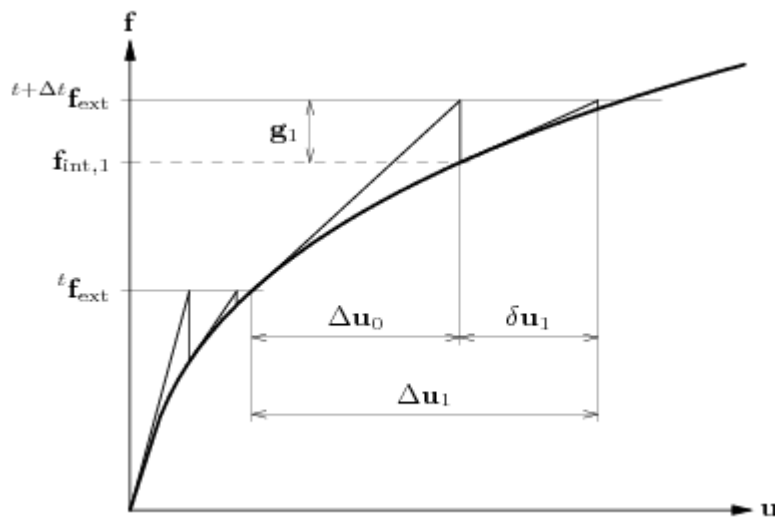
Der g_i er gitt i ligning 4.4.

4.1.1 Newton-Raphson

For hver iterasjon i Newton-Raphson blir stivheten K beregnet som en tangent-stivhet basert på tidligere løsning, hvor stivheten var for høy og gav for liten deformasjon og for små indre krefter.

$$K_i = \frac{\partial g}{\partial \Delta u} \quad (4.7)$$

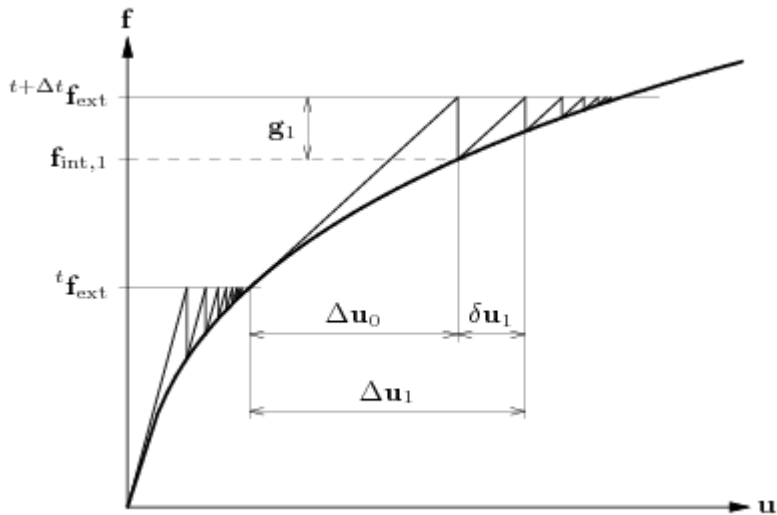
Løsningen konvergerer kvadratisk og etter få iterasjoner. Ulempen med metoden er at det å beregne og invertere en ny K matrise for hvert iterasjon er tidskrevende.



Figur 4.1: Newton-Raphson [2].

4.1.2 Modifisert Newton-Raphson

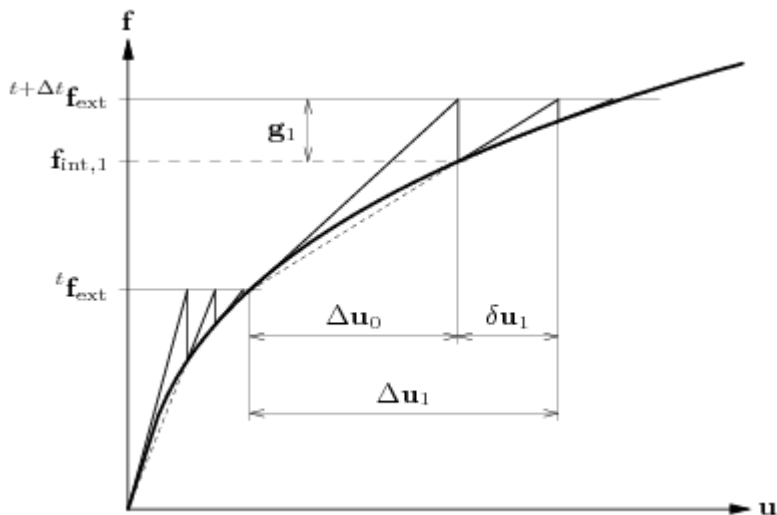
Modifisert Newton-Raphson benytter samme stivhet, K , for hvert last-inkrementet. Dette krever flere iterasjoner, men hver iterasjon tar kortere tid enn vanlig Newton-Raphson. Først ved neste last-inkrement blir en ny tangentstivhet beregnet. Metoden konvergerer lineært.



Figur 4.2: Modifisert Newton-Raphson [2].

4.1.3 Quasi-Newton

I motsetning til Newton-Raphson, beregner ikke Quasi-Newton en helt ny stivhetsmatrise for hver iterasjon, men bestemmer en sekantstivhet med grunnlag i det forrige last-inkrementet med likevekt og den siste kraftubalansen i systemet. Metoden konvergerer normalt saktere enn vanlig Newton-Raphson, men raskere enn modifisert Newton-Raphson.



Figur 4.3: Quasi-Newton [2].

4.2 Konvergens kriterier

4.2.1 Diana

Forskyvningsbasert konvergenskriterie velges normalt. 1% er standard og det trengs en ekstra iterasjon for å sjekke om kravet er oppfylt. Det er mulig å velge at analysen skal fortsette selv om løsningen ikke konvergerer. Andre konvergenskriterier er mulig å velge, blant annet energibasert eller kraftbasert.

4.2.2 Abaqus

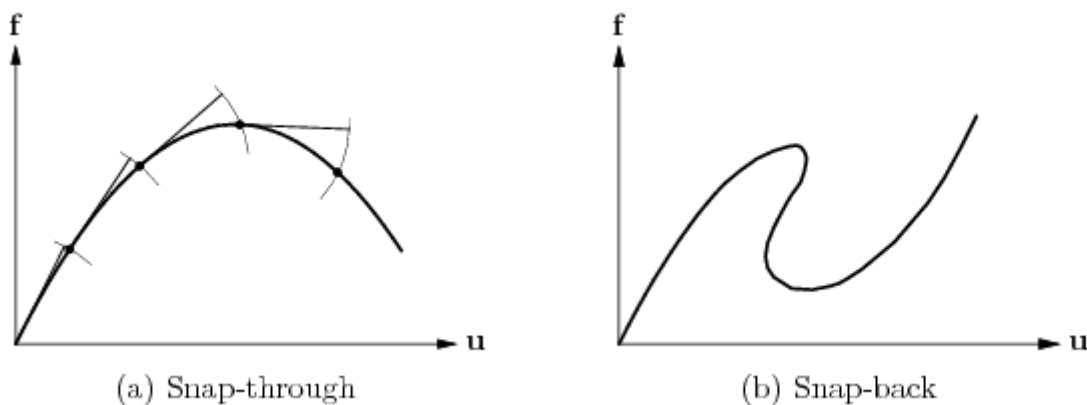
I Abaqus er det standard med en hel rekke konvergenskriterier. Brukermanualen opplyser om at disse kravene skjeldent trengs å endres for de fleste ikke-lineære analyser. Videre påpekes det at når en analyse ikke konvergerer, er det gjerne svakheter i modellen enn at der er for strenge konvergenskriterier. Derfor bør man med forsiktighet vurdere justering av kravene.

4.3 Last-inkrement

4.3.1 Diana

Ved valg av inkrementstørrelse gir Diana alternativene automatisk-, iterasjonsbasert-, energibasert-, eller manuell inkrementstørrelse. Ved manuell valg av inkrement angis andel av last og antall inkremitter.

For ikke-lineære analyser kan prediksjonen av deformasjonene til neste last-inkrement avvike stort om last-deformasjonskruven flater ut. *Arc lenght control* gjør det mulig å løse problemer med *snap-through* eller *snap-back* karakteristikk. I slike tilfeller ville vanlig deformasjonskontroll feilet.

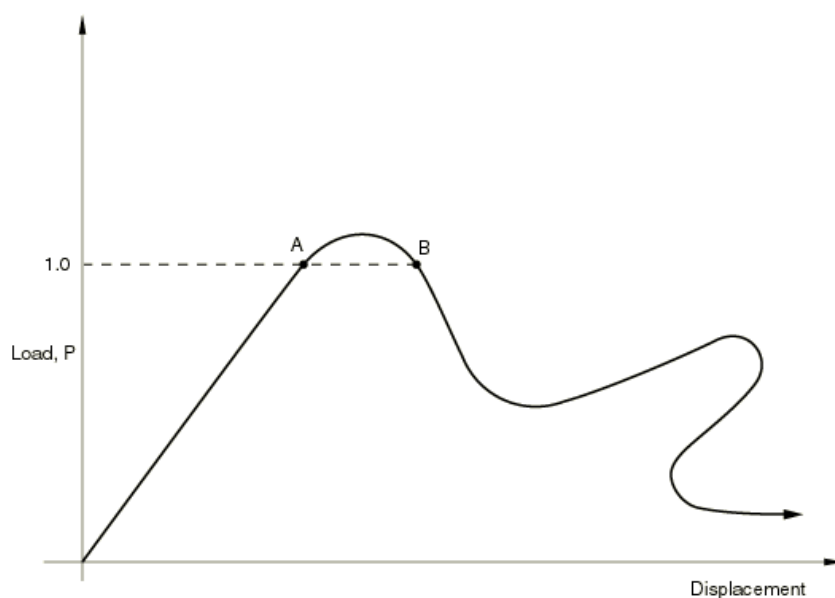


Figur 4.4: Arc-length control i Diana [2].

4.3.2 Abaqus

Som standard i Abaqus angir brukeren et forslag til startinkrement, samt maksimum og minimumum inkrementstørrelse. Gjennom analysen velger Abaqus inkrementstørrelse automatisk. Har ikke løsningen konverget innen 16 iterasjoner, velger Abaqus et nytt last-inkrement på 25% og prøver på nytt. Hvis dette skjer 5 ganger eller last-inkrementet er mindre enn minimumsinkrementet, stoppes analysen. Hvis det to ganger på rad trengs færre enn 5 iterasjoner, økes inkrementet med 50%. Fast inkrementstørrelse kan også velges i Abaqus.

Med hensyn på ikke-lineære effekter er statisk Riks prosedyre egnet for stabile *snap-through* problemer, og gir raskere konvergens.



Figur 4.5: Riks prosedyre i Abaqus [1].

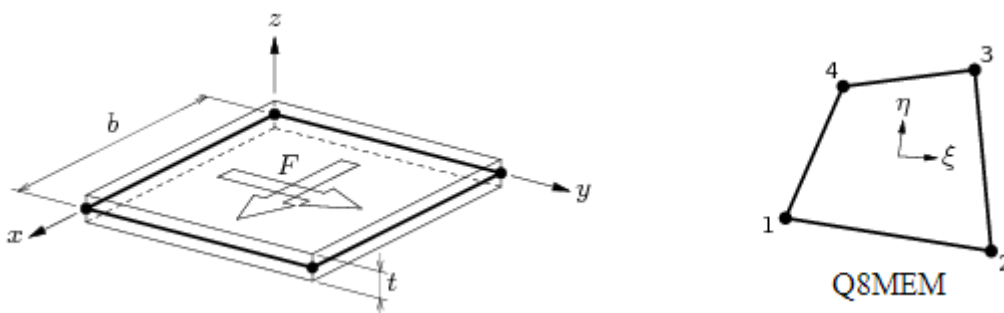
5. ELEMENTER

I dette kapittelet beskrives elementene som blir brukt i elementanalysen. Først i Del II av rapporten presenteres geometrien til eksempel-konstruksjonene, men det dreier seg om å analysere en skive og en plate. Det valgt elementer som passer bra til hver av konstruksjonene. Det er brukt enkle elementer, og med flest mulige likheter på tvers av programmene for å gi et godt sammenligningsgrunnlag.

5.1 Diana

5.1.1 Skiveelement

I modelleringen av skive/bjelkeskive benyttes det et membranelement, Q8MEM. Dette er et isoparametrisk element med plan spenning og lineær interpolasjon. Det er fire noder og to translasjonsfrihetsgrader i hver node. Som standard har Diana 2x2 Gauss integrasjon over elementet, men Diana kan selv velge redusert integrasjon som et stabiliserende grep for å unngå null-energi moder.

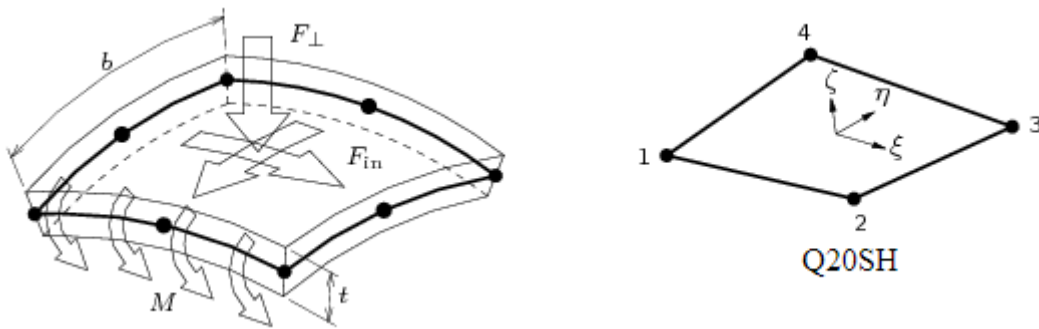


Figur 5.1: Skiveelement med plan spenning i Diana [2].

5.1.2 Plateelement

Elementet i plateanalysen er et skallelement, Q20SH. Dette er et isoparametrisk krumt skall med fire noder. Det er fem frihetsgrader i hver node, tre translasjonsfrihetsgrader og to rotasjonsfrihetsgrader. Over skallflaten er det lineær interpolasjon med 2x2 Gauss integrasjon. I skallets tykkelse er integrasjonen enten Gauss eller Simpson. Standard er

3 Simpson integrasjonspunkter. Dette kan endres i .dat-filen og er anbefalt å øke for å bedre brukbarheten i ikke-lineære analyser.



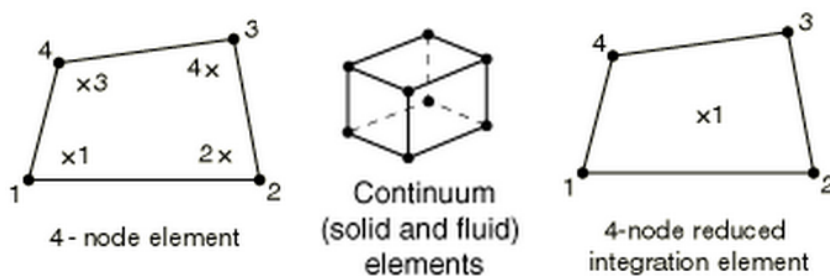
Figur 5.2: Skallelement i Diana [2].

5.2 Abaqus

5.2.1 Skivelement

Elementet i bruk for skive/bjelkeanalysen er et to-dimensjonalt plan spennings element, CPS4R. Dette er et kontinuumelement med fire noder, to translasjonsfrihetsgrader i hver node og lineær interpolasjon i hver retning. Elementet har redusert integrasjon, men dette kan velges fritt. Med kun ett integrasjonspunkt utfører Abaqus timeglass-kontroll.

Armeringen i analysen behøver et eget sett med elementer. Her er det valgt T2D2, et lineært todimensjonalt stav-element (ikke vist i figur).

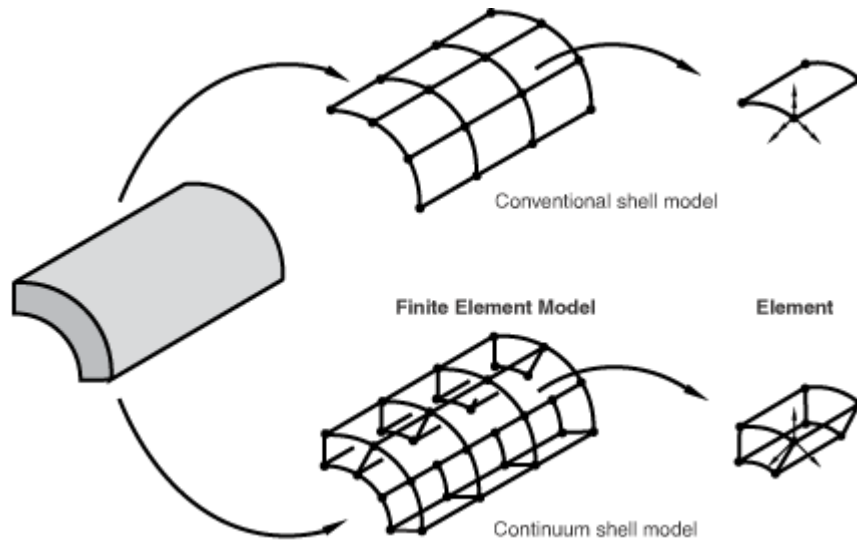


Figur 5.3: Kontinuumelement med plan spenning i Abaqus [1].

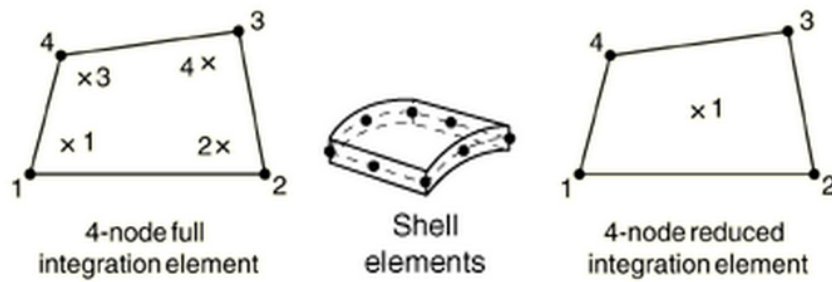
5.2.2 Plateelement

I plateanalysen er det brukt et standard tre-dimensjonalt skall-element S4R. I Abaqus er dette noe de kaller for *conventional shell* og består av en flate med tre rotasjon- og tre translasjonsfrihetsgrader i hver node. Tykkelsen til skallet er gitt som en egenskap. Dette skiller seg fra et *continuum shell* som har en romlig geometri definert av noder i tre

dimensjoner og kun translasjonsfrihetsgrader. Det benyttes lineær interpolasjon og Gauss kvadratur over skallets overflate. Redusert integrasjon kan velges manuelt. Integrasjonen over skallets tykkelse er det standard med 5-punkts Simpson eller 3-punkts Gauss. Dette kan endres etter ønske.



Figur 5.4: Definerings av skall i Abaqus [1].



Figur 5.5: Plan spenning, skallelement i Abaqus [1].

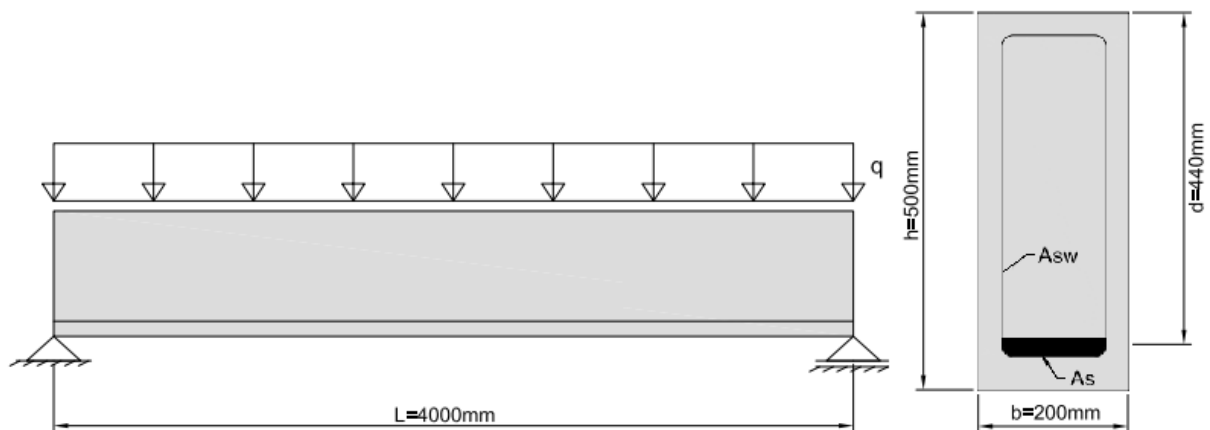
Del II
Analyse

6. GEOMETRI

I dette kapitlet presenteres eksempel-konstruksjonene. Skiven og platens geometri gjelder både for den lineær elastiske- og ikke-lineære analysen.

6.1 Skive

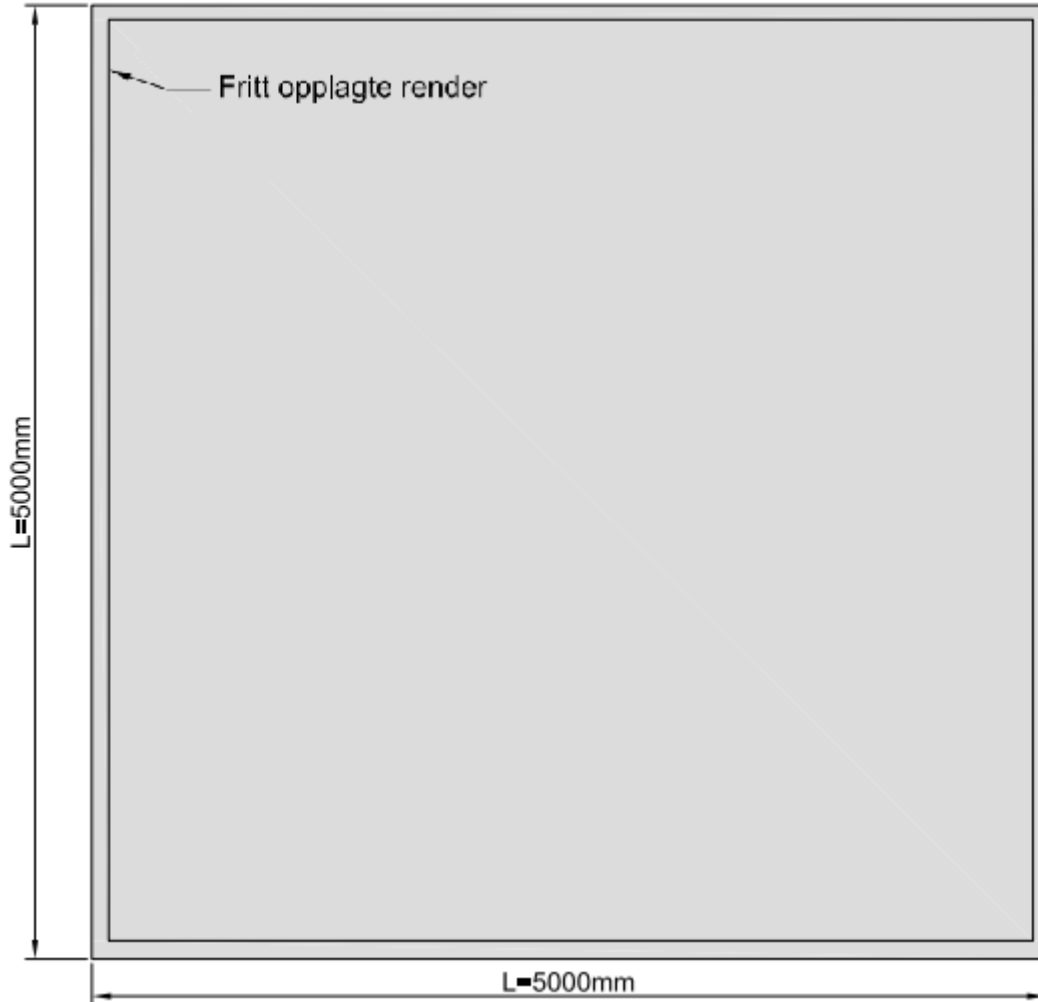
Bjelken har moderat høyde, og skjærdeformasjoner må tas hensyn til. Derfor omtales den i oppgaven som en skive. $L/h=8$, dermed er ikke bjelken så høy at det er nødvendig å betrakte bjelken med en stavmodell. Det er tilstrekkelig med vanlig bjelketeorori i håndberegninger. Den jevnt fordelte lasten på skiven er: $q = 75kN/m$. Fra underkant av skiven er avstanden til armeringstygndepunktet 60mm.



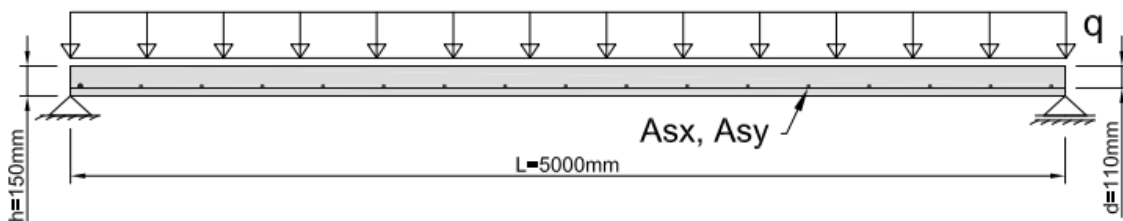
Figur 6.1: Oppriss og snitt av skive. Ikke i skala.

6.2 Plate

Den jevnt fordelte lasten på platen er: $q = 15kN/m^2$. Fra underkant av platen er avstanden til armeringstyngdepunktet 40mm i begge retninger.



Figur 6.2: Oppriss av plate



Figur 6.3: Snitt av plate

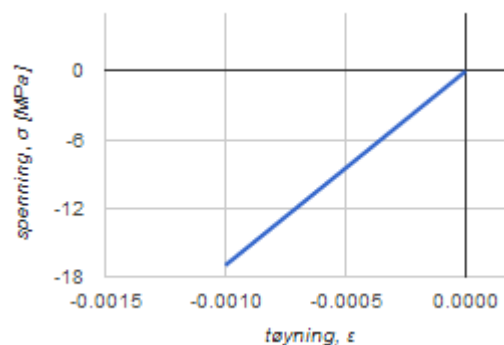
7. MATERIALPARAMETERE

De valgte materialparameterne er i henhold til EC2, både for betong og armering. Defineringen av materialparameterne er noe ulik i de to programmene, og det vil derfor forsøkes å gjøres likt. For eksempel er defineringen av *tension stiffening* forskjellig, selv om konseptet er det samme i begge programmene. Programmene har svært mange muligheter for å modellere ulike effekter i betong som økt fasthet i flerakset spenningstilstand, heftglidning eller *shear retention*. I denne studien sammenlignes programmene for første gang, så derfor er det et ønske å velge et enkelt tilfelle av ikke-lineær betong. Det vil si en multi-lineær spenning-tøyningsammenheng og lineær oppførsel i strekk. Vi vil se nærmere på materialparameterne i den lineær elastiske- og ikke-lineære analysen i de påfølgende avsnittene.

7.1 Lineær elastisk

I den elastiske delen varierer hvordan man definerer materialer lite mellom Diana og Abaqus. En oppgir isotropt elastisk materiale med tilhørende elastisitetsmodul og tverrkontraksjon. Materialparameterne i den elastiske delen er for betong, B30:

$$E_c = 17000\text{MPa}$$
$$\nu = 0,2$$



Figur 7.1: Lineær spenning-tøyningsammenheng for betong B30

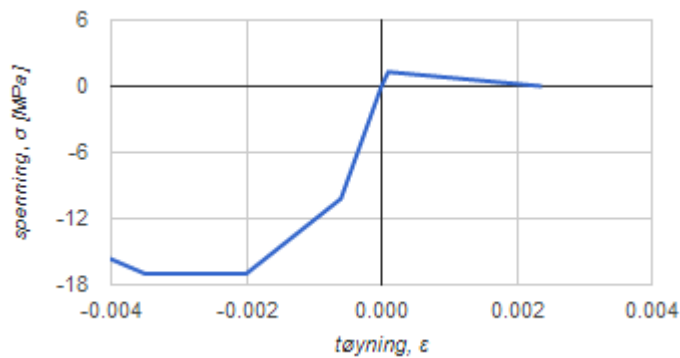
7.2 Ikke-lineær

7.2.1 Betong

Parameterene fra den elastiske delen beholdes også i den ikke-lineære analysen, samt angis tilleggsverdier for de plastiske egenskapene og modelleringen av riss. I trykk er det valgt en multi-lineær modell, vist i figur 7.2 og tabell 7.1. For betong B30 er dimensjonerende flytespenning i trykk og strekk følgende:

$$f_{cd} = 17 \text{ MPa}$$

$$f_{ctd} = 1,29 \text{ MPa}$$



Figur 7.2: Ikke-lineær spenning-tøyningsammenheng for betong B30

Tabell 7.1: Betong B30, spenning-tøyningsammenheng i trykk

Trykkspenning [MPa]	Total tøyning	Elastisk tøyning	Plastisk tøyning
0	0	0	0
1	0,000059	0,000059	0
12,5	0,001	0,000735	0,000265
17	0,002	0,001	0,001
17	0,0035	0,001	0,0025
0	0,01	0	0,01

I Diana oppgis den direkte sammenhengen mellom trykkspenning og total tøyning. I Abaqus oppgis sammenhengen mellom trykkspenning og plastisk tøyning. Trykkspenning er negativ i Diana, mens den har positiv verdi i Abaqus.

Strekkfastheten angis direkte i Diana, mens i Abaqus er den definert som et forhold til trykkfastheten: $f_{ctd}/f_{cd} = 1,29/17 = 0,076$. Selv om begge programmene har samme modell for *tension stiffening* med tøyningsenergi, er inn-parameterne forskjellig. For å gjøre det uavhengig av elementstørrelse, er denne konstant 100mm, og en enkel beregning viser at de ulike inn-parameterene gir likt resultat.

Tabell 7.2: Betong B30, spenning-tøyningsammenheng i strekk

Strekkspenning [MPa]	Total tøyning	σ/σ_c	$\varepsilon - \varepsilon_c$
0	0		
1,29	$7,6 \times 10^{-5}$	1	0
0	0,003876	0	0,0038

$$f_{ctd} = 1,29 \text{MPa}$$

$$\varepsilon_t = 1,29/17000 = 7,6 \times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{t,max} = 0,003876$$

$$h = 100 \text{mm (crack band width)}$$

$$G_f = 0,5 \cdot 1,29 \cdot 0,003876 \cdot 100 = 0,25 \quad (7.1)$$

I Diana oppgis tøyningsenergien G_f og *crack bandwidth*, h . I Abaqus oppgis forholdet σ/σ_c og $\varepsilon - \varepsilon_c$. Dette avtar lineært fra punktet (1,0) til (0,0.0038) som vist i tabell 7.2.

7.2.2 Armering

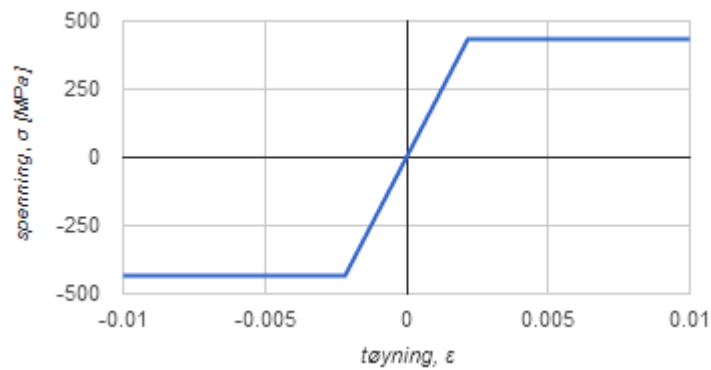
Materialparametere for armering, kamstål B500NC. Grafisk fremstilt i figur 7.3. Egenskapene i strekk er mest interessante. Burddtøyningen er på 1% ($\varepsilon_{uk} = 0,01$).

$$E_s = 200000 \text{MPa}$$

$$\nu = 0,3 \text{ (evt. } 0,0)$$

$$f_{yk} = 500 \text{MPa}$$

$$f_{yd} = 434 \text{MPa}$$



Figur 7.3: Spenning-tøyningsammenheng for armering B500NC

8. HÅNDBEREGNINGER

I dette kapitlet er verifikasjonsberegninger og dimensjonering gjennomført for begge konstruksjonene. Det er en lineær elastisk beregning av nedbøyning og bøyespenninger. Videre i den ikke-lineære delen krever nedbøynings beregningene en gitt armeringsmengde, som er bestemt ved vanlig dimensjonering for både plate og skive. Geometri og materialer er gitt i de foregående kapitlene.

8.1 Skive

Lineær elastisk

Skiven er en høy bjelke og nedbøyningberegningen inkluderer både bøye- og skjærdeformasjon. Nedbøyningen, w , er i midtsnitt.

Dimensjonerende moment:

$$M_{Ed} = \frac{qL^2}{8} = \frac{75 \cdot 4^2}{8} = 150kNm \quad (8.1)$$

Andre arealmoment:

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 500^3 = 2,08 \times 10^9 mm^4 \quad (8.2)$$

Skjærmodul:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{17000N/mm^2}{2(1+0,2)} = 7083N/mm^2 \quad (8.3)$$

Bøyedeformasjon:

$$w_m = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} = \frac{5 \cdot 75 \cdot 4000^4}{384 \cdot 17000 \cdot 2,08 \times 10^9} = 7,06mm \quad (8.4)$$

Skjærdeformasjon, med skjærkonstant $\kappa = 1,2$ for rektangulært tversnitt:

$$w_v = \frac{\kappa}{GA} \frac{qL^2}{8} = \frac{1,2 \cdot 75 \cdot 4000^2}{7083 \cdot 200 \cdot 500 \cdot 8} = 0,25mm \quad (8.5)$$

Total deformasjon i midtsnitt:

$$w = w_b + w_v = 7,06 + 0,25 = 7,31mm \quad (8.6)$$

Bøyespenning i midtsnitt:

$$\sigma_b = \frac{M_{Ed}}{I} \frac{h}{2} = \frac{150 \times 10^6 \cdot 500}{2,08 \times 10^9 \cdot 2} = 18,00 MPa \quad (8.7)$$

Ikke-lineær

Skiven er ingen utpreget veggskive, men er høyere enn en typisk lav bjelke. Vi benytter vanlig bjelketeori. Dimensjonering av lengdearmring: trykksjonens momentkapasitet:

$$M_{Rd,c} = 0,275 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 = 0,275 \cdot 17 \cdot 200 \cdot 440^2 = 181 kNm \quad (8.8)$$

Indre momentarm, men $z < 0,95d$. Vi observerer at indre momentarm ikke er urimelig stor:

$$z = (1 - 0,17 \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}})d = (1 - 0,17 \cdot \frac{150}{181}) \cdot 440 = 378 mm \quad (8.9)$$

Armeringsmengde:

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{150 \times 10^6}{378 \cdot 434} = 913 mm^2 \quad (8.10)$$

Dimensjonering av skjærarmring:

$$V_{Ed} = \frac{qL}{2} = \frac{75 \cdot 4}{2} = 150 kN \quad (8.11)$$

$$V_{Ed,red} = \frac{q(L - 2d)}{2} = \frac{75 \cdot (4 - 2 \cdot 0,44)}{2} = 117 kN \quad (8.12)$$

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3}] b_w d \quad (8.13)$$

hvor: $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1,674$ og $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} = 0,01$

$$V_{Rd,c} = 56 kN \quad (8.14)$$

Det er beregningsmessig nødvendig med skjærarmring. Med vertikal skjærarmring og rissvinkel $\theta = 45$, som gir $\cot\theta = 1$, og senteravstand $s = 100 mm$:

$$A_{sw} = \frac{V_{Ed,red}}{z \cdot f_{ywd}} s = \frac{117 \times 10^3}{0,9 \cdot 440 \cdot 434} 100 = 68 mm^2 \quad (8.15)$$

Både lengde- og skjærarmring oppfyller kravet til minimumsarmring.

Beregning av nedbøyningen til den armerte skiven baserer seg på tilgjengelige formler for armerte bjelker i opprisset tilstand, stadium 2.

Materialstivhetsforhold:

$$\eta = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{17000} = 11,76 \quad (8.16)$$

Armeringsforhold:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{913}{200 \cdot 440} = 0,0104 \quad (8.17)$$

Relativ trykksonehøyde:

$$\alpha = \sqrt{(\eta\rho)^2 + 2\eta\rho} - \eta\rho = 0,387 \quad (8.18)$$

Ekvivalent arealtreghetsmoment for betong (armering inkludert):

$$I_c = \frac{1}{2}\alpha^2\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)bd^3 = \frac{1}{2}0,387^2\left(1 - \frac{0,387}{3}\right)200 \cdot 440^3 = 1,11 \times 10^9 \text{mm}^4 \quad (8.19)$$

Nedbøyning i midtsnitt:

$$w = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} = \frac{5 \cdot 75 \cdot 4000^4}{384 \cdot 17000 \cdot 1,11 \times 10^9} = 13,25 \text{mm} \quad (8.20)$$

8.2 Plate

Lineært elastisk

Platen er $5m \times 5m$ og er en toveis-plate.

Nedbøyning i midtpunkt:

$$w = \gamma \frac{qL^4}{Eh^3} = 0,0485 \frac{15 \times 10^{-3} \cdot 5000^4}{17000 \cdot 150^3} = 7,92 \text{mm} \quad (8.21)$$

Bøyespenning med moment $m_x = 16,54 \text{kNm/m}$ som vist i ligning 8.24, som inkluderer poisson tallet $\nu = 0,2$.

$$\sigma_x = \frac{12z}{h^3} m_x = \frac{12 \cdot 75}{150^3} 16,54 \times 10^3 = 4,41 \text{MPa} \quad (8.22)$$

Ikke-lineær

Dimensjonerende moment:

$$m_{x0} = m_{y0} = \frac{qL^2}{\alpha} = \frac{15 \cdot 5^2}{27,2} = 13,79 \text{kNm/m} \quad (8.23)$$

$$m_x = m_y = 13,79 + 0,2 \cdot 13,79 = 16,54 \text{kNm/m} \quad (8.24)$$

Dimensjonering av armeringsnett. Regner med likt armeringstygdepunkt i begge retninger. Trykksoneens momentkapasitet:

$$m_{x,Rd,c} = 0,275 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 = 0,275 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 110^2 = 56,57 \text{kNm/m} \quad (8.25)$$

Indre momentarm, men $z < 0,95d$:

$$z = \left(1 - 0,17 \cdot \frac{m_x}{m_{x,Rd,c}}\right)d = \left(1 - 0,17 \cdot \frac{16,54}{56,57}\right) \cdot 110 = 104,5 \text{mm} \quad (8.26)$$

Armeringsmengde:

$$A_{sx} = A_{sy} = \frac{m_x}{z \cdot f_{yd}} = \frac{16,54 \times 10^6}{104,5 \cdot 434} = 365 \text{ mm}^2/\text{m} \quad (8.27)$$

Minimumsarmering er tilfredsstilt, $A_{s,min} = 166 \text{ mm}^2/\text{m}$.

Beregning av nedbøyningen til den armerte platen etter formler i eksempel 3.1.4 i kompendie for betongkonstruksjoner 3 [6].

Materialstivhetsforhold:

$$\eta = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{17000} = 11,76 \quad (8.28)$$

Armeringsforhold:

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{bd_x} = \frac{365}{1000 \cdot 110} = 0,0033 \quad (8.29)$$

Relativ trykksonehøyde:

$$\alpha_x = \sqrt{(\eta\rho_x)^2 + 2\eta\rho_x} - \eta\rho_x = 0,243 \quad (8.30)$$

Ekvivalent arealtrehetsmoment for betong (armering inkludert):

$$I_{cx} = \frac{1}{2}\alpha_x^2\left(1 - \frac{\alpha_x}{3}\right)bd_x^3 = \frac{1}{2}0,243^2\left(1 - \frac{0,243}{3}\right)1000 \cdot 110^3 = 3,61 \times 10^7 \text{ mm}^4 \quad (8.31)$$

Effektiv høyde:

$$h_{eff} = \sqrt[3]{\frac{12I_{cx}}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 3,61 \times 10^7}{1000}} = 75,68 \text{ mm} \quad (8.32)$$

Nedbøyning i midtpunkt, med $\gamma = 0,0485$ for kvadratisk plate:

$$w = \gamma \frac{qL^4}{Eh_{eff}^3} = 0,0485 \frac{15 \cdot 10^{-3} \cdot 5000^4}{17000 \cdot 75,68^3} = 61,70 \text{ mm} \quad (8.33)$$

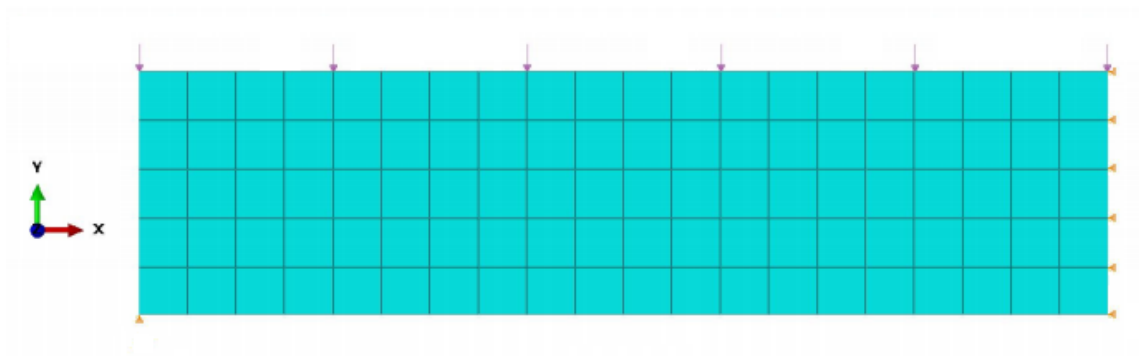
9. FEM - BEREGNINGSMODELL

Skive

Skiven modelleres i 2D. Symmetri gjør av vi bare modellerer halve skiven. Det vil si med lengde 2000mm , høyde 500mm og tykkelse 200mm . Med koordinat $(X,Y) = (0,0)$ nede i venstre hjørne, er randbetingelsene vist i tabell 9.1. Skiven har materialegenskaper gitt i kapittel 7, og armert etter dimensjoneringsberegninger i kapittel 8. Lengdearmring er 913mm^2 og skjærarmring på 68mm^2 , senteravstand 100mm siden dette passer bra med elementnettet.

Tabell 9.1: Randbetingelser for skive

Koordinat	(0,0)	(2000,Y)
Randbetingelse	$v = 0$	$u = 0$



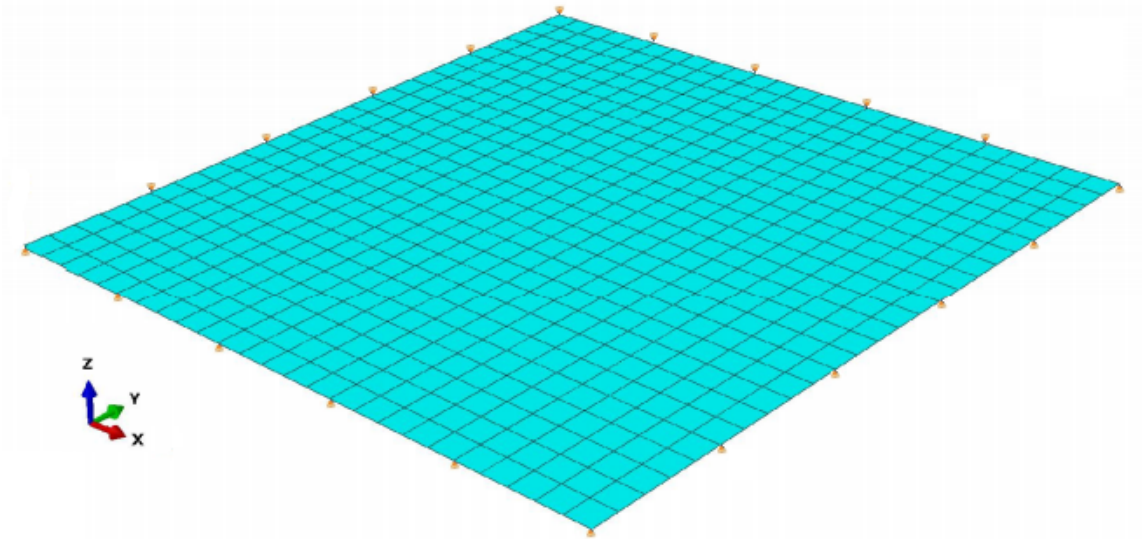
Figur 9.1: FEM-modell av skive, hentet fra Abaqus

Plate

Siden lasten, q , er i z -retning krever dette er 3D analyse. Platen er dobbelt symmetrisk, og derfor er kun en fjerdedel av platen modellert. Det vil si $2500\text{mm} \times 2500\text{mm}$. Randbetingelsene er vist i tabell 9.2 med hjørne til platen i figur 9.2 helt til venstre har koordinat $(0,0)$. Armering er lagt inn med en ekvivalent tykkelse på $0,365\text{mm}$ i begge retninger.

Tabell 9.2: Randbetingelser for plate

Koordinat	(X,0)	(0,Y)	(X,2500)	(2500,Y)
Translasjon	$w = 0$	$w = 0$	$v = 0$	$u = 0$
Rotasjon			$\psi_y = 0$	$\psi_x = 0$



Figur 9.2: FEM-modell av plate, hentet fra Abaqus

9.1 Elementnett

Både skive og plate er delt inn i like store elementer på $100\text{mm} \times 100\text{mm}$. I skivemodellen gir dette et nett på 5×20 elementer. Uten noen betydelig forundersøkelse virker dette rimelig med tanke på hva resultatene skal brukes til, samtidig som det gir kort analysestid og sikrer god nøyaktighet. I platemodellen blir det et nett på 25×25 elementer. Elementene som er brukt i hvert av programmene er nærmere beskrevet i kapittel 5.

9.2 Analysemetode

9.2.1 Diana

Lineær elastisk

I Diana velges *Structural linear static* analyse med direkte løsning.

Ikke-lineær

Analysentypen, *Structural nonlinear*, velges i kommandovinduet før analysen kjøres. Viktige valg rundt analyse er oppsummert i punktene under.

- Under *Settings* velges manuelt laststeg på 0,1 av referanselast og antall laststeg.
- *Arc-length control* velges. Metoden er forklart i teoridelens kapittel 4.3.1.

- Iterasjonsmetoden settes til full Newton med maksimalt 10 iterasjoner.
- Konvergenzkriteriet settes til forskyvningsbasert og at analysen fortsetter selv om konvergens ikke inntreffer.
- 2x2x7 Simpson-integrasjon legges inn i *.dat*-filen (kun for plate).
- Lengdearmeringen i skiven er lagt inn som *bar*.
- Skjærarmering og platearmeringen er lagt inn som *grid* med en ekvivalent tykkelse.

9.2.2 Abaqus

Lineær elastisk

I Abaqus velges laststeg *Static*, *General*.

Ikke-lineær

I den ikke-lineære analysen benyttes *Static*, *Riks*. Riks-metoden er beskrevet i kapittel 4.3.2.

- Analysen kjøres i Abaqus/Standard, det vil si implisitt integrasjon.
- *Arc-length* inkrement.
- Automatisk inkrementvalg med *initial=0,1*, *min=1E-12* og *maks=1E+36*.
- Redusert integrasjon brukes i alle analyser.
- I plateanalysen velges det 7 Simpson integrasjonspunkter over tykkelsen til platen for bedre nøyaktighet.
- Armeringen i skiven er lagt inn som en egen konstruksjonsdel, som så er festet til elementnettet til skiven. Dette gjelder både lengdearmering og skjærarmering.
- Modellen settes sammen under *Assembly*.
- Interaksjonen mellom betong og armering legges inn under *Constraints* som *Embedded Region*.
- I platen er armering lagt inn i *section* hvor materiale, mengde, posisjon og retning legges inn i henhold til oppgitt geometri og utførte beregninger i kapittel 8.

10. RESULTATER

10.1 Lineær elastisk

For å kunne verifisere resultatene fra programmene er viktig å ha en referanse. Referansen er konvensjonelle håndberegninger. Verifikasjonen er å se nøyaktigheten til nedbøyninger og bøyespenninger som programmene gir i forhold til håndberegningene. Håndberegningene er vist i kapittel 8 og resultatene fra elastisk analyse i Diana og Abaqus finnes i vedlegg A. Forskjellene programmen imellom brukes også som en verifikasjon. I tabell 10.1 er en oversikt over resultatene. Avviket er lite, både programmene imellom og i forhold til håndberegningene. Dette gir et godt grunnlag for videre analyse med innføring av ikke-lineariteter.

Tabell 10.1: Resultater fra verifikasjonsanalyse

	Håndberegning	Abaqus	Diana
Plate			
Nedbøyning	7,92mm	7,90mm	7,87mm
Bøyespenning	4,41MPa	4,51MPa	4,50MPa
Skive			
Nedbøyning	7,31	7,31mm	7,44mm
Bøyespenning	18,00MPa	17,86MPa	18,20MPa

10.2 Ikke-lineær

Det er lagt vekt på at de aktuelle resultatene fra den ikke-lineære analysen enkelt kan sammenlignes, og kan vurderes i henhold til viktige bruddmekanismer i armert betong. De utvalgte resultatene som utgjør vurderingsgrunnlaget er:

- Last-forskyvningskurve i midtsnitt
- Nedbøyning ved referanselast
- Bøyespenninger i betong ved referanselast
- Armeringsspenninger ved referanselast

- Riss i betong ved referanselast

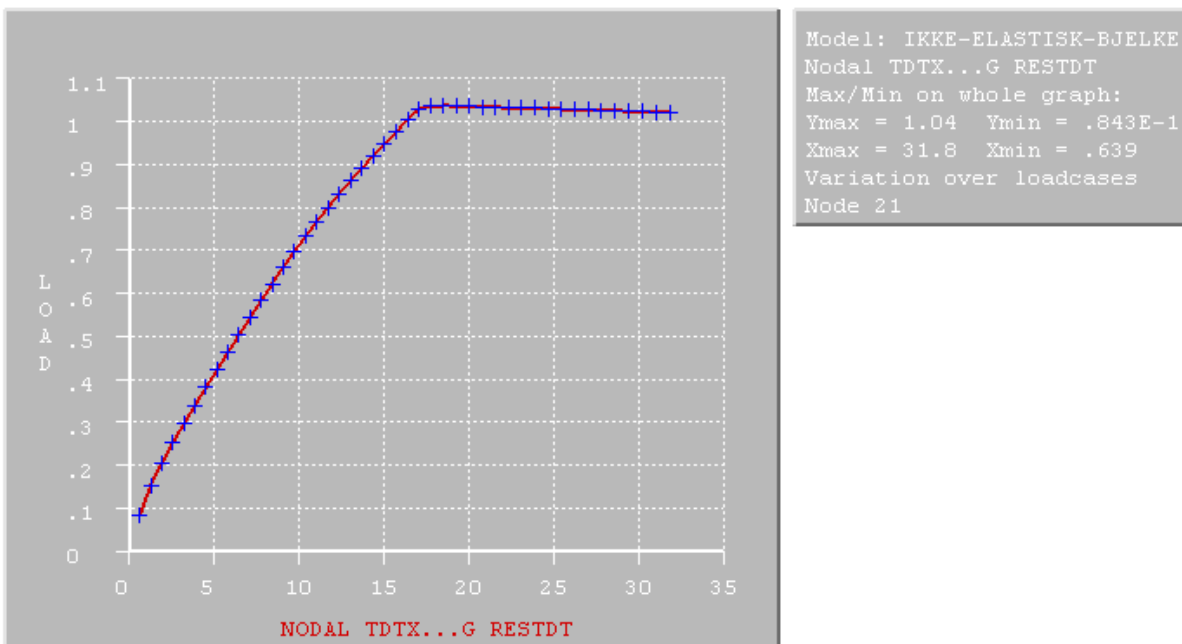
For plate-eksempelet er riss både på over- og underside, og blir vist i to forskjellige plott. Referanselast er den lasten som er satt på, altså lastfaktor=1,0. Last-forskyvningskurvene viser at det kan påføres last høyere enn referanselast last før konstruksjonen går til brudd. Dette er som forventet.

Håndberegningene av nedbøyningen til den armerte skiven og platen er presentert i tabell 10.2

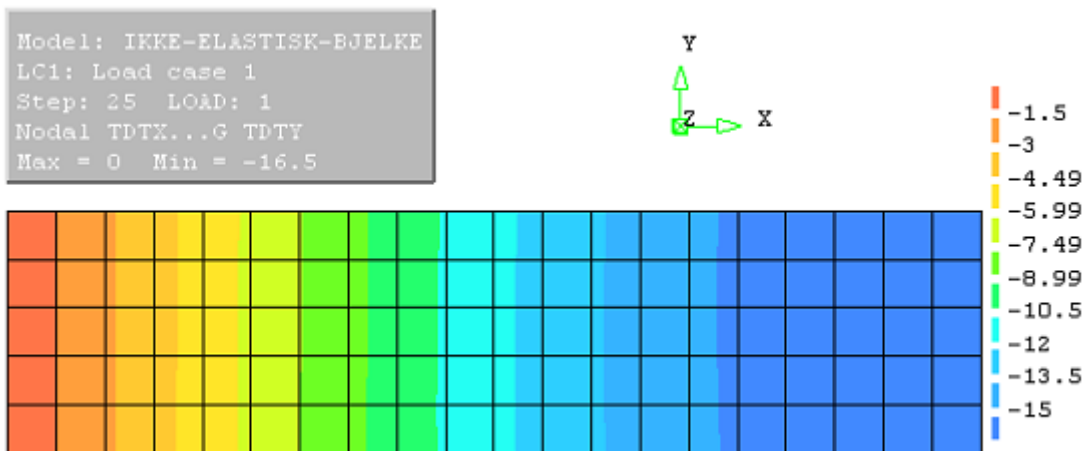
Tabell 10.2: Håndberegningene i kapittel 8 av nedbøyning gav følgende resultat

	Nedbøyning, w
Skive	13,25mm (midtsnitt)
Plate	61,70mm (midtpunkt)

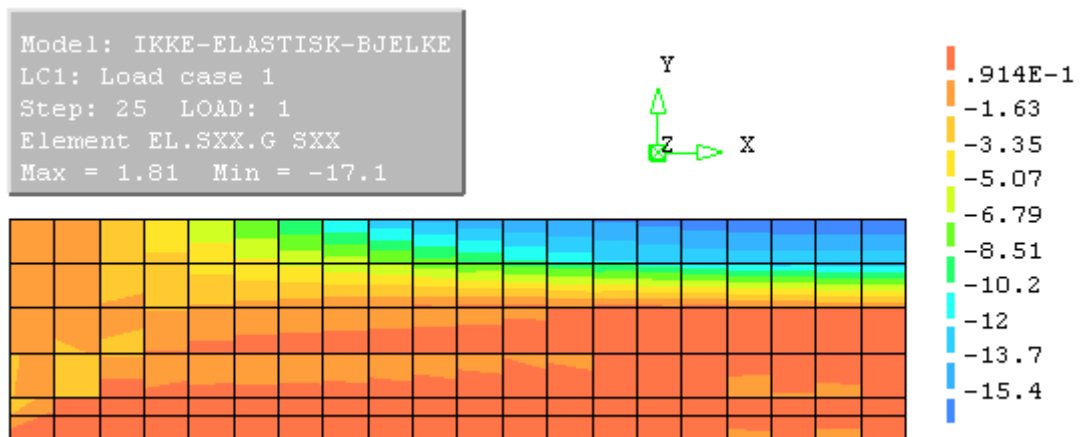
Resultater fra skiveanalysen i Diana



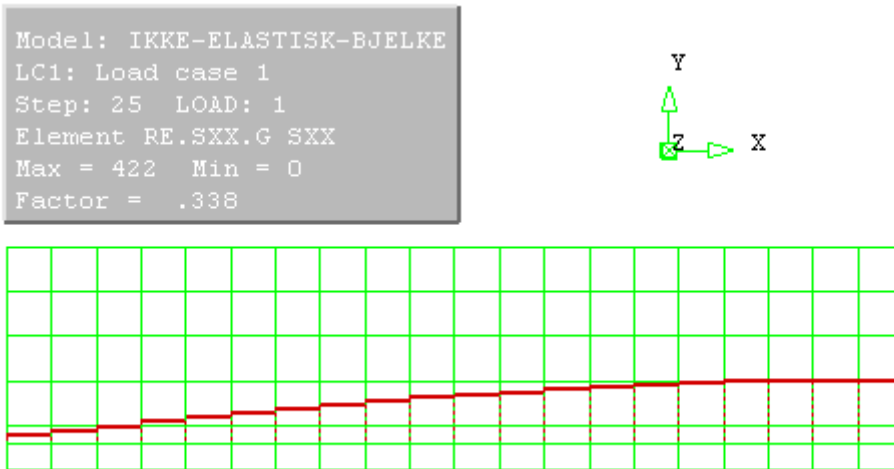
Figur 10.1: Last-forskyvningskurve i midtsnitt. Høyeste lastfaktor på 1,04. Deretter avtagende kurve med etterhvert større deformasjoner.



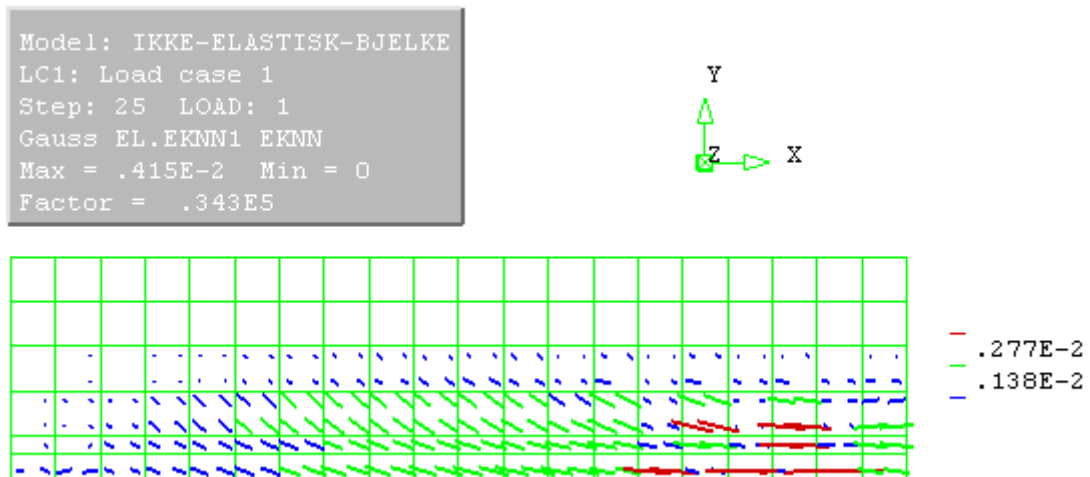
Figur 10.2: Nedbøyning ved referanselast, laststeg=25. Maks nedbøyningen er 16,5mm i midtsnitt.



Figur 10.3: Bøyepeninger ved referanselast, høyeste trykkspenning er 17,1MPa i toppen av skiven.

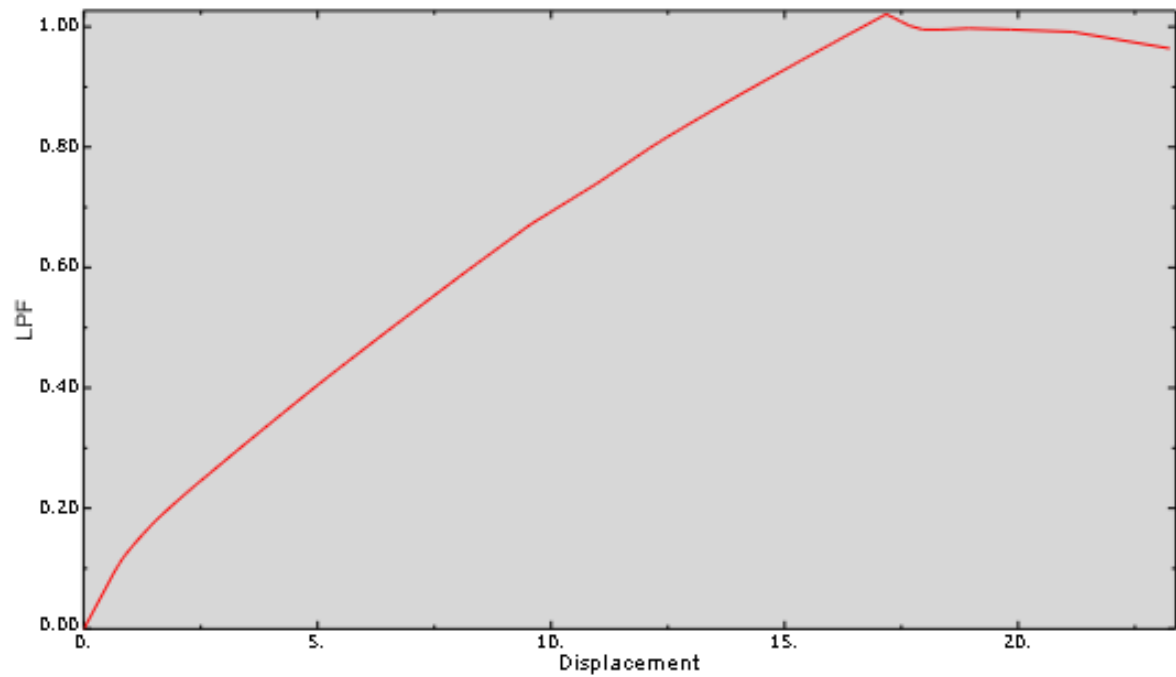


Figur 10.4: Armeringsspenninger i lengdearmering ved referanselast. Høyeste armeringsspenning er 422MPa ved midtsnitt. Jevnt avtagende mot opplegg.

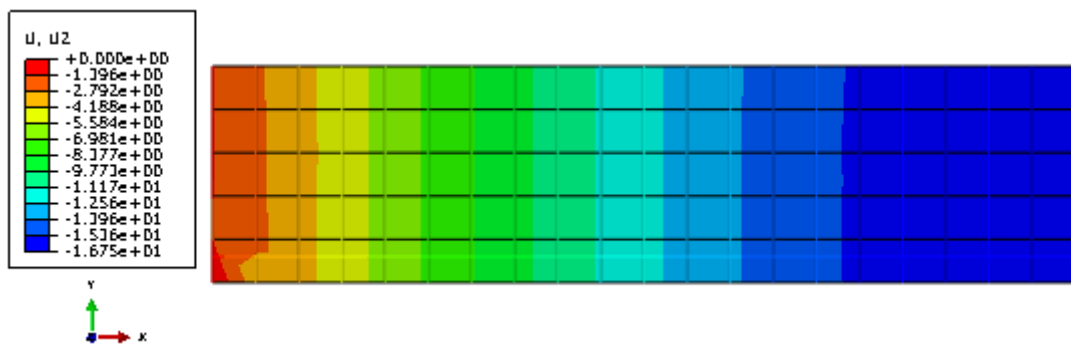


Figur 10.5: Riss ved referanselast, vektorplott.

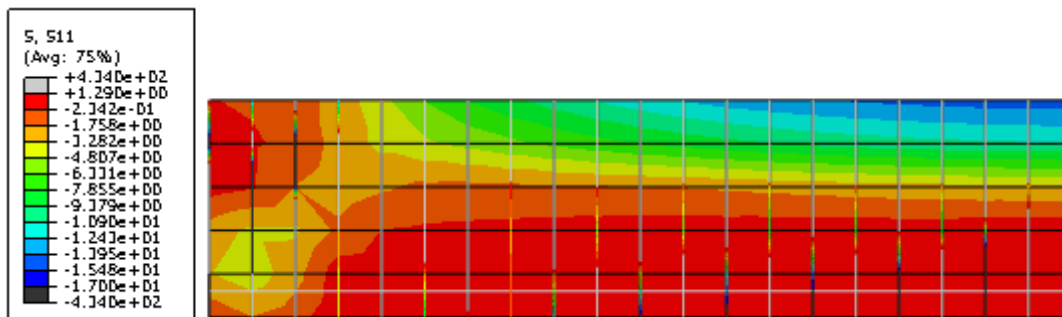
Resultater fra skiveanalysen i Abaqus



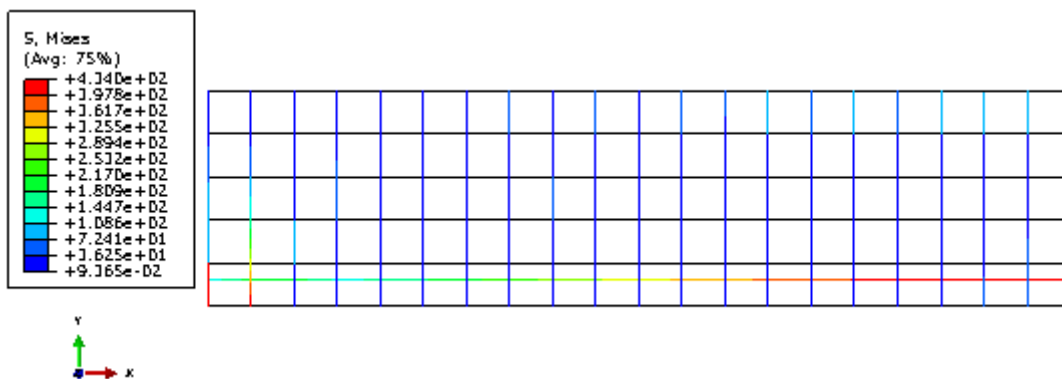
Figur 10.6: Last-forskyvningskurve i midtsnitt. Høyeste lastfaktor på 1,02 før en knekk på kurven og videre deformasjon.



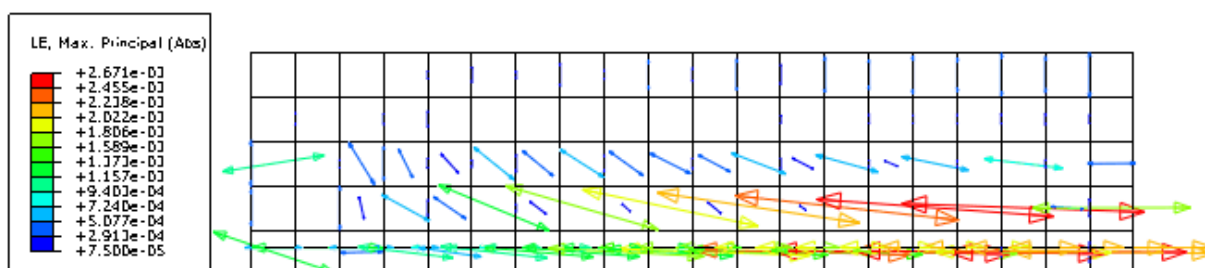
Figur 10.7: Nedbøyning ved referanselast, laststeg=176. Maks nedbøyning er 16,75mm i midtsnitt.



Figur 10.8: Bøyestressinger ved referanselast, høyeste trykkstressing er 14,7MPa i toppen av skiven.

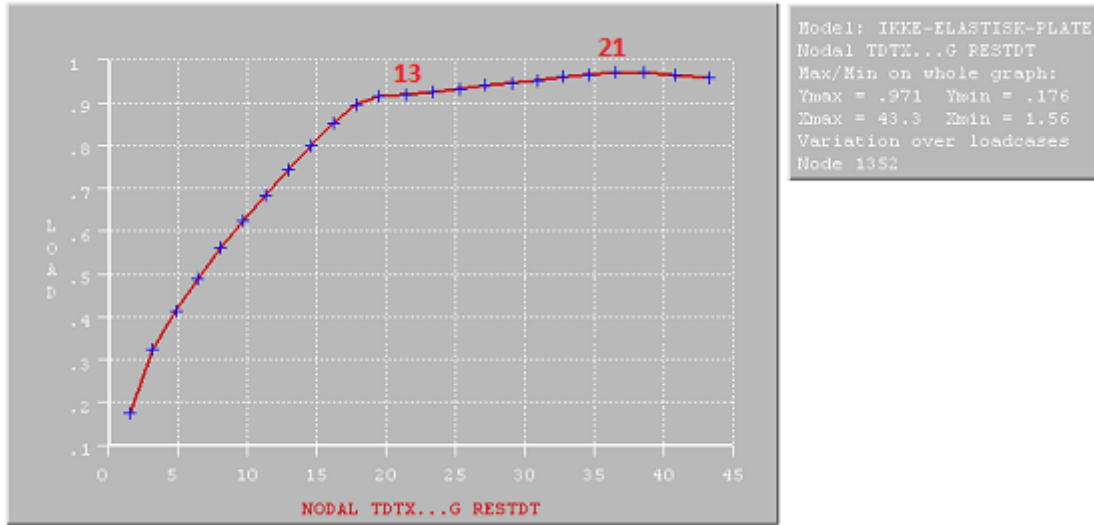


Figur 10.9: Armeringstressinger i lengdearmering ved referanselast. Høyeste stressing er 423MPa.

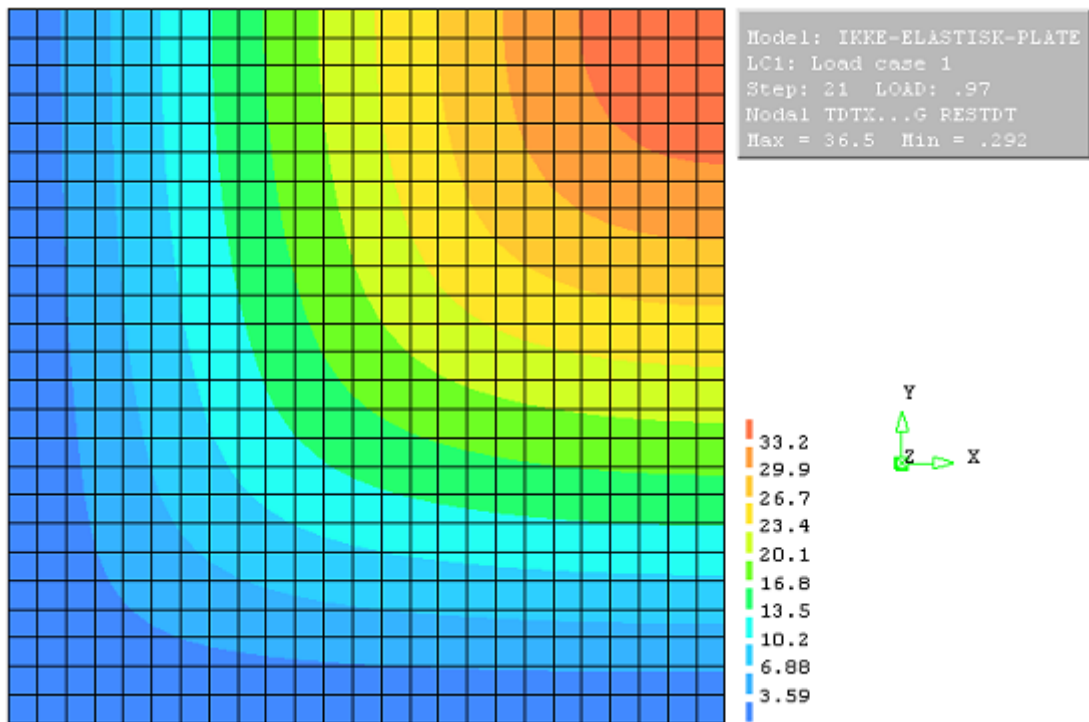


Figur 10.10: Vektorplott av logaritmisk tøyning som viser komponenter som overskrider flyt-tøyningen i strekk. En indikasjon på riss-størrelse og retning ved referanselast.

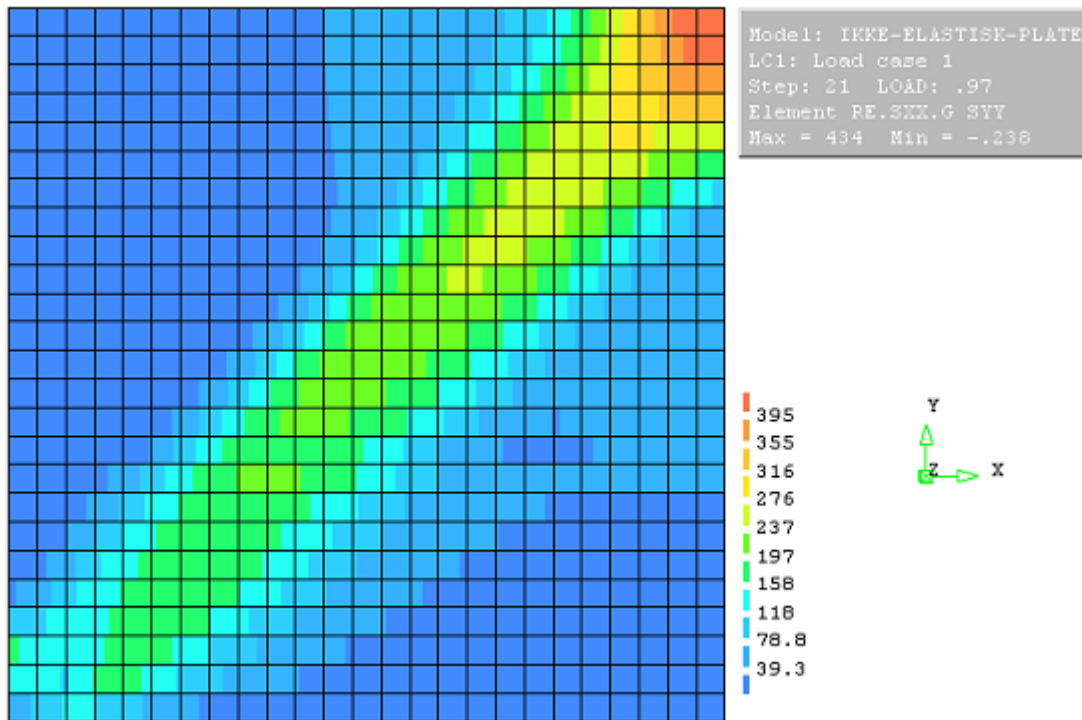
Resultater fra plateanalysen i Diana



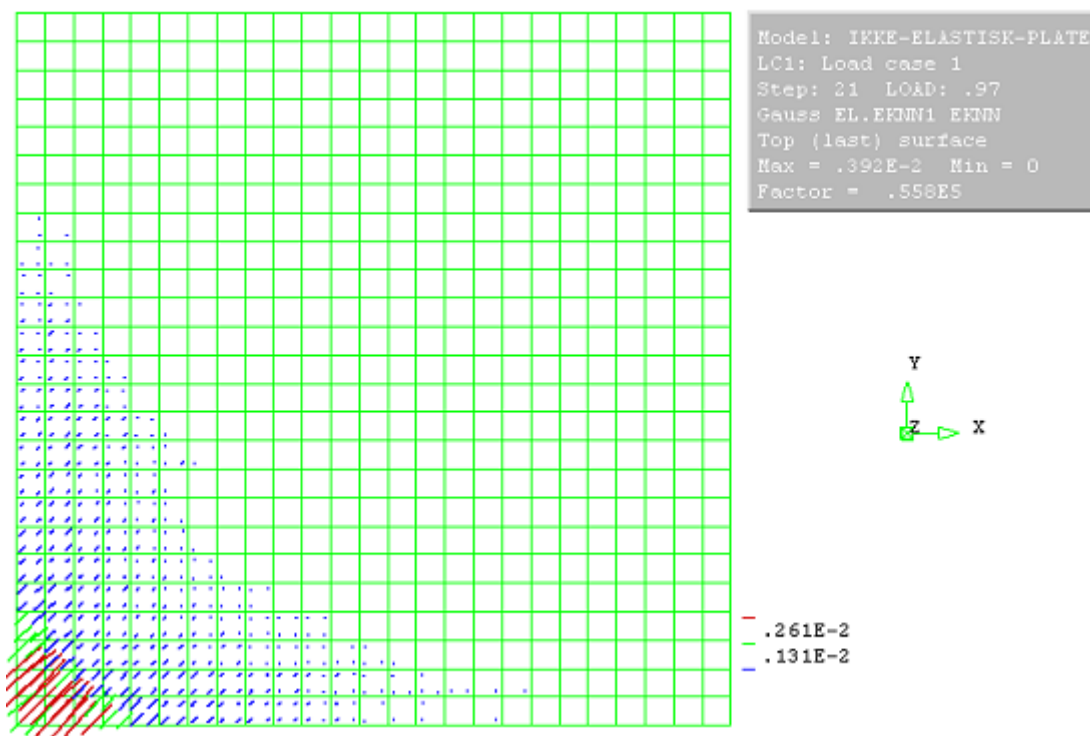
Figur 10.11: Last-forskyvningskurve i midtpunkt. En knekk på kurven like før laststeg 13 før videre deformasjoner med en viss fastning. Høyeste lastfaktor på 0,971 ved steg 21.



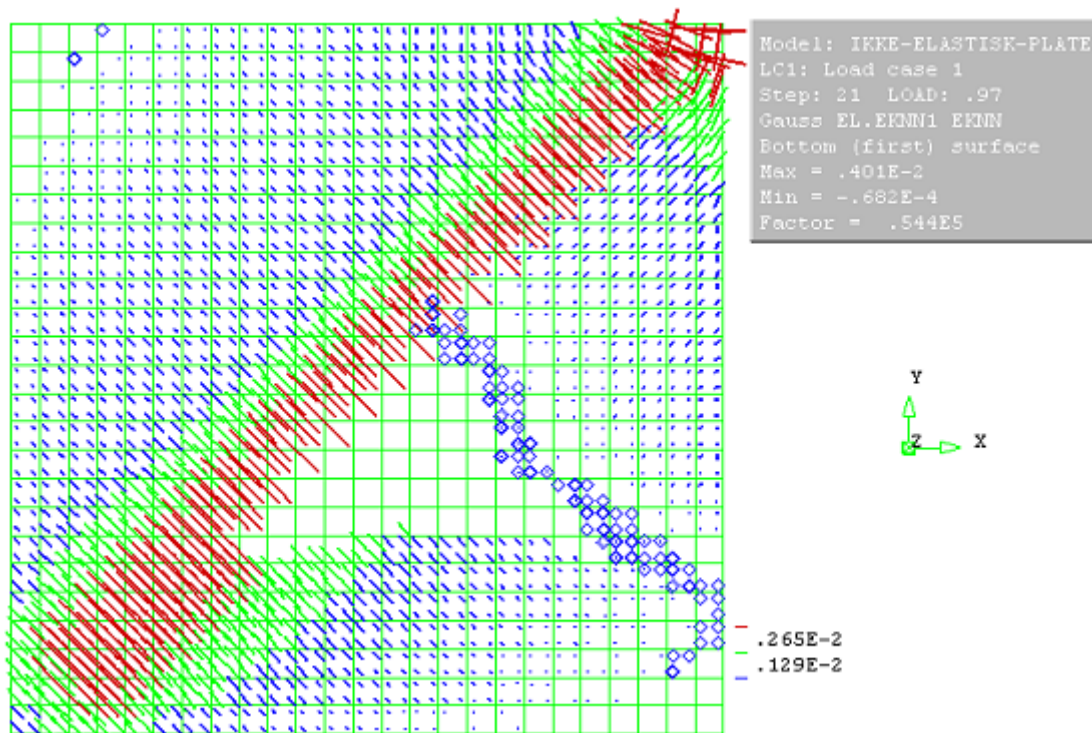
Figur 10.12: Nedbøyning ved $0,97 \times$ referanselast, laststeg=21. Maks nedbøyning er 36,5mm i midtpunkt.



Figur 10.13: Armeringsspenninger i x-retning ved $0,97 \times$ referanselast. Flytespenning i midtpunkt på 434MPa.



Figur 10.14: Riss i overside av plate ved $0,97 \times$ referanselast, vektorplott.



Figur 10.15: Riss i underside av plate ved $0,97 \times$ referanselast, vektorplott.

Resultater fra plateanalysen i Abaqus

I Abaqus lyktes ikke initialforsøket, med å kjøre analysen med de parameterne som er nevnt tidligere for elementtype og -størrelse, geometri og materialer. Feilmeldingen som Abaqus gir er “The plasticity/creep/connector friction algorithm did not converge at x points” hvor ‘x’ varierer gjennom analysen. Det er tydelig at løsningen ikke konvergerer. I den forbindelse ble det forsøkt å finne ut av hvordan modellen oppfører seg, med å endre visse parametere. For små elementer kan gi konvergensproblemer, så forskjellige elementtyper og elementstørrelser ble prøvd ut. Dette er også enkelt å endre og lite tidkrevende. Ingen geometri, last eller materialparametere ble forsøkt endret, utenom armeringsmengde. Resultatene er vist i tabell 10.3 med lastfaktor, *Load Proportional Factor* (LPF), som kontroll på hvor langt analysen gikk før Abaqus avbrøt. Armeringsmengden er her som i utgangspunktet på $0,365\text{mm}$ ekvivalent tykkelse.

Tabell 10.3: Resultater fra parameterstudie av plateanalysen i Abaqus

	S4	S4R	S4R5
100mm	0,352	0,480	0,415
200mm	0,438	0,698	0,455
250mm	0,398	0,430	1,420
300mm	0,989	0,676	1,407

I det originale eksempelet med 100mm elementstørrelse og S4R element ble det forsøkt å endre armeringsmengde. Med et forsøk på 0,300mm gikk analysen til en lastfaktor på 0,399. Et forsøk på 0,400mm gav lastfaktor på 0,380. Det er med andre ord lite sammenheng på endringen av parametere. En vurdering av resultatene i detalj blir gjort i kapittel 11.

Del III

Vurdering og konklusjon

11. SAMMENLIGNING AV RESULTATER

11.1 Verifikasjonsberegning

Resultatene er vist i tabell 10.1, og plott av nedbøyning og bøyespenninger i vedlegg A. Generelt er resultatene gode.

I forhold til håndberegninger

Håndberegningene baserer seg på en rekke antagelser, som det ikke blir gått inn på her, og i den forstand er resultatene som FEM-programmene gir den 'eksakte' løsning. Oppsummert i tabell 11.1 er avvikene mellom håndberegning og eksakt lineær analyse presentert i prosent. Lavere tallverdi gir negativt avvik, mens høyere tallverdi gir positivt avvik. I begge eksemplene ligger Abaqus nærmest håndberegningene, med unntak av bøyespenninger i plate. Utover dette er avvikene små med høyest 2,27% avvik, og det sier oss at resultatene som håndberegningene gir er svært gode.

Tabell 11.1: Avvik mellom håndberegninger og eksakt lineær elastisk analyse

	Abaqus	Diana
Nedbøyning plate	-0,25%	-0,63%
Bøyespenning plate	2,27%	2,04%
Nedbøyning skive	0,00%	1,78%
Bøyespenning skive	-0,77%	1,11%

Programmene innad

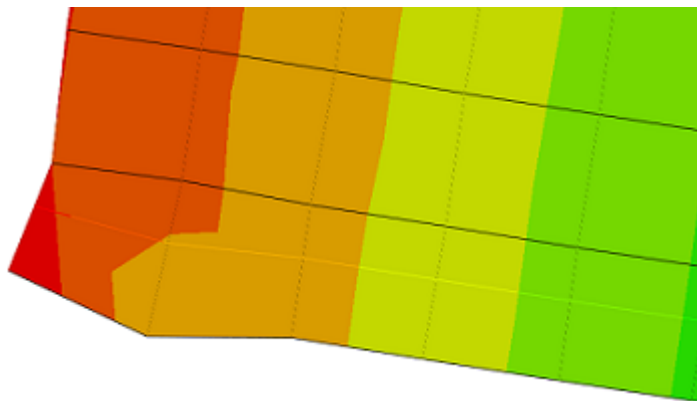
I plateanalysen gir Abaqus noe større nedbøyning og høyere bøyespenninger i forhold til Diana, mens det er omvendt for plateanalysen. Disse observasjonene kan sees i tabell 10.1 og 11.1. Tallmessig er variasjonen innenfor 0,4% for platen og innenfor 1,9% for skiveanalysen. Gitt de like inn-dataene, er nesten 2% avvik en merkbar forskjell i en slik enkel lineær elastisk analyse. Ideelt kunne en gjerne sett at resultatene hadde mindre avvik, men i realiteten har det en liten praktisk betydning.

11.2 Ikke-lineær analyse

11.2.1 Skive

Generelt er det fine resultater med godt samsvar mellom programmene. I forhold til håndberegnet nedbøyning er det en forskjell på litt over 3mm, hvor håndberegningen gav mindre nedbøyning. Dette skyldes i hovedsak at det i håndberegningen blir foretatt flere tilnærminger, og baserer seg på bøyedeformasjon til tradisjonelle lave bjelker. Håndberegnet momentkapasitet tar for seg likevekten mellom en trykksone i topp, og armeringsstrekk i bunn av bjelken i opprisset tilstand. For eksempel vil det å ikke ta hensyn til skjærdeformasjon vil gi mindre deformasjoner.

Når det gjelder skjærdeformasjon i Abaqus kan en se i figur 11.1 at det er lokale problemer knyttet til opplegget. Venstre side av elementet ved opplegg er trykt sammen, mens høyre side er strekt ut. Skjærarmeringen er lagt ut som reelle armeringsjern, og problemet er knyttet til kraftoverføringen ved opplegget. I figur 10.9 kan en også se at skjærarmeringen flyter nær opplegg, dette gjelder de to ytterste armeringsstengene og hvor den ytterste er plassert helt i ytterkant av skiven. Deler av oppleggskraften overføres direkte til armeringen, og ikke utover i et større areal i betongen. I Abaqus er det underveis i analysen observert at ved $0,68 \times$ referanselast flyter skjærarmeringen. Oppleggskraften på det tidspunktet er på 40,8kN og kapasiteten til armeringstverrsnittet på 68mm^2 er 29,5kN. Med tanke på at betongen også overfører noe krefter, stemmer det bra at mesteparten av oppleggskraften direkte overføres til armeringen. Denne svakheten er kun tilstede i Abaqus og kan utgjøre forskjellen i nedbøyning på 0,25mm i forhold til Diana. Figur 10.2 viser nedbøyningen i Diana, og en ser ikke dette problemet her. Det er mulig at det lille opplegget med nærmest ingen utstrekning også bidrar til dette problemet. Det er uvisst hva det underliggende årsaken er, men sannsynligvis er den utløsende faktor bruken av redusert integrasjon i Abaqus. I videre analyser burde problemet undersøkes nærmere.



Figur 11.1: Lokal deformasjon av element ved opplegg i skiveanalyse i Abaqus (referanselast).

I tabell 11.2 er et sammendrag av sammenligningsparametere i skiveanalysen. Verdiene er hentet fra resultatplottene i de respektive programmene, og er ved referanselast. Høyeste lastfaktor som er oppnådd sammenfaller bra programmene imellom og er toppunktet i

last-forskyvningskurvene. Dette er hvor skiven har sin høyeste kapasitet, og går til brudd. Bruddmekanismen og hvordan denne utvikler seg blir beskrevet nærmere i avsnittet under. Nedbøyningen ved referanselast er nærmest lik i Diana og Abaqus med kun 0,25mm forskjell. Betongspenningen i toppen av skiven er ulik mellom programmene med 2,4MPa i forskjell, og hvor Diana har høyest på 17,1MPa. Armeringsspenningene i lengdearmeringen ligger på samme nivå, og som vist i figur 10.4 og 10.9 er spenningsoppbyggingen i armeringen rimelig lik. Riss-plottene i figur 10.5 og 10.10 gir begge en fremstilling av riss, og viser større tradisjonelle vertikale bøyeriss nær midtsnitt og mindre skjærriss mot opplegg. Det er lite forskjeller å spore, med tanke på at betongmodellen i Diana tillater roterende riss, mens Abaqus ikke gjør det.

Tabell 11.2: Resultatverdier ved referanselast fra ikke-lineær skiveanalyse

	Abaqus	Diana
Høyeste lastfaktor	1,02	1,04
Nedbøyning	16,75mm	16,50mm
Betongspenning, trykk	14,70MPa	17,10MPa
Armeringsspenning	423MPa	422MPa

Bruddmekanisme

Først og fremst er bruddmekanismen for skiven lik i begge programmene, noe som er bra. Rett etter at referanselast er nådd, oppnås flyt i lengdearmeringen. Dette sammenfaller med toppunktet på last-forskyvningskurven. Etter dette viser kurven ingen videre økning i kapasitet, men heller ingen vesentlig reduksjon i kapasitet før analysen avsluttes. Armeringstøyningen fortsetter ut i det plastisk området, mens betongen fortsatt ikke har store trykkspenninger og er følgelig langt unna trykkbrudd. Det er den moderate høyden til skiven som gir den gode kapasitet i trykk. Som ønsket med et normalarmert tverrsnitt er det i bøyebrydd utvikling av kraftige riss og oppbygning av større armeringsspenninger, og som resulterer i den etterhvert store nedbøyningen. Mer om normalarmert tverrsnitt er beskrevet i Sørensens *Betongkonstruksjoner*, avsnitt 4.2.3 [5]. Last-forskyvningskurven viser denne gode duktiliteten.

Skjærbrudd er også en aktuell bruddmekanisme, og skiven er dimensjonert og armert for skjær. Rissene nær opplegg er små i forhold til bøyerissene ved midtsnitt, så skjærbrudd er derfor lite sannsynlig.

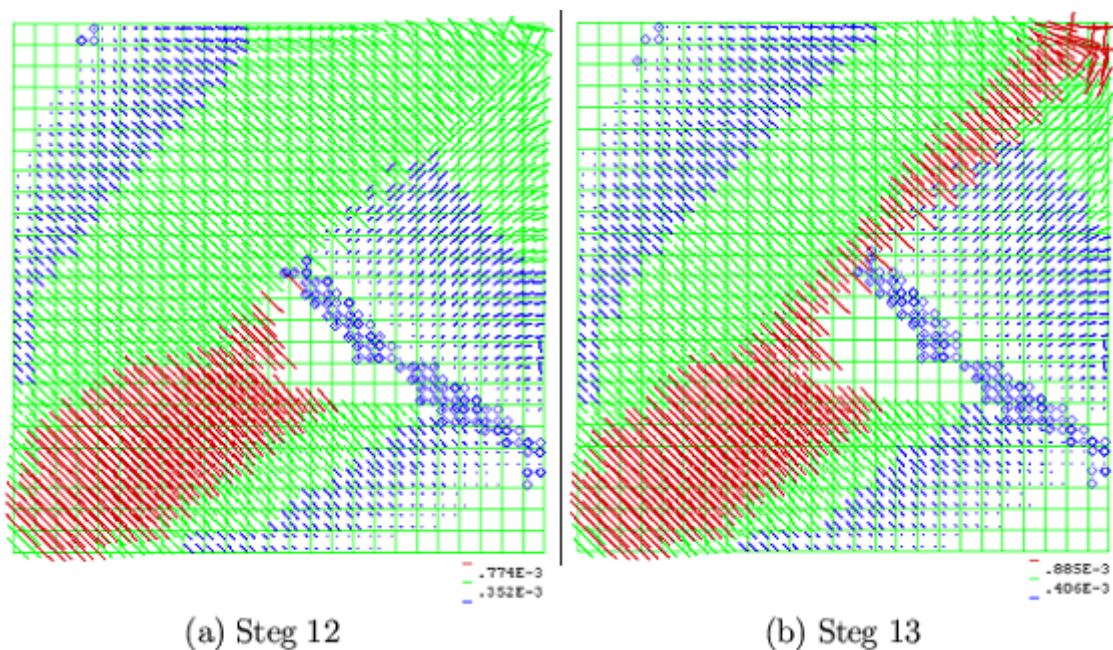
11.2.2 Plate

Analyseresultatene fra Diana er generelt bra med fin last-forskyvningsrespons, og kapasiteten er nær referanselast på 97,1%. Bruddmekanismen blir diskutert i avsnittet under. Nedbøyningsplottet ser rimelig ut. Det samme gjør plottet for armeringsspenninger, hvor flyt oppnås nær midtpunkt ved $0,97 \times$ referanselast. De største rissene er på undersiden langs diagonalen, og på oversiden ved opplegg, som er knyttet til at et fastholdt hjørne som vil løfte seg. Se figur 10.14.

Sammenlignet med håndberegnet nedbøyning er det stor forskjell. Håndberegningen gir nesten dobbelt så stor nedbøyning med 61,7mm i stadium II, opprisset tilstand.

Bruddmekanisme

Figur 10.11 viser last-forskyvningskurven for platen og ved laststeg 12-13, når kapasiteten er $0,9 \times$ referanselast, får kurven en knekk. Mekanismen som skjer her er at på dette nivået er et fullstendig bruddlinjemønster dannet. Ved å studere underkantrissene i figur 11.2 ser vi tydelig at bruddlinjemønsteret dannes langs diagonalen til plata. På dette stadiet i steg 13 øker høyeste armeringsspenning jevnt fra 134MPa til 434MPa i steg 21. Riss i underkant i laststeg 21 vises i figur 10.15 hvor bruddlinjemønsteret er det samme, men rissene er betraktelig større. Last-forskyvningskurven viser en duktil oppførsel, men analysen ble ikke kjørt lengre over den høyeste oppnådde lastkapasiteten enn det som er vist i figur 10.11.



Figur 11.2: Rissutvikling i plate. Plottene er hentet fra Diana.

12. VURDERING AV PROGRAMMENE

12.1 Brukervennlighet

Vurderingen av den opplevde brukervennligheten er i høyeste grad subjektiv. I denne studien er det modellert enkle objekter i armeret betong, og programmene er vurdert der etter. Det betyr at programmene ikke behøver å takle avanserte geometrier, men viktigere er det for eksempel at armering kan plasseres enkelt og tidseffektivt. De viktigste aspektene og prosedyrene som brukeren møter gjennom en analyse er forsøkt vurdert med et objektivt syn.

Når det gjelder programvaren er Diana og Abaqus tiltenkt litt forskjellige arbeidsområder. Abaqus har svært mange muligheter og få begrensninger, og er fortrukket blant mange bedrifter i Norge. Diana på den andre siden er ikke mye brukt i arbeidslivet, men er et svært kraftfullt verktøy til modellering av betong. Det har vist seg å være en stor fordel gjennom de analysene som er utført i denne studien, og påvirker brukervennligheten.

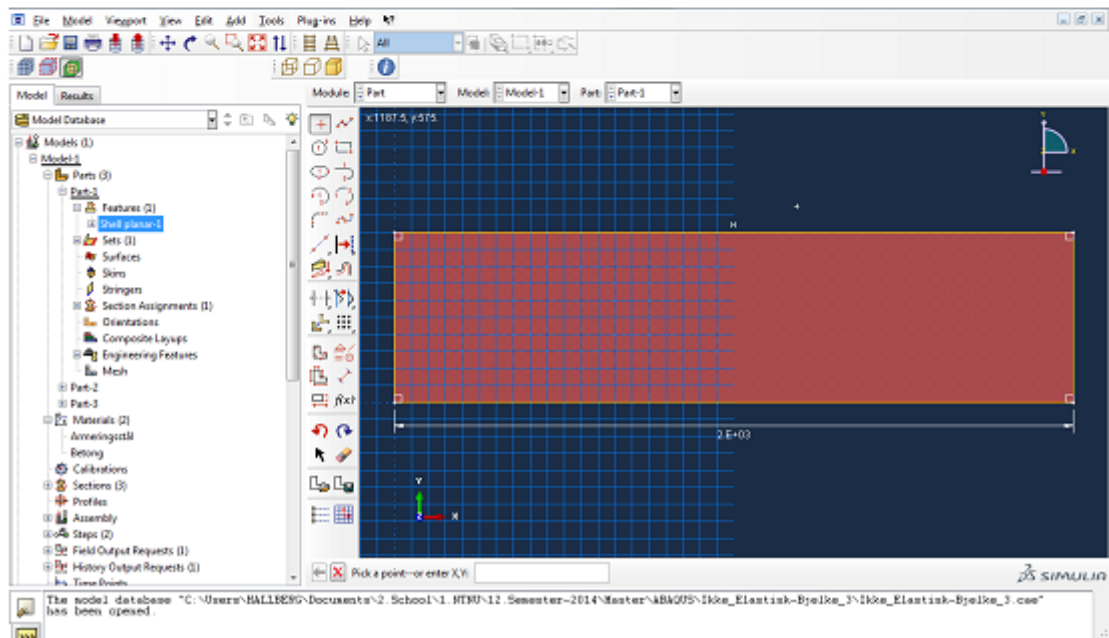
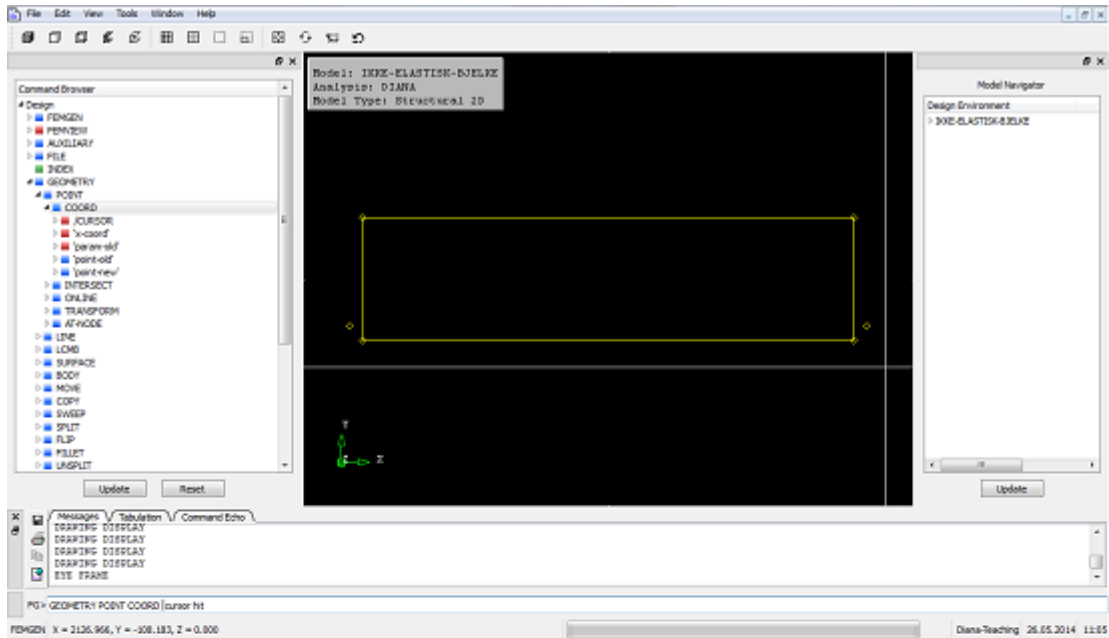
Vurderingen av brukervennligheten blir delt i to deler, preprosessering og postprosessering. Preprosessering dreier seg om delen av analysen hvor det blir gitt inn-data om geometri, materialer, armering etc. Postprosessering er stort sett uthenting av data fra modellen etter at den er ferdig analysert. Med tanke på brukervennlighet er det lagt vekt på visualiseringsmulighetene programmene har. For den analysen som er gjort i denne studien har visualiseringsmulighetene størst betydning, men i andre sammenhenger er det for eksempel viktigst med eksporteringsmuligheter til tredjeparts programvare.

12.1.1 Preprosessering

Brukergrensesnitt

I figur 12.1 vises øverst brukergrensesnittet til Diana. Ved første øyekast kan programmene se rimelig like ut, men slik er det ikke. Nedre del av figuren viser at Abaqus har et mer moderne grensesnitt som ligner mye på DAK (Dataassistert konstruksjon). Det kan være fordelaktig for mange som arbeider parallelt med slike programmer. Til venstre i har begge programmene en nøstet liste, men i Diana er det en kommandoliste som er nødvendig å bruke for å angi egenskaper til modellen. Kommandoene kan også skrives inn manuelt i en kommandolinje helt nederst. I Abaqus er listen et modell-tre som viser alle komponentene i modellen, og kan brukes å navigere rundt. Knappene til høyre for treet kan sammenlignes

med Dianas kommandoer, men åpner dialogbokser med informasjon om modellen. I begge programmene er modellen man jobber med sentrert i vinduet, og viser alt fra den fysiske størrelsen, elementnett, last, opplegg og visualisering av resultatene etter analysen er kjørt. Diana skiller modelleringsområdet fra resultatvisningen i programmet med henholdsvis begrepene “FEMGEN” og “FEMVIEW”, eller bare “Model” og “Results” i Abaqus.



Figur 12.1: Brukergrensesnitt, Diana øverst og Abaqus under.

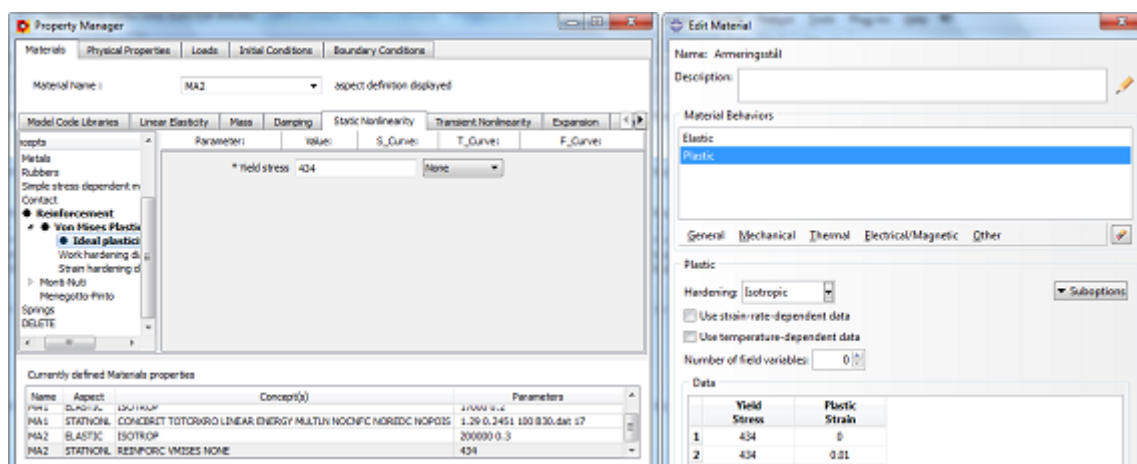
Geometriske egenskaper

En plate og skive har begge enkl geometri med rette vinkler, og i denne studien er konstruksjonene uten utsparinger. I Diana er prosedyren for å opprette et objekt enkel, med definering av punkter, trekke linjer og lage flater. De fysiske egenskapene defineres i et eget vindu sammen med materialegenskapene. Brukergrensesnittet er ikke særlig moderne med bruken av kommandoer. Skal en modellere konstruksjoner med avansert geometri blir det fort mye arbeid og uoversiktlig. Mulighetene for å redigere i etterkant er også begrenset, og mange steg må repeteres.

I Abaqus er prosedyren for å sette sammen modellen er relativt omstendelig, og krever mange steg. For en enkel konstruksjon kan det virke litt arbeidsomt, men for en mer avansert modell har Abaqus her er fordel med et ryddig oppsett. Det kan blant annet opprettes flere individuelle deler, ulike tverrsnittsegenskaper, og til slutt settes modellen sammen. Alt i alt er mulighetene er mange, redigeringsmulighetene er bra og generelt har programmet flotte funksjoner.

Materialdata

Måten å definere materialparameterne til armeringen og den elastiske delen av betong er enkelt i begge programmene. For den plastiske delen av betong er det vanlig å ha et datagrunnlag med tøyning-spenningssammenheng. I Diana kan denne lagres i en egen .dat fil og importeres inn i programmet. Filens innhold og nøyaktige oppsett har ingen rom for feil. Der er fint at filen kan kopieres til alle analyser man jobber med, så på den måten er det en engangsjobb å opprette filen. Det hadde allikevel vært praktisk med muligheten for å fylle inn i en tabell i selve programmet. Denne muligheten har Abaqus, men en er nødt til å legge inn sammenhengen mellom spenning og plastisk tøyning. Dette er tungvint og gir rom for feil underveis når den plastiske tøyningen skal regnes ut. Her gjelder det å opprette gode rutiner og metoder.



Figur 12.2: Dialogbokser for å angi materialparametere. Eksempelet er for armeringsstål: VonMises plastisitet. Diana til venstre og Abaqus til høyre.

Armering

Å plassere armering i Diana er svært enkelt. En kan plassere lengdearmering mellom to punkter, eller jevnt fordelt armering utover en flate med spesifisert ekvivalent tykkelse i en eller to retninger. I Abaqus må armering lages som en egen del, for så å plasseres utover i konstruksjonen. Deretter knyttes den fast til elementnettet til betongen. Dette er i og for seg greit og man har en realistisk tilnærming ved at armeringen er egne komponenter. I skall-modeller i Abaqus kan armering legges direkte inn under en opsjon i tvernsnittsdefinisjonen. Metodene i programmene er ulike og har sine fordeler og ulemper. Det er vanskelig å vurdere uten lang tids bruk av programmene hvilken metode som er lettest eller gir de resultatene man er ute etter i analysen.

Elementinndeling

Valg av elementstørrelse og -type er litt forskjellig i programmene, mye fordi Diana er kommandobasert. I Diana er det vanskelig å holde god oversikt, og skal man endre elementnett en det lett å ende opp med to elementnett. Det er fordi Diana ikke gir beskjed om at det gamle element-nettet må fjernes før et nytt kan opprettes. Generelt gir Diana lite rom for brukerfeil. Abaqus på den andre siden har ikke dette problemet, og visualiserer prosedyrene bedre, og inn-data som elementstørrelse eller -type er lett å endre på i etterkant.

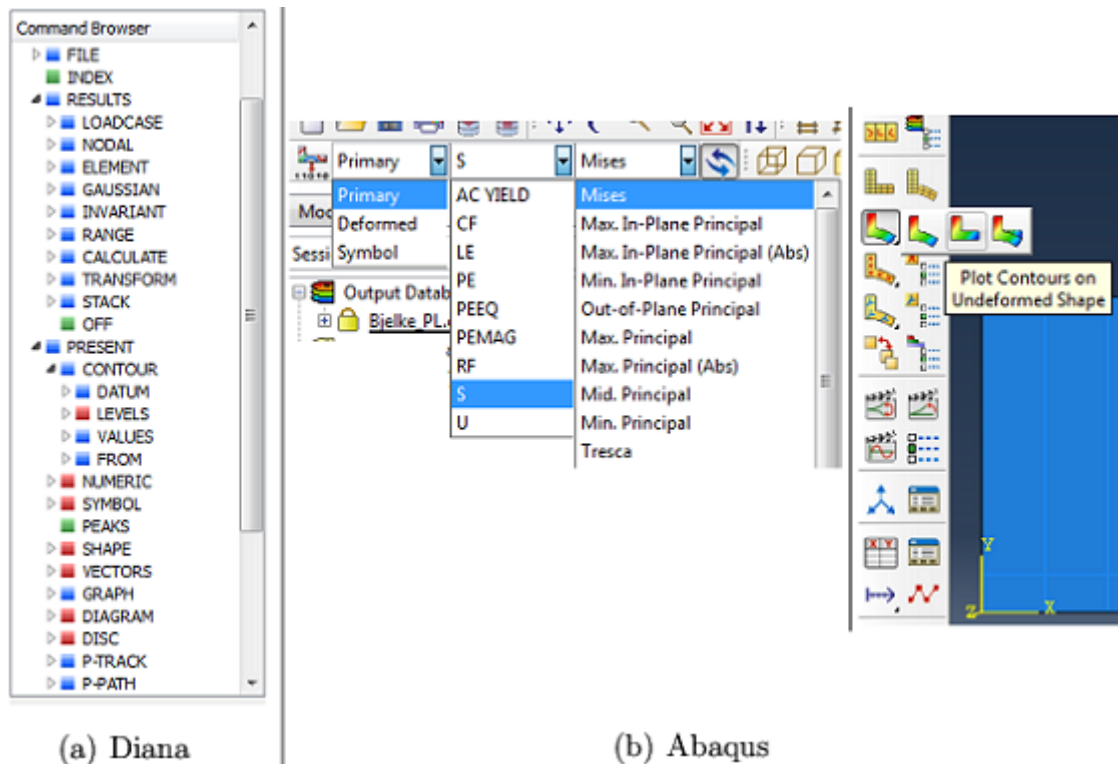
12.1.2 Postprosessering

Begge programmene har store muligheter når det kommer til uthenting av informasjon fra modellen når den er ferdig analysert. Her blir det lagt vekt på hva som er nyttig for analyse av betongkonstruksjoner.

Visualisering

Nedbøynings- og spenningsplott er enkelt å fremstille i begge programmene. Eksempler på plott finnes i kapittel 10 og vedlegg A, for både lineær elastisk og ikke-lineær analyse. I Abaqus er det egendefinerte knapper å trykke på og nedtrekkslister for å lage konturplott eller vektor-plott, sett i figur 12.3 (b). Hvilket laststeg man vil se plottene for kan enkelt endres med pil-knapper. Her har Abaqus igjen et moderne brukergrensesnitt, mens Diana er mer gammeldags. I Diana er prosedyren tungvint for å fremstille plot, hvor en må suksessivt velge kommandoer. Metoden er intuitiv, men det er begrenset hvor mange visningsmuligheter man kan ha i et slikt kommandobasert system. Skal man se resultatene fra et annet laststeg, må man gjennom hele prosedyren på nytt. Det er arbeidsomt og tidkrevende. Allikevel fremstår kvaliteten på visualiseringen i Diana for svært bra. I figur 12.3 (a) ser man et utvalg av kommandovalgene man har for å fremstille de ønskede resultatene. For eksempel dobbeltklikker man på "PRESENT-CONTOUR-LEVELS" for å lage et konturplott vist i figur 10.12.

For å produsere en last-forskyvningskurve i Abaqus må man først produsere to kurver, for så å sette disse sammen til en. De to første kurvene har en felles parameter som er *arc-length*. Ved å kombinere kurvene forsvinner parameteren til felles, og en sitter igjen med last og forskyvning på hver sin akse. Positivt er at man kan visuelt velge hvilken/hvilke



Figur 12.3: Utdrag fra brukergrensesnittet for visualiseringer.

noder som er av interesse, men ellers er prosessen tungvint. Bra er at man kan enkelt hente ut X og Y data i tabellform, noe som ikke er like lett i Diana. På den andre siden er det å produsere last-forskyvningskurve i Diana meget enkelt og intuitivt.

Selv om begge programmene er basert på samme betong-modell, *concrete smeared cracking*, er det kun Diana som har en god mulighet til å plote riss. Plottet inneholder retninger og størrelse på riss i hvert integrasjonspunkt. I Abaqus er det mulig å plote logaritmisk tøyning som vektorer, og kan gi en indikasjon på riss-størrelse og -retning. Dette lot seg gjøre, men var lite intuitivt og arbeidsomt. Dette er en stor svakhet i Abaqus, med denne materialmodellen, med tanke på å undersøke hvordan konstruksjonen påvirkes underveis i pålastningen.

Armeringsspenning er en viktig kontrollparameter for å se om bruddmekanismen er riktig. I Diana finnes det et fint diagramplot langs armeringen som viser spenningsoppbygningen. I Abaqus er det mulig å se armeringsspenningen på et konturplott, som i figur 10.9 men det er ikke like oversiktlig og bra presentert.

Visualisering av betongspenninger i Diana er svært bra, og er holdt separat fra armeringsspenningene. Det er bra siden forskjellen i spenninger er store, der hvor flytspenning i betong er ca 20 ganger lavere i forhold til armeringsstål. Slik er det ikke i Abaqus der hvor armering er lagt inn som en egen del, som i skiveanalysen. For å se et konturplott av betongspenningene må en manuelt justere spennings-grensene til plottet, slik som i

figur 10.8. Der hvor armering legges inn i *section* kan det vises plott av armeringskrefter. Her må det tas hensyn til hvilken størrelse armeringsjernene har for å gjenkjenne spenningsnivået.

12.1.3 Oppsummering

Avslutningsvis er inntrykkene man sitter igjen med, er at Abaqus har et mer moderne brukergrensesnitt og virker mer brukervennlig med tanke på hvordan man bruker dataprogram i dag. Allikevel har Diana flere visualiseringsmuligheter som er knyttet direkte opp mot analyse av armerte betongkonstruksjoner. Det er en styrke som er vanskelig å se bort ifra. I tillegg har flere som har jobbet med begge programmene erfart at det tar vesentlig kortere tid å lære seg Diana. Allikevel kan det tenkes at man kan utnytte Abaqus bedre og mer tidseffektivt når man nærmest er utlært i programmet.

12.2 Stabilitet og konvergens

Et godt FEM-program er nødt til å lett oppnå konvergens for modeller som er riktig satt opp. I analysene som er gjennomført i denne studien har Diana ingen problemer med dette og resultatene ser ut til å være svært gode. Den gode stabiliteten og evnen til å oppnå konvergens kan godt skyldes at Diana på dette punktet kan brukes på en slik måte at konvergenskravene er rimelig 'romslige'. Også kan brukeren vurdere hvilke krav som er nødvendige eller rimelige for å oppnå ønsket nøyaktighet.

Abaqus/Standard har generelt problemer med konvergens, som nevnt. Dette var tilfellet i plateanalysen, men ikke i skiveanalysen. Det var ikke i utgangspunktet menning å gjennomføre en parameterstudie, men det ble gjort for å undersøke om det var matematiske singulariteter knyttet opp mot elementstørrelsen. Her var det lite sammenheng mellom hvor langt analysen gikk før den ble avbrutt. Også små variasjoner i armeringsmengde gav større resultatmessige ulikheter enn hva variasjonene skulle tilsi, uten at resultatene nøyaktig er tallfestet. Feilmeldingen "The plasticity/creep/connector friction algorithm did not converge at x points" peker på at algoritmen som inneholder blant annet plastisitet ikke konvergerer. Det er mulig at ikke-linearitetene er for store til at Abaqus får problemer med å finne en løsning. Det er også slik at mange og store riss kan skape problemer som er vanskelig å løse. Teoristudien som ligger til grunn i denne studien er ikke tilstrekkelig for å vurdere eksakt hva i løsningsalgoritmen som går galt. Konklusjonen er i alle fall at en armert betongplate i Abaqus med *concrete smeared cracking* modellen er svært sensitiv og ustabil i Abaqus/Standard. Det finnes en modul i Abaqus med eksplisitt integrasjon, Abaqus/Explicit, som egner seg bedre til analyser med store ikke-lineariteter i material eller forskyvning. En kommentar til dette er fra Norconsult ansatt, Tor Kristian Sandaker, i en e-post: "vi har generelt bedre erfaring med denne materialmodellen i Abaqus/Explicit mht. robusthet ved opprissing i betong". Dette støtter opp under konklusjonen om ustabiliteten. Abaqus/Explicit er ment for dynamiske analyser, men kan også benyttes statisk hvis man påfører lasten sakte nok, også omtalt som kvasi-statisk analyse.

Til slutt vurderes antall laststeg som var nødvendig i hvert program for å gjennomføre hver analyse. I Diana var det nødvendig med 30 laststeg og mellom 1-7 Newton-Raphson iterasjoner i hvert steg. I gjennomsnitt trengtes ca. 3 likevektsiterasjoner for å oppnå konvergens med 1% nøyaktighet. Dette vurderes som svært bra. I Abaqus trengtes mange flere laststeg, omtrent 190 inkremitter i tilsvarende analyse som Diana kun trengte 30. I hvert inkrement krevdes mellom 5-10 iterasjoner med Newton-Raphson, og i noen laststeg måtte også et nytt forsøk gjøres hvor 10 likevektsiterasjoner ikke gav tilstrekkelig nøyaktighet, som forklart i avsnitt 4.3.2. De mange laststegene og likevektsiterasjonene har sammenheng med de strenge konvergenskravene som Abaqus har som standard, se avsnitt 4.2.2. Hvis man tar i betraktning resultatene som begge programmene gir i denne studien, ser det ikke ut til at den økte nøyaktigheten Abaqus ønsker å oppnå har noen praktisk betydning. Det ser heller ut til at det skaper konvergensproblemer, jamfør plateanalysen. En annen ulempe er også det økte behovet for beregningskapasitet, og særlig for større modeller kan dette være avgjørende for brukbarheten av programmet.

12.3 Konklusjon og anbefalinger for bruk

De analysene som er utført i denne studien vil ikke gi et fullkomment bilde av alle sider ved programmene. Brukervennlighet, stabilitet, konvergens og kvaliteten på resultatene som denne studien ser på er kun en liten del av kapasiteten og bruksområdene til programmene. Det vil derfor ikke være hensiktsmessig å gi konkrete anbefalinger for bruk av programmene i sin helhet. Allikevel gir det å analysere enkle konstruksjoner et godt utgangspunkt for videre arbeid og sammenligning av programmene.

Abaqus har et veldig godt utgangspunkt til å være et kraftfullt verktøy for analyse av betongkonstruksjoner. Programmet er tunglært, men har unike muligheter når en lærer å mestre de mange funksjonene programmet har. Dessverre har standardmodulen problemer når det gjelder konvergens med materialmodellen *concrete smeared cracking*. Dermed har denne delen av programmet liten brukbarhet, men det vil ikke si at programmet i sin helhet er ubrukelig til betongkonstruksjoner før ytterligere analyser er gjennomført med explicit versjonen.

Med de analysene som er gjennomført i denne studien, har Diana vist seg å være et svært lettlært program som gir gode resultater. Diana er et brukervennlig program og har god stabilitet i analyseprosessen. Programmet gir gode muligheter for å gå i dybden når det gjelder å studere responsen til armerte betongkonstruksjoner.

13. FORSLAG TIL VIDERE ARBEID

Det er i denne studien sett på relativt enkle konstruksjoner med tilhørende enkle materialparametere for ikke-lineær analyse av armert betong for å gi en oppfatning av forskjellene mellom Abaqus og Diana. Det har vært nyttig å se hvordan Abaqus/Standard håndterer analyse av forskjellige konstruksjoner i armert betong. Hovedproblemet har vært konvergensproblemer ved analyse av en plate i Abaqus, så her burde først en fullstendig analyse gjennomføres med Abaqus/Explicit. Abaqus har også vist seg å være tungvint i mange situasjoner, så å undersøke mulighetene for forbedringer av metodene brukt i denne studien ville vært interessant. Blant dette innebærer for eksempel fremstillingen av riss.

Det ville også vært spennende å sammenligne flere av de mulighetene som finnes for modellering av armert betong. Programmene gir for eksempel muligheter til å modellere heftglidning, *shear retention* og andre tilgjengelige materialmodeller for betong. I tillegg kunne det vært spennende å modellere mer avanserte geometrier for å teste ut programmenes brukervennlighet ytterligere.

Til slutt, som er kuriositet ville det vært spennende å undersøke hvorfor Abaqus er det foretrukke programmet i norske bedrifter selv om Diana ser ut til å være bedre egnet til analyse av betongkonstruksjoner.

REFERANSER

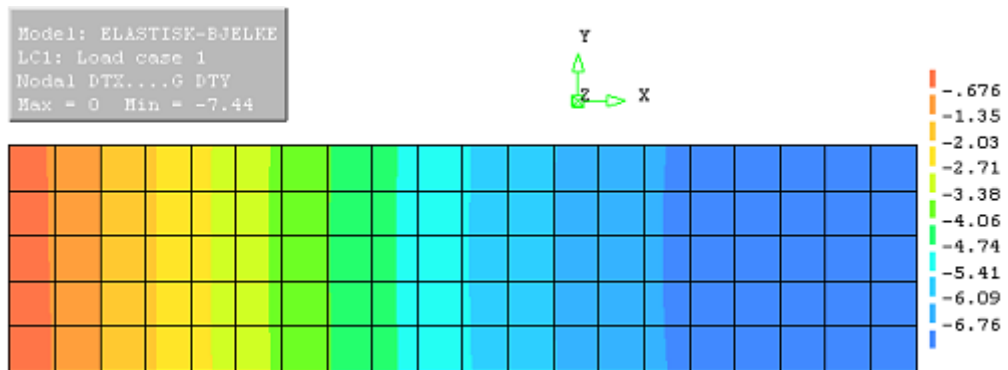
1. Dassault Systèmes. Abaqus 6.12 online documentation. <http://ivt-abaqusdoc.ivt.ntnu.no:2080/v6.12/index.html> [sitert 30.04.2014], Februar 2012.
2. TNO DIANA BV. User's manual – Release 9.4.4. <https://support.tnodiana.com/manuals/d944/Diana.html> [sitert 30.04.2014], Januar 2012.
3. Wai-Fah Chen, *Plasticity in Reinforced Concrete*. ISBN 978-19-321-5974-5. J. Ross Publishing, 2007.
4. Standard Norge. *NS-EN 1992-1-1:2004 + NA:2008. Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner. Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. Standard Norge, 2004.
5. Svein Ivar Sørensen. *Betongkonstruksjoner - beregning og dimensjonering etter Eurokode 2*. ISBN 978-82-519-2539-6. Tapir akademiske forlag, 2010.
6. J. A. Øverli, S. I. Sørensen. *TKT4222 Concrete Structures 3 Compendium*. Department of Structural Engineering, NTNU. Autumn 2013.
7. AFGROW. Handbook for Damage Tolerant Design. <http://www.afgrow.net/applications/DTDDHandbook> [sitert 22.05.2014]
8. R. D. Cook, D. S. Malkus, et al. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. ISBN 978-04-713-5605-9. John Wiley & Sons Inc, 2001.

Vedlegg

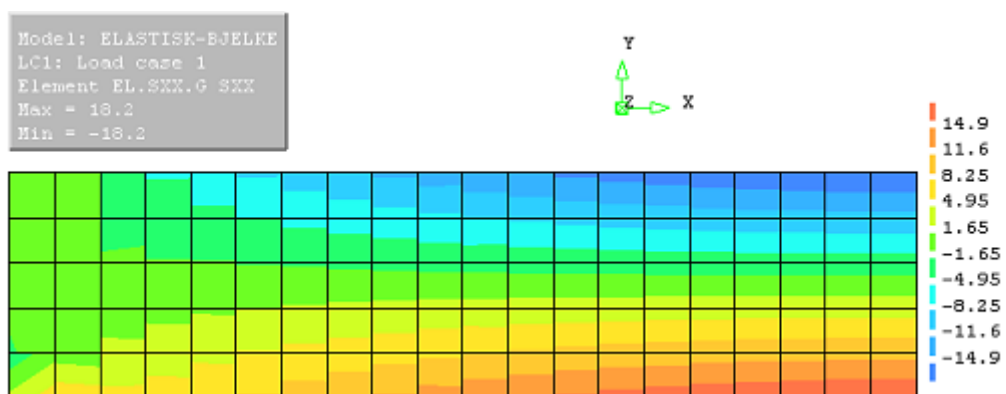
A. RESULTATPLOTT FRA LINEÆR ELASTISK ANALYSE

A.1 Diana

Skive

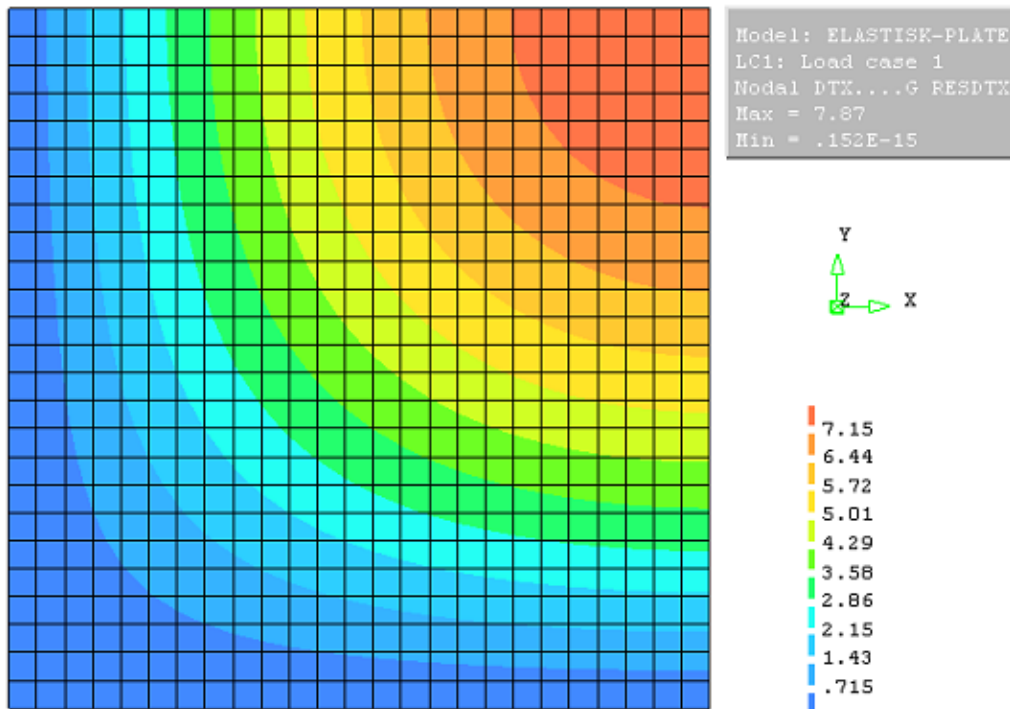


Figur A.1: Nedbøyning i y-retning

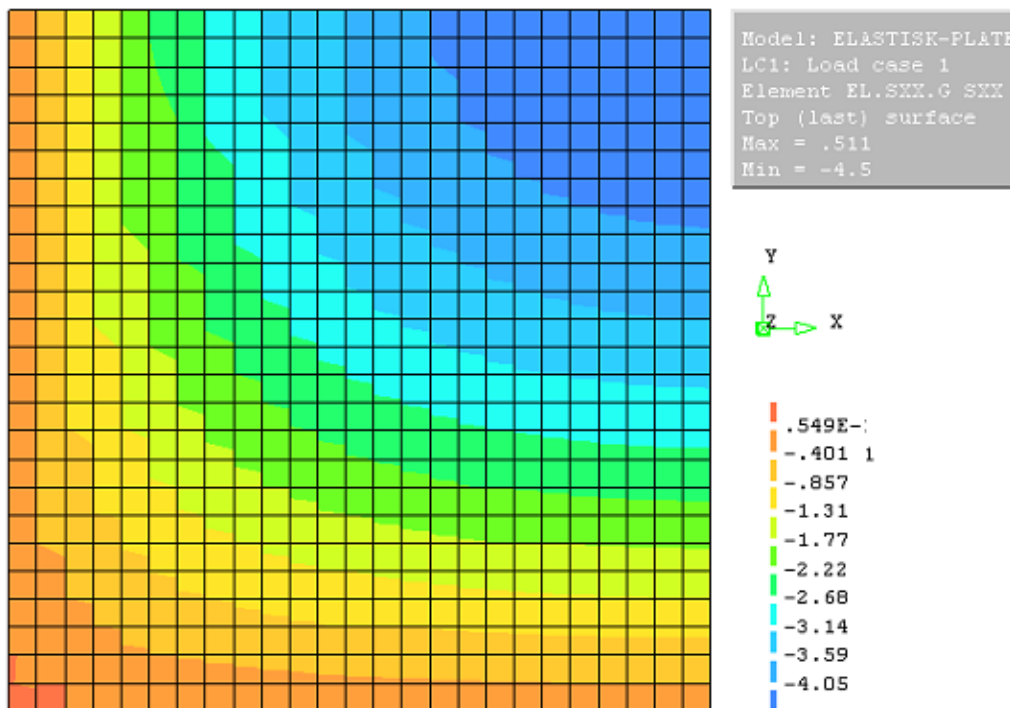


Figur A.2: Bøyesspenninger

Plate



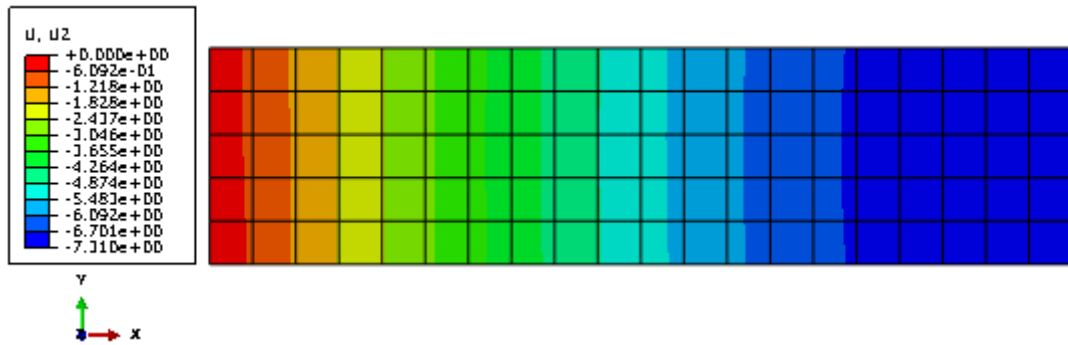
Figur A.3: Nedbøyning i z-retning



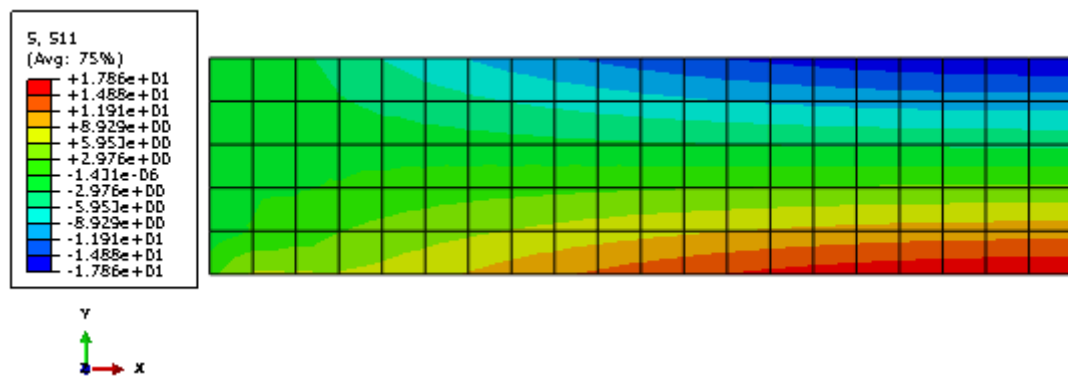
Figur A.4: Bøyepenninger

A.2 Abaqus

Skive

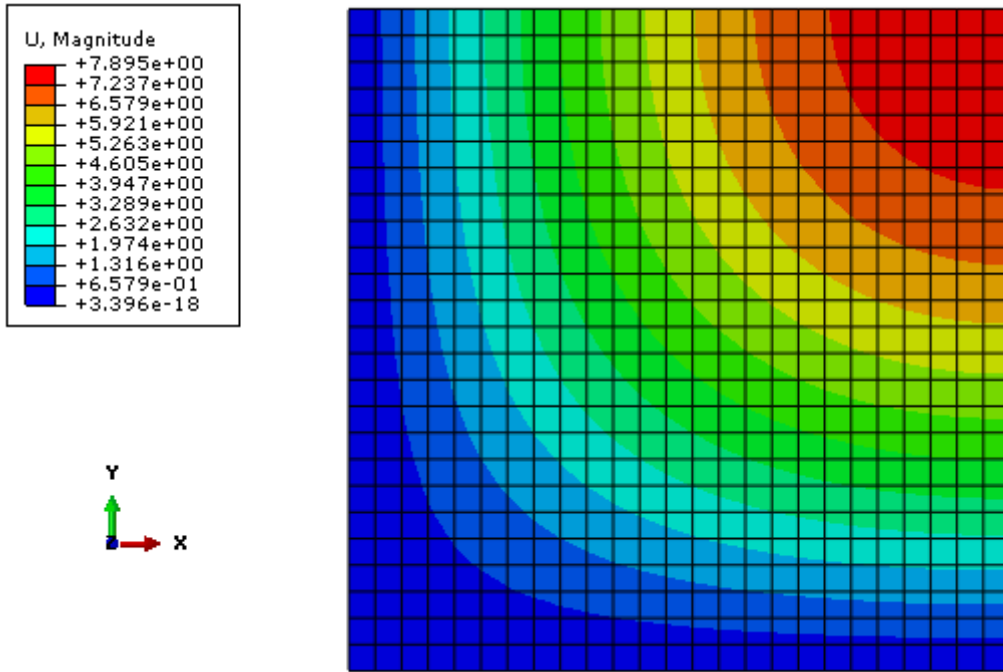


Figur A.5: Nedbøyning i y-retning

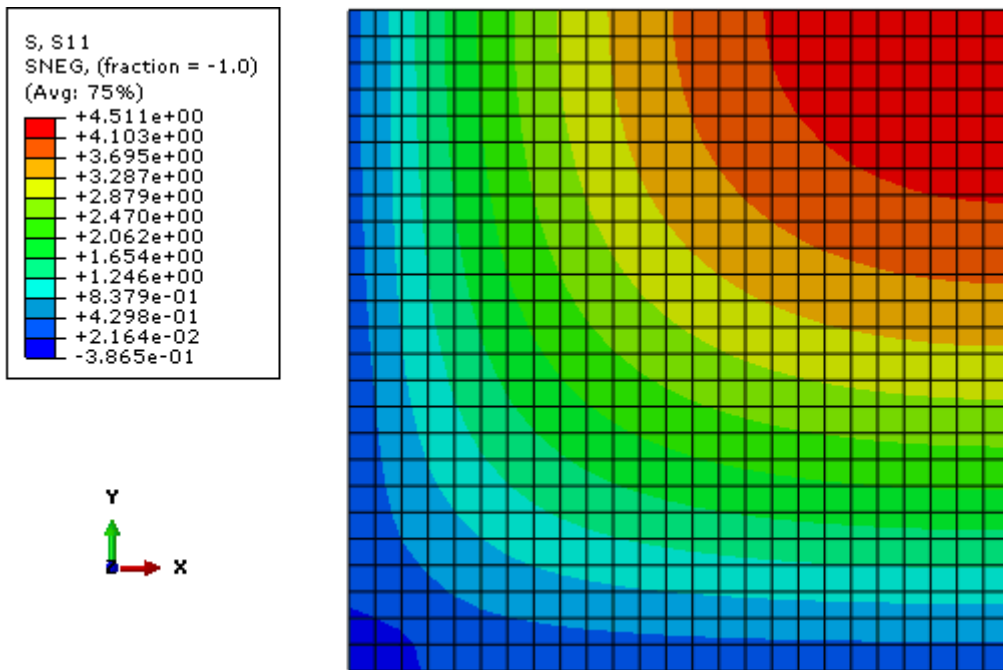


Figur A.6: Bøyepenninger

Plate



Figur A.7: Nedbøyning i z-retning



Figur A.8: Bøyesspenninger