

# Aerodynamisk stabilitet av lange slanke hengebruer

**Maria Voigt**

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2013

Hovedveileder: Einar Norleif Strømmen, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for konstruksjonsteknikk



# MASTEROPPGAVE 2013

## Konstruksjonsteknikk

for

**Maria Voigt**

### AERODYNAMISK STABILITET AV LANGE SLANKE HENGEBRUER

#### *Aerodynamic stability of slender suspension bridges*

I Norge er det for tiden under planlegging og bygging en rekke meget slanke brukonstruksjoner, for eksempel Hardangerbroen som er en klassisk hengebro og Hålogalandsbroen som er under utredning i to alternative utgaver, ett alternativ som en vanlig hengebro og et annet i form av den såkalte "Brusymfonien". Begge har hovedspenn på betydelig mer enn 1000 m. De er svært utsatt for den dynamiske lastvirkningen fra vind, men begge er håndterbare innenfor dagens teknologi. Det er imidlertid også under utredning en kryssing av Sognefjorden som innebærer en bro med spenn på opp til tre kilometer, og i dette tilfellet er det usikkert i hvilken grad man vil være i stand til å oppnå en konstruktiv utførelse med tilfredsstillende aerodynamisk egenskaper. Det har i den forbindelse blitt foreslått å undersøke muligheten for å addere demping til systemet ved hjelp av en eller flere massedempere. Hensikten med denne oppgaven er nettopp å se på mulige utførelser av fjordkryssinger i denne spennvidden, hvor det legges spesiell vekt på å undersøke i hvilken grad massedempere (TMD) kan bidra. Arbeidet foreslås lagt opp etter følgende plan:

1. Studenten setter seg inn i teorien for hengebroens virkemåte (men det er ikke hensikten at dette skal kunne ut i en omfattende utredning).
2. Studenten setter seg inn i teorien for aerodynamisk stabilitet av slanke broer, spesielt med hensyn til koblede vertikal- og torsjonssvingninger, dvs. "flutter" (se *Strømmen: Theory of bridge aerodynamics, Springer 2006*).
3. For en eller flere aktuelle utførelser (avtales med veileder og Sivilingeniør K. Berntsen i Vegdirektoratet) skal det foretas en utredning med sikte på å kvantifisere de viktigste mekaniske egenskapene (dvs. aktuelle masse- og stivhetsegenskaper). Basert på regnemaskinprogrammet Alvsat skal det deretter foretas beregninger av de aktuelle egenfrekvensene og tilhørende egensvingeformene som er avgjørende for stabilitetsgrensen. (I den grad tiden tillater det skal disse beregningene utføres i form av et parameterstudium.)
4. For tilfellene som er behandlet under punkt 3 skal det foretas beregninger av stabilitetsgrensen. Beregningen skal baseres på en mest mulig generell teori (se punkt 2 ovenfor) og en løsning i Matlab.
5. For det samme tilfellet skal det foretas en undersøkelse i hvilken grad en eller flere massedempere vil kunne forbedre de dynamiske egenskapene til systemet.

Studenten kan selv velge hvilke problemstillinger han ønsker å legge vekt på. Oppgaven skal gjennomføres i samarbeid med Siv.ing. Kristian Berntsen og Dr.ing. Bjørn Isaksen i Vegdirektoratet.

NTNU, 2013-01-03

  
Einar Strømmen



## Forord

Denne oppgaven er skrevet over ett semester som en avsluttende masteroppgave for studiet Bygg- og Miljøteknikk ved NTNU i Trondheim.

I sommerjobb hos bruseksjonen i Vegdirektoratet fikk jeg bekreftet min interesse for broer. I prosjektoppgaven ble derfor broer et naturlig hovedtema. Den gangen sto oppbyggingen av en Abaqus-modell for mesteparten av tidsforbruket. I masteroppgaven ønsket jeg å gå dypere inn i teorien bak dynamiske instabiliteter. Jeg har delt tiden likt mellom litteraturstudie og arbeid med diverse programmer. Etter 20 ukers arbeid sitter jeg igjen med en voksende interesse og fascinasjon for broer.

Jeg vil takke Einar Strømmen for veiledning og god litteratur. Vegdirektoratet har bidratt med nyttige innspill og delt resultater fra mange års forskning. Fra bruseksjonen ønsker jeg spesielt å takke Bjørn Isaksen og Kristian Berntsen. Jeg vil også rette en takk til familien min og Bjørnar Byberg for korrekturlesing samt nyttige innspill underveis.

---

Maria Voigt

“Although this leap into the hitherto unknown domain of man-made spans is a giant step, it is not in any way a leap in the dark”.

- Giuseppe Fiammenghi

## Sammendrag

Som en del av fergefri E39 undersøkes det muligheten for en fast forbindelse over Sognefjorden. Et av alternativene er en hengebro med et hovedspenn på 3700 m. Dette spennet vil bli nesten dobbelt så langt som verdens lengste eksisterende hovedspenn. Naturlig nok vil det derfor oppstå helt nye utfordringer innenfor blant annet stabilitet. Denne oppgaven omhandler de aerodynamiske egenskapene til en slik grensesprengende konstruksjon, spesielt med tanke på avstivningsbæreren.

Oppgaven begynner med et litteraturstudium. Hengebroers virkemåte blir presentert samt spesielle utfordringer ved lange spenn. Deretter presenteres metoden for utregning av horisontalkraft i hovedkablene. Instabilitets-fenomenene som oppstår for et brotverrsnitt gjennomgås: statisk divergens, dynamisk instabilitet i vertikalretning, dynamisk instabilitet i torsjon og flutter. Virvelavløsning beskrives, samt konstruksjonselementene som brukes for å unngå dette. Innvirkningen av avstivningsbæreren blir utforsket, og tre gunstige utforminger blir presentert. Hovedelementene til konstruksjonen har blitt oppgitt fra Vegdirektoratet. For å verifisere gjennomførbarheten til konstruksjonen blir kapasiteten til hovedkablene regnet ut og sammenlignet med den dimensjonerende kraften i hovedkablene. Deretter blir dataprogrammet Alvsat benyttet for å finne egenfrekvenser og egenmoder. Til slutt regnes stabilitetsgrensen for de ulike avstivningsbærerne ut.

Avstivningsbæreren er et splittet kassetverrsnitt som består av to kassetverrsnitt koblet sammen ved hjelp av en tverrstiver. Parameteren som varieres er senteravstanden mellom de to kassene. Denne er enten 15 m, 20 m eller 30 m. Beregninger viser at grensen for dynamisk instabilitet endrer seg for de ulike avstivningsbærerne. For senteravstand 15 m mellom kassene blir flutter dimensjonerende og oppstår ved en vindhastighet på 74 m/s. For senteravstand 20 m mellom kassene vil dynamisk instabilitet i torsjon være dimensjonerende. Dette oppstår ved en vindhastighet på 107 m/s. Flutter vil også oppstå for denne utformingen, men blir ikke dimensjonerende. Noe overraskende oppnås det ingen stabilitetsgrense for avstivningsbæreren med 30 m senteravstand.

Selve utførelsen av avstivningsbæreren vil dermed ha stor betydning for broens dynamiske egenskaper og påvirke den dimensjonerende vindhastigheten.

Selv om det ikke har blitt utført vindmålinger ved plasseringen av broen over Sognefjorden ble det brukt 58 m/s på Hardangerbrua. Den dimensjonerende vindhastigheten virker derfor tilstrekkelig for de tre utførelsene av avstivningsbæreren. Effekten av en massedemper har ikke blitt undersøkt, men en massedemper vil kunne redusere responsen.





## Summary

Significant research has been made to explore the feasibility of the Coastal Highway Route E39. The most challenging part is the crossing of the Sognefjord. One of the proposals is a suspension bridge with a main span of 3700 m. This is almost twice the size of the current longest span. New challenges will emerge, especially considering aerodynamic stability.

This thesis starts with a theoretical study of the relevant dynamic instability phenomena. Four phenomena are discussed: static divergence, galloping, dynamic stability limit in torsion and flutter. The general behavior of suspension bridges as well as challenges specific to long spans is also discussed. Then Alvsat is employed to calculate the bridge's eigenfrequencies and eigenmodes. These are necessary when the thesis proceeds to determine the stability limit for three designs of the bridge cross section.

The three different bridge cross sections each consist of two box girders connected together using transverse girders. This configuration is called a split box girder. What sets the split box girders apart is the distance between the center of gravity of the split boxes. This distance is either 15 m, 20 m or 30 m. Calculations show that the dynamic stability limit will vary for the different cross sections. When the distance is 15 m flutter will occur at 74 m/s. When the distance is 20 m dynamic stability limit in torsion will occur at 124 m/s. However, for the cross section with 30 m distance no stability limit seem to occur.

The design of the bridge cross section will influence the aerodynamic properties of the bridge and thus the design wind velocity.

The Hardanger Bridge was made to withstand a wind velocity of 57.9 m/s. The critical wind speed seems sufficiently high for all the box girders. The effect of a tuned mass damper has thus not been evaluated, also due to a lack of time.



# Innhold

<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teoretisk grunnlag</b>	<b>3</b>
2.1	Generelt om hengebroer	4
2.1.1	Virkemåte	4
2.1.2	Egenskaper til lange hengebroer	5
2.2	Horisontalkraft i bærekabel	8
2.3	Aerodynamiske deriverte	11
2.3.1	Generelt	11
2.3.2	Flat plate	12
2.4	Bevegelsesinduserte instabiliteter	14
2.4.1	Aerodynamisk stabilitet av slanke broer	14
2.4.2	Statisk divergens	16
2.4.3	Dynamisk instabilitet i vertikalretning	17
2.4.4	Dynamisk instabilitet i torsjon	18
2.4.5	Koblede vertikal- og torsjonsvingninger: Flutter	18
2.5	Virvelavløsning	22
2.6	Innvirkning av tverrsnittstypen	23
2.6.1	Fagverktverrsnitt	23
2.6.2	Spisskassetverrsnitt	24
2.6.3	Splittet spisskassetverrsnitt	24
2.7	Massedempere	27
2.8	Teori implementert i Alvsat	29
2.8.1	Galerkins metode	29
<b>3</b>	<b>Horisontalkraft i bærekabel</b>	<b>33</b>
3.1	Utregning av horisontalkraft i bærekabel	34
3.1.1	Trafikklast, egenvekt og lastfaktorer	34
3.1.2	Dimensjonering av bærekabel	34
<b>4</b>	<b>Alternative utførelser av avstivningsbærere</b>	<b>37</b>
4.1	Konstante verdier for varierende senteravstand	39
4.2	Verdier som varierer med senteravstanden	40
<b>5</b>	<b>Analyser i Alvsat</b>	<b>43</b>
5.1	Modformer og egenfrekvenser	44
<b>6</b>	<b>Resultater</b>	<b>47</b>
6.1	Stabilitetsgrense, $V_{cr}$	48

6.1.1	Statisk divergens	48
6.1.2	Dynamisk instabilitet i vertikalretning	49
6.1.3	Dynamisk instabilitet i torsjon	49
6.1.4	Koblede vertikal- og torsjonsvingninger: Flutter	51
6.1.5	Oppsummering	61
6.2	Aerodynamiske deriverte	62
6.2.1	Dynamisk instabilitet i torsjon for c/c 20	62
6.2.2	Mangel på stabilitetsgrense for c/c 30	62
<b>7</b>	<b>Diskusjon og videre arbeid</b>	<b>65</b>
<b>8</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>67</b>
<b>A</b>	<b>Programkode - Matlab</b>	<b>71</b>
A.1	Aerodynamiske deriverte for flat plate	71
A.2	Stabilitetsgrense i torsjon for bro over Sognefjorden	74
A.3	Stabilitetsgrense i flutter for Hardangerbrua	77
A.4	Stabilitetsgrense i flutter for bro over Sognefjorden c/c 20	80
A.5	Aerodynamiske deriverte for flat plate og de ulike avstivningsbæerne	83
<b>B</b>	<b>Programfiler til Alvsat</b>	<b>89</b>
B.1	Input-fil for bro over Sognefjorden c/c 15	89
B.2	Input-fil for bro over Sognefjorden c/c 20	91
B.3	Input-fil for bro over Sognefjorden c/c 30	93
B.4	Output-fil for bro over Sognefjorden c/c 20	95
<b>C</b>	<b>Plot</b>	<b>117</b>
C.1	Plot av stabilitetsgrensen i flutter for bro over Sognefjorden c/c 30	117
<b>D</b>	<b>Regneark</b>	<b>119</b>
D.1	Parametre for de ulike avstivningsbæerne	119
D.2	Betydning av de ulike aerodynamiske deriverte	122

# Figurer

2.1	Gjemnessundbrua modellert i Abaqus	4
2.2	Virkemåte til en hengebro [3]	5
2.3	Andel av last tatt opp av brodekket som funksjon av spenn [2]	6
2.4	Areal av kabel som funksjon av spenn [2]	7
2.5	Inkrement av hovedkabel [5]	8
2.6	Horisontalkraft i hovedkabel [5]	9
2.7	Aerodynamiske deriverte for en flat plate	13
2.8	Typisk respons som funksjon av middelvindhastighet [7]	14
2.9	Virvelavløsning [2]	22
2.10	Virvelavløsning-reduserende konstruksjonselementer [9]	22
2.11	Fagverktverrsnittet til Akashi-Kaikyo-broen [10]	23
2.12	Avstivningsbærer til Østbroen [1]	24
2.13	Avstivningsbærer med 30 m senteravstand [9]	25
2.14	Avstivningsbærer til Messina-broen [2]	25
2.15	Avstivningsbærer til Xihoumenbroen [11]	26
2.16	System med en frihetsgrad og en massedemper [5]	27
2.17	Frekvensresponsfunksjonen for et system med en frihetsgrad og en massedemper [5]	28
4.1	Spisskassetverrsnitt [9]	37
4.2	Tre utforminger av avstivningsbæreren [9]	38
5.1	Asymmetriske modeformer vist for halve bro lengden, $c/c$ 20	45
6.1	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ og $\hat{V}$ for Hardangerbrua	53
6.2	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ for $\hat{V}$ lik 1.5 for Hardangerbrua	54
6.3	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ og $\hat{V}$ mellom 8.2 og 11.8 for $c/c$ 15	55
6.4	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ og $\hat{V}$ for $c/c$ 15	55
6.5	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ og $\hat{V}$ lik 10.0 for $c/c$ 15	56
6.6	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ og $\hat{V}$ mellom 16.3 og 20.5 for $c/c$ 20	57
6.7	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ og $\hat{V}$ for $c/c$ 20	57
6.8	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ for $\hat{V}$ lik 18.4 for $c/c$ 20	58
6.9	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ når $\hat{V}$ er mindre enn 10 for $c/c$ 30	59
6.10	Reell og imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ når $\hat{V}$ er mindre enn 10 for $c/c$ 30	59
6.11	Imaginær del som funksjon av $\hat{\omega}_r$ når $\hat{V}$ er større enn 20 for $c/c$ 30	60
6.12	Aerodynamiske deriverte, $A_2^*$ og $A_3^*$ for flat plate og tre ulike versjoner av bro over Sognefjorden	62
6.13	Aerodynamiske deriverte for flat plate og tre ulike versjoner av bro over Sognefjorden	63

C.1 Den reelle og imaginære delen som funksjon av  $\hat{\omega}_r$ , når  $\hat{V}$  er mellom 10 og 20 for  $c/c = 30$

117

# Tabeller

2.1	Vekt av avstivningsbærer og kabler for broer med ulikt hovedspenn	6
2.2	Frekvensforhold for ulike broer [2]	19
4.1	Verdier for bro over Sognefjorden [12]	39
4.2	Inngangsparametre i Alvsat [12]	40
4.3	Verdier for bro over Sognefjorden [14]	41
5.1	Egenfrekvenser og svingeformer [rad/s]	44
5.2	Frekvensforhold [rad/s]	46
6.1	$C'_M$ for ulike tverrbærere	48
6.2	Komponenter i Ligning 2.35 for c/c 15, c/c 20, c/c 30 [rad/s]	49
6.3	$A_2^*$ for c/c 15, c/c 20, c/c 30 [rad/s]	50
6.4	$A_3^*$ for c/c 15, c/c 20, c/c 30 [rad/s]	50
6.5	Relevante verdier til bruk i flutterberegningen av Hardangerbrua	52
6.6	Kritisk vindhastighet for ulike instabilitets-fenomener	61





# Kapittel 1

## Innledning

I litteraturen som omhandler lange hengebroer brukes ofte uttrykket: "state of the art". Dette beskriver teknologi som utfordrer det som er mulig i en tidsperiode. Det brukes gjerne om ingeniørkunst og er beskrivende for utviklingen av hengebroer. Med Hardangerbrua snart ferdigstilt og mulighetsstudie for broen over Sognefjorden er Norge med på å flytte grensene innen brobygging.

Rekorden for lengste hovedspenn holdes av Akashi-Kaikyo-broen som er 1991 m. En hengebro over Sognefjorden vil ha et hovedspenn på 3700 m. Med nær dobling av spennet følger også usikkerhetsmomenter. Denne oppgaven vurderer de dynamiske utfordringene ved lange spenn. Mye forskning har allerede blitt utført på Messina-broen, en prosjektert hengebro i Italia med et hovedspenn på 3300 m. Selv om Messina-broen foreløpig ikke har blitt bygget, tyder prosjekteringen på at et slikt prosjekt kan gjennomføres.

Formålet med oppgaven er å undersøke stabiliteten til en eventuell hengebro over Sognefjorden. Først blir kapasiteten til bærekablene sjekket. Deretter vurderes ulike utforminger av avstivningsbæreren for så å regne ut de tilhørende egenfrekvensene til konstruksjonen. Til slutt regnes stabilitetsgrensene ut for de ulike alternative avstivningsbærere ved fire forskjellige instabilitetsfenomener.



# Kapittel 2

## Teoretisk grunnlag

I dette kapitlet blir teorien som brukes videre i oppgaven presentert. Etter å ha diskutert generelt om hengebruer blir det skissert en metode for å regne ut horisontalkraften i en bærekabel.

Deretter presenteres de dynamiske egenskapene til avstivningsbæreren. Først blir hensikten med de aerodynamiske deriverte forklart. Disse har betydning for hvilke bevegelsesinduserte instabiliteter som vil oppstå. Virvelavløsning vil kunne føre til store bevegelser og det blir forklart hvordan dette fenomenet kan unngås.

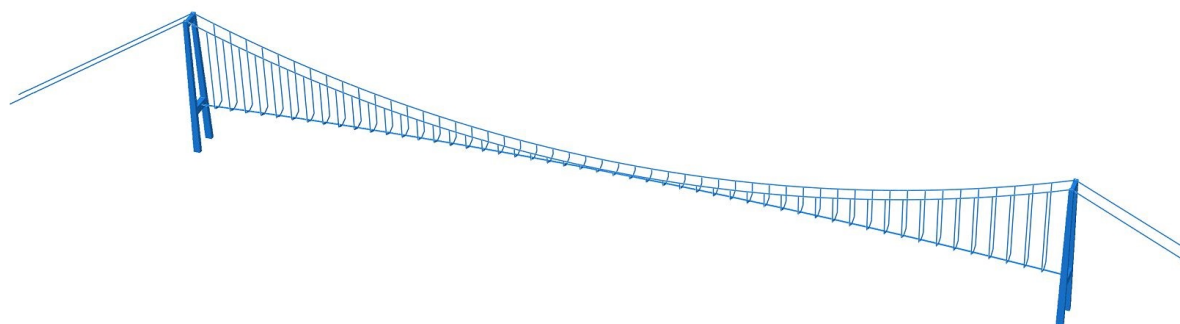
Avstivningsbæreren i oppgaven vil være et splittet kassetverrsnitt hvor det er tre alternativer for avstanden mellom kassene. Senteravstanden varieres mellom 15 m, 20 m og 30 m (senere henviser til som c/c 15, c/c 20 og c/c 30). Egenskapene til ulike tverrsnitt blir utdypet.

Til slutt presenteres påvirkningen av en passiv massedemper på konstruksjonen samt Galerkins metode implementert i Alvsat.

## 2.1 Generelt om hengebroer

De fleste norske hengebroer er slanke siden de består av kun to kjørefelt. I tillegg, for å redusere byggekostnadene knyttet til en stiv utførelse ble det mellom 1912 og 1939 forsøkt å lage mer fleksible hengebroer. I 1990 ble spisskassetverrsnitt utredet grunnet økonomi, vedlikehold og høyere torsjonsstivhet. I 1992 ble den første norske hengebroen med spisskassetverrsnitt, Gjemnessundbrua, fullført. [1].

En modell av en norsk hengebro er vist i Figur 2.1.



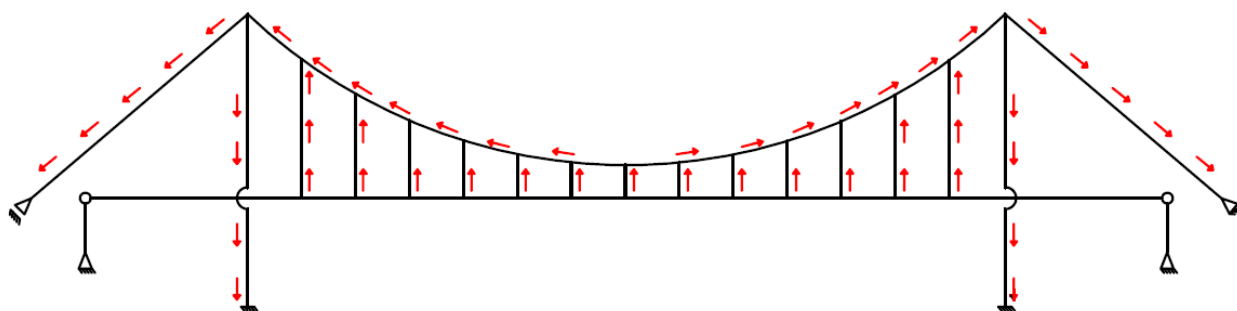
Figur 2.1: Gjemnessundbrua modellert i Abaqus

Hengebroer som bygges i Norge i dag består gjerne av følgende elementer:

1. Avstivningsbærer, ofte to-felts brobane bestående av spisskassetverrsnitt.
2. Tårn, ofte utført i armert betong.
3. Hovedkabler som strekker seg mellom tårnene.
4. Hengekabler som binder brodekket og hovedkablene sammen.
5. Forankring av hovedkablene, ofte utført i fjell.

### 2.1.1 Virkemåte

I en hengebro overføres kreftene fra brobanen via hengekablene til bærekablene. Deretter blir de vertikale kreftene hovedsaklig tatt opp av tårnet, mens de horisontale kreftene blir tatt opp av forankringen. For lange hengebroer kan det antas at brobanen kun overfører krefter til kablene, og at brobanen ikke overfører krefter direkte til tårnet [2]. Statikken er illustrert i Figur 2.2.



Figur 2.2: Virkemåte til en hengebro [3]

Kreftene som virker på brobanen består av egenlast, trafikklast, vindlast samt en dynamisk komponent. Norske hengebroer er som oftest relativt fleksible noe som fører til betydelig strekk i kablene og stor geometrisk stivhet.

Stivheten til kablene i en hengebro består av en geometrisk stivhet og en materialstivhet, se Ligning 2.1.

$$k = k_m + k_g \quad (2.1)$$

hvor: -  $k$  er kablernes totale stivhet.

-  $k_m$  er kablernes materialstivhet.

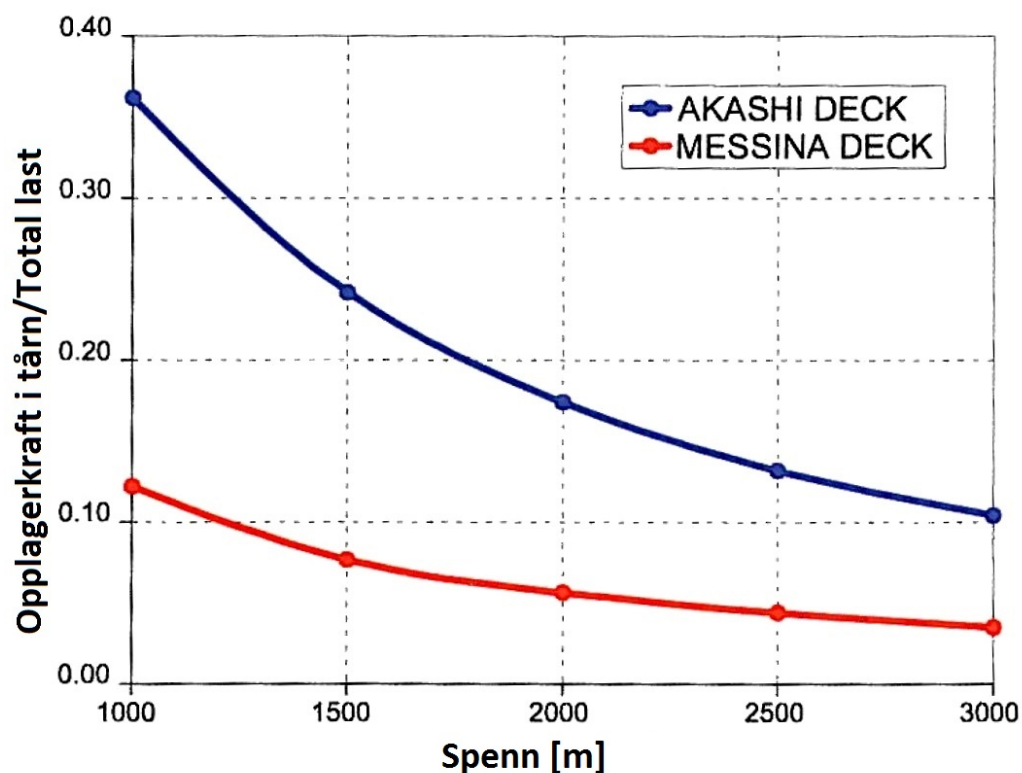
-  $k_g$  er kablernes geometriske stivhet.

I tillegg er utformingen på avstivningsbæreren av betydning for de aerodynamiske egenskapene til broen. Dette blir sett nærmere på i Avsnitt 2.6 [1].

## 2.1.2 Egenskaper til lange hengebroer

### Stivhet

For korte spenn er stivhetsbidraget fra både brobanen og kablene betydelig. For lange hengebroer er hovedkablene desidert viktigst for stivheten av konstruksjonen. Dette er fordi vekten av kabler øker med størrelsen på spennet, mens vekten av brobanen per løpemeter er mindre avhengig av spennet. Denne tendensen er vist i Figur 2.3 [2].



Figur 2.3: Andel av last tatt opp av brodekket som funksjon av spenn [2]

Akashi-Kaikyo-brobanen er et fagverktverrsnitt mens Messina-broen er prosjektert med et splittet kassetverrsnitt.

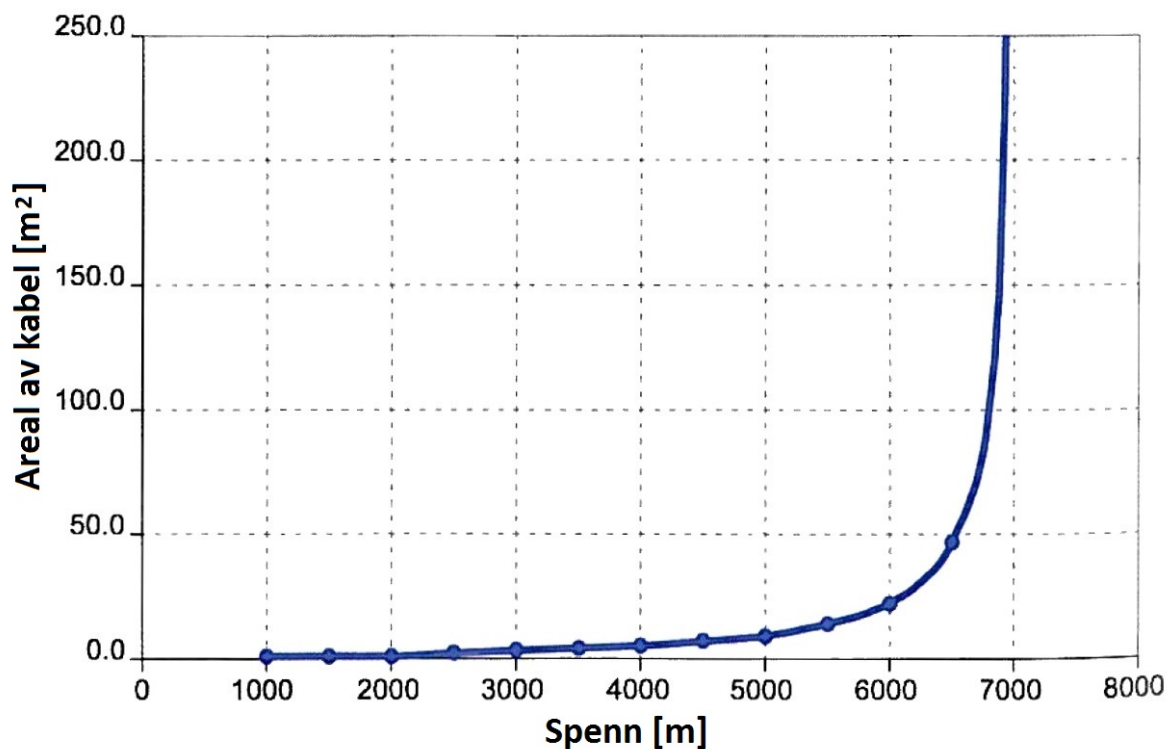
### Kabler

En utfordring med lange hengebroer er den økende vekten av kablene. For broen over Sognefjorden er den gjennomsnittlige vekten av kablene og avstivningsbæreren henholdsvis 20 og 15 tonn per løpemeter bro i hovedspennet . Dette tilsier at for hver kilo i avstivningsbæreren er det prosjektert en kabelvekt på over 1.3 kilo. Eksempler fra andre broer er gitt i Tabell 2.1 [1].

Tabell 2.1: Vekt av avstivningsbærer og kabler for broer med ulikt hovedspenn

Bro	Hovedspenn [m]	Vekt av avstivningsbærer [kg/m]	Vekt av kabler [kg/m]	Forholdstall
Akashi Kaikyo	1991	$23 \cdot 10^3$	$12 \cdot 10^3$	0.5
Messina (ikke bygget)	3300	$18 \cdot 10^3$	$32 \cdot 10^3$	1.8
Sognefjord c/c 20	3700	$15 \cdot 10^3$	$20 \cdot 10^3$	1.3

Etterhvert som lengden på broen øker, vil det komme et punkt der kablene kun bærer sin egen vekt. Dette vil definere den teoretiske grensen for maksimal lengde av hovedspennet. For å forskyve denne grensen er det viktigste hjelpemiddelet sterkere materialer. I denne oppgaven brukes det stålkabler med en fasthet på  $1770 \text{ N/mm}^2$ . Dette er den maksimale tillatte fastheten for prosjektering etter dagens standarder [4]. I Figur 2.4 er nødvendig kabelareal vist for økende hovedspenn.



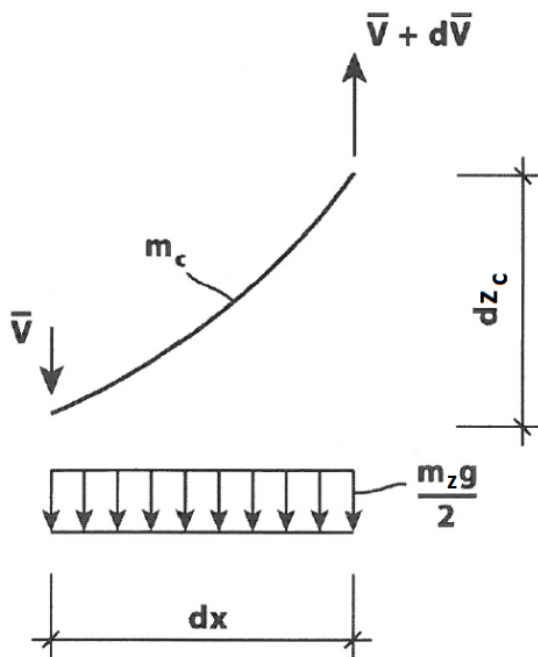
Figur 2.4: Areal av kabel som funksjon av spenn [2]

Av Figur 2.4 kommer det frem at den teoretiske grensen på hovedspennet er rundt 7000 m. Ved utvikling av bedre materialteknologi vil grensen for det mulige bli flyttet.

## 2.2 Horisontalkraft i bærekabel

En av inngangsparametrene i Alvsat er verdien på strekkraften,  $\bar{H}$  i en bærekabel. I dette avsnittet er metoden for å regne denne ut skissert [5].

I Figur 2.5 er lastene på et hovedkabel-inkrement vist.



Figur 2.5: Inkrement av hovedkabel [5]

- hvor:
- $m_c$  er vekten av en hovedkabel samt halve vekten av de tilhørende hengekablene.
  - $m_z$  er vekten av brobanen samt halve vekten av de tilhørende hengekablene.
  - $\bar{V}$  er vertikalkraften.
  - $d\bar{V}$  er endringen i vertikalkraften.
  - $dz_c$  er lengden av inkrementet i vertikalretning.
  - $dx$  er lengden av inkrementet i horisontalretning.
  - $g$  er tyngdens akselerasjon.

Ved å ta vertikal likevekt for Figur 2.5 fås endringen i vertikalkraft,  $d\bar{V}$ .

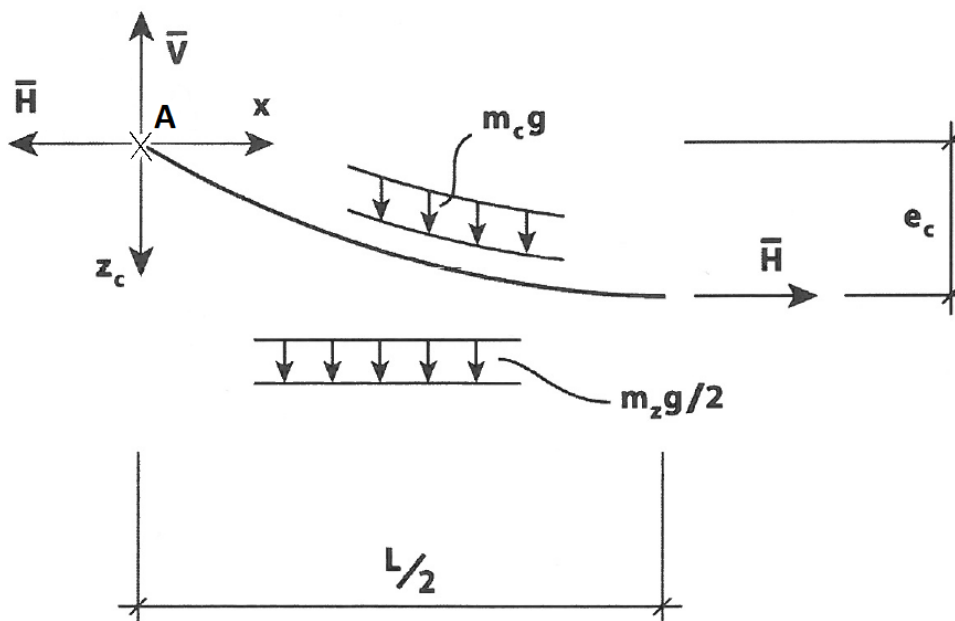
$$d\bar{V} = (m_c ds + \frac{1}{2} m_z dx) g \quad (2.2)$$

Her er lengden av inkrementet,  $ds$ , gitt i Ligning 2.3.

$$ds^2 = dx^2 + dz_c^2 \quad (2.3)$$



Deretter tas global likevekt til halve lengden av en hovedkabel. Figur 2.6 viser kreftene som virker på denne.



Figur 2.6: Horisontalkraft i hovedkabel [5]

- hvor:
- $e_c$  er kabelheng av hovedkabel.
  - $\bar{H}$  er horisontalkraften.
  - $A$  er punktet i toppen av tårnet.

Ved å ta momentlikevekten om punkt  $A$  i Figur 2.6 og sette denne lik null, finnes Ligning 2.4 og 2.5.

$$\sum M_A = 0 \quad (2.4)$$

$$\rightarrow \bar{H}e_c = \int_0^{L/2} \left( \frac{m_z}{2} dx + m_c ds \right) gx = g \int_0^{L/2} \left( \frac{m_z}{2} + m_c \frac{ds}{dx} \right) x dx \quad (2.5)$$

Ved å kombinere Ligning 2.3 og 2.5 utledes Ligning 2.6. Denne tilnærmes til Ligning 2.7.

$$\rightarrow \bar{H}e_c = g \int_0^{L/2} \left( \frac{m_z}{2} + m_c \sqrt{1 + \left( \frac{dz_c}{dx} \right)^2} \right) x dx \quad (2.6)$$

$$\approx g \int_0^{L/2} \left( \frac{m_z}{2} + m_c \left( 1 + \frac{1}{2} z_c'^2 \right) \right) x dx \quad (2.7)$$

Ved å innføre  $z_c \approx 4e_c \frac{x}{L} (1 - \frac{x}{L})$  fås Ligning 2.8. Utledningen av  $z_c$  er ikke gitt her, men den kan finnes i sin helhet i litteraturen [5].

$$\frac{\bar{H}e_c}{g} = \frac{m_z}{2} \int_0^{L/2} x dx + m_c \int_0^{L/2} \left[ 1 + 8 \left( \frac{e_c}{L} \right)^2 \left( 1 - 2 \frac{x}{L} \right)^2 \right] x dx \quad (2.8)$$

$$= \frac{m_z L^2}{16} + \frac{m_c L^2}{8} \left[ 1 + \frac{4}{3} \left( \frac{e_c}{L} \right)^2 \right] \quad (2.9)$$

$$\rightarrow \bar{H} = \frac{m_z g L^2}{16 e_c} \left\{ 1 + \frac{2 m_c}{m_z} \left[ 1 + \frac{4}{3} \left( \frac{e_c}{L} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.10)$$

Ligning 2.10 brukes videre i Avsnitt 3.1 for å beregne den endelige verdien av horisontalkraften.

## 2.3 Aerodynamiske deriverte

### 2.3.1 Generelt

De aerodynamiske deriverte beskriver vindstrømningen rundt et tverrsnitt og avhenger av den ytre formen til tverrsnittet. For en gitt avstivningsbærer kan de aerodynamiske deriverte finnes ved hjelp av vindtunneltester. Mange slike tester har blitt gjort ved NTNU på oppdrag fra Statens Vegvesen, for eksempel for Hardangerbrua [3].

Aerodynamiske deriverte blir vanligvis gitt som en funksjon av den dimensjonsløse reduserte vindhastigheten  $\hat{V}$ , gitt i Ligning 2.11 [6].

$$\hat{V} = \frac{V}{B\omega_i(V)} \quad (2.11)$$

hvor: -  $V$  er vindhastigheten.

-  $B$  er bredden av brobanen.

-  $\omega_i(V)$  er egenfrekvensen til broen for en gitt vindhastighet  $V$ .

Det er de dimensjonsløse koeffisientene gitt i Ligning 2.12 som vanligvis blir kalt aerodynamiske deriverte. Det kommer frem av Ligning 2.12 at de aerodynamiske deriverte er funksjoner av den reduserte hastigheten gitt i Ligning 2.11 [7].

$$\begin{bmatrix} P_1^* & H_1^* & A_1^* \\ P_2^* & H_2^* & A_2^* \\ P_3^* & H_3^* & A_3^* \\ P_4^* & H_4^* & A_4^* \\ P_5^* & H_5^* & A_5^* \\ P_6^* & H_6^* & A_6^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\bar{C}_D \frac{D}{B} \hat{V} & -(C'_L + \bar{C}_D \frac{D}{B}) \hat{V} & -C'_M \hat{V} \\ 0 & 0 & 0 \\ C'_D \frac{D}{B} \hat{V}^2 & C'_L \hat{V}^2 & C'_M \hat{V}^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ (\bar{C}_L - C'_D \frac{D}{B}) \hat{V} & -2\bar{C}_L \hat{V} & -2\bar{C}_M \hat{V} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

hvor: -  $D$  er dybden av avstivningsbæreren.

-  $\bar{C}_D$  er dragkoeffisienten for brobjelken.

-  $\bar{C}'_D$  er gradienten av dragkoeffisienten for brobjelken.

-  $\bar{C}_L$  er løftkoeffisienten for brobjelken.

-  $\bar{C}'_L$  er gradienten av løftkoeffisienten for brobjelken.

-  $\bar{C}_M$  er momentkoeffisienten for brobjelken.

-  $\bar{C}'_M$  er gradienten av momentkoeffisienten for brobjelken.

Når de aerodynamiske deriverte er bestemt brukes de til å finne de aerodynamiske dempnings- og stivhets-matrisene [7].

$$\hat{C}_{ae} = \begin{bmatrix} P_1^* & P_5^* & BP_2^* \\ H_5^* & H_1^* & BH_2^* \\ BA_5^* & BA_1^* & B^2A_2^* \end{bmatrix} \quad \hat{K}_{ae} = \begin{bmatrix} P_4^* & P_6^* & BP_3^* \\ H_6^* & H_4^* & BH_3^* \\ BA_6^* & BA_4^* & B^2A_3^* \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

### 2.3.2 Flat plate

For en flat plate blir de aerodynamiske deriverte som gitt i Ligning 2.14 [7].

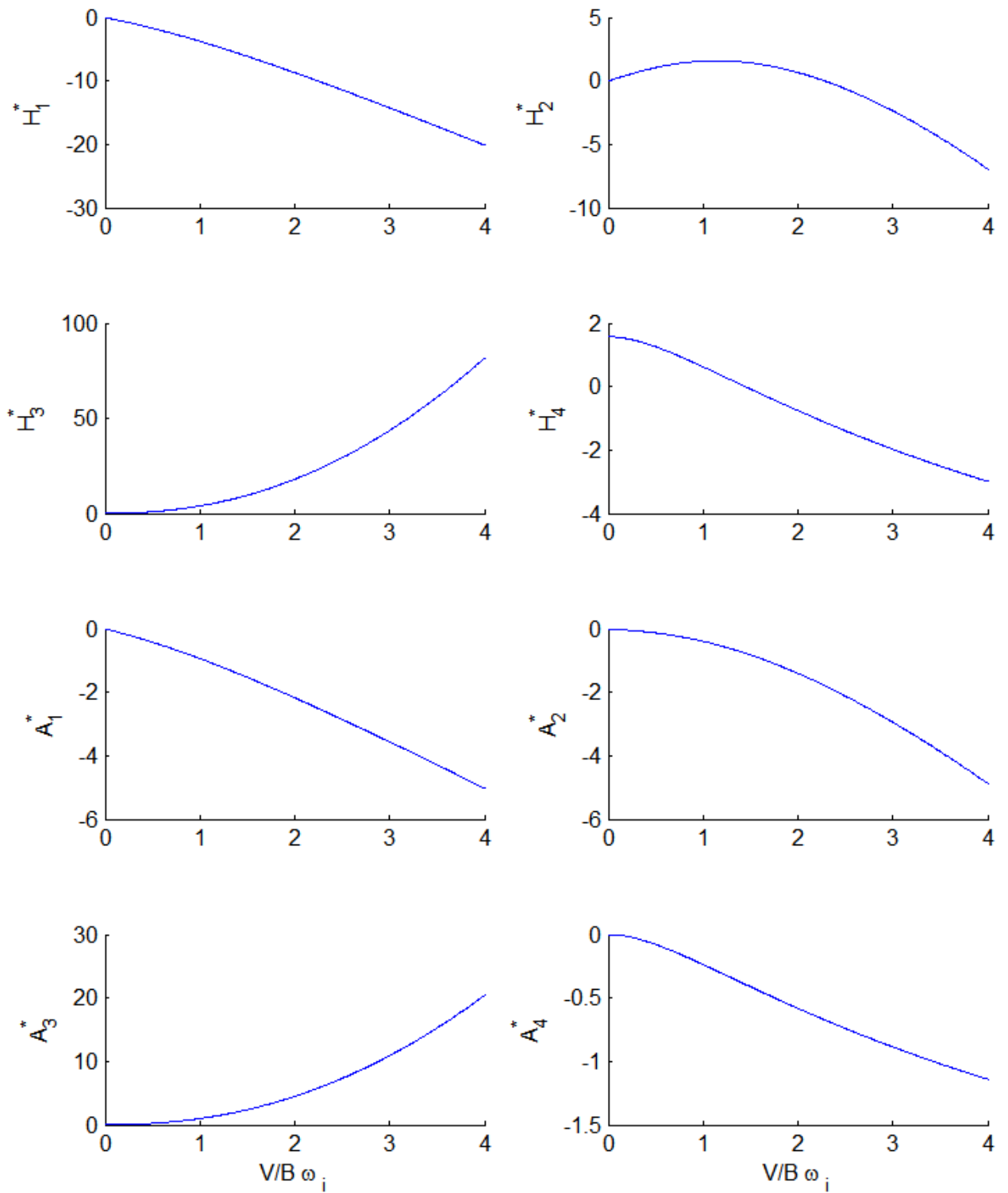
$$\begin{bmatrix} H_1^* & A_1^* \\ H_2^* & A_2^* \\ H_3^* & A_3^* \\ H_4^* & A_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\pi F \hat{V}_i & -\frac{\pi}{2} F \hat{V}_i \\ \frac{\pi}{2}(1 + F + 4G \hat{V}_i) \hat{V}_i & -\frac{\pi}{8}(1 - F - 4G \hat{V}_i) \hat{V}_i \\ 2\pi(F \hat{V}_i - G/4) \hat{V}_i & \frac{\pi}{2}(F \hat{V}_i - G/4) \hat{V}_i \\ \frac{\pi}{2}(1 + 4G \hat{V}_i) & \frac{\pi}{2} G \hat{V}_i \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Her er  $F$  og  $G$  gitt av Ligning 2.15 og 2.16.

$$F\left(\frac{\hat{\omega}_i}{2}\right) = \frac{J_1 \cdot (J_1 + Y_0) + Y_1 \cdot (Y_1 - J_0)}{(J_1 + Y_0)^2 + (Y_1 - J_0)^2} \quad (2.15)$$

$$G\left(\frac{\hat{\omega}_i}{2}\right) = -\frac{J_1 \cdot J_0 + Y_1 \cdot Y_0}{(J_1 + Y_0)^2 + (Y_1 - J_0)^2} \quad (2.16)$$

$F$  og  $G$  er henholdsvis den reelle og den imaginære delen av Theodorsens sirkulasjons-funksjoner.  $J_n$  og  $Y_n$  er henholdsvis første og andre type Bessel funksjoner av orden  $n$ . De aerodynamiske deriverte for en flat plate er vist i Figur 2.7, og blir brukt i Avsnitt 6.1.4. Beregningsprogrammet for de aerodynamiske deriverte er gitt i Tillegg A.1.



Figur 2.7: Aerodynamiske deriverte for en flat plate

## 2.4 Bevegelsesinduserte instabiliteter

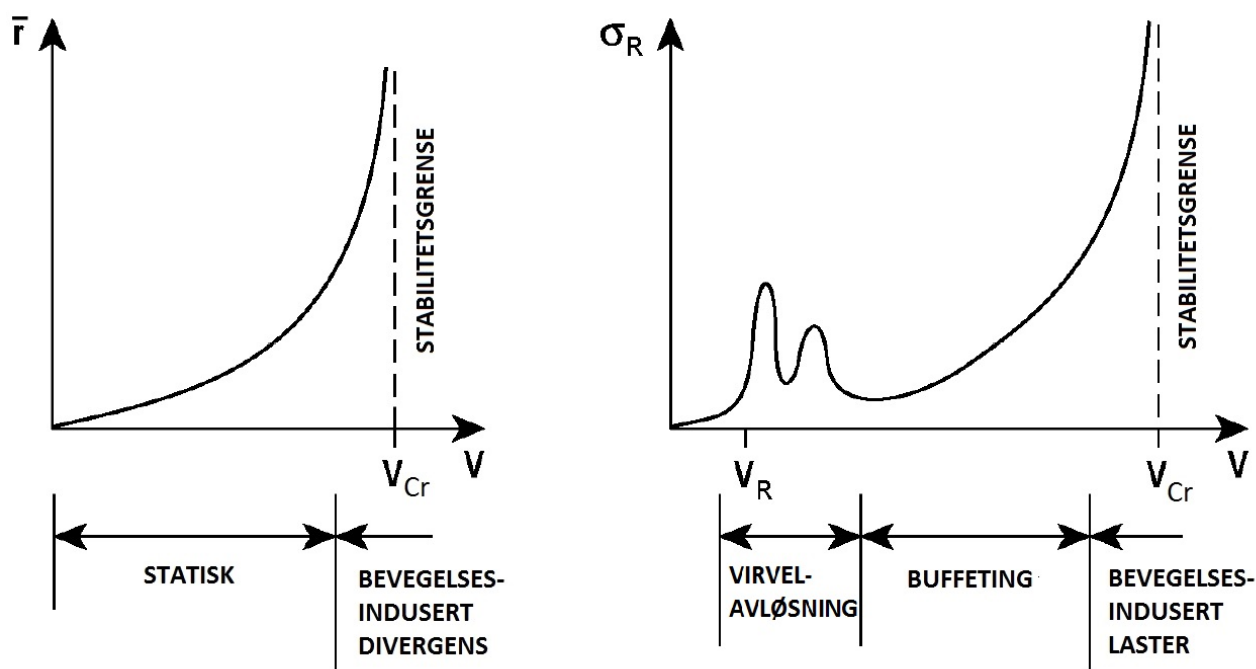
### 2.4.1 Aerodynamisk stabilitet av slanke broer

I november 1940 kollapset Tacoma Narrows-broen etter å ha blitt utsatt for en vindlast på 64 km/t. Det ble fort klart at broens aerodynamiske egenskaper var årsaken. Hendelsen satt for alvor i gang forskning på broers aerodynamikk. Den dynamiske vindlasten er en betydelig del av kreftene en bro kan bli utsatt for - og dimensjonerende i enkelte tilfeller [1].

Både vertikale- og torsjons-egenfrekvenser varierer med vindhastigheten. De aerodynamiske deriverte avhenger av responsen som igjen avhenger av egenfrekvensene. Siden de aerodynamiske deriverte påvirker stivheten til systemet, og dermed egenfrekvensene, er iterasjoner nødvendig for å finne den dimensjonerende vindhastigheten [6].

I de følgende avsnittene er ulike typer dynamisk instabilitet presentert. Ligningene som brukes senere i oppgaven er gitt, uten en detaljert gjennomgang av alle utledningene. Teorien er hentet fra "Theory of Bridge Aerodynamics" [7] og det henvises til denne boken for ytterligere detaljer.

Over en gitt middelvindhastighet vil responsen øke kraftig selv ved en marginal økning i middelvindhastighet. Slik ustabil oppførsel er vist i Figur 2.8 [7].



Figur 2.8: Typisk respons som funksjon av middelvindhastighet [7]

Enhver stabilitetsgrense kan finnes ved hjelp av impedansmatrisen gitt i Ligning 2.17 [7].

$$\hat{\mathbf{E}}_{\eta}(\omega, V) = \left\{ \mathbf{I} - \boldsymbol{\kappa}_{ae} - \left( \omega \cdot \text{diag} \left[ \frac{1}{\omega_i} \right] \right)^2 + 2i\omega \cdot \text{diag} \left[ \frac{1}{\omega_i} \right] (\boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\zeta}_{ae}) \right\} \quad (2.17)$$

Her er  $\zeta_{ae}$  aerodynamisk demping,  $\zeta$  er demping i konstruksjonen, mens  $\kappa_{ae}$  er det aerodynamiske bidraget til systemets stivhet.

For et brotverrsnitt finnes det fire ulike typer instabilitets-fenomener.

1. Statisk divergens
2. Dynamisk instabilitet i vertikalretning
3. Dynamisk instabilitet i torsjon
4. Flutter, koblede vertikal- og torsjonsvingninger

Disse instabilitets-fenomenene er enten vertikale, horisontale eller en kombinasjon. Horisontalforskyvning er ikke aktuelt. Som en forenkling kan det derfor antas at de to eneste modene som er nødvendige å ta i betraktning er moden i vertikalretning med lavest egenfrekvens,  $\phi_1(x)$  og moden i torsjon med lavest egenfrekvens  $\phi_2(x)$ . Begge er gitt i Ligning 2.18 [7].

$$\begin{aligned}\phi_1(x) &= [0 \ \phi_z \ 0]_1^T \\ \phi_2(x) &= [0 \ 0 \ \phi_\theta]_2^T\end{aligned}\quad (2.18)$$

- hvor:
- $\omega_1 = \omega_z$  er egenfrekvensen til  $\phi_1(x)$ .
  - $\omega_2 = \omega_\theta$  er egenfrekvensen til  $\phi_2(x)$ .
  - $\zeta_1 = \zeta_z$  er dempingen av  $\phi_1(x)$ .
  - $\zeta_2 = \zeta_\theta$  er dempingen av  $\phi_2(x)$ .
  - $\tilde{m}_1 = \tilde{m}_z$  er den modale massen til  $\phi_1(x)$ .
  - $\tilde{m}_2 = \tilde{m}_\theta$  er den modale massen til  $\phi_2(x)$ .

Ved å skrive ut impedansmatrisen gitt i Ligning 2.17 med hensyn til disse to modene fås Ligning 2.19.  $\omega_r$  er egenfrekvensen til konstruksjonen ved resonans [7].

$$\begin{aligned}\hat{E}_\eta(\omega_r, V_{cr}) &= \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \kappa_{aezz} & \kappa_{aez\theta} \\ \kappa_{ae\theta z} & \kappa_{ae\theta\theta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (\omega_r/\omega_z)^2 & 0 \\ 0 & (\omega_r/\omega_\theta)^2 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + 2i \begin{bmatrix} \omega_r/\omega_z & 0 \\ 0 & \omega_r/\omega_\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \zeta_z - \zeta_{aezz} & -\zeta_{aez\theta} \\ -\zeta_{ae\theta z} & \zeta_\theta - \zeta_{aez\theta} \end{bmatrix} \right\}\end{aligned}\quad (2.19)$$

hvor:

$$\kappa_{ae_{zz}} = \frac{\rho B^2}{2\tilde{m}_z} \left( \frac{\omega_z(V)}{\omega_z} \right)^2 H_4^* \frac{\int \phi_z^2 dx}{L} \quad (2.20)$$

$$\kappa_{ae_{z\theta}} = \frac{\rho B^3}{2\tilde{m}_z} \left( \frac{\omega_z(V)}{\omega_z} \right)^2 H_3^* \frac{\int \phi_z \phi_\theta dx}{\int \phi_z^2 dx} \quad (2.21)$$

$$\kappa_{ae_{\theta\theta}} = \frac{\rho B^4}{2\tilde{m}_\theta} \left( \frac{\omega_\theta(V)}{\omega_\theta} \right)^2 A_3^* \frac{\int \phi_\theta^2 dx}{L} \quad (2.22)$$

$$\kappa_{ae_{\theta z}} = \frac{\rho B^3}{2\tilde{m}_\theta} \left( \frac{\omega_\theta(V)}{\omega_\theta} \right)^2 A_4^* \frac{\int \phi_\theta \phi_z dx}{\int \phi_\theta^2 dx} \quad (2.23)$$

$$\zeta_{ae_{zz}} = \frac{\rho B^2}{4\tilde{m}_z} \frac{\omega_z(V)}{\omega_z} H_1^* \frac{\int \phi_z^2 dx}{L} \quad (2.24)$$

$$\zeta_{ae_{z\theta}} = \frac{\rho B^3}{4\tilde{m}_z} \frac{\omega_z(V)}{\omega_z} H_2^* \frac{\int \phi_z \phi_\theta dx}{\int \phi_z^2 dx} \quad (2.25)$$

$$\zeta_{ae_{\theta\theta}} = \frac{\rho B^4}{4\tilde{m}_\theta} \frac{\omega_\theta(V)}{\omega_\theta} A_2^* \frac{\int \phi_\theta^2 dx}{L} \quad (2.26)$$

$$\zeta_{ae_{\theta z}} = \frac{\rho B^3}{4\tilde{m}_\theta} \frac{\omega_\theta(V)}{\omega_\theta} A_1^* \frac{\int \phi_\theta \phi_z dx}{\int \phi_\theta^2 dx} \quad (2.27)$$

Her er  $L$  lik lengden av brospennet, mens  $L_{exp}$  er lengden av brospennet som er utsatt for vind.

## 2.4.2 Statisk divergens

Det antas at  $\phi_2$  som vist i Ligning 2.18 er modeformen i torsjon med lavest egenfrekvens. Problemet er statisk når  $\omega_r = 0$ . Stabilitetsproblemet oppstår når systemet mister stivhet i torsjon på grunn av effekten fra luftstrømningen. Ligning 2.19 forenkles til Ligning 2.28.

$$\hat{E}_\eta(\omega_r = 0, V_{cr}) = 1 - \kappa_{ae_{\theta\theta}} \quad (2.28)$$



Fra Ligning 2.22 fås betingelsen for stabilitetsgrensen for statisk divergens gitt i Ligning 2.29.

$$\frac{\rho B^4}{2\tilde{m}_\theta} \left( \frac{\omega_\theta(V_{cr})}{\omega_\theta} \right)^2 A_3^* \frac{\int_L \phi_\theta^2 dx}{\int_L \phi_\theta^2 dx} = 1 \quad (2.29)$$

Siden problemet er statisk kan  $A_3^*$  fra Ligning 2.12 brukes og uttrykket for  $V_{cr}$  er gitt i Ligning 2.30.

$$V_{cr} = \omega_\theta B \left( \frac{2\tilde{m}_\theta}{\rho B^4 C'_M} \frac{\int_L \phi_\theta^2 dx}{\int_L \phi_\theta^2 dx} \right)^{1/2} \quad (2.30)$$

### 2.4.3 Dynamisk instabilitet i vertikalretning

Det antas at  $\phi_1$  som vist i Ligning 2.18 er modeformen i vertikalretning med lavest egenfrekvens. Resonansfrekvensen til denne moden er altså  $\omega_z(V_{cr}) = \omega_r$ . Impedansen gitt i Ligning 2.19 kan forenkles til Ligning 2.31.

$$\hat{E}_\eta(\omega_z(v_{cr}), V_{cr}) = 1 - \kappa_{aezz} - \left( \frac{\omega_r}{\omega_z} \right)^2 + 2i(\zeta_z - \zeta_{aezz}) \frac{\omega_r}{\omega_z} \quad (2.31)$$

Her er  $\kappa_{aezz}$  og  $\zeta_{aezz}$  gitt i henholdsvis Ligning 2.20 og Ligning 2.24. Både den reelle delen og den imaginære delen av Ligning 2.31 må være lik null og den dynamiske stabilitetsgrensen er definert i Ligning 2.32 og 2.33.

$$\omega_r = \omega_z \left( 1 + \frac{\rho B^2}{2\tilde{m}_z} H_4^* \frac{\int_L \phi_z^2 dx}{\int_L \phi_z^2 dx} \right)^{-1/2} \quad (2.32)$$

$$\zeta_z = \zeta_{aezz} = \frac{\rho B^2}{4\tilde{m}_z} \frac{\omega_z(V)}{\omega_z} H_1^* \frac{\int_L \phi_z^2 dx}{\int_L \phi_z^2 dx} \quad (2.33)$$

Denne typen instabilitet heter galloping og kan kun oppstå hvis  $H_1^*$  er positiv. Ved å bruke verdiene gitt i Ligning 2.12 blir  $\omega_r = \omega_z$  siden  $H_4^* = 0$ . Den kvasi-statiske kritiske vindhastigheten blir som gitt i Ligning 2.34 [7].

$$V_{cr} = B\omega_z \left( \frac{\zeta_z}{-(C'_L + \bar{C}_D \cdot D/B)} \frac{4\tilde{m}_z}{\rho B^2} \frac{\int_L \phi_z^2 dx}{\int_L \phi_z^2 dx} \right) \quad (2.34)$$

Ifølge en analytisk løsning utledet av den Hartog kan en dynamisk instabilitet i vertikalretning kun oppstå hvis Ligning 2.35 er oppfylt [7].

$$C'_L < -\bar{C}_D \cdot D/B \quad (2.35)$$

#### 2.4.4 Dynamisk instabilitet i torsjon

I likhet med dynamisk instabilitet i vertikalretning fra Avsnitt 2.4.3 innebærer dynamisk instabilitet i torsjon at kun én mode er i bevegelse [7].

Det antas at  $\phi_2$  som vist i Ligning 2.18 er modeformen i torsjon med lavest egenfrekvens. Resonansfrekvensen til denne moden er altså  $\omega_\theta(V_{cr}) = \omega_r$ . Impedansen gitt i Ligning 2.19 kan forenkles til Ligning 2.36 [7].

$$\hat{E}_\eta(\omega_\theta(v_{cr}), V_{cr}) = 1 - \kappa_{ae\theta\theta} - \left(\frac{\omega_r}{\omega_\theta}\right)^2 + 2i(\zeta_\theta - \zeta_{ae\theta\theta})\frac{\omega_r}{\omega_\theta} \quad (2.36)$$

Her er  $\kappa_{ae\theta\theta}$  og  $\zeta_{ae\theta\theta}$  gitt i henholdsvis Ligning 2.22 og Ligning 2.26. Både den reelle delen og den imaginære delen av Ligning 2.36 må være lik null og den dynamiske stabilitetsgrensen er definert i Ligning 2.37 og 2.38.

$$\omega_r = \omega_\theta \left( 1 + \frac{\rho B^4}{2\tilde{m}_\theta} A_3^* \frac{\int \phi_\theta^2 dx}{\int \phi_\theta^2 dx} \right)^{-1/2} \quad (2.37)$$

$$\zeta_\theta = \zeta_{ae\theta\theta} = \frac{\rho B^4 \omega_r}{4\tilde{m}_\theta \omega_\theta} A_2^* \frac{\int \phi_\theta^2 dx}{\int \phi_\theta^2 dx} \quad (2.38)$$

Instabilitet i torsjon kan derfor kun oppstå hvis  $A_2^*$  blir positiv.  $A_2^*$  avhenger av den kritiske vindhastigheten, som da vil definere når instabilitet i torsjon kan oppstå.

#### 2.4.5 Koblede vertikal- og torsjonsvingninger: Flutter

For at flutter skal oppstå må to moder samhandle. Modene som samhandler i flutter må være formlike. I tillegg blir sannsynligheten for at det oppstår flutter større jo likere egenfrekvensene er. Det vil si at når frekvensforholdet  $\omega_\theta/\omega_z$  nærmer seg 1 er det viktigere å ta hensyn til muligheten for flutter [7]. Dette kan unngås ved hjelp av hensiktsmessige tverrsnitt, som blir studert nærmere i Kapittel 4. Som en tommelfingerregel er det ønskelig med et frekvensforhold over 2.5 [3]. Frekvensforholdet for ulike broer er vist i Figur 2.2. Med et hovedspenn på 3700 m vil broen over Sognefjorden ha et svært lavt frekvensforhold, hvis utviklingen vist i Tabell 2.2 fortsetter.

Tabell 2.2: Frekvensforhold for ulike broer [2]

Bro	Hovedspenn [m]	Tverrsnittstype	Frekvensforhold
Severn	988	Kasse	2.65
Humber	1410	Kasse	2.80
Storebælt	1624	Kasse	2.79
Akashi	1991	Fagverk	2.35
Messina (ikke bygget)	3300	Splittet kasse	1.36

Det er mulig å ha et frekvensforhold under 2.5 hvis de dynamiske egenskapene til tverrsnittet tillater det [3]. Det er gjort i prosjekteringen til Messina-broen. Dette utforskes nærmere i Avsnitt 6.1.4. For lange broer er flutter svært relevant og kan vise seg å være dimensjonerende for den kritiske vindhastigheten. Lange broer er mer utsatt for flutter siden hovedkablene bidrar mer til svingeformene og egenfrekvensene blir likere [6].

Fra Ligning 2.19 kommer det frem at det er via  $\kappa_{ae_{z\theta}}$  og  $\kappa_{ae_{\theta z}}$  at  $\phi_1$  og  $\phi_2$  fra Ligning 2.18 samhandler.

Stabilitetsgrensen ved flutter er definert ved at absoluttverdien til determinanten til impedansmatrisen blir null, som vist i Ligning 2.39 [7].

$$|\det(\hat{E}_\eta(\omega_r, V_{cr}))| = 0 \quad (2.39)$$

For å løse Ligning 2.39 er det gunstig å dele  $\hat{E}_\eta$  opp i fire deler som vist i Ligning 2.40 - 2.42.

$$\hat{E}_\eta = \hat{E}_1 + \hat{E}_2 + 2i(\hat{E}_3 + \hat{E}_4) \quad (2.40)$$

$$\hat{E}_1 = \begin{bmatrix} 1 - \kappa_{ae_{zz}} - (\omega_r/\omega_z)^2 & 0 \\ -\kappa_{ae_{\theta z}} & 0 \end{bmatrix} \quad \hat{E}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\kappa_{ae_{z\theta}} \\ 0 & 1 - \kappa_{ae_{\theta\theta}} - (\omega_r/\omega_\theta)^2 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\hat{E}_3 = \begin{bmatrix} (\zeta_z - \zeta_{ae_{zz}}) \cdot \omega_r/\omega_z & 0 \\ -\zeta_{ae_{\theta z}} \cdot \omega_r/\omega_\theta & 0 \end{bmatrix} \quad \hat{E}_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\zeta_{ae_{z\theta}} \cdot \omega_r/\omega_z \\ 0 & (\zeta_\theta - \zeta_{ae_{\theta\theta}}) \cdot \omega_r/\omega_\theta \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Her er  $\kappa$  og  $\zeta$  gitt i Ligning 2.20 - 2.27. Stabilitets-grensen er definert av Ligning 2.43 og 2.44. Ved stabilitetsgrensen blir systemet utsatt for den kritiske vindhastigheten. Det er viktig at denne er større enn maksimal vindhastighet broen kan bli utsatt for.

$$Re(det(\hat{\mathbf{E}}_\eta)) = det(\hat{\mathbf{E}}_1 + \hat{\mathbf{E}}_2) - 4 \cdot det(\hat{\mathbf{E}}_3 + \hat{\mathbf{E}}_4) = 0 \quad (2.43)$$

$$Im(det(\hat{\mathbf{E}}_\eta)) = 2(det(\hat{\mathbf{E}}_1 + \hat{\mathbf{E}}_4) + det(\hat{\mathbf{E}}_2 + \hat{\mathbf{E}}_3)) = 0 \quad (2.44)$$

For å forenkle de aerodynamiske bidragene til stivhet og demping gitt i Ligning 2.20 - 2.27, antas følgende [7]:

1. Hele lengden av brospennet er utsatt for vind:  $L_{exp} = L$ .
2. Egenfrekvensene  $\omega_\theta$  og  $\omega_z$  blir like ved den kritiske vindhastigheten og kalles  $\omega_r$ :

$$\omega_\theta(V_{cr}) = \omega_z(V_{cr}) = \omega_r \quad (2.45)$$

3. Følgende notasjoner innføres:

$$\beta_z = \frac{\rho B^2}{\tilde{m}_z}, \quad \beta_\theta = \frac{\rho B^4}{\tilde{m}_\theta}, \quad \gamma = \frac{\omega_\theta}{\omega_z}, \quad \hat{\omega}_r = \frac{\omega_r}{\omega_\theta} \quad (2.46)$$

Ligning 2.20 - 2.27 forenkles til Ligning 2.47 - 2.50.

$$\kappa_{ae_{zz}} = \frac{\beta_z}{2} H_4^* \gamma^2 \hat{\omega}_r^2 \quad \kappa_{ae_{z\theta}} = \frac{\beta_z}{2} B H_3^* \gamma^2 \hat{\omega}_r^2 \quad (2.47)$$

$$\kappa_{ae_{\theta\theta}} = \frac{\beta_\theta}{2} A_3^* \hat{\omega}_r^2 \quad \kappa_{ae_{\theta z}} = \frac{\beta_\theta}{2} \frac{1}{B} A_4^* \hat{\omega}_r^2 \quad (2.48)$$

$$\zeta_{ae_{zz}} = \frac{\beta_z}{4} H_1^* \gamma \hat{\omega}_r \quad \zeta_{ae_{z\theta}} = \frac{\beta_z}{4} B H_2^* \gamma \hat{\omega}_r \quad (2.49)$$

$$\zeta_{ae_{\theta\theta}} = \frac{\beta_\theta}{4} A_2^* \hat{\omega}_r \quad \zeta_{ae_{\theta z}} = \frac{\beta_\theta}{4} \frac{1}{B} A_1^* \hat{\omega}_r \quad (2.50)$$

Det trengs iterasjoner for å finne flutter-hastigheten siden de aerodynamiske deriverte kun kan finnes hvis  $\omega_r$  og  $V_{cr}$  er kjent.

Ved å innføre Ligning 2.47 - 2.50 i Ligning 2.43 og 2.44 oppnås et mer håndterbart kriterium for stabilitetsgrensen. Ligning 2.51 og 2.52 løses ved å variere både  $V_{cr}$  og  $\omega_r$  til den reelle og den imaginære delen av impedansmatrisen blir null samtidig.

$$\begin{aligned} Re(det(\hat{\mathbf{E}}_\eta)) = & 1 - (1 + \gamma^2 + 4\gamma\zeta_z\zeta_\theta + \frac{\beta_z}{2}\gamma^2 H_4^* + \frac{\beta_\theta}{2}A_3^*)\hat{\omega}_r^2 \\ & + \gamma(\zeta_\theta\beta_z\gamma H_1^* + \zeta_z\beta_\theta A_2^*)\hat{\omega}_r^3 \\ & + \gamma^2\left[1 + \frac{\beta_z}{2}H_4^* + \frac{\beta_\theta}{2}A_3^* + \frac{\beta_z\beta_\theta}{4}(A_1^*H_2^* \right. \\ & \left. - A_2^*H_1^* + A_3^*H_4^* - A_4^*H_3^*)\right]\hat{\omega}_r^4 = 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

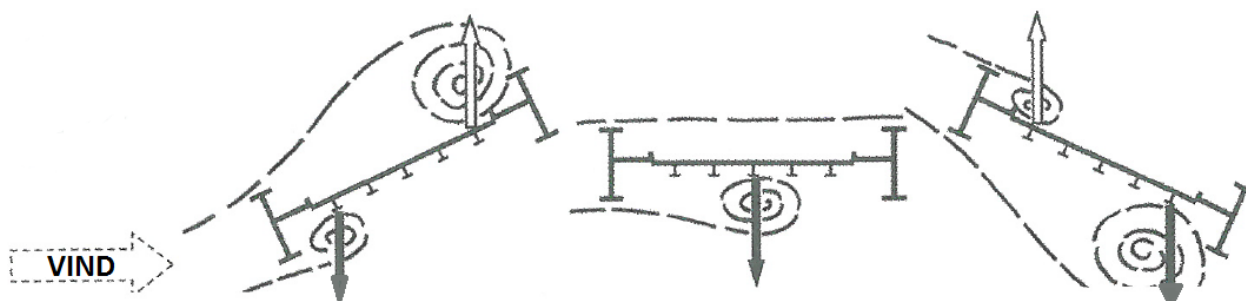
$$\begin{aligned}
 \text{Im}(\det(\hat{\mathbf{E}}_\eta)) = & 2\hat{\omega}_r \left\{ \zeta_z \gamma + \zeta_\theta - \frac{1}{4}(\beta_z \gamma^2 H_1^* + \beta_\theta A_2^*) \hat{\omega}_r \right. \\
 & - \left[ \zeta_z \left( \frac{\beta_\theta}{2} A_3^* + \gamma \right) + \zeta_\theta \gamma^2 \left( \frac{\beta_z}{2} H_4^* + 1 \right) \right] \hat{\omega}_r^2 \\
 & + \gamma^2 \left[ \frac{\beta_z \beta_\theta}{8} (H_1^* A_3^* - H_2^* A_4^* - H_3^* A_1^* + H_4^* A_2^*) \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{4}(\beta_z H_1^* + \beta_\theta A_2^*) \right] \hat{\omega}_r^3 \right\} = 0
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

Hvis  $\omega_\theta/\omega_z > 1.5$  kan Selbergs formel brukes for å finne startverdien på den kritiske middelvindhastigheten for flutter gitt i Ligning 2.53 [8].

$$V_{cr} = 0.6B\omega_\theta \left( \left( 1 - \left( \frac{\omega_z}{\omega_\theta} \right)^2 \right) \frac{(\tilde{m}_z \tilde{m}_\theta)^{1/2}}{\rho B^3} \right)^{1/2} \tag{2.53}$$

## 2.5 Virvelavløsning

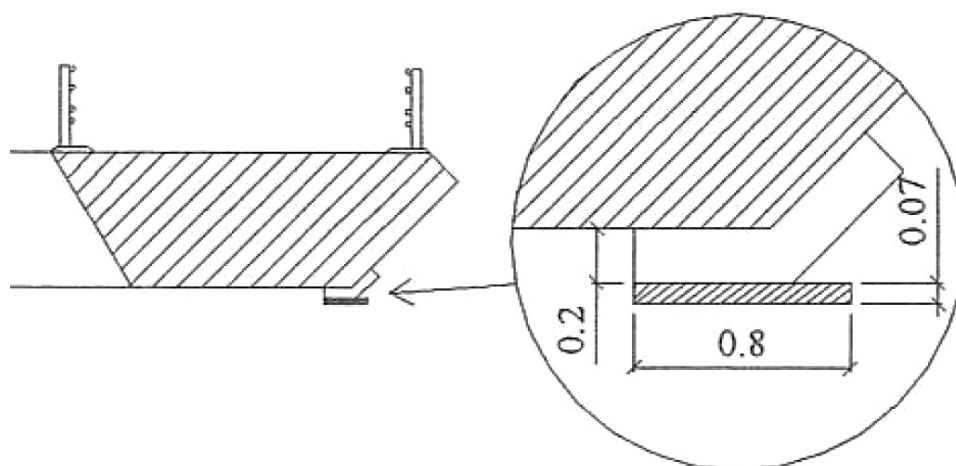
Virvelavløsning kan føre til deformasjon av brodekket ved at virvler dannes vekselvis over og under brobanen. Dette fører til store vertikale krefter som igjen vil føre til betydelige forskyvninger. I Figur 2.9 er prinsippet bak virvelavløsning skissert.



Figur 2.9: Virvelavløsning [2]

Først dannes en virvel på underkant av brodekket. Virvelen danner en nedadrettet kraft på lo side av broen. Deretter vandrer virvelen og den nedadrettede kraften mot midten av broen. Til slutt har virvelen, som fortsatt virvler i samme retning, vandret til le side av brobanen. Den nedadrettede kraften som dannes her gjør at le side blir dyttet ned og en ny virvel dannes på lo side, denne gangen over brobanen. Denne virvelen roterer i motsatt retning. Prosessen blir gjentatt og brobanen vil bli utsatt for vridning frem og tilbake [2].

For å unngå virvelavløsning kan det installeres plater på gunstige steder av tverrsnittet. Disse komponentene bryter luftstrømmen på slik og virvler ikke etableres. En løsning er vist i Figur 2.10. Dette er foreslått gjort for broen over Sognefjorden [9].



Figur 2.10: Virvelavløsning-reducerende konstruksjonselementer [9]

## 2.6 Innvirking av tverrsnittstypen

Tverrsnittstypen har stor betydning for de aerodynamiske deriverte. Vekten av broen vil blant annet variere og med dette de aerodynamiske egenskapene. For lange hengebroer blir kablens vekt dominerende [2]. Av Tabell 2.1 kom det frem at for både Messina-broen og broen over Sognefjorden vil kablene veie mer enn avstivningsbæreren. Jo tyngre brobanen er, jo kraftigere kabler blir nødvendig for å bære den. Ved å redusere vekten av avstivningsbæreren vil mengden kabler reduseres betraktelig. Dette er en nødvendighet hvis lange hengebroer skal være økonomisk gjennomførbart.

For lange broer vil det derfor være viktig å ha en avstivningsbærer som er relativt lett. Lange hengebroer byr også på utfordringer innen stabilitet og aerodynamiske egenskaper. Ulike bevegelsesinduserte instabiliteter ble omtalt i Avsnitt 2.4.

For å finne en løsning på stabilitetsproblemet til lange hengebroer fokuserer forskningen på tre hovedområder [1].

1. Utvikling av torsjonsstive systemer
2. Utvikling av flutterfrie tverrsnitt
3. Integrering av dempere

### 2.6.1 Fagverktverrsnitt

Verdens lengste hovedspenn er 1991 m langt og inngår i Akashi-Kaikyo-broen. Her er avstivningsbæreren laget av fagverk, som vist i Figur 2.11.



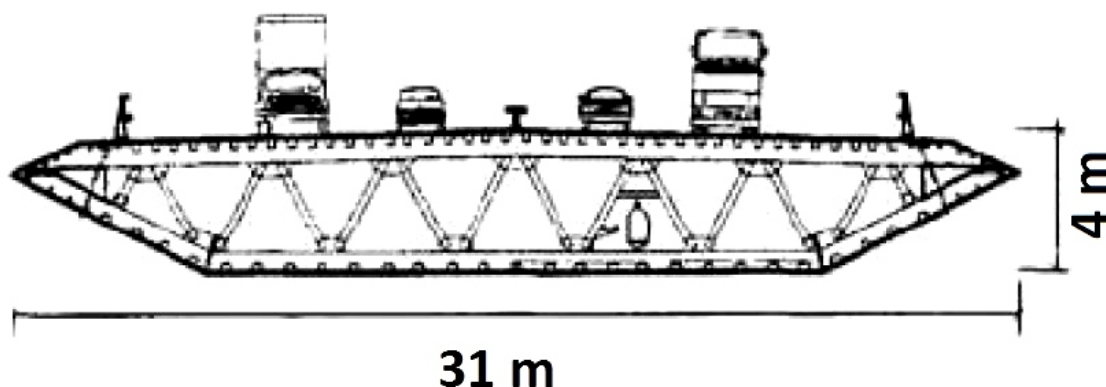
Figur 2.11: Fagverktverrsnittet til Akashi-Kaikyo-broen [10]

I vind-beregninger kan ofte et fagverk-tverrsnitt betraktes som en flat plate. Grunnen til dette er at vinden strømmer gjennom luftrommene i fagverket. Interaksjon mellom konstruksjonens bevegelse og vindstrømningen skaper store vertikale krefter. Fagverk er derfor mer utsatt for statisk divergens [3].

Ingeniørene som står bak prosjekteringen av Messina-broen mener at et spenn på 2000 m sannsynligvis er på grensen til hva som er gunstig å utføre med et fagverk-tverrsnitt [2].

## 2.6.2 Spisskassetverrsnitt

Etter at Gjemnessundbrua ble bygget med spisskassetverrsnitt, har denne typen tverrsnitt blitt flittig brukt. Tverrsnittet har mange positive egenskaper. For slanke hengebroer har et spisskassetverrsnitt relativt god torsjonsstivhet samtidig som vekten er lav. Konstruksjonskostnadene er relativt gunstige siden produksjonen er lite arbeidsintensiv og elementene kan prefabrikeres for deretter å monteres på stedet [3]. Østbroen i Storebæltssambandet er utført som et kassetverrsnitt. Hovedspennet er på 1624 m og er med det verdens tredje lengste hovedspenn. En illustrasjon av tverrsnittet er vist i Figur 2.12.



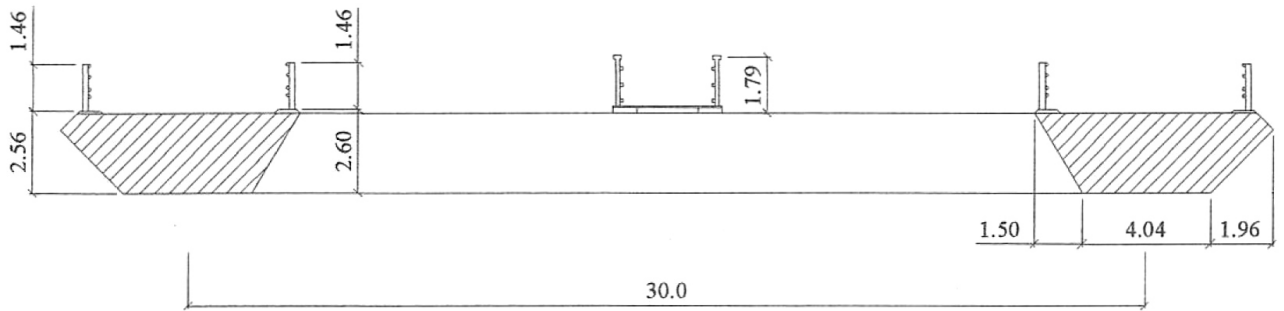
Figur 2.12: Avstivningsbærer til Østbroen [1]

For veldig lange spenn derimot vil et enkelt spisskassetverrsnitt sannsynligvis ikke være tilstrekkelig. Ved økt lengde på spennet vil torsjonsstivheten bli for liten [2].

## 2.6.3 Splittet spisskassetverrsnitt

Dette tverrsnittet består av to eller flere spisskassetverrsnitt koblet sammen ved hjelp av tverrbærere. Et eksempel i full skala brukt i vindtunneltester er vist i Figur 2.13.

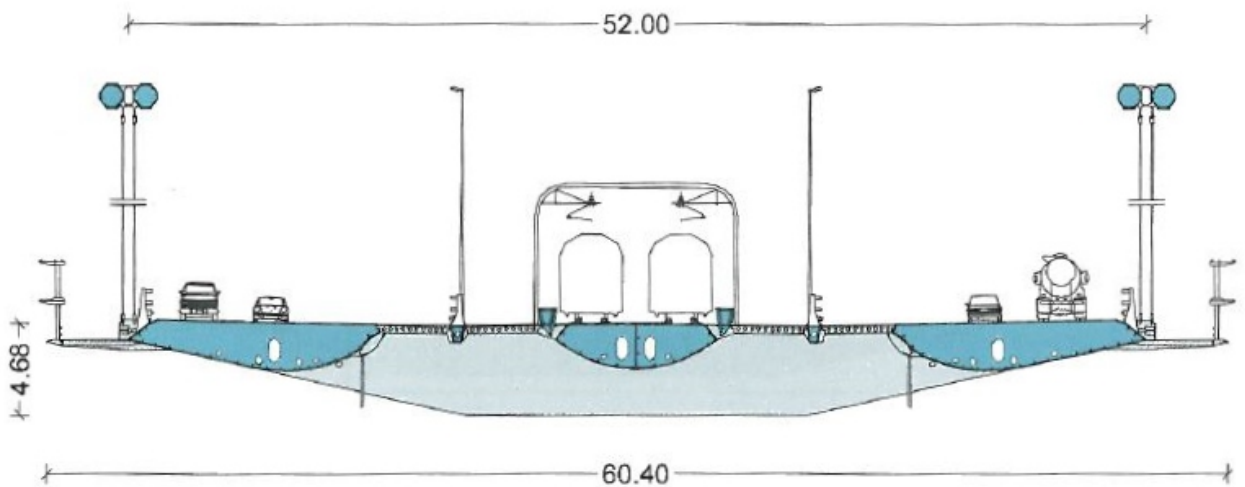




Figur 2.13: Avstivningsbærer med 30 m senteravstand [9]

I dette alternativet befinner mye av vekten til brobanen seg relativt langt fra massesenteret til brobanen. Det gjør at tverrsnittet blir ekstremt torsjonsstivt. Luftrommet mellom kassene gjør at kreftene fra vind blir betydelig redusert, sammenlignet med et stort lukket tverrsnitt. I tillegg blir vekten av tverrsnittet lavt sett i forhold til torsjonsstivheten.

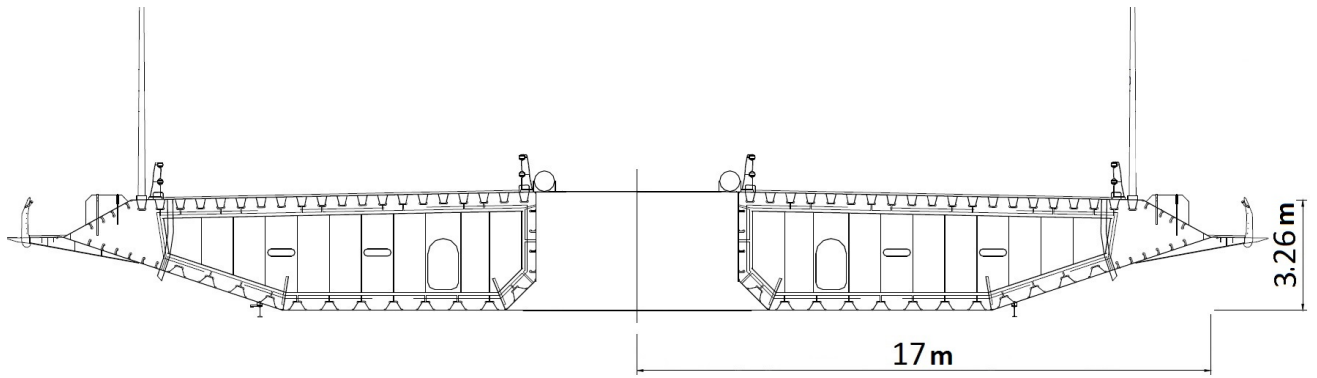
Messina-broen er foreslått utført ved hjelp av tre kassetvernsnitt, som vist i Figur 2.14.



Figur 2.14: Avstivningsbærer til Messina-broen [2]

Det midterste tverrsnittet blir så å si nøytralt med tanke på luftstrømning. Det er plassert i et område med lav vertikal-kraft. I tillegg er det lavere enn de to andre kassene. Dette gjør at tverrsnittet nesten vil oppføre seg som om kun de to ytterste kassene var tilstede. Dette er svært gunstig med tanke på krefter som følge av vind [2].

Verdens nest lengste bro, Xihoumenbroen, består også av et splittet kassetvernsnitt med et hovedspenn på 1650 m. Tverrsnittet er vist i Figur 2.15.



Figur 2.15: Avstivningsbærer til Xihoumenbroen [11]

Videre velges det tre ulike avstivningsbærere. Disse består av to koblede spisskassetverrsnitt, hvor avstanden mellom senter av kassene varieres. Avstivningsbærerne blir presentert i Kapittel 4.

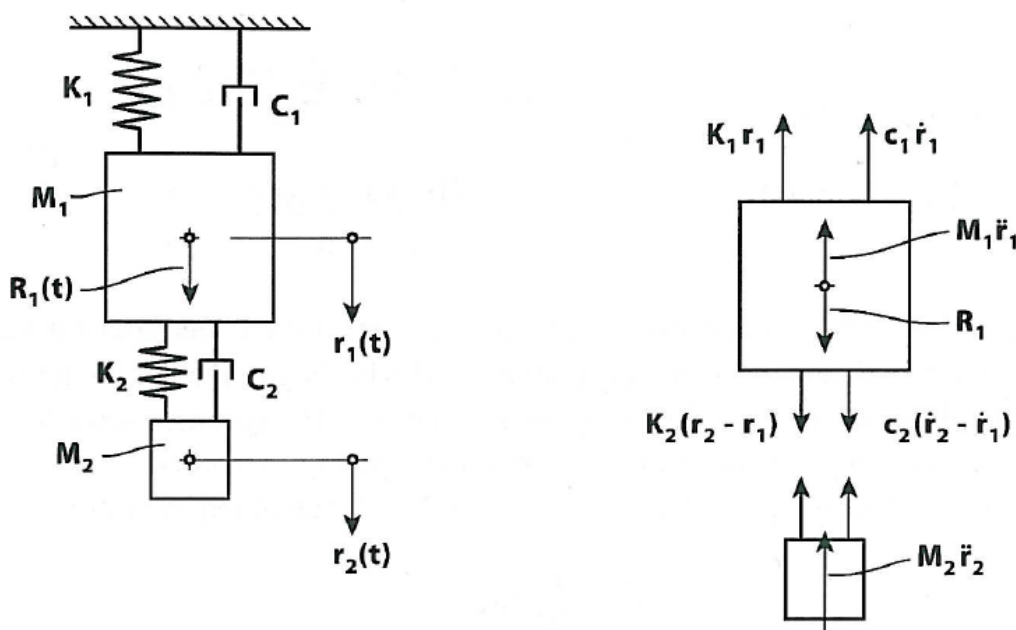
## 2.7 Massedempere

Massedempere brukes for å redusere responsen til en konstruksjon. Disse kan enten være aktive eller passive. En aktiv massedemper er avhengig av målte input-verdier og tilpasser seg denne informasjonen. En passiv massedemper derimot er ikke avhengig av input. Det er i dag et krav om at den passive oppførselen til en bro skal føre til tilstrekkelig global sikkerhet. Aktive massedempere kan derfor ikke inngå i dimensjonerende beregninger, men har enkelte bruksområder som for eksempel å øke levetiden til elementer eller i konstruksjons-fasen [2].

I dette avsnittet er en oversikt over deler av teorien som ligger bak forståelsen av en harmonisk massedemper. For de detaljerte utledningene refereres det til "Structural Dynamics" [5].

Å forutsi dempningen til et system er en stor utfordring og i praksis gjøres det kvalifiserte gjetninger ved hjelp av resultater fra for eksempel vindtunneltesting [3].

En harmonisk massedemper, eller tuned mass damper (TMD), brukes for å tilsette demping til et system, uten å endre stivheten. Når et lineært elastisk system blir utsatt for en ubelastet bevegelse, vil den oscillere i en harmonisk egensvingeform som minsker helt til systemet står stille. Hvor lang tid denne prosessen vil ta avhenger av dempingen i systemet. Mange ulike kilder bidrar til den totale dempingen og en av disse kan være en TMD. Spesielt kan resonante eller nær resonante svingninger dempes effektivt ved hjelp av en TMD [5].



Figur 2.16: System med en frihetsgrad og en massedemper [5]

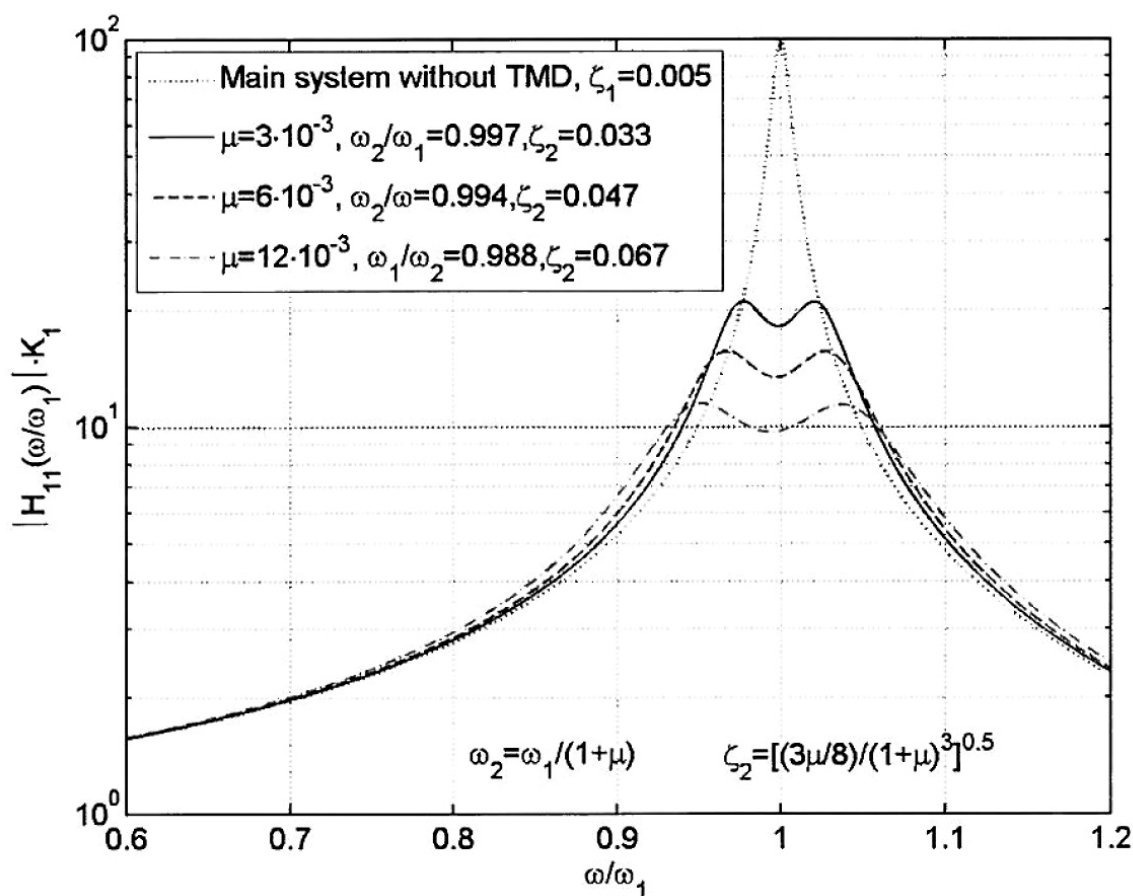
I Figur 2.16 er et system med en frihetsgrad og en massedemper vist. I matriseform blir likevektsligningene som i Ligning 2.54.

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Ved å løse egenverdioproblemet og anta at  $M_2 \ll M_1$ , fås egenverdiene gitt i Ligning 2.55.

$$\begin{aligned}\omega_1 &\approx \sqrt{K_1/M_1} \\ \omega_2 &\approx \sqrt{K_2/M_2}\end{aligned}\tag{2.55}$$

Hensikten til en TMD blir tydelig ved å plote absoluttverdiene til frekvensresponsfunksjonen  $\hat{H}_{11}(\hat{\omega})$ , vist i Figur 2.17. Den har en direkte sammenheng med den dynamiske responsen. Den maksimale verdien til  $\hat{H}_{11}(\hat{\omega})$  synker betraktelig når  $\omega$  er nær egenverdien til systemet. Med tanke på at massen til massedemperen er under 1 % av den modale massen er effekten betydelig.



Figur 2.17: Frekvensresponsfunksjonen for et system med en frihetsgrad og en massedemper [5]

## 2.8 Teori implementert i Alvsat

### 2.8.1 Galerkins metode

Galerkins metode er en generell metode som gir en tilnærmet løsning av komplekse systemer. Ved å gjøre differensial-ligningene til et system om til et egenverdi-problem forenkles problemet betydelig. Metoden brukes i Alvsat for å effektivisere programmet [12].

Utledningen i dette avsnittet baseres på “Structural Dynamics” [5].

Differensialligningen til et udeмпet og ubelastet dynamisk system i harmonisk bevegelse er gitt av Ligning 2.56.

$$f(r, \ddot{r}) = 0 \quad (2.56)$$

Deretter omgjøres Ligning 2.56 til et numerisk egenverdi-problem, som vist i Ligning 2.57.

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (2.57)$$

hvor  $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_i \dots a_{N_\psi}]^T$  er ukjente koeffisienter.

Det innføres en løsning som inneholder en lineær kombinasjon av ukjente koeffisienter  $a_i$  og tilhørende kjente funksjoner  $\psi_i(x)$  som vist i Ligning 2.58.

$$r \approx \text{Re} \sum_{i=1}^{N_\psi} a_i \cdot \psi_i(x) \cdot e^{i\omega t} \quad (2.58)$$

Ved å anvende metoden for vektete residualer i det funksjonelle området (dvs over lengden, overflaten eller volumet) fås den tilnærmede løsningen som gitt i Ligning 2.59. I denne utledningen velges lengden,  $L$ , som det funksjonelle området.

$$f\left(\sum_{i=1}^{N_\psi} a_i \cdot \psi_i \cdot e^{i\omega t}\right) = 0 \quad (2.59)$$

Dette gir et sett med numeriske ligninger som gitt i Ligning 2.57. Ligningene på matriseform er gitt i Ligning 2.60.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1j} & \dots & A_{1N_\psi} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{i1} & \dots & A_{ij} & \dots & A_{iN_\psi} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N_\omega 1} & \dots & A_{N_\omega j} & \dots & A_{N_\omega N_\psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_i \\ \vdots \\ a_{N_\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.60)$$

hvor:

$$A_{ij} = \int_L \psi_i \cdot f(\psi_j, \omega) dx \quad (2.61)$$

For at nøyaktigheten til denne løsningen skal være tilfredsstillende er det viktig at  $\psi_i(x)$  oppfyller de geometriske randbetingelsene til systemet.

For å illustrere bruksområdet til Galerkins metode tas det som eksempel en ubelastet og udempet kontinuerlig bjelke. Denne er fri til å bevege seg kun i z-retning.

Differensial-ligningen til dette systemet antas kjent og er gitt i Ligning 2.62.

$$f(r_z, \ddot{r}_z) = m_z \cdot \ddot{r}_z + EI_y \cdot r_z'''' = 0 \quad (2.62)$$

Her antas det at  $m_z$  og  $EI_y$  er konstante over lengden  $L$ .

Den harmoniske løsningen er gitt i Ligning 2.63.

$$r_z(x, t) = \text{Re}\{[a_1 \cdot \psi_1(x) + a_2 \psi_2(x)] \cdot e^{i\omega t}\} \quad (2.63)$$

Ved å kombinere Ligning 2.62 og 2.63 fås Ligning 2.64.

$$f(a_i, \psi_i) = EI_y(a_1 \cdot \psi_1'''' + a_2 \cdot \psi_2''') - \omega^2 m_z(a_1 \cdot \psi_1 + a_2 \cdot \psi_2) = 0 \quad (2.64)$$

Ved å multiplisere Ligning 2.64 med  $\psi_1$  og integrere over  $L$  fås Ligning 2.65.

$$\begin{aligned} EI_y \int_L (a_1 \cdot \psi_1 \cdot \psi_1'''' + a_2 \cdot \psi_1 \cdot \psi_2''') dx \\ - \omega^2 m_z \int_L (a_1 \cdot \psi_1^2 + a_2 \cdot \psi_1 \cdot \psi_2) dx = 0 \end{aligned} \quad (2.65)$$

Tilsvarende ved å multiplisere Ligning 2.64 med  $\psi_2$  og integrere over  $L$  fås Ligning 2.66.

$$EI_y \int_L (a_1 \cdot \psi_2 \cdot \psi_1'''' + a_2 \cdot \psi_2 \cdot \psi_2''') dx \quad (2.66)$$

$$-\omega^2 m_z \int_L (a_1 \cdot \psi_2 \cdot \psi_1 + a_2 \cdot \psi_2^2) dx = 0$$

Ligning 2.65 og 2.66 skrives på matriseform i Ligning 2.67.

$$\int_L \left\{ EI_y \begin{bmatrix} \psi_1 \psi_1'''' & \psi_1 \psi_2'''' \\ \psi_2 \psi_1'''' & \psi_2 \psi_2'''' \end{bmatrix} - \omega^2 m_z \begin{bmatrix} \psi_1^2 & \psi_1 \psi_2 \\ \psi_2 \psi_1 & \psi_2^2 \end{bmatrix} \right\} dx \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Ved å uttrykke  $\psi_1$  og  $\psi_2$  ved hjelp av den dimensjonsløse  $\hat{x} = x/L$  fås egenverdi-problemet gitt i Ligning 2.68.

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{B})\mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (2.68)$$

hvor:

$$\lambda = \omega^2 m_z L^4 / EI_y \quad (2.69)$$

$$\mathbf{a} = [a_1 \quad a_2]^T \quad (2.70)$$

$$\mathbf{A} = \int_0^1 \begin{bmatrix} \psi_1 \psi_1'''' & \psi_1 \psi_2'''' \\ \psi_2 \psi_1'''' & \psi_2 \psi_2'''' \end{bmatrix} d\hat{x} \quad (2.71)$$

$$\mathbf{B} = \int_0^1 \begin{bmatrix} \psi_1^2 & \psi_1 \psi_2 \\ \psi_2 \psi_1 & \psi_2^2 \end{bmatrix} d\hat{x} \quad (2.72)$$





# Kapittel 3

## Horisontalkraft i bærekabel

I det følgende skal teorien som har blitt utledet brukes for å utforske gjennomførbarheten til en bro over Sognefjorden. Først skal det beregnes om dimensjonene til bærekablene er tilstrekkelige. Fra Vegdirektoratet har areal og fasthet av bærekabler for  $c/c$  20 blitt oppgitt. Beregningene gjøres derfor for denne utformingen av avstivningsbæreren.

Først regnes horisontalkraften i bærekablene ut. Dette gjøres ved hjelp av teorien utledet i Avsnitt 2.2. Både egenvekt, trafikklast og lastfaktorer inngår i den dimensjonerende verdien av horisontalkraften.

Deretter regnes kapasiteten til bærekablene ut. Her benyttes fremgangsmåten fra Håndbok 185.

Til slutt sammenlignes den dimensjonerende verdien av horisontalkraften med kapasiteten til bærekablene, og utnyttelsesgraden av bærekablene beregnes.

### 3.1 Utrekning av horisontalkraft i bærekabel

Bærekabelene er dimensjonert av Statens Vegvesen for c/c 20. Egenvekten av brobanen endres svært lite for de forskjellige avstandene mellom kassetvernsnittene. Fra c/c 20 til c/c 30 øker vekten av brobanen kun noen få prosent. Dette er vist i Tillegg D.1. Samme dimensjon på bærekablene kan benyttes for alle utførelsene av avstivningsbærerene. I det følgende skal horisontalkraften i en bærekabel regnes ut.

Ligning 2.10 som ble utledet i Avsnitt 2.2 gjentas her.

$$\bar{H} = \frac{m_z g L^2}{16e_c} \left\{ 1 + \frac{2m_c}{m_z} \left[ 1 + \frac{4}{3} \left( \frac{e_c}{L} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.10)$$

I dette avsnittet vurderes styrken av kabelen i forhold til egenvekten av broen og trafikklasten den blir utsatt for. Horisontalkraften som er dimensjonerende for størrelsen av bærekablene inkluderer trafikklast og lastfaktorer.

#### 3.1.1 Trafikklast, egenvekt og lastfaktorer

Hovedkabelen dimensjoneres etter Håndbok 185 Bruprosjektering [13].

Trafikklastene som brukes finnes i punkt 3.3.3 i Håndbok 185 og er 9 kN/m per kjørefelt og 2 kN/m per gang/sykkelfelt. Brobanen består av to kjørefelt og to gang/sykkelfelt og den totale trafikklasten blir derfor 22 kN/m [13].

Lastfaktorene finnes i punkt 4.3.2.2. Den dimensjonerende kombinasjonen oppnås for en lastfaktor på 1.2 for egenvekt og 1.3 for trafikk [13].

I punkt 5.10.3.2 er dimensjonering av bruddgrensetilstanden gitt. Denne er vist i Ligning 3.1 [13].

$$F_{Rd} = \frac{F_{uk}}{1.5\gamma_m} \quad (3.1)$$

- hvor:
- $F_{Rd}$  er kabelens dimensjonerende kapasitet .
  - $F_{uk}$  er kabelens spesifiserte minimum bruddlast og er lik  $A \cdot f_{uk}$ .
  - $\gamma_m$  er en materialfaktor og settes til 1.2.

#### 3.1.2 Dimensjonering av bærekabel

Vegdirektoratet har beregnet et effektivt stålareal per kabelplan på 1.15 m<sup>2</sup> og en fasthet på 1770 N/mm<sup>2</sup> ved c/c 20. I dette avsnittet skal det verifiseres at kabelen er dimensjonert etter Hb 185. Kabelens spesifiserte minimum bruddlast blir som gitt i Ligning 3.2.

$$F_{uk} = 1.15 \cdot 1770 \cdot 10^6 = 2035.5 \cdot 10^3 kN \quad (3.2)$$

Ved å sette inn  $F_{uk}$ , og  $\gamma_m$  i Ligning 3.1 fås kapasiteten av bærekabelen. Denne er gitt i Ligning 3.3.

$$F_{Rd} = \frac{2036 \cdot 10^3}{1.5 \cdot 1.2} = 1131 \cdot 10^3 kN \quad (3.3)$$

Ligning 2.10 brukes for å regne ut den dimensjonerende horisontalkraften i bærekabelen. Utregningen er vist i Ligning 3.4.

$$\bar{H} = \frac{20.7 \cdot 10^3 \cdot 9.81 \cdot 3700^2}{16 \cdot 370} \left\{ 1 + \frac{2 \cdot 11.7 \cdot 10^3}{20.7 \cdot 10^3} \left[ 1 + \frac{4}{3} \left( \frac{370}{3700} \right)^2 \right] \right\} = 1011 \cdot 10^3 kN \quad (3.4)$$

$$\bar{H} < F_{Rd} \quad \rightarrow \quad \frac{\bar{H}}{F_{Rd}} = 89\% \quad (3.5)$$

I utregningen inngår flere lastkoeffisienter, noe som vil gi et konservativt resultat. I følge Ligning 3.5 er hovedkabelen 89 % utnyttet for senteravstand 20. Selv om dette kan virke høyt vil både material- og lastfaktorer sørge for en tilstrekkelig sikkerhetsmargin.

Siden egenvekten varierer lite for c/c 15 og c/c 30 antas det samme dimensjoner på hovedkablene.

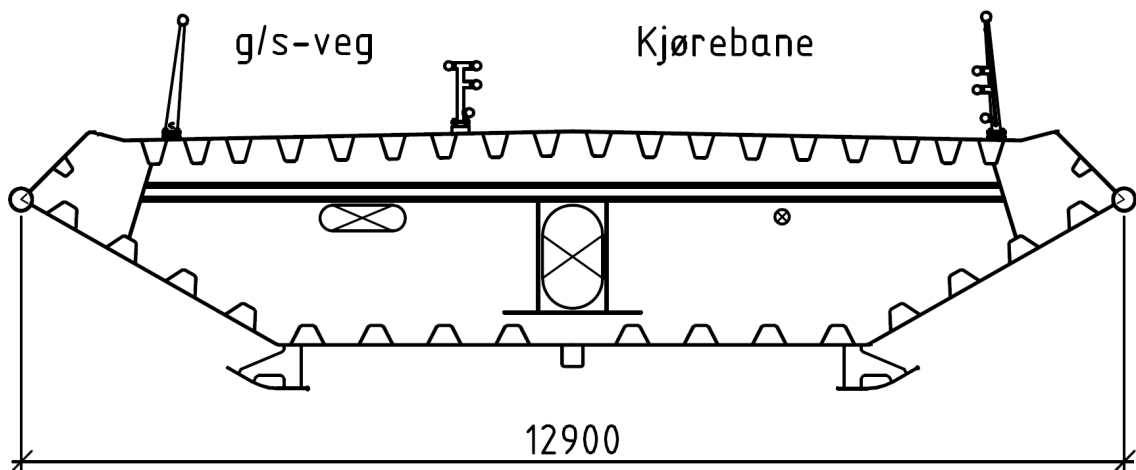


## Kapittel 4

# Alternative utførelser av avstivningsbærer

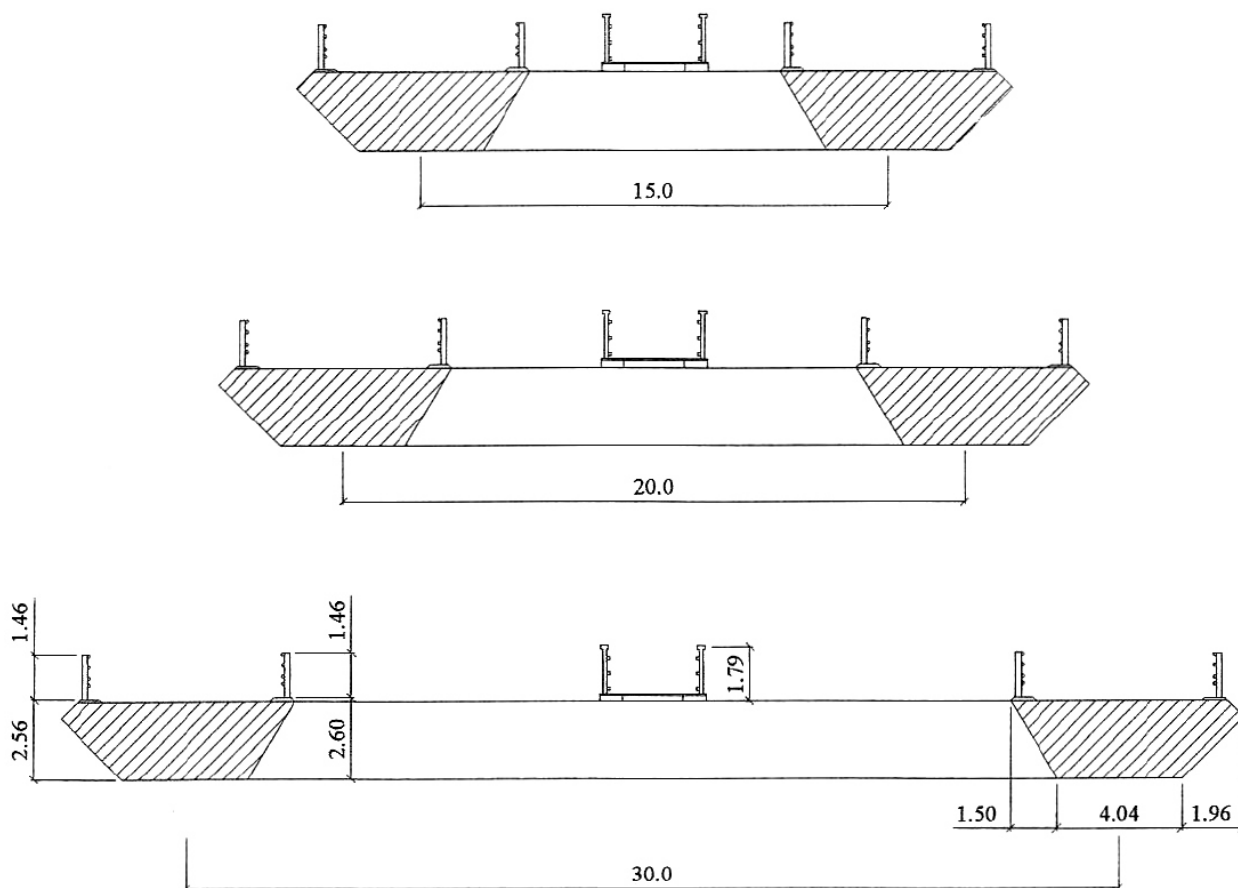
I Avsnitt 2.6 ble fordelene og ulempene til de mest aktuelle tverrsnitts-typene drøftet. For lange broer er det fordelaktig både med tanke på byggekostnader og dynamiske egenskaper å ha en avstivningsbærer bygget opp av flere kassetverrsnitt forbundet sammen stivt, se Avsnitt 2.6.3.

Avstivningsbæreren som brukes i denne oppgaven er bygget opp av to spisskasser som er forbundet med tverrstivere for hver 30 m langs brobanen. Kassen har også blitt brukt på Dalsfjordbrua og er vist i Figur 4.1.



Figur 4.1: Spisskassetverrsnitt [9]

Det presenteres tre alternative utførelser av avstivningsbæreren. Det som varieres er avstanden mellom senteret av kassene, det vil si lengden av tverrstiveren. De ulike utformingene brukt i vindtunneltester er vist i Figur 4.2.



Figur 4.2: Tre utforminger av avstivningsbæreren [9]

Bredden i full-skala av en kasse brukt i vindtunneltester er 7.5 m. For broen over Sognefjorden er bredden av en kasse 12.9 m. Selv om kassene er ulike brukes dimensjonsløse verdier og resultatene fra vindtunneltestene kan benyttes. Dette blir gjort i Kapittel 6. Hengestengene vil kobles til hengestang-festene ytterst på brobanen.

## 4.1 Konstante verdier for varierende senteravstand

I Tabell 4.1 er noen av tverrsnitts-verdiene vist. Disse verdiene brukes på alle utforminger og i input-filene til Alvsat i Tillegg B.1, B.2 og B.3.

Tabell 4.1: Verdier for bro over Sognefjorden [12]

Inngangsparametre i Alvsat	Verdi	Parameterbeskrivelse
DG	2.5 m	Høyde av brobjelke
DC	1.21 m	Diameter av hovedkabel
BG	12.9 m	Bredde av brobjelke
L	3700 m	Lengde av hovedspenn
HM	5 m	Korteste hengestangslengde
F	370 m	Kabelheng hovedkabel
NY	34.24 m	Brobjelkens overhøyde
MC	9677 kg/m	Masse per meter av hver hovedkabel
EIZ	$2.1588 \cdot 10^{12}$ N	Strekk i hver hovedkabel ved bromidte
S0	0 N	Strekk i brobanen
PI1	0.18193	Lengde av bakstag nr.1, som andel av L
PI2	0.18193	Lengde av bakstag nr.2, som andel av L
FI1	0.38051	Stigning av bakstag nr.1
FI2	0.38051	Stigning av bakstag nr.2
HR	0.911 m	Vertikal avstand mellom hengestengenes festnivå og tyndepunktet av brobanen
AC	$1.15 \text{ m}^2$	Konstruktivt tverrsnittsareal i hver av hovedkablene
EIX	$1.85 \cdot 10^{11} \text{ Nm}^2$	Bøyestivhet av brobjelke om horisontal akse, vertikal forskyvning
EIW	$1.91 \cdot 10^{13} \text{ Nm}^2$	Hvelvningsmotstand for brobanen
GIT	$1.72 \cdot 10^{11} \text{ Nm}^2$	Torsjonsstivhet for brobanen
EC	$2.00 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$	Elastisitetsmodul for hovedkablene

## 4.2 Verdier som varierer med senteravstanden

Selv om mange av tverrsnittsegenskapene forblir uendret vil enkelte verdier variere. De forskjellige parametrene er regnet ut ved hjelp av et regneark gitt i Tillegg D.1. Drag-, løft- og momentkoeffisienter samt de tilhørende gradientene har blitt oppgitt av Statens Vegvesen i [9]. Koeffisienter og gradienter er regnet ut ved hjelp av vindtunneltester. I Tabell 4.2 er inngangsparametre og tilhørende parameterbeskrivelse gitt.

Tabell 4.2: Inngangsparametre i Alvsat [12]

Inngangsparametre i Alvsat	Parameterbeskrivelse
$MG$	Masse pr. meter av brobjelke
$H$	Strekk i hver hovedkabel ved bromidte
$BC$	Halv avstand mellom hovedkablene
$M$	Massetreghetsmoment for rotasjon av brobanen og hovedkablene
$C_D$	Dragkoeffisient for brobjelken
$C_L$	Løftkoeffisient for brobjelken
$C_L'$	Gradienten av løftkoeffisienten for brobjelken
$C_M$	Momentkoeffisient for brobjelken
$C_M'$	Gradienten av momentkoeffisienten for brobjelken



Tabell 4.3: Verdier for bro over Sognefjorden [14]

Inngangsparametre i Alvsat	c/c 15	c/c 20	c/c 30
MG	14255 kg/m	14769 kg/m	14957 kg/m
H	$7.74 \cdot 10^8$ N	$7.80 \cdot 10^8$ N	$7.91 \cdot 10^8$ N
BC	13.55 m	15.55 m	20.55 m
M	$4.23 \cdot 10^6$ kgm <sup>2</sup> /m	$6.35 \cdot 10^6$ kgm <sup>2</sup> /m	$11.32 \cdot 10^6$ kgm <sup>2</sup> /m
$C_D$	1.523	1.754	1.819
$C_L$	-0.145	0.118	-0.2
$C_{L'}$	5.46	6.37	6.96
$C_M$	0.134	0.185	0.194
$C_{M'}$	0.04	-0.8	-3.24

Fra Tabell 4.3 kommer det frem at massen til avstivningsbærerene, MG, og horisontalkraften, H, varierer lite. Dette ble diskutert i Kapitel 3. Derimot vil massetregghetsmomentet, M, variere betydelig. Det øker med over 250 % fra c/c 15 til c/c 30. Dette vil føre til endrede egenskaper, spesielt med tanke på torsjon. Dette diskuteres nærmere i Avsnitt 6.1.



# Kapittel 5

## Analyser i Alvsat

I denne oppgaven brukes Alvsat for å regne ut egenfrekvensene til broen i stille luft. Dette blir gjort for de tre alternative utførelsene av broen vist i Kapittel 4. Det er de laveste egenfrekvensene i torsjon og vertikalretning som er av interesse for å regne ut stabilitetsgrensen. I tillegg må egenmodene i torsjon og vertikalretning være formlike for at det skal oppstå flutter. Resultatene fra Alvsat blir brukt i Kapittel 6.

## 5.1 Modeformer og egenfrekvenser

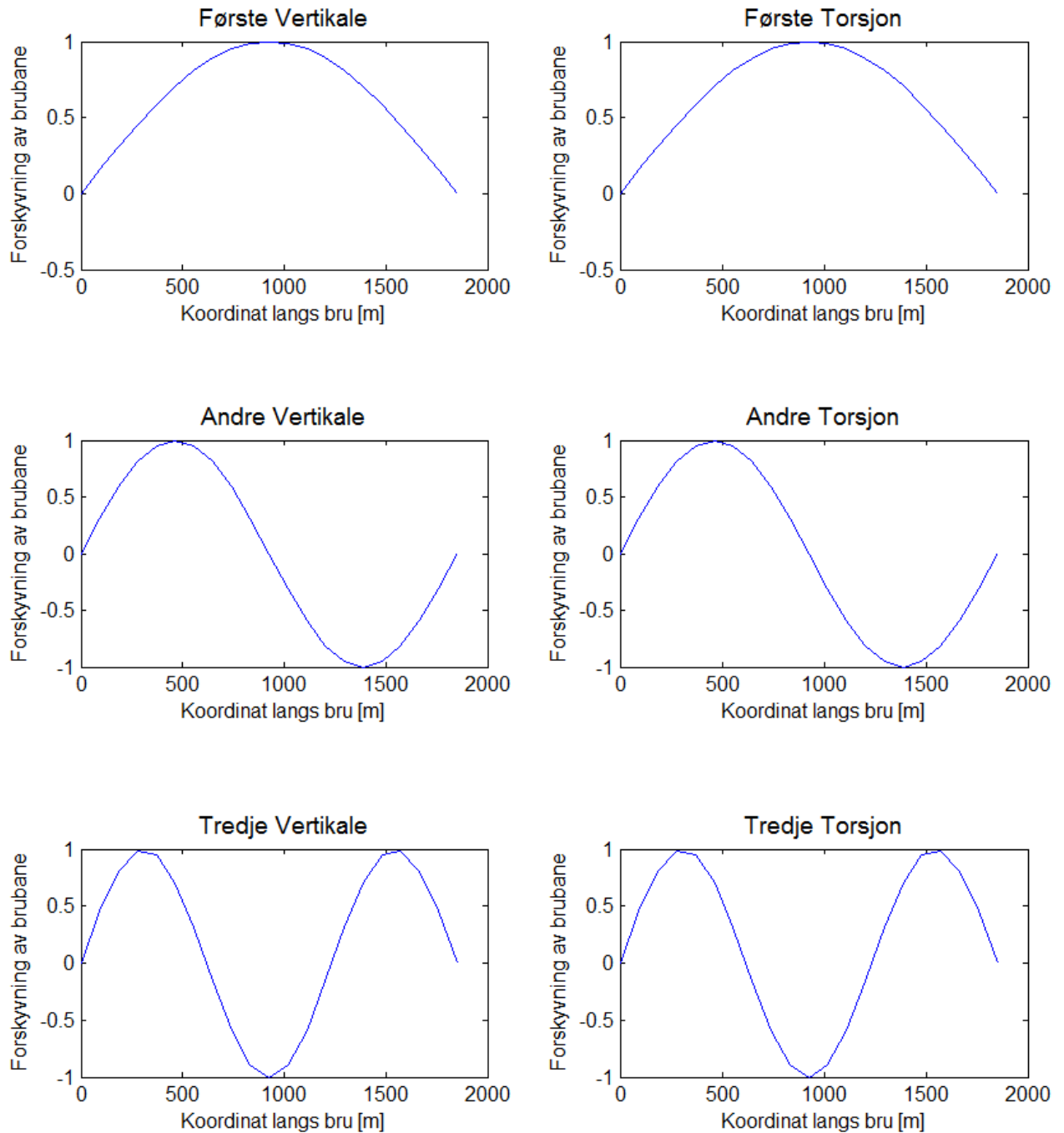
For å finne den kritiske vindhastigheten beregnes først egenfrekvensene og egensvingemodene. Dette beregnes i Alvsat. Både input-filen og resultat-filen for  $c/c$  20 er vedlagt i Tillegg B.2 og B.4. I Tabell 5.1 er de 11 første egenfrekvensene og svingeformene angitt for de tre ulike avstivningsbærerne.

Tabell 5.1: Egenfrekvenser og svingeformer [rad/s]

Svingeform	$c/c$ 15	$c/c$ 20	$c/c$ 30
Horisontal, første symmetrisk	0.17272	0.17095	0.17254
Horisontal, første asymmetrisk	0.23132	0.22998	0.23017
Horisontal, andre symmetrisk	0.25922	0.25785	0.25800
Horisontal, andre asymmetrisk	0.34585	0.34271	0.34316
Vertikal, første asymmetrisk	0.38728	0.38409	0.38817
Horisontal, tredje symmetrisk	0.40794	0.40477	0.40429
Vertikal, første symmetrisk	0.49674	0.49177	0.49568
Horisontal, tredje asymmetrisk	0.49701	0.49287	0.49348
Torsjon, første asymmetrisk	0.57127	0.52383	0.48851
Horisontal, fjerde symmetrisk	0.60139	0.59585	0.59439
Torsjon, første symmetrisk	0.68349	0.64148	0.61016

Som nevnt i Avsnitt 2.4.5 er det den første egenfrekvensen i torsjon som vil samhandle med den første formlike vertikale egenfrekvensen. I dette tilfelle er det de asymmetriske modene som har lavest egenfrekvens.

Av Figur 5.1 kommer det frem at den første asymmetriske vertikale modeformen og den første asymmetriske modeformen i torsjon er formlike. Forskyvningen er vist for  $c/c$  20 og halve lengden av broen.


 Figur 5.1: Asymmetriske modeformer vist for halve bro lengden,  $c/c = 20$ 

Modeformene for  $c/c = 15$  og  $c/c = 30$  blir nærmest identiske som de i Figur 5.1.

I Ligning 5.1 regnes frekvensforholdet for tverrsnittet med  $c/c = 20$  ut.

$$\frac{\omega_{\theta}}{\omega_z} = \frac{0.5238}{0.3841} = 1.36 \quad (5.1)$$

Frekvensforhold  $\omega_r/\omega_{\theta}$  for de tre tverrsnittene er gitt i Tabell 5.2.

Tabell 5.2: Frekvensforhold [rad/s]

	c/c 15	c/c 20	c/c 30
$\omega_r/\omega_\theta$	1.48	1.36	1.26

Av Tabell 5.2 er det klart at frekvensforholdet synker når senteravstanden øker. Vanligvis er det ønskelig at frekvensforholdet skal være i overkant av 2.5 [3]. I praksis er dette vanskelig å få til ettersom spennet er i ytterkant av det som er mulig med dagens teknologi. I stedet for å prøve å øke frekvensforholdet finnes det et annet alternativ. Ved å endre de aerodynamiske egenskapene til tverrsnittet kan en tilfredsstillende kritisk vindlast oppnås [14]. Det brukes splittet kassetverrsnitt for å oppnå god stabilitet. Effekten av å bruke et splittet kassetverrsnitt ble diskutert i Avsnitt 2.6.3 [14].

# Kapittel 6

## Resultater

Som nevnt i Avsnitt 2.4 finnes det fire instabilitets-fenomener som kan oppstå for et brotverrsnitt: statisk divergens, dynamisk instabilitet i vertikalretning, dynamisk instabilitet i torsjon og flutter. I det følgende skal grensen for disse fire instabilitets-fenomener på de tre ulike avstivningsbærere regnes ut.

Først regnes grensen for statisk divergens ut, deretter dynamisk instabilitet i vertikalretning og så i torsjon. Før flutterberegningene for broen over Sognefjorden utføres tas Hardangerbrua som eksempel for å vise fremgangsmåten.

Deretter oppsummeres resultatene ved at den kritiske vindhastigheten ved instabilitet og tilhørende fenomen blir gitt for hver avstivningsbærer.

Til slutt forklares stabilitetsgrensene ved å se på egenskapene til de aerodynamiske deriverte.

## 6.1 Stabilitetsgrense, $V_{cr}$

I det følgende beregnes de ulike stabilitetsgrensene for de tre avstivningsbærerne. Ved å endre kun lengden på tverrbæreren slik at senteravstanden blir ulik, legges det vekt på en bestemt parameter: senteravstand mellom kassetverrsnittene. Selv om det ville vært riktig å øke eksempelvis kabel- og tverrbærer-dimensjoner er dette en teoretisk studie hvor det sees på den isolerte effekten av økt senteravstand. Selv ved den tyngste avstivningsbæreren, c/c 30, er kapasiteten av kablene ikke fullt utnyttet som vist i Avsnitt 3.1.

### 6.1.1 Statisk divergens

I Avsnitt 2.4.2 ble stabilitetsgrensen for statisk divergens utledet. Med utgangspunkt i Ligning 2.30 blir  $V_{cr}$  som gitt i Ligning 6.1. Det antas at  $L = L_{exp}$ .

$$V_{cr} = \omega_{\theta} B \left( \frac{2\tilde{m}_{\theta}}{\rho B^4 C'_M} \frac{\int_L \phi_{\theta}^2 dx}{\int_{L_{exp}} \phi_{\theta}^2 dx} \right)^{1/2} \approx \omega_{\theta} B \left( \frac{2\tilde{m}_{\theta}}{\rho B^4 C'_M} \right)^{1/2} \quad (6.1)$$

I Tabell 6.1 er  $C'_M$  gitt for de tre tverrsnittene.

Tabell 6.1:  $C'_M$  for ulike tverrbærere

	c/c 15	c/c 20	c/c 30
$C'_M$	0.04	-0.80	-3.24

Siden  $C'_M$  er negativ for både c/c 20 og c/c 30 har Ligning 6.1 ingen løsning. Disse tverrsnittene kan derfor ikke bli utsatt for statisk divergens. Grunnen er at når brobanen blir dyttet slik at den får en vinkel i forhold til horisontal-planet dannes en kraft som motvirker dette fenomenet og vinkelen vil ikke komme ut av kontroll [3].

For c/c 15 er  $C'_M$  positiv og det vil være en løsning på Ligning 6.1. Denne er gitt i Ligning 6.2.

$$V_{cr} \approx 0.57127 \cdot 12.9 \left( \frac{2 \cdot 4.0320 \cdot 10^6}{1.25 \cdot 12.9^4 \cdot 0.04} \right)^{1/2} = 562 \text{ m/s} \quad (6.2)$$

Det vil si at stabilitetsgrensen for statisk divergens for c/c 15 er 562 m/s noe som vil være langt over den maksimale vindhastigheten som kan forventes.



### 6.1.2 Dynamisk instabilitet i vertikalretning

I Avsnitt 2.4.3 ble stabilitetsgrensen for dynamisk instabilitet i vertikalretning utledet. Først må Ligning 2.35 være oppfylt.

$$C'_L < -\bar{C}_D \cdot D/B \quad (2.35)$$

Resultatene er vist i Tabell 6.2.

Tabell 6.2: Komponenter i Ligning 2.35 for c/c 15, c/c 20, c/c 30 [rad/s]

	c/c 15	c/c 20	c/c 30
$C'_L$	5.46	6.370	6.96
$\bar{C}_D \cdot D/B$	-0.302	- 0.348	-0.361
$C'_L < -\bar{C}_D \cdot D/B$	Nei	Nei	Nei

Av Tabell 6.2 kommer det frem at en dynamisk instabilitet i vertikalretning ikke kan oppstå. Det kan diskuteres hvorvidt B er avstanden mellom hengestenger fremfor bredden av en kasse, men ulikheten vil uansett ikke være oppfylt.

### 6.1.3 Dynamisk instabilitet i torsjon

I Avsnitt 2.4.4 ble stabilitetsgrensen for dynamisk instabilitet i torsjon utledet. Ligning 2.38 forenkles til Ligning 6.3.

$$\zeta_\theta \approx \frac{\rho B^4}{4\tilde{m}_\theta} A_2^* \cdot \left(1 + \frac{\rho B^4}{2\tilde{m}_\theta} A_3^*\right)^{-1/2} \quad (6.3)$$

hvor  $\omega_r$  ble gitt av Ligning 2.37 og  $L_{exp} = L$ .

Dynamisk instabilitet i torsjon oppstår altså hvis Ligning 6.4 er oppfylt.

$$\frac{\rho B^4}{4\tilde{m}_\theta} A_2^* \cdot \left(1 + \frac{\rho B^4}{2\tilde{m}_\theta} A_3^*\right)^{-1/2} - \zeta_\theta = 0 \quad (6.4)$$

$A_2^*$  for broen over Sognefjorden er gitt i Tabell 6.3.  $\hat{V}$  er gitt i Hz og det multipliseres derfor med  $2\pi$  for å få riktig verdi.

Tabell 6.3:  $A_2^*$  for c/c 15, c/c 20, c/c 30 [rad/s]

	$A_2^*$
c/c 15	$-0.0074 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi)^2 - 0.3430 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi) + 1.3018$
c/c 20	$0.0030 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi)^2 - 2.2708 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi) + 16.8237$
c/c 30	$-0.0343 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi)^2 + 0.2520 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi) - 5.8488$

$A_3^*$  for broen over Sognefjorden er gitt i Tabell 6.4.

Tabell 6.4:  $A_3^*$  for c/c 15, c/c 20, c/c 30 [rad/s]

	$A_3^*$
c/c 15	$0.0385 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi)^2 - 1.5172 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi) + 0.1633$
c/c 20	$0.0392 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi)^2 - 3.2142 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi) + 12.1639$
c/c 30	$-0.0749 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi)^2 + 0.1815 \cdot (\hat{V} \cdot 2\pi) - 1.3881$

Konstantene som inngår i Ligning 6.4 ble gitt i Kapittel 4.

Utrekningene har blitt gjort ved hjelp av en programkode gitt i Tillegg A.2.

For c/c 15 og c/c 30 finnes det ingen løsning. Det betyr at det ikke vil oppstå dynamisk instabilitet i torsjon for disse utformingene.

For c/c 20 finnes det to løsninger for den kritiske vindhastigheten. Disse er gitt i Ligning 6.5 og 6.6.

$$\hat{V} = 121.2 \quad (6.5)$$

$$\hat{V} = 1 \quad (6.6)$$

$\hat{V} = 1$  er kun en numerisk løsning. Det vil ikke oppstå vertikal instabilitet ved så lav vindhastighet. Løsningen finnes altså når  $\hat{V}$  er 121.2. Det endelige resultatet er vist i Ligning 6.7.

$$V = \hat{V} \cdot B \cdot \omega_r = 121.2 \cdot 12.9 \cdot 0.0689 = 107.5 \text{ m/s} \quad (6.7)$$

Det vil altså oppstå dynamisk instabilitet i torsjon for c/c 20 ved en vindhastighet på 107.5 m/s. I Avsnitt 6.2.1 vil det bli sett nærmere på grunnen til at det kun er c/c 20 som har en stabilitetsgrense i torsjon.

### 6.1.4 Koblede vertikal- og torsjonsvingninger: Flutter

Som nevnt i Avsnitt 2.4.5 kan det oppstå en kobling mellom en torsjonsmode og en vertikal mode hvis disse har formlike egenmoder og lignende egenfrekvenser. Dette fenomenet heter flutter. Hensikten med denne beregningen er å utforske ved hvilken kritisk vindhastighet flutter kan oppstå.

#### Eksempel fra Hardangerbrua

For å vise fremgangsmåten til flutterberegningen tas Hardangerbrua som eksempel, med en viktig forenkling. Det antas at brobanetverrsnittet har like aerodynamiske egenskaper som en flat plate. Dette vil gi en konservativ kritisk vindhastighet, siden et kassetverrsnitt har en mer gunstig utforming med tanke på vindstrømning enn det en flat plate har. For å finne de virkelige aerodynamiske egenskapene til tverrsnittet må omfattende vindtunneltester utføres.

De aerodynamiske deriverte til en flat plate er gitt i Avsnitt 2.3.2 og gjentas også her.

$$\begin{bmatrix} H_1^* & A_1^* \\ H_2^* & A_2^* \\ H_3^* & A_3^* \\ H_4^* & A_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\pi F \hat{V}_i & -\frac{\pi}{2} F \hat{V}_i \\ \frac{\pi}{2}(1 + F + 4G \hat{V}_i) \hat{V}_i & -\frac{\pi}{8}(1 - F - 4G \hat{V}_i) \hat{V}_i \\ 2\pi(F \hat{V}_i - G/4) \hat{V}_i & \frac{\pi}{2}(F \hat{V}_i - G/4) \hat{V}_i \\ \frac{\pi}{2}(1 + 4G \hat{V}_i) & \frac{\pi}{2} G \hat{V}_i \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Her ble  $F$  og  $G$  gitt av Ligning 2.15 og 2.16.

$$F\left(\frac{\hat{\omega}_i}{2}\right) = \frac{J_1 \cdot (J_1 + Y_0) + Y_1 \cdot (Y_1 - J_0)}{(J_1 + Y_0)^2 + (Y_1 - J_0)^2} \quad (2.15)$$

$$G\left(\frac{\hat{\omega}_i}{2}\right) = -\frac{J_1 \cdot J_0 + Y_1 \cdot Y_0}{(J_1 + Y_0)^2 + (Y_1 - J_0)^2} \quad (2.16)$$

Øvrige verdier er gitt i Tabell 6.5 [7] .

Tabell 6.5: Relevante verdier til bruk i flutterberegningen av Hardangerbrua

Geometridata	Verdi	Enhet
$\rho$	1.25	-
$B$	20	m
$\tilde{m}_z$	$10^4$	kg/m
$\tilde{m}_\theta$	$6 \cdot 10^5$	kg·m <sup>2</sup> /m
$\omega_z$	0.8	rad/s
$\omega_\theta$	1.6	rad/s
$\zeta_z = \zeta_\theta$	0.005	-

Ligningene som definerer stabilitetsgrensen er gitt i Avsnitt 2.4.5 og gjentas også her.

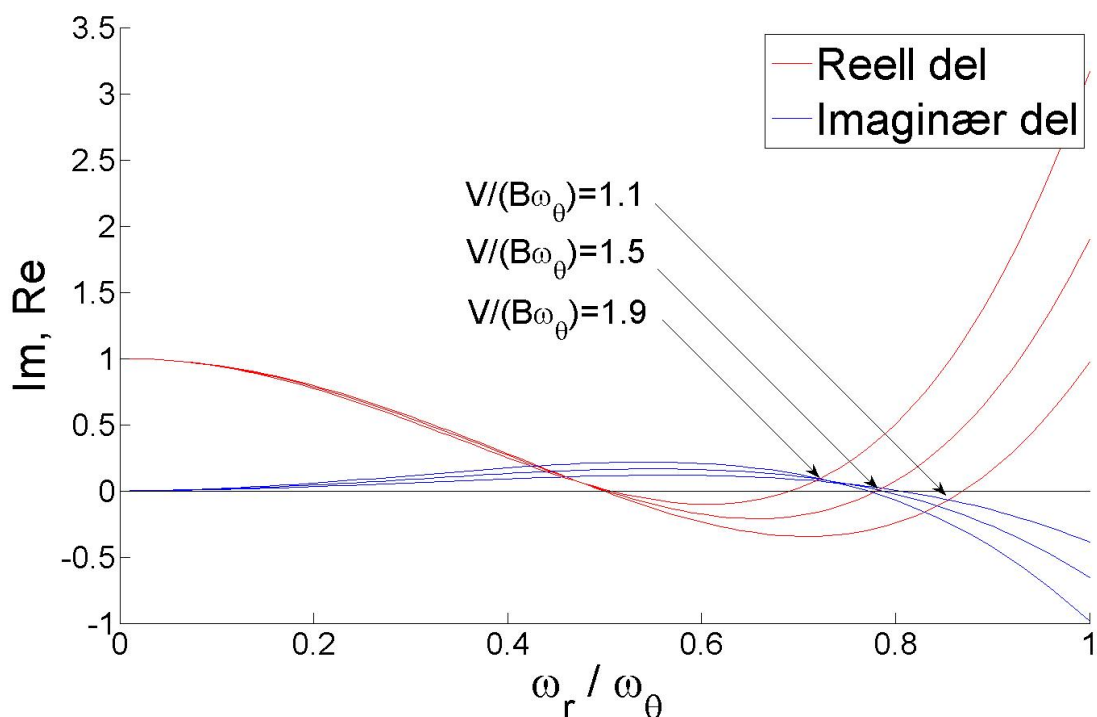
$$\begin{aligned}
 Re(det(\hat{\mathbf{E}}_\eta)) = & 1 - (1 + \gamma^2 + 4\gamma\zeta_z\zeta_\theta + \frac{\beta_z}{2}\gamma^2 H_4^* + \frac{\beta_\theta}{2}A_3^*)\hat{\omega}_r^2 \\
 & + \gamma(\zeta_\theta\beta_z\gamma H_1^* + \zeta_z\beta_\theta A_2^*)\hat{\omega}_r^3 \\
 & + \gamma^2 \left[ 1 + \frac{\beta_z}{2}H_4^* + \frac{\beta_\theta}{2}A_3^* + \frac{\beta_z\beta_\theta}{4}(A_1^*H_2^* \right. \\
 & \left. - A_2^*H_1^* + A_3^*H_4^* - A_4^*H_3^*) \right] \hat{\omega}_r^4 = 0
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

$$\begin{aligned}
 Im(det(\hat{\mathbf{E}}_\eta)) = & 2\hat{\omega}_r \left\{ \zeta_z\gamma + \zeta_\theta - \frac{1}{4}(\beta_z\gamma^2 H_1^* + \beta_\theta A_2^*)\hat{\omega}_r \right. \\
 & - \left[ \zeta_z \left( \frac{\beta_\theta}{2}A_3^* + \gamma \right) + \zeta_\theta\gamma^2 \left( \frac{\beta_z}{2}H_4^* + 1 \right) \right] \hat{\omega}_r^2 \\
 & + \gamma^2 \left[ \frac{\beta_z\beta_\theta}{8}(H_1^*A_3^* - H_2^*A_4^* - H_3^*A_1^* + H_4^*A_2^*) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4}(\beta_z H_1^* + \beta_\theta A_2^*) \right] \hat{\omega}_r^3 \left. \right\} = 0
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

De ulike komponentene i Ligning 2.51 og 2.52 er gitt i Avsnitt 2.4.5.

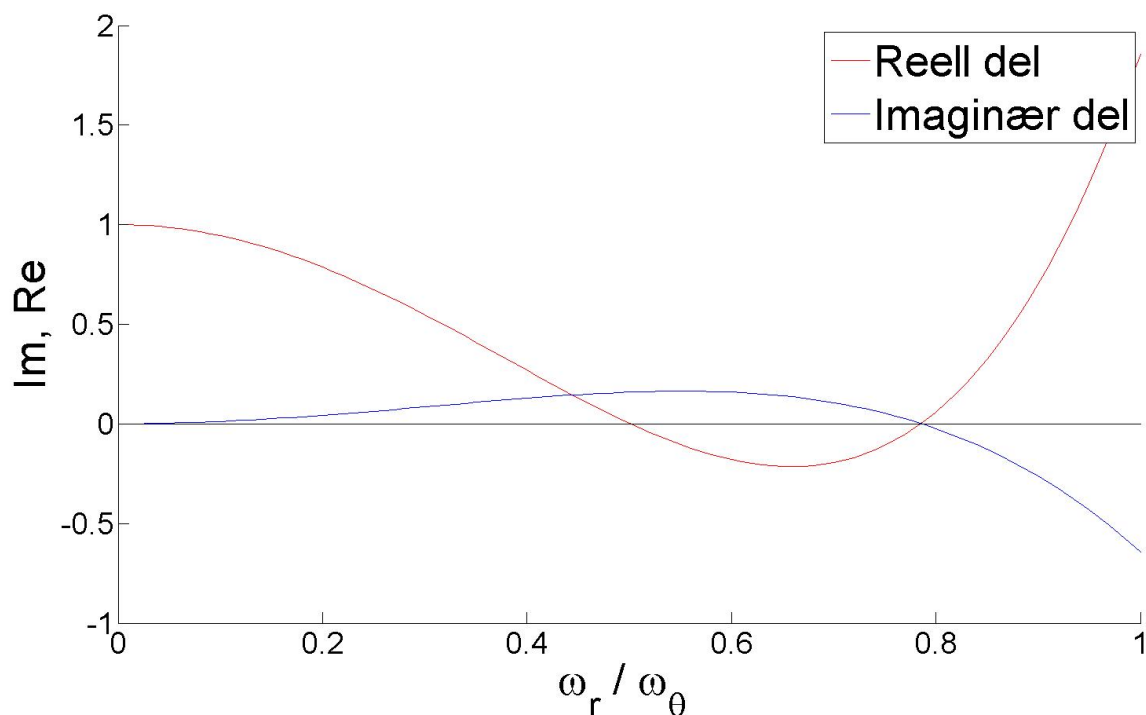
Det lages en programkode som regner ut både den reelle delen av impedansmatrisen,  $Re(det(\hat{\mathbf{E}}_\eta))$ , heretter kalt reell del, og den imaginære delen av impedansmatrisen,  $Im(det(\hat{\mathbf{E}}_\eta))$ , heretter kalt imaginær del. De blir regnet ut for ulike vindhastigheter,  $\hat{V} = V/(B\omega_\theta)$  samt resonansfrekvenser,  $\hat{\omega}_r = \omega_r/\omega_\theta$ . Programmet er gitt i Tillegg A.3.

For å finne riktig løsning kreves det iterasjoner. I Figur 6.1 er variasjonen av reell og imaginær del over  $\hat{\omega}_r$  vist for tre verdier av  $\hat{V}$ . Pilene viser hvor reell og imaginær del krysser hverandre og verdien av  $\hat{V}$ .



Figur 6.1: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  og  $\hat{V}$  for Hardangerbrua

Ved å se på Figur 6.2 er det tydelig at imaginær og reell del krysses i null når  $\hat{V}$  er lik 1.5. Da er  $\hat{\omega}_r$  lik 0.78.



Figur 6.2: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  for  $\hat{V}$  lik 1.5 for Hardangerbrua

Den kritiske vindhastigheten blir som gitt i Ligning 6.8.

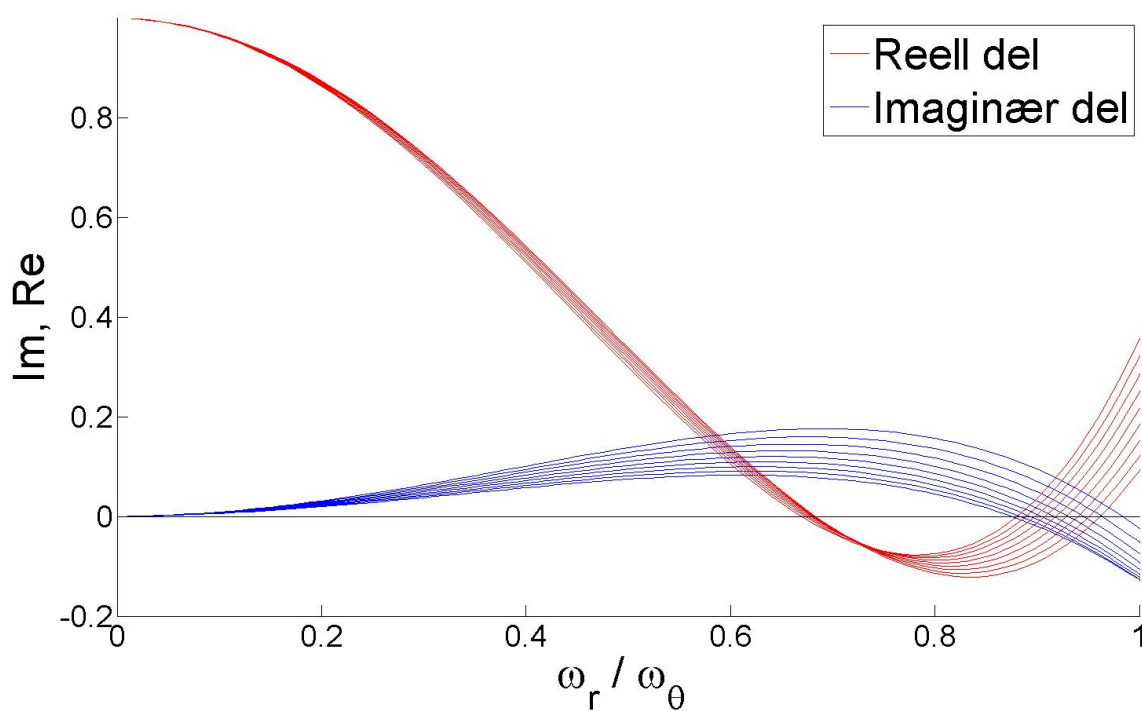
$$V = \hat{V} \cdot B \cdot \omega_\theta = 1.5 \cdot 20 \cdot 1.6 = 48 \text{ m/s} \quad (6.8)$$

I følge beregningene vil flutter oppstå ved en vindhastighet på 48 m/s. Denne vindhastigheten er lavere enn hvis de korrekte aerodynamiske deriverte hadde blitt brukt, fordi et kassetverrsnitt har bedre aerodynamiske egenskaper enn en flat plate. Dette eksempelet blir også løst i [7]. Selv om fremgangsmåten er noe ulik er resultatene sammenfallende. Fremgangsmåten brukt i dette avsnittet benyttes videre for broen over Sognefjorden.

### Bro over Sognefjorden, c/c 15

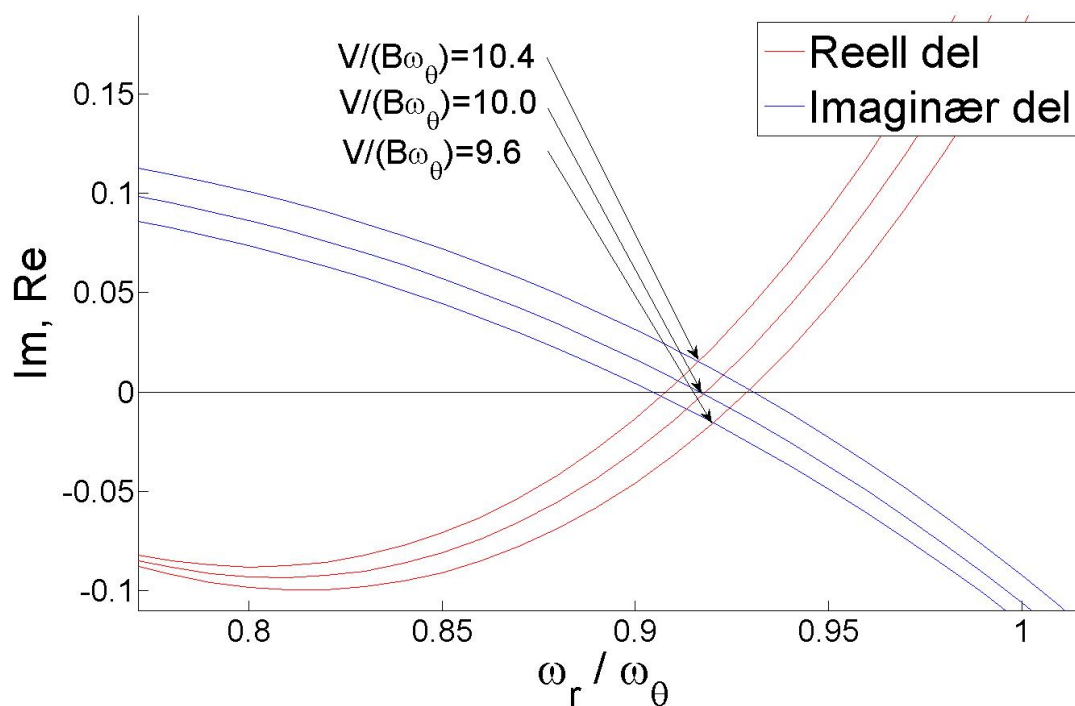
Det lages et ny programkode som bruker de aerodynamiske deriverte oppgitt fra Statens Vegvesen. Dette programmet er gitt i Tillegg A.4.

I Figur 6.3 er reell del og imaginær del vist for 9 ulike vindhastigheter. Disse varierer fra  $\hat{V}$  lik 8.2 til  $\hat{V}$  lik 11.8.



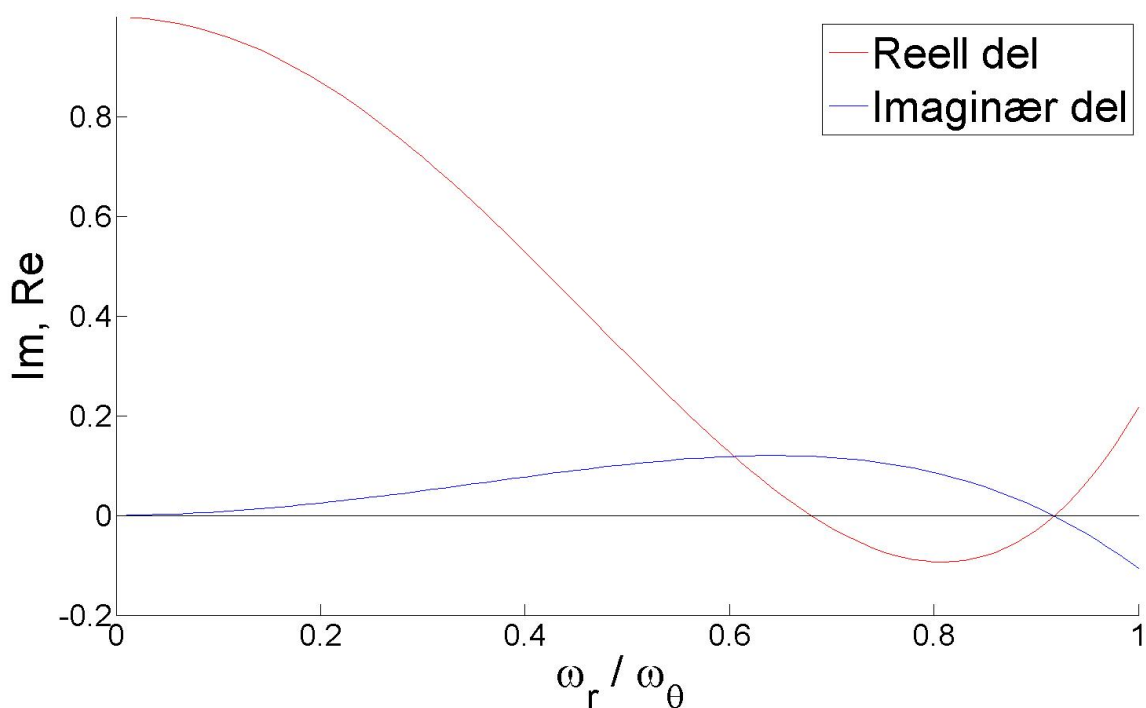
Figur 6.3: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  og  $\hat{V}$  mellom 8.2 og 11.8 for  $c/c$  15

Av Figur 6.3 kommer det frem at det finnes en stabilitetsgrense for disse verdiene. I Figur 6.4 forstørres derfor området der imaginær del og reell del krysser null.



Figur 6.4: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  og  $\hat{V}$  for  $c/c$  15

I Figur 6.4 kommer det tydelig frem at stabilitetsgrensen for flutter oppstår når  $\hat{V}$  er lik 10.0. I Figur 6.5 er reell del og imaginær del vist for stabilitetsgrensen.



Figur 6.5: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  og  $\hat{V}$  lik 10.0 for  $c/c$  15

Den kritiske vindhastigheten blir som gitt i Ligning 6.9.

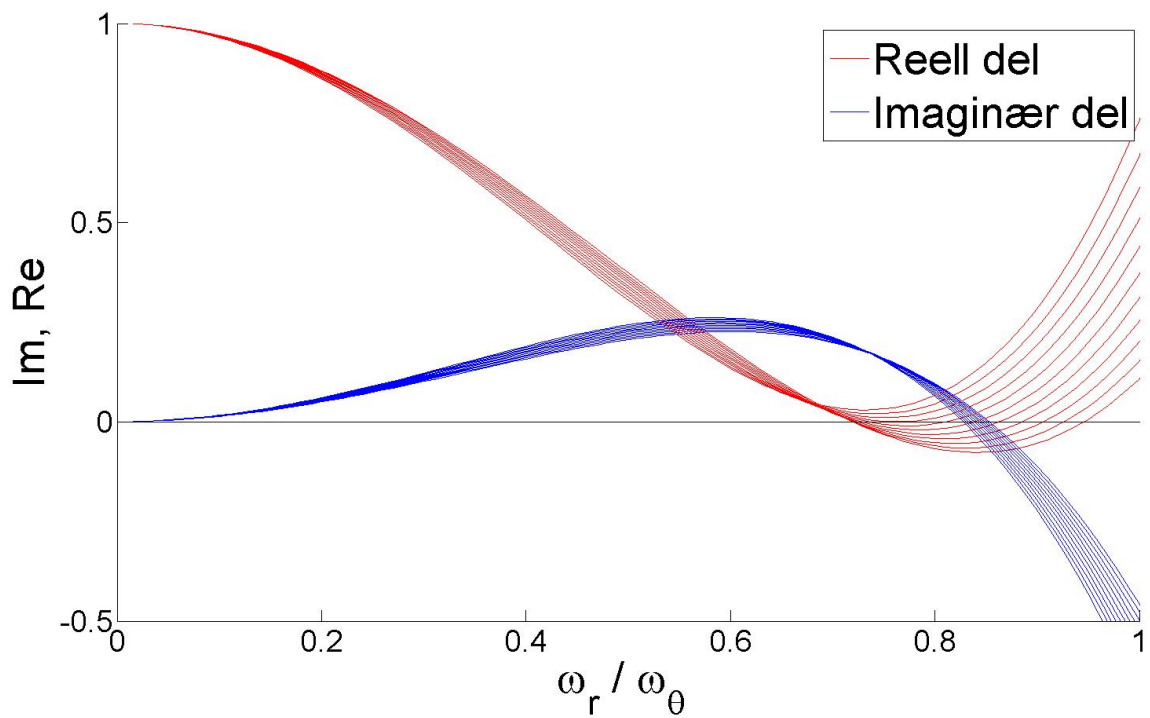
$$V = \hat{V} \cdot B \cdot \omega_\theta = 10.0 \cdot 12.9 \cdot 0.571 = 73.7 \text{ m/s} \quad (6.9)$$

For  $c/c$  15 vil flutter oppstå ved en vindhastighet på 73.7 m/s.

### Bro over Sognefjorden, $c/c$ 20

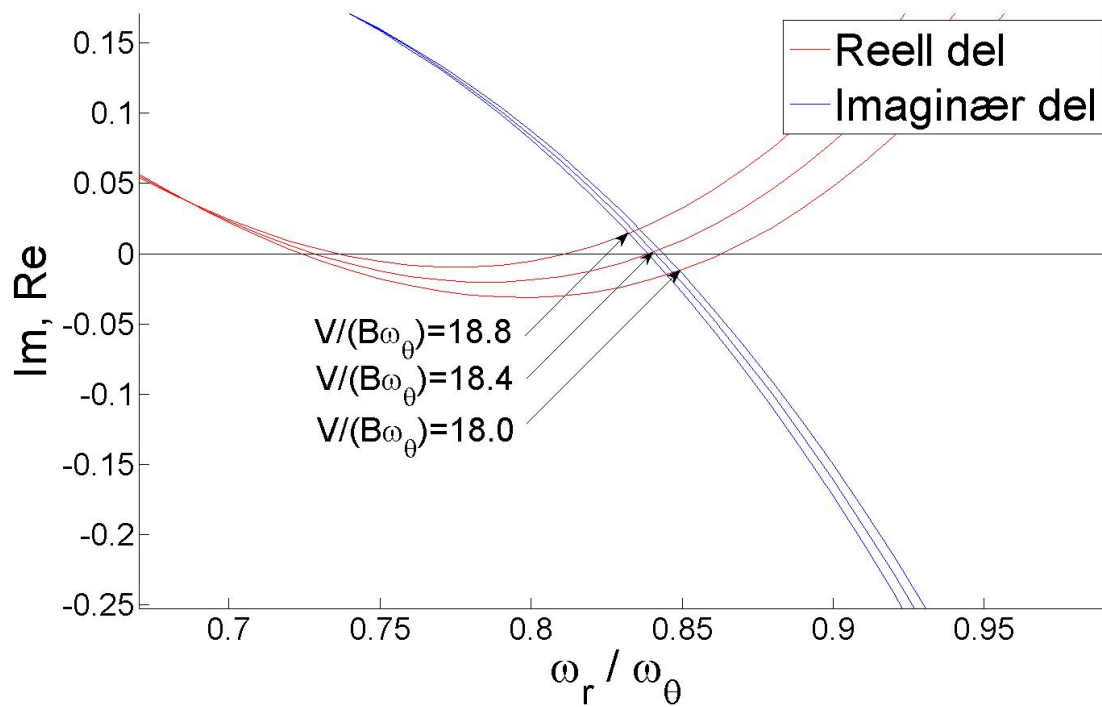
I Figur 6.6 er reell del og imaginær del vist for  $\hat{V}$  mellom 16.3 og 20.5.





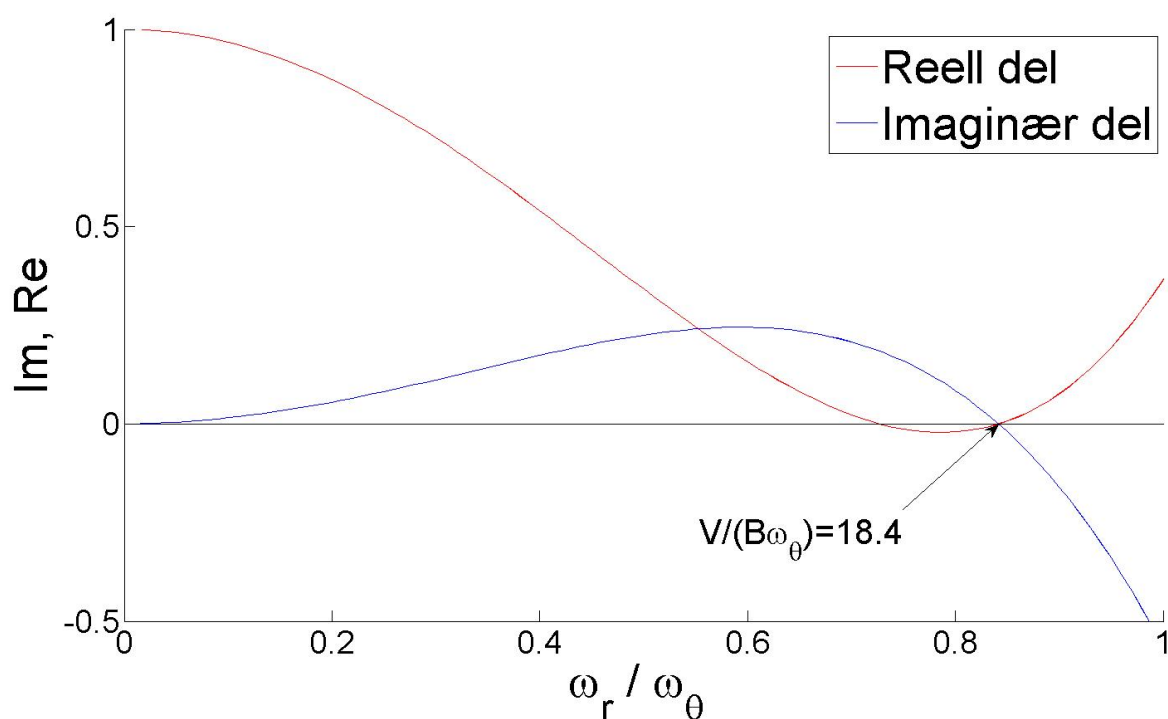
Figur 6.6: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  og  $\hat{V}$  mellom 16.3 og 20.5 for  $c/c = 20$

Ved å forstørre figuren betydelig kommer de ulike linjene frem. Dette er gjort i Figur 6.7. Den reelle delen er veldig liten for alle  $\hat{\omega}_r$ .



Figur 6.7: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  og  $\hat{V}$  for  $c/c = 20$

I Figur 6.8 er stabilitetsgrensen for  $c/c$  20 vist. Den finnes for  $\hat{V}$  lik 18.4.



Figur 6.8: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  for  $\hat{V}$  lik 18.4 for  $c/c$  20

Den kritiske vindhastigheten blir som gitt i Ligning 6.10.

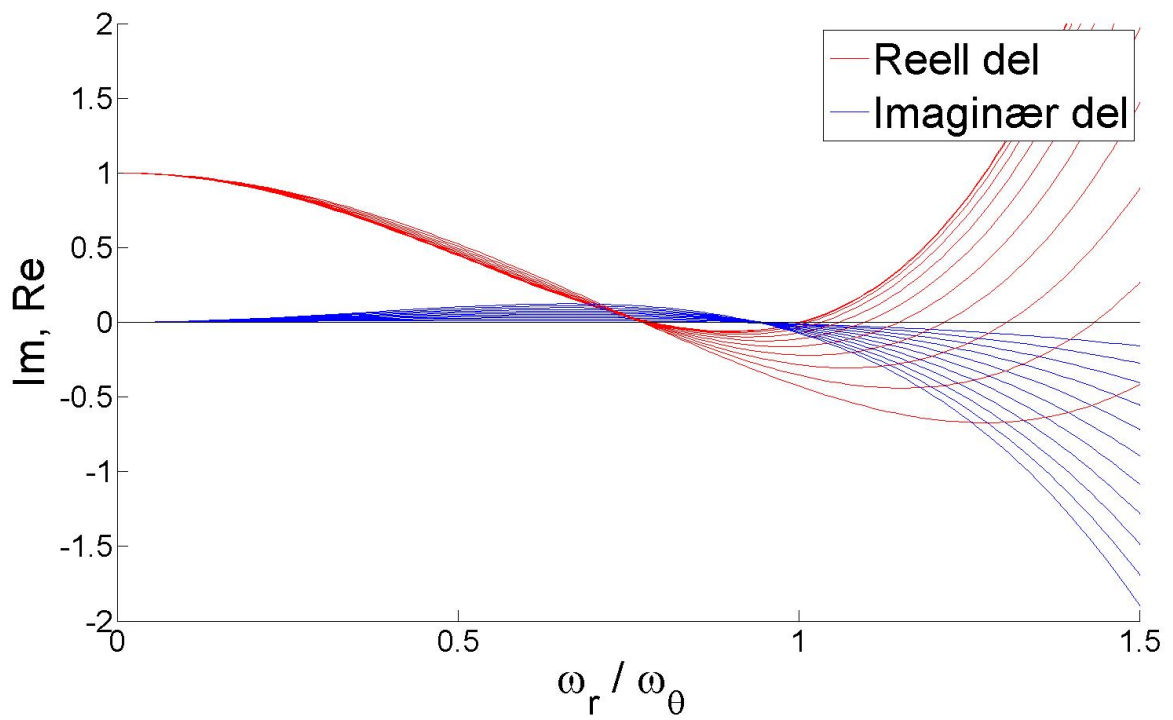
$$V = \hat{V} \cdot B \cdot \omega_\theta = 18.4 \cdot 12.9 \cdot 0.524 = 124.4 \text{ m/s} \quad (6.10)$$

For  $c/c$  20 vil flutter oppstå ved en vindhastighet på 124.4 m/s. Dette er 40 % høyere enn for  $c/c$  15.

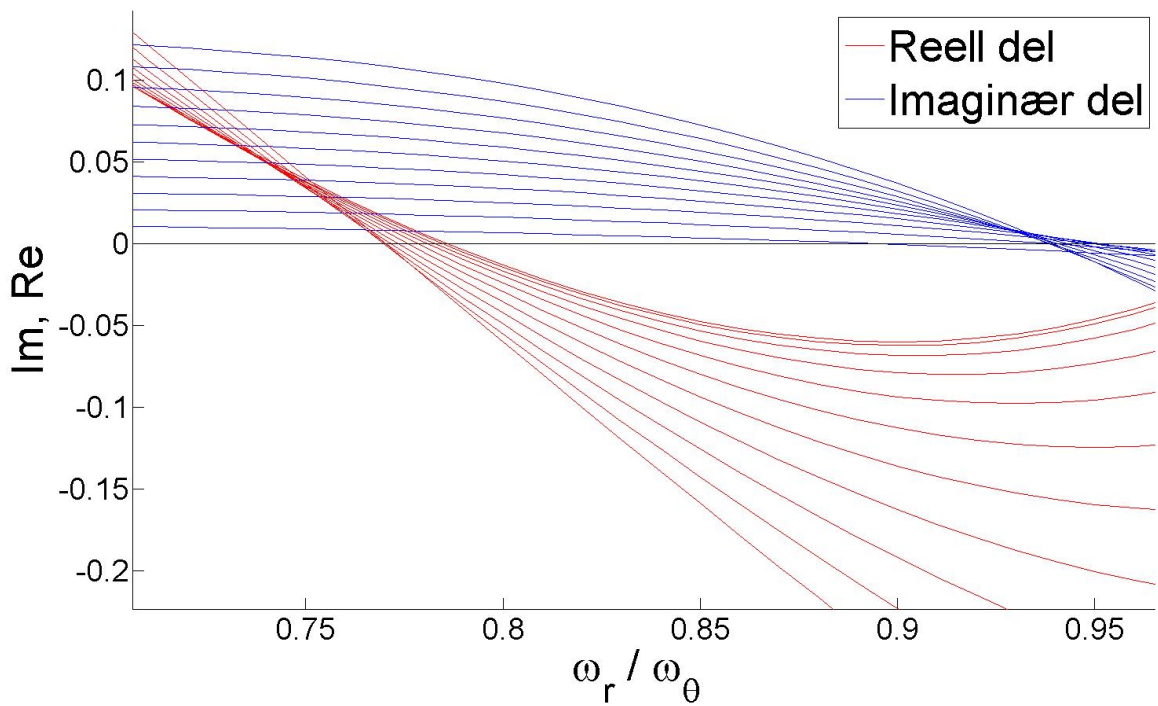
### Bro over Sognefjorden, $c/c$ 30

Når senteravstanden mellom kassene er 30 m finnes det ingen stabilitetsgrense i flutter. Dette kan forklares ved å se på de aerodynamiske deriverte. Det blir gjort i Avsnitt 6.2.2.

I det følgende er det vist figurer som bekrefter mangel på stabilitetsgrense. I Figur 6.9 og Figur 6.10 er reell del og imaginær del vist for  $\hat{V}$  mindre enn 10.



Figur 6.9: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$ , når  $\hat{V}$  er mindre enn 10 for  $c/c$  30

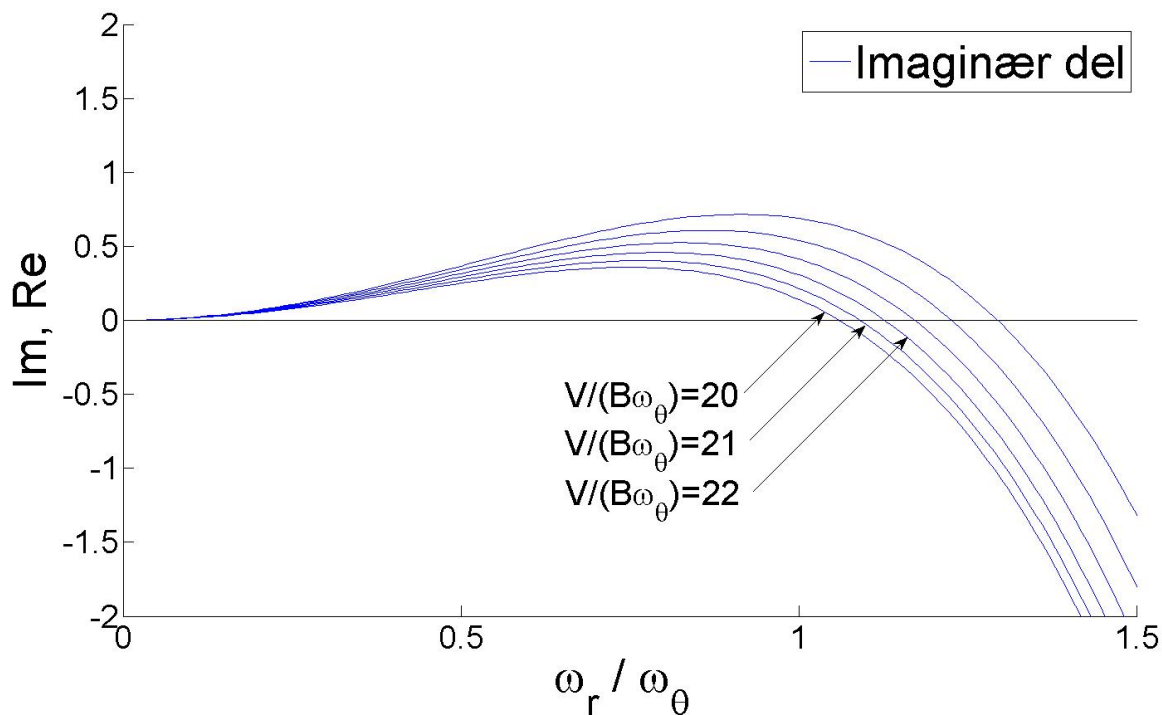


Figur 6.10: Reell og imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$ , når  $\hat{V}$  er mindre enn 10 for  $c/c$  30

Fra Figur 6.10 kommer det frem at den høyeste verdien av  $\hat{\omega}_r$  er rundt 0.8 for reell del som krysser null. Den laveste verdien for imaginær del som krysser null derimot er 0.9. Det vil derfor ikke være en verdi av  $\hat{V}$  mindre enn 10 hvor både imaginær del og reell del blir null samtidig.

Samme prosedyre kan benyttes for  $10 < \hat{V} < 20$  og det er heller ingen stabilitetsgrense i dette intervallet. Figuren er vedlagt i Tillegg C.1.

Når  $\hat{V}$  blir større enn 20 blir imaginær del lik null for en verdi av  $\hat{\omega}_r$  større enn 1. Dette er vist i Figur 6.11.



Figur 6.11: Imaginær del som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  når  $\hat{V}$  er større enn 20 for  $c/c = 30$

For å oppnå flutter skal  $\omega_\theta < \omega_\theta(V_{cr})$  og dermed blir  $\hat{\omega}_r > 1$ .

Det oppstår altså ikke noe stabilitetsgrense i flutter for dette tverrsnittet.

### 6.1.5 Oppsummering

Stabilitetsgrensen for avstivningsbærerne er oppsummert i Tabell 6.6.

Tabell 6.6: Kritisk vindhastighet for ulike instabilitets-fenomener

Instabilitets-fenomen	CC15	CC20	CC30
Statisk divergens	V=562 m/s	Ingen grense	Ingen grense
Dynamisk instabilitet i vertikalretning	Ingen grense	Ingen grense	Ingen grense
Dynamisk instabilitet i torsjon	Ingen grense	V=107.5 m/s	Ingen grense
Flutter	V=73.7 m/s	V=124.4 m/s	Ingen grense
Stabilitetsgrense	V=73.7 m/s	V=107.5 m/s	Ingen grense

For c/c 15 er det dimensjonerende instabilitets-fenomenet flutter som oppstår ved en vindhastighet på 73.7 m/s.

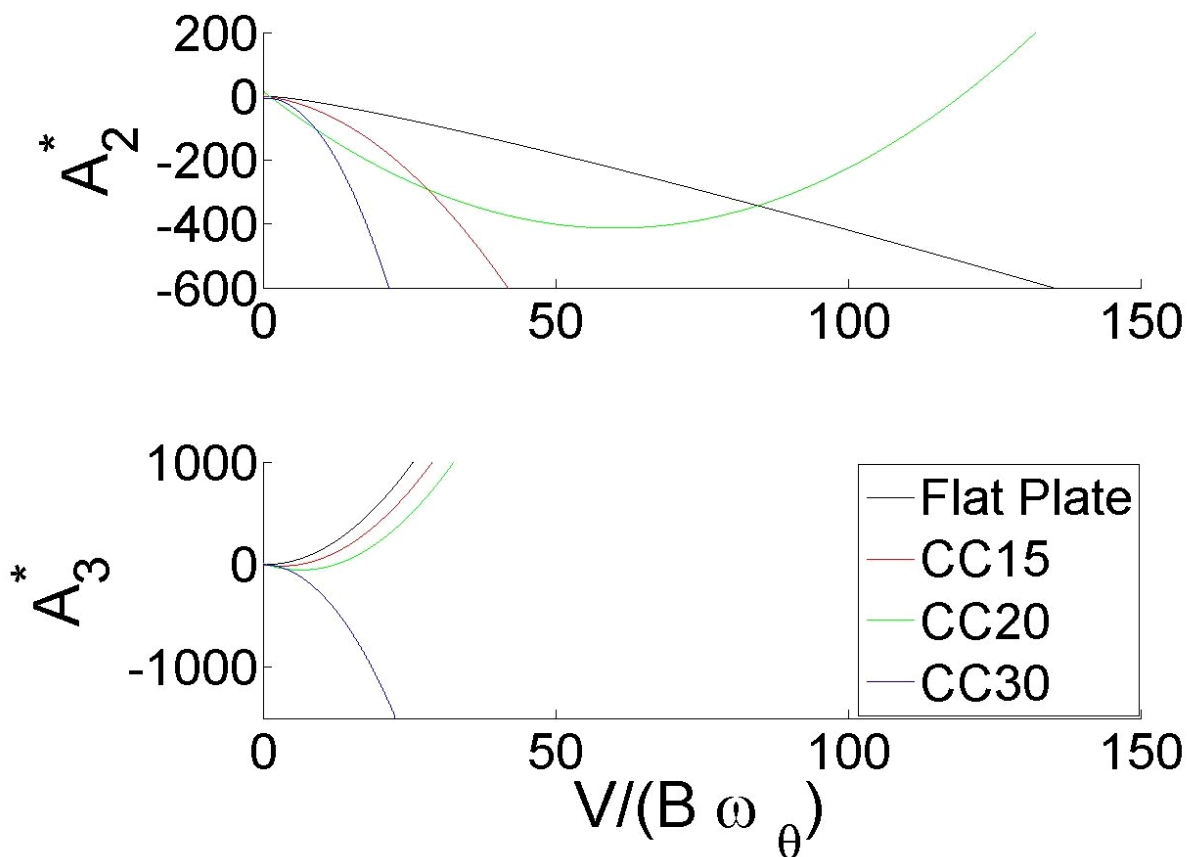
Dynamisk instabilitet i torsjon skjer ved 107.5 m/s for c/c 20 og blir dimensjonerende. I Avsnitt 6.2.1 forklares denne stabilitetsgrensen ved å se på de aerodynamiske deriverte.

Det oppnås derimot ingen stabilitetsgrense for c/c 30. Grunnen til dette vil bli sett nærmere på i Avsnitt 6.2.2.

## 6.2 Aerodynamiske deriverte

### 6.2.1 Dynamisk instabilitet i torsjon for $c/c$ 20

I Figur 6.12 vises  $A_2^*$  og  $A_3^*$  for en flat plate og de tre ulike avstivningsbærerne.

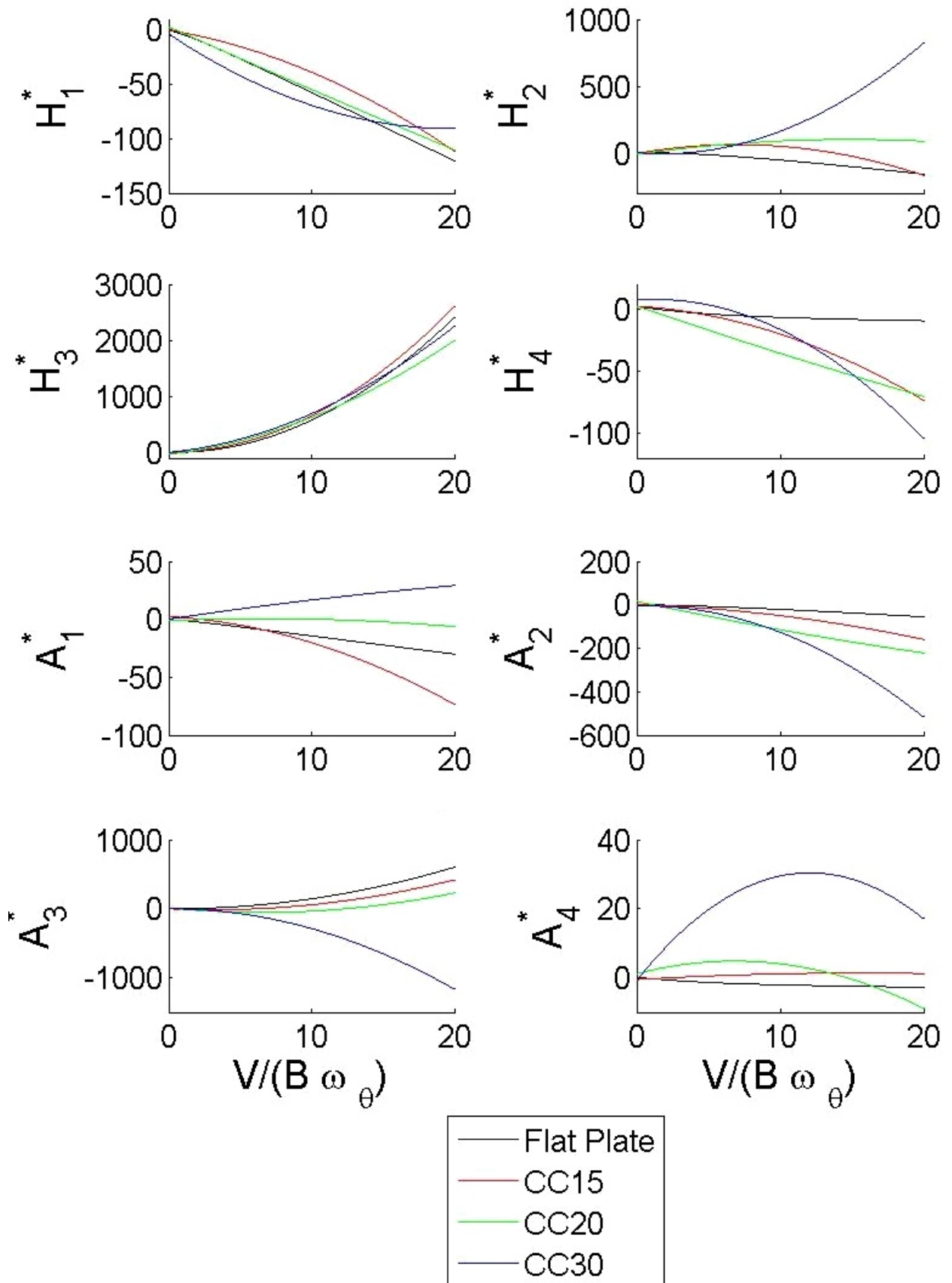


Figur 6.12: Aerodynamiske deriverte,  $A_2^*$  og  $A_3^*$  for flat plate og tre ulike versjoner av bro over Sognefjorden

Oppførselen til  $A_2^*$  skiller seg fra de andre når  $\hat{V}$  øker. Dette forklarer hvorfor det oppnås en stabilitetsgrense i torsjon for  $c/c$  20, men ikke ved de andre utformingene. Ved å se på Ligning 6.4 er det tydelig at  $A_2^*$  vil påvirke stabilitetsgrensen.  $A_3^*$  derimot varierer lite for de ulike avstivningsbærerne.

### 6.2.2 Mangel på stabilitetsgrense for $c/c$ 30

I Figur 6.13 er de ulike aerodynamiske deriverte for flat plate og de tre avstivningsbærerne vist.



Figur 6.13: Aerodynamiske deriverte for flat plate og tre ulike versjoner av bro over Sognefjorden

## Kommentarer til de aerodynamiske deriverte

For å se nærmere på betydningen av de enkelte aerodynamiske deriverte lages det et program vist i Tillegg A.5. Ved å dele opp den imaginære delen av impedansmatrisen og den reelle i koeffisienter og aerodynamiske deriverte, kommer det tydeligere frem hvilke aerodynamiske deriverte som har mest betydning for flutter. Av Tillegg A.5 kommer det frem at  $A2^*$ ,  $A3^*$ ,  $H1^*$  og  $H4^*$  har mest betydning for stabilitetsgrensen.

$A3^*$  påvirker dempingen og derfor egenfrekvensen i torsjon. For 30 m senteravstand er den negativ noe som fører til større stivhet i torsjon. Dette bidrar til å forklare at det ikke finnes noen stabilitetsgrense for flutter for denne avstivningsbæreren [3].

$H4^*$  påvirker dempingen og derfor egenfrekvensen i vertikalretning. Denne har stor betydning. Av Figur 6.13 kommer det frem at når  $\hat{V}$  blir større enn ca 18 blir  $H4^*$  betydelig lavere for  $c/c 30$  enn for de andre utformingene [3].

$A2^*$  påvirker dempingen i torsjon. Det blir positiv demping når  $c/c 30$  siden  $A2^*$  er negativ, dette forklarer også mangel på stabilitetsgrense [3].

$H1^*$  påvirker dempingen i vertikalretning. Denne har også betydning for flutterhastigheten, men er relativ lik for de ulike avstivningsbærerne. Det er altså ikke denne som vil være utslagsgivende når det gjelder mangel på stabilitetsgrense for  $c/c 30$  [3].



# Kapittel 7

## Diskusjon og videre arbeid

Denne oppgaven har tatt sikte på å vise hvilke aerodynamiske fenomener som vil være dimensjonerende for en lang hengebru.

Mesteparten av teorien som har blitt brukt er utledet for et enkelt tverrsnitt og ikke et splittet tverrsnitt. Dette kan føre til uoverensstemmelser. Hvorvidt det er korrekt å anvende teorien kan med fordel utforskes videre.

Bredden på en enkelt kasse blir brukt siden det var denne bredden de aerodynamiske deriverte ble regnet ut for. Vanligvis sammenfaller bredden på kassen med avstanden mellom hengestengene. Dette er naturligvis ikke tilfellet for et splittet tverrsnitt.

Av og til kan den dimensjonerende situasjonen være under selve byggeprosessen. Beregningene tyder på at konstruksjonen vil være stabil etter bygging. Hvorvidt byggeprosessen vil være gjennomførbart med dagens teknologi har ikke blitt vurdert.

En hengebro over Sognefjorden er et av flere alternativer og det er ikke gitt at det er det mest gunstige økonomisk. Kablene alene vil veie over 70 000 tonn og en slik konstruksjon vil kreve enorme ressurser. Det vil være interessant å se hvilke faktorer som kan bidra til å redusere kostnadene.

I oppgaven studeres kun brobanen og hovedkablene. Dette er kun en side av prosjekteringen. Konstruksjonen vil også bestå av over 400 m høye tårn, noe som er en utfordring i seg selv.

Beregningene som har blitt utført viser at den kritiske vindhastigheten for konstruksjonen er tilstrekkelig. Likevel kunne effekten av en eller flere massedempere vært interessant å utforske. Massedempere vil blant annet redusere responsen, noe som kan være nødvendig for et så stort spenn.



# Kapittel 8

## Konklusjon

De aerodynamiske egenskapene til en lang hengebro har blitt studert, spesielt med tanke på stabilitet. Det har blitt utført et parameterstudium for tre forskjellige utforminger av et splittet kassetverrsnitt. Den varierende parameteren er senteravstanden mellom kassene. Det viser seg at en økning i senteravstand ikke bare øker den dimensjonerende vindhastigheten, den vil også bestemme det dimensjonerende instabilitets-fenomenet.

For utformingen av avstivningsbæreren med 15 m senteravstanden blir flutter dimensjonerende ved 74 m/s. Når senteravstanden er 20 m derimot vil dynamisk instabilitet i torsjon være dimensjonerende ved 108 m/s. Flutter vil i dette tilfelle ikke oppstå før vindhastigheten når 124 m/s. Når senteravstanden økes til 30 m skjer det noe overraskende. Det oppnås ingen stabilitetsgrense for denne avstivningsbæreren. Grunnen til dette har blitt forklart ved å se på utviklingen av de aerodynamiske deriverte.

Det har ikke blitt utført vindmålinger på den aktuelle plasseringen av broen over Sognefjorden. For Hardangerbrua var kravet at broen skulle tåle vindhastigheter opp til 57.9 m/s [14]. Den dimensjonerende vindhastigheten til de tre ulike tverrsnittene er godt over denne grensen. Det er grunn til å tro at et splittet kassetverrsnitt av denne typen vil være en god løsning for hengebroer med lange hovedspenn. Effekten av en massedemper har ikke blitt undersøkt, men beregningene tyder på at det ikke vil være nødvendig å øke den kritiske vindhastigheten for dynamisk instabilitet.

De aerodynamiske deriverte som denne oppgaven baserer seg på har blitt utledet i vindtunneltester. Hvor godt disse resultatene vil samsvare med endelige målinger er et kritisk spørsmål. Resultatene fra vindtunneltester har bekreftet utformingen av avstivningsbæreren og gjennomførbarheten til et så stort spenn. Likevel er det vanskelig å fastslå med sikkerhet den nøyaktige oppførselen til den endelige konstruksjonen.



# Bibliografi

- [1] Richard Scott, *In the Wake of Tacoma - Suspension Bridges and the Quest for Aerodynamic Stability*, ACSE Press.
- [2] Brancaleoni et al., *The Messina Strait Bridge*, CRC Press.
- [3] Einar Norleif Strømmen, *Veiledning i forbindelse med masteroppgave*
- [4] Statens Vegvesen, *Håndbok 122 Kabler til hengebroer*, Vegdirektoratet teknologiavdelingen, 2008
- [5] Einar Norleif Strømmen, *Structural Dynamics*, Under publisering.
- [6] Claës Dyrbye og Svend O. Hansen, *Wind Loads on Structures*, Wiley.
- [7] Einar Norleif Strømmen, *Theory of Bridge Aerodynamics*, Springer.
- [8] Arne Selberg, *Oscillation and Aerodynamic Stability of Suspension Bridges*, Norges Tekniske Vitenskapsakademi.
- [9] Svend Ole Hansen et. al. *Brusymfonien: Static and dynamic wind tunnel tests with a section model*, Svend Ole Hansen Aps, 2005.
- [10] Honshu-Shikoku bridge expressway company, *Produsentens nettside*
- [11] Song Hui, Wang Xiao Dong, *Zhoushan Xihoumen Bridge – The world's longest box-girder suspension bridge*
- [12] R. Sigbjörnsson, *Alvsat Teorimanual*, SINTEF.
- [13] Statens Vegvesen, *Håndbok 185 Bruprosjektering*, Vegdirektoratet teknologiavdelingen, 2009
- [14] Kristian Berntsen, *Veiledning i forbindelse med masteroppgave*,



# Tillegg A

## Programkode - Matlab

### A.1 Aerodynamiske deriverte for flat plate

```
clear all
close all
clc
```

```
%Dette skriptet brukes for å regne ut H* og A* for en flat plate og for
%ulike utforminger av Sognefjordbrua
```

```
for x=1:400
Vhatt(x)=x/100;
omegahatt(x)=1/Vhatt(x);
```

```
J0 = besselj(0,omegahatt(x)/2) ;
J1 = besselj(1,omegahatt(x)/2) ;
Y0 = bessely(0,omegahatt(x)/2) ;
Y1 = bessely(1,omegahatt(x)/2) ;
```

```
F(x)=(J1*(J1+Y0)+Y1*(Y1-J0))/((J1+Y0)^2+(Y1-J0)^2);
G(x)=- (J1*J0+Y1*Y0)/((J1+Y0)^2+(Y1-J0)^2);
```

```
H1stjerne(x)=-2*pi*F(x)*Vhatt(x);
H2stjerne(x)=(pi/2)*(1+F(x)+4*G(x)*Vhatt(x))*Vhatt(x);
H3stjerne(x)=2*pi*(F(x)*Vhatt(x)-G(x)/4)*Vhatt(x);
H4stjerne(x)=pi/2*(1+4*G(x)*Vhatt(x));
A1stjerne(x)=-pi/2*F(x)*Vhatt(x);
A2stjerne(x)=-pi/8*(1-F(x)-4*G(x)*Vhatt(x))*Vhatt(x);
A3stjerne(x)=pi/2*(F(x)*Vhatt(x)-G(x)/4)*Vhatt(x);
A4stjerne(x)=pi/2*G(x)*Vhatt(x);
end
```

```
subplot(4,2,1)
ylabel('H_1^*')
hold on
plot(Vhatt,H1stjerne)
```

```
subplot(4,2,2)
ylabel('H_2^*')
hold on
plot(Vhatt,H2stjerne)
```

```
subplot(4,2,3)
ylabel('H_3^*')
hold on
plot(Vhatt,H3stjerne)
```

```
subplot(4,2,4)
ylabel('H_4^*')
hold on
plot(Vhatt,H4stjerne)
```

```
subplot(4,2,5)
ylabel('A_1^*')
hold on
plot(Vhatt,A1stjerne)
```



```
subplot(4,2,6)
ylabel('A_2^*')
hold on
plot(Vhatt,A2stjerne)
```

```
subplot(4,2,7)
ylabel('A_3^*')
xlabel('V/B \omega_i')
hold on
plot(Vhatt,A3stjerne)
```

```
subplot(4,2,8)
ylabel('A_4^*')
xlabel('V/B \omega_i')
hold on
plot(Vhatt,A4stjerne)
```

## **A.2 Stabilitetsgrense i torsjon for bro over Sognefjorden**

```

clear all
close all
clc

% Dette skriptet brukes for å regne ut stabilitetsgrensen i torjson for c/c
% 20

AD20 = importdata('AerodynamiskeDeriverteCC20m.txt');
AD15 = importdata('AerodynamiskeDeriverteCC15m.txt');
AD30 = importdata('AerodynamiskeDeriverteCC30m.txt');

B=12.9;
Bc=31.1;
rho=1.25;
mg=14769;
mgtheta=1.5*10^6;
mc=9677;
mtoddelz= mg+2*mc;
mtoddeltheta=mgtheta+mc*(Bc/2)^2*2;
betatheta=rho*B^4/mtoddeltheta;
betaz=rho*B^2/mtoddelz;
etaz=0.005;
etatheta=0.005;
omegatheta=0.52383;

for x=1:1500
Vhatt(x)=x/10;
Vhatt2pi(x)=Vhatt(x)*2*pi;

A2stjerneSVV15m(x)=AD15(6,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(6,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(6,4)
;
A3stjerneSVV15m(x)=AD15(7,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(7,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(7,4)
;
Null15(x)=rho*B^4/(4*mtoddeltheta)*A2stjerneSVV15m(x)*(1/sqrt(1+rho*B^4/(2*mtoddeltheta)*A3stjerneSVV15m(x)))-etatheta;
omegar15(x)=omegatheta*(1/sqrt(1+rho*B^4/(2*mtoddeltheta)*A3stjerneSVV15m(x)))
;
V15(x)=Vhatt(x)*B*omegar15(x);

A2stjerneSVV20m(x)=AD20(6,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(6,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(6,4)
;
A3stjerneSVV20m(x)=AD20(7,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(7,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(7,4)
;
Null20(x)=rho*B^4/(4*mtoddeltheta)*A2stjerneSVV20m(x)*(1/sqrt(1+rho*B^4/(2*mtoddeltheta)*A3stjerneSVV20m(x)))-etatheta;
omegar20(x)=omegatheta*(1/sqrt(1+rho*B^4/(2*mtoddeltheta)*A3stjerneSVV20m(x)))
;
V20(x)=Vhatt(x)*B*omegar20(x);

A2stjerneSVV30m(x)=AD30(6,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(6,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(6,4)
;
A3stjerneSVV30m(x)=AD30(7,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(7,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(7,4)
;

```

```
Null30(x)=rho*B^4/(4*mtoddeltheta)*A2stjerneSVV30m(x)*(1/sqrt(1+rho*B^4/(2*mtoddeltheta)*A3stjerneSVV30m(x)))-etatheta;  
omegar30(x)=omegatheta*(1/sqrt(1+rho*B^4/(2*mtoddeltheta)*A3stjerneSVV30m(x))  
;  
V30(x)=Vhatt(x)*B*omegar30(x);  
end  
  
hold on  
  
plot(V15,Null15,'red')  
plot(V20,Null20,'green')  
plot(V30,Null30,'blue')
```

## **A.3 Stabilitetsgrense i flutter for Hardangerbrua**

```
clear all
close all
clc
```

```
%DETTE SKRIPTET BRUKES FOR Å REGNE UT STABILITETSGRENSEN FOR FLUTTER FOR
%HARDANGERBRUA
```

```
B=20;
rho=1.25;
mtodelz=10^4;
mtodeltheta=6*10^5;
etaz=0.005;
etatheta=0.005;
betatheta=rho*B^4/mtodeltheta;
betaz=rho*B^2/mtodelz;
```

```
omegatheta=1.6;
omegaz=0.8;
gamma=omegatheta/omegaz;
```

```
figure
set(gca, 'FontSize', 24)
xlabel('\omega_r / \omega_\theta ', 'FontSize', 35)
ylabel('Im, Re', 'FontSize', 35)
```

```
for Vhatt=1.38:0.5:2.38
%% Bruker AD'er for flat plate
omegahattrbessel=Vhatt^(-1);
```

```
J0 = besselj(0,omegahattrbessel/2) ;
J1 = besselj(1,omegahattrbessel/2) ;
Y0 = bessely(0,omegahattrbessel/2) ;
Y1 = bessely(1,omegahattrbessel/2) ;
```

```
F=(J1*(J1+Y0)+Y1*(Y1-J0))/((J1+Y0)^2+(Y1-J0)^2);
G=-(J1*J0+Y1*Y0)/((J1+Y0)^2+(Y1-J0)^2);
```

```
H1stjerne=-2*pi*F*Vhatt;
H2stjerne=(pi/2)*(1+F+4*G*Vhatt)*Vhatt;
H3stjerne=2*pi*(F*Vhatt-G/4)*Vhatt;
H4stjerne=pi/2*(1+4*G*Vhatt);
A1stjerne=-pi/2*F*Vhatt;
A2stjerne=-pi/8*(1-F-4*G*Vhatt)*Vhatt;
A3stjerne=pi/2*(F*Vhatt-G/4)*Vhatt;
A4stjerne=pi/2*G*Vhatt;
```

```
for X=1:100
x(X)=X/100;
Reelledel(X)=1-
(1+gamma^2+4*gamma*etaz*etatheta+betaz/2*gamma^2*H4stjerne+betatheta/2*A3stjerne)*x(X)^2+gamma*(etatheta*betaz*gamma*H1stjerne+etaz*betatheta*A2stjerne)*x(X)^3+gamma^2*(1+betaz/2*H4stjerne+betatheta/2*A3stjerne+betaz*betatheta/4*(A1stjerne*H2stjerne-A2stjerne*H1stjerne+A3stjerne*H4stjerne-A4stjerne*H3stjerne))*x(X)^4;
```

```

    Imaginaerdel(X)=2*x(X)*(etaz*gamma+etatheta-
0.25*(betaz*gamma^2*H1stjerne+betatheta*A2stjerne)*x(X)-
(etaz*(betatheta/2*A3stjerne+gamma)+etatheta*gamma^2*(betaz/2*H4stjerne+1))*x(
X)^2+gamma^2*(betaz*betatheta/8*(H1stjerne*A3stjerne-H2stjerne*A4stjerne-
H3stjerne*A1stjerne+H4stjerne*A2stjerne)+0.25*(betaz*H1stjerne+betatheta*A2stj
erne))*x(X)^3);
    y(X)=0;
end
hold on
plot(x,Reelledel,'red')
plot(x,Imaginaerdel,'blue')
plot(x,y,'black')
legend('Reelledel','Imaginærdel')
set(legend,'FontSize',35);
%%Leser av plottet at omegar/omega_theta=0.8
VdelepaBomegatheta=Vhatt*0.8
end

```

## **A.4 Stabilitetsgrense i flutter for bro over Sognefjorden c/c 20**



```
clear all
close all
clc
```

```
%DETTE SKRIPTET BRUKES FOR Å REGNE UT STABILITETSGRENSEN FOR FLUTTER FOR
%SOGNEFJORDBRUA MED CC20
```

```
B=12.9;
Bc=31.1;
rho=1.25;
mg=14769;
mgtheta=1.5*10^6;
mc=9677;
mtoddelz= mg+2*mc;
mtoddeltheta=mgtheta+mc*(Bc/2)^2*2;
betatheta=rho*B^4/mtoddeltheta;
betaz=rho*B^2/mtoddelz;
etaz=0.005;
etatheta=0.005;
```

```
%Verdier for egenfrekvens i stille luft er oppnådd fra Alvsat i rad/sec
```

```
omegatheta=0.52383;
omegaz=0.38409;
gamma=omegatheta/omegaz;
```

```
AD = importdata('AerodynamiskeDeriverteCC20m.txt');
```

```
figure
set(gca,'FontSize',24)
xlabel('\omega_r / \omega_\theta ', 'FontSize',35)
ylabel('Im, Re', 'FontSize',35)
axis([0 1 -0.5 1])
```

```
for Vhatt=19.4:0.5:24.4
```

```
%Deretter regnes H* og A* ut, koeffisientene er oppgitt fra Statens Vegvesen
```

```
H1stjerne=AD(1,2)*(Vhatt*2*pi)^2+AD(1,3)*(Vhatt*2*pi)+AD(1,4);
H2stjerne=AD(2,2)*(Vhatt*2*pi)^2+AD(2,3)*(Vhatt*2*pi)+AD(2,4);
H3stjerne=AD(3,2)*(Vhatt*2*pi)^2+AD(3,3)*(Vhatt*2*pi)+AD(3,4);
H4stjerne=AD(4,2)*(Vhatt*2*pi)^2+AD(4,3)*(Vhatt*2*pi)+AD(4,4);
A1stjerne=AD(5,2)*(Vhatt*2*pi)^2+AD(5,3)*(Vhatt*2*pi)+AD(5,4);
A2stjerne=AD(6,2)*(Vhatt*2*pi)^2+AD(6,3)*(Vhatt*2*pi)+AD(6,4);
A3stjerne=AD(7,2)*(Vhatt*2*pi)^2+AD(7,3)*(Vhatt*2*pi)+AD(7,4);
A4stjerne=AD(8,2)*(Vhatt*2*pi)^2+AD(8,3)*(Vhatt*2*pi)+AD(8,4);
```

```
%Ligningene som skal bli lik null samtidig er:
```

```
for X=1:110
    x(X)=X/100;
    Reelledel(X)=1-
    (1+gamma^2+4*gamma*etaz*etatheta+betaz/2*gamma^2*H4stjerne+betatheta/2*A3stjerne)*x(X)^2+gamma*(etatheta*betaz*gamma*H1stjerne+etaz*betatheta*A2stjerne)*x(X)^3+gamma^2*(1+betaz/2*H4stjerne+betatheta/2*A3stjerne+betaz*betatheta/4*(A1st
```

```

jerne*H2stjerne-A2stjerne*H1stjerne+A3stjerne*H4stjerne-
A4stjerne*H3stjerne))*x(X)^4;
    Imaginaerdel(X)=2*x(X)*(etaz*gamma+etatheta-
0.25*(betaz*gamma^2*H1stjerne+betatheta*A2stjerne)*x(X)-
(etaz*(betatheta/2*A3stjerne+gamma)+etatheta*gamma^2*(betaz/2*H4stjerne+1))*x(
X)^2+gamma^2*(betaz*betatheta/8*(H1stjerne*A3stjerne-H2stjerne*A4stjerne-
H3stjerne*A1stjerne+H4stjerne*A2stjerne))+0.25*(betaz*H1stjerne+betatheta*A2stj
erne))*x(X)^3);
    y(X)=0;
end
hold on
plot(x,Reelledel,'red')
plot(x,Imaginaerdel,'blue')
plot(x,y,'black')
legend('Reelldel','Imaginærdel')
set(legend,'FontSize',30);
%%Leser av plottet at omegar/omega_theta=0.841
VdelepaBomegatheta=Vhatt*0.841
end

```

## **A.5 Aerodynamiske deriverte for flat plate og de ulike avstivningsbærerne**

```
clear all
close all
clc
```

%Dette skriptet brukes for å regne ut H\* og A\* for en flat plate og for  
%ulike utforminger av Sognefjordbrua

```
AD20 = importdata('AerodynamiskeDeriverteCC20m.txt');
AD15 = importdata('AerodynamiskeDeriverteCC15m.txt');
AD30 = importdata('AerodynamiskeDeriverteCC30m.txt');
```

```
for x=1:400
Vhatt(x)=x/100;
omegahatt(x)=1/Vhatt(x);
```

```
J0 = besselj(0,omegahatt(x)/2) ;
J1 = besselj(1,omegahatt(x)/2) ;
Y0 = bessely(0,omegahatt(x)/2) ;
Y1 = bessely(1,omegahatt(x)/2) ;
```

```
F(x)=(J1*(J1+Y0)+Y1*(Y1-J0))/((J1+Y0)^2+(Y1-J0)^2);
G(x)=- (J1*J0+Y1*Y0)/((J1+Y0)^2+(Y1-J0)^2);
```

```
H1stjerne(x)=-2*pi*F(x)*Vhatt(x);
H2stjerne(x)=(pi/2)*(1+F(x)+4*G(x)*Vhatt(x))*Vhatt(x);
H3stjerne(x)=2*pi*(F(x)*Vhatt(x)-G(x)/4)*Vhatt(x);
H4stjerne(x)=pi/2*(1+4*G(x)*Vhatt(x));
A1stjerne(x)=-pi/2*F(x)*Vhatt(x);
A2stjerne(x)=-pi/8*(1-F(x)-4*G(x)*Vhatt(x))*Vhatt(x);
A3stjerne(x)=pi/2*(F(x)*Vhatt(x)-G(x)/4)*Vhatt(x);
A4stjerne(x)=pi/2*G(x)*Vhatt(x);
```

```
Vhatt2pi(x)=Vhatt(x)*2*pi;
```

```
H1stjerneSVV20m(x)=AD20(1,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(1,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(1,4);
H1stjerneSVV30m(x)=AD30(1,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(1,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(1,4);
H1stjerneSVV15m(x)=AD15(1,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(1,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(1,4);
```

```
H2stjerneSVV20m(x)=AD20(2,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(2,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(2,4);
H2stjerneSVV30m(x)=AD30(2,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(2,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(2,4);
H2stjerneSVV15m(x)=AD15(2,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(2,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(2,4);
```

```
H3stjerneSVV20m(x)=AD20(3,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(3,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(3,4);
H3stjerneSVV30m(x)=AD30(3,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(3,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(3,4);
H3stjerneSVV15m(x)=AD15(3,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(3,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(3,4);
```

```
H4stjerneSVV20m(x)=AD20(4,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(4,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(4,4);
H4stjerneSVV30m(x)=AD30(4,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(4,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(4,4);
H4stjerneSVV15m(x)=AD15(4,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(4,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(4,4);
```

```
A1stjerneSVV20m(x)=AD20(5,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(5,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(5,4);
A1stjerneSVV30m(x)=AD30(5,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(5,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(5,4);
A1stjerneSVV15m(x)=AD15(5,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(5,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(5,4);
```

```
A2stjerneSVV20m(x)=AD20(6,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(6,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(6,4);
A2stjerneSVV30m(x)=AD30(6,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(6,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(6,4);
A2stjerneSVV15m(x)=AD15(6,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(6,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(6,4);
```

```
A3stjerneSVV20m(x)=AD20(7,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(7,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(7,4);
A3stjerneSVV30m(x)=AD30(7,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(7,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(7,4);
A3stjerneSVV15m(x)=AD15(7,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(7,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(7,4);
```

```
A4stjerneSVV20m(x)=AD20(8,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD20(8,3)*(Vhatt2pi(x))+AD20(8,4);
A4stjerneSVV30m(x)=AD30(8,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD30(8,3)*(Vhatt2pi(x))+AD30(8,4);
A4stjerneSVV15m(x)=AD15(8,2)*(Vhatt2pi(x))^2+AD15(8,3)*(Vhatt2pi(x))+AD15(8,4);
```

```
end
```

```
figure
```

```
subplot(4,2,1)
axis([0 4 -40 10])
set(gca,'FontSize',16)
ylabel('H_1^*', 'FontSize',24)
hold on
plot(Vhatt,H1stjerne,'black')
plot(Vhatt,H1stjerneSVV15m,'red')
plot(Vhatt,H1stjerneSVV20m,'green')
plot(Vhatt,H1stjerneSVV30m,'blue')
```

```
subplot(4,2,2)
axis([0 4 -20 60])
set(gca,'FontSize',16)
ylabel('H_2^*', 'FontSize',24)
hold on
plot(Vhatt,H2stjerne,'black')
plot(Vhatt,H2stjerneSVV15m,'red')
plot(Vhatt,H2stjerneSVV20m,'green')
plot(Vhatt,H2stjerneSVV30m,'blue')
```

```
subplot(4,2,3)
axis([0 4 -50 200])
set(gca,'FontSize',16)
ylabel('H_3^*', 'FontSize',24)
hold on
plot(Vhatt,H3stjerne,'black')
plot(Vhatt,H3stjerneSVV15m,'red')
plot(Vhatt,H3stjerneSVV20m,'green')
plot(Vhatt,H3stjerneSVV30m,'blue')
```

```
subplot(4,2,4)
axis([0 4 -15 10])
set(gca,'FontSize',16)
ylabel('H_4^*', 'FontSize',24)
hold on
plot(Vhatt,H4stjerne,'black')
plot(Vhatt,H4stjerneSVV15m,'red')
plot(Vhatt,H4stjerneSVV20m,'green')
```

```

plot(Vhatt,H4stjerneSVV30m,'blue')

subplot(4,2,5)
axis([0 4 -7 9])
set(gca,'FontSize',16)
ylabel('A_1^*', 'FontSize',24)
hold on
plot(Vhatt,A1stjerne,'black')
plot(Vhatt,H4stjerneSVV15m,'red')
plot(Vhatt,A1stjerneSVV20m,'green')
plot(Vhatt,A1stjerneSVV30m,'blue')

subplot(4,2,6)
axis([0 4 -40 20])
set(gca,'FontSize',16)
ylabel('A_2^*', 'FontSize',24)
hold on
plot(Vhatt,A2stjerne,'black')
plot(Vhatt,A2stjerneSVV15m,'red')
plot(Vhatt,A2stjerneSVV20m,'green')
plot(Vhatt,A2stjerneSVV30m,'blue')

subplot(4,2,7)
axis([0 4 -50 30])
set(gca,'FontSize',16)
ylabel('A_3^*', 'FontSize',24)
xlabel('V/(B \omega _\theta)', 'FontSize',24)
hold on
plot(Vhatt,A3stjerne,'black')
plot(Vhatt,A3stjerneSVV15m,'red')
plot(Vhatt,A3stjerneSVV20m,'green')
plot(Vhatt,A3stjerneSVV30m,'blue')

subplot(4,2,8)
axis([0 4 -5 20])
set(gca,'FontSize',16)
ylabel('A_4^*', 'FontSize',24)
xlabel('V/(B \omega _\theta)', 'FontSize',24)
hold on
plot(Vhatt,A4stjerne,'black')
plot(Vhatt,A4stjerneSVV15m,'red')
plot(Vhatt,A4stjerneSVV20m,'green')
plot(Vhatt,A4stjerneSVV30m,'blue')

legend('Flat Plate','CC15','CC20','CC30')
set(legend,'FontSize',20);

```

```
clear all
close all
clc
```

```
%Dette skriptet brukes for å finne ut hvilke Ad'er som har mest betydning
%for stabilitetsgrensen. Den reelle delen og imaginære delen skrives opp på
%en annen måte enn tidligere. Her brukes en ulik konstant til hver AD, og
%til produktet av AD'er.
%Eksempelet gjøres for stabilitetsgrensen funnet tidligere for CC20 hvor
%omegahattr=0.841 og Vhattr=21.9
```

```
omegahattr=0.841;
B=12.9;
Bc=31.1;
rho=1.25;
mg=14769;
mgtheta=1.5*10^6;
mc=9677;
mtoddelz= mg+2*mc;
mtoddeltheta=mgtheta+mc*(Bc/2)^2*2;
betatheta=rho*B^4/mtoddeltheta;
betaz=rho*B^2/mtoddelz;
etaz=0.005;
etatheta=0.005;
omegatheta=0.52383;
omegaz=0.38409;
gamma=omegatheta/omegaz;
Vhattr=21.9;
```

```
AD = importdata('AerodynamiskeDeriverteCC20m.txt');
```

```
H1stjerne=AD(1,2)*(Vhattr*2*pi)^2+AD(1,3)*(Vhattr*2*pi)+AD(1,4);
H2stjerne=AD(2,2)*(Vhattr*2*pi)^2+AD(2,3)*(Vhattr*2*pi)+AD(2,4);
H3stjerne=AD(3,2)*(Vhattr*2*pi)^2+AD(3,3)*(Vhattr*2*pi)+AD(3,4);
H4stjerne=AD(4,2)*(Vhattr*2*pi)^2+AD(4,3)*(Vhattr*2*pi)+AD(4,4);
A1stjerne=AD(5,2)*(Vhattr*2*pi)^2+AD(5,3)*(Vhattr*2*pi)+AD(5,4);
A2stjerne=AD(6,2)*(Vhattr*2*pi)^2+AD(6,3)*(Vhattr*2*pi)+AD(6,4);
A3stjerne=AD(7,2)*(Vhattr*2*pi)^2+AD(7,3)*(Vhattr*2*pi)+AD(7,4);
A4stjerne=AD(8,2)*(Vhattr*2*pi)^2+AD(8,3)*(Vhattr*2*pi)+AD(8,4);
```

```
%Re=A1*H1stjerne+B1*H2stjerne+C1*H3stjerne+D1*H4stjerne+E1*A1stjerne+F1*A2stjerne
%+G1*A3stjerne+H1*A4stjerne+I1*A1stjerne*H2stjerne+J1*A2stjerne*H1stjerne
%+K1*A3stjerne*H4stjerne+L1*A4stjerne*H3stjerne+konst1
```

```
konst1=1-(1+gamma^2+4*gamma*etaz*etatheta)*omegahattr^2+gamma^2*omegahattr^4;
A1=gamma*etatheta*betaz*gamma*omegahattr^3;
B1=0;
C1=0;
D1=-betaz/2*gamma^2*omegahattr^2+gamma^2*betaz/2*omegahattr^4;
E1=0;
F1=gamma*etaz*betatheta*omegahattr^3;
G1=-betatheta/2*omegahattr^2+gamma^2*betatheta/2*omegahattr^4;
H1=0;
I1=gamma^2*betaz*betatheta/4*omegahattr^4;
J1=-gamma^2*betaz*betatheta/4*omegahattr^4;
```

```
K1=gamma^2*betaz*betatheta/4*omegahattr^4;  
L1=-gamma^2*betaz*betatheta/4*omegahattr^4;
```

```
%Im=A2*H1stjerne+B2*H2stjerne+C2*H3stjerne+D2*H4stjerne+E2*A1stjerne+F2*A2stjerne  
+G2*A3stjerne+H2*A4stjerne+I2*H1stjerne*A3stjerne+J2*H2stjerne*A4stjerne  
+K2*H3stjerne*A1stjerne+L2*H4stjerne*A2stjerne+konst2
```

```
konst2=2*omegahattr*(etaz*gamma+etatheta-  
(etaz*gamma+etatheta*gamma^2)*omegahattr^2);  
A2=2*omegahattr*(-  
1/4*betaz*gamma^2*omegahattr+gamma^2*1/4*betaz*omegahattr^3);  
B2=0;  
C2=0;  
D2=2*omegahattr*(-etatheta*gamma^2*betaz/2*omegahattr^2);  
E2=0;  
F2=2*omegahattr*(-  
1/4*betatheta*omegahattr+gamma^2*1/4*betatheta*omegahattr^3);  
G2=2*omegahattr*(-etaz*betatheta/2*omegahattr^2);  
H2=0;  
I2=2*omegahattr*gamma^2*betaz*betatheta/8*omegahattr^3;  
J2=-2*omegahattr*gamma^2*betaz*betatheta/8*omegahattr^3;  
K2=-2*omegahattr*gamma^2*betaz*betatheta/8*omegahattr^3;  
L2=2*omegahattr*gamma^2*betaz*betatheta/8*omegahattr^3;
```

```
%Sjekker at Re og Im blir null
```

```
Re=A1*H1stjerne+B1*H2stjerne+C1*H3stjerne+D1*H4stjerne+E1*A1stjerne+F1*A2stjerne  
+G1*A3stjerne+H1*A4stjerne+I1*A1stjerne*H2stjerne+J1*A2stjerne*H1stjerne+K1*  
A3stjerne*H4stjerne+L1*A4stjerne*H3stjerne+konst1;  
Im=A2*H1stjerne+B2*H2stjerne+C2*H3stjerne+D2*H4stjerne+E2*A1stjerne+F2*A2stjerne  
+G2*A3stjerne+H2*A4stjerne+I2*H1stjerne*A3stjerne+J2*H2stjerne*A4stjerne+K2*  
H3stjerne*A1stjerne+L2*H4stjerne*A2stjerne+konst2;
```



# Tillegg B

## Programfiler til Alvsat

### B.1 Input-fil for bro over Sognefjorden c/c 15

TEXT Kryssing av Sognefjorden. 12.03.2013

0,5 % strukturell demping

c/c 15

MODE

1 1 1

1 1 1

1 1 1

STRU

2.5 1.21 12.9

3700 5 370 34.24

14255 9677 77400E4 2.1588E12

0

0.18193 0.18193 0.38051 0.38051

0.911 13.05

4234110 1.15

1.8522E11 1.9106E13 1.7224E11 0.200E12

FREQ

14

10

0 0 0 0

30 50 1

ENVI

2 2

30 80 0.0232 61.16

1 1 0.9 1.25

COEF

1.523

0

1.0

-0.145

5.46

0.134  
0.04  
STAT  
20 20 20  
DYNA  
1 1 1  
0 0 0  
600  
0.005 0.005 0.005  
0.005 0.005 0.005  
0.005 0.005 0.005  
0.005 0.005 0.005  
0.005 0.005 0.005  
0.005 0.005 0.005  
200  
200  
200  
200  
200  
200  
200  
END

## B.2 Input-fil for bro over Sognefjorden c/c 20

TEXT Kryssing av Sognefjorden. 12.03.2013

0,5 % strukturell demping

c/c 20

MODE

1 1 1

1 1 1

1 1 1

STRU

2.5 1.21 12.9

3700 5 370 34.24

14769 9677 78970E4 2.1588E12

0

0.18193 0.18193 0.38051 0.38051

0.911 15.55

6350000 1.15

1.8522E11 1.9106E13 1.7224E11 0.200E12

FREQ

14

10

0 0 0 0

30 50 1

ENVI

2 2

30 80 0.0232 61.16

1 1 0.9 1.25

COEF

1.754

0

1.0

0.118

6.370

0.185

-0.8

STAT

20 20 20

DYNA

1 1 1

0 0 0

600

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

200

200  
200  
200  
200  
200  
END

### B.3 Input-fil for bro over Sognefjorden c/c 30

TEXT

Kryssing av Sognefjorden. 12.03.2013

0,5% strukturell demping

c/c 30

MODE

1 1 1

1 1 1

1 1 1

STRU

2.5 1.21 12.9

3700 5 370 34.24

14957 9677 79100E4 2.1588E12

0

0.18193 0.18193 0.38051 0.38051

0.911 20.55

11319243 1.15

1.8522E11 1.9106E13 1.7224E11 0.200E12

FREQ

14

10

0 0 0 0

30 50 1

ENVI

2 2

30 80 0.0232 61.16

1 1 0.9 1.25

COEF

1.819

0

1.0

-0.2

6.96

0.194

-3.24

STAT

20 20 20

DYNA

1 1 1

0 0 0

600

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

0.005 0.005 0.005

200  
200  
200  
200  
200  
200  
END

## **B.4 Output-fil for bro over Sognefjorden c/c 20**





A-ut.txt

MINIMUM HANGER LENGTH	HM	=	5.000
SAG OF MAIN CABLES	F	=	370.0
HOGGING OF THE GIRDER	NY	=	34.24
LENGTH OF SIDE SPAN SECOND. CABLE	L1	=	.0000
SAG OF SECONDARY CABLES	FS	=	.0000
MASS OF GIRDER	MG	=	.1477E+05
MASS OF MAIN CABLES (ONE CABLE)	MC	=	9677.
TENSION IN MAIN CABLE (ONE CABLE)	H	=	.7690E+09
RIGIDITY OF GIRDER	EI	=	.2159E+13
ACCELERATION OF GRAVITY	G	=	9.807
TYPICAL DIMENSION OF GIRDER	DG	=	2.500
TYPICAL DIMENSION OF ONE CABEL	DC	=	1.210
TYPICAL WIDTH OF THE GIRDER	BG	=	12.90
TENSION IN GIRDER	S0	=	.0000
TENSION IN SECOND. CABLES	F0	=	.0000
INITIAL STRAIN IN SECOND. CABLES	STR	=	.0000
LENGTH OF BACKSTAYS IN % OF	PI1	=	.1819
THE LENGTH OF THE BRIDGE SPAN	PI2	=	.1819
CABLE SLOPE OF BACKSTAY 1:	FI1	=	.3805
CABLE SLOPE OF BACKSTAY 2:	FI2	=	.3805
DISTANCE BETWEEN POINT OF ATTACHMENT FOR HANGERS AND THE CENTER OF GYRATION	HR	=	.9110
HALF THE DISTANCE BETWEEN THE CABLES	BC	=	15.5500
MASS MOMENT OF INERTIA	M	=	.6350E+07
HORIZONTAL COMPONENT OF CROSS SECTION OF EACH CABLE	AC	=	1.150
BENDING STIFFNESS OF GIRDER	EIX	=	.1852E+12
WARPING RESISTANCE	EIW	=	.1911E+14
TORSIONAL STIFFNESS	GIT	=	.1722E+12
MODULUS OF ELASTICITY OF CABLE	EC	=	.2000E+12

1DATA FOR FREQUENCY ANALYSES

		HOR	VER	TOR
NUMBER OF COEFFICIENTS (NFC):	14	14	14	
NUMBER OF NORMAL MODES (NNM):	10	10	10	

FREQUENCY RANGE FOR ITERATION SEARCH :

LOWER LIMIT FOR VERTICAL MODE	VOMI	=	.0000
UPPER LIMIT FOR VERTICAL MODE	VOMA	=	.0000
LOWER LIMIT FOR TORSIONAL MODE	TOMI	=	.0000
UPPER LIMIT FOR TORSIONAL MODE	TOMA	=	.0000
MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS	NMAX	=	30
NO. OF INTERVALS IN FREQUENCY RANGE IN ASYM	ITFR	=	50
BRIDGE HELD/FREE AT THE ENDS	LC	=	1
LC=0 : FREE LC=1 : HELD AT ONE END			

ENVIRONMENTAL DATA

ESDU SPECTRUM (ISTYP=2)

WIND SPEED AT THE LEVEL OF THE BRIDGE (UREF)	=	41.16
INTEGRAL LENGTH SCALE OF U IN X-DIR (XLU)	=	472.9
TURBULENCE INTENSITY U COMPONENT	=	.1306
CHARACTERISTIC HEIGHT ABOVE THE GROUND OF THE BRIDGE DECK	=	80.00
WIND VELOCITY 10 M ABOVE THE GROUND	=	30.00
TURBULENCE INTENSITY OF VERTICAL VELOCITY	=	.7210E-01
INTEGRAL LENGTH SCALE OF U IN Y-DIR	=	137.6
INTEGRAL LENGTH SCALE OF U IN Z-DIR	=	90.29
INTEGRAL LENGTH SCALE OF W IN X-DIR	=	39.80
INTEGRAL LENGTH SCALE OF W IN Y-DIR	=	23.16
INTEGRAL LENGTH SCALE OF W IN Z-DIR	=	30.39

A-ut.txt

ALFA VALUE IN MODIFIED VON KARMAN SPECTRUM = .5973
BETA1 IN MODIFIED VON KARMAN SPECTRUM = .6467
BETA2 IN MODIFIED VON KARMAN SPECTRUM = .3533
TERRAIN ROUGHNESS (Z0) = .2320E-01

ESDU COHERENCE FUNCTION (ICTYP=2)

DECAY FACTOR HORIZONTAL SEPARATION (U,W)= 1.000 1.000
DECAY FACTOR VERTICAL SEPARATION (U,W) = 1.000 1.000
AVERAGE CORRELATION BETWEEN LOADS
ON GIRDER AND CABLES = .9000
DENSITY OF AIR: = 1.250

COEFFICIENTS (FORM FACTORS)

CDG(1:5) : 1.754 .0000 .0000 .0000 1.754
CDDG(1:5): .0000 .0000 .0000 .0000 .0000
CDC(1:5) : 1.000 .0000 .0000 .0000 1.000
CLG(1:5) : .1180 .0000 .0000 .0000 .1180
CLDG(1:5): 6.370 .0000 .0000 .0000 6.370
CMG(1:5) : .1850 .0000 .0000 .0000 .1850
CMDG(1:5): -.8000 .0000 .0000 .0000 -.8000

1DATA FOR STATIC ANALYSIS

NUMBER OF INTERVAL FOR RESPON CALCULATION
HOR VER TOR
20 20 20

DATA FOR DYNAMIC ANALYSES

CROSS TERMS BETWEEN MODES: HOR VER TOR
IRS : 0 0 0

DURATION OF STORM : 600.

CRITICAL DAMPING RATIOS :

CRDR( 1,1:3) : .5000E-02 .5000E-02 .5000E-02
CRDR( 2,1:3) : .5000E-02 .5000E-02 .5000E-02
CRDR( 3,1:3) : .5000E-02 .5000E-02 .5000E-02
CRDR( 4,1:3) : .5000E-02 .5000E-02 .5000E-02
CRDR( 5,1:3) : .5000E-02 .5000E-02 .5000E-02
CRDR( 6,1:3) : .5000E-02 .5000E-02 .5000E-02
CRDR( 7,1:3) : 200.0 200.0 200.0
CRDR( 8,1:3) : 200.0 200.0 200.0
CRDR( 9,1:3) : 200.0 200.0 200.0
CRDR(10,1:3) : 200.0 200.0 200.0

1

\*\*\*\*\* HORIZONTAL RESPONSE \*\*\*\*\*

A-ut.txt

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE FREQUENCY ANALYSIS \*\*\*\*\*

EVALUATION OF SYMMETRIC MODES:

MODE NO:	PERIOD SEC	FREQUENCY RAD/SEC
1	36.75396	.17095
2	24.36764	.25785
3	15.52302	.40477
4	10.54498	.59585
5	9.28939	.67638

FOURIER CONSTANTS :

MODE	1		2		3	
	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES
.2928E+00	.1000E+01	.7880E+00	.5489E-01	-.3561E+00	-.2498E+00	
-.1510E+00	.2736E+00	.1065E-01	.1000E+01	.1020E+00	-.4378E+00	
.7000E-01	.6674E-01	-.4970E-03	.5613E+00	.5795E-02	.1000E+01	
-.3298E-02	.4373E-02	-.2295E-03	.7628E-01	-.2322E-02	.6086E+00	
-.7296E-03	-.2272E-04	.3626E-04	-.2905E-02	.2067E-03	.1242E-01	
.1069E-04	.1590E-03	-.2384E-04	.1977E-02	-.1805E-03	-.1188E-03	
-.9217E-04	-.1778E-04	-.3632E-05	-.2442E-03	.4707E-04	.5070E-03	
.1114E-04	.2564E-04	-.2405E-05	.1869E-03	-.4254E-04	-.1049E-04	
-.1916E-04	.1989E-05	-.8952E-06	-.3571E-04	.1176E-04	.9559E-04	
.2476E-05	.1427E-05	-.4070E-06	.3403E-04	-.1221E-04	-.2713E-05	
-.5750E-05	.1055E-05	-.1235E-05	-.7949E-05	.3993E-05	.1318E-04	
.1853E-05	-.4809E-06	.1438E-04	.8144E-05	-.1391E-04	-.1022E-05	
.6471E-05	.1198E-04	-.6396E-05	-.8957E-05	.4335E-05	-.2308E-05	
-.2415E-05	-.5033E-05	.3662E-05	.3554E-05	-.2560E-05	.2533E-05	

FOURIER CONSTANTS :

MODE	4		5	
	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES
.1000E+01	-.2678E+00	.5489E-01	.4590E+00	
.2736E+00	.2528E-01	.1000E+01	.1000E+01	
.6674E-01	-.9083E-01	.5613E+00	-.4066E-01	
.4373E-02	.5372E-01	.7628E-01	.1329E-01	
-.2272E-04	-.1167E-01	-.2905E-02	-.1238E-02	
.1590E-03	.3107E-02	.1977E-02	.1664E-03	
-.1778E-04	-.1480E-02	-.2442E-03	-.8461E-04	
.2564E-04	.6618E-03	.1869E-03	.3670E-04	

			A-ut.txt	
.1989E-05	-.3661E-03	-.3571E-04	-.2036E-04	
.1427E-05	.1850E-03	.3403E-04	.1109E-04	
.1055E-05	-.1099E-03	-.7949E-05	-.5541E-05	
-.4809E-06	.5948E-04	.8144E-05	.5480E-05	
.1198E-04	-.3728E-04	-.8957E-05	.1084E-04	
-.5033E-05	.2081E-04	.3554E-05	-.5454E-05	

MODES OF VIBRATION

OBSERVATION CABLES POINT	1		2		3
	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES	GIRDER
.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
.000E+00					
92.50	.170E+00	.640E-01	.492E+00	-.313E-02	.587E+00
.122E-01					
185.00	.332E+00	.128E+00	.926E+00	-.732E-02	.102E+01
.230E-01					
277.50	.477E+00	.190E+00	.126E+01	-.137E-01	.120E+01
.311E-01					
370.00	.601E+00	.251E+00	.145E+01	-.235E-01	.106E+01
.355E-01					
462.50	.699E+00	.311E+00	.149E+01	-.375E-01	.652E+00
.363E-01					
555.00	.771E+00	.368E+00	.140E+01	-.565E-01	.552E-01
.345E-01					
647.50	.818E+00	.422E+00	.119E+01	-.808E-01	-.591E+00
.320E-01					
740.00	.844E+00	.473E+00	.913E+00	-.110E+00	-.115E+01
.320E-01					
832.50	.853E+00	.521E+00	.601E+00	-.144E+00	-.151E+01
.377E-01					
925.00	.850E+00	.565E+00	.294E+00	-.182E+00	-.162E+01
.526E-01					
1017.50	.841E+00	.605E+00	.250E-01	-.222E+00	-.147E+01
.792E-01					
1110.00	.828E+00	.641E+00	-.188E+00	-.263E+00	-.114E+01
.119E+00					
1202.50	.816E+00	.673E+00	-.338E+00	-.303E+00	-.705E+00
.170E+00					
1295.00	.805E+00	.701E+00	-.429E+00	-.340E+00	-.265E+00
.232E+00					
1387.50	.798E+00	.724E+00	-.473E+00	-.373E+00	.105E+00
.299E+00					
1480.00	.793E+00	.743E+00	-.486E+00	-.400E+00	.365E+00
.366E+00					
1572.50	.790E+00	.758E+00	-.483E+00	-.422E+00	.513E+00
.427E+00					
1665.00	.789E+00	.769E+00	-.474E+00	-.438E+00	.576E+00
.475E+00					
1757.50	.789E+00	.775E+00	-.468E+00	-.447E+00	.591E+00
.506E+00					
1850.00	.789E+00	.777E+00	-.465E+00	-.450E+00	.593E+00
.516E+00					

OBSERVATION POINT	4		5	
	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES
.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
92.50	.587E+00	.122E-01	.664E+00	-.279E-01
185.00	.102E+01	.230E-01	.107E+01	-.562E-01
277.50	.120E+01	.311E-01	.106E+01	-.850E-01
370.00	.106E+01	.355E-01	.641E+00	-.113E+00
462.50	.652E+00	.363E-01	-.244E-01	-.140E+00
555.00	.552E-01	.345E-01	-.678E+00	-.161E+00
647.50	-.591E+00	.320E-01	-.107E+01	-.174E+00
740.00	-.115E+01	.320E-01	-.104E+01	-.177E+00

A-ut.txt

832.50	-.151E+01	.377E-01	-.603E+00	-.168E+00
925.00	-.162E+01	.526E-01	.999E-01	-.151E+00
1017.50	-.147E+01	.792E-01	.831E+00	-.130E+00
1110.00	-.114E+01	.119E+00	.136E+01	-.112E+00
1202.50	-.705E+00	.170E+00	.154E+01	-.108E+00
1295.00	-.265E+00	.232E+00	.136E+01	-.123E+00
1387.50	.105E+00	.299E+00	.925E+00	-.162E+00
1480.00	.365E+00	.366E+00	.389E+00	-.224E+00
1572.50	.513E+00	.427E+00	-.872E-01	-.299E+00
1665.00	.576E+00	.475E+00	-.414E+00	-.375E+00
1757.50	.591E+00	.506E+00	-.584E+00	-.433E+00
1850.00	.593E+00	.516E+00	-.632E+00	-.455E+00

1

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* HORIZONTAL RESPONSE \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE FREQUENCY ANALYSIS \*\*\*\*\*

EVALUATION OF ASYMMETRIC MODES:/  
 MODE PERIOD FREQUENCY  
 NO: SEC RAD/SEC

1	27.32111	.22998
2	18.33389	.34271
3	12.74810	.49287
4	9.96830	.63032
5	8.34160	.75323

FOURIER CONSTANTS :

MODE	1		2		3	
	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES
.6069E+00	.1000E+01	.2238E+00	-.6149E+00	-.4883E+00	-.4539E-01	
-.1105E+00	.6406E+00	.1893E-01	.1000E+01	.9342E-01	-.4369E+00	
.6059E-01	.1495E+00	-.2589E-02	.7694E+00	.5730E-02	.1000E+01	
-.8138E-02	.1445E-02	-.8395E-04	.7631E-01	-.3192E-02	.5343E+00	
.1266E-02	.1209E-02	-.1159E-03	-.6517E-02	.6162E-03	-.1783E-01	
-.6794E-03	.2845E-04	-.3847E-05	.2644E-02	-.3445E-03	.5417E-02	
.2573E-03	.1036E-03	-.2017E-04	-.6171E-03	.1174E-03	-.1410E-02	
-.1530E-03	.2181E-05	-.6019E-06	.3238E-03	-.8191E-04	.6035E-03	
.6938E-04	.1656E-04	-.5421E-05	-.1282E-03	.3230E-04	-.2327E-03	
-.4451E-04	.7352E-06	-.3110E-06	.5881E-04	-.2379E-04	.1107E-03	
.2168E-04	.3738E-05	-.1811E-05	-.2022E-04	.9859E-05	-.4449E-04	
-.1477E-04	.3761E-06	-.2509E-06	.1380E-04	-.8012E-05	.2546E-04	
.7205E-05	.9424E-06	-.5818E-06	-.4664E-05	.3119E-05	-.1066E-04	
.1383E-05	-.7770E-06	-.5484E-05	.4882E-05	.3147E-05	.8014E-05	

A-ut.txt

FOURIER CONSTANTS :

MODE	4		5	
	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES
	.1000E+01	.1000E+01	-.6149E+00	.3290E+00
	.6406E+00	.2415E+00	.1000E+01	.4338E+00
	.1495E+00	-.1780E-01	.7694E+00	-.1352E+00
	.1445E-02	-.1757E-01	.7631E-01	.6309E-01
	.1209E-02	.6709E-02	-.6517E-02	-.1567E-01
	.2845E-04	-.2260E-02	.2644E-02	.5028E-02
	.1036E-03	.1131E-02	-.6171E-03	-.2394E-02
	.2181E-05	-.5183E-03	.3238E-03	.1141E-02
	.1656E-04	.2954E-03	-.1282E-03	-.6255E-03
	.7352E-06	-.1516E-03	.5881E-04	.3320E-03
	.3738E-05	.9130E-04	-.2022E-04	-.1936E-03
	.3761E-06	-.4998E-04	.1380E-04	.1094E-03
	.9424E-06	.3174E-04	-.4664E-05	-.6662E-04
	-.7770E-06	-.1772E-04	.4882E-05	.3883E-04

MODES OF VIBRATION

OBSERVATION CABLES POINT	1		2		3
	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES	GIRDER
.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
.840E-01	.424E+00	.395E-01	.604E+00	-.466E-01	.617E+00
.165E+00	.809E+00	.780E-01	.109E+01	-.940E-01	.103E+01
.239E+00	.112E+01	.114E+00	.136E+01	-.143E+00	.111E+01
.305E+00	.134E+01	.147E+00	.137E+01	-.194E+00	.821E+00
.361E+00	.145E+01	.175E+00	.111E+01	-.248E+00	.246E+00
.409E+00	.146E+01	.198E+00	.652E+00	-.303E+00	-.443E+00
.449E+00	.138E+01	.215E+00	.732E-01	-.358E+00	-.105E+01
.484E+00	.124E+01	.226E+00	-.520E+00	-.410E+00	-.139E+01
.516E+00	.105E+01	.229E+00	-.103E+01	-.456E+00	-.139E+01
.547E+00	.852E+00	.226E+00	-.139E+01	-.493E+00	-.106E+01
.576E+00	.658E+00	.217E+00	-.156E+01	-.517E+00	-.503E+00
.599E+00	.488E+00	.203E+00	-.155E+01	-.525E+00	.129E+00
.613E+00	.350E+00	.184E+00	-.140E+01	-.515E+00	.674E+00
.609E+00	.246E+00	.162E+00	-.116E+01	-.485E+00	.102E+01
.581E+00	.171E+00	.138E+00	-.883E+00	-.435E+00	.113E+01
.523E+00	.120E+00	.111E+00	-.623E+00	-.369E+00	.103E+01
.433E+00	.828E-01	.837E-01	-.406E+00	-.288E+00	.799E+00
.311E+00	.533E-01	.559E-01	-.238E+00	-.197E+00	.519E+00
.163E+00	.264E-01	.279E-01	-.109E+00	-.998E-01	.249E+00

A-ut.txt

1850.00      -.880E-08    -.798E-08    .368E-07    .283E-07    -.536E-07  
 -.496E-07

OBSERVATION POINT	4		5	
	GIRDER	CABLES	GIRDER	CABLES
.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
92.50	.617E+00	.840E-01	-.605E+00	.216E+00
185.00	.103E+01	.165E+00	-.967E+00	.425E+00
277.50	.111E+01	.239E+00	-.945E+00	.619E+00
370.00	.821E+00	.305E+00	-.558E+00	.791E+00
462.50	.246E+00	.361E+00	.242E-01	.933E+00
555.00	-.443E+00	.409E+00	.552E+00	.104E+01
647.50	-.105E+01	.449E+00	.798E+00	.110E+01
740.00	-.139E+01	.484E+00	.647E+00	.112E+01
832.50	-.139E+01	.516E+00	.139E+00	.109E+01
925.00	-.106E+01	.547E+00	-.550E+00	.102E+01
1017.50	-.503E+00	.576E+00	-.118E+01	.924E+00
1110.00	.129E+00	.599E+00	-.156E+01	.805E+00
1202.50	.674E+00	.613E+00	-.158E+01	.679E+00
1295.00	.102E+01	.609E+00	-.128E+01	.556E+00
1387.50	.113E+01	.581E+00	-.806E+00	.446E+00
1480.00	.103E+01	.523E+00	-.332E+00	.349E+00
1572.50	.799E+00	.433E+00	.216E-02	.262E+00
1665.00	.519E+00	.311E+00	.142E+00	.179E+00
1757.50	.249E+00	.163E+00	.115E+00	.927E-01
1850.00	-.536E-07	-.496E-07	.807E-07	-.345E-07

1

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* VERTICAL RESPONSE \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE FREQUENCY ANALYSIS \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* SYMMETRIC MODES \*\*\*\*\*

MODE NO:	PERIOD SEC	FREQUENCY RAD/SEC
1	12.77655	.49177
2	9.27421	.67749
3	6.72920	.93372
4	4.85922	1.29304
5	3.78141	1.66160

FOURIER CONSTANTS :

MODE	1	2	3	4	5
-.9019E+00	.1000E+01	.1502E+00	.3938E-01	.1632E-01	
.1000E+01	.9167E+00	.7395E-01	.1566E-01	.6025E-02	
.6205E-01	-.2194E+00	.1000E+01	.1572E-01	.4661E-02	
.1896E-01	-.5046E-01	-.2286E-01	.1000E+01	.5801E-02	
.8311E-02	-.2057E-01	-.7439E-02	-.6621E-02	.1000E+01	
.4392E-02	-.1055E-01	-.3515E-02	-.2385E-02	-.2956E-02	

A-ut.txt

.2603E-02	-.6140E-02	-.1969E-02	-.1204E-02	-.1129E-02
.1668E-02	-.3892E-02	-.1221E-02	-.7073E-03	-.5949E-03
.1131E-02	-.2621E-02	-.8111E-03	-.4551E-03	-.3613E-03
.8013E-03	-.1848E-02	-.5665E-03	-.3113E-03	-.2387E-03
.5874E-03	-.1350E-02	-.4111E-03	-.2227E-03	-.1669E-03
.4428E-03	-.1015E-02	-.3075E-03	-.1648E-03	-.1216E-03
.3414E-03	-.7814E-03	-.2358E-03	-.1254E-03	-.9140E-04
.2684E-03	-.6133E-03	-.1845E-03	-.9754E-04	-.7046E-04

MODES OF VIBRATION :                    1                    2                    3                    4                    5

OBSERVATION  
POINT :

.00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
92.50	.2123E+00	.1440E+00	.3870E+00	.5261E+00	.6522E+00
185.00	.3896E+00	.3339E+00	.7304E+00	.9050E+00	.9971E+00
277.50	.5214E+00	.5599E+00	.9782E+00	.1025E+01	.8698E+00
370.00	.6051E+00	.7964E+00	.1089E+01	.8500E+00	.3308E+00
462.50	.6345E+00	.1029E+01	.1048E+01	.4323E+00	-.3608E+00
555.00	.6092E+00	.1237E+01	.8607E+00	-.1045E+00	-.8731E+00
647.50	.5310E+00	.1401E+01	.5555E+00	-.6016E+00	-.9604E+00
740.00	.4020E+00	.1510E+01	.1815E+00	-.9113E+00	-.5805E+00
832.50	.2288E+00	.1554E+01	-.2033E+00	-.9420E+00	.8412E-01
925.00	.1910E-01	.1529E+01	-.5387E+00	-.6847E+00	.7143E+00
1017.50	-.2187E+00	.1438E+01	-.7716E+00	-.2155E+00	.1008E+01
1110.00	-.4735E+00	.1287E+01	-.8660E+00	.3265E+00	.8236E+00
1202.50	-.7340E+00	.1090E+01	-.8071E+00	.7806E+00	.2500E+00
1295.00	-.9895E+00	.8635E+00	-.6036E+00	.1013E+01	-.4373E+00
1387.50	-.1228E+01	.6250E+00	-.2879E+00	.9534E+00	-.9088E+00
1480.00	-.1439E+01	.3949E+00	.9059E-01	.6206E+00	-.9379E+00
1572.50	-.1614E+01	.1932E+00	.4729E+00	.1131E+00	-.5107E+00
1665.00	-.1745E+01	.3505E-01	.7987E+00	-.4191E+00	.1677E+00
1757.50	-.1826E+01	-.6526E-01	.1017E+01	-.8180E+00	.7716E+00
1850.00	-.1853E+01	-.9918E-01	.1094E+01	-.9655E+00	.1011E+01

1                    \*\*\*\*\* ASYMMETRIC MODES \*\*\*\*\*/

MODE NO:	PERIOD SEC	FREQUENCY RAD/SEC
1	16.35873	.38409
2	8.53885	.73584
3	5.68783	1.10467
4	4.26091	1.47461
5	3.40364	1.84602

FOURIER CONSTANTS :

MODE	1	2	3	4	5
	.1000E+01	.3821E-02	.7557E-03	.2672E-03	.1233E-03
	-.3821E-02	.1000E+01	.3768E-03	.1066E-03	.4553E-04
	-.7543E-03	-.3797E-03	.1000E+01	-.2421E-06	-.1103E-06



A-ut.txt				
-.2668E-03	-.1076E-03	.0000E+00	.1000E+01	-.3779E-07
-.1231E-03	-.4600E-04	.0000E+00	.0000E+00	.1000E+01
-.6626E-04	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.3943E-04	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.2518E-04	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.1694E-04	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.1187E-04	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.8579E-05	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.6364E-05	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.4823E-05	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.3721E-05	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00

MODES OF VIBRATION :            1            2            3            4            5

OBSERVATION  
POINT :

.00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
92.50	.1537E+00	.3090E+00	.4540E+00	.5878E+00	.7071E+00
185.00	.3050E+00	.5878E+00	.8090E+00	.9511E+00	.1000E+01
277.50	.4499E+00	.8090E+00	.9877E+00	.9511E+00	.7071E+00
370.00	.5844E+00	.9511E+00	.9511E+00	.5878E+00	-.4551E-07
462.50	.7050E+00	.1000E+01	.7071E+00	-.4551E-07	-.7071E+00
555.00	.8085E+00	.9511E+00	.3090E+00	-.5878E+00	-.1000E+01
647.50	.8919E+00	.8090E+00	-.1564E+00	-.9511E+00	-.7071E+00
740.00	.9532E+00	.5878E+00	-.5878E+00	-.9511E+00	.9103E-07
832.50	.9907E+00	.3090E+00	-.8910E+00	-.5878E+00	.7071E+00
925.00	.1003E+01	-.4551E-07	-.1000E+01	.9103E-07	.1000E+01
1017.50	.9907E+00	-.3090E+00	-.8910E+00	.5878E+00	.7071E+00
1110.00	.9532E+00	-.5878E+00	-.5878E+00	.9511E+00	-.1365E-06
1202.50	.8919E+00	-.8090E+00	-.1564E+00	.9511E+00	-.7071E+00
1295.00	.8085E+00	-.9511E+00	.3090E+00	.5878E+00	-.1000E+01
1387.50	.7050E+00	-.1000E+01	.7071E+00	-.1365E-06	-.7071E+00
1480.00	.5844E+00	-.9511E+00	.9511E+00	-.5878E+00	.1821E-06
1572.50	.4499E+00	-.8090E+00	.9877E+00	-.9511E+00	.7071E+00
1665.00	.3050E+00	-.5878E+00	.8090E+00	-.9511E+00	.1000E+01
1757.50	.1537E+00	-.3090E+00	.4540E+00	-.5878E+00	.7071E+00
1850.00	-.4456E-07	.9103E-07	-.1365E-06	.1821E-06	-.2276E-06

ONE START FREQUENCY TRIED IN ASYM  
NUMBER OF ITERATIONS NECESSARY:            4

1

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* TORSIONAL RESPONSE \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE FREQUENCY ANALYSIS \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* SYMMETRIC MODES \*\*\*\*\*

MODE NO:	PERIOD SEC	A-ut.txt FREQUENCY RAD/SEC
1	9.79484	.64148
2	7.38641	.85064
3	4.93016	1.27444
4	3.54865	1.77058
5	2.76397	2.27325

FOURIER CONSTANTS :

MODE	1	2	3	4	5
	.1000E+01	.6550E+00	.8518E-01	.2498E-01	.1079E-01
	-.6612E+00	.1000E+01	.4203E-01	.9953E-02	.3986E-02
	-.5766E-01	-.9819E-01	.1000E+01	.9942E-02	.3076E-02
	-.1786E-01	-.2539E-01	-.1251E-01	.1000E+01	.3840E-02
	-.7916E-02	-.1067E-01	-.4120E-02	-.4183E-02	.1000E+01
	-.4209E-02	-.5538E-02	-.1957E-02	-.1514E-02	-.1961E-02
	-.2506E-02	-.3255E-02	-.1101E-02	-.7667E-03	-.7519E-03
	-.1613E-02	-.2079E-02	-.6855E-03	-.4522E-03	-.3974E-03
	-.1099E-02	-.1409E-02	-.4573E-03	-.2920E-03	-.2422E-03
	-.7824E-03	-.9997E-03	-.3208E-03	-.2006E-03	-.1607E-03
	-.5764E-03	-.7346E-03	-.2339E-03	-.1442E-03	-.1129E-03
	-.4367E-03	-.5621E-03	-.1759E-03	-.1073E-03	-.8264E-04
	-.3386E-03	-.4352E-03	-.1356E-03	-.8203E-04	-.6246E-04
	-.2677E-03	-.3437E-03	-.1067E-03	-.6417E-04	-.4843E-04

MODES OF VIBRATION :            1            2            3            4            5

OBSERVATION  
POINT :

.00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
92.50	-.1227E+00	.2138E+00	.3855E+00	.5248E+00	.6512E+00
185.00	-.2156E+00	.4442E+00	.7209E+00	.8999E+00	.9939E+00
277.50	-.2730E+00	.6782E+00	.9553E+00	.1015E+01	.8640E+00
370.00	-.2955E+00	.8959E+00	.1051E+01	.8350E+00	.3234E+00
462.50	-.2799E+00	.1085E+01	.9946E+00	.4141E+00	-.3682E+00
555.00	-.2275E+00	.1232E+01	.7941E+00	-.1235E+00	-.8792E+00
647.50	-.1413E+00	.1326E+01	.4804E+00	-.6191E+00	-.9644E+00
740.00	-.2326E-01	.1361E+01	.1026E+00	-.9258E+00	-.5829E+00
832.50	.1212E+00	.1335E+01	-.2813E+00	-.9531E+00	.8220E-01
925.00	.2863E+00	.1249E+01	-.6118E+00	-.6929E+00	.7119E+00
1017.50	.4663E+00	.1109E+01	-.8375E+00	-.2220E+00	.1004E+01
1110.00	.6536E+00	.9248E+00	-.9238E+00	.3201E+00	.8186E+00
1202.50	.8410E+00	.7090E+00	-.8573E+00	.7733E+00	.2444E+00
1295.00	.1022E+01	.4770E+00	-.6480E+00	.1003E+01	-.4430E+00
1387.50	.1188E+01	.2441E+00	-.3286E+00	.9426E+00	-.9139E+00
1480.00	.1334E+01	.2653E-01	.5151E-01	.6086E+00	-.9424E+00



A-ut.txt

925.00	.1000E+01	-.4551E-07	-.1000E+01	.9103E-07	.1000E+01
1017.50	.9877E+00	-.3090E+00	-.8910E+00	.5878E+00	.7071E+00
1110.00	.9511E+00	-.5878E+00	-.5878E+00	.9511E+00	-.1365E-06
1202.50	.8910E+00	-.8090E+00	-.1564E+00	.9511E+00	-.7071E+00
1295.00	.8090E+00	-.9511E+00	.3090E+00	.5878E+00	-.1000E+01
1387.50	.7071E+00	-.1000E+01	.7071E+00	-.1365E-06	-.7071E+00
1480.00	.5878E+00	-.9511E+00	.9511E+00	-.5878E+00	.1821E-06
1572.50	.4540E+00	-.8090E+00	.9877E+00	-.9511E+00	.7071E+00
1665.00	.3090E+00	-.5878E+00	.8090E+00	-.9511E+00	.1000E+01
1757.50	.1564E+00	-.3090E+00	.4540E+00	-.5878E+00	.7071E+00
1850.00	-.4551E-07	.9103E-07	-.1365E-06	.1821E-06	-.2276E-06

1

ONE START FREQUENCY TRIED IN ASYM  
NUMBER OF ITERATIONS NECESSARY: 5  
\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* TORSIONAL RESPONSE \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE STATIC ANALYSIS \*\*\*\*\*

MEAN WIND LOAD ON GIRDER = .3259E+05  
MEAN WIND LOAD ON MAIN CABLES = .0000E+00

OBSERVATION POINT	STATIC ROT-ROTATION IN GIRDER	TORSIONAL MOMENT IN GIRDER
.00	.0000E+00	.1744E+07
92.50	.9978E-03	.2041E+07
185.00	.2197E-02	.2366E+07
277.50	.3442E-02	.2219E+07
370.00	.4557E-02	.1941E+07
462.50	.5538E-02	.1712E+07
555.00	.6395E-02	.1490E+07
647.50	.7166E-02	.1405E+07
740.00	.7922E-02	.1406E+07
832.50	.8666E-02	.1360E+07
925.00	.9381E-02	.1297E+07
1017.50	.1005E-01	.1166E+07
1110.00	.1062E-01	.9571E+06
1202.50	.1108E-01	.7797E+06
1295.00	.1146E-01	.6318E+06
1387.50	.1177E-01	.5190E+06
1480.00	.1203E-01	.4748E+06
1572.50	.1227E-01	.4138E+06
1665.00	.1247E-01	.3091E+06
1757.50	.1260E-01	.1834E+06
1850.00	.1265E-01	-.1127E+00

1

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* HORIZONTAL RESPONSE \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE STATIC ANALYSIS \*\*\*\*\*

A-ut.txt

MEAN WIND LOAD ON GIRDER = .4642E+04  
 MEAN WIND LOAD ON MAIN CABLES = .2562E+04

FORCE	OBSERVATION POINT	STATIC DIS- PLACEMENT OF GIRDER	STATIC DIS- PLACEMENT OF CABLES	BENDING MOMENT IN GIRDER	SHEAR IN GIRDER
	.00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.6554E+06
	92.50	.2705E+01	.7026E+00	.5849E+08	.5872E+06
	185.00	.5183E+01	.1398E+01	.1052E+09	.4076E+06
	277.50	.7250E+01	.2081E+01	.1322E+09	.1729E+06
	370.00	.8801E+01	.2745E+01	.1372E+09	-.5970E+05
	462.50	.9815E+01	.3382E+01	.1228E+09	-.2389E+06
	555.00	.1035E+02	.3988E+01	.9585E+08	-.3279E+06
	647.50	.1050E+02	.4559E+01	.6484E+08	-.3304E+06
	740.00	.1039E+02	.5090E+01	.3652E+08	-.2741E+06
	832.50	.1014E+02	.5580E+01	.1522E+08	-.1835E+06
	925.00	.9823E+01	.6025E+01	.2414E+07	-.9792E+05
	1017.50	.9495E+01	.6425E+01	-.4064E+07	-.4825E+05
	1110.00	.9183E+01	.6779E+01	-.7299E+07	-.2442E+05
	1202.50	.8898E+01	.7085E+01	-.9070E+07	-.1692E+05
	1295.00	.8650E+01	.7345E+01	-.1087E+08	-.2247E+05
	1387.50	.8445E+01	.7559E+01	-.1278E+08	-.1448E+05
	1480.00	.8290E+01	.7729E+01	-.1300E+08	.1000E+05
	1572.50	.8186E+01	.7856E+01	-.1123E+08	.2617E+05
	1665.00	.8126E+01	.7945E+01	-.8348E+07	.3583E+05
	1757.50	.8099E+01	.7996E+01	-.4946E+07	.3335E+05
	1850.00	.8092E+01	.8013E+01	-.3206E+07	-.2355E-01

1

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* VERTICAL RESPONSE \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE STATIC ANALYSIS \*\*\*\*\*

MEAN WIND LOAD ON GIRDER = .1611E+04  
 MEAN WIND LOAD ON MAIN CABLES = .0000E+00

FORCE	OBSERVATION POINT	STATIC DIS- PLACEMENT OF GIRDER	BENDING MOMENT IN GIRDER	SHEAR IN GIRDER
	.00	.0000E+00	.0000E+00	-.2891E+04
	92.50	.4072E-03	-.1875E+06	-.5489E+03
	185.00	.8327E-02	-.1136E+06	.1518E+04
	277.50	.2147E-01	-.2071E+05	.2456E+03
	370.00	.3604E-01	-.3380E+05	-.1664E+03
	462.50	.5203E-01	-.2462E+05	.2296E+03
	555.00	.6922E-01	-.2663E+05	-.3218E+03

A-ut.txt

647.50	.8777E-01	-.5703E+05	-.1308E+03
740.00	.1087E+00	-.4198E+05	.3291E+03
832.50	.1316E+00	-.2152E+05	.8906E+02
925.00	.1556E+00	-.8370E+04	.2967E+03
1017.50	.1798E+00	.2915E+05	.3830E+03
1110.00	.2027E+00	.4473E+05	-.2662E+02
1202.50	.2237E+00	.4276E+05	.6717E+02
1295.00	.2426E+00	.5293E+05	.5853E+02
1387.50	.2592E+00	.4612E+05	-.1450E+03
1480.00	.2736E+00	.4430E+05	.1530E+03
1572.50	.2859E+00	.6454E+05	.1832E+03
1665.00	.2952E+00	.7180E+05	.3070E+02
1757.50	.3013E+00	.8280E+05	.2102E+03
1850.00	.3034E+00	.9660E+05	-.2239E-03

1

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* HORIZONTAL RESPONSE \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE DYNAMIC ANALYSIS \*\*\*\*\*

OBSERVATION POINT	STATIC RESPONSE	GUST RESPONSE FACTOR	FLUCTUATING PEAK RESPONS	STANDARD DEVIATION	PEAK FUNCTION	ZERO CROSSING FREQUENCY
-------------------	-----------------	----------------------	--------------------------	--------------------	---------------	-------------------------

DISPLACEMENT

.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
92.50	.271E+01	.170E+01	.190E+01	.704E+00	.270E+01	.345E-01
185.00	.518E+01	.169E+01	.359E+01	.134E+01	.269E+01	.339E-01
277.50	.725E+01	.168E+01	.494E+01	.184E+01	.268E+01	.330E-01
370.00	.880E+01	.166E+01	.585E+01	.219E+01	.267E+01	.320E-01
462.50	.981E+01	.164E+01	.632E+01	.238E+01	.266E+01	.312E-01
555.00	.103E+02	.162E+01	.643E+01	.243E+01	.265E+01	.305E-01
647.50	.105E+02	.160E+01	.625E+01	.236E+01	.265E+01	.301E-01
740.00	.104E+02	.157E+01	.590E+01	.223E+01	.264E+01	.297E-01
832.50	.101E+02	.154E+01	.547E+01	.208E+01	.263E+01	.293E-01
925.00	.982E+01	.151E+01	.504E+01	.192E+01	.263E+01	.287E-01
1017.50	.950E+01	.149E+01	.469E+01	.179E+01	.262E+01	.282E-01
1110.00	.918E+01	.148E+01	.442E+01	.169E+01	.261E+01	.277E-01
1202.50	.890E+01	.148E+01	.423E+01	.162E+01	.261E+01	.272E-01
1295.00	.865E+01	.147E+01	.410E+01	.158E+01	.260E+01	.266E-01
1387.50	.845E+01	.147E+01	.401E+01	.155E+01	.259E+01	.262E-01
1480.00	.829E+01	.148E+01	.396E+01	.153E+01	.259E+01	.261E-01
1572.50	.819E+01	.148E+01	.394E+01	.152E+01	.259E+01	.263E-01
1665.00	.813E+01	.148E+01	.393E+01	.151E+01	.260E+01	.265E-01
1757.50	.810E+01	.148E+01	.392E+01	.151E+01	.260E+01	.266E-01
1850.00	.809E+01	.148E+01	.392E+01	.151E+01	.260E+01	.267E-01

BENDING MOMENT

.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
92.50	.585E+08	.199E+01	.580E+08	.205E+08	.282E+01	.491E-01
185.00	.105E+09	.198E+01	.103E+09	.368E+08	.281E+01	.473E-01
277.50	.132E+09	.197E+01	.128E+09	.459E+08	.279E+01	.441E-01
370.00	.137E+09	.195E+01	.131E+09	.475E+08	.275E+01	.398E-01
462.50	.123E+09	.196E+01	.117E+09	.433E+08	.271E+01	.359E-01
555.00	.959E+08	.203E+01	.983E+08	.361E+08	.272E+01	.372E-01
647.50	.648E+08	.225E+01	.809E+08	.289E+08	.280E+01	.465E-01
740.00	.365E+08	.282E+01	.666E+08	.232E+08	.288E+01	.571E-01
832.50	.152E+08	.472E+01	.566E+08	.196E+08	.289E+01	.591E-01
925.00	.241E+07	.229E+02	.529E+08	.185E+08	.285E+01	.532E-01
1017.50	-.406E+07	.144E+02	.545E+08	.192E+08	.284E+01	.515E-01
1110.00	-.730E+07	.867E+01	.560E+08	.196E+08	.286E+01	.543E-01

A-ut.txt						
1202.50	-.907E+07	.677E+01	.523E+08	.183E+08	.286E+01	.553E-01
1295.00	-.109E+08	.499E+01	.434E+08	.153E+08	.284E+01	.522E-01
1387.50	-.128E+08	.361E+01	.333E+08	.119E+08	.281E+01	.475E-01
1480.00	-.130E+08	.304E+01	.266E+08	.934E+07	.285E+01	.524E-01
1572.50	-.112E+08	.296E+01	.220E+08	.751E+07	.292E+01	.656E-01
1665.00	-.835E+07	.296E+01	.163E+08	.550E+07	.297E+01	.753E-01
1757.50	-.495E+07	.312E+01	.105E+08	.350E+07	.299E+01	.798E-01
1850.00	-.321E+07	.353E+01	.810E+07	.271E+07	.299E+01	.794E-01

SHEAR FORCE

.00	.655E+06	.199E+01	.652E+06	.230E+06	.283E+01	.497E-01
92.50	.587E+06	.199E+01	.579E+06	.206E+06	.281E+01	.479E-01
185.00	.408E+06	.196E+01	.393E+06	.142E+06	.276E+01	.410E-01
277.50	.173E+06	.224E+01	.215E+06	.773E+05	.278E+01	.438E-01
370.00	-.597E+05	.524E+01	.253E+06	.851E+05	.297E+01	.762E-01
462.50	-.239E+06	.259E+01	.379E+06	.129E+06	.294E+01	.680E-01
555.00	-.328E+06	.233E+01	.436E+06	.152E+06	.288E+01	.570E-01
647.50	-.330E+06	.228E+01	.422E+06	.151E+06	.280E+01	.460E-01
740.00	-.274E+06	.241E+01	.385E+06	.139E+06	.277E+01	.422E-01
832.50	-.184E+06	.298E+01	.364E+06	.128E+06	.284E+01	.518E-01
925.00	-.979E+05	.442E+01	.335E+06	.115E+06	.290E+01	.621E-01
1017.50	-.482E+05	.683E+01	.281E+06	.963E+05	.292E+01	.648E-01
1110.00	-.244E+05	.100E+02	.221E+06	.765E+05	.289E+01	.592E-01
1202.50	-.169E+05	.128E+02	.199E+06	.692E+05	.288E+01	.574E-01
1295.00	-.225E+05	.104E+02	.212E+06	.726E+05	.292E+01	.650E-01
1387.50	-.145E+05	.151E+02	.205E+06	.697E+05	.294E+01	.685E-01
1480.00	.100E+05	.173E+02	.163E+06	.559E+05	.292E+01	.645E-01
1572.50	.262E+05	.539E+01	.115E+06	.403E+05	.285E+01	.527E-01
1665.00	.358E+05	.362E+01	.937E+05	.326E+05	.287E+01	.567E-01
1757.50	.334E+05	.300E+01	.669E+05	.228E+05	.293E+01	.678E-01
1850.00	-.235E-01	.783E+05	.184E+04	.874E+03	.211E+01	.824E-02

ACCELERATIONS

.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
92.50	.131E+00	.450E-01	.292E+01	.650E-01	.650E-01
185.00	.234E+00	.807E-01	.290E+01	.618E-01	.618E-01
277.50	.292E+00	.102E+00	.287E+01	.560E-01	.560E-01
370.00	.307E+00	.109E+00	.282E+01	.481E-01	.481E-01
462.50	.301E+00	.109E+00	.277E+01	.422E-01	.422E-01
555.00	.300E+00	.108E+00	.279E+01	.447E-01	.447E-01
647.50	.302E+00	.106E+00	.284E+01	.513E-01	.513E-01
740.00	.293E+00	.102E+00	.286E+01	.546E-01	.546E-01
832.50	.269E+00	.943E-01	.285E+01	.535E-01	.535E-01
925.00	.245E+00	.858E-01	.285E+01	.532E-01	.532E-01
1017.50	.234E+00	.810E-01	.289E+01	.601E-01	.601E-01
1110.00	.232E+00	.789E-01	.294E+01	.694E-01	.694E-01
1202.50	.221E+00	.746E-01	.296E+01	.742E-01	.742E-01
1295.00	.196E+00	.662E-01	.296E+01	.725E-01	.725E-01
1387.50	.165E+00	.566E-01	.291E+01	.636E-01	.636E-01
1480.00	.146E+00	.513E-01	.285E+01	.525E-01	.525E-01
1572.50	.147E+00	.519E-01	.284E+01	.520E-01	.520E-01
1665.00	.157E+00	.546E-01	.288E+01	.572E-01	.572E-01
1757.50	.163E+00	.564E-01	.290E+01	.605E-01	.605E-01
1850.00	.165E+00	.570E-01	.290E+01	.614E-01	.614E-01

\*\*\*\*\* IF THE GUST RESPONSE FACTOR IS PUT EQUAL TO ZERO \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* THIS MEANS THAT IT IS UNDEFINED. \*\*\*\*\*

1

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* VERTICAL RESPONSE \*\*\*\*\*

A-ut.txt

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE DYNAMIC ANALYSIS \*\*\*\*\*

OBSERVATION POINT	STATIC RESPONSE	GUST RESPONSE FACTOR	FLUCTUATING PEAK RESPONS	STANDARD DEVIATION	PEAK FUNCTION	ZERO CROSSING FREQUENCY
-------------------	-----------------	----------------------	--------------------------	--------------------	---------------	-------------------------

DISPLACEMENT

.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
92.50	.407E-03	.842E+03	.342E+00	.111E+00	.308E+01	.105E+00
185.00	.833E-02	.791E+02	.650E+00	.212E+00	.306E+01	.994E-01
277.50	.215E-01	.432E+02	.905E+00	.299E+00	.303E+01	.907E-01
370.00	.360E-01	.317E+02	.111E+01	.369E+00	.300E+01	.821E-01
462.50	.520E-01	.254E+02	.127E+01	.427E+00	.298E+01	.766E-01
555.00	.692E-01	.212E+02	.140E+01	.472E+00	.296E+01	.740E-01
647.50	.878E-01	.181E+02	.150E+01	.507E+00	.296E+01	.726E-01
740.00	.109E+00	.154E+02	.156E+01	.529E+00	.295E+01	.713E-01
832.50	.132E+00	.131E+02	.160E+01	.542E+00	.295E+01	.706E-01
925.00	.156E+00	.113E+02	.161E+01	.545E+00	.295E+01	.708E-01
1017.50	.180E+00	.987E+01	.159E+01	.540E+00	.295E+01	.713E-01
1110.00	.203E+00	.869E+01	.156E+01	.528E+00	.295E+01	.712E-01
1202.50	.224E+00	.776E+01	.151E+01	.513E+00	.295E+01	.712E-01
1295.00	.243E+00	.704E+01	.147E+01	.496E+00	.295E+01	.717E-01
1387.50	.259E+00	.650E+01	.143E+01	.482E+00	.296E+01	.722E-01
1480.00	.274E+00	.611E+01	.140E+01	.473E+00	.295E+01	.718E-01
1572.50	.286E+00	.589E+01	.140E+01	.473E+00	.296E+01	.723E-01
1665.00	.295E+00	.583E+01	.142E+01	.479E+00	.297E+01	.760E-01
1757.50	.301E+00	.585E+01	.146E+01	.488E+00	.299E+01	.810E-01
1850.00	.303E+00	.587E+01	.148E+01	.493E+00	.300E+01	.832E-01

BENDING MOMENT

.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
92.50	-.188E+06	.820E+01	.135E+07	.417E+06	.324E+01	.174E+00
185.00	-.114E+06	.186E+02	.200E+07	.615E+06	.326E+01	.187E+00
277.50	-.207E+05	.104E+03	.214E+07	.661E+06	.324E+01	.177E+00
370.00	-.338E+05	.576E+02	.191E+07	.601E+06	.318E+01	.144E+00
462.50	-.246E+05	.710E+02	.172E+07	.548E+06	.315E+01	.130E+00
555.00	-.266E+05	.711E+02	.187E+07	.581E+06	.321E+01	.160E+00
647.50	-.570E+05	.358E+02	.198E+07	.613E+06	.323E+01	.172E+00
740.00	-.420E+05	.457E+02	.188E+07	.585E+06	.321E+01	.157E+00
832.50	-.215E+05	.833E+02	.177E+07	.557E+06	.318E+01	.142E+00
925.00	-.837E+04	.225E+03	.187E+07	.583E+06	.321E+01	.159E+00
1017.50	.291E+05	.683E+02	.196E+07	.607E+06	.324E+01	.173E+00
1110.00	.447E+05	.421E+02	.184E+07	.571E+06	.322E+01	.164E+00
1202.50	.428E+05	.403E+02	.168E+07	.527E+06	.319E+01	.148E+00
1295.00	.529E+05	.343E+02	.176E+07	.546E+06	.323E+01	.167E+00
1387.50	.461E+05	.410E+02	.185E+07	.564E+06	.327E+01	.193E+00
1480.00	.443E+05	.375E+02	.162E+07	.494E+06	.327E+01	.196E+00
1572.50	.645E+05	.202E+02	.124E+07	.390E+06	.318E+01	.144E+00
1665.00	.718E+05	.214E+02	.146E+07	.467E+06	.313E+01	.124E+00
1757.50	.828E+05	.266E+02	.212E+07	.659E+06	.322E+01	.163E+00
1850.00	.966E+05	.260E+02	.242E+07	.747E+06	.324E+01	.174E+00

SHEAR FORCE

.00	-.289E+04	.680E+01	.168E+05	.520E+04	.322E+01	.164E+00
92.50	-.549E+03	.217E+02	.114E+05	.348E+04	.327E+01	.191E+00
185.00	.152E+04	.575E+01	.722E+04	.226E+04	.319E+01	.148E+00



A-ut.txt

277.50	.246E+03	.250E+02	.591E+04	.179E+04	.329E+01	.207E+00
370.00	-.166E+03	.615E+02	.101E+05	.303E+04	.332E+01	.229E+00
462.50	.230E+03	.509E+02	.115E+05	.347E+04	.330E+01	.216E+00
555.00	-.322E+03	.300E+02	.933E+04	.285E+04	.327E+01	.194E+00
647.50	-.131E+03	.606E+02	.779E+04	.241E+04	.324E+01	.175E+00
740.00	.329E+03	.302E+02	.959E+04	.291E+04	.329E+01	.209E+00
832.50	.891E+02	.122E+03	.107E+05	.325E+04	.331E+01	.221E+00
925.00	.297E+03	.329E+02	.945E+04	.287E+04	.329E+01	.207E+00
1017.50	.383E+03	.217E+02	.792E+04	.244E+04	.325E+01	.179E+00
1110.00	-.266E+02	.352E+03	.933E+04	.284E+04	.329E+01	.203E+00
1202.50	.672E+02	.163E+03	.109E+05	.328E+04	.331E+01	.222E+00
1295.00	.585E+02	.166E+03	.965E+04	.292E+04	.331E+01	.218E+00
1387.50	-.145E+03	.508E+02	.722E+04	.223E+04	.323E+01	.170E+00
1480.00	.153E+03	.587E+02	.883E+04	.273E+04	.323E+01	.172E+00
1572.50	.183E+03	.671E+02	.121E+05	.368E+04	.329E+01	.204E+00
1665.00	.307E+02	.395E+03	.121E+05	.366E+04	.330E+01	.216E+00
1757.50	.210E+03	.374E+02	.765E+04	.231E+04	.331E+01	.218E+00
1850.00	-.224E-03	.590E+07	.132E+04	.459E+03	.288E+01	.573E-01

ACCELERATIONS

.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
92.50	.276E+00	.830E-01	.332E+01	.227E+00	
185.00	.463E+00	.140E+00	.331E+01	.218E+00	
277.50	.520E+00	.159E+00	.328E+01	.200E+00	
370.00	.481E+00	.149E+00	.323E+01	.168E+00	
462.50	.453E+00	.142E+00	.320E+01	.152E+00	
555.00	.492E+00	.152E+00	.324E+01	.173E+00	
647.50	.522E+00	.161E+00	.325E+01	.181E+00	
740.00	.505E+00	.157E+00	.322E+01	.165E+00	
832.50	.487E+00	.153E+00	.319E+01	.151E+00	
925.00	.512E+00	.159E+00	.322E+01	.165E+00	
1017.50	.532E+00	.164E+00	.324E+01	.177E+00	
1110.00	.508E+00	.157E+00	.323E+01	.168E+00	
1202.50	.475E+00	.148E+00	.320E+01	.153E+00	
1295.00	.489E+00	.151E+00	.323E+01	.169E+00	
1387.50	.505E+00	.155E+00	.327E+01	.191E+00	
1480.00	.458E+00	.140E+00	.326E+01	.188E+00	
1572.50	.385E+00	.121E+00	.317E+01	.141E+00	
1665.00	.430E+00	.136E+00	.315E+01	.132E+00	
1757.50	.565E+00	.175E+00	.323E+01	.170E+00	
1850.00	.628E+00	.193E+00	.325E+01	.182E+00	

\*\*\*\*\* IF THE GUST RESPONSE FACTOR IS PUT EQUAL TO ZERO \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* THIS MEANS THAT IT IS UNDEFINED. \*\*\*\*\*

1

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* TORSIONAL RESPONSE \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* OUTPUT FROM THE DYNAMIC ANALYSIS \*\*\*\*\*

OBSERVATION POINT	STATIC RESPONSE	GUST RESPONSE FACTOR	FLUCTUATING PEAK RESPNS	STANDARD DEVIATION	PEAK FUNCTION	ZERO CROSSING FREQUENCY
-------------------	-----------------	----------------------	-------------------------	--------------------	---------------	-------------------------

ROTATION

.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
-----	----------	----------	----------	----------	----------	----------

A-ut.txt						
92.50	.998E-03	.732E+01	.630E-02	.203E-02	.311E+01	.115E+00
185.00	.220E-02	.657E+01	.122E-01	.395E-02	.310E+01	.112E+00
277.50	.344E-02	.610E+01	.175E-01	.569E-02	.308E+01	.107E+00
370.00	.456E-02	.586E+01	.222E-01	.722E-02	.307E+01	.102E+00
462.50	.554E-02	.571E+01	.261E-01	.852E-02	.306E+01	.992E-01
555.00	.640E-02	.558E+01	.293E-01	.959E-02	.305E+01	.971E-01
647.50	.717E-02	.543E+01	.318E-01	.104E-01	.305E+01	.957E-01
740.00	.792E-02	.523E+01	.335E-01	.110E-01	.305E+01	.946E-01
832.50	.867E-02	.499E+01	.346E-01	.114E-01	.304E+01	.939E-01
925.00	.938E-02	.474E+01	.350E-01	.115E-01	.304E+01	.936E-01
1017.50	.100E-01	.448E+01	.349E-01	.115E-01	.304E+01	.935E-01
1110.00	.106E-01	.423E+01	.343E-01	.113E-01	.304E+01	.935E-01
1202.50	.111E-01	.402E+01	.334E-01	.110E-01	.304E+01	.936E-01
1295.00	.115E-01	.382E+01	.323E-01	.106E-01	.304E+01	.942E-01
1387.50	.118E-01	.366E+01	.313E-01	.103E-01	.305E+01	.953E-01
1480.00	.120E-01	.352E+01	.303E-01	.994E-02	.305E+01	.969E-01
1572.50	.123E-01	.342E+01	.297E-01	.970E-02	.306E+01	.994E-01
1665.00	.125E-01	.336E+01	.294E-01	.957E-02	.307E+01	.103E+00
1757.50	.126E-01	.333E+01	.293E-01	.951E-02	.308E+01	.106E+00
1850.00	.127E-01	.332E+01	.293E-01	.950E-02	.309E+01	.108E+00

TORSIONAL MOMENT

.00	.174E+07	.781E+01	.119E+08	.382E+07	.311E+01	.116E+00
92.50	.204E+07	.663E+01	.115E+08	.371E+07	.310E+01	.113E+00
185.00	.237E+07	.549E+01	.106E+08	.345E+07	.308E+01	.105E+00
277.50	.222E+07	.534E+01	.963E+07	.314E+07	.307E+01	.101E+00
370.00	.194E+07	.551E+01	.876E+07	.283E+07	.309E+01	.109E+00
462.50	.171E+07	.565E+01	.796E+07	.255E+07	.312E+01	.120E+00
555.00	.149E+07	.581E+01	.716E+07	.228E+07	.314E+01	.127E+00
647.50	.141E+07	.568E+01	.658E+07	.209E+07	.315E+01	.132E+00
740.00	.141E+07	.553E+01	.637E+07	.201E+07	.317E+01	.141E+00
832.50	.136E+07	.574E+01	.645E+07	.203E+07	.318E+01	.144E+00
925.00	.130E+07	.623E+01	.679E+07	.215E+07	.316E+01	.136E+00
1017.50	.117E+07	.729E+01	.734E+07	.234E+07	.314E+01	.126E+00
1110.00	.957E+06	.943E+01	.807E+07	.258E+07	.313E+01	.124E+00
1202.50	.780E+06	.123E+02	.883E+07	.282E+07	.313E+01	.122E+00
1295.00	.632E+06	.160E+02	.946E+07	.304E+07	.311E+01	.117E+00
1387.50	.519E+06	.202E+02	.994E+07	.320E+07	.311E+01	.114E+00
1480.00	.475E+06	.227E+02	.103E+08	.331E+07	.311E+01	.116E+00
1572.50	.414E+06	.262E+02	.104E+08	.335E+07	.312E+01	.118E+00
1665.00	.309E+06	.340E+02	.102E+08	.329E+07	.310E+01	.112E+00
1757.50	.183E+06	.540E+02	.972E+07	.319E+07	.305E+01	.959E-01
1850.00	-.113E+00	.838E+08	.944E+07	.314E+07	.301E+01	.852E-01

ANGULAR ACCELERATIONS

.00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
92.50	.576E-02	.171E-02	.337E+01	.274E+00		
185.00	.100E-01	.299E-02	.336E+01	.257E+00		
277.50	.121E-01	.366E-02	.332E+01	.226E+00		
370.00	.126E-01	.388E-02	.326E+01	.184E+00		
462.50	.130E-01	.405E-02	.321E+01	.161E+00		
555.00	.140E-01	.433E-02	.323E+01	.170E+00		
647.50	.147E-01	.454E-02	.324E+01	.174E+00		
740.00	.148E-01	.459E-02	.321E+01	.160E+00		
832.50	.147E-01	.461E-02	.319E+01	.148E+00		
925.00	.151E-01	.470E-02	.321E+01	.159E+00		
1017.50	.153E-01	.473E-02	.323E+01	.169E+00		
1110.00	.148E-01	.461E-02	.322E+01	.162E+00		
1202.50	.142E-01	.443E-02	.320E+01	.152E+00		
1295.00	.140E-01	.435E-02	.322E+01	.164E+00		
1387.50	.139E-01	.429E-02	.325E+01	.180E+00		
1480.00	.133E-01	.412E-02	.323E+01	.169E+00		

	A-ut.txt			
1572.50	.127E-01	.403E-02	.315E+01	.130E+00
1665.00	.137E-01	.434E-02	.316E+01	.134E+00
1757.50	.158E-01	.488E-02	.323E+01	.171E+00
1850.00	.168E-01	.514E-02	.326E+01	.186E+00

\*\*\*\*\* IF THE GUST RESPONSE FACTOR IS PUT EQUAL TO ZERO \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* THIS MEANS THAT IT IS UNDEFINED. \*\*\*\*\*

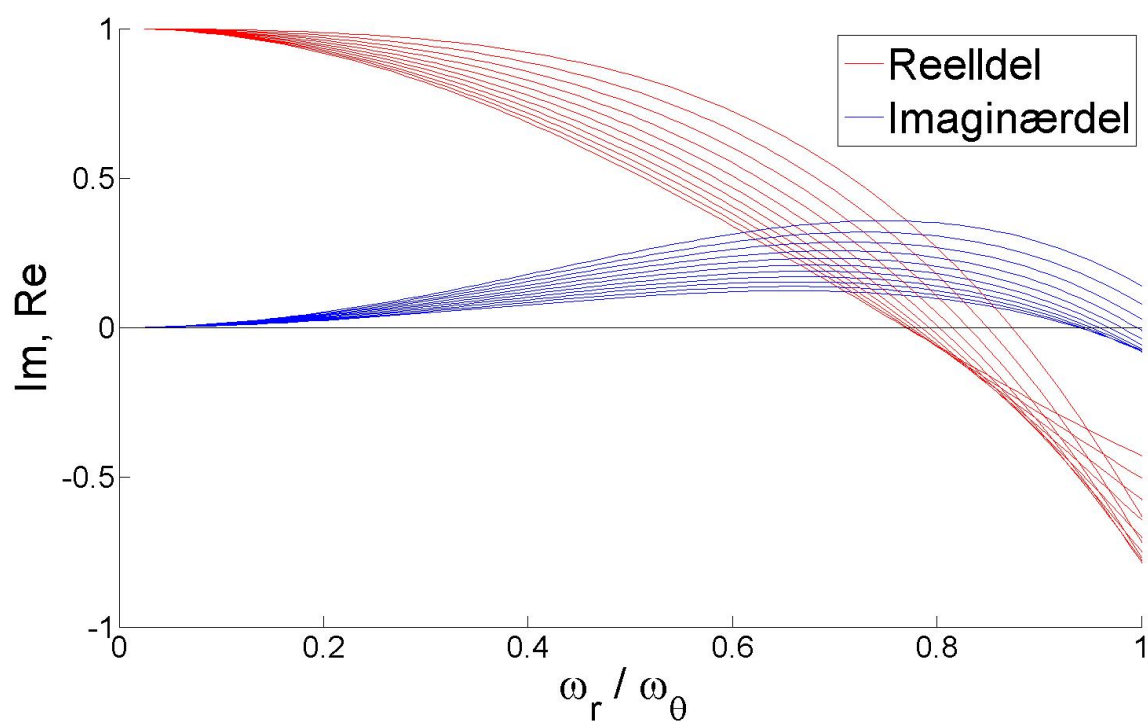
\*\*\*\*\* CPU-TIME USED = 104.2200 \*\*\*\*\*



# Tillegg C

## Plot

### C.1 Plot av stabilitetsgrensen i flutter for bro over Sognefjorden c/c 30



Figur C.1: Den reelle og imaginære delen som funksjon av  $\hat{\omega}_r$  når  $\hat{V}$  er mellom 10 og 20 for c/c 30



# Tillegg D

## Regneark

### D.1 Parametre for de ulike avstivningsbæerne

Avstand mellom tyndepunkt til kassene
15            20            30
Lengde av tverrbærer
25            30            40
Vekt av en tverrbærer
1171           1405           1873
mg

Vekt av en kasse
6542
Vekt av en tverrbærer cc 20
1405

Regnet ut	14255	14489	14957	Faktor (skyldes forenklinger)
Oppgitt fra SVV		14769		1.01932501 OK
mgtheta	735975	1308400	2943900	
		79031		

Massetreghetsmoment				
Imavst, utregr	757050	1329475	2964975	Faktor (skyldes forenklinger)
Imavst, oppgit -		1600000	-	1.2035
Imkab, utregn	3296035	4679846	8173243	Faktor (skyldes forenklinger)
Imkab, oppgit -		4567746	-	0.9760 OK
Imhstag, utreg	181025	181025	181025	Faktor (skyldes forenklinger)
Imhstag, oppg -		181025	-	1.0000 OK
TOTAL	4234110	6190346	11319243	
Oppgitt		6350000		1.0258

STRU

Lik for de tre utformingene	CC15	CC20	CC30
DG	2.5		
DC	1.21		
BG	12.9		
L	3700		
HM	5		
F	370		
NY	34.24		
MG		14255	14769    14957
MC	9677		
H		7.74E+08	7.80E+08    7.91E+08
EIZ		2.16E+12	
G	-		
SO	0		
PI1	0.18193		
PI2	0.18193		
FI1	0.38051		
FI2	0.38051		
HR	0.911		
BC		13.05	15.55    20.55
M		4234110	6350000    11319243
AC	1.15		
EIX		1.85E+11	
EIW		1.91E+13	
GIT		1.72E+11	



EC 2.00E+11

COEF

	Lik for de tre utformingene	CC15	CC20	CC30
Cd		1.523	1.754	1.819
Cd'	0			
CdKabel	1			
CL		-0.145	0.118	-0.2
CL'		5.46	6.37	6.96
Cm		0.134	0.185	0.194
Cm'		0.04	-0.8	-3.24

## **D.2 Betydning av de ulike aerodynamiske deriverte**

REELL DEL	
konst1	-0.09250000
A1	0.00003372
B1	-
C1	-
D1	-0.00117373
E1	-
F1	0.00002272
G1	0.00062506
H1	-
I1	0.00000794
J1	-0.00000794
K1	0.00000794
L1	-0.00000794

IMAGINÆR DEL	
konst2	0.00070365
A2	-0.00117373
B2	-
C2	-
D2	-0.00003372
E2	-
F2	0.00062506
G2	-0.00001666
H2	-
I2	0.00000794
J2	-0.00000794
K2	-0.00000794
L2	0.00000794

H1*	-120.10224
H2*	76.78902
H3*	2330.06113
H4*	-76.55651
A1*	-8.39583
A2*	-238.83964
A3*	312.10669
A4*	-13.03436

REELL DEL	
konst1	-0.09250000
A1xH1*	-0.00405010
B1xH2*	-
C1xH3*	-
D1xH4*	0.08985702
E1xA1*	-
F1xA2*	-0.00542641
G1xA3*	0.19508409
H1xA4*	-
I1xA1* <sup>x</sup> H2*	-0.00512077
J1xA2* <sup>x</sup> H1*	-0.22783986
K1xA3* <sup>x</sup> H4*	-0.18978303
L1xA4* <sup>x</sup> H3*	0.24122892

IMAGINÆR DEL	
konst2	0.00070365
A2xH1*	0.14096814
B2xH2*	-
C2xH3*	-
D2xH4*	0.00258165
E2xA1*	-
F2xA2*	-0.14928810
G2xA3*	-0.00519939
H2xA4*	-
I2xA3* <sup>x</sup> H1*	-0.29773258
J2xA4* <sup>x</sup> H2*	0.00794989
K2xA1* <sup>x</sup> H3*	0.15538291
L2xA2* <sup>x</sup> H4*	0.14523147

Re= 0.00144985

Im= 0.00059765

Re(fra matlab) 0.00144985

Im(fra matlab) 0.00059765

Viktige AD'er	
H4*	H1*
A3*	A2*
A2*,H1*	A3*,H1*
A3*,H4*	A1*,H3*
A4*,H3*	A2*,H4*
A3*	A2*
H4*	H1*