

# Vurdering av en forenklet metode for beregning av kinematiske krefter på en pel utsatt for seismisk eksitasjon

**Andreas Jonatan Gjærum**

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2013

Hovedveileder: Steinar Nordal, BAT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for bygg, anlegg og transport





Oppgavens tittel: <i>Vurdering av forenklet metode for beregning av kinematiske krefter på en pel utsatt for seismisk eksitasjon</i>	Dato:10/06-2013		
	Antall sider (inkl. bilag): 104		
	Masteroppgave	x	Prosjektoppgave
Navn: Andreas Gjørsum			
Faglærer/veileder: Steinar Nordal			
Eventuelle eksterne faglige kontakter/veiledere: Farzin Shahrokhi, Rambøll			

Ekstrakt: <p>I denne oppgaven ble Francesca Dezi et al. (2010) sin forenklede tilnærming for beregning av en pels kinematiske respons som følge av seismisk eksitasjon vurdert. Forenklingen baserer seg på å gjøre en statisk betraktning av pelen for jordens ulike svingemoder og deretter superponere responsen fra de ulike svingemodene. Målet med denne studien var å undersøke hvor godt den forenklede statisk ekvivalente tilnærmingen evaluerer pelens kinematiske respons sammenlignet med element-beregninger og standardiserte responskurver. Den forenklede tilnærmingen ble implementert i Matlab og totalt seks ulike peler i lagdelt jord ble betraktet. Responsen til fire av pelene ble eksitert av en kunstig tidsserie og sammenlignet med responsen fra element programmet OpenSeesPl. De to resterende pelene ble eksitert med en harmonisk forskyvning av berggrunnen og den forenklede metodens respons ble evaluert i forhold til standardiserte responskurver.</p> <p>Alle analysene ble gjort med konstant skjærstivhet og demping i de ulike jordlagene. Sammenligningen av resultatene viste at den forenklede tilnærmingen ga gode estimater for pelens maksimale moment i jordprofilets lagdeling, men ga større avvik ved beregning av pelens maksimale skjær og innspenningsmoment i pelens topp. Det ble konkludert med at den forenklede tilnærmingen kan anbefales til beregning av en pels kinematiske bøyemoment i lagdelinger for jord med lineær oppførsel. Ikke-lineære analyser ble ikke gjennomført.</p>
--

Stikkord:

1. Kinematisk bøyemoment
2. Geodynamikk
3. Responsspektrum analyse
4.

(sign.)

## ENGLISH SUMMARY

In this thesis a simplified approach for kinematic interaction analysis of single piles subjected to seismic excitation, proposed by Francesca Dezi et al. (2010), was investigated. In the approach, a static response analysis is carried out for a pile subjected to the different soil vibration modal shapes, with a subsequent superposition of the responses. The objective of the work was to evaluate the ability of this static equivalent method for computation of the kinematic pile response, compared to finite element simulations and standardized response spectra. The simplified approach was implemented in Matlab and totally six different configurations in layered soil was investigated. Four of the piles were excited by artificial time series and the results were compared to finite element simulations using OpenSeesPl. The remaining two piles were excited by harmonic displacement of the bedrock, and results were compared to standardized response spectra. All analyses were performed using constant shear stiffness and damping in the different layers. The simplified approach was able to predict the maximal moment near the layer interfaces, but deviations were found for computations of the maximal shear force and bending moment near the pile top. As a conclusion, the simplified approach may be recommended for prediction of the kinematic bending moment in the soil layer interfaces, for soils exhibiting linear behavior. Non-linear analyses were not performed.

# TBA 4900 GEOTEKNIKK MASTEROPPGAVE, VÅR 2013

## MSC KANDIDAT

ANDREAS GJÆRUM

### VURDERING AV EN FORENKLET METODE FOR BEREKNING AV KINEMATISKE KREFTER PÅ EN PEL UTSATT FOR SEISMISK EKSITASJON

#### BAKGRUNN

Under seismisk eksitasjon belastes peler av krefter som kan deles i to kategorier:

- treghetskrefter fra overliggende konstruksjon
- kinematiske krefter fra interaksjon med omliggende jord

Med Eurokode 8 kom det krav om dimensjonering av peler for både treghetskrefter og kinematiske krefter. Kinematiske krefter skal i henhold til Eurokode 8 beregnes for peler i jordprofiler med lagdeling, hvor skjærstivheten har en lokal stor endring og grunnen må dimensjoneres for et relativt kraftig skjelv.

Beregning av kinematiske krefter er komplisert og fullgode analyser krever tunge, dynamiske element - beregninger. Norsk konsulentbransje ønsker en forenklet metodikk som er mer velegnet for praktisk anvendelse for beregning av kinematiske krefter på peler. En forenklet tilnærming er foreslått av Francesca Dezi et al. (2010). Hun foreslår en metode hvor en dynamisk beregning basert på modal superposisjon er kombinert med en statisk betraktning med sikte på å gi en tilnærmet, men tilstrekkelig nøyaktig beregning av de kinematiske kreftene i pelen. Denne oppgaven er gitt for å belyse problemstillingen, se i detalj på den foreslåtte metoden og vurdere konsekvensen av forenklingene. Oppgaven er utarbeidet i samarbeid med Rambøll ved Farzin Shahrokhi.

#### OPPGAVE

Kandidaten skal på basis av dette:

- sette seg inn i mekanismene som gir opphav til kinematiske krefter i en pel
- gjøre seg kjent med metoden foreslått av Dezi et al. og vurdere denne
- implementere metoden foreslått av Dezi et al, eksempelvis i Matlab
- gjøre en beregning av kinematiske krefter med Dezi et al. sin metode samt med elementmetoden og sammenligne resultatene fra de to beregningene
- vurdere eventuelle svakheter i metoden foreslått av Dezi et al

#### MÅLSETNING

Målsettingen er å finne ut om Dezi et al. sin forenklete tilnærming gir så gode resultater at metoden kan anbefales brukt i norsk konsulentbransje. Klare konklusjoner og forslag til videre arbeid vil bli kreditert.



# FORORD

Denne rapporten er skrevet som en masteroppgave våren 2013 for å slutfører mine 5 studie år på mastergrad studiet «Bygg - og miljøteknikk» innen Geoteknikk.

Arbeidet med oppgaven har vært morsomt og tidkrevende og i etterkant er det lett å se at mer tid burde vært prioriter på arbeidet med å skrive rapporten.

Jeg ønsker å takke min faglige veileder Steinar Nordal som hele vei har gitt konstruktive råd og god motivasjon. En stor takk retts også til Farzin Shahrokhi i Rambøll som underveis har hjulpet meg med sin faglige ekspertise.

# INNHold

Innhold.....	I
Forord .....	I
Figurligste.....	III
Tabell-liste.....	V
1. Introduksjon.....	1
1.2 Disposisjon .....	2
2 Geodynamikk .....	3
2.1 Bølgeforplantning.....	3
2.2 Pelers.....	4
2.2.1 Seismiske laster .....	5
2.3 Kinematiske krefter .....	6
2.3.1 Dynamic-Beam-On-Winkler-Foundation (BDWF) .....	6
2.3.2 Nær-Feltet.....	7
2.3.3 Fri-felt bevegelse.....	8
2.3 Dynamisk Jordoppførsel.....	8
2.3.1 Skjærstivhet .....	8
2.3.2 Demping .....	10
3 Responsspektrumanalyse.....	12
3.1 Modal jordskjelvberegning.....	13
3.2 Responsspektrum.....	15
3.3 Elastisk Respons Spektrum .....	16
3.4 ResponsspektrumAnalyse .....	17
3.5 Modal Kombinasjon .....	18
4. Metode.....	21
4.1 Grunnrespons analyse.....	21
4.2 Kinematisk Interaksjon.....	25
4.2.1 Nærfeltet.....	25
4.2.1 Pelens Kinematiske Respons.....	25
4.3 Kommentarer.....	28

5 Implemtering .....	32
6 Analyse og Resultat.....	34
6.1 Edu SHAKE .....	35
6.1.1 Kommentar.....	35
6.2 OpenSeesPl.....	36
6.2.1 Eksitasjon .....	36
6.2.2 Modellering OpenseesPl.....	37
6.2.3 Mesh OpenSeesPl.....	37
6.2.4 Resultat og Kommentarer:.....	38
6.2.4.1 Jordprofil A .....	38
6.2.4.2 Øvrige Jordprofil .....	42
6.2.5 Generelle Kommentarer .....	46
6.3 Normaliserte Kurver .....	47
6.3.1 InnData .....	47
6.3.2 Fremgangsmåte .....	48
6.3.3 Resultat .....	49
6.3.4 Kommentarer .....	51
7 Diskusjon.....	52
8 Konklusjon .....	54
8.1 Videre arbeid .....	54
Bibliografi .....	56
Appendiks A.....	58
Appendiks B .....	65
Appendiks C .....	66
Appendiks D.....	87
Appendiks E .....	89

## FIGURLIGSTE

Figur 1. Jordskjelv- illustrasjon: Bjørge Brattli.....	3
Figur 2-Bilde av seismiske bølger, hentet fra Earthquake Bolt 1993 .....	3
Figur 3-Bølgeforplantning, hentet fra Krammer (1996) .....	4
Figur 4-Seismisk laster på en pel.....	6
Figur 5. Beam-On-Dynamic-Winkler-Foundation.....	7



Figur 6. Lateral jordreaksjon, fra jordens relative bevegelse, illustrert ved en lateralt belastet pel .....	7
Figur 7-Spenning-tøyningskurve skjærstivhet .....	9
Figur 8. Reduksjonskurve leire (Vucetic and Dobr,(16)) og sand (Seed,Wong et al(17)).....	9
Figur 9. Eksempel på hysteresekurve for jord, med backbone curve, elastisk energi $W_e$ og absorbert energi $W_a$ , inntegnet.....	10
Figur 10.Demping kurve for leire og sand (Vucetic and Dobr,(16)) og sand (Seed, et al(17))	11
Figur 11. Geometrisk demping. $A_s$ og $B_s$ er skjærbølger, $A_r$ og $B_r$ er reflekterte skjærbølger, mens $B_t$ er en transmittert skjærbølge .....	11
Figur 12. Jordskjelv last diskretiserte system.....	13
Figur 13-Tån med variable mass .....	14
Figur 14- Responsspektrum (Kramer).....	15
Figur 15. Horisontalt elastisk responsspekteret, grunntype A med 5 % demping .....	16
Figur 16. Likevekts betraktning av jordsøylen som en skjærsøyle .....	21
Figur 17. Pele med fast innspenning ved toppen, i lagdelt jord. ....	22
Figur 18. Winkler-fjærer i lagdelt jord .....	25
Figur 19. SEKPA- Kommando vindu fra Matlab med beregning for pelen i grunnprofil C fra Analyse kapitelet .....	32
Figur 20. Skisse av de ulike jordprofilene. Pelens diameter = 0,2m, $E_p= 200\text{GPa}$ , .....	34
Figur 21. Transfer funksjonen fra SHAKE med egenfrekvenser fra SEKPA. Verdi på egenfrekvens beregnet med SEKPA er gitt Tabell 2.....	35
Figur 22. Responsspektrum til grunntype A med $\alpha_g=0,44$ og $\gamma_l=1,4$ og responsspektrumet til det kunstige skjelvet plottet i figur (figur av kunstig tidsserie).....	36
Figur 23. Tidshistorie til kunstig skjelv.....	37
Figur 24. Meshet brukt for analyse av pelen i jordprofil A.....	38
Figur 25. Omhyllingskurve av pelens kinematiske respons for pelefundament i jordprofil A	39
Figur 26. Pelens statisk ekvivalente moment for ulike orden av fri-feltets svingemoder, inkludert plott fra OpenSeesPl med pelens maksimale moment ( $t=4.61$ s) .....	40
Figur 27. Pelens statisk ekvivalente skjær for ulike orden av fri-feltets svingemoder, inkludert plott fra OpenSeesPl med pelens maksimale skjær ( $t=4.61$ s) .....	40
Figur 28. Omhyllingskurvene for summasjon av pelens, statisk ekvivalente, respons for alle svingemoderne, samt omhyllingskurven fra SEKPA og OpenSeesPl .....	41
Figur 29. Tidshistorie for pelens moment ved 5 meter fra OpenSeesPl.....	42
Figur 30. Moment og skjær omhyllingskurve for pelefundamentet i jordprofil B.....	43
Figur 31. Moment og skjær omhyllingskurve for pelefundamentet i jordprofil C.....	44
Figur 32. Moment og skjær omhyllingskurve for pelefundamentet i jordprofil D .....	45
Figur 33. Avvik maksimale moment mellom resultater fra SEKPA og OpenSeesPl, for pelens topp, 1. lagskille og 2.lagskille i jordprofil A,B,C,D .....	46
Figur 34. Avvik maksimale skjær mellom resultater fra SEKPA og OpenSeesPl. For pelens 1.lag-skille og 2.lag-skille i jordprofil A,B,C,D.....	46
Figur 35.Spissbærende pel med et fritt roterende hode, i lagdelt jord. ....	47
Figur 36. Tidsserie for eksitasjon av jordprofil 2_1 og 2_2 .....	49
Figur 37- Pseudo-akselerasjonsspekter for jordprofil 2_1 og 2_2 .....	49
Figur 38. Sammenligning av resultater for pel 2_1. Plottet fra Kavvadas er avlest fra graf... 50	50

Figur 39.Sammenligning av resultater for pel 2\_2. Plottet fra Kavvadas er avlest fra graf.... 51

## TABELL-LISTE

Tabell 1. Jordens dynamiske egenskaper .....	34
Tabell 2. Egenfrekvens beregnet med SEKPA .....	35
Tabell 3-Skjelvets styrke .....	36
Tabell 4. Meshets tetthet for de ulike jordprofilene inkludert pel.....	38
Tabell 5. Parameter for pel med parametere for tilhørende jordprofil. ....	48
Tabell 6-Sirkulær egenfrekvens for jordprofil 2_1 og 2_2 .....	48
Tabell 7-Avvik .....	51

# 1. INTRODUKSJON

Med *NS-EN 1998-1-2004+NA 2008 (1)* kom det i 2008 strenge krav til dimensjonering av seismiske laster. I henhold til EC8-1 skal alle konstruksjoner inkludert fundamentering dimensjoneres for å motstå seismisk laster. En pel som et konstruksjonselement må også dimensjoneres for seismisk påvirkning. Pelen er utsatt for to typer belastning under ved seismisk eksitasjon: 1) treghtetslaster fra overliggende konstruksjon og 2) kinematiske krefter fra bevegelse av pelens omliggende jord.

Bøyemoment fra kinematisk interaksjon skal i henhold til punkt 5.4.2 NS-EN 1998-5:2004 (2) beregnes dersom:

- Jordprofilen er grunntype D (eller E med samme type jord), meget sensitiv leire eller sand som kan gå over i flytefase, og har sammenhengende lagdeling med skarp stivhetskontrast mellom lagene ( grunntype D er i henhold til NS-EN 1998-1:2004 jord med skjærbølgehastighet lavere enn 180 m/s, typisk løs sand eller bløt leire)
- Byggestedet ligger i område med moderat eller høy seismisk aktivitet , det vil si der  $\alpha_{maks}$  er større enn  $0,98 \text{ m/s}^2$  og den overliggende konstruksjonen er i seismisk klasse II eller IV.

(Peleveiledning 2012 )

Eurokode 8 anbefaler ingen forenklete beregningsmetoder for beregning av kinematiske krefter, og fullgode analyser krever tunge dynamiske element beregninger. Peleveiledningen (3) presenterer imidlertid Mylonakis (4) sin empiriske formell som et alternativ for å beregne kinematisk bøyemoment. Den empiriske formelen kan forøvrig kun brukes til å beregne kinematisk moment i lagdelingen mellom to jordlag.

Denne oppgaven vil fokusere på den forenklete tilnærmingen beskrevet i artikkelen «Static equivalent method for the kinematic interaction analysis of single pile» skrevet av Dezi, Canbonar og Leoni (5). Tilnærmingen er en to-steps prosess; hvor jordens bevegelse beregnes med en modal betraktning, før det gjøres en statisk betraktning av pelen for jordens ulike svingemoder. Jordens fri-felt bevegelse blir beregnet ved bruk av en lukket form for løsning, hvor jorden blir betraktet som en skjærsøyle. Pelens interaksjon med jorden blir modellert med Winkler fjærer.

Fordelen med Dezi et al. sin tilnærming, er at pelens kinematisk krefter kan beregnes direkte uten bruk av et separat grunnresponsprogram. Den forenklete metoden fungerer også fint i kombinasjon med design responspektrum fra Eurokode 8.

Denne oppgaven vil se på mekanismene som gir opphav til kinematisk krefter og belyse forenklinger og begrensninger til Dezi sin tilnærming. Det er gjort dynamiske beregninger for å se hvor godt tilnærmingen fanger den dynamiske oppførsel til jorden og pelen.

### 1.2 DISPOSISJON

Kapitel 2 vil først gi en liten innføring i bølgeforplantning ved jordskjelv, før pelens seismiske påkjenninger presenteres, samtidig vil jordens dynamiske egenskaper vies oppmerksomhet i slutten av kapitlet.

For å gi leseren en bedre forståelse av Dezi sin tilnærming gis det i kapittel 3 en innføring i prinsippene rundt modal analyse og responspektrum analyse

Kapitel 4 forklarer fremgangsmåten til den statisk-ekvivalente tilnærmingen.

Skriptet som utfører analyser i henhold til den forenklete metoden blir presentert i kapitel 5.

I Kapitel 6 blir ulike analyser med resultat presentert for å evaluere påliteligheten til den statisk-ekvivalente tilnærmingen.

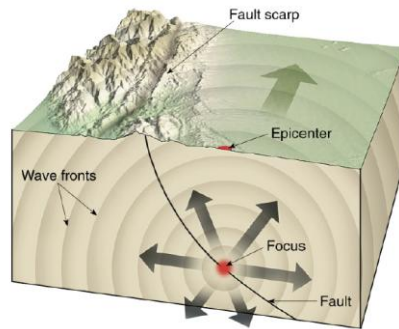
Resultatene fra analysene i kapittel 6 blir diskutert i kapitel 7.

Konklusjon av arbeidet gjort med den forenklete metoden vil gis i kapitel 8.

## 2 GEODYNAMIKK

### 2.1 BØLGEFORPLANTNING

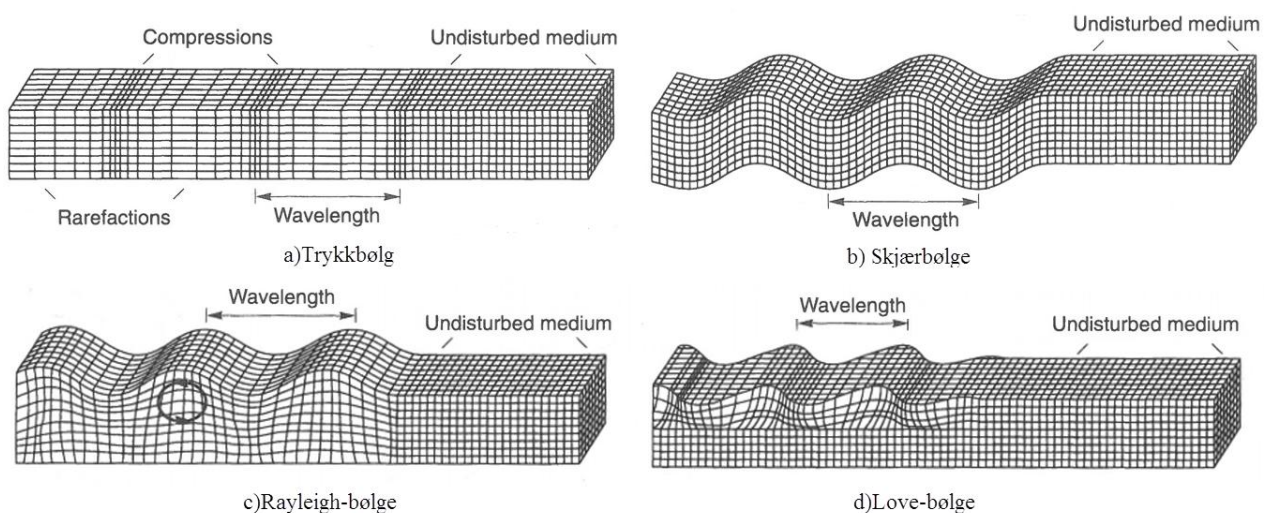
Strømninger i jordens mantel skaper bevegelse i jordskorpen og skaper spenninger mellom to nærliggende jordskorper. Et jordskjelv er plutselig utløst energi fra disse oppbyggede spenningene, innad eller mellom to jordskorper. Kilden til seismisk energi; området der jordskjelvet utløses, kalles *fokus* og tilhørende punkt på jordoverflaten kalles episenter. Dybde fra episenter til fokus kalles for fokal dybde.



**Figur 1. Jordskjelv- illustrasjon: Bjørge Brattli**

Energien som frigjøres i et jordskjelv spres seg i alle retninger som seismiske bølger. Disse dels inn i to kategorier; interne bølger og overflatebølger:

- Interne bølger er bølger som forplanter seg inne i jordskorpen og deles inn i trykkbølger (P-bølger) og skjærbølger (S-bølger)
- Overflatebølger er et resultat av interaksjon mellom interne bølger og den spenningsfrie overflaten. De viktigste overflatebølgene for en ingeniør er Rayleigh- og Love-bølger.



**Figur 2-Bilde av seismiske bølger, hentet fra Earthquake Bolt 1993**

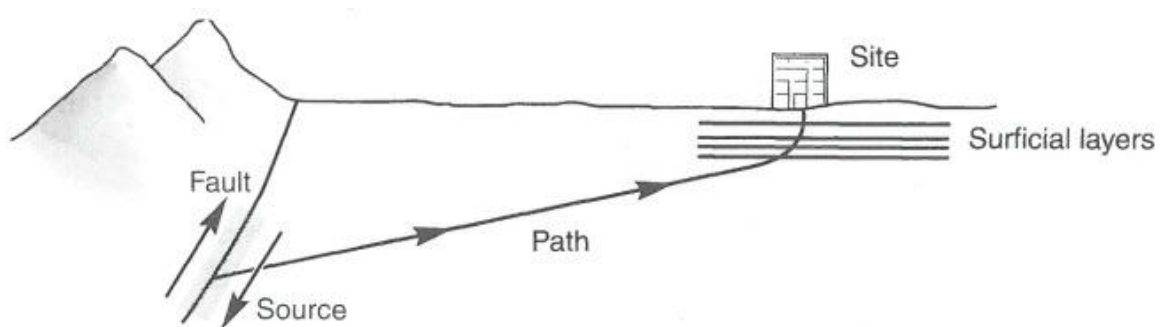
På vei fra fokus, vil interne bølger propagere i alle retninger. Når skjær- og trykkbølgene treffer lagdelinger mellom geologiske materialer vil bølgene reflekteres og avbøyes etter Snell's brytningslov. Med lavere skjærbølgehastighet nær overflaten vil bølgene avbøyes i

vertikal retning når de nærmer seg overflaten. Når de interne bølgene nærmer seg løsmassene på overflaten gir de opphav til bølger som i stor grad forplanter seg vertikalt. Vertikal propagerende skjærbølger gir opphav til horisontal akselerasjon av berggrunnen, mens kompresjonsbølger gir opphav til vertikal akselerasjon av berggrunnen.

Seismiske bølger som forplanter seg i berggrunnen forminskes i det de beveger seg vekk fra fokus, dette skyldes geometrisk demping. Energien som frigjøres i et jordskjelv er konstant og spres sfærisk utfra fokus, slik at energi pr  $m^2$  vil minske med avstand fra fokus. Redusert energi gi redusere størrelsen på de seismiske bølgene.

I løsmasser vil derimot de seismiske bølgene forsterkes. Jord er et like-lineært materiale hvor jordens skjærstivhet i stor grad er avhengig av den opptredende skjærtøyningen. Samtidig vil økt skjærtøyning gi jorda økt material demping. Dette fenomenet kalles grunnforsterkning av seismiske bølger, og beregnes ved å utføre en grunnresponsanalyse.

Overflatens spenningsfrie tilstand vil ytterligere øke amplituden til de seismiske bølgene ved overflaten. Løsmassene som ikke påvirkes av konstruksjoner, som er nedgravd er ligger på jordens overfalte, beveger seg med jordens fri-felt bevegelse. Jordens fri-felt bevegelse avhenger av jordens og berggrunnens egenskaper.



**Figur 3-Bølgeforplantning, hentet fra Krammer (1996)**

## 2.2 PELER

En pel er et slankt konstruksjonselement, installert i grunnen, til bruk som fundamentering. Stål og armert betong er de mest brukte materiale for en pel. Pelefundamentering brukes når:

- Løsmassene på overflaten har ikke tilstrekkelig bæreevne kapasitet.
- Det forventes store setninger
- Det er ulike grunnforhold eller ikke uniform vertikal laster for å motvirke setninger
- De strukturelle lastene er horisontale eller av oppløftende karakter
- Utgraving til stabile grunnforhold er vanskelig eller blir for dyrt

Primært brukes peler til å ta vertikale laster, enten som friksjonspeler eller som spissbærende peler. Friksonspeler overfører lasten til omkringliggende jord som en kombinasjon mellom friksjon fra pelens ytre omkrets og spissmotstand. Spissbærende peler overfører vertikale laster gjennom løsmassene ned til fast berggrunn.

Horisontale laster overføres til jorden ved mobilisering av jordens laterale jordreaksjon.

### 2.2.1 SEISMISKE LASTER

Seismisk påkjenning av peler deles inn i to bidrag:

- Tregghetskrefter
  - tregghetskraft fra tilknyttende konstruksjon med horisontal angrepsvinkel på topp av pel, gitt av Newton 2.lov :  $F = ma$
- Kinematiske krefter
  - krefter på pelen fra løsmassenes fri-felt bevegelse.

Tregghetskrefter vil senere i rapporten kun omtales som *inertia*-krefter. Ofte vil de kinematiske kreftene være små i forhold til inertia-kreftene. Undersøkelser gjort på peler som har gått til brudd under seismisk eksitasjon, har imidlertid vist at enkelte peler har gått i brudd for dypt til at det kan skyldes inertia-kreftene. Det har blitt konkludert at bruddene må skyldes kinematiske krefter i pelen.

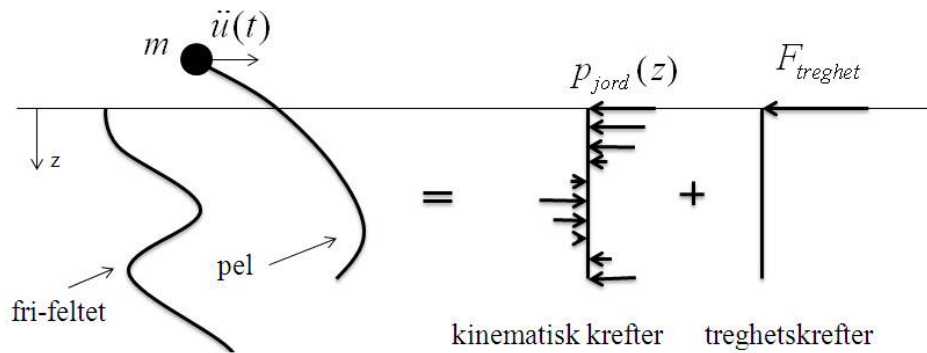
I en lagdeling mellom to jordtyper med ulik skjærstivhet vil en pel kunne få et kraftig bøyemoment i det fordi pelen i stor grad følger jorden fri-felt bevegelse. I et tilfelle med et stivt jordlag under et bløtt jordlag, vil jordens bevegelse i det bløte jordlag være langt større enn i det stive, slik at pelen må bøye seg ved lagdelingen for å følge bevegelsen til både det stive og bløte jordlaget samtidig.

EC8-5, presiser at kinematisk bøyemoment for en pel kun trenger å tas hensyn til hvis begge følgende punkt gjelder:

- Jordprofilen består av lagdelt løs sand eller bløt leire, med en skarp forskjell i skjærstivhet mellom to nærliggende lag.
- Jordprofilen ligger i område med middels/høy seismisk aktivitet,  $\alpha_{maks} > 0,1g$  og overliggende konstruksjon er i seismisk klasse II eller III. Seismisk klasse III og IV innbefatter konstruksjoner som har en viktig samfunnsfunksjon, eller hvor konsekvensen ved sammenbrudd er store, som b.la. infrastruktur, høye bygninger, sykehus, skoler etc.

Det gis ingen indikasjon på hvor stor forskjellen skal i skjærstivheten til de to lagene før det vil være nødvendig å evaluere pelens kinematiske bøyemoment. I Pelevedledningen (3) står det at kinematisk bøyemoment burde undersøkes for lagdelte jordprofil når skjærstivhetskontrasten mellom lagene er større enn 3.

Løs sand og bløt leire er jordmateriale som kan utøve kraftig ikke-lineær oppførsel som kan gi kraftige grunnforsterkning og store forskyvninger. Jordskjelvet i New Mexico i 1985 er et godt eksempel på dette. Her ga bløt leire en grunnforsterkning hvor skjelvets amplitude ble forsterket med opptil 50 ganger (6).



Figur 4-Seismisk laster på en pel

### 2.3 KINEMATISKE KREFTER

Kinematisk respons i en pel er et resultat av horisontal forskyvning av de omkringliggende løsmassene. Med nærmest vertikal propagerende bølger vil det, for horisontalt lagdelte jordprofiler, primært være skjærbølgene som gir opphav til horisontal forskyvning av berggrunnen og løsmassene nær overflaten. Vertikale propagerende kompresjonsbølger og vertikal akselerasjon av berggrunnen vil ikke gi en kinematisk belastning på en pel.

Det brukes to ulike tilnæringer for å ta hensyn til kinematisk moment. En mulighet er å gjøre to separate beregninger av henholdsvis inertia-kreftene og de kinematiske kreftene og kombinere responsen av de ulike beregningene. Eller er å gjøre en full «Seismic-Soil- Pile-Superstructure-Interaction» (SSPSI) element beregning hvor både inertia- og kinematisk respons regnes samtidig (7).

Blaney et al.(8) utviklet i 1976 en element-formulering for en fullstendig SSPSI beregning , fra arbeid gjort av Kausel et al(9). Kun en dynamisk element beregning vil kunne gi en et fullt godt bilde av SSPSI , men dette krever godt kalibrerte modeller som kan gjenskape jorden ikke-lineære oppførsel ved meget små tøyninger. Ofte vil slike analyser være for tungvinne å implementere til å ha en praktisk funksjon

Det eksisterer også dynamiske forenklete modeller, som Beam-on-Dynamic-Winkler-Foundation som også tillater full analyse av pelens seismiske laster. Matlock et al(10) lagde programmet SPASM som bygger på Winkler Foundation prinsippet hvor pelens inertia-krefter ble belastet på pelen med ikke-lineære fjærer, mens de kinematiske kreftene ble representert med lineære fjærer. Det er også gjort arbeid for å implementere ikke-lineær fjærer for å representere kinematiske krefter på pelen(11).

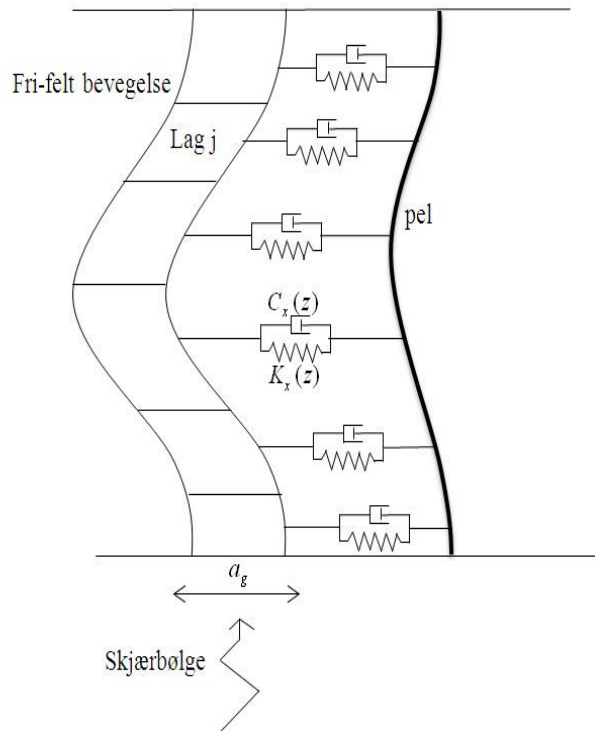
Hvis inertia-kreftene og de kinematiske belastningene beregnes separat finnes det empiriske formler for å kombinere bidragene (12). For en isolert betraktning av kinematisk moment er Beam-on-Dynamic-Winkler-Foundation en mye brukt modell.

#### 2.3.1 DYNAMIC-BEAM-ON-WINKLER-FOUNDATION (BDWF)

Tanken bak BDWF er at løsmassenes bevegelse kan deles inn i to «komponenter», *nær-felt*, jorden som er i interaksjon med pelen og *fjern-felt*, jord som ikke blir påvirket av pelens tilstedeværelse (10). Bevegelsen til løsmassene i fjern-feltet vil være jordens fri-felt bevegelse. Jordens kinematiske interaksjon i nær-feltet blir modellert av Winkler-elementer



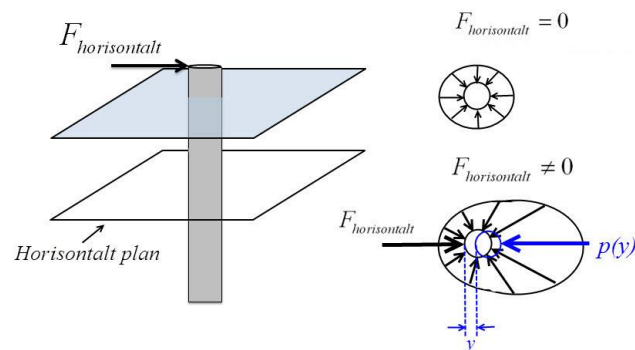
bestående av fjærer og dempere. Winkler-elementene påføres deretter fri-feltets bevegelse slik at pelens respons og kinematiske krefter kan beregnes ved å gjøre en dynamisk betraktning gjennom tidshistorie.



Figur 5. Beam-On-Dynamic-Winkler-Foundation

2.3.2 NÆR-FELTET

Nær-feltet modelleres av Winkler-elementet som en kombinasjon av fjærer og viskøse dempere som i figur 5. Fjærene tar hensyn til laterale motstand, mens viskøse dempere tar hensyn til hysterese- og geometrisk demping i nærfeltet. Geometrisk demping i nærfeltet oppstår når pelen ikke følger jordens fri-felt bevegelse, og på den måten sender impulser utover i løsmassene.



Figur 6. Lateral jordreaksjon, fra jordens relative bevegelse, illustrert ved en lateralt belastet pel

Når pelens horisontale avviker fra jordens fri-felt bevegelse vil pelen utsettes for dra-kraft fra jorden. Figur 6 illustrerer dette ved å se på en lateralt forskjøvet pel. Jordens laterale reaksjon mobiliseres når pelens bevegelse avviker fra jordens bevegelse.

Jordens motstand i nær-feltet må også ta hensyn til demping og kan beskrives ved Winkler-elementets frekvens-avhengige motstand (13):

$$K_y = k_y + i\omega c_y \quad (2.1)$$

hvor  $k_y$  er Winkler-elementets fjærstivhet,  $c_y$  er Winkler-elementets totale demping og  $\omega$  er frekvensen til jordens bevegelse.

Det er gjort en rekke studier, med element analyser, for å finne en passende fjærstivhet  $k_y$  til å modellere jordens dra-kraft i nærfeltet. En av løsningene er å modellere Winkler-elementets fjærstivhet proporsjonal med jordens stivhet:

$$k_y(z) = \delta E_s \quad (2.2)$$

Dezi et al (5) foreslår å bruke  $\delta = 1.2$ , noe lavere enn hva Kavvadas og Gazetas (13) anbefaler. Kavvadas og Gazetas anbefaler samtidig å ta hensyn til stivhetskontrasten mellom jord og pel, samt pelens diameter og lengde når Winkler-elementets fjærstivhet skal bestemmes.

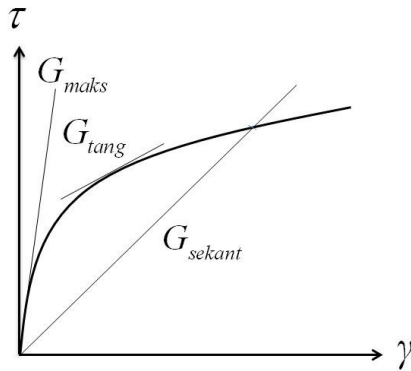
### 2.3.3 FRI-FELT BEVEGELSE

Jordens fri-felt bevegelse vil som nevnt tidligere avhenge av løsmassenes og berggrunnens egenskaper. I jordprofil med horisontal berggrunn og eventuell horisontale lagdelinger kan fri-feltets bevegelse beregnes ved en 1D betraktning og behandles stående bølger. For jordprofil med meget ujevn topografi, skjeve jordlag eller ikke horisontal berggrunn vil det kreve element beregninger for å finne fri-felt bevegelsen. Ved en BDWF beregnes som oftest jordens fri-felt bevegelse i et separat grunnrespons program.

## 2.3 DYNAMISK JORDOPPFØRSEL

### 2.3.1 SKJÆRSTIVHET

For å finne jordens grunnforsterkning må jordens egenskaper betraktes for meget små tøyninger. Figur 7 viser en tøynings-spenningskurve som illustrer hvordan jordens skjærstivhet avhenger av opptredende skjærtøyning.



**Figur 7-Spenning-tøyningskurve skjærstivhet**

Initial skjærstivhet betegnet,  $G_{maks}$ , beregnes ved:

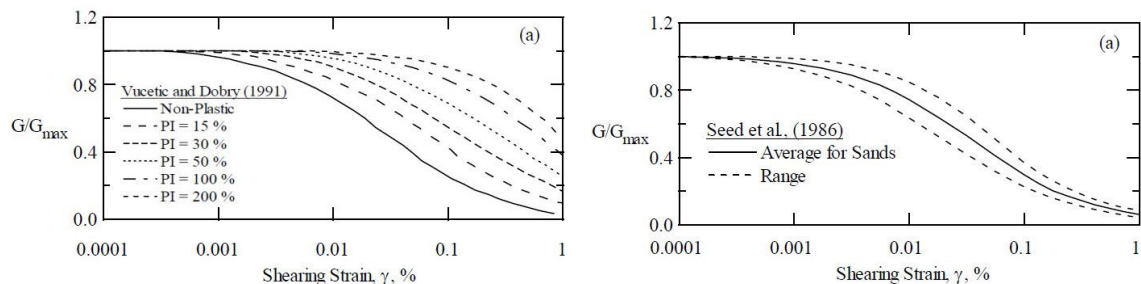
$$G_{maks} = V_s^2 \rho \tag{2.3}$$

$V_s$  – skjærbølgehastighet

$\rho$  – densitet

For tilfeller hvor jordens skjærbølgehastighet er ukjent kan empiriske formler brukes til bestemmelse av  $G_{maks}$ . Seed og Idriss (14) presenterte en generell formel for bestemmelse av  $G_{maks}$  for sand, mens Long og Donohue(15) gir sammenheng mellom  $G_{maks}$  og CPTU-målinger for norsk marinleire.

Seed og Idriss presenterte i 1970 (14) et stort arbeid hvor de undersøkte sammenhengen mellom sekant stivhet,  $G_{sekant}$ , opptredende skjærtøyning  $\gamma$  og demping  $\xi$  for ulike jord typer. Resultatet fra deres arbeid var, blant annet, et sett med reduksjonskurver som ga sammenheng mellom skjærtøyning og sekant skjærstivhet. I senere tid er det gjort ytterligere arbeid på feltet og Figur 8 viser eksempler på reduksjonskurver for leire og sand laget av henholdsvis Vucetic et al. (16) og Seed et al (17).



**Figur 8. Reduksjonskurve leire (Vucetic et al,(16)) og sand (Seed,Wong et al(17))**

Arbeid gjort av Darendelli, hvor han utviklet nye reduksjonskurver, viser at sekant skjærstivhet vil avhenge av (18):

- Skjærtøyning
- Effektiv spenning
- Type løsmasse og dens plastisitet

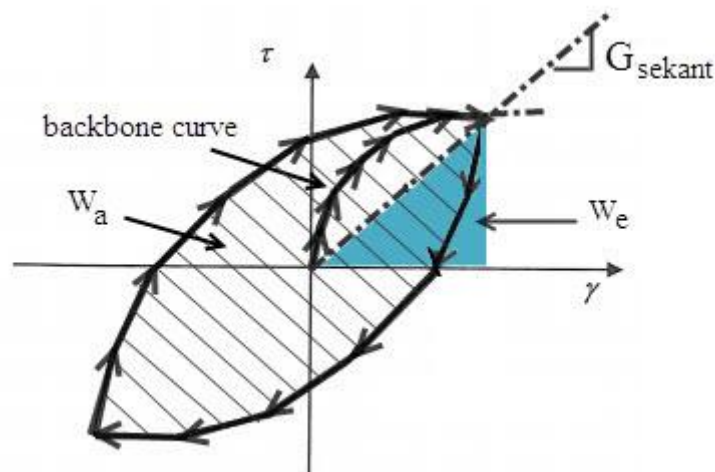
- Overkonsoliderings ratio, OCR
- Porøsitet
- Metningsgrad av vann
- Kornkarakteristikk; størrelse, form, gradering og mineralogi

De 4 øverste punktene er ekstra viktige for å beregne korrekt skjærstivhet.

## 2.3.2 DEMPING

Jord har primært to dempings mekanismer, hysteresedemping og geometrisk demping. Hysteresedemping er et resultat av jordens ulike laste- og avlastnings kurve. Ved en initiell skjær-belastning følger responsen jordens tøyning-spennings kurve, kjent som jordens «backbone curve». Avlastning vil derimot ikke alltid følge jordens «backbone curve». Syklisk belastning vil gi en respons som lager en hysteresekurve, som illustrert i Figur 9. Hysteresedempingen kan avledes ved å se på jordens hysteresekurve, og forholdet mellom elastisk energi  $W_e$  og absorbert energi  $W_a$ :

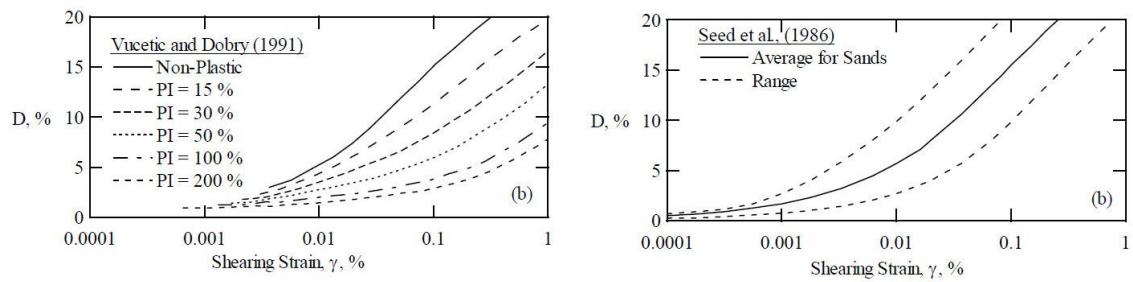
$$\xi = \frac{W_a}{4\pi W_e} \quad (2.4)$$



Figur 9. Eksempel på hysteresekurve for jord, med backbone curve, elastisk energi  $W_e$  og absorbert energi  $W_a$ , inntegnet

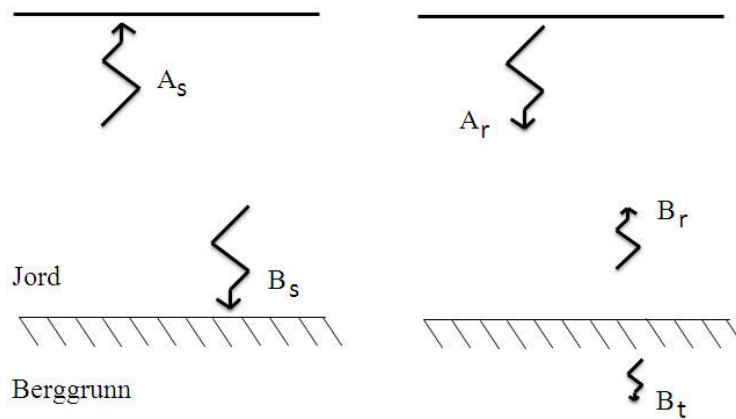
Det brukes ulike notasjoner for demping, i denne rapporten vil  $\xi$  brukes fremfor  $D$

For små tøyninger vil det i utgangspunktet ikke forventes hysteresedemping, da avlastningskurven i større grad forventes å følge materialets backbone curve. Men selv ved elastisk oppførsel vil jord ha en minimums demping ved syklisk belastning som følger av friksjon og varmeutvikling mellom jordpartiklene (18). Det er på lik linje med reduksjonskurvene utviklet dempingskurver som gir sammenheng mellom opptreden skjærtøyning og demping ved syklisk belastning. Figur 10 viser reduksjonskurvenes tilhørende dempingskurver fra Vucetic et al. (16) og Seed et al. (17)



**Figur 10. Damping kurve for leire og sand (Vucetic and Dorb,(16) og sand (Seed, et al(17))**

Geometrisk demping er energi som går tapt ved utstråling av impulser. Skjærbølger som transmitteres fra løsmassene ned i grunnen vil være et eksempel på energi som går tapt og regnes som geometrisk demping. En skjærbølge som treffer den spenningsfrie overflaten vil derimot bli fullstendig reflektert.



**Figur 11. Geometrisk demping.  $A_s$  og  $B_s$  er skjærbølger,  $A_r$  og  $B_r$  er reflekterte skjærbølger, mens  $B_t$  er en transmittert skjærbølge**

### 3 RESPONSSPEKTRUMANALYSE

Modal analyse bygger på generell dynamikk kunnskap. Leseren antas å være fortrolig med utregning av sirkulær egenfrekvens  $\omega$ , formfunksjon  $\phi$  for fler-frihetsgradssystemer.

Bevegelsen til et dynamisk system beskrives ved å betrakte systemets ulike svingemoder som vil svinge med ulik egenfrekvens og ulik faseforskyvning  $\theta$ . For å forenkle utregningen av dynamisk respons til et system brukes formfunksjonenes ortogonalitet til å forenkle beregningene.

Forskyvningen til en svingemode vil i modal analyser beskrives av to «komponenter»: egemodens formfunksjonen  $\phi(z)$  og tidsavhengige amplitude  $\eta(t)$ :

$$u_n(z, t) = \phi_n(z)\eta_n(t) \quad (3.1)$$

Den tidsavhengige amplituden beskrives med svingemodens maksimale amplitude  $a_\eta$  og systemets sirkulære egenfrekvens:

$$\eta_n(t) = a_\eta e^{i\omega t} \quad (3.2)$$

Et fler-frihetsgrad system vil ha ulike svingemoder som opptrer samtidig med ulike faseforskyvning  $\theta$ .

For et diskretisert fler-frihetsgradssystem kan forskyvningen til masse  $m$  uttrykkes ved forskyvningen til alle systemets formfunksjoner  $\phi$  og den tidsavhengige amplitude  $\eta_n(t)$ :

$$u(t) \approx \sum_{i=1}^N \phi_i \eta_i(t) \quad (3.3)$$

Dynamisk likevektsligningen til fler-frihetsgrad system, med masse-matrise  $\mathbf{m}$ , dempingsmatrise  $\mathbf{c}$  og stivhetsmatrise  $\mathbf{k}$ , belastet med  $\mathbf{p}(t)$  vil være:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}(z, t) + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}}(z, t) + \mathbf{k}\mathbf{u}(z, t) = \mathbf{p}(t) \quad (3.4)$$

Ved å dele systemets respons i to komponenter fås::

$$\mathbf{m}\phi(z)\ddot{\eta}(t) + \mathbf{c}\phi(z)\dot{\eta}(t) + \mathbf{k}\phi(z)\eta(t) = \mathbf{p}(t) \quad (3.5)$$

som videre kan forenkles ved å multiplisere hele ligningen med den transformerte formfunksjonen,  $\phi^T(z)$ .

$$\phi^T(z)\mathbf{m}\phi(z)\ddot{\eta}(t) + \phi^T(z)\mathbf{c}\phi(z)\dot{\eta}(t) + \phi^T(z)\mathbf{k}\phi(z)\eta(t) = \phi^T(z)\mathbf{p}(t) \quad (3.6)$$

På grunn av formfunksjonenes ortogonale egenskap vil matrisene som beskriver systemets egenskaper koke ned til kun diagonale matriser. For et system med to masser og to frihetsgrader vil ligningen se slik ut.

$$\begin{pmatrix} \tilde{M}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{M}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\eta}_1(t) \\ \ddot{\eta}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{C}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{C}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\eta}_1(t) \\ \dot{\eta}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{K}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{K}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{P}_1(t) \\ \tilde{P}_2(t) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

hvor

$$\text{-modal masse er} \quad \tilde{M}_n = \boldsymbol{\phi}_n^T(\mathbf{z}) \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n(\mathbf{z}) \quad (3.8)$$

$$\text{-modal stivhet er} \quad \tilde{K}_n = \boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{z}) \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}(\mathbf{z}) = \omega_n^2 \tilde{M}_n \quad (3.9)$$

$$\text{-modal demping er} \quad \tilde{C}_n = \boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{z}) \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}(\mathbf{z}) = 2\tilde{M}_n \omega_n \xi_n \quad (3.10)$$

$$\text{-modal last er} \quad \tilde{P}_n = \boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{z}) \mathbf{p}(t) \quad (3.11)$$

Alle modale parametere er eksklusive for en gitt svingemode med sirkulær egenfrekvens  $\omega_n$  og tilhørende formfunksjon  $\phi_n$ . Den dynamiske likevekt, for den n'te svingemoden kan skrives:

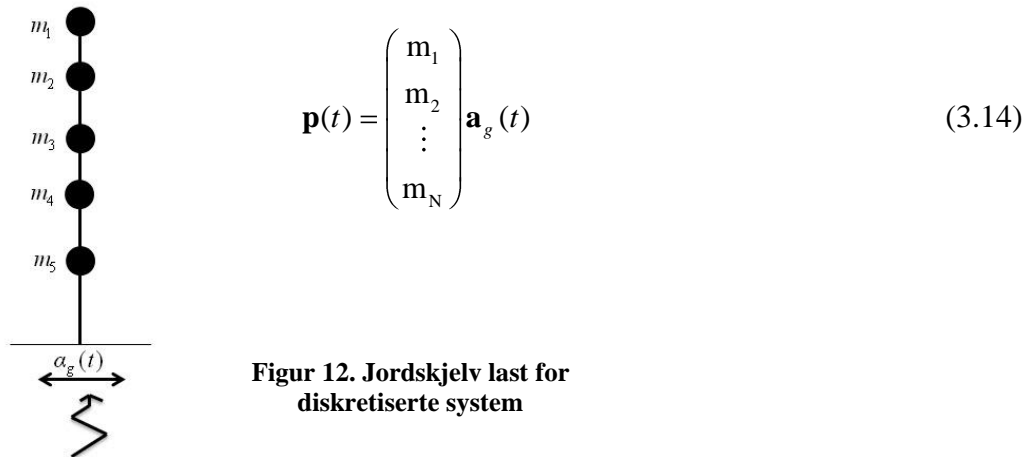
$$\tilde{M}_n \ddot{\eta}(t) + 2\tilde{M}_n \xi_n \omega_n \dot{\eta}(t) + \tilde{M}_n \omega_n^2 \eta(t) = \tilde{P}_n(t) \quad (3.12)$$

og videre til:

$$\ddot{\eta}(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{\eta}(t) + \omega_n^2 \eta(t) = \frac{\tilde{P}_n(t)}{\tilde{M}_n} \quad (3.13)$$

### 3.1 MODAL JORDSKJELVBeregning

Vertikal jordskjelv last,  $\mathbf{p}(t)$ , på et vertikalt system, med masse  $m_1, m_2, \dots, m_N$ , eksitert av horisontal akselerasjon av berggrunnen,  $\alpha_g$ , vil være gitt av systemets treghetslaster:



Figur 12. Jordskjelv last for diskretiserte system

Hvis  $\mathbf{p}(t)$  multipliseres med den transformerte formfunksjonen  $\boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{z})$  blir matrisen for modal last  $\tilde{\mathbf{Q}}(t)$ :

$$\tilde{\mathbf{Q}}(t) = \begin{pmatrix} m_1\phi_{11} + m_2\phi_{21} + \dots + m_N\phi_{N1} \\ m_1\phi_{12} + m_2\phi_{22} + \dots + m_N\phi_{N2} \\ \vdots \\ m_1\phi_{1n} + m_2\phi_{2n} + \dots + m_N\phi_{Nn} \\ \vdots \\ m_N\phi_{1N} + m_2\phi_{2N} + \dots + m_N\phi_{NN} \end{pmatrix} \mathbf{a}_g(t) \quad (3.15)$$

Den dynamiske likevekten for en vilkårlig svingemode med sirkulær egenfrekvens  $\omega_n$  vil følgelig skrives:

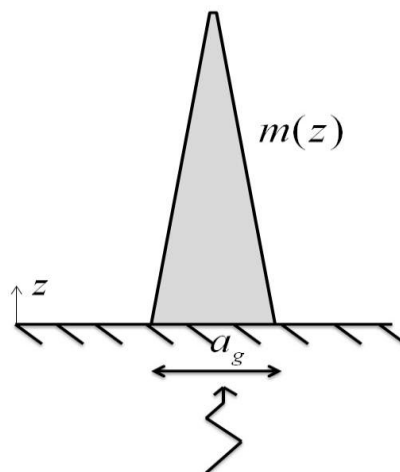
$$\ddot{\eta}(t) + 2\xi_n\omega_n\dot{\eta}(t) + \omega_n^2\eta(t) = \frac{L_n}{\tilde{M}_n}a_g(t) \quad (3.16)$$

hvor

$$L_n = \sum_{i=1}^N m_i\phi_{i n} \quad (3.17)$$

Slik vil en modal analyse med  $N$  frihetsgrader gi  $N$  separate dynamiske ligninger. Ligningene kan løses separat som en-frihetsgradssystemer, med hver sin svingemode. Responsen til hver av svingemodene kan deretter superponeres for å få responsen til systemet. For at responsen skal kunne superponeres må systemet oppføre seg lineært.

Jordskjelv laster på kontinuerlige systemer kan behandles på lignende måte som diskretiserte systemer. Dette kan eksempelvis illustreres for en et tårn med varierende massene som ikke kan diskretiseres. Summen av systemets seismiske last går over til et integral over formfunksjonen  $\phi_n$  og fordelt masse  $m(z)$ .



Figur 13-Tårn med variable mass

I kontinuerlige systemer kan modal masse finnes ved:

$$\tilde{M}_n = \int_0^L \phi_n(x)m(z)\phi_n(z) \quad (3.18)$$

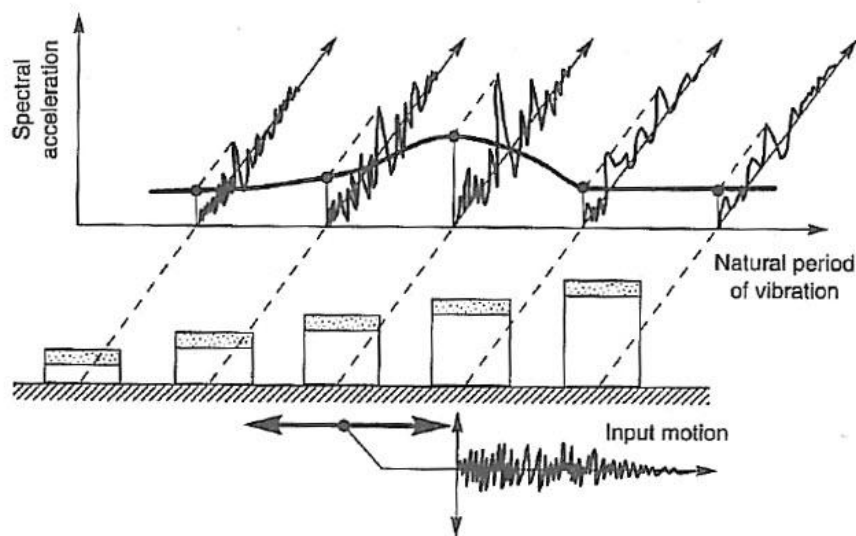


Tilsvarende vil modal jordskjelvlast-faktor,  $L_n$ , finnes som:

$$L_n = \int_{z_0}^{z_1} m(z)\phi_n(z) \quad (3.19)$$

### 3.2 RESPONSSPEKTRUM

For en jordskjelv-ingeniør er responspektromet et meget nyttig verktøy. Responspektromet til et spesifikt jordskjelv viser maksimal respons, til en-frihetsgradssystemer med ulike egenfrekvenser, for en bestemt demping. Figur 14 hvordan ulike viser hvordan ulike en-frihetsgradssystemer har ulik respons under seismisk eksitasjon.



Figur 14- Responspektrum (Kramer)

Et responspektrum kan i teorien baseres på målinger av systemer med ulike egenfrekvenser, som i Figur 14. Det vanligste er imidlertid å beregne et responspektrum ved bruk av algoritmer som for eksempel Duhamel- eller Newmark`s integrasjon som kan beregne forskyvningen til et en-frihetsgradssystem på bakgrunn av et jordskjelvs tidshistorie.

Forskyvingen beregnet for et responspektrum kalles spektral forskyvning,  $S_d$ . Fra spektral forskyvningen kan spektral hastighet ( $S_v$ ) og spektral akselerasjon ( $S_a$ ) avledes på grunn av dere proporsjonalitet med den sirkulære egenfrekvensen,  $\omega$ . Spektral hastighet og spektral akselerasjon avledet fra spektral forskyvningen kalles henholdsvis for pseudohastighet ( $PS_v$ ) og pseudoakselerasjon ( $PS_a$ ). Sammenhengen mellom spektral forskyvningen  $S_d$ , pseudohastigheten  $PS_v$  og pseudoakselerasjonen  $PS_a$  er:

$$S_d = u \quad (3.20)$$

$$PS_v = \dot{u} = S_d \omega \quad (3.21)$$

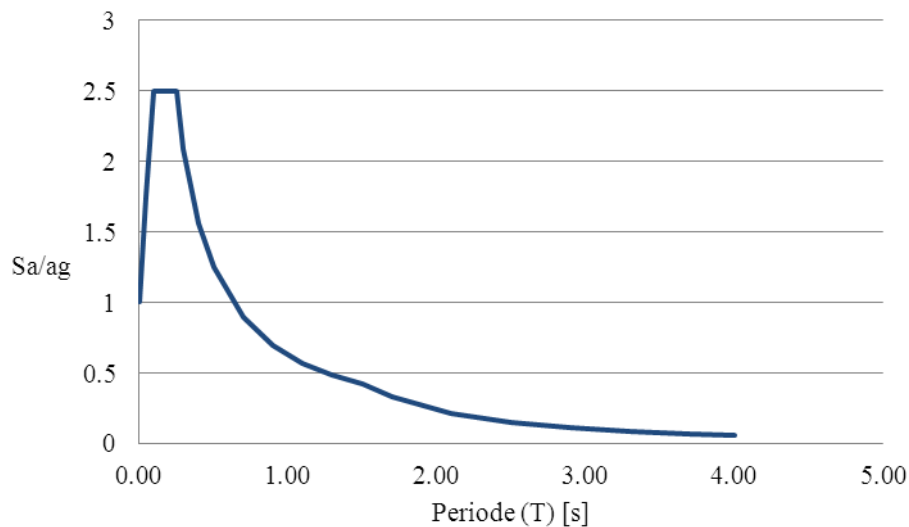
$$PS_a = \ddot{u} = \omega^2 S_d \quad (3.22)$$

Selv om pseudo- hastigheten og akselerasjonen ikke er reelle maksimum, gir de vanligvis gode estimater for maksimal hastighet og akselerasjon for kraftige jordskjelv. I praksis antas de pseudospektrale verdiene å være lik de reelle(19).

## 3.3 ELASTISK RESPONSSPEKTRUM

EC8-1 (1) angir ulike elastiske responsspektre som skal brukes til dimensjonering av konstruksjoner med lineære oppførsel. Der er gitt ulike elastiske responsspektre avhengig av byggeplassens grunnforhold. Det elastiske responsspektrumet er normalisert med hensyn på dimensjonerende grunnakselerasjon  $a_g$  og kan skaleres for demping mellom ca 2% og 20 %.

Figur 15 viser det elastiske responsspektre til grunntype A som i EC8-1 punkt 3.1.2 4 (P) er definert som: «Fjell eller fjell-liknende geologisk formasjon, medregnet høyst 5 m svakere materialer på overflaten». De elastiske responsspektrene er primært lagd med hensyn på dimensjonering av konstruksjoner bygget på ulike grunnforhold. For eksitasjon av berggrunn under løsmasser vil derimot det elastiske responsspektre til grunntype A, kunne brukes som «eksitasjon».



**Figur 15. Horisontalt elastisk responsspekteret, grunntype A med 5 % demping fra NS-EN 1998-1:2004+NA:2008.**

Grunnakselerasjon  $a_g$  bergenes fra spissverdi for berggrunnens akselerasjon,  $a_{g40Hz}$ .

Berggrunnens spissverdien for ulike områder kan avlese kart av seismiske soner i figur NA.3(901) og NA.3(902) EC8-1..Dimensjonerende grunnakselerasjon  $a_g$  kan så beregnes ved:

$$a_g = \gamma_l * 0.8 * a_{g40Hz} \quad (3.23)$$

hvor,  $\gamma_l$  er seismisk faktor.

Seismisk faktor avhenger av seismisk klasse til konstruksjon som skal konstrueres.

EC8-1 tillater på lik linje med ligning (3.22) at elastisk spektralforskyvingen  $S_{De}$  kan beregnes fra elastisk spektralakselerasjons  $S_e$ :

$$S_{De}(T) = S_e(T) \left[ \frac{T}{2\pi} \right]^2 \quad (3.24)$$

hvor T er egenperiode.

Det står videre i EC8-1 at ligning (3.24) kun bør brukes for egenperiode mindre enn 4s.

### 3.4 RESPONSSPEKTRUMANALYSE

Modal analyse kan kombineres med et responsspektrum for å beregne forskyvning eller akselerasjon til de ulike frihetsgradene.

For et vertikalt system eksitert av jordskjelv med horisontal akselerasjon, se ligning (3.16), gjøres det en Fourier transformasjon, hvor last og respons for den n'te svingemoden i teorien deles opp i uendelige mange periodiske svingninger  $\omega_k$  :

$$\sum_{k=1}^{\infty} ((i^2 \omega_k^2 a_{\eta_n}(\omega_k) e^{i\omega_k t}) + 2\xi_n \omega_n (i\omega_k a_{\eta_n}(\omega_k) e^{i\omega_k t}) + \omega_n^2 (a_{\eta_n}(\omega_k) e^{i\omega_k t})) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{L_n}{\tilde{M}_n} a_g(\omega) e^{i\omega_k t} \quad (3.25)$$

Som videre blir til

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{\eta_n}(\omega_k) e^{i\omega_k t} (i^2 \omega_k^2 e^{i\omega_k t} + 2i\omega_n \omega_k \xi_n e^{i\omega_k t} + \omega_n^2 e^{i\omega_k t}) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{L_n}{\tilde{M}_n} a_g(\omega) e^{i\omega_k t} \quad (3.26)$$

hvor  $a_g(\omega_k)$  er den frekvens avhengige akselerasjonen til skjelvet og  $a_{\eta_n}(\omega_k)$  er den frekvensavhengige amplituden til responsen av den n'te svingemoden. Krav om likevekt for hver enkelt av de harmoniske svingningene  $\omega_k$ , forenkler uttrykket til:

$$(-\omega_k^2 + 2i\omega_n \omega_k \xi_n + \omega_n^2) a_{\eta_n,k} e^{i\omega_k t} = \frac{L_n}{\tilde{M}_n} a_g(\omega_k) e^{i\omega_k t} \quad (3.27)$$

Videre kan maksimal amplitude  $\eta_{n,max}(\omega_k)$  beregnes ved:

$$\eta_{k,max}(\omega_k) = a_{\eta_n,k}(\omega_k) = -\frac{L_n}{\tilde{M}_n} a_g(\omega_k) H_n(\omega_k) \quad (3.28)$$

hvor  $H(\omega)$  er

$$H(\omega) = \frac{1}{(-1 + 2i\xi_n \frac{\omega_n}{\omega_k} + \frac{\omega_n^2}{\omega_k^2})} \quad (3.29)$$

I konstruksjonsdynamikk er  $H(\omega)$  kjent som *respons funksjonen*. Når lastens periode  $\omega_k$  sammenfaller med svingemodens egenfrekvens,  $\omega_n$ , vil responsen til svingemoden forsterkes. Denne forsterkningen kalles resonans. Ved resonans,  $\omega_k = \omega_n$ , kan  $a_g(\omega_k) * H_n(\omega_k)$  leses av et responsspektrum som spektral forskyvning  $S_d$ .

For å finne maksimal amplitude til en svingemode,  $\eta_{n,max}$ , eksitert av et jordskjelv kan dermed (3.28) forenkles til:

$$\eta_{n,max}(t) = a_{\eta_n}(\omega) = \frac{L_n}{\tilde{M}_n} S_d(\omega) \quad (3.30)$$

hvor  $S_d$  er spektral forskyvning, som kan avlese fra et responspektrum. Maksimal forskyvning av det  $n$ 'te svingemoden med sirkulær egenfrekvens, vil i henhold til ligning (3.3) bli:

$$u_{n,\max}(x,t) = a_\eta(\omega)\phi_n(x) = \frac{L_n}{\tilde{M}_n} S_d(\omega)\phi_n(x) \quad (3.31)$$

$\frac{L_n}{\tilde{M}_n}$  - leddet kalles ofte for transformasjon faktor med notasjon  $\Gamma_n$ , slik at uttrykket forenkles til:

$$u_{n,\max}(x,t) = a_\eta(\omega)\phi_n(x) = \Gamma_n S_d(\omega)\phi_n(x) \quad (3.32)$$

### 3.5 MODAL KOMBINASJON

Utfordringen med en responspektrum analyse (RSA) er å kombinere systemets respons,  $r$ , til de ulike svingemodene med ulik faseforskyvning,  $\theta$ . Faseforskyvningen vil avhenge av tidshistorien, men RSA er en analyse i frekvens domene som ikke tar hensyn til faseforskyvning. Et meget konservativt alternativ vil være å summere maksimal respons fra alle svingemodene:

$$r_{\max} \approx \sum_{i=1}^N |r_{i,\max}| \quad (3.33)$$

Sannsynligheten for at systemets maksimale respons fra de ulike svingemodene opptrer samtidig vil være liten. Absolutt summasjon er derfor meg konservativt og lite brukt

Å kombinere responsen fra de ulike svingemodene ved *square-root-of-sum-of-squares* (SRSS) er en mer balansert tilnærming:

$$r_{\max} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^N r_{i,\max}^2} \quad (3.34)$$

Bruk av SRSS passer fint for systemer med godt avskilte egenfrekvenser (20). En mer sofistikert kombinasjonsmetode er *complete quadratic combination* (CQC)

$$r_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{ij} r_{i,\max} r_{j,\max}} \quad (3.35)$$

hvor  $\rho_{ij}$  er korrelasjonsfaktoren mellom to formfunksjoner,  $u_j$  og  $u_i$ . Korrelasjonsfaktoren varierer mellom 0 og 1, og avhenger av egenperioden og dempings ratioen til to ulike svingemoder. Dezi et al (5) presenterer i sin artikkel en korrelasjonsfaktor: (undertegnede har rette en opplagt skrive-feil fra ligningen i artikkelen):

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\xi_i \xi_j} (\xi_i + \lambda_{ij} \xi_j) \lambda_{ij}^{3/2}}{(1 - \lambda_{ij}^2)^2 + 4\xi_i \xi_j (1 + \lambda_{ij}^2) + 4(\xi_i^2 + \lambda_{ij} \xi_j^2) \lambda_{ij}} \quad (3.36)$$

hvor

$$\lambda_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j} \quad (3.37)$$

SRSS og CQC vil ikke gi en eksakt superponering av responsen til de ulike svingemodene, men kombinerer verdiene nøyaktige nok for design formål. Kombinasjonsreglene SRSS og CQC er avledet fra tilfeldig vibrasjons teori, og passer fint å bruke for hendelser med et bredt spekter av frekvenser. Dette gjør kombinasjonsreglene er et godt verktøy for dimensjonering av seismiske laster med det elastiske responsspekteret i EC8-1. Med korrelasjonen faktoren basert på tilfeldig vibrasjonen, kan den kombinerte responsen anses som en middels verdi i forhold til maksimal respons fra en rekke ulike jordskjelv(20).



## 4. METODE

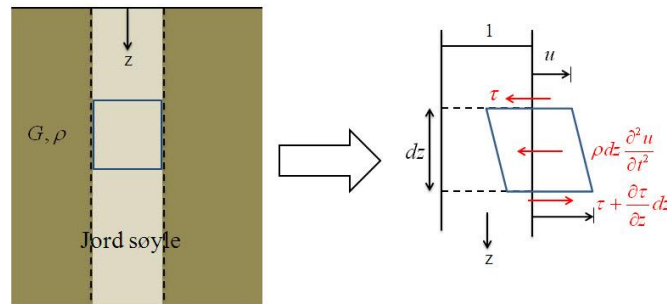
I dette kapitlet presenteres Dezi et al. sin statisk ekvivalente metode for beregning av en pels kinematisk respons. Fremstillingen vil i stor grad følge Dezi sin artikkel: «*Static equivalent method for the kinematic interaction analysis of single piles*»(5). Prinsippet i tilnærmingen er å beregne maksimal utslag for jords ulike svingemoder, så gjøre en statisk betraktning av pelen for de ulike svingemodene og superponere responsen.

### 4.1 GRUNNRESPONS ANALYSE

Det gjøres først en grunnresponsanalyse for å finne fri-feltets ulike svingemoder. Dezi et al(5) baserer grunnresponsanalysen på en betraktning av jordprofilet jordsøyle.

Jordsøylens dynamiske likevektslikning kan bestemmes ved å bruke D'Alembert prinsippet på en udempet jordsøyle se Figur 16. D'Alembert prinsippet er basert på forestillingen av en konstruert treghetskraft, som alltid vil gi likevekt til et legeme i bevegelse (20).

Treghetskraften viker i motsatt retning av massens akselerasjon.



Figur 16. Likevekts betraktning av jordsøylen som en skjærsøyle

Dynamiske likevekt blir oppfylt med:

$$\rho dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial \tau}{\partial z} dz = 0 \quad (4.1)$$

hvor  $\rho dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  er treghetskraften til jordsøylen.

For en lineær jordsøyle med:

$$\tau = \gamma G = \frac{\partial u}{\partial z} G \quad (4.2)$$

vil bevegelses ligning for jordsøylen kunne skrives:

$$\rho \ddot{u}(z, t) - G u''(z, t) = 0 \quad (4.3)$$

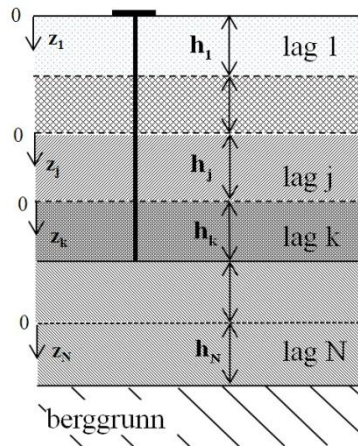
Jordsøylens bevegelse deles inn i to komponenter,  $\ddot{u}_s(z, t)$  jordens relative bevegelse og  $\ddot{u}_g$  berggrunnens bevegelse.

$$\ddot{u}(z, t) = \ddot{u}_s(z, t) + \ddot{u}_g(t) \quad (4.4)$$

Den dynamiske likevekts ligningen av en jordsøyle blir følgende:

$$\rho \ddot{u}_s(z,t) - Gu_s''(z,t) = -\rho \ddot{u}_b(t) \quad (4.5)$$

Jordprofilet til pelen må dels inn i avhengig av jordens egenskaper som i Figur 17. Jordlaget på toppen betegnes lag 1, lag nest på toppen lag 2.. etc. Hvert jordlag har høyde  $h_1, h_2, \dots, h_N$ . Det må legges inn et lag ved pelens ende.



Figur 17. Pele med fast innspenning ved toppen, i lagdelt jord.

Jorda antas å oppføre seg som en elastisk jordsøyle med konstant skjærstivhet,  $G_j$  i de ulike lagene.

Jordsøylens formfunksjon og egenfrekvens beregnes ved å betrakte den ubelastede jordsøylens. Dynamisk likevektslikningen til den ubelastede skjærsøylen vil være:

$$\rho_j \ddot{u}_{s,j}(z_j,t) - G_j u_{s,j}''(z_j,t) = 0 \quad \text{for } j = 1, \dots, N \quad (4.6)$$

hvor  $u_j(z_j,t)$  betegner jorden bevegelse i det j'te laget.

Ligningen kan løses ved å dele opp søylens respons i to komponenter, som i ligningen (3.1) og betrakte jordsøylens randbetingelser.

$$u_{s,j}(z,t) = U_j(z_j) a_\eta e^{i\omega t} \quad \text{for } j = 1, \dots, N \quad (4.7)$$

hvor  $U_j(z_j)$  er formfunksjon for det j'te laget.

Ligning (4.7) kombinert med ligning (4.6) gir følgende egenverdi problem:

$$U_j''(z_j) + \frac{\omega^2}{G_j / \rho_j} U_j(z_j) = 0 \quad \text{for } j = 1, \dots, N \quad (4.8)$$

For en lineære analyse med små tøyninger vil (4.8) kunne forkortes til :

$$\frac{G_j}{\rho_j} = V_{s,j}^2 \quad (4.9)$$



## METODE

---

hvor  $V_{s,j}$  er skjærhastighet til det  $j$ 'te jordlaget.

Generelle løsningen på den andregrads differensialligning (4.8) vil være:

$$U_j(z_j) = A_j \cos\left(\frac{\omega}{V_j^2} z_j\right) + B_j \sin\left(\frac{\omega}{V_j^2} z_j\right) \quad \text{for } j = 1, \dots, N \quad (4.10)$$

Integralkonstantene  $A_j$  og  $B_j$  for det  $j$ 'te laget bestemmes av systemets randbetingelser.

Jordsøylens randbetingelser vil være:

-den spenningsfri overflaten vil krever :

$$u'_{s,1}(0,t) = 0 \quad (4.11)$$

-krav om kontinuitet (lik forskyvning på begge sider av en lagdeling):

$$u_{s,j}(h_j,t) = u_{s,j+1}(0,t) \quad (4.12)$$

-skjærkreftene fra begge sider av lagdelingen kreves like:

$$G_j u'_{s,j}(h_j,t) = G_{j+1} u'_{s,j+1}(0,t) \quad (4.13)$$

-ingen relativ forskyvning i bunnen av jordsøylen:

$$u_{s,N}(h_N,t) = 0 \quad (4.14)$$

Jordsøylens randbetingelser gir systems randbetingelser som fra ligning (4.10) vil lage et sett med ligninger:

Som følge av en spenningsfri overflate (4.11) må:

$$B_1 = 0 \quad (4.15)$$

Krav om kontinuitet,(4.12), gir:

$$A_j \cos\left(\frac{\omega}{V_{s,j}} h_j\right) + B_j \sin\left(\frac{\omega}{V_j^2} h_j\right) - A_{j+1} = 0 \quad \text{for } j = 1, \dots, N-1 \quad (4.16)$$

Lik skjærspenning,(4.13), gir:

$$-A_j \frac{G_j}{V_{s,j}} \sin\left(\frac{\omega}{V_{s,j}} h_j\right) + B_j \frac{G_j}{V_{s,j}} \cos\left(\frac{\omega}{V_j^2} h_j\right) - B_{j+1} \frac{G_{j+1}}{V_{s,j+1}} = 0 \quad \text{for } j = 1, \dots, N-1 \quad (4.17)$$

Samt krav om null relativ forskyvning på bunn av jordsøylen,(4.14), gir:

$$A_N \cos\left(\frac{\omega}{V_{s,N}} h_N\right) + B_N \sin\left(\frac{\omega}{V_{s,N}} h_N\right) = 0 \quad (4.18)$$

## METODE

Ligning (4.10) kan løses, ved å sette opp randbetingelsene i et matrise system  $\mathbf{H}(\omega)\mathbf{x} = \mathbf{0}$ , hvor  $\mathbf{x}$ -vektoren inneholder integralkonstantene. Jordsøylens sirkulære egenfrekvens  $\omega$  beregnes så ved  $\det(\mathbf{H}(\omega)) = 0$ . Determinanten av  $\mathbf{H}$ -matrisen gir en trigonometri funksjon,  $F(\omega)$ , som i utgangspunktet vil ha uendelige mange løsninger. Jordsøylens sirkulære egenfrekvenser finnes ved å løse ligningen  $F(\omega) = 0$ .

For et jordprofil med 4 jordlag vil ligningssystemet,  $\mathbf{H}(\omega)\mathbf{x} = \mathbf{0}$ , se slik ut:

$$\begin{pmatrix} \cos(\frac{\omega}{V_{s,1}}h_1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{G_1}{V_{s,1}}\sin(\frac{\omega}{V_{s,1}}h_1) & 0 & -\frac{G_2}{V_{s,2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\frac{\omega}{V_{s,2}}h_2) & \sin(\frac{\omega}{V_{s,2}}h_2) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{G_s}{V_{s,2}}\sin(\frac{\omega}{V_{s,2}}h_2) & \frac{G_2}{V_{s,2}}\cos(\frac{\omega}{V_{s,2}}h_2) & 0 & -\frac{G_3}{V_{s,3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\frac{\omega}{V_{s,3}}h_3) & \sin(\frac{\omega}{V_{s,3}}h_3) & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{G_3}{V_{s,3}}\sin(\frac{\omega}{V_{s,3}}h_3) & \frac{G_3}{V_{s,3}}\cos(\frac{\omega}{V_{s,3}}h_3) & 0 & -\frac{G_4}{V_{s,4}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\frac{\omega}{V_{s,4}}h_4) & \sin(\frac{\omega}{V_{s,4}}h_4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ A_3 \\ B_3 \\ A_4 \\ B_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

For ingeniørformål vil det være svingemodene med lavest sirkulær egenfrekvens (høyest egenperiode  $T$ ) som er av interesse. Formfunksjon til den  $n$ 'te svingemoden, for det  $j$ 'te lage betegnes  $U_{j,n}(z_j)$ .

$U_{j,n}(z_j)$  kan beregnes ved å sette integralkonstanten  $A_1 = 1$ , for dette å beregne tilhørende integralkonstanter,  $A_2, B_2, A_3, \dots, A_N, B_N$ . Formfunksjonene vil slik normaliseres med hensyn på deformasjon i toppen av jordsøylen. Normaliseringen gjør at formfunksjonen kan settes direkte lik den normaliserte formfunksjonen:

$$U_{j,n}(z_j) = \phi_{j,n}(z_j) \quad (4.19)$$

Når svingemodens normaliserte formfunksjon er kjent, kan svingemodens transformasjons faktor  $\Gamma_n$  beregnes ved:

$$\Gamma_n = \frac{L_n}{\tilde{M}_n} = \frac{\sum_{j=1}^N \int_0^{h_j} \rho_j \phi_{j,n}(x) dz}{\sum_{j=1}^N \int_0^{h_j} \rho_j (\phi_{j,n}(z_j))^2 dz} \quad (4.20)$$

Maksimal forskyvning for jordsøylens  $n$ 'te svingemode eksitert av horisontal akselerasjon beregnes i tråd med ligning (3.32).

$$\bar{u}(z_j)_{s,j,n,\max}(z_j, t) = \eta_{j,n,\max}(t) \phi_{j,n}(z_j) = \Gamma_n S_d(\omega_n, \xi_n) \phi_{j,n}(z_j) \quad (4.21)$$

hvor

-  $S_d(\omega_n, \xi_n)$  er spektral forskyvning for egenfrekvens  $\omega_n$  til et en-frihetsgradsystem med dempning  $\xi_n$ .

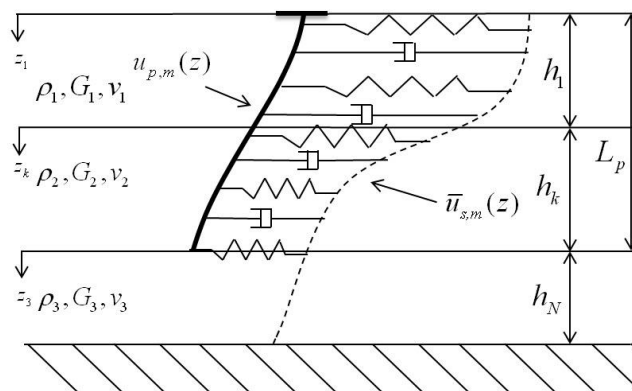
-  $\bar{u}(z_j)_{s,j,n,\max}(z_j, t)$  er maksimal forskyvning til det j'te laget for den n'te svingemoden.

Det elastiske responsspektret for grunntype A i EC8-1 kan fint benyttes for å beregne elastisk spektralforskyvning.

## 4.2 KINEMATISK INTERAKSJON

### 4.2.1 NÆRFELTET

Jordens kinematiske interaksjon i nær-feltet modelleres med kontinuerlige Winkler-elementer. Winkler-elementets mostand vil avhenge av jordens laterale mostand samt demping som er i motfase med jordens laterale motstand. Siden pelen blir betraktet ved maksimalt utslag vil nærfeletets demping være lik null. Den statiske-ekvivalent betraktningen gjøres derfor kun med Winkler-fjærer.



Figur 18. Winkler-fjærer i lagdelt jord

Betraktningen av pelens påkjenninger gjøres statistisk for ulike svingemodene.

Jordens laterale kraft,  $p_j(z)$ , på en pel kan beregnes ved å betrakte forskyvningen mellom fri-feltet  $\bar{u}_{s,j}(z_j)$ , og pelen  $u_{p,j}(z_j)$ :

$$p_j(z_j) = k_j (\bar{u}_{s,j}(z_j) - u_{p,j}(z_j)) \quad (4.22)$$

Dezi et al. (5) angir Winkler elementets stivhet til å være:

$$k_j = 2.4G_{maks}(1 + v_j) \quad (4.23)$$

### 4.2.1 PELENS KINEMATISKE RESPONS

Pelen modelleres som en masseløst Euler- Bernoulli bjelke.

## METODE

---

For en Bernoulli bjelke, med bøyestivhet  $EI$ , belastet med den fordelte lasten  $q(x)$  gjelder følgende sammenhenger mellom moment  $M(x)$ , skjær  $V(x)$  og bjelkens utbøyning  $u(x)$ :

$$\frac{d^2 u''(x)}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} \quad (4.24)$$

$$\frac{dV}{dx} = -q(x) \quad \rightarrow \quad V(x) = -EI \frac{d^3 u}{dx^3} \quad (4.25)$$

$$\frac{dM}{dx} = V(x) \quad \rightarrow \quad EI \frac{d^4 u}{dx^4} = q(x) \quad (4.26)$$

En statisk betraktning av pelens påkjenning fra Winkler fjærene  $p_j(z_j)$ , fra jordens  $n$ 'te svingemoden gir følgende likevekt:

$$\frac{d^2}{dz^2} \left( EI \frac{d^2 u_{p,n}(z)}{dz^2} \right) + k_j u_{p,j,n}(z) = k_j \bar{u}_{s,j,n}(z) \quad (4.27)$$

Løsningen på den lineære fjerde grads differensialligning vil i kombinasjon med maksimal forskyvning (4.21) og fri-feltets formfunksjon (4.10) være:

$$u_{p,j,n}(z_j) = e^{-\alpha z_j} [C_{1,j} \cos(\alpha z_j) + C_{2,j} \sin(\alpha z_j)] + e^{\alpha z_j} [C_{3,j} \cos(\alpha z_j) + C_{4,j} \sin(\alpha z_j)] + \frac{4\Gamma_n S_D(\omega_n, \xi) \alpha_j^4}{\beta_{j,n}^4 + 4a_j^4} [A_{j,n} \cos(\beta_{j,n} z_j) + B_{j,n} \sin(\beta_{j,n} z_j)] \quad \text{for } j = 1, \dots, p \quad (4.28)$$

hvor

$$\alpha_j^4 = \frac{k_j}{4E_p I_p} \quad (4.29)$$

og

$$\beta_{j,n} = \frac{\omega_n}{v_{sj}} \quad (4.30)$$

$A_{j,n}$  og  $B_{j,n}$  - er integrasjonskonstantene for formfunksjonen til den  $n$ 'te svingemoden.

$C_{1,j}, C_{2,j}, C_{3,j}$  og  $C_{4,j}$  -er integrasjonskonstanter som fastslås ved å betrakte en pel sine randbetingelser.

Pelen antas å ha følgende randbetingelser:

1. fast innspenning i toppen, vinkel i toppen lik null:

$$u'_{p,1,n}(0) = 0 \quad (4.31)$$

2. ingen skjærkrefter i toppen av pelen, dvs. ingen treghetskrefter fra last:

$$u'''_{p,1}(0) = 0 \quad (4.32)$$

3. kontinuitet i pelens forskyvning:

$$u_{p,j}(h_j) = u_{p,j+1}(0) \quad \text{for } j = 1, \dots, k \quad (4.33)$$

4. kontinuitet for pelens vinkel:

$$u'_{p,j}(h_j) = u'_{p,j+1}(0) \quad \text{for } j = 1, \dots, k \quad (4.34)$$

5. kontinuitet i pelens bøyemoment:

$$u''_{p,j,n}(h_j) = u''_{p,j+1,n}(0) \quad \text{for } j = 1, \dots, k \quad (4.35)$$

6. kontinuitet i pelens skjærkraft:

$$u'''_{p,j,n}(h_j) = u'''_{p,j+1,n}(0) \quad \text{for } j = 1, \dots, k \quad (4.36)$$

7. ingen bøyemoment i bunnen av pelen:

$$u''_{p,k,n}(h_k) = 0 \quad (4.37)$$

8. ingen skjærkraft i bunnen av pelen:

$$u'''_{p,k,n}(h_k) = 0 \quad (4.38)$$

Hvis pelen kan rotere fritt i toppen, kan randbetingelse (4.31) byttes med følgende randbetingelse som ikke tillater bøyemoment i pelens topp:

$$u''_{p,1,n}(0) = 0 \quad (4.39)$$

Integralkonstantene til en pel kan bestemmes ved å sette randbetingelsene i et lineært ligningssystem. Fra Euler-Bernoulli-elementets differensialligning kan pelens moment  $M_{j,n}$  og skjærkraft  $V_{j,n}$  for den  $n$ 'te svingemoden beregnes som:

$$\begin{aligned} M_{j,n}(z_j) = -EI \frac{d^2 u_{p,n}}{dz^2} = & -2EI\alpha_j^2 e^{-\alpha_j z_j} [C_{1,j} \sin(\alpha_j z_j) + C_{2,j} \cos(\alpha_j z_j)] \\ & -2EI\alpha_j^2 e^{\alpha_j z_j} [C_{3,j} \sin(\alpha_j z_j) + C_{4,j} \cos(\alpha_j z_j)] \\ & + EI \frac{4\Gamma_n S_D(\omega_n, \xi) \alpha_j^4}{\beta_{j,n}^4 + 4\alpha_j^4} \beta_{j,n}^2 [A_j \cos(\beta_{j,n} z_j) + B_j \sin(\beta_{j,n} z_j)] \end{aligned} \quad (4.40)$$

for  $j = 1, \dots, k$

$$\begin{aligned} V_{j,n}(z_j) = -EI \frac{d^3 u_{p,n}}{dz^3} = & -2EI\alpha_j^3 e^{-\alpha_j z_j} [(C_{1,j} + C_{2,j}) \cos(\alpha_j z_j) + (C_{2,j} + C_{1,j}) \sin(\alpha_j z_j)] \\ & -2EI\alpha_j^3 e^{\alpha_j z_j} [(C_{4,j} - C_{3,j}) \cos(\alpha_j z_j) - (C_{3,j} + C_{4,j}) \sin(\alpha_j z_j)] \\ & + EI \frac{4\Gamma_n S_D(\omega_n, \xi) \alpha_j^4}{\beta_{j,n}^4 + 4\alpha_j^4} \beta_{j,n}^3 [A_j \sin(\beta_{j,n} z_j) - B_j \cos(\beta_{j,n} z_j)] \end{aligned} \quad (4.41)$$

for  $j = 1, \dots, k$

Hittil har kun responsen for den  $n$ 'te svingemoden vært betraktet. Superponering av pelens respons fra de ulike svingemodene gjøres ved Complete Quadratic Combination:

$$M_j(z_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^t \sum_{m=1}^t r_{lm} M_{j,l}(z_j) M_{j,m}(z_j)} \quad (4.42)$$

$$V_j(z_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^t \sum_{m=1}^t r_{lm} V_{j,l}(z_j) V_{j,m}(z_j)} \quad (4.43)$$

hvor

$t$ -angir antall svingemoder som kombineres og  $r_{lm}$  er korrelasjonsfaktoren presentert i ligning (3.36):

$$r_{lm} = \frac{8\sqrt{\xi_l \xi_m} (\xi_l + \lambda_{lm} \xi_m) \lambda_{lm}^{3/2}}{(1 - \lambda_{lm}^2)^2 + 4\xi_l \xi_m (1 + \lambda_{lm}^2) + 4(\xi_l^2 + \lambda_{lm} \xi_m^2) \lambda_{lm}} \quad (4.44)$$

med

$$\lambda_{lm} = \frac{\omega_l}{\omega_m} \quad (4.45)$$

Kombinasjon av responsen til de ulike svingemodene vil gi omhyllingskurver som vil viser absolutt-verdien av pelens responsen.

For en mest mulig eksakt gjengivelse med en modal analyse må i teorien alle bidragene fra alle svingemodene kombineres. I praksis vil det for en pel imidlertid kun være nødvendig å ta hensyn til et begrenset antall svingemoder. Transformasjonsfaktoren,  $\Gamma_m$ , vil minke med økende grad av svingemode slik at deformasjonen av frifeltet vil være betydelig mindre for svingemoder av høyere orden. Amplituden til fri-feltets forskyvning for den  $n$ 'te svingemoden kan forventes å være omvendtproporsjonal med amplituden til den første svingemoden, ved faktor:  $2n-1$  (21). Det forventes med andre ord at utslaget til jordsøylens andre svingemode kun vil være en tredel av amplituden til den første svingemoden. Høyere ordens svingemoder vil også være mer «vaiende», slik at en pel i virkeligheten i mindre grad klare å følge fri-feltets bevegelse. (13).

I Appendiks A er det presentert et eksempel på fremgangsmåten ved en utregning.

### 4.3 KOMMENTARER

Dezi et al. sin tilnærming bygger på en lineær 1D grunnresponsanalyse for beregning av jordens fri-feltet bevegelse. En forutsetning for 1D grunnresponsanalyse er horisontale lagdeling, med uendelig stor utstrekning. Det må også antas at skjærbølgene beveger seg horisontalt. Skjærbølger som ikke treffer vinkelrett på et lag skille vil refraktere og avbøyes. For design formål vil det derimot være tilstrekkelig med et parallell lagdeling kun på et begrenset område, da refrakterte bølger etterhvert vil dempes bort (19).

For en mest reel analyse vil det være gunstig å dele grunnen inn i mange ulike lag for å modellere grunnens økende skjærstivhet for økende effektivtrykk.

Neglisjering av pelens masse kan rettferdiggjøres ved å betrakte pelens treghetskraft i forhold til lateralt jordtrykk. Lateralt jordtrykk vil være  $k_j(z_j) = 2,4G_{maks}(1 + \nu) \approx 10^6 - 10^9 N / m$ . En

## METODE

---

stålrørs pel med diameter 914mm, tetthet  $7850\text{kg/m}^3$  og godstykkelse 20mm som utsettes for en akselerasjon på  $3,0\text{m/s}^2$ , har et tregehetsbidraget pr meter som er:

$$F_{\text{treghet}} = \pi \frac{(0.914\text{m} - 0.894\text{m})^2}{4} 7850\text{kg} / \text{m}^3 * 1\text{m} * 3.0\text{m/s}^2 = 7,4\text{N} / \text{m}$$

Å modellere pelen som et Euler-Bernoulli element passer fint med Eurokode 8-del 5 sitt krav om elastisk oppførsel for peler.

Forenklingen med å neglisjere nærfeltets demping, vil kun være gyldig hvis pelen følger jordens fri-felt bevegelse. I praksis vil det si at svingemodene av høyere orden, med mer variende bevegelse vil i virkeligheten kunne bli dempet bort som følge av geometrisk demping(13). For lavere ordens svingemoder vil pelen i større grad følge frifeltets bevegelse, slik at neglisjering av geometrisk demping i større grad kan forsvares.

Dezi (5) sin metode kan brukes både for friksjonspeler og spissbærende peler. For spissbærende peler antas det at pelen kan rotere fritt på pelens spiss.

For jordskjelv som induserer skjærtøyninger i jordas fri-feltet større enn,  $\gamma > 10^{-5} - 10^{-4}$ , burde det gjøres en ikke-lineær grunnresponsanalyse, eller en lineære ekvivalent grunnresponsanalyse. Dezi (5) presenterer også muligheten for å implementere en lineær ekvivalent grunnresponsanalyse. Fremgangsmåten Dezi skisseres for en lineær-ekvivalent grunnrespons kan leses i Appendiks B .





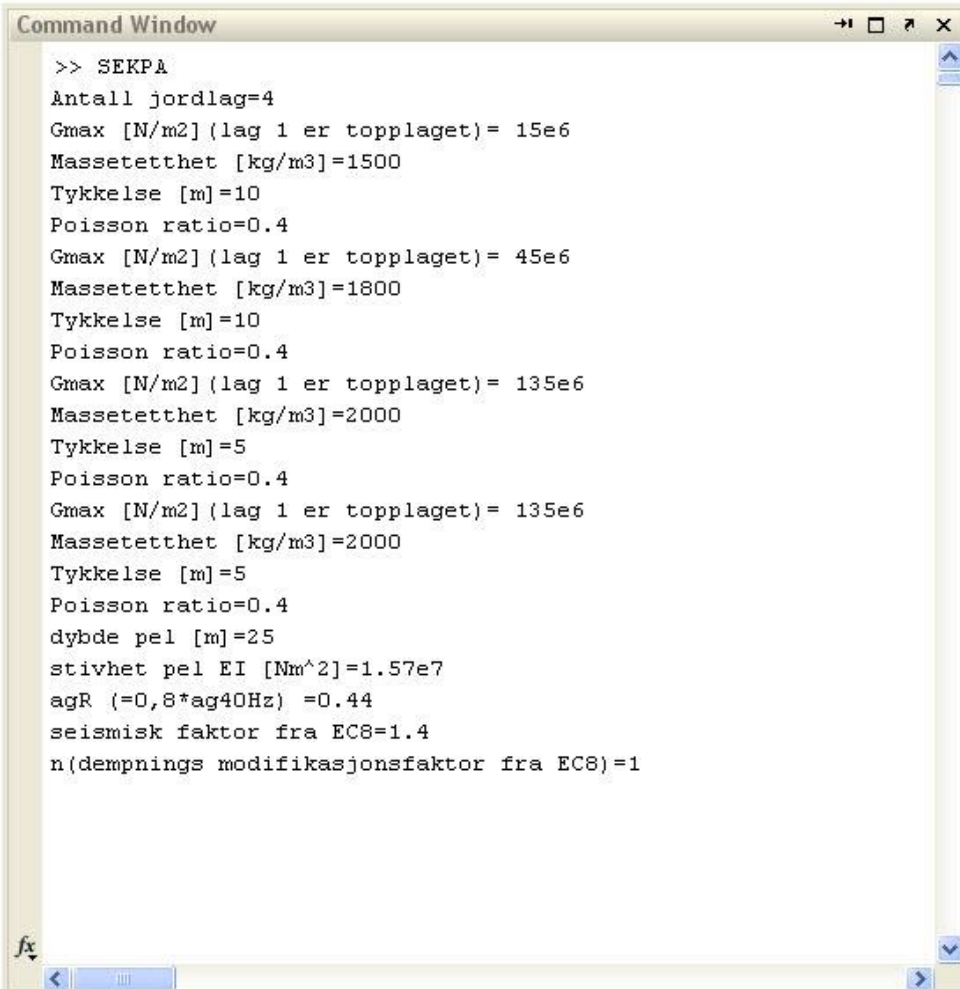


## 5 IMPLEMENTERING

Den lineære statisk ekvivalente tilnærmingen til Dezi et al (5) er implementert i Matlab og vedlagt oppgaven i en zippet –mappe. Scriptet kalles SEKPA (Statisk Ekvivalent Kinematisk Pele Analyse) og kan ses i Appendiks C.

Programmet er implementert med design responsspekteret til grunntype A angitt i Eurokode 8. Dette vil være ekvivalent med å bruke akselerasjonen til den spenningsfrie berggrunnen som tidshistorie i grensesjiktet berggrunn og løsmassene. Skriptet er implementert uten mulighet til å legge inn demping for de ulike jordlagene, og uten den lineær ekvivalente iterasjons forklart i Appendiks B

Inndata til SEKPA er samordnet med designparametere fra Eurokode 8, hvor seismisk faktor  $\gamma_I$ , grunnens referanse akselerasjon  $a_{gR}$ , samt dempingens modifikasjonsfaktor  $\eta$  angis for å konstruere responsspektrumet i henhold til Eurokode 8.



```
>> SEKPA
Antall jordlag=4
Gmax [N/m2] (lag 1 er topplaget)= 15e6
Massetetthet [kg/m3]=1500
Tykkelse [m]=10
Poisson ratio=0.4
Gmax [N/m2] (lag 1 er topplaget)= 45e6
Massetetthet [kg/m3]=1800
Tykkelse [m]=10
Poisson ratio=0.4
Gmax [N/m2] (lag 1 er topplaget)= 135e6
Massetetthet [kg/m3]=2000
Tykkelse [m]=5
Poisson ratio=0.4
Gmax [N/m2] (lag 1 er topplaget)= 135e6
Massetetthet [kg/m3]=2000
Tykkelse [m]=5
Poisson ratio=0.4
dybde pel [m]=25
stivhet pel EI [Nm^2]=1.57e7
agR (=0,8*ag40Hz) =0.44
seismisk faktor fra EC8=1.4
n(dempnings modifikasjonsfaktor fra EC8)=1
```

Figur 19. SEKPA- Kommando vindu fra Matlab med beregning for pelen i grunnprofil C fra Analyse kapitlet

## IMPLEMENTERING

---

Figur 19 viser hvordan inndata til SEKPA angis, her vises inndata til analyse 3\_1 fra Analyse kapitlet.

Jordprofilets sirkulære egenfrekvens beregnes også av SEKPA og skrives i resultat-variabelen  $w$ .

Det er essensielt å legge inn et lagskille i enden på en eventuelt flytende pel for at skriptet skal fungere.

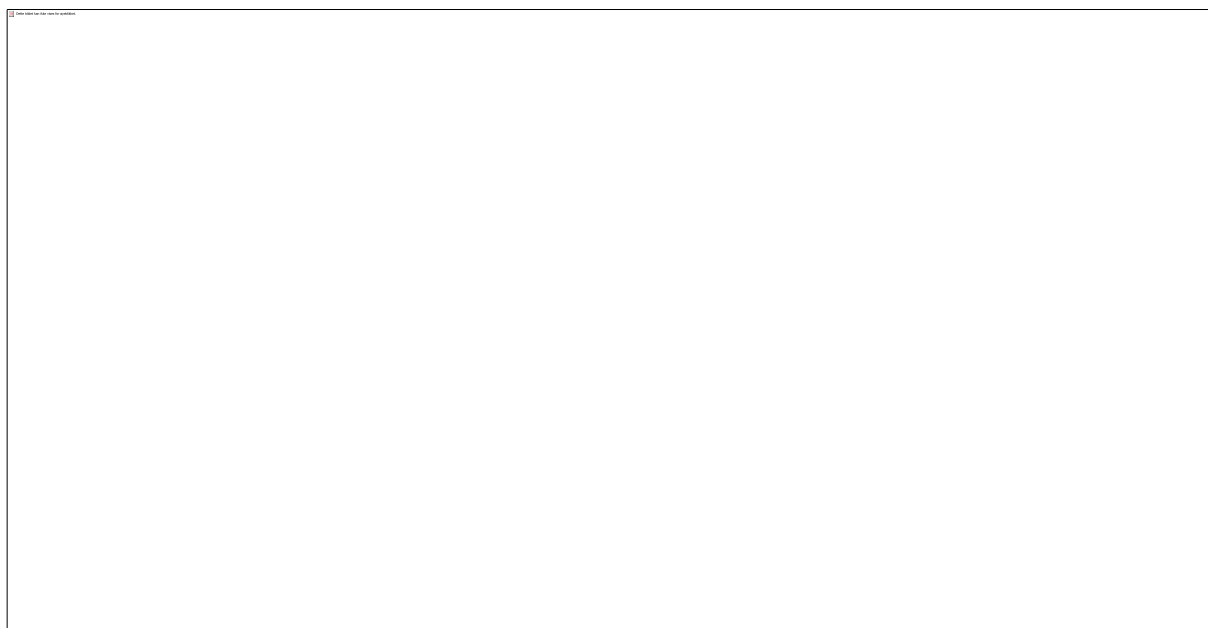
Undertegnede tar selvkritikk for lite effektive algoritmer i programmet. SEKPA anvender Matlab's Symbolic Toolbox som gjør at analyser med mange lagdelinger kan være tidkrevende.

## 6 ANALYSE OG RESULTAT

Her vil SEKPA, basert på Dezi et al.(5) sin statisk ekvivalente tilnærming, sammenlignes med resultater fra etablerte tilnærminger for henholdsvis grunnresponsanalyse og beregning av kinematiske krefter. Først vil egenfrekvenser utregnet i SEKPA sammenlignes med egenfrekvenser utregnet i grunnresponsprogrammet eduSHAKE. Elementmetodeprogrammet OpenSeesPl benyttes for å bedømme presisjon til Dezi sin forenklete metode med hensyn på kinematisk respons. Standardiserte kurver presentert av Kavvadas og Gazetas brukes til slutt for å få en «ekstern» evaluering av den kinematiske responsen beregnet med SEKPA.

Underveis i kapitlet vil det gis kommentarer til de ulike resultatene, diskusjonen vil primært skje i kapittel 7.

Fire ulike jordprofiler ble valgt for sammenligning med eduSHAKE og OpenSeesPl. Pelene i jordprofil A og B er spissbærende på berggrunnen, mens pelene i jordprofil C og D er svevende friksjonspeler. Alle pelene blir fastholdt mot rotasjon i toppen. Jordens dynamiske egenskaper angis i Tabell 1



Figur 20. Skisse av de ulike jordprofilene. Pelens diameter = 0,2m,  $E_p = 200\text{GPa}$ ,

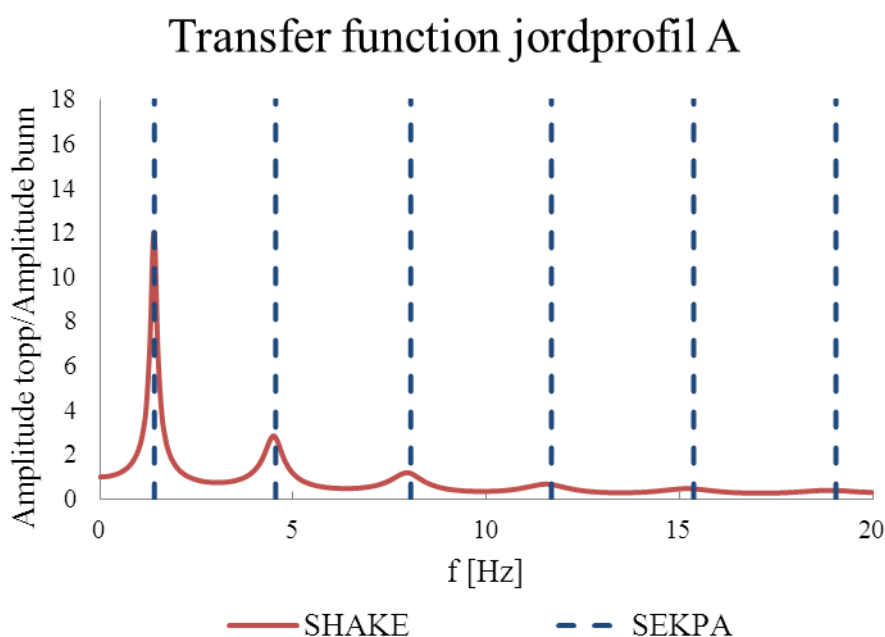
Analysene ble gjort på en pel med diameter 0,2m og stivhet  $E = 200\text{GPa}$ . Jordprofilets totale demping settes lik 5% ;  $\xi = 5\%$ , og poissons ratio sett til 0.4 ;  $\nu = 0,4$ .

Tabell 1. Jordens dynamiske egenskaper

Jordprofil	$G_1[\text{MPa}]$	$\rho_1[\text{kg/m}^3]$	$h_1 [\text{m}]$	$G_2[\text{MPa}]$	$\rho_2[\text{kg/m}^3]$	$h_2[\text{m}]$	$G_3[\text{MPa}]$	$\rho_3[\text{kg/m}^3]$	$h_3[\text{m}]$	L[m]
A	162	1800	5	18	1800	13	-	-	-	18
B	18	1800	10	180	2000	5	-	-	-	15
C	15	1500	10	45	1800	10	135	2000	10	25
D	15	1500	10	162	1800	10	40.5	1800	10	25

## 6.1 EDU SHAKE

EduSHAKE er en demonstrasjonsutgave av grunnresponsprogrammet proSHAKE. ProSHAKE utfører 1D grunnrespons-analyser etter teori utviklet av Schnable (22). For å estimere jordens fri-felt bevegelse finner ProSHAKE først jordprofilens *transfer function*. En *transfer function* angir forholdet mellom to bevegelser i jordprofilen, i frekvens domenet. Lokale maksima i transfer funksjonen angir fri-feltets egenfrekvenser. Transfer funksjonen til jordprofil A fra ProSHAKE er plottet i Figur 21, samme plott viser også egenfrekvensen utregnet med SEKPA. Egenfrekvensene fra SEKPA kan samtidig leses i Tabell 2



Figur 21. Transfer funksjonen fra SHAKE med egenfrekvenser fra SEKPA. Verdi på egenfrekvens beregnet med SEKPA er gitt Tabell 2.

Tabell 2. Egenfrekvens beregnet med SEKPA

Jordprofil\Egenfrekvens	1.	2.	3.	4.	5.	6
A	1.41 Hz	4.55 Hz	8.05 Hz	11.69 Hz	15.37 Hz	19.06 Hz

Transfer funksjon-plottene inkludert egenfrekvenser fra SEKPA for de de øvrige jordprofilene vises i Appendiks D

### 6.1.1 KOMMENTAR

Transfer funksjons-plottene, viser en god overenstemmelse med utregnede egenfrekvenser i SEKPA. God overenstemmelsen viser at Dezi et al (5) sin fremgangsmåte gir gode estimater for fri-feltets egenfrekvenser. Egenfrekvensene fra SEKPA er som forventet marginalt høyere enn egenfrekvensene fra ProSHAKE. ProSHAKE betrakter et dempet jordprofil, mens

SEKPA. betrakteren udempet jordsøyle. Et dempet system vil ha en marginalt lavere egenfrekvens enn et tilsvarende ikke dempet system (20) Transfer funksjonen fra ProSHAKE viser også hvordan jorden første svingemode vil være domminerede for jordens oppførsel i jordprofil A.

## 6.2 OPENSEESPL

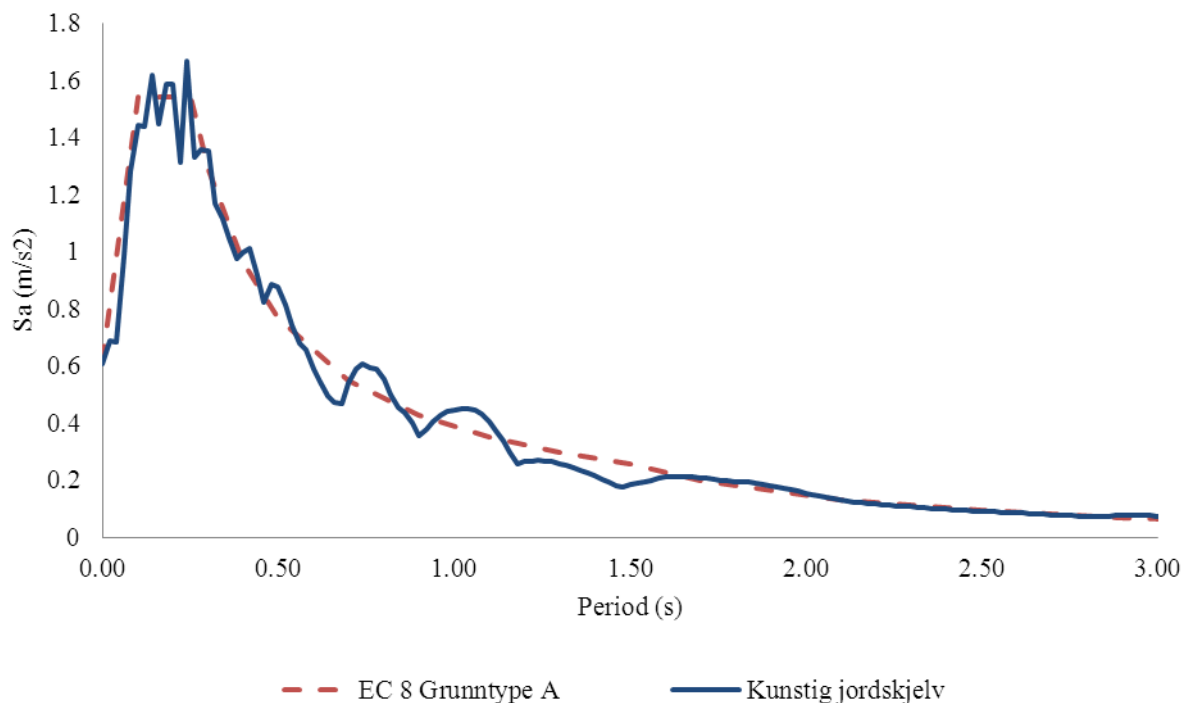
OpenSeesPl er en grafisk *interface* for 3D element analyser som bruker OpenSees Finite Element sitt beregningsrammeverk. Programmet er utviklet av Lu, Yang og Elgamal ved University of California. Med sitt sentrerende mesh og sine forhåndsdefinerte analyser er OpenSeesPl et program skreddersydd for å studere en pels dynamiske påkjenninger (23). I denne oppgaven benyttes programmets «Base Shaking» funksjon for å analysere pelens kinematiske respons. Programmet er fritt tilgjengelig på <http://www.soilquake.net/openseespl/> ( 26.5.2013).

### 6.2.1 EKSITASJON

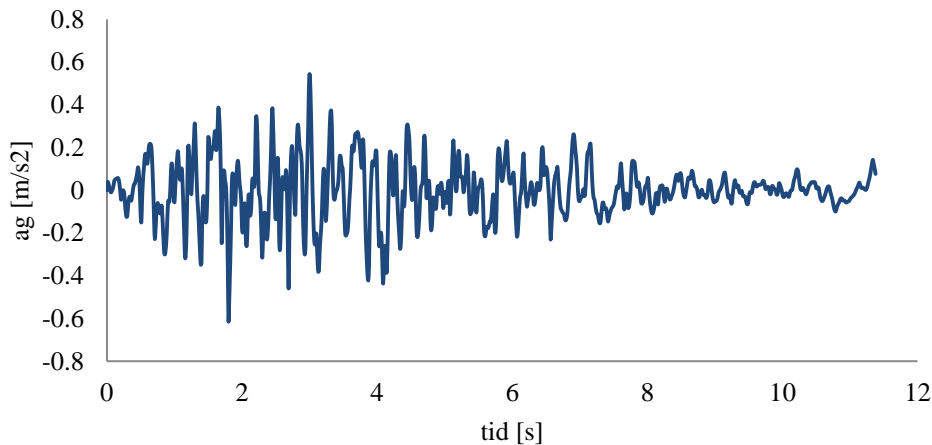
Berggrunnen gis en eksitasjon som, i stor grad samsvarer med responspektrum til grunntype A i EC8-1(1), med styrke i henhold til Tabell 3. En kunstig tidsserie ble bruk i OpenSeesPL, tidshistorien er plottet i Figur 23. Analysene gjøres med eksitasjon kun i en retning.

Tabell 3-Skjelvets styrke

Eksitasjon	$a_{gR}$ [m/s <sup>2</sup> ]	Seismisk faktor, $\gamma_l$
inndata	0.44	1.4



Figur 22. Responspektrum til grunntype A med  $a_g=0,44$  og  $\gamma_l=1,4$  og responspektrumet til det kunstige skjelvet plottet i figur23.



Figur 23. Tidshistorie til kunstig skjelv

### 6.2.2 MODELLERING OPENSEESPL

Jorden ble modellert med konstant skjærstivhet ved å sette trykk avhengighetskoeffisient lik 0. For en lineær oppførsel ble jorden modellert elastisk-perfekt-plastisk med en meget høy flyteskjærspenning. Ønsker leser mer informasjon om valg av jordmodell, henvises det til Appendiks E.

Pelefundamentet i jordprofil A og B som i utgangspunktet er spissbærende peler, ble i OpenSeesPl modellert som flytende peler, med et 50 cm tykt jordsikt under pelen. Jordsjiktet under pelen ga pelen rotasjonsfrihet i enden. Det ble ikke benyttet en «interface» rundt pelen under analysene.

Analysenes demping ble modellert som Rayleigh demping. Jordprofilets som 1. og 2. egenfrekvens ble brukt til å definere Rayleigh kurven. Pelen ble ikke gitt egendemping

### 6.2.3 MESH OPENSEESPL

Kontrollanalyse av pelen modellert med 8 noders elementer viste at pelen i stor grad oppførte seg i henhold til lineær bjelketeori selv med relativt store elementer. Kontroll av deformasjonsfriheten til pelen kan lese i appendiks F.

Det ble også gjort en enkel mesh-sensitivitetsanalyse på pelefundamentet i jordprofil A for se hvordan pelens kinematiske respons var avhengig av meshet under seismisk eksitasjon. På grunn av den store kapasiteten en 3D element analyse krever, ble kun meshet rundt jordens lag-skillert forandret i sensitivitetsanalysen. Mesh-sensitivitetsanalysen viste at responsen varierte med 5%, om enten det «grove» eller «fine» mesh ble brukt. Med sensitivitetsanalysen som argument ble det bestemt at de resterende analysene kunne modelleres med et grovt mesh. Mesh-sensitivitets analysen kan lese i appendiks F.

Beslutningen om å kjøre analysene av pel B,C,D med et grovt mesh skyldtes de hyppige problemene som oppstod når datamaskinen skulle kjøre de meget ressurs krevende analysene.

## ANALYSE OG RESULTAT

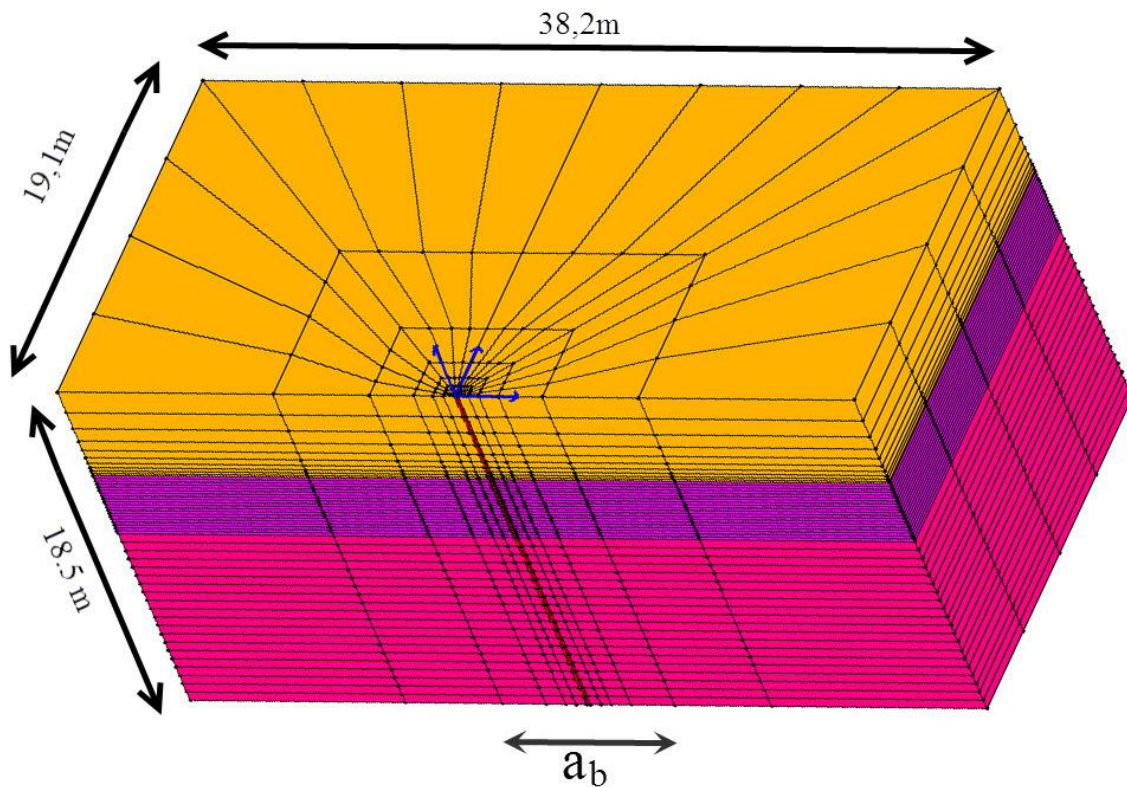
Pelen i jordprofil A var den av eneste analysen som ble gjort med et finere mesh rundt lagdelingen. De nederste 10 meterne av jordprofil A ble i likhet med de andre analysene modellert med 50 cm høye elementer, se Figur 24. Oversikt over meshet brukt i de ulike analysene er gitt i Tabell 4:

Tabell 4. Meshets tetthet for de ulike jordprofilene inkludert pel

Jord profil	Radielle skiver	Radielle lag	Vertikal tetthet
A	32	7	0.2 m (lagskille)/0.5m
B	32	7	0.5m
C	32	5	0.5 m
D	32	7	0.5 m

På grunn av symmetrisk geometrien ble analysene gjort med halvt mesh, parallelt med eksitasjonen.

Analysene i OpenSeesPl ble utført med en rigid berggrunn og meshets ytterkantene følger frifeltets bevegelse.

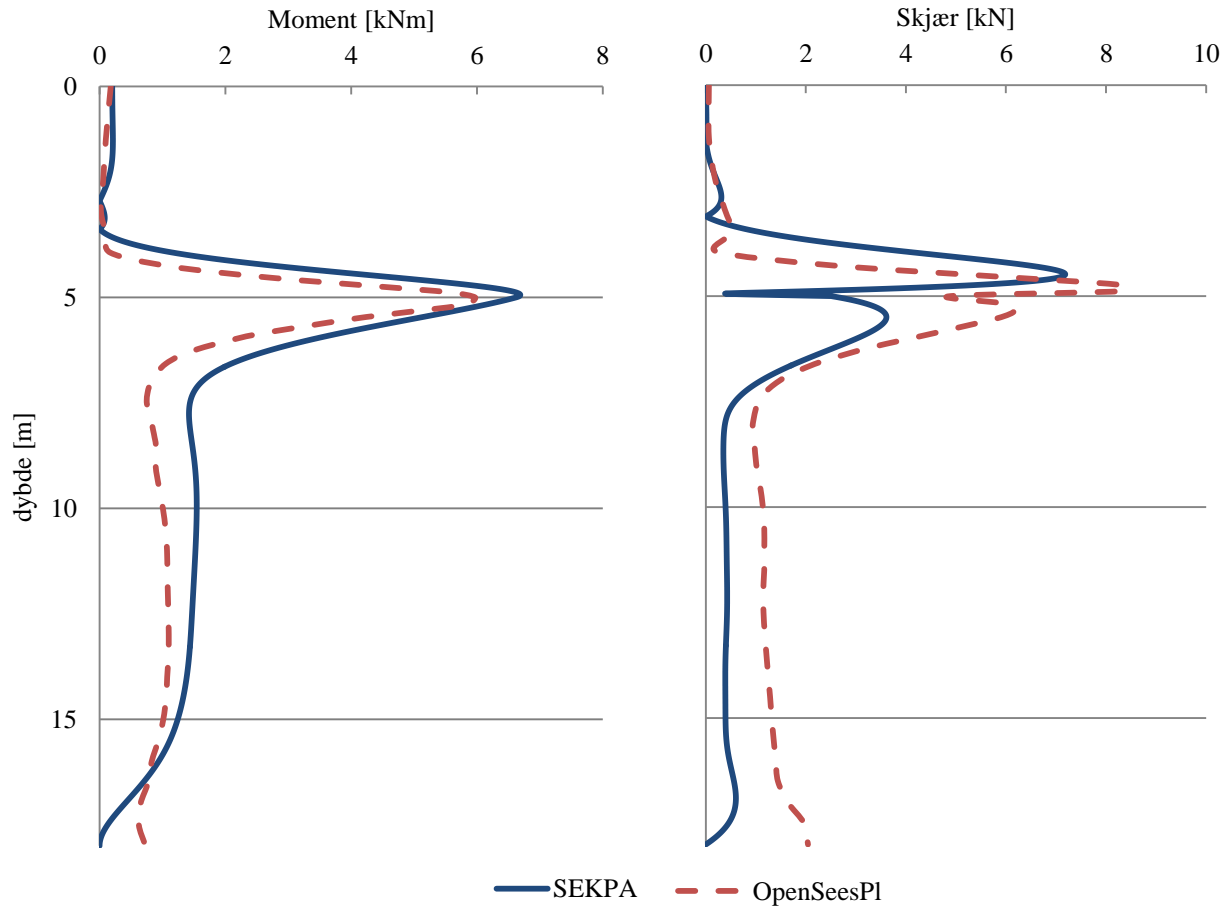


Figur 24. Meshet brukt for analyse av pelen i jordprofil A

### 6.2.4 RESULTAT OG KOMMENTARER:

#### 6.2.4.1 JORDPROFIL A





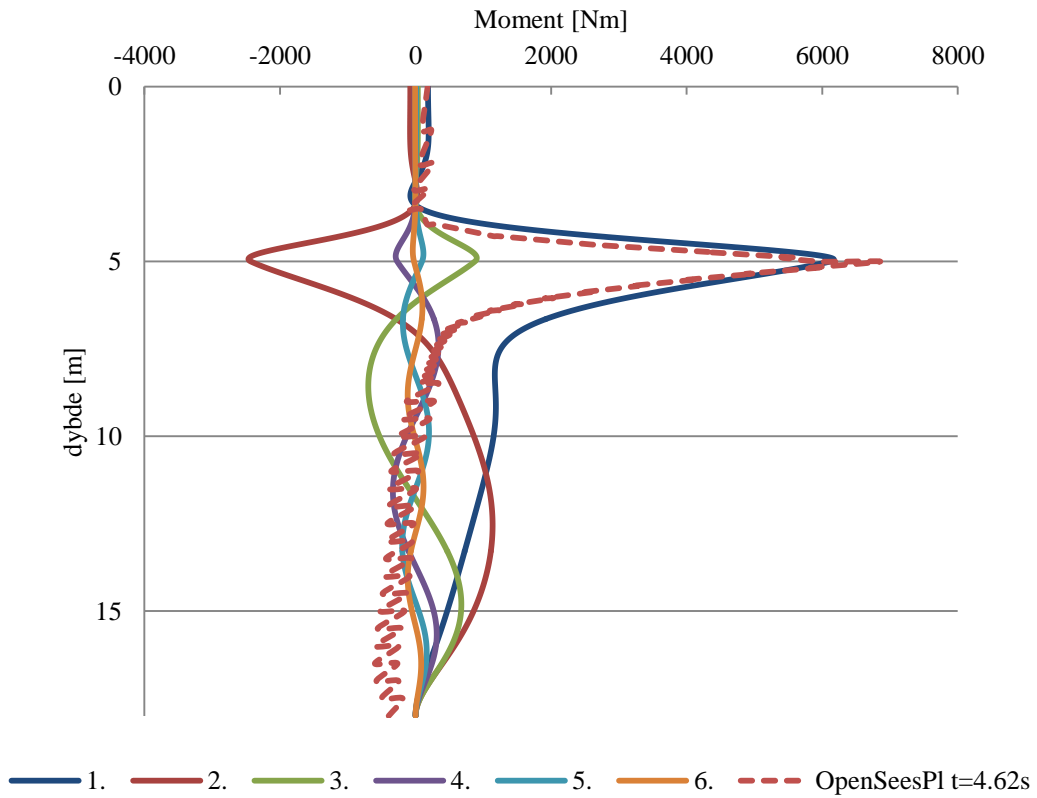
Figur 25. Omhyllingskurve av pelens kinematiske respons for pelefundament i jordprofil A

Figur 25 viser en god overenstemmelse for pelens kinematiske respons beregnet i SEKPA og OpenSeesPI for jordprofil A.

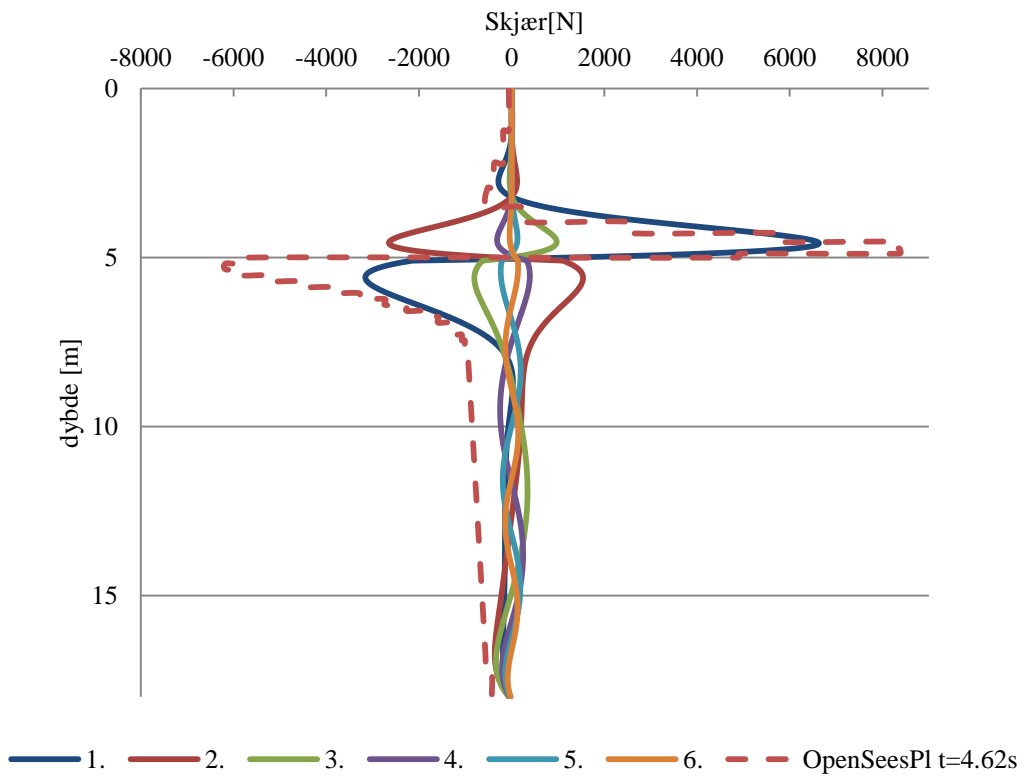
Skjærkurven og momentkurven fra SEKPA er avledet fra bjelkens differensialligning. Omhyllingskurvene fra OpenSees derimot er basert på maksimal respons for ulike steder i pelen, gjennom hele tidshistorien til skjelvet.

Med pelens differensialligning som bakgrunn for omhyllingskurven fra SEKPA, er det forventet at skjærkraften skal konvergere mot null ved maksimalt moment. Årsaken til dette avviket i Figur 25, er at pelens maksimale moment oppstår på litt ulike steder rundt lagdelingen, for alle de ulike svingemodene.

Pelens statisk ekvivalente respons for fri-feltets ulike svingemoder er plottet sammen med maksimalt moment og skjær fra OpenSees i Figur 26 og Figur 27.



Figur 26. Pelens statistisk ekvivalente moment for ulike orden av fri-feltets svingemoder, inkludert plott fra OpenSeesPI med pelens maksimale moment (t=4.61 s)



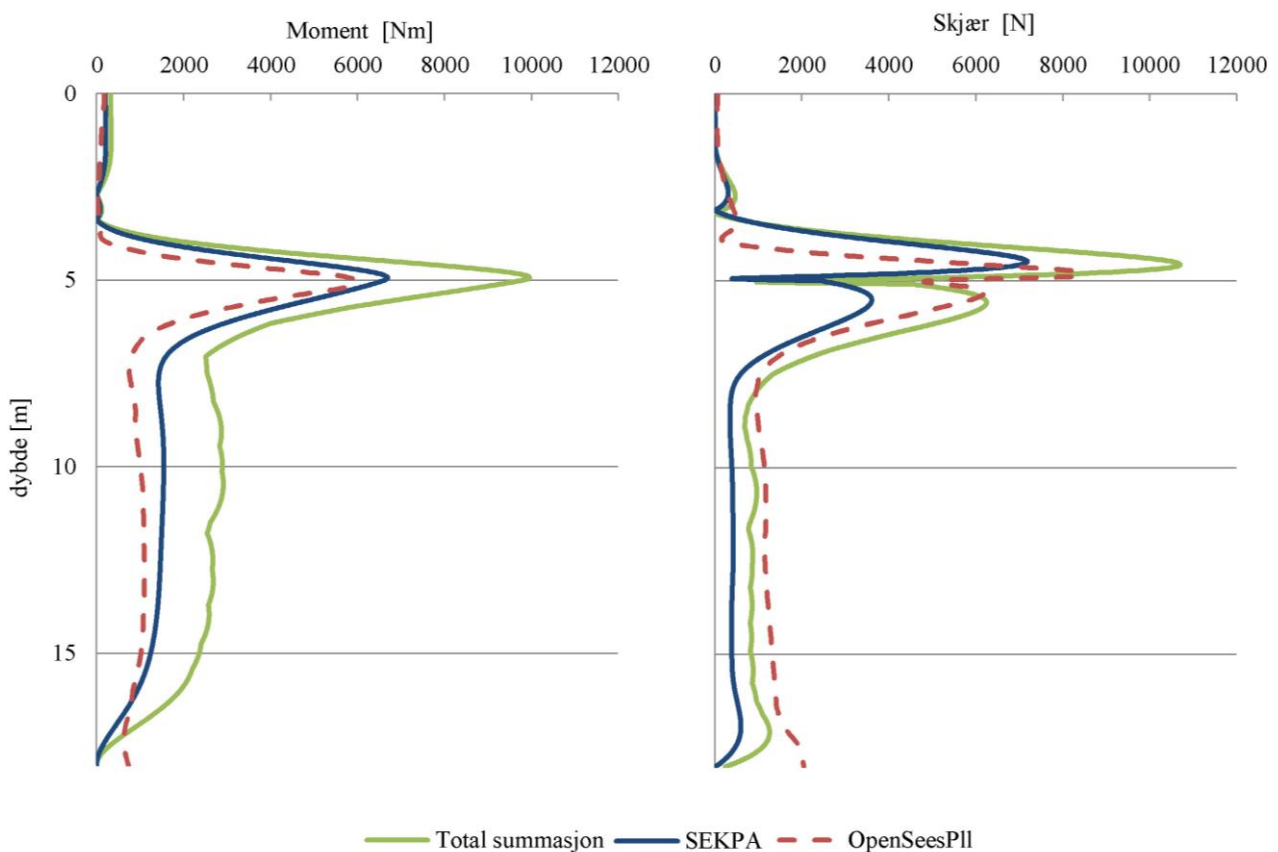
Figur 27. Pelens statistisk ekvivalente skjær for ulike orden av fri-feltets svingemoder, inkludert plott fra OpenSeesPI med pelens maksimale skjær (t=4.61 s)

## ANALYSE OG RESULTAT

Som Figur 26 og Figur 27 viser vil pelens statisk ekvivalente respons for jordens første svingemode langt på vei være et godt estimat for pelens maksimale respons. Dezi et al(5) sier at pelens kinematiske moment, med god nøyaktighet, kan beregnes ved kun å betrakte pelens respons for jordprofilets første svingemode.

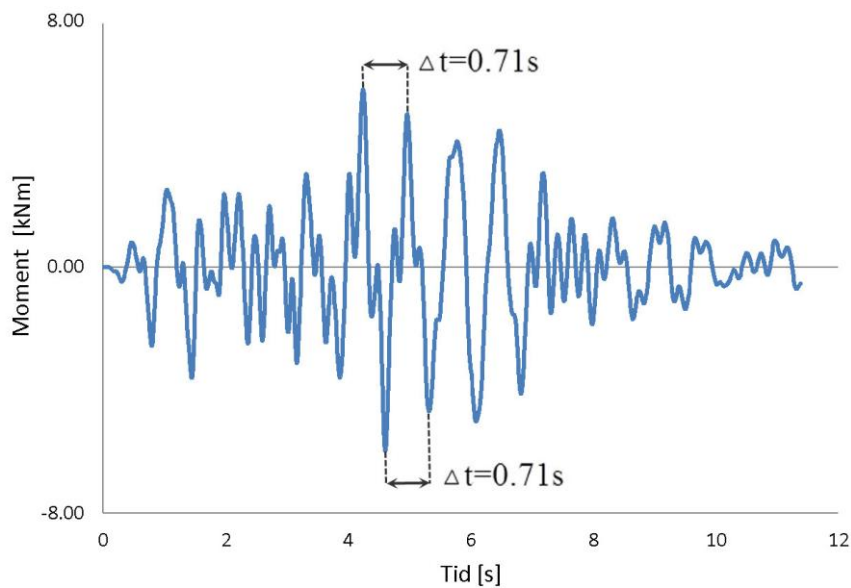
For den statisk ekvivalente responsen til de enkelte svingemodene vil som forventet alle skjærkurvene konvergere mot null ved tilhørende maksimalt moment. Samme respons avhengighet kan ses fra OpenSeesPI, ved dens maksimale respons etter 4.62 sekunder.

Figur 28 viser pelens statisk ekvivalente respons hvis pelens kinematiske respons hadde vært kombinert ved absolutt summasjon. En absolutt kombinasjon ville vært meget konservativt da det er lite sannsynlig at de ulike svingemodene fremkaller maksimal respons samtidig. Samme plott viser også omhyllingskurven fra SEKPA, hvor respons for de ulike svingemodene kombineres ved CQC, samt omhyllingskurven fra OpenSeesPI.



**Figur 28. Omhyllingskurvene for summasjon av pelens, statisk ekvivalente, respons for alle svingemodene, samt omhyllingskurven fra SEKPA og OpenSeesPI.**

Tidshistorien til pelens moment jordprofilest lagdeling ved 5 m , er plottet i Figur 29.



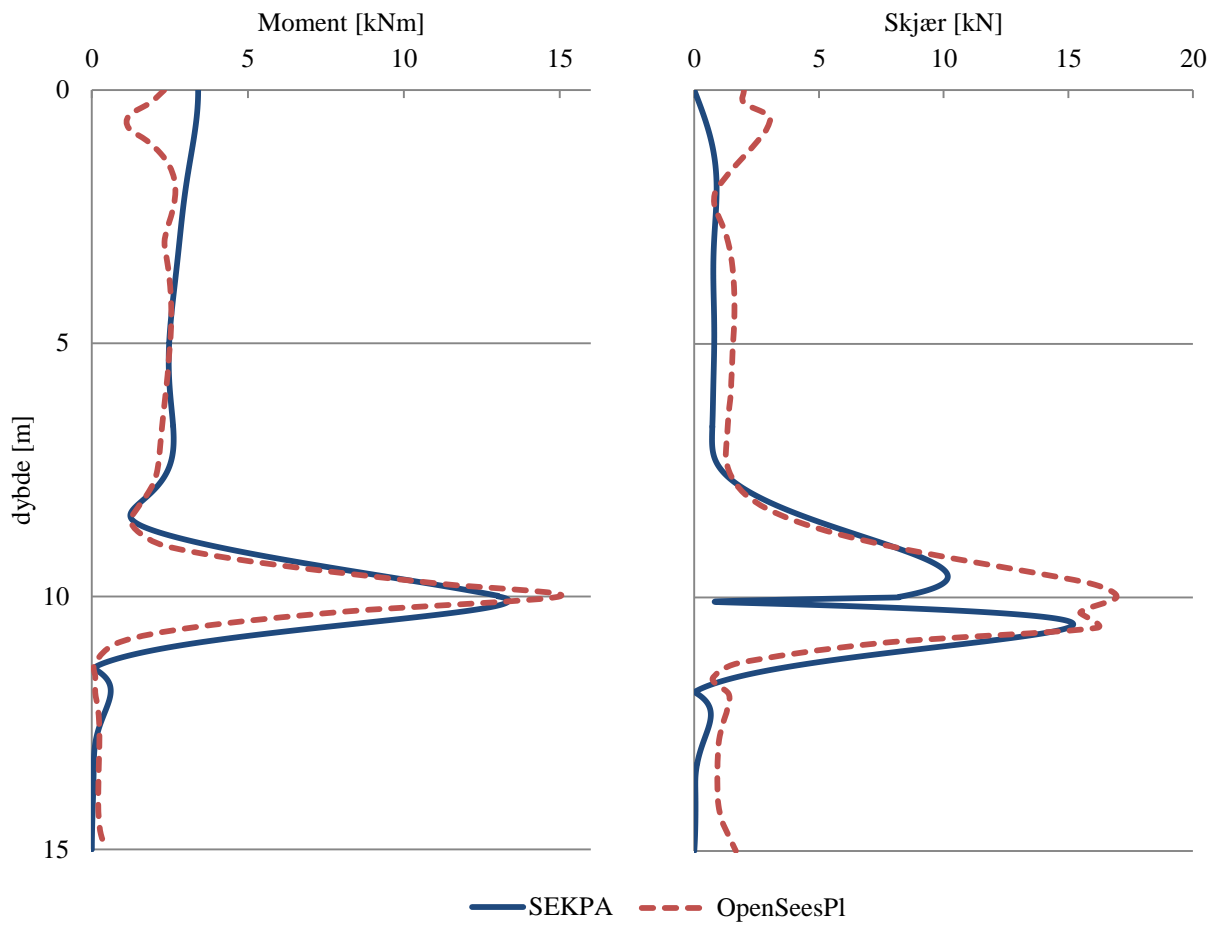
**Figur 29. Tidshistorie for pelens moment ved 5 meter fra OpenSeesPI**

Pelens moment tidshistorien fra OpenSeesPI har et maksimum som svinger med jordprofilets første egenperiode, 0,71s.

### 6.2.4.2 ØVRIGE JORDPROFIL

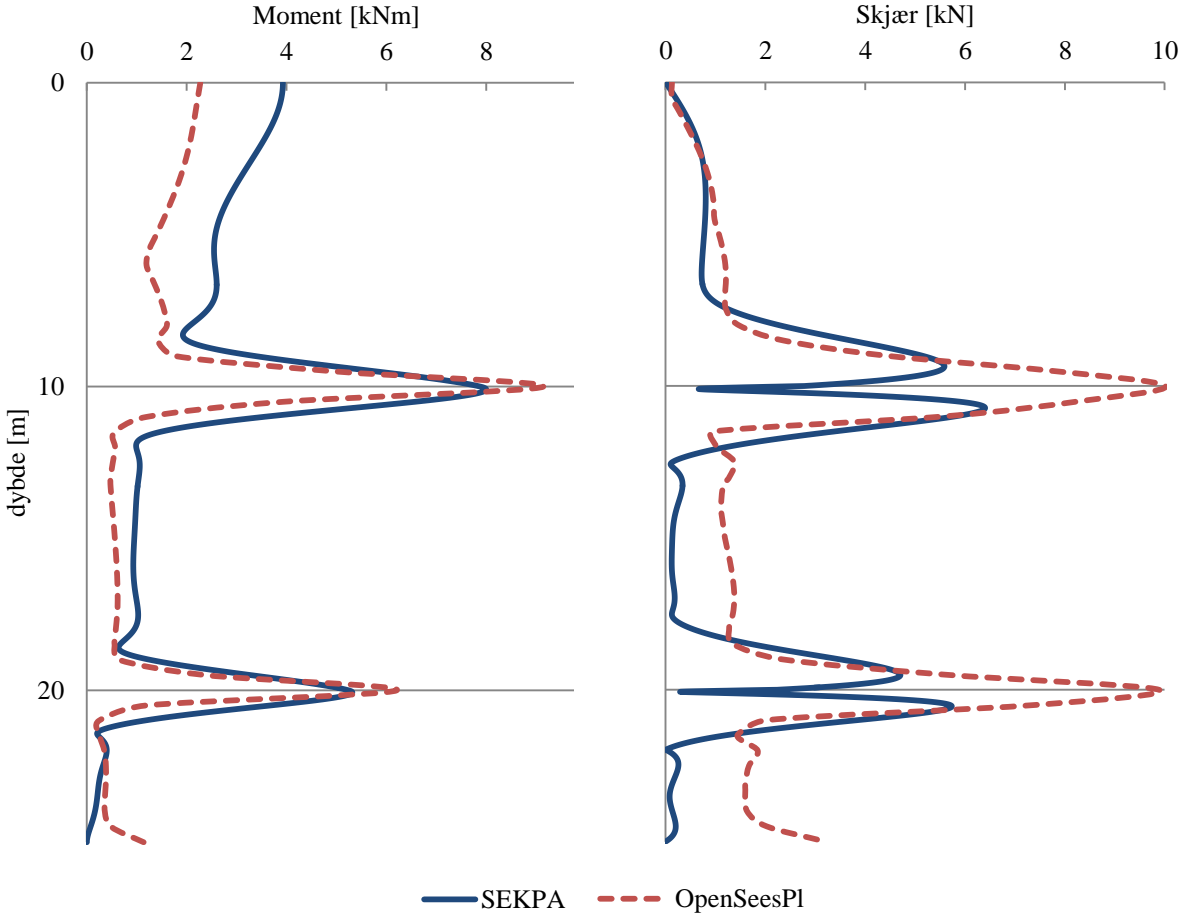
Analysene av de øvrige jordprofilene blir ikke behandlet lik grundig. Figur 30-Figur 32 viser omhyllstringskurven til de ulike pelene i jordprofil B, C og D.

Jordprofil B)



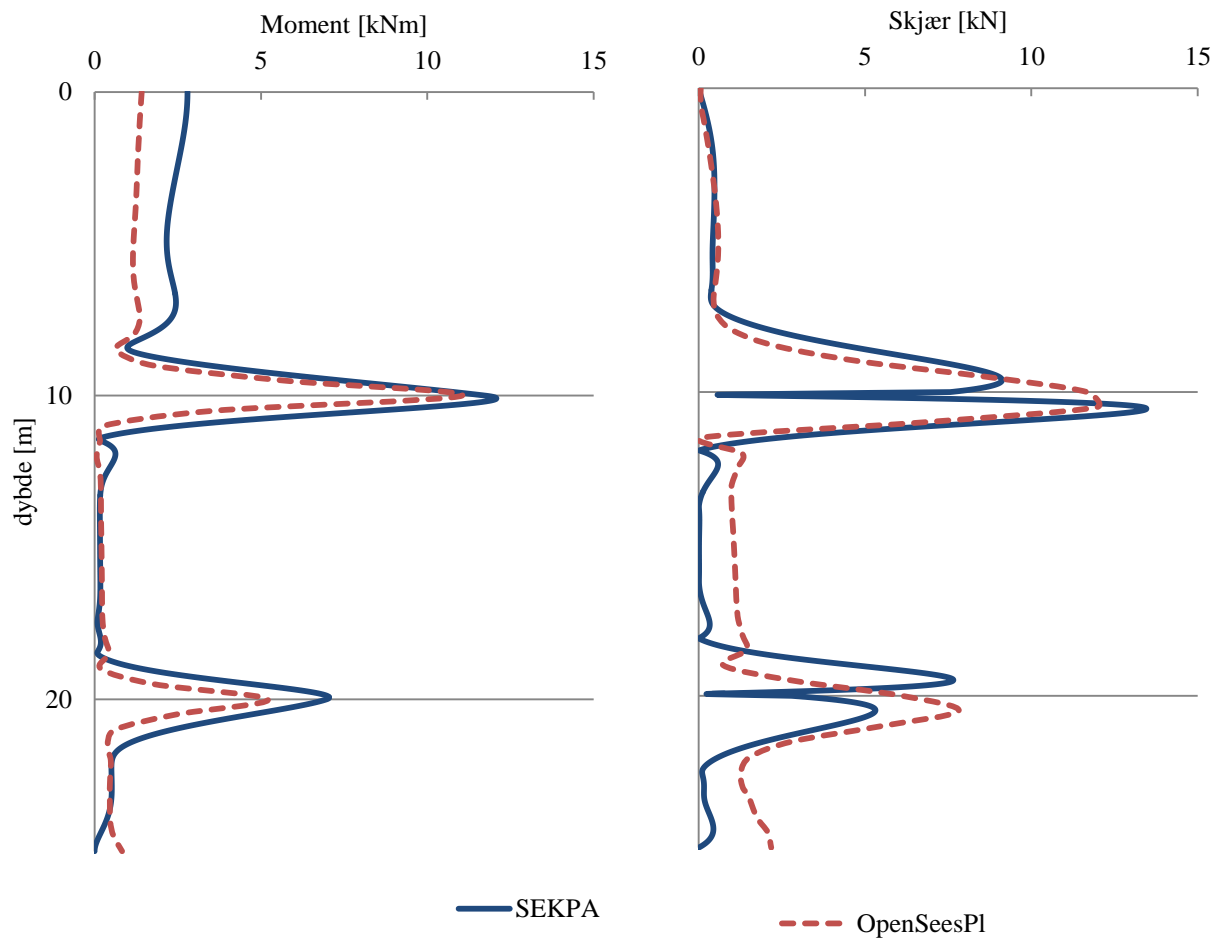
Figur 30. Moment- og skjær-omhyllingskurvene for pelefundamentet i jordprofil B

Jordprofil C)



Figur 31. Moment- og skjær-omhyllingskurve for pelefundamentet i jordprofil C

## Jordprofil D )

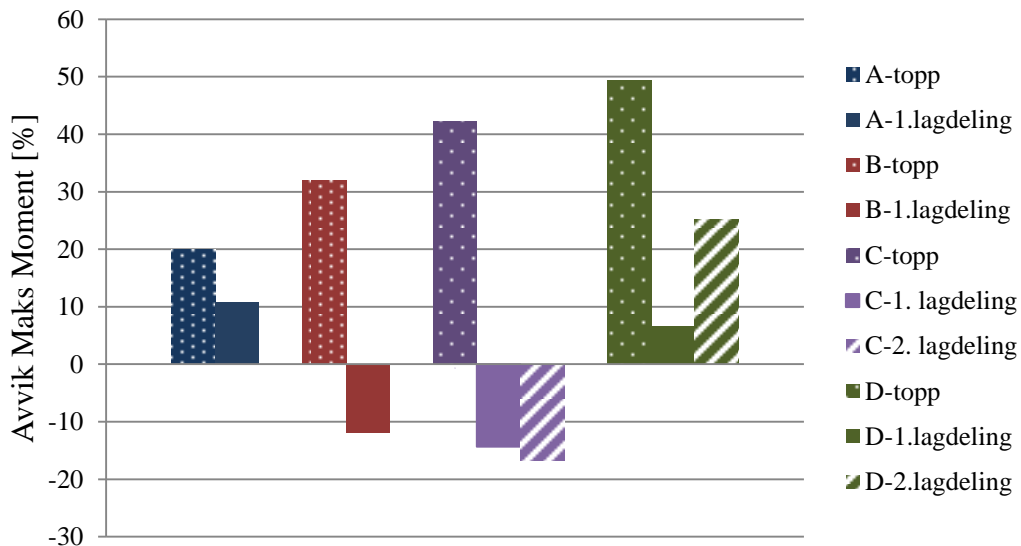


Figur 32. Moment- og skjær-omhyllingskurve for pelefundamentet i jordprofil D

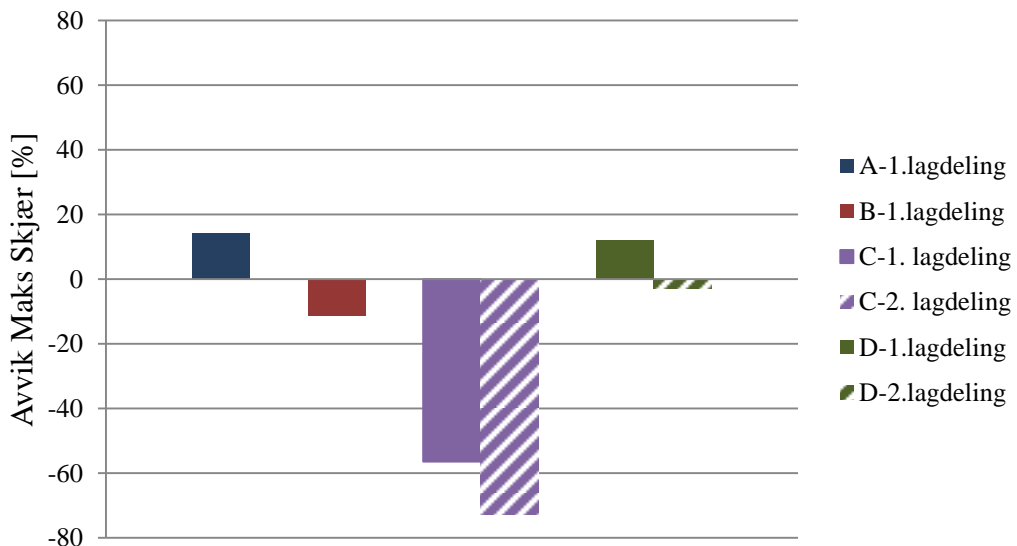
Skjærkraftens konvergens og skifte av fortegn kommer i motsetning til i Figur 27 ikke til syne i omhyllingskurvene fra OpenSeesPI for jordprofil B,C og D, da disse analysene ble utført med et grovere mesh.

Det kan observeres et betydelig avvik mellom beregnet skjærkraft fra OpenSees og SEKPA i pelefundament C. Samtidig som avviket er størst for pelefundamentet C er dette også den jordprofilen som ble meshet med færrest radielle elementer.

Avvik mellom pelens respons utregnet med SEKPA og OpenSeesPL, med OpenSeesPI som utgangspunkt vises i Figur 33 og Figur 34



Figur 33. Avvik maksimalt moment mellom resultater fra SEKPA og OpenSeesPl, for pelens topp, 1. lagskille og 2.lagskille i jordprofil A,B,C,D



Figur 34. Avvik maksimalt skjær mellom resultater fra SEKPA og OpenSeesPl. For pelens 1.lag-skille og 2.lag-skille i jordprofil A,B,C,D

### 6.2.5 GENERELLE KOMMENTARER

I etterkant er det tydelig at analysene i SEKPA burde vært utført med responspektrumet til den kunstige tidshistorien for en mer nøyaktig sammenligning. Det forventes imidlertid at ulikheten mellom responspektrumene ikke vil gi noe betydelig forskjell for pelens respons.

For å minimere effekten av randbetingelsene i ytterkant av modellen burde analysene vært modellert med et utvidet volum.

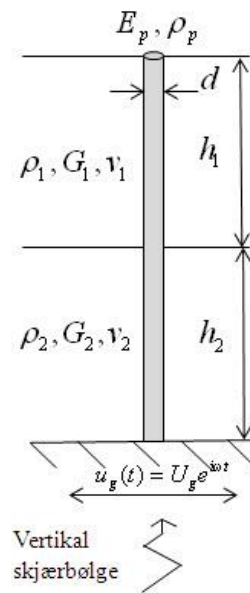


Resultatene fra OpenSees indikerer at pelen på et tidspunkt blir utsatt for skjær og moment i bunnen. En slik påvirkning klarer ikke en Winkler betraktning, som Dezi sin tilnærming å favne.

## 6.3 NORMALISERTE KURVER

Kavvadas og Gazetas (13), herunder referert til kun som Kavvadas, har lagd normaliserte skjær- og moment omhyllingskurver basert på Blaney et al(8) sin element metode formulering. Kurvene er laget for fritt roterende spissbærende-peler i jordprofiler med to like mektige jordlag. Forhold mellom skjærhastighet i de ulike lagene samt forhold mellom pelens lengde og diameter gir opphav til ulike kurver. Grunnen eksiteres ved en harmonisk forskyvning  $u_g(t)$ , som følger jordprofilets første egenfrekvens  $\omega_1$ :

$$u_g(t) = U_g e^{i\omega_1 t} \quad (4.46)$$



Figur 35. Spissbærende pel med et fritt roterende hode, i lagdelt jord.

Moment og skjærkrefter er normalisert som med hensyn på pelens densitet,  $\rho_p$ , og diameter,  $d$ , samt maksimal akselerasjon i grunnen  $\ddot{U}_b$ :

$$\hat{M} = \frac{M}{\rho_p d^4 \ddot{U}_b} \quad (4.47)$$

$$\hat{V} = \frac{V}{\rho_p d^3 \ddot{U}_b} \quad (4.48)$$

### 6.3.1 INNDATA

Det ble betraktet to peler med ulikt lengde-diameter forhold. Pel i jordprofil 2\_1 er 40 ganger lenger enn den er «bred», pel 2\_2 er 20 ganger lenger enn den er bred. Forholdet mellom skjærhastighet i begge jordprofilene er 3. Jorden demping ble, som hos Kavvadas(13) satt til

## ANALYSE OG RESULTAT

10%. Pelen ble i forsøket til Kavvadas(13) ble modellert som en Euler-bjelke, uten demping. Jordens og pelens parametere er gitt i Tabell 5.

**Tabell 5. Parameter for pel med parametere for tilhørende jordprofil.**

Pel	$h_1=h_2$ [m]	$\rho_1=\rho_2$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$V_1$ [m/s]	$V_2$ [m/s]	$E_p$ [GPa]	$d$ [m]	$\rho_p$ [kg/m <sup>3</sup> ]
2_1	15	1800	100	300	25,2	0.75	2880
2_2	20	1800	100	300	25,2	2	2880

Berggrunnen gis en akselerasjon lik,  $\ddot{U}_g = 0.616m / s^2$ .

### 6.3.2 FREMGANGSMÅTE

For å gjøre tilsvarende analyse som Kavvadas(13) med SEKPA, må følgende punkt gjøres:

1. Identifisere første egenfrekvens til jordprofilen.
2. Lage en tidsserie for den harmoniske forskyvningen som oscillerer med jordprofilens første egenfrekvens.
3. Beregne responspektrum for tidsserien laget i steg 2
4. Forandre randbetingelsen for pelens deformasjon i SEKPA til frirotasjon i toppen.
5. Analysen kan så kjøres med responspektrumet fra steg 3.

#### Punkt 1

Jordprofilens egenfrekvens beregnes etter Dezi sin kontinuerlige metode. Profilenes sirkulære egenfrekvens vil være:

**Tabell 6-Sirkulær egenfrekvens for jordprofil 2\_1 og 2\_2**

Jordprofil	$\omega_1$ [rad/sek]	Egenperiode, T
2_1	9,36	0,67s
2_2	7,02	0,24s

#### Punkt 2

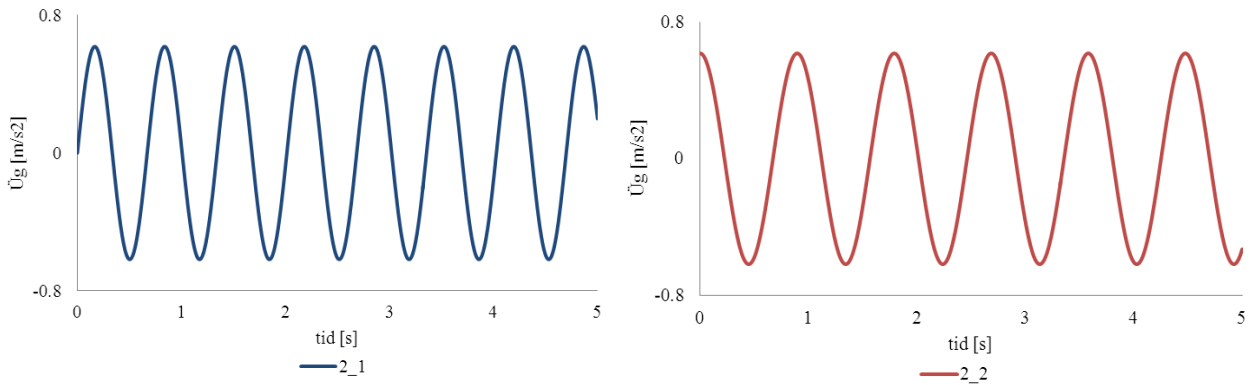
Grunnens forskyvning beskrives ved ligning (4.46) kan skrives:

$$\ddot{u}_g(t) = \omega_1^2 U_g \sin(\omega_1 t) \quad (4.49)$$

grunnens akselerasjon vil da være:

$$\ddot{u}_g(t) = \omega_1^2 U_g \sin(\omega_1 t) \quad (4.50)$$

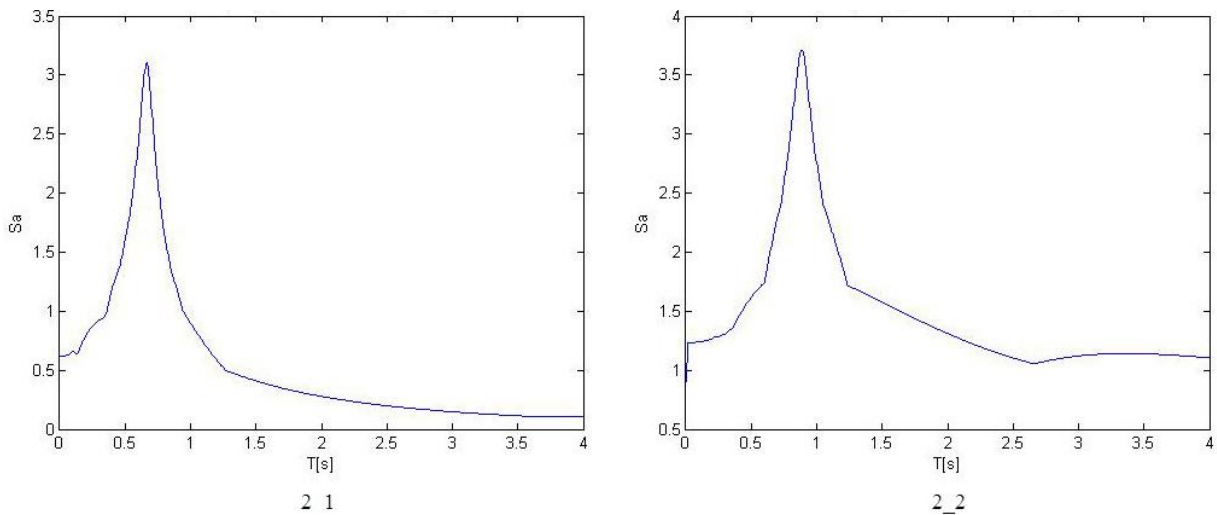
Et utsnitt av tidsserien til jordprofil 2\_1 og 2\_2 kan ses i Figur 36. For en harmonisk svingning som Kavvadas(13) analyserte, er det viktig å ha en tilstrekkelig lang tidshistorie for å oppnå jordens «likevekts» svingning.



**Figur 36. Tidsserie for eksitasjon av jordprofil 2\_1 og 2\_2.**

### Punkt3

Responspektrumet til tidsseriene ble lagd ved å gjøre en Newmark Integrasjon med 10% demping. Responspektrumet for jordprofil 2\_1 og 2\_2 er plottet i Figur 37



**Figur 37- Pseudo-akselerasjonsspekter for jordprofil 2\_1 og 2\_2**

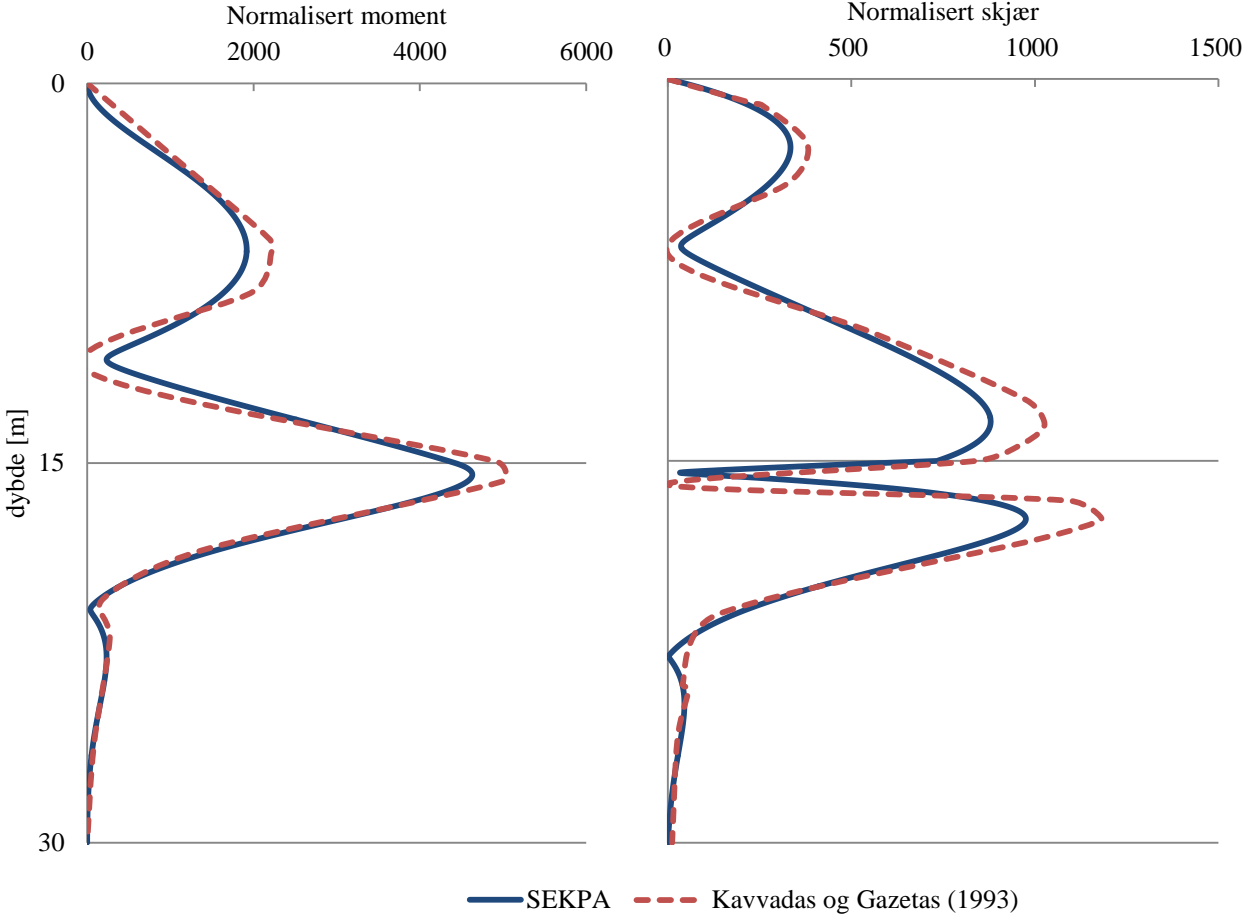
### Punkt4

For å analysere en pel med fri-rotasjon i toppen, må randbetingelsene til pelen skrives om i SEKPA som nevnt i ligning(4.39).

### 6.3.3 RESULTAT

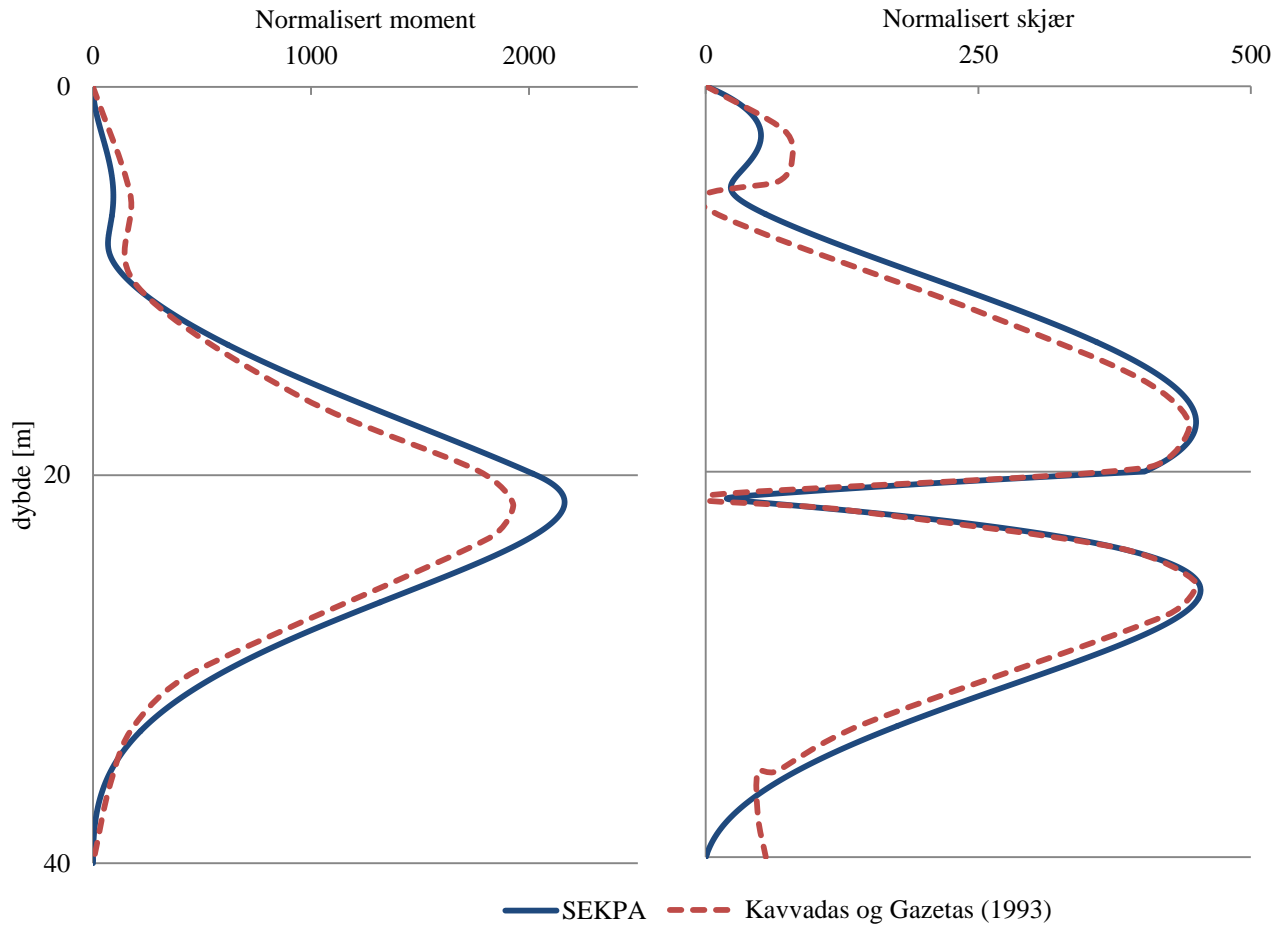
Sammenligningen mellom omhyllingskurvene vises i Figur 38 og Figur 39.

2\_1)



Figur 38. Sammenligning av resultater for pel 2\_1. Plottet fra Kavvadas er avlest fra graf

2\_2 )



Figur 39.Sammenligning av resultater for pel 2\_2. Plottet fra Kavvadas er avlest fra graf

Resultatene fra Kavvadas vil ikke vær helt nøyaktige da disse er lest av fra graf. Avviket mellom plottene vil forøvrig være:

Tabell 7-Avvik

Tilfelle/Avvik	Maksima moment	1. maksima skjær	2. maksima skjær
2_1	~-8%	~-21%	~-14%
2_2	~11%	~1%	~1%

6.3.4KOMMENTARER

Resultatene viser en generelt god overenstemmelse mellom resultatene fra Kavvadas og Dezi et al(5) sin forenklete metode. Den modifiserte utgaven av SEKPA underestimerte maksimalt moment og skjær til den slankeste pelen, 2\_1. Moment og skjær til pel 2\_2 ble derimot overestimert.

## 7 DISKUSJON

Dezi et al(5) sin forenklete tilnærming får resultater i god overenstemmelser med beregningen utført med SHAKE, OpenSeesPl og av Kavvadas og Gazetas(13). Maksimale moment fra pelens kinematisk interaksjon med jorden bergens med avvik mindre enn 25 %. Beregning av maksimale moment i pelens topp samt beregning av skjær som følge av jordens seismiske bevegelse, beregnes derimot med et større avvik i forhold til analyser gjort i OpenSeesPl.

Skjær responsen til pel C indikere at den statisk-ekvivalente metoden har en dårlig evne til å berge maksimal skjærkraft i en pel. I lys av det gode samsvaret de andre analysene viser er det mulig å tro at det store avviket delvis skyldes bruk av et grovere mesh. Jordprofil C var eneste profilet som ble modellert med kun 5 radielle lag. Samtidig viser analyse gjort av Dezi med den forenklete tilnærmingen, at den statisk-ekvivalente tilnærming har en dårlig evne til å beregne skjærkrefter(5).

Samtidig som skjær responsen i pel C, ble underestimert av SEKPA med opptil 70 prosent, blir momentet kun underestimert med rundt 20 %. Dette tyder på at Dezi sin forenklete tilnærming kan være dårlig til å fange opp lokale forandringer i pelens respons. Et avvik av i pelens oppførsel blir forsterket for skjær kraften responsen fordi den avledes ved å derivere pelens moment.

En dårlig evaluering av pelens indre skjærkrefter vil i utgangspunktet ikke ha betydning da pelen uansett må dimensjoneres for å ta skjærkreftene fra overliggende konstruksjons treghetskrefter. Disse inertia-skjærkreften vil være mye større enn skjærkreftene fra den kinematiske interaksjonen.

Dezi et al. (5) har selv evaluert den statiske-ekvivalente metodens nøyaktighet ved å ta hensyn til henholdsvis en og to svingemoder. Resultatene fra sammenligningene gjort av Dezi(5), tilsier at den forenklete tilnærmingen primært gir ikke-konservative svar. Utrekningene gjort med SEKPA, og sammenlignet med element-beregninger, hvor jordens seks første svingemoder ble inkludert viser derimot en mer konservativ tendens. Ved å inkludere flere svingemoder i den statisk-ekvivalente tilnærmingen forventes det en mer konservativ beregning. Samtidig vises det at pelens statisk ekvivalente respons minker betraktelig med økende grad av svingemode.

En superponering av pelens kinematiske respons som tok hensyn til svingemodenes ulike faseforskyvning ville muligens gi et mer presist estimat for pelens respons eksitert med det kunstige skjelvet. En nøyaktig beregning av pelens respons for et spesifikt skjelv er forøvrig ikke målet med den forenklete tilnærmingen. Dynamisk element-beregning skal i henhold til EC8-1 gjøres for tre ulike tidsserier, for å ta hensyn til ulike faseforskyvning.. Med Deszi et al sin forenklete metode vil det ikke være behov for å gjøre mer en analyse da resultatet fra analysen er uavhengig av faseforskyvning. For å forsikre at det gjøres en konservativ beregning av bøyemomentet kan responsen fra alle svingemodene kombineres.

For analysene av jordprofil 2\_1 og 2\_2 hvor berggrunnen vibrerer i takt med jordprofilets første egenfrekvens, vil første svingemode være dominerende ved beregning av den kinematiske responsen. Det sammenfallende resultatet, sammenlignet med de normaliserte

## DISKUSJON

---

kurvene til Kavvdas og Gazetas(13), kan tyde på at Dezi et al. sin tilnærming gir relativt gode estimater for kinematisk moment for hver enkel svingemode. Underestimering av den myke pelen og overestimering av stive den pelens respons for den stive pelen kan tyde på at Winkler elementets fjærstivhet burde justeres for varierende lengde, diameter og stivhet som Kavvadas og Gazetas foreslår.

Evaluering av kinematisk moment i pelens topp anses som den forenklete metodens dårligste egenskap. Samtlige av pelene analysert her med SEKPA ga imidlertid et konservativt estimat i forhold til element beregningene. Så lange moment i toppen alltid blir beregnet konservativt vil det ikke være kritisk å bruke den forenklete tilnærmingen ved en eventuell forprosjektering. Dezi et al.(5) egen evaluering viser at momentet i pelens topp i enkelte tilfelle ble underestimert med opptil 35 % sin metode når to svingemoder ble evaluert.

Skjærkreftene samt moment i enden av pelen vil på lik linje med den kinematisk skjærkraft heller ikke være avgjørende for dimensjonering av en pel. Denne karakteristiske økningen av skjær og moment som analysene i OpenSeesPl viser, vil ikke kunne fanges opp med en ordinært Winkler tilnærming, men er heller ofte ikke av interesse for en ingeniør.

At egenfrekvensene, beregnet ved betraktning av jordsøylen stemmer så bra overens med egenfrekvensene fra SHAKE indikerer at tilnærming i stor grad fanger viktige sider av jordens dynamiske oppførsel. Plottet av momentets tidshistorie fra OpenSeesPL, med fri-feltet første egenperiode, er en ytterligere bekreftelse på den kinematiske responsens avhengighet av jordens første egenfrekvens.

Analysene utført presentert i denne rapporten er alle gjort med antagelsen om lineær jordoppførsel og med 5 eller 10 % demping av jorden. Jord er imidlertid et materiale med en sterk ikke lineær oppførsel. Lineær oppførsel kan kun forventes for skjærtøyningene mindre enn  $10^{-4}$  -  $10^{-5}$  avhengig av jord type.

EC8-5 krever for at kinematisk moment kun skal regnes ut for jordmaterialer med stor grad av ikke-lineær oppførsel. For at den statisk-ekvivalente metoden skal ha en reel nytteverdi må det metoden implementeres med en lineær-ekvivalent iterasjon for å finne frifeltets bevegelse. Et alternativ kan være å gjøre en separat ekvivalent-lineær grunnrespons med et eksternt program for å finne en passende sekant stivhet for de ulike lagene og bruke dette i den forenklete tilnærmingen.

Den forenklete metode tar heller ikke hensyn til eventuell «liquefaction» av løs sand som vil være en potensiell fare under seismisk eksitasjon.

## 8 KONKLUSJON

Dezi et al.(5) sin forenklete statistisk-ekvivalente tilnærming for beregning av en pels maksimale kinematiske respons viser lovende tendenser. Kinematisk moment i grenseflaten mellom to lag beregnes med avvik under 25 % i forhold til mer sofistikerte beregninger. Beregning av kinematisk moment i en pels topp samt beregning av skjærkrefter induisert ved kinematisk interaksjon beregnet med forenklete metoden bør anses som grove estimater for å anslå responsens størrelsesorden.

For et jordprofil med horisontal lagdeling og lineær jordoppførsel vil Dezi sin statistisk ekvivalente metode være et fint beregnings verktøy en til forprosjektering, det anbefales for øvrig å betrakte responsen fra mer enn en av jordens svingemoder.

Dezi et al. sin tilnærming gir også en god pedagogisk tilnærming til problematikken rundt jordens kinematisk påvirkning samtidig som den gir en liten et innsikt i jordens dynamiske oppførsel.

### 8.1 VIDERE ARBEID

Det kan være interessant å gjøre en studie for å optimalisere Winkler-elementets fjærkraft for peler av ulik diameter, lengde og stivhet. For et bredere bruksområde av den forenklete metoden vil det være nytting å implementer en lineær-ekvivalent iterasjon for å ta hensyn til jordens ikke-lineære oppførsel. Det burde eventuelt også vært gjort et studie for bestemmelse av Winkler-elementets som tar hensyn til jordens ikke-lineære oppførsel for analyser i frekvens domenet. For videre arbeid med Dezi sin tilnærming vil det anbefales å ta hensyn til faseforskyvningen av jorden svingemoder for enklere å kunne sammenligne med responsen fra et spesifikt jordskjelv.





## BIBLIOGRAFI

1. NS-EN1998-1:2004+Na:2008. Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning-Del1: Allmenne regelr, seismiske lasetr og regler for bygninger. 2004.
2. Norge S. NS-EN 1998-5:2004+NA:2008:Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirning- Del5: Fundamenter, støttekonstruksjoner og geotekniske forhold. 2008.
3. Pelekomité DN. Peleveiledning: Norsk Geoteknisk Forening; 2012.
4. Mylonakis G. Simplified model for seismic pile bending at soil layer interfaces. *Soils and foundations*. 2001;41(4):47-58.
5. Dezi F, Carbonari S, Leoni G. Static equivalent method for the kinematic interaction analysis of single piles. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2010;30(8):679-90.
6. Singh S, Mena E, Castro R. Some aspects of source characteristics of the 19 September 1985 Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong motion data. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1988;78(2):451-77.
7. Meymand PJ. Shaking Table Scale Model Tests of Nonlinear Soil-Pile-Superstructure-Interaction in Soft Clay [Ph.D.]: University of Berkeley; 1998.
8. Blaney GW, Kausel E, Roesset JM, editors. Dynamic stiffnes of piles. 2nd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics; 1976; Blacksburg.
9. Kausel E, Roesset JM. Dynamic stiffness of circular foundations. *journal of the Engineering Mechanics Division*. 1975;101(6):771-85.
10. Matlock M, Foo HCS. Simulation of lateral pile behavior under earthquake motion. La Habra, California: The University of Texas at Austin, Engineering Doc;1978 15 July.
11. Lok T. Numerical Modeling of Seismic Soil-Pile-Structure-Interaction in Soft soil: University of Berkeley; 1999.
12. Ashford SA, Boulanger RW, Brandenberg SJ. Recommended Design Practice for Pile Foundation in Laterally Spreading Ground: University of California,Berkeley2011.
13. Kavvads M, Gazetas G. Kinematic seismic response and bending of free-head piles in layered soil. *Geotechnique*. 1993;43(2):207-22.
14. Seed HB, Idriss IM. Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses. 1970.
15. Long M, Donohue S. Characterization of Norwegian marine clays with combined shear wave velocity and piezocone cone penetration test (CPTU) data. *Canadian Geotechnical Journal*. 2010;47(7):709-18.
16. Vucetic M, Dobry R. Effect of soil plasticity on cyclic response. *Journal of Geotechnical engineering*. 1991;117(1):89-107.
17. Seed HB, Wong RT, Idriss I, Tokimatsu K. Moduli and damping factors for dynamic analyses of cohesionless soils. *Journal of Geotechnical engineering*. 1986;112(11):1016-32.
18. Darendeli MB. Development of a new family of normalized modulus reduction and material damping curves2001.
19. Kramer SL. *Geotechnical earthquake engineering*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall; 1996.
20. Chopra AK. *Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering*: Pearson/Prentice Hall; 2007.

## BIBLIOGRAFI

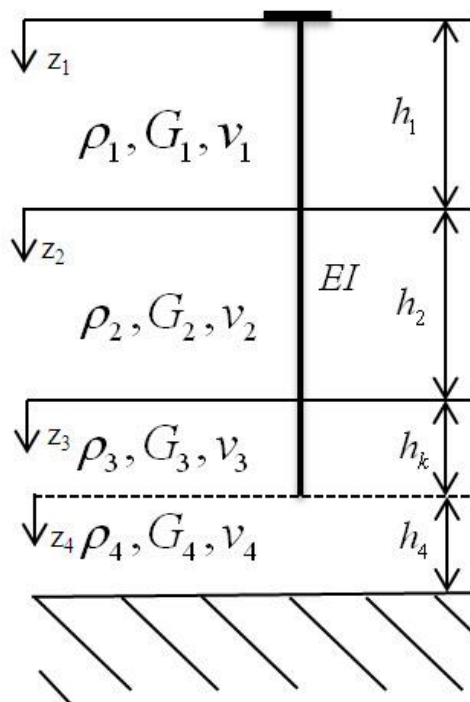
---

21. Roesset J. Soil amplification of earthquakes. Numerical methods in geotechnical engineering. 1977:639-82.
22. Schnabel PB. SHAKE a computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites. EERC report. 1972:72-12.
23. Lu J, Yang Z, Elgamal A. OpenSeesPL 3D lateral pile-ground interaction: User's manual. University of California, San Diego (<http://neesforge.nees.org/projects/OpenSeesPL>). 2010.
24. Norge S. Eurocode 8:Design of structures for earthquake resistance Part 6: Towers, masts and chimneys. 2006.

## APPENDIKS A

### FRAMGANGSMÅTE

Her vises fremgangsmåten for beregning av kinematisk krefter for pelefundamentet i jordprofil C. Denne profilen er valgt for å gi en tydeligere fremstilling av Dezi et al sin tilnærming.



Figur A.1. Jordprofil og pelefundament for jordprofil C

Tabell A.1. Jordparameter for jordprofil C

Informasjon jord	Lag 1	Lag 2	Lag 3*	Lag 4*
$h_n$ -høyde	10	10	5	5
$\rho_n$ -tetthet [ $\text{kg/m}^3$ ]	1500	1800	2000	2000
$G_n$ -Skjærmodul [MPa]	15	45	135	135
$\nu_n$ -Poisson's ratio	0.4	0.4	0.4	0.4

\*på grunn av beregningsmetoden til Dezi og må det legges inn et fiktivt lag hvor pelen slutter  
Pelens egenskaper gis i tabell 2.

Tabell 8-material "parametere"

Lengde pel	25m
Diameter [mm]	200
E-modul [GPa]	200

## APPENDIKS A

Grunnen eksiteres med i henhold grunntype A i Eurokode 8, med dimensjonerende akselerasjon ;  $a_g = 0,44$  og seismisk faktor ;  $\gamma_l = 1,4$  . Dempningen til jordprofilen med pelen antas  $\xi = 5\%$  .

Gangen i utregningen vil være:

1. Finn jorden egenfrekvenser
2. Bestem jordens formfunksjon
3. Finn transformasjons faktor til de ulike svingefaktorene
4. Bestem jorden maksimale forskyvning eksitert ved jordskjelvet
5. Betrakt pelen statisk for de ulike svingemodene
6. Summer respons bidragene fra de ulike svingemodene ved CQC.

1.Finn egenfrekvens  $\omega$

Eigenverdi problem:

$$\mathbf{H}(\omega)\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\omega}{v_{s,1}}h_1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{G_1}{v_{s,1}}\sin(\frac{\omega}{v_{s,1}}h_1) & 0 & -\frac{G_2}{v_{s,2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\frac{\omega}{v_{s,2}}h_2) & \sin(\frac{\omega}{v_{s,2}}h_2) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{G_2}{v_{s,2}}\sin(\frac{\omega}{v_{s,2}}h_2) & \frac{G_2}{v_{s,2}}\cos(\frac{\omega}{v_{s,2}}h_2) & 0 & -\frac{G_3}{v_{s,3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\frac{\omega}{v_{s,3}}h_3) & \sin(\frac{\omega}{v_{s,3}}h_3) & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{G_3}{v_{s,3}}\sin(\frac{\omega}{v_{s,3}}h_3) & \frac{G_3}{v_{s,3}}\cos(\frac{\omega}{v_{s,3}}h_3) & 0 & -\frac{G_4}{v_{s,4}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\frac{\omega}{v_{s,4}}h_4) & \sin(\frac{\omega}{v_{s,4}}h_4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ A_3 \\ B_3 \\ A_4 \\ B_4 \end{pmatrix} = 0$$

$$\det(H(\omega) = F(\omega) = 0$$

Ved å løse ligningen over kan ønsket antall sirkulære egenfrekvenser beregnes:

**Tabell A.2. Sirkulære egenfrekvenser**

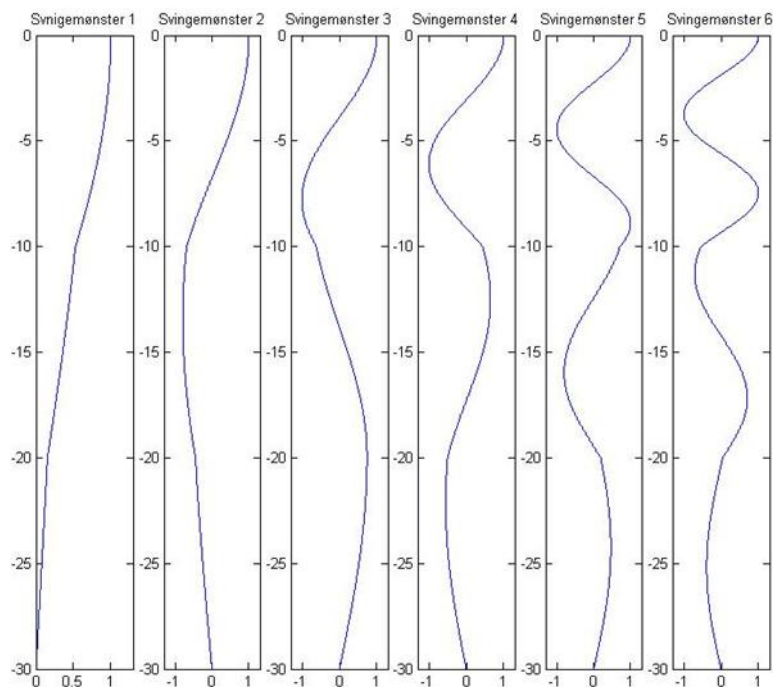
Orden av svingemode	Sirkulær egenfrekvens $\omega_i$ [rad/sek]
1	10,17
2	23,32
3	40,53
4	51,73
5	70,67
6	84,33

2. Finn formfunksjonen til egemodden:

Alle sirkulære egenfrekvenser tilfredsstillers  $\mathbf{H}(\omega)$ -matrisen, så ved å multiplisere ut ligningssystemet fås:

$$\mathbf{H}(\omega)\mathbf{x} = \begin{pmatrix} A_1 \cos\left(\frac{\omega}{v_{s,1}} h_1\right) - A_2 \\ -A_1 \frac{G_1}{v_{s,1}} \sin\left(\frac{\omega}{v_{s,1}} h_1\right) - B_2 \frac{G_2}{v_{s,2}} \\ A_2 \cos\left(\frac{\omega}{v_{s,2}} h_2\right) + B_2 \sin\left(\frac{\omega}{v_{s,2}} h_2\right) - A_1 \\ -\frac{G_2}{v_{s,2}} \sin\left(\frac{\omega}{v_{s,2}} h_2\right) + \frac{G_2}{v_{s,2}} \cos\left(\frac{\omega}{v_{s,2}} h_2\right) - \frac{G_3}{v_{s,3}} \\ A_3 \sin\left(\frac{\omega}{v_{s,3}} h_3\right) + B_3 \cos\left(\frac{\omega}{v_{s,2}} h_3\right) - A_4 \\ -\frac{G_3}{v_{s,3}} \sin\left(\frac{\omega}{v_{s,3}} h_3\right) + \frac{G_3}{v_{s,3}} \cos\left(\frac{\omega}{v_{s,3}} h_3\right) - \frac{G_4}{v_{s,4}} \\ A_4 \sin\left(\frac{\omega}{v_{s,4}} h_4\right) + A_3 \cos\left(\frac{\omega}{v_{s,4}} h_4\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Integrasjonskonstantene  $A_1, A_2, B_2, A_3, \dots$  beregnes fra de 7 ulike ligningen ved å sette  $A_1=1$ . Slik vil formfunksjonen normalisere med en gang. De normaliserte formfunksjonene,  $\phi(z)$  til jordens fri-felt bevegelse kan ses i figur 2.



Figur A.2. Normalisert formfunksjon  $\phi(z)$ , for jorprofil C

3. Finn transformasjons faktoren  $\Gamma$  for de ulike svingemodene.

$$\Gamma_n = \frac{L_n}{\tilde{M}_n}$$

$$\Gamma_n = \frac{\sum_{j=1}^N \int_0^{h_j} \rho_j U_{n,j}(z_j) dz}{\sum_{j=1}^N \int_0^{h_j} \rho_j (U_{n,j}(z))^2 dz}$$

Tabell 9. Transformasjons faktor for jordens seks første svingemoder

Orden av svingemode	Transformasjons faktor $\Gamma_n$
<b>n=1</b>	1.524
<b>n=2</b>	-0.778
<b>n=3</b>	0.530
<b>n=4</b>	-0.386
<b>n=5</b>	0.222
<b>n=6</b>	-0.177

4. Bestem maksimal utslag for de ulike svingemodene.

Fri-feltets maks utslag beregnes i henhold til:

$$\bar{u}_{n\max}(z, t) = a_\eta(\omega) \phi_n(z) = \Gamma_n S_d(\omega) \phi_n(z) \quad (1.51)$$

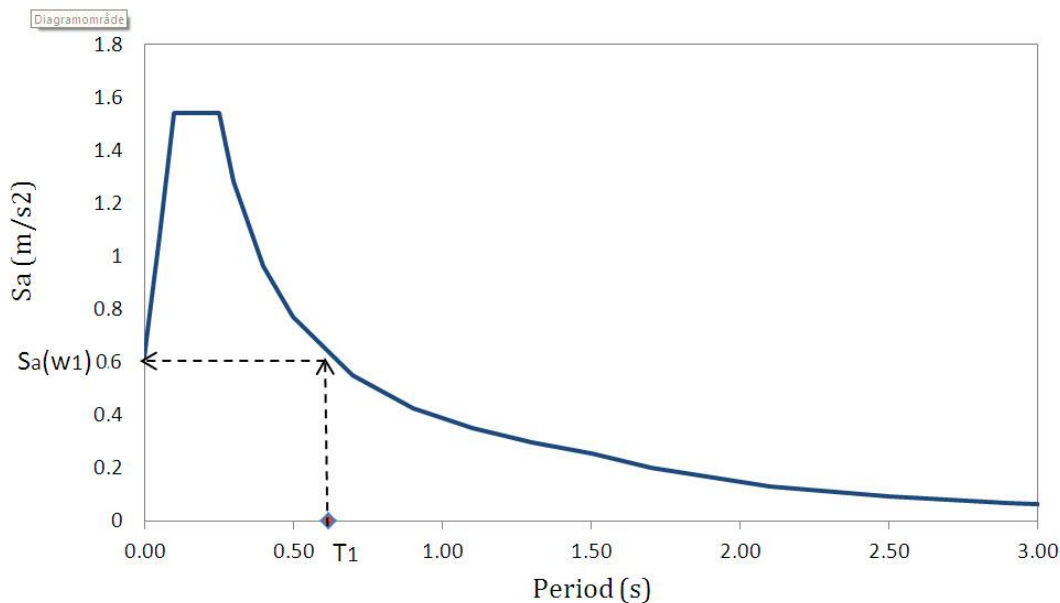
## APPENDIKS A

hvor  $\phi_n(z) = U_n(z)$ .

Spektral deformasjonen,  $S_d(\omega)$ , avledes fra spektral akselerasjon,  $S_a(\omega)$ :

$$S_d(\omega_n) = \frac{1}{\omega_n^2} S_a(\omega_n) \quad (1.52)$$

Spektral akselerasjonen avleses fra det konstruerte design responspektrumet for grunntype A. Her illustreres hvordan spektral akselerasjonen for første egenfrekvens,  $S_a(\omega_1)$ , avlese fra responspektrumet.



**Figur A.3 Bestemmelse av elastisk spektral akselerasjon**

Nå som frifeltets maksimalt utslag for fri-feltets ulike svingemoder er bestemt, ved ligning (1.51), gjøres en statisk betraktning av pelen belastet fra deformasjon av jorden med den  $n$ 'te svingemoden. Jordas dra-kraft på pelen er i den forenklede tilnærmingen er proporsjonal med pelens relative forskyvning i forhold til fri-felt forskyvning:

$$p_{j,n}(z_j) = k_j (\bar{u}_{s,j,n}(z_j) - u_{p,j,n}(z_j)) \quad (1.53)$$

hvor  $u_{p,j,n}(z)$  er pelens forskyvning i det  $j$ 'te laget for den  $n$ 'te svingemoden.

Jordas dra-kraft modelleres med en fjærkonstant som gis av jordens skjærstivhet og poissons ratio:

$$k_{j=2} = 2,4G_{maks}(1 + \nu_j) \quad (1.54)$$

Pelen betraktes som et Euler-Bernoulli element og vil bøye seg i henhold til:



$$\frac{d^2}{dz^2} \left( EI \frac{d^2 u_{p,n}(z)}{dz^2} \right) + k_j u_{p,j,n}(z) = k_j \bar{u}_{s,j,n}(z) \quad (1.55)$$

Pelens deformasjon kan så bestemmes ved å løse den 4 orden lineære differensialligning og betrakte pelens randbetingelse:

$$u_{p,j,n}(z_j) = e^{-\alpha z_j} [C_{1,j} \cos(\alpha z_j) + C_{2,j} \sin(\alpha z_j)] + e^{\alpha z_j} [C_{3,j} \cos(\alpha z_j) + C_{4,j} \sin(\alpha z_j)] + \frac{4\Gamma_n S_D(\omega_n, \xi) \alpha_j^4}{\beta_{j,n}^4 + 4a_j^4} [A_{j,n} \cos(\beta_{j,n} z_j) + B_{j,n} \sin(\beta_{j,n} z_j)] \quad \text{for } j = 1, \dots, p \quad (1.56)$$

hvor

$$\alpha_j^4 = \frac{k_j}{4E_p I_p} \quad (1.57)$$

$$\beta_{j,n} = \frac{\omega_n}{v_{sj}} \quad (1.58)$$

Pelens integrasjonskonstanter finnes ved å sette opp pelens randbetingelser i et lineært lignings system. For dette pelefundamentet fås 12 ukjente integrasjons konstanter, 4 par per lag. Samtidig etableres 12 randbetingelser ved å betrakte pelen kontinuitet gjennom jordlagene samt rotasjonsfrihet i topp og bunn av pelen. Da denne matrisen blir meget stor, vises ikke matrise her.

Etter å ha bestemt pelens integrasjonskonstanter for de ulike jordlagene, kan pelens moment og skjær beregnes ved bruke pelen differensialligning til å finne skjær og moment for hvert av de ulike jordlagene for hver av svingemodene.

Respons for de ulike svingemodene kombineres ved CQC.



## APPENDIKS B

### LINEÆR EKVIVALENT ITERASJON

For å vekte dempingen ved en lineær ekvivalent analyse kan dempingen evalueres med hensyn på elastisk energi, lagret i materialet, under maksimal forskyvning for de ulike lagene, som anbefalt i Eurokode 8 (24):

$$\xi_n = \frac{\sum_{j=1}^N \xi_{j,n} G_j \int_0^{h_j} U_{j,n}'^2(z_j) dz}{\sum_{j=1}^N G_j \int_0^{h_j} U_{j,n}'^2(z_j) dz}$$

I en lineær ekvivalent tilnærming brukes skjærtøyningen, i en iterativ prosess, for å finne en passende tangentiell skjærstivhet og demping. Skjærtøyningen til den n'te svingemoden kan beregnes ved:

$$\gamma_{s,j,n} = \Gamma_n S_D(\omega_n, \xi_n) \frac{\phi_{j,n}(h_j) - \phi_{j,n}(0)}{h_j}$$

Og skjærtøyningen til de ulike svingemodene kombineres ved CQC:

$$\bar{\gamma}_{s,j} \cong \sqrt{\sum_{l=1}^l \sum_{m=1}^l \rho_{lm} \gamma_{s,j,l} \gamma_{s,j,m}}$$

Det anbefales at den kombinerte tøyningen som brukes til å finne skjærstivhet og ny demping tas som 0,65 av  $\bar{\gamma}_{s,j}$  (19). For å superponere respons i pelen til de ulike svingemodene er det viktig at jordens skjærstivhet reduseres like mye for alle svingemodene.

Fremgangsmåten for en lineær-ekvivalent iterasjon vil være:

1. begynne iterasjonen med  $\xi_{\min}$  og  $G_{\max}$  til de ulike lagene
2. beregn formfunksjonene for de ulike svingemodene.
3. finn demping for hele jordprofilen for de ulike svingemodene, ligning
4. regn ut maks amplitude for de ulike svingemodene, ligning
5. finn representativ tøyning for i hvert lag, for de ulike svingemodene, ligning
6. finn representativ tøyning for hvert lag, for alle svingemodene, ligning
7. bruk tøyning fra steg 6. og til å finne ny demping og tangentiell skjærstivhet,  $G_{ekv}$  fra demping - og reduksjonskurver.
8. gjenta prosessen til konvergens av tøyningen, eller at tøyningen faller innenfor et godkjent intervall f.eks 5-10%

### APPENDIKS C

#### SEKPA:

```
%Skriptet er skrevet av Andreas Gjaerum og baserer seg på
%tilnærmingen presentert i artikkelen "Static equivalent method for
%kinematic interaction analysis of single piles"(2010) skrevet av
Francesca %Dezi, Sandro Carbonari og Graziano Leoni.
%Jorden egenskaper plottes fra overflaten og nedover.
%OBS viktig å legge inn et lagskille på enden til en flytende pel.

S=input('Antall jordlag=');
%henter informasjon om totalt antall jordlag. For analyser med mange lag
%vil skriptet muligens bruke litt tid på beregningene da Matlab's Symbolic
%Toolbox er brukt i store deler av skriptet.

I=Infojord(S);
%henter inn informasjon om jorda

P=Infopel(I,S);
%henter inn info om pelen og identifiserer randlaget til pelen

ag=input('agR (=0,8*ag40Hz) =');
%henter inn grunnakselerasjon

gamma=input('seismisk faktor fra EC8=');
%henter inn seismisk faktor

n=input('n(dempnings modifikasjonsfaktor fra EC8)=') ;
%dempningen angis ved modifikasjonsfaktoren fra 3.2.2 (3) NS-EN 1998

M=H_Matrise(S,I);
%lager matrisen med randbetingelsene for egenverdi problemet.
%F=svingemode(M);

w=functionsolver(M);
%beregner 6 sirkulære egenfrekvensene fra H(w)-matrisen

C=integralkonstant1(w,S,M);
%beregner integralfunksjonene A1,A2,B2,A3,B3 etc..

D=Formfunksjon(S,I,w,C);
%gir formfunksjonen til de ulike svingemønstrene

M=Modal_masse(D,I,S);
% beregner modalmasse

G=Gamma(M,D,I,S);
%beregner transformasjonsfaktoren

R=Designspektrum(ag,n,gamma);
%lager responsspektrumet etter grunntype A EC8

Sdw=Spektral_forskyvning(w,R);
%beregner pseudo-deformasjon for jordprofilets egenfrekvenser

AB=AlfaogBeta(I,P,w);
%gir alfa og beta verdiene til pelens deformasjon

C1=integralkonstant2(AB,C,P,G,Sdw,I);
%identifiserer pelens integralkonstanter C1,C2,C3 og C4
```

## APPENDIKS C

---

```
[M,V]=Omhylling(P,C,C1,AB,G,Sdw);  
%finder omhyllingskurvene til de ulike svingemønstrene  
  
[Mtot,Vtot]=Totalt(M,V,P,w,n);  
% Superponerer pelens respons for ulike svingemønstre ved CQC  
  
[Mmax,Vmax,Tot]=Plot2(Mtot,Vtot,P,I)  
%Plotter pelen totale omhllingskurve, og gir maksimal respons
```

## APPENDIKS C

---

### INFOJORD:

```
function I =Infojord (S)
    I=zeros(6,S);
    for i=1:S
        I(1,i)=input('Gmax lag i. [N/m2] (lag 1 er topplaget)= ');
        I(2,i)=input('tetthet lag i.[kg/m3]=');
        I(3,i)=input('tykkelse lag i. [m]=');
        I(4,i)=sqrt(I(1,i)/I(2,i));
        I(5,i)=input('Poisson ratio');
        %må legge inn reduksjonsalternativ
    end
end
```

## APPENDIKS C

---

### INFOPEL

```
function P=Infopel (I,S)
P=zeros(3);
P(1)=input('dybde pel [m]=');
P(2)=input('stivhet pel EI [Nm^2]=');
% ma finne hvilket lag pelen ender i
a=0;
for i=1:1:S;
    a=I(3,i)+a;
    if a==P(1);
        P(3)=i;
        return
    end
end
end
```

## APPENDIKS C

---

### H\_MATRISE

```
function H = H_Matrise(S,I)
syms w
%her lages H-matrisen basert på jordsøvlens randbetingelser

i=2*S-1;
%I(1,j) er Gmax til det j-åte laget
%I(2,j) er tetthet til det j-åte laget
%I(3,j) er tykkelse til det j-åte laget
%I(4,j) er skjærhastighet til det j-åte laget
%Definere først en symbolsk matrise H

%kun et lag:
if S==1;
    H=sym('H',[S,S]);
    H(1,1)=cos((w/I(4,1))*I(3,1));
    %to lag
elseif S==2;
    H=sym('H',[3,3]);
    H(1,1)=cos((w/I(4,1))*I(3,1));
    H(1,2)=-1;
    H(2,1)=-(I(1,1)/I(4,1))*sin((w/I(4,1))*I(3,1));
    H(2,3)=-(I(1,2)/I(4,2));
    H(3,2)=cos((w/I(4,2))*I(3,2));
    H(3,3)=sin((w/I(4,2))*I(3,2));
    H(1,3)=0;
    H(3,1)=0;
    H(2,2)=0;
%fler enn to lag
elseif S>=3;
    H=sym('H',[i,i]);
    H(1,1)=cos((w/I(4,1))*I(3,1));
    H(1,2)=-1;
    H(2,1)=-(I(1,1)/I(4,1))*sin((w/I(4,1))*I(3,1));
    H(2,3)=-(I(1,2)/I(4,2));
    for j=3:1:S
        H((3+(j-3)*2),(2+2*(j-3)))=cos((w/I(4,j-1))*I(3,j-1));
        H((3+(j-3)*2),(3+(j-3)*2))= sin((w/I(4,j-1))*I(3,j-1));
        H((3+(j-3)*2),(4+(j-3)*2))=-1;
        H((4+(j-3)*2),(2+2*(j-3)))=-(I(1,j-1)/I(4,j-1))*sin((w/I(4,j-
1))*I(3,j-1));
        H((4+(j-3)*2),(3+2*(j-3)))=(I(1,j-1)/I(4,j-1))*cos((w/I(4,j-
1))*I(3,j-1));
        H((4+(j-3)*2),(5+2*(j-3)))=-I(1,j)/I(4,j);
    end

    H((i),(i-1))=cos((w/I(4,S))*I(3,S));
    H(i,i)= sin((w/I(4,S))*I(3,S));
end
% må fylle resten av matrisen med nuller.
for g=1:1:i-2;
    f=floor(g/2);
    for k=(3+2*f):1:i;
        H(k,g)=0;
        H(g,k)=0;
    end
end
for l=1:1:S-1;
```



## APPENDIKS C

---

```
        H(2*1,2*1)=0;  
    end  
    for l=1:1:S-2  
        H(2*1,2*1+2)=0;  
    end  
end
```

## APPENDIKS C

---

### FUNCTIONSOLVER

```
function W= functionsolver (M)
%detto skriptet løser den trigonometriske funksjonen F(w) fra H-matrisen
for %å beregne jordens sirkulære egenfrekvenser.
syms w
F=det (M)
%lager en "function handel" av en symbolsk ligning.matlabFunction(f)
f=matlabFunction(F)
%gir kun 6 svingemønstre
W=zeros(6,1);
a=0.5;
b=fzero(f,a);
while b<=0.01;
    a=a+1;
    b=fzero(f,a);
end
W(1,1)=b;
for i=2:1:6;
    d=floor(W(i-1,1));
    c=d;
    while c<=d;
        a=a+1;
        b=fzero(f,a);
        c=floor(b);
    end
    W(i,1)=b;
end
end
```

## APPENDIKS C

---

### INTEGRALKONSTANT1

```
function C=integralkonstant1 (w,S,M)
%beregner integralkonstantene for jordens fri-felt bevegelse
i=2*S;
C=zeros(i,6);
for i=1:1:6 ;
    C(1,i)=1 ;
    C(2,i)=0;
end
if S==1
    return
else
    funk1=matlabFunction(M(1,1));
    funk2=matlabFunction(M(2,1));
    for h=1:1:6;
        a=w(h,1);
        %her defineres A2 som puttes inn i konstant matrisen C
        C(3,h)=funkt1(a);
        %her defineres B2 som puttes inn i konstant matrisen C
        C(4,h)=funkt2(a)/-M(2,3);
    end
    if S==2
        return
    elseif S>=2
        for j=1:1:6
            for g=3:1:S
                k=2+(g-3)*2;
                a=k+1;
                b=k+2;
                funk_M1=matlabFunction(M(a,k));
                funk_M2=matlabFunction(M(a,a));
                funk_M3=matlabFunction(M(b,k));
                funk_M4=matlabFunction(M(b,a));
                w1=w(j,1);
                %gir verdi til Ag
                C(3+k,j)=C(k+1,j)*funkt_M1(w1)+C(2+k,j)*funkt_M2(w1);
                %gir verdi til Bg
                C(4+k,j)=(C(k+1,j)*funkt_M3(w1)+C(k+2,j)*funkt_M4(w1))/-
                    M(2+k,3+k) ;
            end
        end
    end
end
end
end
```

## APPENDIKS C

---

### FORMFUNKSJON

```
function D= Formfunksjon (S,I,w,C)

%Uj=Aij*cos((wj/vsi)*z)+Bij*sin((wj/vsi)*z)
syms z
D=sym('D',[S,6]);
%for første lag er B1=0, pga spenningsfri overflate
  for j=1:1:6
    D(1,j)=cos((w(j,1)/I(4,1))*z);
  end
  if S==1;
    return
  elseif S>=2;
    for j=1:1:6
      for i=2:1:S;
        D(i,j)=C(3+(i-2)*2,j)*cos((w(j,1)/I(4,i))*z)+C(4+(i-
2)*2,j)*sin((w(j,1)/I(4,i))*z);
      end
    end
  end
end
```

## APPENDIKS C

---

### MODAL\_MASSE

```
function M= Modal_masse(D,I,S)
syms z
M=zeros(1,6);
for j=1:1:6
    for i=1:1:S;
        f=(D(i,j))^2;
        %lager en "function handle" fra formfunksjonen
        g=matlabFunction(f);
        %integrerer opp formfunksjonen for det j'te svingemønstre
        b=integral(g,0,I(3,i));          %I(3,i) er tykkelsen på laget
        M(1,j)=M(1,j)+b*I(2,i);        %I(2,i) er tetthet på laget
    end
end
end
```

## APPENDIKS C

---

### GAMMA

```
function G=Gamma (M,D,I,S)
%beregner transformasjon faktoren

syms z
G=zeros(1,6);
for j=1:1:6;
    for i=1:1:S;
        %lager en "function handle" fra formfunksjonen
        g=matlabFunction(D(i,j));
        b=integral(g,0,I(3,i));           %I(3,i) er tykkelsen på laget
        G(1,j)=G(1,j)+(b*I(2,i))/M(1,j); %I(2,i) er tetthet på laget
    end
end
```

## APPENDIKS C

---

### DESIGNSPEKTRUM

```
function R= Designspektrum(ag,n,gamma)
%legger inn kurven til responspekter for grunn type A Eurokode 8
syms T
R=sym('R',[4,2]);
R(1,1)=0;
%Se(T);0<T<Tb
R(1,2)=ag*gamma*(1+(T/0.15)*(n*2.5-1));
R(2,1)=0.1;
%Se(T);Tb<T<Tc
R(2,2)=ag*gamma*(n*2.5);
R(3,1)=0.25;
%Se(T);Tc<T<Td
R(3,2)=ag*gamma*n*2.5*(0.4/T);
R(4,1)=1.5;
%Se(T);Td<T<4sR
R(4,2)=ag*gamma*n*2.5*(0.8/T^2);
```

## APPENDIKS C

---

### SPEKTRAL\_FORSKYVNING

```
function Sd=Spektral_forskyvning(w,R)
Sd=zeros(1,6);
for j=1:1:6;
    a=2*pi/w(j,1); %gir Egenperioden (T) til mode j
    if a>=R(4,1);
        f=matlabFunction(R(4,2));
        Sd(1,j)=(f(a)*(1/w(j,1))^2); %forskyvning =ag*(1/w)^2
    elseif a>=R(3,1);
        g=matlabFunction(R(3,2));
        Sd(1,j)=(g(a)*(1/w(j,1))^2);
    elseif a>=R(2,1);
        Sd(1,j)=(R(2,2)*(1/w(j,1))^2);
    else
        k=matlabFunction(R(1,2));
        Sd(1,j)=(k(a)*(1/w(j,1))^2);
    end
end
```



## APPENDIKS C

---

### ALFAOGBETA

```
function AB= AlfaogBeta(I,P,w)
%Beregner alfa og beta verdier på bakgrunn av pelens og jordens egenskaper

AB=zeros(P(3),2*6)
for j=1:1:6;
    for i=1:1:P(3);
        %fjærstivhet til Winkler-elementet
        k=2.4*I(2,i)*I(4,i)^2*(1+I(5,i));
        a=(k/(4*P(2)))^(1/4);
        AB(i,1+(j-1)*2)=a;
        b=w(j,1)/I(4,i);
        AB(i,2+(j-1)*2)=b;
    end
end
end
```

## APPENDIKS C

---

### INTEGRASJONSKONSTANT2

```
function C1=integrasjonskonstant2(AB,C,P,G,Sdw,I)
%beregner integrasjonskonstantene til pelens deformasjon

%4 integrasjonskonstanter pr lag for 6 ulike svingemønstre
C1=zeros(4*P(3),6)

% bruker matrise regning for å finne integrasjonskonstantene
% Hvor B*X=A, slik at X=A*B^(-1) hvor X er integrasjonskonstantene.
B=zeros(4*P(3),1)
A=zeros(4*P(3),4*P(3))

    %randbetingelser for for toppen av pelen;

        %u'm1(0)=0 betingelse
        A(1,1)=-AB(1,1);
        A(1,2)=AB(1,1);
        A(1,3)=AB(1,1);
        A(1,4)=AB(1,1);
        B(1,1)=0;

        %u''m1(0)=0 betingelse
        A(2,1)=2*AB(1,1)^3;
        A(2,2)=2*AB(1,1)^3;
        A(2,3)=-2*AB(1,1)^3;
        A(2,4)=2*AB(1,1)^3;
        B(2,1)=0;

    %kjører for de ulike svingemønstrene
for j=1:1:6;
    %randbetingelser for midtre delen av pelen
    if P(3)>=2;
        for i=1:1:(P(3)-1);

            a1=AB(i,1);
            a2=AB(i+1,1);
            b=AB(i,1)*I(3,i);
            c=sin(b)+cos(b);
            d=-sin(b)+cos(b);
            e1=exp(-b);
            e2=exp(b);
            k=(i-1)*4 ;           %gir et hopp på fire for økningen av i

            %beta verdiene for lag i og i+1
            Beta1=AB(i,2+(j-1)*2);
            Beta2=AB(i+1,2+(j-1)*2);
            %konstant leddet med Gamma og Sd for lag i og i+1
            CM1=(4*G(1,j)*Sdw(1,j)*a1^4)/(Beta1^4+4*a1^4);
            CM2=(4*G(1,j)*Sdw(1,j)*a2^4)/(Beta2^4+4*a2^4);

            %integrasjonskonstanter for jordens formfunksjon
            A1=C(1+(i-1)*2,j);
            B1=C(2+(i-1)*2,j);
            A2=C(3+(i-1)*2,j);
            B2=C(4+(i-1)*2,j);

            %umi(hi)=umi+1(0) kontinuitet betingelse
            A(3+k,1+k)=e1*cos(b);
            A(3+k,2+k)=e1*sin(b);
            A(3+k,3+k)=e2*cos(b);
            A(3+k,4+k)=e2*sin(b);
```

## APPENDIKS C

---

```

    A(3+k,5+k)=-1;
    A(3+k,7+k)=-1;
    B(3+k,1)=CM2*A2-
CM1*(A1*cos(Betal*I(3,i))+B1*sin(Betal*I(3,i)));

    %u'mi(hi)=u'mi+1(0) kontinuitet vinkel
    A(4+k,1+k)=a1*e1*(-c);
    A(4+k,2+k)=a1*e1*(d);
    A(4+k,3+k)=a1*e2*(d);
    A(4+k,4+k)=a1*e2*(c);
    A(4+k,5+k)=a2;
    A(4+k,6+k)=-a2;
    A(4+k,7+k)=-a2;
    A(4+k,8+k)=-a2;
    B(4+k,1)=CM2*B2*Beta2-CM1*(-
A1*Betal*sin(Betal*I(3,i))+B1*Betal*cos(Betal*I(3,i)));

    %u''mi(hi)=u''mi+1(0) kontinuitet moment
    A(5+k,1+k)=2*a1^2*e1*sin(b);
    A(5+k,2+k)=-2*a1^2*e1*cos(b);
    A(5+k,3+k)=-2*a1^2*e2*sin(b);
    A(5+k,4+k)=2*a1^2*e2*cos(b);
    A(5+k,6+k)=2*a2^2;
    A(5+k,8+k)=-2*a2^2;
    B(5+k,1)=-CM2*A2*Beta2^2-CM1*(-A1*Betal^2*cos(Betal*I(3,i))-
B1*Betal^2*sin(Betal*I(3,i)));

    %u'''mi(hi)=umi+1(0) kontinuitet skjær
    A(6+k,1+k)=2*a1^3*e1*(d);
    A(6+k,2+k)=2*a1^3*e1*(c);
    A(6+k,3+k)=2*a1^3*e2*(-c);
    A(6+k,4+k)=2*a1^3*e2*(d);
    A(6+k,5+k)=-2*a2^3;
    A(6+k,6+k)=-2*a2^3;
    A(6+k,7+k)=2*a2^3;
    A(6+k,8+k)=-2*a2^3;
    B(6+k,1)=-CM2*B2*Beta2^3-CM1*(A1*Betal^3*sin(Betal*I(3,i))-
B1*Betal^3*cos(Betal*I(3,i)));
end
end
%randbetingelse for nedre del av pelen;

    i=P(3);
    a1=AB(i,1);
    b=AB(i,1)*I(3,i);
    c=sin(b)+cos(b);
    d=-sin(b)+cos(b);
    e1=exp(-b);
    e2=exp(b);

    Betal=AB(i,2+(j-1)*2);
    CM1=(4*G(1,j)*Sdw(1,j)*a1^4)/(Betal^4+4*a1^4);
    A1=C(1+(i-1)*2,j);
    B1=C(2+(i-1)*2,j);

    %fri-rotasjon-i-toppen-av-pelen-randbetingelsen
    %u1''(0)=0 ingen moment i toppen kan aktiveres hvis man skal se på
    %A(1,1)=0;
    %A(1,2)=-2*AB(1,1)^2;
    %A(1,3)=0;
    %A(1,4)=2*AB(1,1)^2;

```

## APPENDIKS C

---

```
%B(1,1)=(4*G(1,j)*Sdw(1,j)*AB(1,1)^4)/(AB(1,2+(j-1)*2)^4+4*AB(1,1)^4)*C(1,j)*AB(1,2+(j-1)*2)^2;

%u''mp(hp)=0 ingen skjær i bunnen av pelen
A(4*P(3)-1,4*P(3)-3)=2*a1^2*e1*sin(b);
A(4*P(3)-1,4*P(3)-2)=-2*a1^2*e1*cos(b);
A(4*P(3)-1,4*P(3)-1)=-2*a1^2*e2*sin(b);
A(4*P(3)-1,4*P(3))=2*a1^2*e2*cos(b);
B(4*P(3)-1,1)=-CM1*(-A1*Betal^2*cos(Betal*I(3,i))-B1*Betal^2*sin(Betal*I(3,i)));

%u''mp(hp)=0 ingen moment i bunnen av pelen
A(4*P(3),4*P(3)-3)=2*a1^3*e1*(d);
A(4*P(3),4*P(3)-2)=2*a1^3*e1*(c);
A(4*P(3),4*P(3)-1)=2*a1^3*e2*(-c);
A(4*P(3),4*P(3))=2*a1^3*e2*(d);
B(4*P(3),1)=-CM1*(A1*Betal^3*sin(Betal*I(3,i))-B1*Betal^3*cos(Betal*I(3,i)));

%beregner det lineære ligningssystemet B*X=A for den j'te
%svingemoden

D=linsolve(A,B);

for i=1:1:4*P(3);
    C1(i,j)=D(i);
end

end
```

## APPENDIKS C

---

### OMHYLLING

```
function [M,V]=Omhylling(P,C,C1,AB,G,Sdw)
%lager skjær og moment omhlyingskurver for de ulike svingemønstrene
syms z
M=sym('M',[P(3),6]);
V=sym('V',[P(3),6]);
for j=1:1:6
    for i=1:1:P(3);
        k=(i-1)*4;
        alfa=AB(i,1);
        z1=alfa*z;
        beta=AB(i,2+(j-1)*2);
        CM=(4*G(1,j)*Sdw(1,j)*alfa^4)/(beta^4+4*alfa^4);
        C1_1=C1(1+k,j);
        C2_1=C1(2+k,j);
        C3_1=C1(3+k,j);
        C4_1=C1(4+k,j);
        A1_1=C(1+(i-1)*2,j);
        B1_1=C(2+(i-1)*2,j);
        M(i,j)=-2*P(2)*alfa^2*exp(-z1)*(C1(1+k,j)*sin(z1)-
C1(2+k,j)*cos(z1))-2*P(2)*alfa^2*exp(z1)*(C1(4+k,j)*cos(z1)-
C1(3+k,j)*sin(z1))+P(2)*CM*beta^2*(C(1+(i-1)*2,j)*cos(beta*z)+C(2+(i-
1)*2,j)*sin(beta*z));
        V(i,j)=-2*P(2)*alfa^3*exp(-
z1)*((C1(1+k,j)+C1(2+k,j))*cos(z1)+(C1(2+k,j)-C1(1+k,j))*sin(z1))-
2*P(2)*alfa^3*exp(z1)*((C1(4+k,j)-C1(3+k,j))*cos(z1)-
(C1(3+k,j)+C1(4+k,j))*sin(z1))-P(2)*CM*beta^3*(C(1+(i-1)*2,j)*sin(beta*z)-
C(2+(i-1)*2,j)*cos(beta*z));
    end
end
```

## APPENDIKS C

---

### TOTALT

```
function [Mtot,Vtot]=Totalt(M,V,P,w,n)
%superponerer pelens respons ved bruk av QCQ og bruker korrelasjonsfaktor
% til Dezi et al.
syms z
zeta=(10/(n^2)-5)/100;           %dempningen angis i prosent
Mtot= sym('Mtot',[P(3),1]);
Vtot= sym('Vtot',[P(3),1]);
for i=1:1:P(3)
    a=0;
    b=0;
    for l=1:1:6;
        for m=1:1:6;
            %lamnda gir forholdet mellom to frekvenser
            lamda=(1/w(m))/(1/w(l));
            %korrelasjonsfaktor;
            r=(8*zeta*(zeta+lamda*zeta)*lamda^(3/2))/((1-
lamda^2)^2+4*zeta^2*lamda*(1+lamda^2)+4*(zeta^2+lamda*zeta^2)*lamda^2);
            a=a+(M(i,l)*M(i,m)*r) ;
            b=b+(V(i,l)*V(i,m)*r);
        end
    end
    Mtot(i,1)=a^0.5;
    Vtot(i,1)=b^0.5;
end
```

## APPENDIKS C

---

### PLOT2

```
function[Mmax,Vmax,Tot]= Plot2(Mtot,Vtot,P,I)
%detto scriptet gjør ikke annet en å plotte resultatene
Tot=zeros(P(1)/0.01+P(3),3); %burde vel være P(1)/0.01
c=0;
b=0;
for i=1:1:P(3)
    d=0;
    a=0;
    B=matlabFunction(Mtot(i,1));
    C=matlabFunction(Vtot(i,1));
    for j=0:0.01:I(3,i);
        a=a+1;
        Tot(a+b,1)=B(j);
        Tot(a+b,2)=C(j);
        Tot(a+b,3)=- (d+c);
        d=d+0.01;
    end
    b=I(3,i)/0.01+1+b;
    c=I(3,i)+c;
end
Mmax=max(Tot(:,1));
Vmax=max(Tot(:,2));

subplot(2,1,1)
plot(Tot(:,1),Tot(:,3))
title('Moment')
xlabel(' [Nm] ')
ylabel('kote [m]')

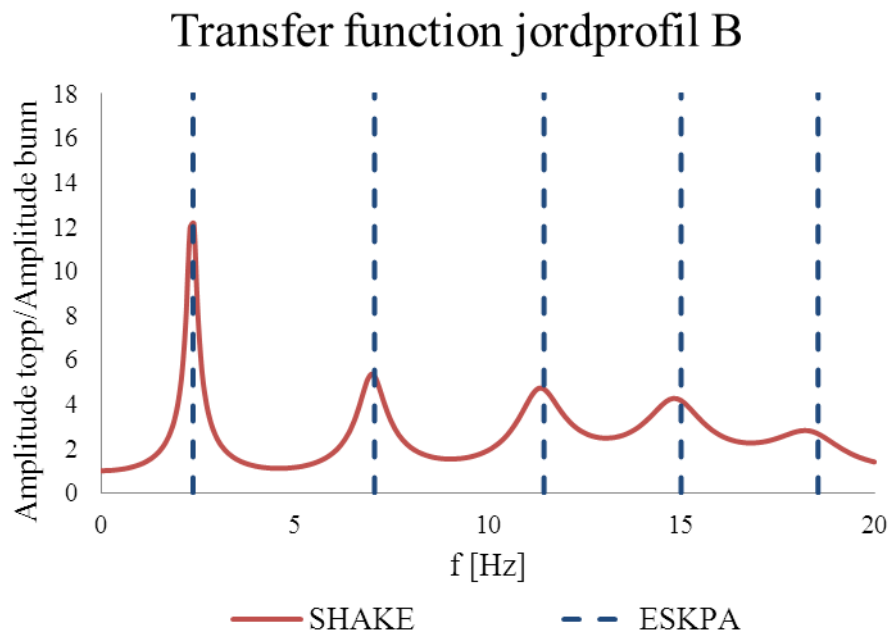
subplot(2,1,2)
plot(Tot(:,2),Tot(:,3))
title('Shear ')
xlabel(' [N/m2] ')
ylabel('kote [m]')
```



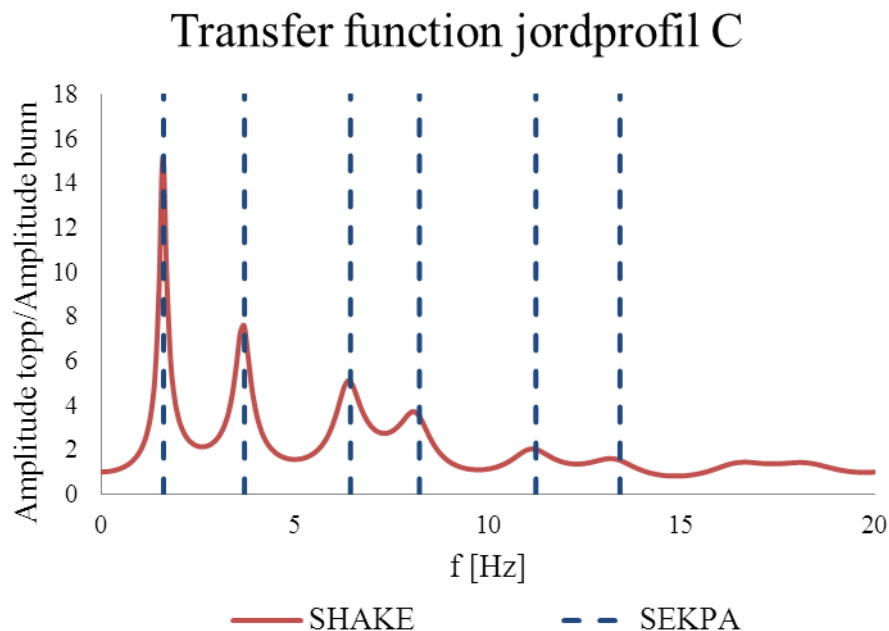


## APPENDIKS D

Her vises *Transfer function* plottene fra SHAKE med egenfrekvenser utregnet i QSKPA inn i samme plott. I bunnen av appendiksen er en tabell med verdiene beregnet i QSKPA

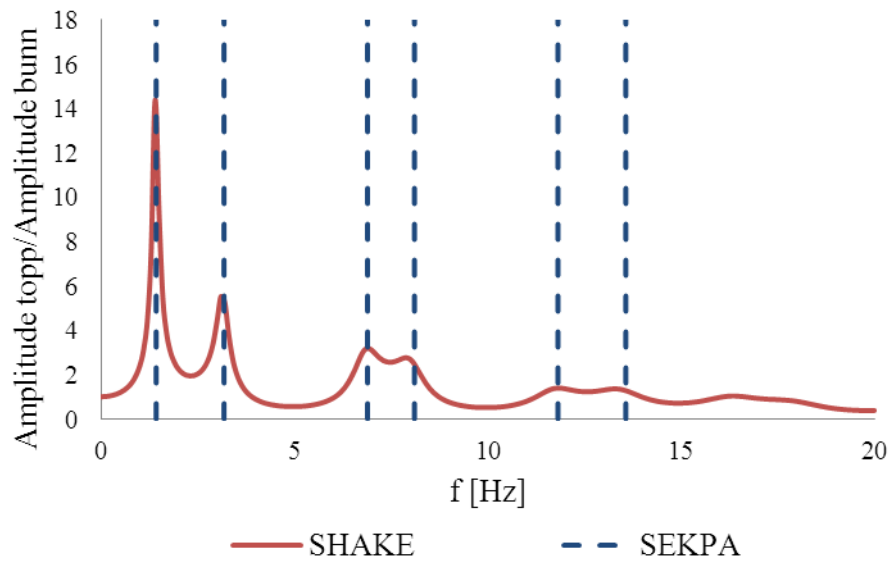


Figur D.1. Transfer funksjon fra EduSHAKE med egenfrekvens utregnet med SEKPA for grunnprofil B



Figur D.2. Transfer funksjon fra EduSHAKE med egenfrekvens utregnet med SEKPA for grunnprofil C

### Transfer function jordprofil D



Figur D.3 Transfer funksjon fra EduSHAKE med egenfrkevns utregnet med SEKPA for grunnprofil D

Tabell D1. Egenfrekvens jordprofil B,C og D

Jordprofil\Egenfrekvens	1.	2.	3.	4.	5.	6.
<b>B</b>	2.38 Hz	7.07 Hz	11.45 Hz	15.00 Hz	18.54 Hz	22.93 Hz
<b>C</b>	1.62 Hz	3.71 Hz	6.45 Hz	8.23 Hz	11.25 Hz	13.42 Hz
<b>D</b>	1.42 Hz	3.18 Hz	6.89 Hz	8.11 Hz	11.82 Hz	13.57 Hz

## APPENDIKS E

### JORDMODELL OPENSEESPL

Løsmassene ble modellert med OpenSeesPl's forhåndsdefinerte jordmodell, *U-Clay1* (*PressureIndependMultiYield*). Den elastiske oppførselen estimeres ved :

- Densitet,  $\rho$
- Initiell skjærstivhet,  $G_{\max}$
- Initiell kompresjonsmodul,  $B_{\max}$
- Referansetrykk,  $p'_r$
- Trykk avhengighetskoeffisient,  $d$

Skjærstivhet og kompresjonsmodul bergenes av OpenSeesPl ved:

$$G = G_{maks} \left( \frac{p'}{p'_r} \right)^d$$

$$B = B_{maks} \left( \frac{p'}{p'_r} \right)^d$$

Sammenhengen mellom skjærstivhet og kompresjonsmodul for et lineært elastisk materiale er:

$$B = \frac{2G(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$$

med  $\nu$  som poisson's ratio.

For konstant skjærstivhet og kompresjonsmodul, uavhengig av effektivtrykk,  $p'$ , settes trykkavhengighetskoeffisienten lik null.

Primært er U-Clay en jord modell ment for å modellere jordens ikke-lineære oppførsel. Jordas *back bone* modelleres ved å definere jordas reduksjonskurve, se figur (figur som viser skjerm dump) som viser en skjerm dump fra OpenSeesPl . En elastisk-perfekt-plastisk back bone kurve kan modelleres ved å definere reduksjonskurven med kun et punkt. For analysene i denne rapporten ble jorden modellert med elastisk-perfekt-plastisk oppførsel, og en skjærflytspenning som tilsvarer en skjærtøyning på 10 %. Med en tilstrekkelig høy skjærflytspenning vil jorden i praksis oppføres seg lineært når tøyningen aldri overskriver 10%.

**U-Clay1 (PressureIndependentMultiYield) for Soil Layer # 1**

Soil Elastic Properties		Modulus Reduction Curve	
Saturated Mass Density	1.8 [ton/m <sup>3</sup> ]	Number of Points Defining Curve	1
Reference Pressure	100 [kPa]	Shear Strain (%)	G/Gmax
Pressure Dependence Coefficient	0	1.	10 1
Gmax	162000 [kPa]	2.	0 0
Bmax	756000 [kPa]	3.	0 0
		4.	0 0
		5.	0 0
		6.	0 0
		7.	0 0
		8.	0 0
		9.	0 0
		10.	0 0
		11.	0 0
		12.	0 0
		13.	0 0

Soil Nonlinear Properties	
Peak Shear Strain (%)	10
Friction Angle	0 [degree]
Cohesion	75 [kPa]

Fluid Properties	
Fluid Mass Density	1 [ton/m <sup>3</sup> ]
Combined Bulk Modulus	2200000 [kPa]
Horizontal Permeability	1e-009 [m/s]
Vertical Permeability	1e-009 [m/s]

OK Cancel

**Figur E.1-Inndata til OpenSeesPI**

Øvrige ikke-lineære jordparameter vil ikke være relevante for de lineære analysene utført i disse analysene.

## APPENDIKS F

### MESH-SENSITIVITETS ANALYSE

To ting ble undersøkt mesh-sensitivitetsanalysen:

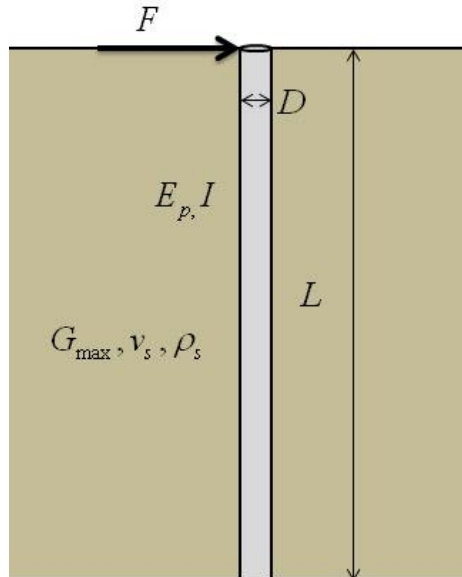
1. Pelens evne til å deformere seg med 8 noders elementer
2. Mesh avhengighet ved jordskjelvs eksitasjon.

### PELENS LAST-DEFORMASJONS VALIDERING

Pelen er i OpenSeesPl modellert med 8 noders elementer. For å validere at selv med et begrenset antall 8 noders elementer var i stand til å bergene en pels reel deformasjon, ble pelen behandlet som en utkraget bjelke belastet på enden.

Analysen ble gjort med OpenSeesPl sin forhåndsdefinerte analyse modell «Pushover» på en pel med frirotasjon i toppen. Det forhånds definerte mesh tillater ikke rotasjon i bunn av meshet, så ved å modeller pelen helt til bunne av meshet, fås en fast innspennet pel.

Jordens vekt og skjærstivhet ble gjort neglisjerbar, slik at pelen nærmest kunne betraktes som en utkraget bjelke påkjent en kraft  $F$  i pelens topp. Pelens stivhet, lasten og jordens egenskaper angis i tabell F.1.



Figur F.1. Pushover analyse i OpenSeesPl

**Inndata:**

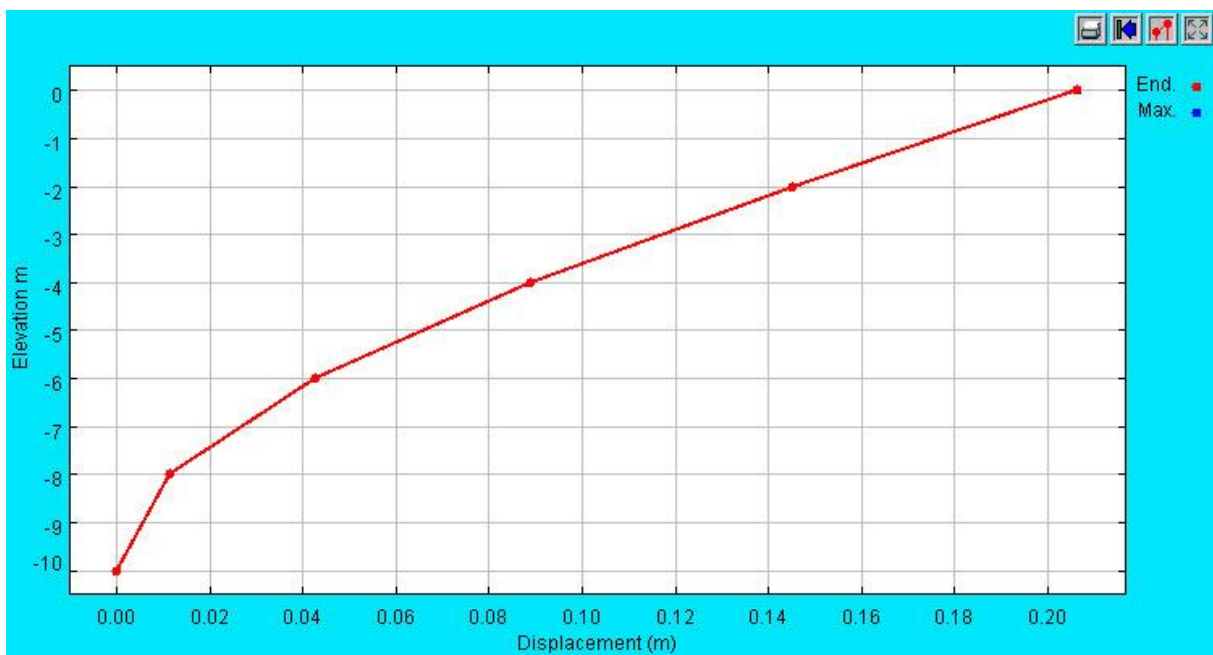
**Tabell F.1. Geometrisk og materielle parameter.**

Lengde [m]	10
Dimeter [m]	0.2
I [m <sup>4</sup> ]	7.85E-05
E [kPa]	200000000
F [kN]	10
Density [ton/m <sup>3</sup> ]	0.01
G <sub>max</sub> [kPa]	0.16
Poisson's ration[kPa]	0.4

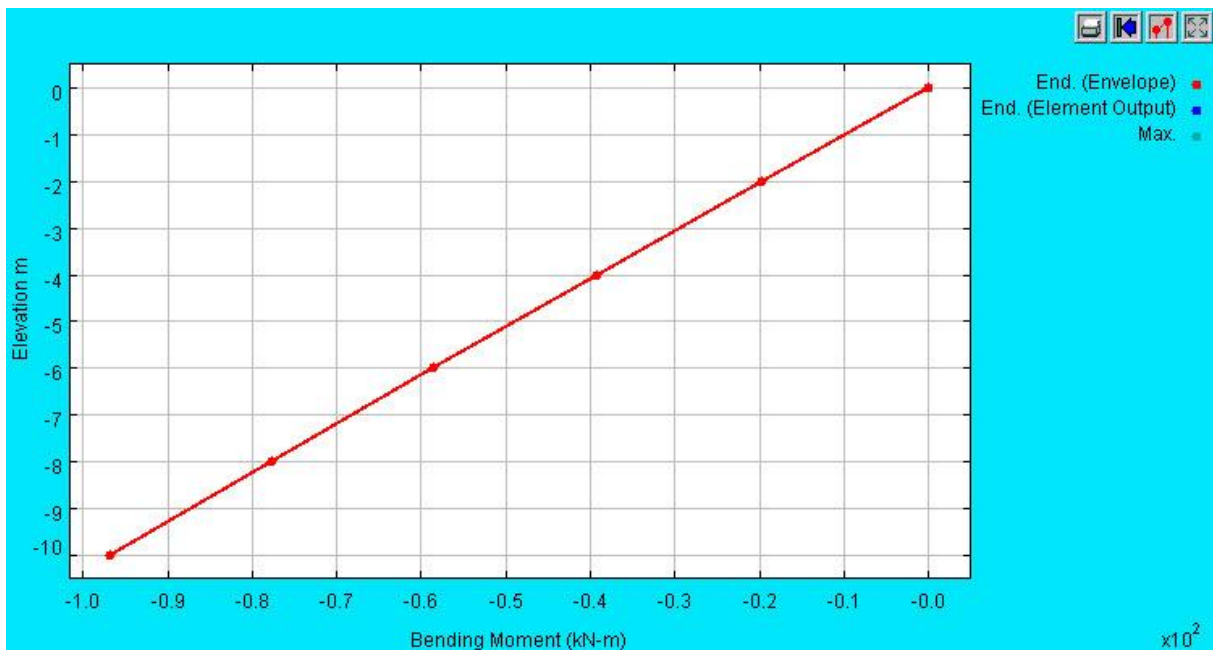
Pelen ble modellert med 16 radielle skiver med 2 meters høye elementer.

**RESULTAT:**

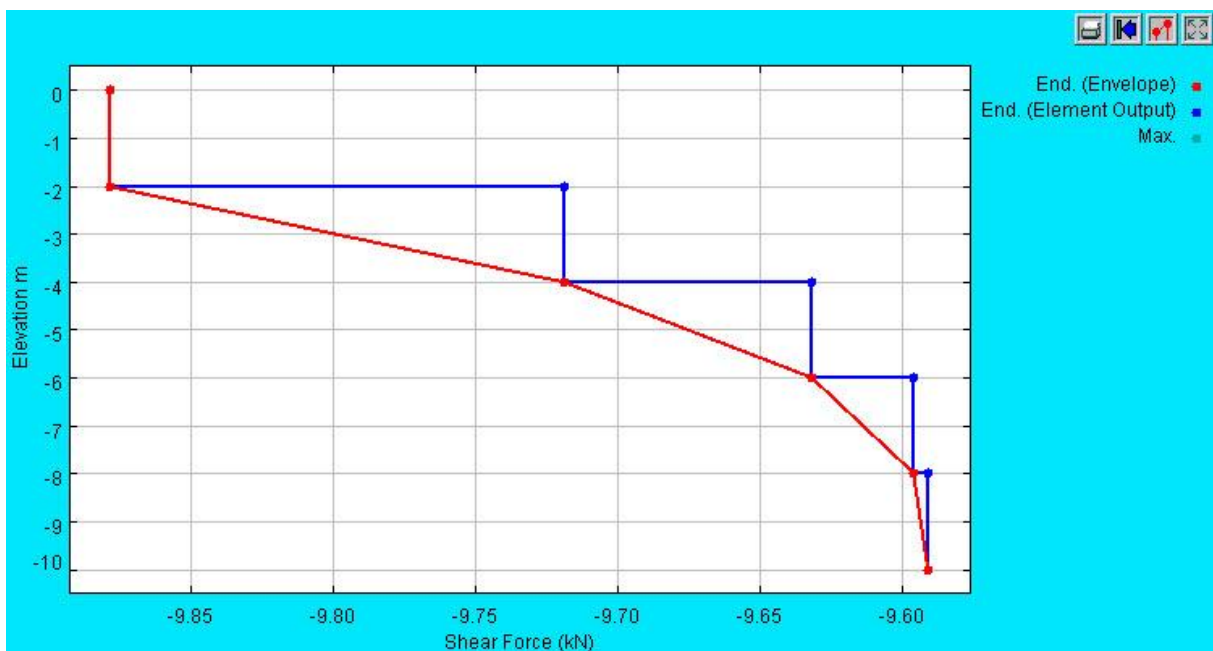
Her under vises skjær, moment og deformasjonskurven til pelen utregnet i OpenSeesPI:



**Figur F.2. Deformasjon av pel fra OpenSeesPI**

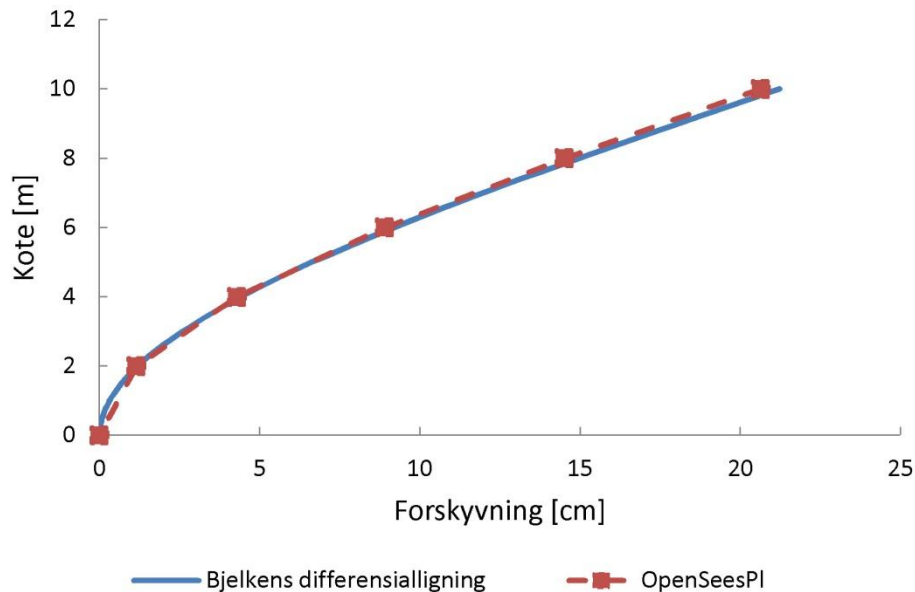


Figur F.3. Moment diagram fra OpenSeesPI



Figur F.4. Skjærkraft diagram fra OpenSeesPL

Deformasjonen av beregnet i OpenSees er også plottet mot bjelkens differensialligning i figur 6.



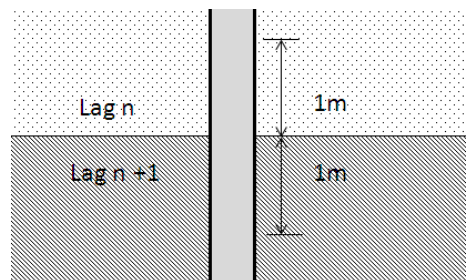
**Figur F.5. Deformasjon av utkraget bjelke fra OpenSeesPI plottet med «deformasjonskurven» i henhold til bjelkens differensialligning**

### DISKUSJON

Figur F.5 viser at OpenSeesPI i stor grad klarer å gjengi deformasjonen av utkraget bjelke med forholdsvis få elementer. Skjærkurvens diskontinuitet (blå linje) kommer fra bruk av første ordens elementer. Den minkende skjærkraften antas å komme fra jordens laterale stivhet. Det konkluderes med at OpenSeesPI, med sine 8 noders elementer, med god nøyaktighet beregner pelens teoretiske deformasjon i forhold til belastning.

### MESH AVHENGIGHET

Det ble utført 3 analyser på pelen i jordprofil 1\_1, eksiter av jordskjelv, for å undersøke problemets generelle mesh-sensitivitet. Med lag-delingen som det mest interessante området i jordprofilet, ble analysene utført med ulik vertikal tetthet ved lag-s skillet, se figur F.5. Alle analysene ble modellert med 32 radielle skiver og 7 radielle lag. Pelen og løsmassene i de nederste 10 meterne av jordprofilet ble modellert med 50 cm «høye» elementer. De øvre 8,5 meterne i profilet ble modellert med mesh av ulik vertikal tetthet. Tabell F.3 angir meshets vertikale tetthet 1m, over og under, lag-s skillet. Jordprofilet ble eksitert i henhold til den kunstige tidsserien i figur (figur av tidsserie)



**Figur F.5. Vertikal mesh-tetthet ved lagdeling**

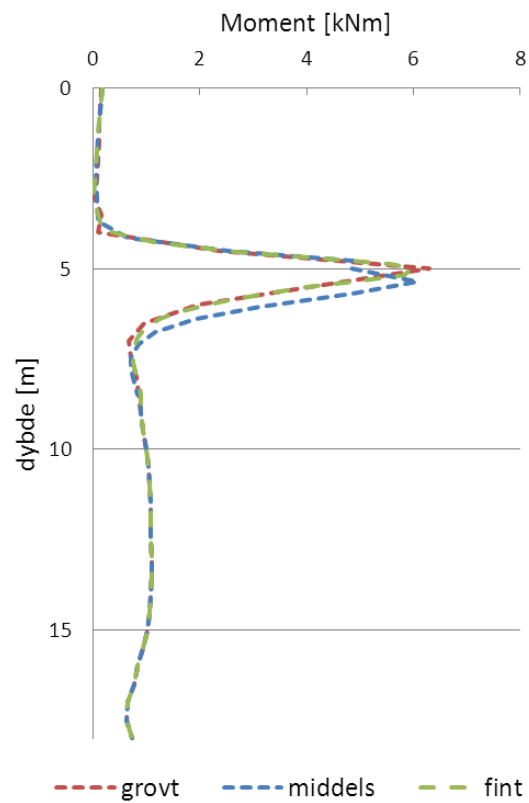


Tabell F.3. Vertikal Tetthet mehet ved lag-skiellet

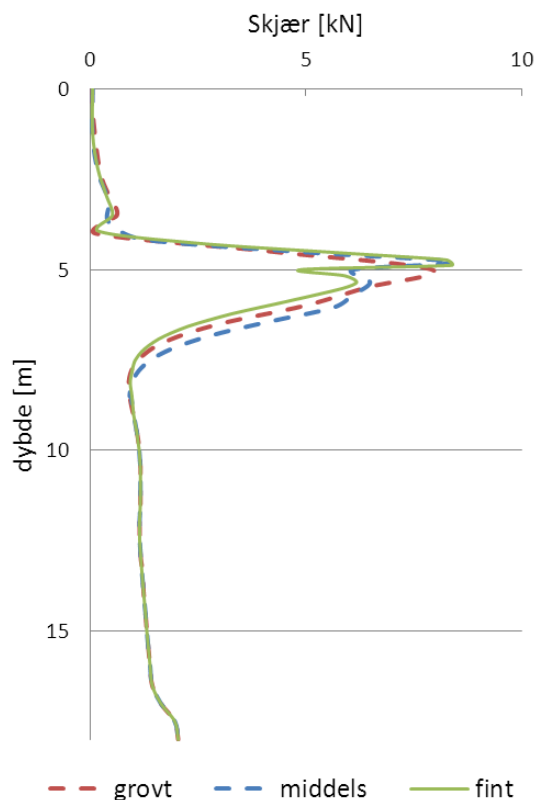
Analyse	Vertikal Tetthet
Grovt	0.5 m
Middels	0,33 m
Grovt	~0,19,

*RESULTAT*

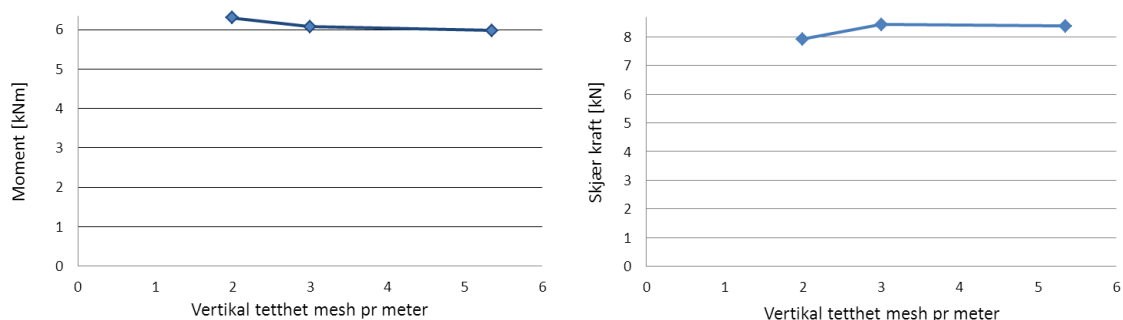
Resultatene fra OpenSees blir her fremstilt som omhyllingskurver, hvor pelens tidshistorie gjennomføres for å finne maksimal respons for de ulike stedene i pelen.



Figur F.6. Omhyllingskurve av momentet, med mesh av ulik tetthet ved jordprofilets lag-skilte



Figur F.7. Omhyllingskurve av skjær, med mesh av ulik tetthet ved jordprofillets lag-skilte



Figur F.8. Pelens moment og skjærkraft, avhengighet av vertikal tetthet i lagdelingen

### Diskusjon

Omhyllingskurvene i figur F.6 og F.7 viser at selv med et grovt mesh gjengis maks skjær og moment relativt godt i forhold til det fine meshet. Den grove omhyllingskurven er imidlertid for grov til å fange pelens konvergerende skjær i lag-skillet som skisseres av den fine omhyllingskurven. Figur F.8 viser hvordan skjær og momentet i pelen konvergerer med høyere tetthet når jordprofillet eksiteres av det kunstige skjelvet.