

**Forord**

Denne masteroppgaven er utført av to studenter på Trondheim Økonomiske Høgskole ved Høgskolen i Sør-Trøndelag. Oppgaven er utarbeidet våren 2009, og er et avsluttende arbeid for vår Master i Bedriftsøkonomisk Analyse.

Først og fremst ønsker vi å takke vår veileder førsteamanuensis Sjur Westgaard ved Trondheim Økonomiske Høgskole, for god veiledning og innsiktsfulle innspill gjennom hele prosessen. Til slutt ønsker vi å rette en takk til Nord Pool ASA ved Pontius Ripstrand, for tilgangen til deres ftp-server.

Trondheim 26.05.2009

Jonas Skjærvik

Espen Bjørvik

## **Sammendrag**

Vi har i denne oppgaven sett på den nordiske strømbørsen Nord Pool ASA, og gjennomført analyser av differansen mellom områdeprisen til Trondheim (T) og systemprisen (S).

Motivasjonen bak dette er å lage et prisingsverktøy for Contracts for Difference (CfD), for å kunne kvantifisere risikoen i prisdifferansen for aktørene i Trondheim. Systemprisen er den teoretiske markedsprisen for handel på den nordiske strømbørsen, og er underliggende for handel av finansielle derivater på strømbørsen. Når det oppstår overføringsbegrensninger i strømmettet, kalkuleres det en områdepris. Områdeprisen er det aktørene i markedet må betale. Det kan oppstå differanser mellom disse, noe som representerer en risiko for aktørene. CfD benyttes til hedging av denne risikoen. Det eksisterer ikke slike kontrakter for NO<sub>2</sub> (Trondheim), noe som gjør det ekstra interessant å analysere. Utviklingen i strømprisene er ikke-lineær og svært volatil, og de tradisjonelle lineære modellene fanger ikke opp disse egenskapene. Prisene er stasjonære da de inneholder trekk av mean reversion. Vi har derfor benyttet ulike autoregressive modeller for å modellere endring i volatilitet, ved asymmetrisk GARCH- (EGARCH) og GJR-modeller med ulike ARMA-prosesser. Dataserien for T-S kan ikke modelleres direkte, og ble derfor indirekte modellert ved logaritmen til endringen i (S) og forholdet (T/S) i vår analyse av differansen. En tilnærming som tar vare på korrelasjonen mellom T og S, gjør vår analyse av T-S unik. Vår beste modell for systemprisen ble en ARMA(7,7)-GJR-modell, og AR(1)-EGARCH-modell for forholdet T/S. Med utgangspunkt i de estimerte modellene har vi gjennomført Monte Carlo-simuleringer av differanseprisen. Fra simuleringene har vi priset CfDs basert på opsjonsteori av asiatiske og europeiske syntetiske forwardkontrakter.

## **Abstract**

This thesis features a thorough look at the Nordic power exchange Nord Pool ASA, and an analysis of the difference between the area price of Trondheim (T) and the system price (S). The motivation for this is to create a pricing tool for Contracts for Difference (CfD), to quantify the risk in the price difference for the market participants in Trondheim. The system price is the theoretical market price for trading on the Nordic power exchange, and is the underlying trading of financial derivatives on the power exchange. When transfer restrictions occur in the power grid, area price is calculated. The area price is what the market participants have to pay in the market. Differences may occur between these, which represent a risk for the before mentioned participants. CfD is used for hedging of this risk. No such contract exists for NO2 (Trondheim), which makes it particularly interesting for us to analyze. The development in electricity prices is non-linear and highly volatile, and the traditional linear models do not pick up these properties. Prices are stationary as they contain traces of mean reversion. Therefore we have used various autoregressive models to model the change in volatility, the asymmetric GARCH-models EGARCH and GJR-models with different ARMA-processes. Data series for T/S cannot be modelled directly, and were therefore indirectly modelled by the logarithmic of the change in (S) and the ratio (T/S) in our analysis of the difference. An approach that takes care of the correlation between T and S makes our analysis of T/S unique. Our best model for the system price is an ARMA(7,7)-GJR-model, and AR(1)-EGARCH-model for the ratio T/S. On the basis of the estimated models, we have conducted Monte Carlo simulations of the price difference. From the simulations, we have priced CfDs based on option theory of Asian and European synthetic forward contracts.

Forord.....	1
Sammendrag.....	2
Abstract.....	3
Figurliste.....	6
Tabelliste.....	7
1. Innledning.....	8
2. Det Nordiske elektrisitetsmarkedet.....	11
2.1 Historikk.....	11
2.2 Børsens funksjon.....	11
2.3 Den fysiske delen av Nord Pool.....	11
2.4 Områder og områdepriser.....	12
2.5 Systemoperatørene.....	14
2.6 Produksjonssammensetning for det nordiske kraftmarkedet.....	14
3. Den finansielle delen av Nordpool.....	16
3.1 Futures og forwards.....	16
3.2 Opsjonskontrakt.....	16
3.3 Differansekontrakter (Contract for difference).....	17
3.4 Risikopremien i CfD priser.....	19
4. Beskrivelse av data.....	20
4.1 Ukedagene.....	22
4.2 Månedene.....	22
5. Empiriske egenskaper for strømprisene i det nordiske strømmarkedet.....	23
5.1 Lagring av elektrisitet.....	23
5.2 Sesongvariasjon.....	23
5.3 Variasjoner i ukedagene.....	25
5.3.1 Systemprisen.....	25
5.3.2 Differanseprisen.....	25
5.4 Volatilitet.....	26
5.5 Ekstrempriser.....	26
5.5 Mean reversion.....	28
6. Modellbeskrivelser og metode.....	30
6.1 GARCH-modeller.....	30
6.1.1 Generalised ARCH (GARCH) -modeller.....	30
6.1.2 GJR.....	30

6.1.3 EGARCH.....	31
6.2 Tilnærmingen til prisdifferansen .....	31
7. Analyse.....	34
7.1 Stasjonaritet.....	34
7.2 AR-modellering.....	34
7.2.1 Differansen .....	34
7.2.2 Systemprisen .....	36
7.3 GARCH-modell for $\ln(\text{endring}T/S)$ .....	37
7.4 GARCH-modeller for $\ln(\text{endring}Systempris)$ .....	40
8. Opsjonsprising og Monte Carlo-simulering .....	42
8.1 Prising av opsjoner .....	42
8.2 Syntetisk forward .....	43
8.3 Monte Carlo simulering.....	43
8.3.1 MCs av en europeisk opsjon.....	43
8.3.2 MCs av en asiatisk opsjon .....	44
8.4 Monte Carlo-simuleringer av differansen mellom områdeprisen i Trondheim og systemprisen .....	44
8.4.1 Simulering av forholdet mellom Trondheim og systempris .....	46
8.4.2 Simulering av systempris .....	47
8.4.3 Simulering av områdepris - systempris ( $T - S$ ).....	49
8.5 Prising av syntetiske forwardkontrakter .....	50
8.5.1 Andre modeller for systempris .....	51
9. Konklusjon,diskusjon og videre arbeid .....	54
Konklusjon .....	54
Diskusjon og videre arbeid.....	55
10. Litteraturliste .....	56
11. Appendiks.....	58
Appendiks A: Statistiske begreper og tester.....	58
Appendiks B: Histogram .....	61
Appendiks D Det nordiske kraftmarkedet (Grid nett).....	64
Appendiks E: Basistester på rådataene.....	65
Appendiks F: Batch-koder for våre modeller .....	67
Appendiks G Utvikling av problemstilling .....	70

## Figurliste

Figur 2. 1 Skisse av teoretiske områder i 1 det nordiske strømmarkedet, samt de faktiske områdepriser 15.05.2009 .....	13
Figur 2. 2 Overføringer Elspot (Nord Pool, 2009) .....	13
Figur 2. 3 Produksjonssammensetning for de nordiske land i 2007 (eksklusivt Island) .....	15
Figur 4. 1 Prisdifferanse mellom spot og Trondheim fra 2002-2009 (EUR/MWh) .....	20
Figur 5. 1 Standardavvik og gjennomsnitt for systemprisen, fordelt på de ulike månedene i perioden 2002-2008 .....	24
Figur 5. 2 Standardavvik og gjennomsnitt for differanse mellom områdepris og systempris, fordelt på de ulike månedene i perioden 2002-2008 .....	24
Figur 5. 3 Gjennomsnitt og standardavvik for systemprisen i perioden 2002-2008 .....	25
Figur 5. 4 Gjennomsnitt og standardavvik for differanseprisen i perioden 2002-2008 .....	25
Figur 5. 5 Systemprisen for perioden 2002-2008 .....	26
Figur 5. 6 Systemprisens faktiske prosentvise fordeling med normalfordelingen som referanse .....	27
Figur 5. 7 Faktisk prosentvis fordeling for T-S med normalfordelingen som referanse .....	27
Figur 6. 1 Prisserie for Trondheim og Systemprisen, og illustrasjon av T- S og T/S .....	32
Figur 7. 1 Korrelogram for $\ln(\text{endring } T/S)$ .....	35
Figur 7. 2 Korrelogram for $\ln(\text{endring } S)$ .....	36
Figur 7. 3 Korrelogram for residualene .....	37
Figur 7. 4 Volatilitet for $\ln(\text{endring } T/S)$ og tilhørende residualer .....	39
Figur 7. 5 Volatiliteten for $\ln(\text{endring } S)$ og tilhørende residualer .....	41
Figur 8. 1 Opsjoner med ulike posisjoner .....	42
Figur 8. 2 1000 simulerte stier med 100 observasjoner for gjennomsnittet av $t/s$ .....	46
Figur 8. 3 Spredningen i de 1000 simulerte stiene, med 100 observasjoner .....	46
Figur 8. 4 Spredningen i simulerte stier av systemprisen .....	48
Figur 8. 5 Spredningen for simulert T-S .....	49

## Tabelliste

Tabell 2. 1 lands kraftproduksjon i 2007 (eksklusivt Island) .....	15
Tabell 3. 1 Differansen mellom systempris og områdeprisen for Trondheim, perioden 2002-2008.....	18
Tabell 4. 1 Deskriptiv statistikk .....	21
Tabell 4. 2 Beskrivende statistikk for ukedagene.....	22
Tabell 4. 3 Beskrivende statistikk for måneder.....	22
Tabell 7. 1 ADF-test.....	34
Tabell 7. 2 Parameterverdier for AR-EGARCH .....	38
Tabell 7. 3 Tester for AR-EGARCH.....	38
Tabell 7. 4 Parameterverdier for modellene til ln(endringS) .....	40
Tabell 7. 5 Tester for modellene til ln(endringS).....	41
Tabell 8. 1 Deskriptiv statistikk for simuleringen.....	47
Tabell 8. 2 Deskriptiv statistikk for simulerte systempriser.....	48
Tabell 8. 3 Deskriptiv statistikk for simulert T-S.....	49
Tabell 8. 4 Deskriptiv statistikk for våre simulerte modeller på systempris.....	51
Tabell 8. 5 Simulerte CfD-priser .....	52
Tabell 8. 6 Simulerte CfD-priser med og uten begrensninger .....	53

## 1. Innledning

Elektrisitetsmarkeder verden over har i løpet av de to siste tiårene gjennomgått stor utvikling. Gradvise dereguleringer har resultert i et konkurranseutsatt marked for elektrisitet med tilhørende finansielle derivater. Strømnettene bygges ut på kryss og tvers av regioner og landegrenser i økende skala, noe som medfører et mer og mer komplisert og integrert elektrisitetsmarked. Et grunnleggende problem for handel med elektrisitet er at den har begrensninger hva angår lagring og frakt. Siden strøm må produseres og konsumeres simultant er strømprisene svært utsatt for ekstreme svinginger. Den høye volatiliteten gir usikre rammevilkår for aktørene i markedet og skaper derfor incentiver for bruken av finansielle derivater til hedging av markedsrisiko.

Systemprisen på den nordiske elektrisitetsbørsen, Nord Pool ASA, settes i første omgang som en teoretisk markedspris, uten hensyn til de faktiske overføringsbegrensningene som eksisterer i strømmettet. Det nordiske elektrisitetsmarkedet er delt inn i ulike områder. Dersom det er ubalanse mellom tilbud og etterspørsel etter strøm i et område, må det importeres eller eksporteres fra/til et annet område, og en områdepris blir kalkulert. All fysisk handel av strøm foregår til denne områdeprisen.

På Nord Pool eksisterer det finansielle derivater med systemprisen som underliggende, som gir en mulighet til å sikre seg mot framtidige endringer i systemprisen. Områdeprisene er historisk sett relativt lik systemprisen, og de finansielle kontraktene med systempris som underliggende gir derfor en god hedge med tanke på endringene i strømprisen. Aktørene i den nordiske strømbørsen må imidlertid betale områdeprisen og ikke systemprisen. Hedging av kun systempris vil derfor være mangelfull med tanke på risikoen tilknyttet differansen mellom områdepris og systempris, som tidvis også kan være signifikant. Ved handel av strøm benyttes ofte forwardkontrakter med systemprisen som underliggende til å hedge deler av markedsrisikoen. Dersom områdeprisen er lavere enn systemprisen ved levering, vil en strømprodusent i det området lide et økonomisk tap tilsvarende differanseprisen per MWh levert.

I 2000 ble for første gang CfD (contracts for difference) introdusert på Nord Pool, som et sikringsverktøy med tanke på differansen mellom områdeprisene og systemprisen. Disse kontraktene har dårlig likviditet, omsettes sjeldent og eksisterer ikke for alle områdene på Nord Pool. Prisingene av CfD gjøres ved markeds kryssing av tilbud og etterspørsel, og reflekterer derfor markedets forventning om differanseprisen. Det eksisterer relativt lite



forskning og publikasjoner rundt prisingen av disse kontraktene, noe som kan skyldes at selve elektrisitetsmarkedene er relativt nye, og ikke minst det at CfD for disse markedene heller ikke har eksistert lenge. Det er et voksende behov for økt kunnskap rundt kvantifiseringen av differansen, for å kunne prise CfD. Vi ønsker gjennom vårt arbeid i denne oppgaven, å estimere gode modeller for differansen mellom områdeprisen til Trondheim og systemprisen. For så å prise den framtidige differansen (CfD) for Trondheim gjennom simuleringer og opsjonsprising. Selv om CfD for Trondheim (område NO2) ikke eksisterer på Nord Pool, har aktørene i Trondheim den samme differanserisikoen som områder der CfD eksisterer. Siden kontraktene vi ser på ikke eksisterer på Nord Pool vil ikke aktørene ha noe sammenligningsgrunnlag, og estimeringen av den framtidige differansen og prising av denne virker derfor ekstra relevant. Dette har gitt oss følgende problemstilling:

*”Hvordan lage et prisingsverktøy for fremtidig forventet differanse mellom områdeprisen til Trondheim og systemprisen?”*

Tidligere har flere forskere argumentert for modeller som inkluderer tidsvarierende volatilitet, mens andre argumenterer for viktigheten av sesongavhengighet og mean reversion i strømprisene. Lucia og Schwartz (2000) påpeker at ekstrempriser forekommer relativt hyppig for systemprisen. Ikke-linearitet i våre data gjør at vi ikke kan benytte tradisjonelle lineære modelleringsverktøy. For å gjøre gode prediksjoner rundt framtidige differansepriser må vi derfor benytte et modelleringsverktøy som tar hensyn til egenskapene i våre tidsseriedata. Vi har derfor valgt å benytte Garchmodellering i statistikkprogrammet OxMetrics i denne oppgaven.

Differanseprisen lar seg ikke modellere direkte ved Garch, og vi må derfor analysere prisen indirekte. Estimering av områdeprisen og systemprisen separat, for så å slå sammen modellene er å utelukke, siden korrelasjonen mellom de to da vil forsvinne og modellen vil være ubrukkelig. Vi har derfor valgt å estimere en modell for forholdet områdepris/systempris og en modell for systemprisen. Kombinasjonen av disse to modellene gir en modell for differanseprisen, som tar hensyn til korrelasjonen mellom områdeprisen og systemprisen. Denne framgangsmåten for å estimere modeller for differanseprisen er etter det vi vet ikke gjort tidligere, og kan derfor tilføre en ny vinkling på modellering av differansen.

Våre estimerte modeller gir grunnlag for Monte Carlo-simuleringer av differanseprisen. Fra disse simuleringene kan den framtidige differansen prises gjennom syntetiske forwardkontrakter med utgangspunkt i asiatiske eller europeiske opsjoner.

I de første kapitlene vil vi beskrive det nordiske kraftmarkedet, samt gi en beskrivende analyse av vårt datamateriale. Deretter gjør vi rede for særtrekk ved strømprisene vi analyserer som fører fram til valg av modeller. Videre beskriver vi teori rundt modellene, Monte Carlo-simuleringen og opsjonsprisingen. Etter en analysedel kommer diskusjon rundt resultatene vi kommer fram til, før trådene samles i siste kapittel, konklusjon.

## **2. Det Nordiske elektrisitetsmarkedet**

### **2.1 Historikk**

Norge liberaliserte sin energilov med virkning fra 1991, og ble med dette som pioner et av verdens første land med fri konkurranse i kraftmarkedet. Sverige og Finland gjorde det samme fem år etter, mens Danmark ventet til sent på 90-tallet. Dette la grunnlaget for en felles nordisk børs for handel av strøm og finansielle derivater med strøm som underliggende.

1. Januar 1996 åpnet Norge og Sverige et felles elektrisitetsmarked og strømbørs. De var med dette den første multinasjonale kraftbørsen i verden med kjøp, salg og klarering av finansielle strømkontrakter. Nord Pool ASA ble etablert av Statsnett og Affärsverket Svenska Kräft med 50 % eierandel hver. Fra og med 1998 ble Danmark og Finland gradvis integrert i det gode fellesskap, og den nordiske elektrisitetsbørsen Nord Pool, ble etter hvert bestående av de fire landene.

### **2.2 Børsens funksjon**

Børsen er delt inn i to hovedbolker. Det fysiske markedet omhandler kjøp og salg av strøm, mens det finansielle markedet omhandler kjøp og salg av futures, forwards, differansekontrakter og opsjoner med systempris som underliggende.

Nord Pool er Europas mest likvide markedsplass for kjøp og salg av strøm, og omfattet i 2008 over 70 prosent av verdien på alt strømforbruk i Norge, Sverige, Danmark og Finland. Nord Pool har rollen som koordinator for aktørene i markedet. Strøm kan i motsetning til liknende energivarer som olje, gass og kull ikke lagres, og må konsumeres simultant med den produseres. For å unngå ubalanse mellom produksjon og forbruk stilles høye krav til koordinering. Gjennom koordinering av markedspris oppnås en optimal bruk av energiressursene og reduksjon av lokale økonomiske tap. Børsen tjener i så måte, som koordinator, en viktig rolle for å oppnå en samfunnsøkonomisk gevinst for de involverte.

### **2.3 Den fysiske delen av Nord Pool**

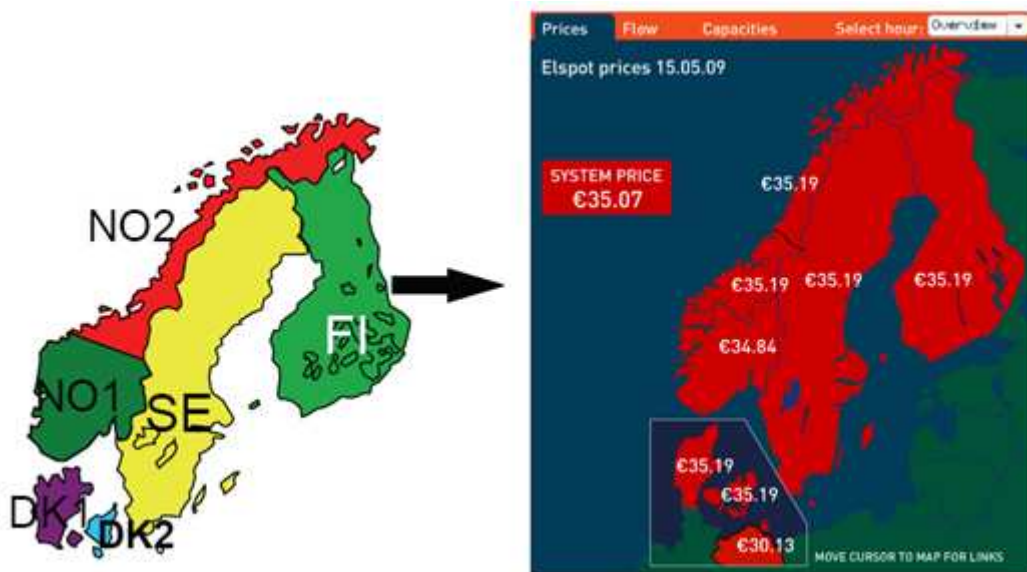
Det fysiske markedet er grunnlaget for all handel av strøm på det nordiske strømmarkedet, og kan deles inn i to hoveddeler, Elspot og Elbas. På Elspot handles timebaserte kraftkontrakter for kommende døgn. Prisene er notert i euro per MWh, og alle strømprisene i denne oppgaven

har lik benevnelse. Prisen som benyttes i Elspotmarkedet er systemprisen, også kalt spotprisen. Systemprisen gir grunnlaget for all finansiell handel på børsen. Elbas er et noe mindre balansemarked for Sverige og Finland, med kjøp og salg av timekontrakter av fysisk strøm inntil en time før levering.

#### **2.4 Områder og områdepriser**

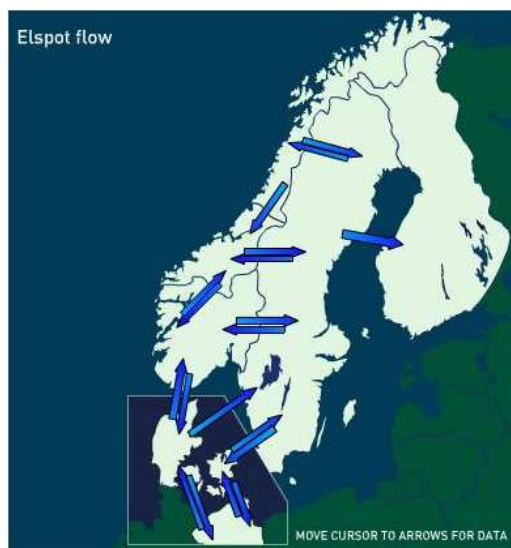
Daglig meldes det inn tilbud og etterspørsel etter strøm til Nord Pool. Fra denne informasjonen setter Nord Pool en markedspris (systemprisen) i tråd med tradisjonell mikroøkonomisk teori, ved krysning av tilbud og etterspørsel. Dette er en teoretisk pris med underliggende antagelser om et perfekt marked. Strømnettet har ofte begrensninger i overføringskapasiteten, og prisen for aktørene i markedet sammenfaller derfor sjelden med systemprisen. Når overføringen av strøm overgår kapasiteten i strømnettet, blir områdepriser dannet på hver side av flaskehalsen. Områder som har mer etterspørsel enn tilbud av strøm vil være underskuddsområder, og får en høyere områdepris enn systemprisen. Motsatt gjelder for overskuddsområder. Overbelastning i overføringen mellom to områder vil føre til en høyere pris i underskuddsområdet, og derfor redusere etterspørselen. I tillegg vil det bli økt etterspørsel i overskuddsområdet på grunn av lavere pris. Kombinasjonen av de to endringene i etterspørsel reduserer overføringen av strøm, slik at overbelastningen forsvinner.

Antall områder i det nordiske markedet varierer, og har hensiktsmessig inndeling etter geografiske forhold. Sverige og Finland har hver sitt område, Danmark er delt inn i to områder og Norge kan deles opp i flere områder. Per 15. mai 2009 er Norge delt inn i tre områder.



Figur 2.1 Skisse av teoretiske områder i 1 det nordiske strømmarkedet, samt de faktiske områdepriser 15.05.2009

Fra figur 2.1 ser vi de faktiske områdeprisene og systemprisen for 15.05.2009. Det kommer fram at områdeprisen for NO1 er lavere enn resten av Norden. NO1 er i dette tilfellet en eksportør av strøm. De andre områdene importerer strøm, og må derfor betale en høyere områdepris enn systemprisen. Under er en vises overføringene i elspot for det nordiske strømmettet.



Figur 2.2 Overføringer Elspot (Nord Pool, 2009)

## **2.5 Systemoperatørene**

Systemoperatørene har ansvaret for den elektriske stabiliteten i sitt område. Teknisk sett vil dette bety at en frekvens på 50 Hz til en hver tid må opprettholdes. Dersom frekvensen er lavere enn 50 Hz, er det systemoperatøren som har ansvaret for å øke strømproduksjonen, og vice versa. Operatøren er også ansvarlig for å sikre tilbudet av strøm i sitt område, slik at strømmen når sin sluttbruker. Systemoperatørene må derfor være av typen ikke-kommersielle selskaper, for å opprettholde en nøytral og uavhengig posisjon i forhold til aktørene i markedet. I det nordiske markedet er systemoperatørene også ansvarlig for sentralnettet ("the transmission grid"), og kalles derfor TSO ("Transmission System Operator").

Den høyeste spenningen i det nordiske strømmettet er på 400 kV, og eksisterer i samtlige land. Utover dette har Norge et 300 kV system, mens Danmark, Finland og Sverige et 220 kV system. (se appendiks, det nordiske strømmettet/"grid nettet").

Det nordiske sentralnettet har hovedsakelig statlig eierskap. I Norge eier staten gjennom Statnett 80 % av sentralnettet og har uttalt i nettutviklingsplanen for sentralnettet 2008-2025, at de ønsker primært å eie hele Norges sentralnett. Strømmettet har begrensninger, og flaskehalsen kan dannes dersom store mengder strøm overføres mellom de ulike områdene. Disse flaskehalsene skaper tap i overføringskapasiteten, og reflekteres som tidligere nevnt i de ulike områdeprisene. Statnett har annonsert flere strategiske grep for perioden mellom 2008 til 2025. Et av de kanskje viktigste grepene, med tanke på å hindre at flaskehalsen oppstår i like stor grad, er å øke kapasiteten i eksisterende systemnett ved å foreta spenningsoppgraderinger (hovedsakelig fra 300 til 420kV).

## **2.6 Produksjonssammensetning for det nordiske kraftmarkedet**

I det nordiske kraftsystemet produseres det meste av elektrisitet gjennom vann- og varmekraft. For 2007, som var et noe våtere år enn normalen, besto produksjonen av 54 % vannkraft, 22 % kjernekraft, 22 % øvrig varmekraft og 2 % vindkraft.

Produksjonskapasiteten i Norge består hovedsakelig av vannkraft (98 %). I Danmark er majoriteten av kraftproduksjonen basert på kull, gass og biobrensel (ca. 80 %). En miljøvennlig politikk har for øvrig lagt et godt grunnlag for utvikling av vindkraft, som dekker de resterende 20 % av Danmarks produksjon. Finland har omtrent 15 % vannkraft,

30 % kjernekraft og resterende (55 %) utgjøres av ulike typer varmekraft. Den Svenske produksjonskapasiteten består av vannkraft og kjernekraft med ca. 45 % hver.

De nordiske landenes kraftproduksjon i 2007 er framstilt i tabell 2.1 og figur 2.3.



**Figur 2. 3 Produksjonssammensetning for de nordiske land i 2007 (eksklusivt Island)**

	Norge	Danmark	Finland	Sverige	Samlet
Vannkraft	135,0	0,0	14,0	65,5	214,5
Kjernekraft	0,0	0,0	22,5	64,3	86,8
Øvrig varmekraft	1,4	29,8	41,1	13,8	86,1
Vindkraft	0,9	7,2	0,2	1,4	9,7
Kraftproduksjon totalt (TWh)	137,3	37,0	77,8	145,0	397,1
Totalforbruk (TWh)	127,4	36,4	90,3	146,4	400,5

**Tabell 2. 1 lands kraftproduksjon i 2007 (eksklusivt Island)**

Det nordiske kraftmarkedet er, med sin høye andel vannkraft, i en særskilt posisjon i forhold til andre land, da dette gir en stor fleksibilitet på tilbudssiden. Vannmagasinene fungerer som en ”strømbank”, og produksjon av strøm kan tilpasses slik at den sammenfaller bedre med konsum enn for eksempel strømmarked med kun kjernekraft. En av ulempene med denne fleksibiliteten er at strømprisene i større grad er knyttet opp i mot klimatiske forhold, og gir derfor store sesongvariasjoner i prisene. Dette gir usikre rammebetingelser for samtlige aktører i markedet.

### **3. Den finansielle delen av Nordpool**

Nordpool er markedsplassen for handel av fysiske og finansielle kraftkontrakter i Norden. Her handles det termin- og opsjonskontrakter som risikostyring av handel med kraft, men også for å hedge pris. Nordpool bruker aritmetisk gjennomsnitt av alle timeprisene for en gitt dag som referansepris i kalkulasjon av oppgjøret ved utgangen av en kontrakt (Lucia og Schwartz, 2002). På Nordpools finansielle marked handles det i dag futures, forwards, opsjoner og Contracts for Difference (differansekontrakter).

#### **3.1 Futures og forwards**

Elektrisitet har minimal lagringskapasitet, noe som kan være mye av årsaken til at det er høy volatilitet i elektrisitetsprisene. Begrenset lagringskapasitet gjør at futures og forwards ikke kan prises basert på standard arbitrageargumenter (Lucia og Schwartz, 2002). Dermed blir prisene et resultat av etterspørsel etter hedging og spekulasjon. Nord Pool tillater i dag forwards og futures med leveringsperiode opp til 3 år på forskudd. Det er ingen fysisk levering ved slike kontrakter, men en utbetaling i kontanter mot systemprisen i spotmarkedet gjennom hele kontraktperioden. De refererer til en basislast på 1 MW i løpet av hver time for en gitt leveringsperiode for en dag, uke, måned, kvartal og ett år. Dette gjelder alle kontraktstypene som er tilgjengelige på Nordpool.

Årlige forwards trades med en leveringsperiode som korresponderer med det aktuelle kalenderåret, og er tilgjengelig for trading frem til to trading-dager før starten på en leveringsperiode. Kvartalsvise forwards er tilgjengelig for trading frem til starten av deres respektive leveringsperioder (Nord Pool 2004b).

#### **3.2 Opsjonskontrakt**

Opsjoner som kombineres med forward og futures kan danne grunnlaget for verdifulle strategier innen risikoforvaltning i forbindelse med krafthandel. Opsjonskontrakter på Nordpool er europeiske og kan bare utøves på utøvelsesdagen (Nord Pool, 2004). På Nordpool gjelder følgende definisjoner:

Underliggende kontrakter: Forwardkontrakter for sesong eller år.

Utøvelsesdag: Dagen der retten til kjøp eller salg av den underliggende kontrakten kan fullbyrdes. Utøvelsesdagen er satt til tredje torsdag i måneden før levering av underliggende kontrakter starter.



Utøvelsespris: Er den forhåndsdefinerte prisen på den underliggende kontrakten. Nordpool setter fem priser når en opsjonsserie noteres for handel første gang. De er basert på closing-prisen av den underliggende forwarden. Spreadintervallet på de fem prisene er definert i opsjonsproduktet. Nye utøvelsespriser blir automatisk generert når markedsprisen eller closing-prisen på underliggende forward er lik eller under (over) den nest laveste (høyeste) utøvelsesprisen.

Premie: Opsjonspremien noteres i EURO/MWh. Premien betales dagen etter opsjonen er handlet. Størrelsen på opsjonskontrakten er kalkulert ved å multiplisere antall MW med antall timer i den underliggende kontrakten.

### **3.3 Differansekontrakter (Contract for difference)**

Referanseprisen for forward og futurekontrakter er Nord Pool-børsens systempris, men den reelle prisen bestemmes av de aktuelle områdeprisene. Dette medfører altså en risiko, og det er nettopp derfor differansekontraktene (CfD) ble lansert. CfDs gir en mulighet til å hedge seg for denne områdepriserisikoen.

En perfekt hedge ved bruk av forward og futurekontrakter er bare mulig dersom områdeprisen og systemprisen er lik. Dersom en forward eller future er brukt til hedging er det en basisrisiko lik differansen mellom områdepris og systempris. For å lage seg en perfekt hedge som inkluderer denne basisrisikoen, altså når områdeprisene og systemprisen ikke er lik, må en 3 stegs prosess ved hjelp av CfDs følges:

1. Hedge ønsket volum ved hjelp av forwardkontrakter.
2. Hedge enhver prisdifferanse for samme volum og periode ved hjelp av differansekontraktene.
3. Gjennomføre den fysiske handelen ved å trade til spotpris i det aktuelle området.

En CfD er en forwardkontrakt med referanse til differansen mellom områdeprisen og systemprisen. Markedsprisen på en CfD reflekterer markedets forventning om denne prisdifferansen. Prisene på differansekontraktene kan være positiv, negativ eller null. Positive priser gjenspeiler markedets forventning om at områdeprisen skal være høyere enn systemprisen. Ved negative priser forventer markedet at den spesifikke områdeprisen skal ligge under systemprisen. Områder som har positiv pris på CfD er i en netto importsituasjon

av kraft, mens områder som har negativ pris er netto eksportør av kraft (Nord Pool AS, 2004). Payoffen til en CfDs er kalkulert på følgende måte

$$CfD(S^A, T_1, T_2) = \frac{1}{T_2 - T_1} \sum_{t=T_1}^{T_2} (S_t^A - S_t^S)$$

$S_t^A$  er områdepris,  $S_t^S$  er systempris,  $T_1$  og  $T_2$  er start og slutt av leveringsperioden.

Nord Pool leverer CfDs for 5 områder med månedlig, kvartalsvis og årlige leveringsperioder. I 2006 endret Nord Pool CfDs fra sesong til kvartal som leveringsperiode for å møte internasjonale standarder.

CfDs klareres også gjennom Nord Pool Clearing, og det forventes at OTC volumet er høyere enn volumet som tilbys i det finansielle markedet på Nord Pool. Denne servicen reduserer motparts- og betalingsrisikoen knyttet til kontraktene, og den øker dermed likviditeten av disse kontraktene.

Kraftprodusenter som binder seg til en avtale om å levere strøm til systempris på et framtidig tidspunkt, er svært utsatt for risiko knyttet opp mot differansen mellom områdepris og systempris. Dersom områdeprisen er høyere enn systemprisen ved kontraktens forfall, vil en produsent i det området lide et økonomisk tap tilsvarende differansen mellom de to prisene.

2002-2008	Min	Mean	Max	Std
T-S	-17,98	1,2303	31,48	3,6276

**Tabell 3. 1 Differansen mellom systempris og områdeprisen for Trondheim, perioden 2002-2008**

Differansepriser mellom Trondheim og system eksisterer og har store svingninger, noe som framgår av tabell 3.1. Når ekstremprisene inntreffer i kombinasjon med avtaler av stort kvanta, vil følgene for produsenter utvilsomt kunne medføre formidable økonomiske tap. Verktøyet som er konstruert for å hedge denne konkrete risikoen er CfD. Problemet er imidlertid at disse kontraktene er vanskelig å prise, siden det er vanskelig å estimere modeller med god prediksjonskraft for differansen.

### 3.4 Risikopremien i CfD priser

CfD bestemmes i forhold til differansen mellom områdepris (T) og systempris (S), mens en vanlig forwardkontrakt er priset i forhold til markedets forventning om fremtidig spotpris.

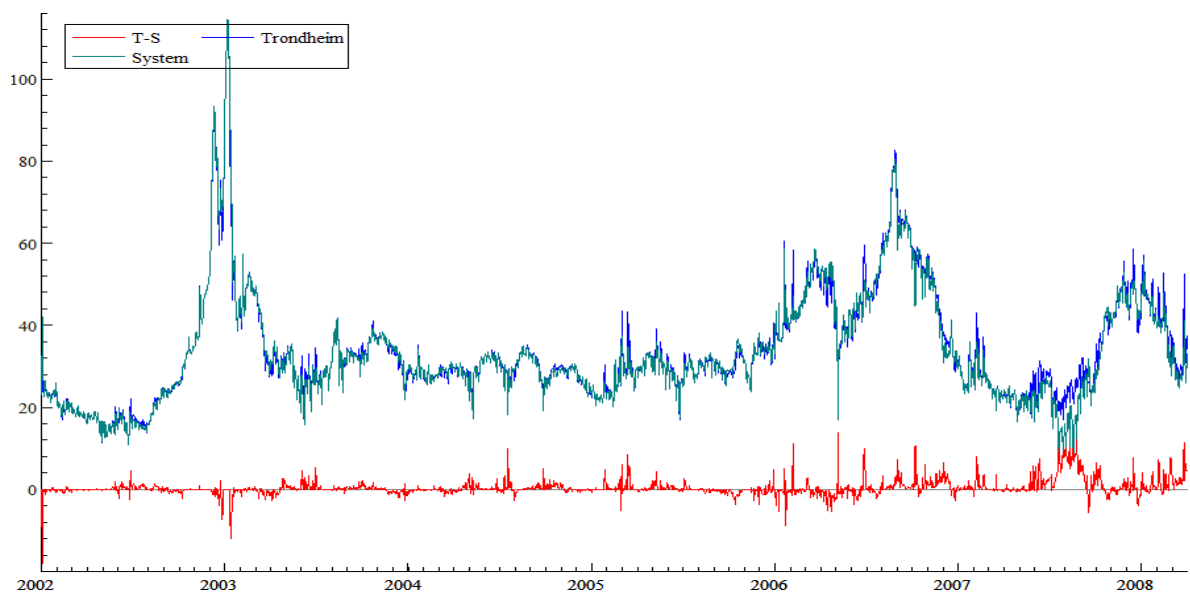
Risikopremien kan i følge Kristiansen (2004) formuleres på følgende måte:

$$\begin{aligned} CfD(t, s) &= E(T(s) - S(s))e^{(r-f)(s-t)} \\ &= E(T(s) - S(s))e^{-v(s-t)}, \end{aligned}$$

Forventet spotpris er nå en differanse som typisk er mer volatil enn vanlig spotpris. Generelt vil det være forskjellige risikopremier i de ulike områdene. I et normalt vått år vil et hydropowerområde som Norge ha lavere områdepris enn systemprisen, noe som vil bety en negativ CfD pris. Dersom produsentene har solgt unna det meste av produksjonen på forwardkontrakter knyttet til systemprisen, vil de typisk være villige til å betale en risikopremie for å hedge seg for prisdifferansen. I områder der differansen vanligvis er positiv, altså der områdeprisen er høyere enn systemprisen, er det kjøperne som er villige til å betale en riskopremie. Grunnen til dette er at de må da kjøpe strøm til den lokale områdeprisen.

#### 4. Beskrivelse av data

Dataene vi bruker i denne oppgaven, som er hentet fra Nord Pools egen ftp server, er systemprisen og områdeprisen på strøm for NO2 (Trondheim). Vi har valgt å ta for oss perioden 2002-2008, og kommer hovedsaklig til å bruke differansene mellom spot- og områdepris for Trondheim i våre analyser. Prisene er gitt i EUR/MWh. I modellene ser vi bort fra timeprisene, og tar bare for oss døgnprisene. Dette har gitt oss en tidsserie på 2557 observasjoner, og vises under i en graf med differanseprisene i rødt, og Trondheim og System i henholdsvis blått og grønt.



**Figur 4. 1** Prisdifferanse mellom spot og Trondheim fra 2002-2009 (EUR/MWh)

I denne grafen ser vi at prisdifferansene naturligvis svinger rundt null, siden områdeprisen svinger rundt spotprisen. Noen dager er den lik null, som er det samfunnsøkonomisk mest optimale, men oftere er den enten over eller under spot. Fra grafen kan det virke som områdeprisen i større grad ligger over enn under systemprisen. Strømprisen i Midt-Norge er altså tilsynelatende stort sett høyere enn systemprisen. Det kan være flere årsaker til det, men kort sagt har man for lite strøm i forhold til hva andre områder har. Framveksten av kraftkrevende industri i Midt-Norge har vært stor, uten at man har ivaretatt kraftforsyningen tilstrekkelig i denne perioden. Dette, i tillegg til at overføringskapasiteten inn til Midt-Norge ikke er optimal, spiller en stor rolle for tilbudet av strøm og dermed også prisen.

Grafen viser hvordan prisen i Trondheim følger systemprisen, men vi kan se periodevis store forskjeller. Dette viser også viktigheten med å hedge seg for disse differansene.

	Trondheim-System		Systempris			Trondheim		
	T-S	Ln(Pt/P(t-1))	Ln(Pt)	Pt-P(t-1)	Ln(Pt/P(t-1))	Ln(Pt)	Pt-P(t-1)	Ln(Pt/P(t-1))
Observasjoner	2557	2556	2557	2556	2556	2556	2556	2556
Gjennomsnitt	1,23	0,00	3,47	0,0074	0,0002	3,51	0,0073	0,0002
Minimum	-17,98	-0,63	2,17	-14,49	-0,69	2,34	-22,62	-1,01
Maximum	31,48	0,54	4,47	25,92	0,84	4,74	23,97	0,83
Skjevhet	2,94	-1,17	0,07	1,10	1,42	0,24	0,38	0,24
Excess Kurtosis	11,90	30,97	0,23	10,00	15,50	-0,08	10,58	20,26
Jarque-Berra	18767	102720	7,68	11158	26454	25,95	11984	43746

Tabell 4. 1 Deskriptiv statistikk

I tabellen over kan vi blant annet finne beskrivende statistikk for prisdifferansen mellom Trondheim og system. Totalt har vi 2557 observasjoner i vår dataserie. Gjennomsnittlig prisdifferanse har vært på 1,2303, noe som igjen gir en indikasjon på at prisen i Trondheim stort sett er høyere enn systemprisen. Ikke overraskende finner vi en positiv skjevhet i dataene. Det forteller oss at det er større sannsynlighet for høye ekstremverdier enn lave. Excess Kurtosis for en standard normalfordeling er på 3,0, mens vi her har en excess kurtosis på 11,904 på prisdifferansen. I dette datamaterialet kan vi altså forvente å observere veldig høye eller lave verdier, i forhold til om de hadde vært normalfordelt. En test som også viser at dataene ikke er normalfordelte er Jarque-Bera. Testobservatoren for denne er stort sett ekstremt høy i dette datamaterialet, altså er den langt over den kritiske verdien. Nullhypotesen om standard normalfordelte feilledd forkastes derfor for ethvert signifikansnivå.

## 4.1 Ukedagene

	<i>Mandag</i>	<i>Tirsdag</i>	<i>Onsdag</i>	<i>Torsdag</i>	<i>Fredag</i>	<i>Lørdag</i>	<i>Søndag</i>
Mean	1,090194	1,289699	1,158539	1,309903	1,328539	1,213164	1,221864
Standard Error	0,177155	0,192605	0,187750	0,190223	0,186565	0,202274	0,192588
Median	0,034583	0,074792	0,061250	0,045000	0,040417	0,000417	0,002083
Standard Deviation	3,384545	3,684748	3,591875	3,634200	3,564324	3,864445	3,679388
Sample Variance	11,455148	13,577367	12,901567	13,207407	12,704408	14,933931	13,537893
Kurtosis	8,281526	18,575672	11,560693	9,846530	9,610316	13,791127	10,315382
Skewness	2,476326	3,563396	2,372416	2,921060	2,926387	3,395686	2,768348
Minimum	-8,938333	-8,180000	-17,975000	-7,350417	-4,330000	-6,070833	-11,860417
Maximum	21,067917	31,484583	21,574583	22,660417	20,667500	27,416667	23,017500
Jarque-Berra	1380.7	5835.9	2296.6	1944.5	1878.5	3503.1	2031.7
Count	365	366	366	365	365	365	365

Tabell 4. 2 Beskrivende statistikk for ukedagene

Skjevheten og kurtosen for samtlige ukedager er positiv og relativt høy. Det er altså mer sannsynlig med høye ekstremverdier enn lave. Prisen for Trondheim ligger gjennomsnittlig over systemprisen for alle ukedager. I følge JB-testen for normalitet er det ingen av ukedagene som er normalfordelte.

## 4.2 Månedene

	<i>Januar</i>	<i>Februar</i>	<i>Mars</i>	<i>April</i>	<i>Mai</i>	<i>Juni</i>	<i>Juli</i>	<i>August</i>	<i>September</i>	<i>Oktober</i>	<i>November</i>	<i>Desember</i>
Mean	-0,3033	0,4611	0,4372	0,7138	2,2402	2,9422	2,7181	2,6045	1,4471	1,0284	0,4729	-0,0453
Standard Error	0,1388	0,1282	0,1266	0,2013	0,3669	0,4154	0,3278	0,2893	0,1964	0,1582	0,0768	0,1101
Median	-0,0067	-0,0025	0,0000	0,0000	0,1213	0,2712	0,3562	0,2121	0,3410	0,2363	0,0294	-0,0671
Standard Deviation	2,0443	1,8034	1,8650	2,9167	5,4041	6,0197	4,8291	4,2610	2,8461	2,3308	1,1133	1,6225
Sample Variance	4,1791	3,2522	3,4781	8,5071	29,2040	36,2370	23,3200	18,1565	8,1003	5,4326	1,2394	2,6326
Kurtosis	32,5977	11,2165	11,3356	5,4991	6,1582	4,3159	1,6090	0,7788	3,5751	3,2230	2,8316	6,4954
Skewness	-4,4963	2,8780	2,9611	2,1002	2,6117	2,1957	1,6864	1,4114	1,6180	1,5772	1,0047	0,4953
Minimum	-17,9750	-5,2188	-2,6046	-5,3250	-2,4279	-3,8079	-2,6142	-1,3146	-5,6663	-3,6921	-3,5858	-7,3504
Maximum	4,9533	11,2242	11,4642	15,0771	27,4167	31,4846	18,5196	17,2967	14,0563	10,7029	4,8258	7,7900
Jarque-Berra	8713.2	1250.3	1501.4	248.12	1519.5	637.14	413.32	94.184	376.43	328.62	135.42	277.48
Count	217	198	217	210	217	210	217	217	210	217	210	217

Tabell 4. 3 Beskrivende statistikk for måneder

Kurtosen for januar og delvis februar og mars er påfallende mye høyere enn for de andre månedene. Sannsynligheten for veldig høye eller veldig lave differansepriser er større enn om de hadde vært normalfordelt med samme varians. I januar er det mer sannsynlig med negative ekstremverdier siden skjevheten er negativ. I følge JB-testen for normalitet er det ingen av månedene som er normalfordelte.

Fra april til august er variansen betydelig større enn resten av året, og vi ser at maksdifferansene oppstår i disse månedene.

## **5. Empiriske egenskaper for strømprisene i det nordiske strømmarkedet**

### **5.1 Lagring av elektrisitet**

Strøm har i motsetning til andre energiprodukter som olje, gass, kull og liknende, store begrensninger med tanke på lagring og transport. Produksjon og forbruk foregår simultant og overføringsbegrensninger betyr at arbitrasjemuligheten vil bli lik null (Lucia og Schwartz, 2002). Det nordiske kraftmarkedet har stor andel produksjon fra vannkraft. Det vil derfor være mulig å lagre strøm indirekte i vannmagasinene, men sluttbrukerne står uten lagringsmulighet (Gjølberg og Johnsen, 2001). Begrensningene i lagringsmuligheter gjør estimeringen av fremtidige priser vanskelig. Teori om convenience yield, eller eierfordel, kan derfor ikke benyttes til prisingen av futures eller forwards.

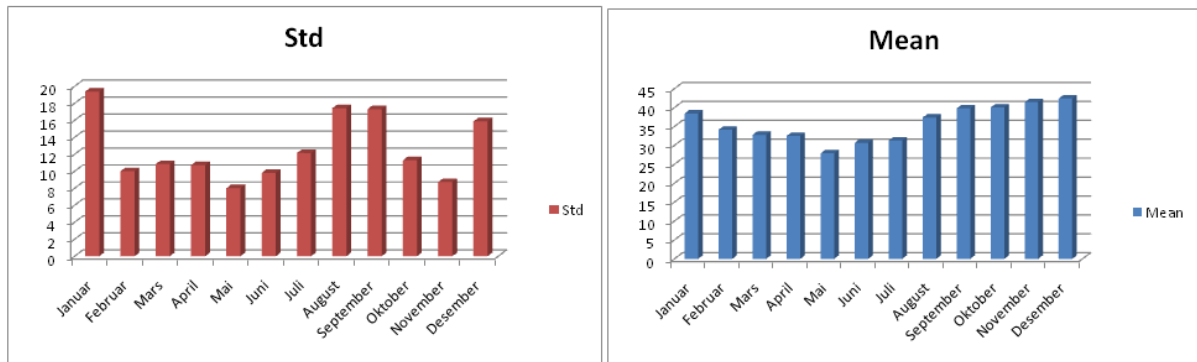
### **5.2 Sesongvariasjon**

Tilbud og etterspørsel etter strøm varierer i stor grad med de ulike årstidene, og en viktig egenskap for elektrisitetsprisene vil følgelig være sesongavhengighet.

Vannkraft er en av de rimeligste produksjonsmetodene for elektrisitet, og over 54 % av all produksjon i det nordiske kraftmarkedet kommer fra vannkraft. Når vannmagasinene er fulle og tilsiget er høyt, vil tilbudet av vannkraft være stort. Det vil være en pådriver for at strømprisene blir lave. Under vintersesongen er tilgangen på vannkraft lavere enn om sommeren, noe som forklarer deler av sesongvariasjonene på tilbudssiden.

De nordiske landenes geografiske lokalisering gjør at det kreves store mengder strøm til oppvarming av bygg og boliger i vintersesongen, og etterspørselen øker derfor i denne årstiden.

Kombinasjonen av høy etterspørsel og lavt tilsig til vannmagasinene om vinteren, og lav etterspørsel og stort tilsig om sommeren, gir en forklaring av sesongavhengigheten i systemprisen.

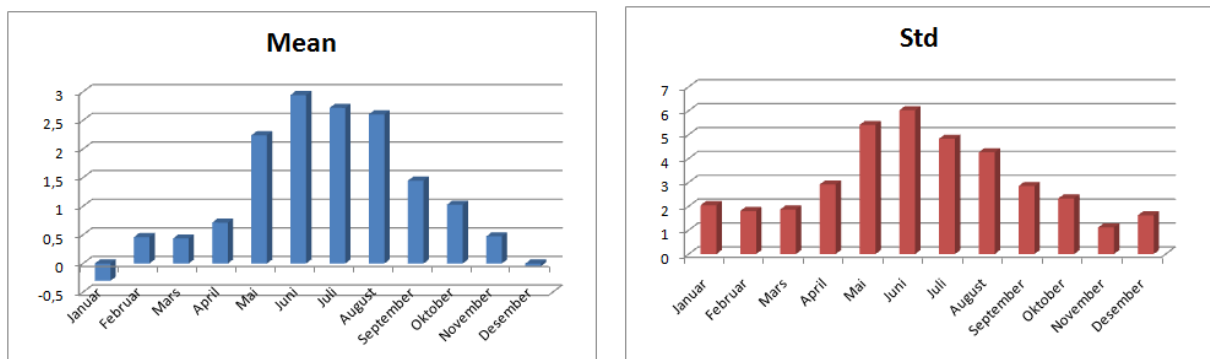


**Figur 5. 1 Standardavvik og gjennomsnitt for systemprisen, fordelt på de ulike månedene i perioden 2002-2008**

Systemprisen har, som illustrert over, et varierende gjennomsnitt og standardavvik for de ulike månedene. Spesielt framtreddende er tendensen til lavere gjennomsnittspris om våren og sommeren, samt en noe høyere pris om høsten og vinteren. Forventningene om at systemprisen følger disse svingningene, bør derfor tas hensyn til i våre modeller.

Systemprisen bærer også preg på sesongvariasjoner i standardavviket for de ulike månedene. August, september, desember og januar har markant høyere standardavvik enn de resterende månedene.

Differansen mellom systempris og områdepris vil også kunne bære preg av sesongvariasjoner. Et argument for at differansen er sesongavhengig, kan være at hele det nordiske strømmettet belastes mer i løpet av vintersesongen enn om sommeren. Grunnen til dette er stor etterspørsel etter strøm om vinteren.



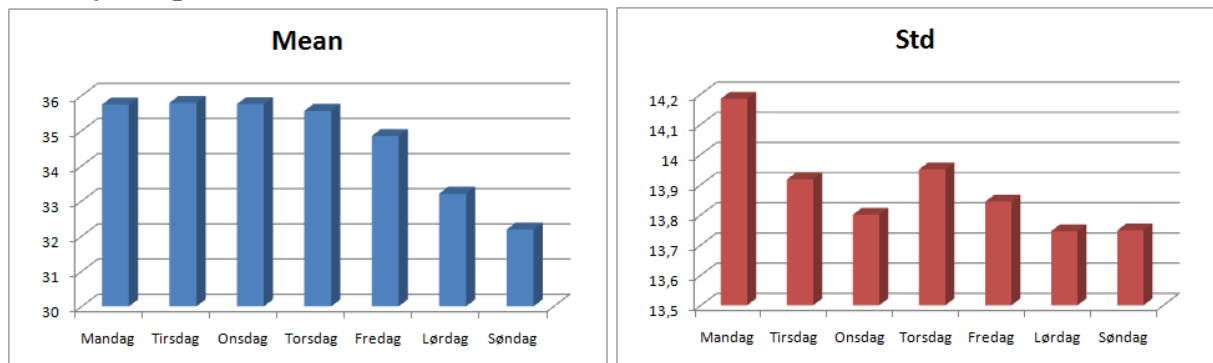
**Figur 5. 2 Standardavvik og gjennomsnitt for differanse mellom områdepris og systempris, fordelt på de ulike månedene i perioden 2002-2008**



Stikk i strid med overnevnte resonnement, ser vi en sesongvariasjon der differanseprisen er høyere om sommeren enn om vinteren. Vi kan se en tydelig forskjell i differanseprisene for de ulike månedene. Standardavviket til differanseprisen er i likhet med gjennomsnittet også markant høyere om sommeren enn om vinteren.

### 5.3 Variasjoner i ukedagene

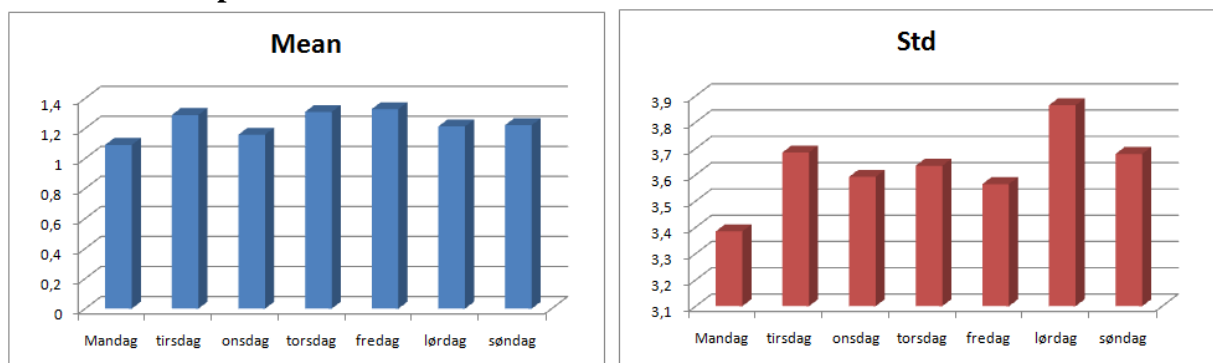
#### 5.3.1 Systemprisen



Figur 5. 3 Gjennomsnitt og standardavvik for systemprisen i perioden 2002-2008

Systemprisen er jevn og ligger rundt 35 i ukedagene, og har markant prisfall i helgene. Dette skyldes nok i hovedsak at mye strømkrevende industri står stille i helgene. Denne prisnedgangen mot helgene gjør at mandagen får større standardavvik enn de andre dagene, når mye industri og annen energikrevende virksomhet starter opp igjen. Dummyvariabler for ukesslutt bør derfor vurderes.

#### 5.3.2 Differanseprisen



Figur 5. 4 Gjennomsnitt og standardavvik for differanseprisen i perioden 2002-2008

Her ser vi at det er lite som tyder på forskjeller for gjennomsnittlig differanseprisen mellom de ulike dagene. Standardavvikene varierer imidlertid noe over uken, selv om det er vanskelig å se noen trend. Vi kommer derfor ikke til å benytte dummyvariabler for ukedager på differansen.

#### 5.4 Volatilitet

Prisutviklingen i strømmerketet skiller seg fra aksjemarkedet og andre markeder ved de store prissingningene. I følge Lucia og Schwartz (2002) var den årlige volatiliteten på daglige endringer i log-prisene for perioden 1993-1999 på hele 189 %

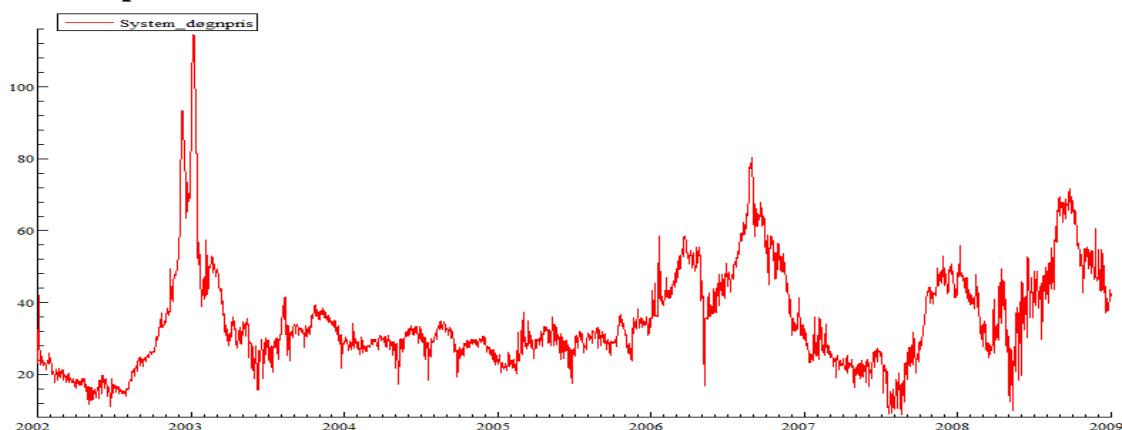
$$(StD\sqrt{365} = 0,099\sqrt{365} = 1,89).$$

I våre data finner vi i likhet med Lucia og Schwartz en relativt høy årlig volatilitet på daglige endringer i log-systemprisen.

$$(StD\sqrt{365} = 0,092056\sqrt{365} = 1,7587 = 175,9\%)$$

Det faktum at strøm må konsumeres simultant med produksjon, er en av hovedgrunnene til den høye volatiliteten.

#### 5.5 Ekstrempriser



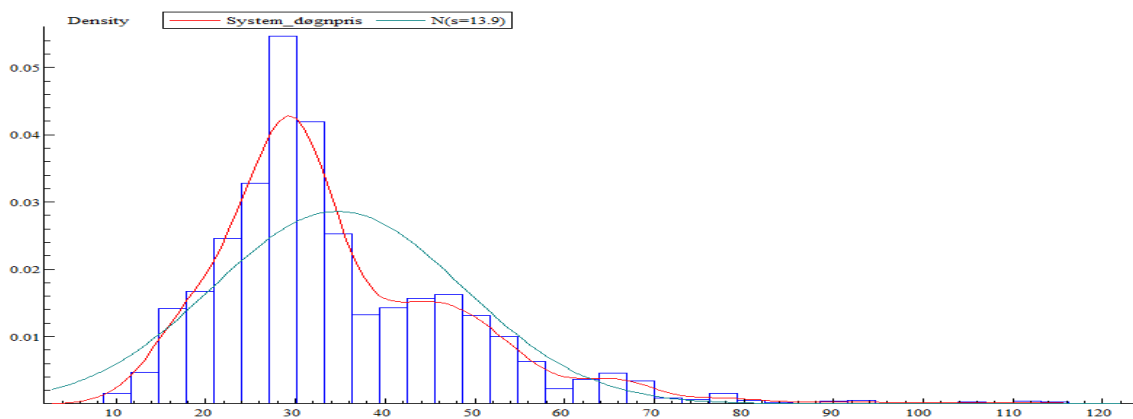
Figur 5. 5 Systemprisen for perioden 2002-2008

Denne grafen av systemprisen viser tydelig at prisen varierer relativt mye over korte tidsperioder. Endringene kan betegnes som sprang, likt det engelske uttryket ”spikes”, og

vedvarer ikke i motsetning til ”jumps” som gir varig endring. Sannsynligheten for at ekstrempriser skal inntreffe kan beskrives ut fra det statistiske målet kurtose.

I følge Lucia og Schwartz (2002) oppstår det relativt hyppig ekstreme elektrisitetspriser i elspotmarkedet. For perioden 1993 til 1999 rapporterer de en kurtose på 3,5 og en positiv skjevhet for spotprisen. Dette indikerer at ekstreme lave og høye priser har høyere sannsynlighet for å inntreffe enn hva en normalfordeling med lik varians tilsier. Den positive skjevheten viser at det er større sannsynlighet for høye ekstrempriser enn for lave.

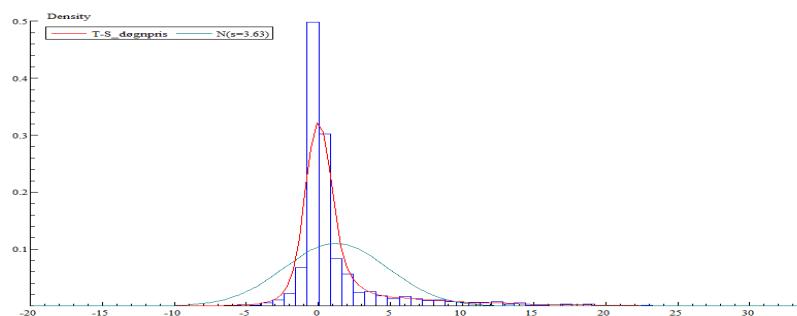
Våre beregninger av *excess kurtosis* og skjevhet for perioden 2002-2008 for systemprisen gir 3,3156 og 1,3961. Vår kurtose er noe høyere enn Lucia og Schwartz sin, men resonnementet rundt kurtose og skjevhet underbygges likeså i vårt datamateriale.



**Figur 5. 6 Systemprisens faktiske prosentvise fordeling med normalfordelingen som referanse**

Sammenligner vi den faktiske fordelingen med normalfordelingen (den blå), vises utslaget av kurtose og skjevhet gjennom en skjev og spissere fordeling enn normalfordelingen.

For differansen mellom systempris og områdepris er imidlertid fordelingen noe annerledes.



**Figur 5. 7 Faktisk prosentvis fordeling for T-S med normalfordelingen som referanse**

*Excess kurtosis* og skjevhet på 11,898 og 2,9420 viser at differanseprisen også er utsatt for ekstrempriser, som gjenspeiles i den ekstremt spisse fordelingen. Fordelingen har i likhet med systemprisens fordeling positiv skjevhet, og verdiene har derfor større sannsynlighet for å være ekstremt høye enn ekstremt lave.

Strømprisene i det nordiske strømmarkedet har høy kurtose, noe som tyder på at ekstreme priser inntreffer relativt hyppig. Lucia og Schwartz har funn som videre begrunner de høye kurtoseverdiene med at de skyldes prissprang ("spikes"), og ikke varige endringer ("jumps").

Johnsen, Verma og Wolfram (1999) beskriver mulige årsaker til forekomster av høye spotpriser. Etterspørselen varierer ofte som følge av kortsiktige endringer i temperatur, som igjen sammenfaller godt med "spikes". I tillegg er strømprisene svært sensitive for etterspørselendring, da økt produksjon gir betraktelig økte marginalkostnader. Kortsiktige endringer i rammebetingelsene og det faktum at strømprisene er svært sensitive for etterspørselendring, kan gi en mulig forklaring på ekstremprisene i det nordiske strømmarkedet.

### **5.5 Mean reversion**

Mean reversion er et matematisk begrep på en prosess som ofte benyttes ved trading i aksjemarkedet, men kan også forklare andre prosesser. Den generelle ideen er at en høy eller lav pris er midlertidig, og at prisen vil konvergere mot en likevekt på lang sikt. Ved en stokastisk prosess som følger mean reversion, vil for eksempel en unaturlig høy aksjepris ha større sannsynlighet for å gå ned enn opp ved neste endring.

Systemprisen avhenger av flere faktorer, men en av de mest avgjørende er utvilsomt etterspørselen etter strøm. Trekk som tyder på mean reversion i det nordiske strømmarkedet kan delvis forklares gjennom følgende resonnering. Ved lav etterspørsel vil den rimeligste strømmen til enhver tid benyttes. Dersom etterspørselen øker vil kravet til mer strømproduksjon gi aktører med høyere produksjonskostnader innpass i markedet, og etterspørselen presser prisen opp. Eksisterende og nye produsenter vil da ha økonomiske incentiver til å effektivisere driften og/ eller bygge ut nye og billigere alternativer til strømproduksjon, og derfor presse prisen ned. Strømprisen i det nordiske strømmarkedet kan derfor innenfor rimelighetens grenser antas å følge en mean reversion prosess, siden de kortsiktige prisdannelsene har en tendens til å konvergere mot det langsiktige gjennomsnittet.

Differansen mellom områdepris og systempris har også noen trekk som tyder på mean reversion. Dersom det er ubalanse mellom tilbud og etterspørsel av strøm i en sone, vil strøm bli importert/eksportert fra/til en annen sone. Det blir en differanse mellom systempris og områdepris i det overføringen medfører merkostnader, noe det gjør dersom det oppstår flaskehalser i strømmettet. Systemansvarlig for nettet vil under slike tilstander ha incentiver for å øke overføringskapasiteten, dersom utbyggingskostnadene ikke overskrider de økte inntjeningene utbygging gir. Det er derfor også en mulig antagelse at differansen mellom systempris og områdepris kan følge en prosess med mean reversion.

## 6. Modellbeskrivelser og metode

I dette kapitlet beskriver vi først de ulike modellene som vi har benyttet. Til slutt kommer en liten beskrivelse av den metodiske tilnærmingen til vårt problem og hvilke størrelser vi modellerer i denne oppgaven.

### 6.1 GARCH-modeller

#### 6.1.1 Generalised ARCH (GARCH) -modeller

De mest brukte ikke-lineære finansielle er ARCH- eller GARCH-modeller. Disse blir brukt til modellering og forecasting av volatilitet i tidsserier som følger forskjellige prosesser på ulike tidspunkt (Brooks 2008).

GARCH modellen ble utviklet av Bollerslev (1986) og Taylor (1986). GARCH modellen tillater den betingede variansen å være foregående egne lags. Den betingede variansen kan enkelt skrives på følgende måte

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \mu_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Ved hjelp av GARCH modellen kan man forklare variansen som en vektet funksjon av en langsiktig gjennomsnittsverdi ved hjelp av volatiliteten i tidligere perioder og variansen. Ved hjelp av historisk informasjon kan den utvides til mange ledd, men i utgangspunktet er GARCH(1,1) god nok til å fange opp volatiliteten i datamaterialet.

Den betingede variansen forandrer seg, men den ubetingede variansen til residualene er konstant og gitt ved

$$var(u_t) = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \beta)}$$

Så lenge  $\alpha_1 + \beta < 1$ . For  $\alpha_1 + \beta \geq 1$ , er den ubetingede variansen av  $\mu_t$  ikke definert. En GARCH-modell med ikke stasjonaritet i variansen vil gå mot uendelig når prediksjonshorisonten øker, mens en modell med stasjonaritet i variansen vil gå mot et langsiktig gjennomsnitt.

#### 6.1.2 GJR

GJR-modellen er utviklet av Glosten, Jagannathan og Runkle (1993), og er en enkel utvidelse av GARCH med en tilleggsvariabel for å fange opp mulig asymmetri. Den betingede variansen er nå gitt ved

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \mu_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma \mu_{t-1}^2 I_{t-1}$$

$$\begin{aligned} \text{Hvor } I_{t-1} &= 1 \text{ hvis } \mu_{t-1} < 0 \\ &= 0 \text{ ellers} \end{aligned}$$

Betingelsen for ikke negativitet vil være  $\alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0, \beta \geq 0$ , og  $\alpha_1 + \gamma \geq 0$ .

### 6.1.3 EGARCH

Ekspontesiell GARCH er en asymmetrisk GARCH-modell som ble utviklet av Nelson (1991).

Den betingede variansen uttrykkes som

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \gamma \frac{\mu_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha \left[ \frac{|\mu_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]$$

Denne modellen har mange fordeler i forhold til GARCH. Siden  $\ln(\sigma_t^2)$  er modellert, vil  $\sigma_t^2$  være positiv selv med negative parametre. Derfor er det ingen vits i å påtvinge modellen ikke negative restriksjoner i parametrene.

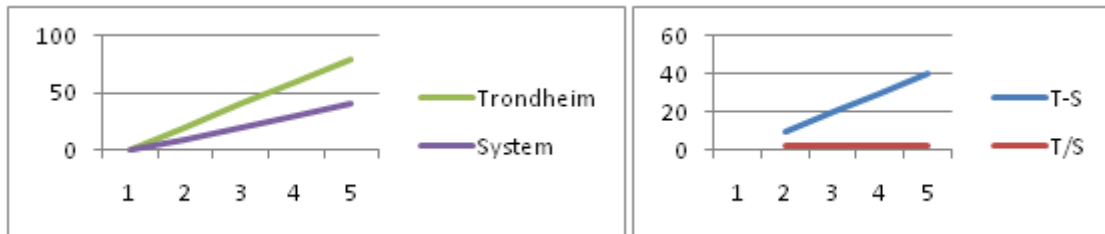
EGARCH tillater asymmetri. Dersom forholdet mellom volatilitet og avkastning er negativ, vil  $\gamma$  være negativ.

### 6.2 Tilnermingen til prisdifferansen

CfD er en forwardkontrakt med differansen mellom områdepris og systempris som underliggende. For å sette en pris på slike kontrakter må vi derfor analysere denne differansen. Tidsserierekken på prisdifferansen kan ikke modelleres innenfor rammeverket for tradisjonelle lineære modeller, og vi har derfor valgt å benytte ulike Garchmodeller for å modellere differansen. Differansen mellom områdepris og systempris inneholder imidlertid både positive og negative verdier, og kan altså ikke direkte transformeres ved hjelp av logaritmer.

Løsningen på dette problemet er å se på forholdet  $\frac{\text{Områdepris(Trondheim)}}{\text{Systempris}}$  notert  $\frac{T_t}{S_t}$ .

Forholdet  $\frac{T_t}{S_t}$  og  $T_t - S_t$  beskriver i utgangspunktet to forskjellige størrelser. For å belyse dette viser vi her et enkelt eksempel som beskriver denne problematikken på en god måte.



**Figur 6. 1 Prisserie for Trondheim og Systemprisen, og illustrasjon av T- S og T/S**

Dette eksempelet viser at serien for forholdet mellom områdeprisen og systemprisen er konstant på 2, mens den relative differanseprisen øker. Det betyr at dette forholdstallet i utgangspunktet ikke gir noen informasjon om hva den faktiske prisdifferansen ( $T_t - S_t$ ) egentlig er. Dersom dette forholdstallet skal ha noen som helst informasjonsverdi for

prisdifferansen, må  $\frac{T_t}{S_t}$  ha referanse i systemprisen eller områdeprisen. I denne oppgaven

benytter vi systemprisen som referanse. Ved å benytte denne referanseprisen kan vi benytte forholdstallet for å finne områdeprisen, og derigjennom finne prisdifferansen. Fra PcGive i OxMetrics finner vi en relativt sterk korrelasjon mellom  $T_t$  og  $S_t$ , som er på hele 96,874 %.

Simuleringer av  $T_t$  og  $S_t$  separat vil derfor ikke kunne gi noen god beskrivelse av

differansen, siden korrelasjonen mellom de to ikke vil fanges opp ved en slik

modelleringmetode. Ved å simulere forholdet mellom områdepris og systempris med en

referanse på systempris kommer vi til å ta vare på denne korrelasjonen, og simuleringer på prisdifferansen blir mer virkelighetsnær.

Når vi skal modellere systemprisen og forholdet mellom områdeprisen og systemprisen har vi med ikke-lineære regresjonsmodeller å gjøre. I tillegg har vi tidligere i denne oppgaven sett at dataene vi benytter inneholder skjevhet med lange haler mot høyre. Dette gjør at vi må ln-transformere våre data, slik at GARCH modellerer på følgende dataserier:



$\ln \left[ \frac{(T_t / S_t)}{(T_{t-1} / S_{t-1})} \right]$ , som er det ln-transformerte uttrykket for endringen til forholdet mellom områdepris og systempris, og  $\ln \left[ \frac{S_t}{S_{t-1}} \right]$  for endringen til systemprisen.

Vi har altså to forhold som blir modellert i denne oppgaven, systemprisen og  $\frac{T_t}{S_t}$ .

For å estimere GARCH-modeller har vi benyttet OxMetrics, som er et brukervennlig og godt dataprogram for dette.

## 7. Analyse

I denne delen vil vi forsøke å forklare hvordan vi har kommet fra til de ulike modellene vi benytter videre i oppgaven, og hvordan vi har selektert ut modeller. Vi har tatt med bare de modellene som ga gode resultater når det gjelder signifikante parametre, men også presterer godt ved simulering.

### 7.1 Stasjonaritet

For å finne ut om datarekken til prisdifferansen og systemprisen har konstant gjennomsnitt, varians og kovarians for hvert lag, kan vi se på stasjonariteten. Vi har gjennomført en Augmented Dickey-Fuller-test (ADF) for de to prisrekkene. ADF-testen ga følgende resultater.

	ADF
Systempris	-4.82349
T-S	-5.27351

Tabell 7. 1 ADF-test

Testen viser at rådata ikke inneholder enhetsrøtter og er derfor stasjonære, både for systemprisen og differanseprisen. Vi bruker et 5 % signifikansnivå i testen som er på -3,4113 for en slik test der vi bruker 7 lags. Det at prisrekkene ikke inneholder enhetsrøtter kan tyde på at de har mean reversion (Eydeland og Wolyniec, 2003).

### 7.2 AR-modellering

Under kommer en analyse for hvor mange lag bakover i tid vi bør ha med i modellene ved hjelp av autokorrelasjonsfunksjonen og den partielle autokorrelasjonsfunksjonen.

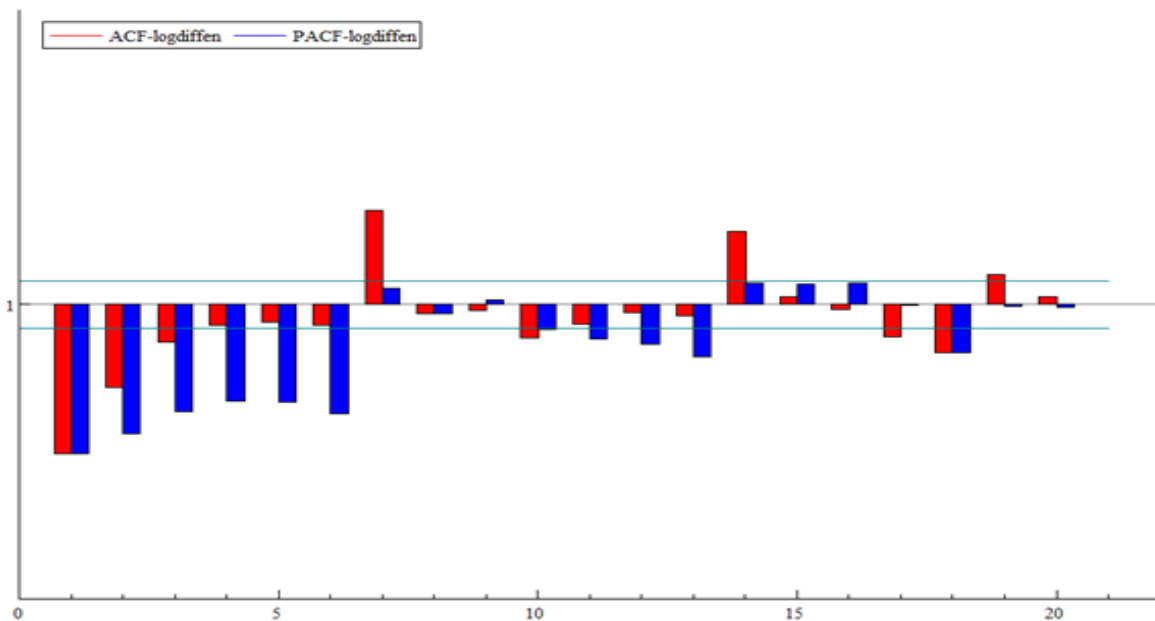
#### 7.2.1 Differansen

Det er en autoregressiv modell når verdiene til en variabel bare kommer an på variabelens verdier i tidligere perioder og dens feilledd. En autoregressiv modell AR(p) kan bli uttrykt på følgende måte

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \mu_t,$$

hvor  $y_t$  er variabelen,  $\mu$  er,  $\mu_t$  er hvit støy,  $\varphi$  er feilleddene.

I en AR-modell kan man bruke autokorrelasjonsfunksjonen (ACF) og den partielle autokorrelasjonsfunksjonen (PACF) for finne det antallet lag man skal ha med i modellen.



Figur 7. 1 Korrelogram for ln(endring T/S)

I figur 7.1 kan man se korrelasjonsfunksjonene i prisrekken til logaritmen av differansen mellom Trondheim og systempris. Grensen for signifikans er vist med den grønne streken. Vi ser at den autoregressive koeffisienten er negativ. Dersom vi ser på de første lagene kan vi se at autokorrelasjonsfunksjonene synker geometrisk. Dette kan tyde på at vi her har med en AR-prosess å gjøre, der ACF synker geometrisk, mens PACF angir hvor mange lag man skal ha med i modellen. Autokorrelasjonsfunksjonen er signifikant til lag 4, og den partielle autokorrelasjonsfunksjonen er signifikant til lag 7. De første lagene har mye større betydning for de neste verdiene enn de andre lagene. Dette kan vi se fra styrken til den partielle autokorrelasjonsfunksjonen.

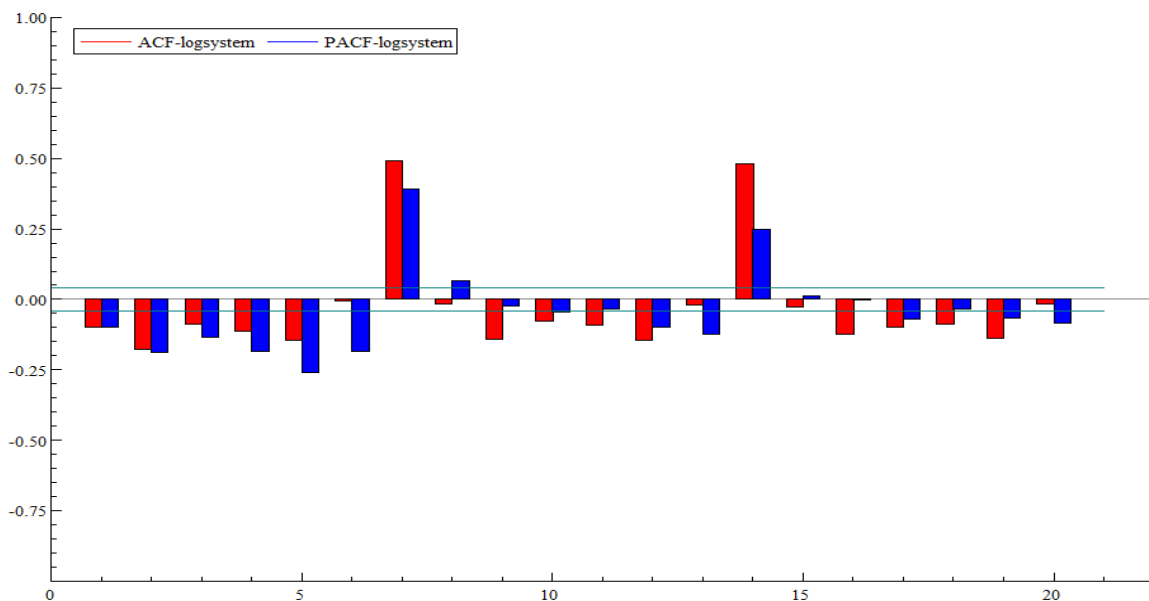
For å finne en modell som skal beskrive prisdifferansen mellom Trondheim og system vil det nok være best med en modell som har ett lag, selv om vi har flere lag med signifikant autokorrelasjon i vår prisserie. Fordelen med få lag er at modellen vil være mer brukervennlig

dersom vi foretar en Monte Carlosimulering, siden vi får færre parametre som kan forstyrre simuleringen. Dette gir oss også en mer robust modell og mindre fare for spuriøs korrelasjon.

Modeller med dummyvariabler for ukeslutt og måneder er prøvd ut, men modellene ble for komplekse til at de kunne brukes i Monte Carlosimulering.

### 7.2.2 Systemprisen

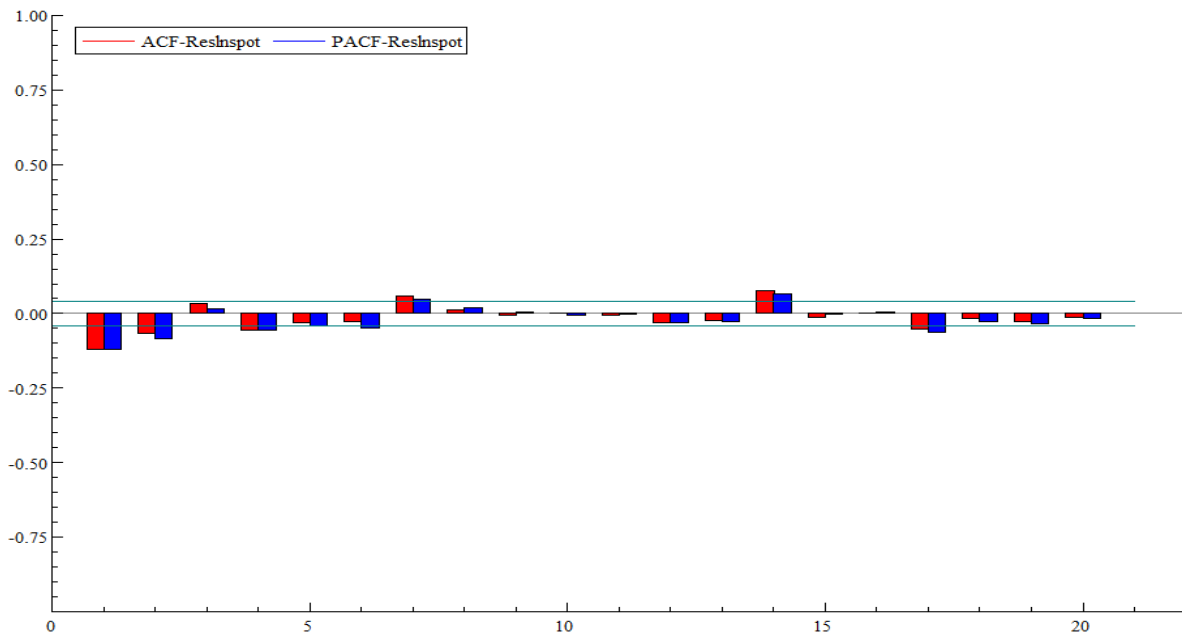
En tilsvarende figur er laget basert på prisrekken til systemprisen, og vises under.



Figur 7. 2 Korrelogram for  $\ln(\text{endringS})$

Modellen følger et syklisk mønster med at den skifter ved hvert syvende lag. Derfor ser vi relativt tydelig at denne modellen bør ha 7 lag, slik at vi eliminerer bort dette. Vi ser også at autokorrelasjonsfunksjonen dør gradvis ut med antall lag.

Under har vi lagt til 7 lag for ukeslutt i en arma prosess til en gjr modell for den  $\ln$  transformerte endringen til systemprisen. Vi ser at vi har eliminert bort det sykliske mønsteret, og er nå nesten innenfor grensen for signifikans.



Figur 7. 3 Korrelogram for residualene

### 7.3 GARCH-modell for ln (endringT/S)

Vi har modellert svært mange varianter av GARCH-modeller for den ln-transformerte differanseprisen mellom Trondheim og systempris. Mange av disse hadde ingen konvergens eller svak konvergens. Av de som konvererte og hadde signifikante parametre, ble det kjørt en Monte Carlosimulering på.

For å estimere parametrene har vi benyttet maximum likelihood. Maximum likelihood finner de mest sannsynlige verdiene av parametrene, i forhold til de faktiske data vi bruker. I maximum likelihood-estimering har vi muligheten til å ha ikke-konstant varians, og vi kan derfor teste ut ikke-lineære modeller.

Modellene som ble testet ut og valgt, er gjengitt i ligningene under.

$$r_t = \omega_m + \mu r_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega_v + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \theta_1 z_{t-1} + \theta_2 z_{t-2}$$

Vi har to ligninger for denne EGARCH-modellen, der en modellerer gjennomsnitt og en varians.

Tilhørende parameterverdier er gjengitt i tabellen under.

Parameter	Estimat	T-verdi	P-verdi
$\omega_m$	0.000092	0.2415	0.8092
$\alpha_1$	-0.238437	-6.098	0.0000
$\omega_v$	-58321.75	-15.75	0.0000
$\alpha_1$	-0.162447	-1.391	0.1643
$\beta_1$	0.897738	35.78	0.0000
$\theta_1$	0.253666	4.555	0.0000
$\theta_2$	0.770511	6.779	0.0000

**Tabell 7. 2 Parameterverdier for AR-EGARCH**

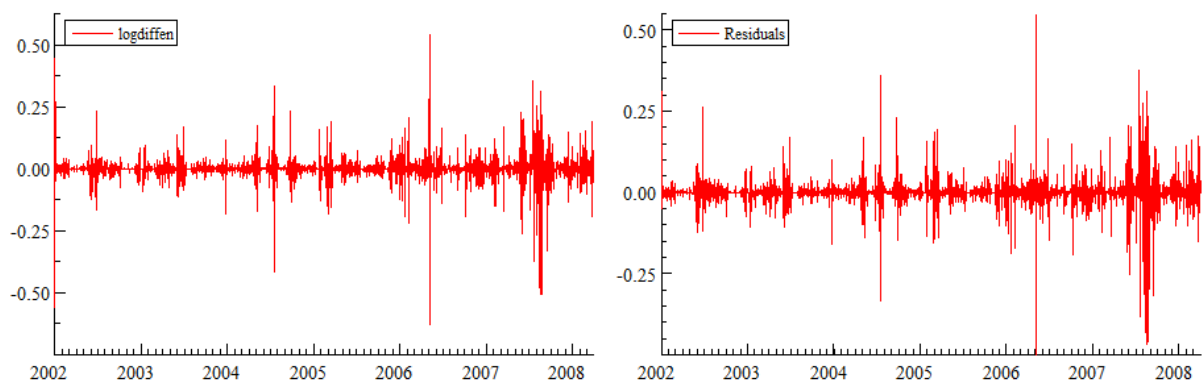
Denne modellen skal beskrive forholdet mellom Trondheim og systempris, og er en AR-EGARCH med ett lag. Vi ser av tabellen over at vi har 7 parametre, hvorav 5 er signifikante. Denne modellen har relativt få parametre, men det gir en robust modell som har et godt utgangspunkt til simulering av forholdet mellom områdepris og systempris.

Siden vi har benyttet maximum likelihood i estimeringen kan vi benytte log likelihoodfunksjonen som et mål på hvor god modellen er. For å sammenligne dette har vi tatt utgangspunkt i en enkel GARCH(1,1) modell på den samme ln-transformerte differansepriserien. Log-likelihood for AR(1)-EGARCH ligger på 5272,152. Til sammenligning ligger log-likelihoodfunksjonen for en GARCH(1,1) på 5072,46.

Modell	Punkter	Parametere	Log-Likelihood	AIC	JB	ARCH(2)
AR_EGARCH	2556	7	5272,152	-4,1198	29668	0,28829

**Tabell 7. 3 Tester for AR-EGARCH**

Jarque-Berra-testen viser at våre data ikke er normalfordelte, må vi forutsette normalfordeling siden t-fordelingen gir modeller som ikke konvergerer. ARCH(2) testen viser at modellen ikke klarer helt å modellere bort seriekorrelasjon i residualene.



Figur 7.4 Volatilitet for  $\ln(\text{endringT/S})$  og tilhørende residualer

Ut i fra figur 7.4 ser vi at residualene følger volatiliteten i rådataene relativt bra, og modellen kan benyttes til simulering.

Jarque-Berra (JB) test for AR(1)-EGARCH:

Test for normalitet,

$H_0$ : Normalfordeling

Testobservator: 
$$JB = \frac{N}{6} \left[ S^2 + \left( \frac{K-3}{4} \right)^2 \right] = 29668$$

hvor N er antall observasjoner, S er skjevheten og K er kurtose.

Vi har  $JB = 29668 > 5,99 \rightarrow$  Forkaster nullhypotesen. Vi har ikke data som er normalfordelte.

ARCH(2)-test for AR(1)-EGARCH:

$H_0: \delta = \beta = 0 \quad H_1: \delta \neq 0 \text{ eller } \beta \neq 0$

$\hat{\epsilon}_T^2 = \mu + \delta \epsilon_{t-1}^2 + \beta \epsilon_{t-2}^2 + \hat{n}_T$

$F_{test}: 0,28829$

Forkaster  $H_0 \rightarrow$  fortsatt seriekorrelasjon i residualene

## 7.4 GARCH-modeller for ln(endringSystempris)

Parameter	AR(7)MA(7)-GJR			AR(7)-GJR			ARMA-GJR			AR(1)-GJR		
	Estimat	T-verdi	P-verdi	Estimat	T-verdi	P-verdi	Estimat	T-verdi	P-verdi	Estimat	T-verdi	P-verdi
C	-0,0020	-2,1010	0,0357*	-0,0004	-0,5510	0,5817	-0,0015	-1,4000	0,1617	-0,0012	-1,1660	0,2439
$\alpha_1$	-1,8559	-13,8000	0,0000*	-0,0963	-4,2820	0,0000*	-0,4504	-11,1400	0,0000*	-0,0622	-2,2920	0,022*
$\alpha_2$	-1,81734	-13,3200	0,0000*	-0,1573	-6,1800	0,0000*						
$\alpha_3$	-1,7414	-9,1470	0,0000*	-0,1172	-5,5320	0,0000*						
$\alpha_4$	-1,6534	-5,9670	0,0000*	-0,0687	-2,7950	0,0052*						
$\alpha_5$	-1,6029	-5,2690	0,0000*	-0,1032	-4,3150	0,0000*						
$\alpha_6$	-1,6164	-6,8180	0,0000*	-0,0188	-0,7687	0,4421						
$\alpha_7$	-0,7600	-5,2450	0,0000*	0,3828	11,0800	0,0000*						
$\delta_1$	1,7948	13,8400	0,0000*				0,4535	7,9290	0,0000*			
$\delta_2$	1,6395	10,4900	0,0000*									
$\delta_3$	1,4130	3,9730	0,0001*									
$\delta_4$	1,2071	2,2040	0,0276*									
$\delta_5$	1,1102	1,9730	0,0486*									
$\delta_6$	1,1675	3,0820	0,0021*									
$\delta_7$	0,5665	3,7390	0,0002*									
$\mu$	0,9507	3,0930	0,0020*	1,1802	3,2190	0,0013*				3,0166	3,1740	0,0015*
$\alpha$	0,1154	3,2920	0,0010*	0,1170	4,0090	0,0001*	0,0683	3,1040	0,0000*	3,016628	3,225	0,0013*
$\beta$	0,7760	21,0000	0,0000*	0,7735	23,4900	0,0000*	0,6806	11,4400	0,0000*	0,6741	10,8200	0,0000*
$\delta$	0,2692	4,3980	0,0000*	0,2522	4,4950	0,0000*	0,6206	4,5690	0,0000*	0,6035	4,4100	0,0000*

\*signifikant

Tabell 7. 4 Parameterverdier for modellene til ln(endringS)

Vi har kommet frem til fire modeller som samsvarer godt med den reelle prisserien for systemprisen. I tabellen over ser vi alle parametrene for de forskjellige modellene, med tilhørende t-verdi og p-verdi. En enkel AR-GJR for systemprisen presterer godt under en Monte Carlo-simulering, og gir priser som samsvarer med de faktiske prisene. Men vi ser at en av parametrene ikke er signifikante. Det samme gjelder for en ARMA-GJR, som er en god modell og har en parameter som ikke er signifikant. Tidligere fant vi at det var grunnlag for å legge til 7 lag på modellen for systemprisen, altså at verdiene blir avhengig av verdiene for 7 lag tilbake i prisserien. Legger vi til dette i en GJR modell får vi en AR(7)-GJR. Denne modellen gir også gode simuleringer på systemprisen, men har to parametre som ikke er signifikante. Vi ser at lag 6 ikke er signifikant, noe vi også fant ut ved at den ikke hadde signifikant autokorrelasjon. For å eliminere dette problemet kan vi legge til 7 lag i en "moving average process". Da legger vi til at  $y_t$  også skal forklares av tidligere verdier av "hvit støy" fra prisserien. Dermed får vi en ARMA(7,7)-GJR, som vi også kan finne fra tabellen over. Denne modellen har bare signifikante parametre, og har generelt høyere t-verdier enn de andre modellene. Skriver vi ut denne modellen med tilhørende parametre får vi følgende



$$r_t = c + \alpha_1 r_{t-1} + \dots + \alpha_7 r_{t-7} + \delta_1 V_{t-1} + \dots + \delta_7 V_{t-7} + \hat{\varepsilon}_t \quad \delta_7$$

$$\sigma_t^2 = \mu + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \delta I \quad ; I = 1 \text{ hvis } \hat{\varepsilon}_t^2 < 0 \text{ eller } I = 1 \text{ hvis } \hat{\varepsilon}_t^2 > 0$$

For denne ARMA(7,7)-GJR modellen har vi to ligninger, der den øverste modellerer gjennomsnittet og den andre variansen.

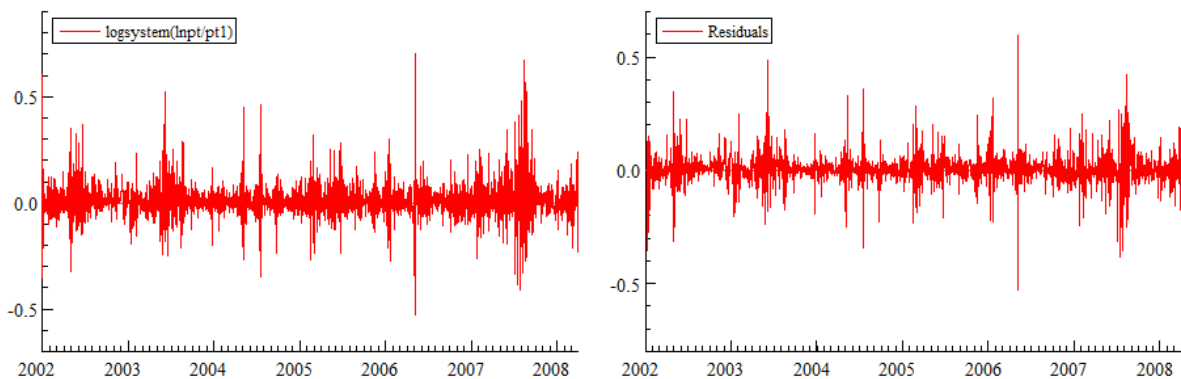
De beste modellene vi har kommet frem til er utelukkende 4 GJR modeller. Dette er dog ikke tilfeldig, siden en GJR modell fanger opp asymmetri i dataene. Tidligere i denne oppgaven har vi avdekket skjevhet i våre data på systemprisen, og dette forklarer hvorfor GJR modellene presterer mye bedre i forhold til andre modeller. En GJR-modell er også veldig enkel å forstå, i forhold til andre asymmetriske og mer komplekse modeller som for eksempel EGARCH.

Vi har også kjørt en selektering i OxMetrics på de 4 modellene, hvor programmet plukker ut hvilken modell som er den beste. Resultatet av denne vises i tabellen under.

Modell	Punkter	Parametre	Log-likelihood	AIC	JB	ARCH(2)
ARMA_GJR	2556	7	3362.9298	-2,6259	820.91	1,0084
AR_GJR	2556	6	3354.7423	-2,6203	827.03	1,3068
AR(7)_GJR	2556	12	3688.4403	-2,8767	1762.4	1,1747
> AR(7)MA(7)_GJR	2556	19	3873.8987	-3,0164	4954.8	0,86262 <

**Tabell 7. 5 Tester for modellene til ln(endringsS)**

ARMA(7,7)-GJR rangerers best ut i fra kriteriene log-likelihood, AIC, JB og ARCH(2). Fra Jarque-Berra-testen finner vi ikke-normalfordelte data. ARCH(2) viser at vi fortsatt har seriekorrelasjon i residualene, men fra grafen under ser vi at volatiliteten i residualene følger rådata godt.

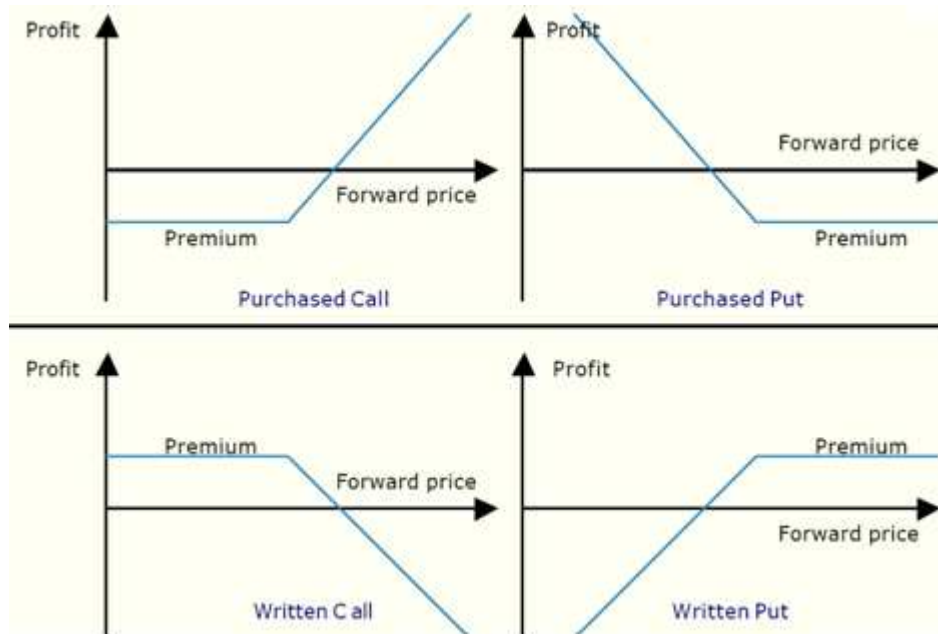


**Figur 7. 5 Volatiliteten for ln(endringsS) og tilhørende residualer.**

## 8. Opsjonsprising og Monte Carlo-simulering

### 8.1 Prising av opsjoner

En opsjon er en rett, men ikke en plikt til å kjøpe eller selge en vare eller tjeneste på et tidspunkt til en pris avtalt på forhånd. Denne prisen kan avvike fra verdipapirets eller varens markedsverdi. Ofte brukes opsjoner i aksje- og indekssammenheng, og i denne oppgaven tar vi for oss opsjoner på differansen mellom områdepris og systempris på strøm.



Figur 8. 1 Opsjoner med ulike posisjoner

Øverst i venstre hjørne har vi en long call, som vil si at man kjøper seg en rettighet til å kjøpe underliggende til en på forhånd gitt pris (kjøpe en kjøpsopsjon). Nederst til venstre har vi en short call, som vil si at man selger en rettighet på kjøp (selge en kjøpsopsjon). Øverst i høyre hjørne har vi en long put der man har kjøpt en rettighet til salg til en på forhånd gitt pris (kjøpe en salgsopsjon). Nederst til høyre har vi en short put der man selger en rettighet på salg til en på forhånd gitt pris (selger en salgsopsjon). En opsjon er "in-the-money" hvis det resulterer i profitt ved umiddelbar utøvelse. Når en opsjon er "out-of-the-money" resulterer det i tap av premien, mens den er "at-the-money" når prisen på underliggende er lik utøvelsesprisen (Nord Pool, 2004).

## 8.2 Syntetisk forward

Med hjelp av opsjoner er det mulig å replikere en lang forward posisjon på et aktivum ved å kjøpe en call og selge en put. For at det skal bli en syntetisk forward må begge opsjonene ha samme strike og like lang tid til forfall. Det er to hovedforskjeller mellom en syntetisk forward og en vanlig forward (McDonald, 2006):

1. En forwardkontrakt har ingen premie, mens ved en syntetisk forward er det påkrevd at man betaler netto opsjonspremie.
2. Ved forwardkontrakten betaler vi forwardprisen, mens ved en syntetisk forward betaler vi strike prisen.

## 8.3 Monte Carlo simulering

Monte Carlo simulering (MCs) er en numerisk metode som blir brukt for å verdsette derivater. I denne oppgaven konsentrerer vi oss om denne teknikken for verdsettelse av differanseopsjonene, og vi vil ikke gå inn på andre verktøy som for eksempel binomiske trær.

I MCs beskriver man prisutviklingen som en stokastisk prosess. For hver simulering beregnes tilfeldige retninger, og etter mange simuleringer kan man akkumulere alle de mulige prisutviklingene slik at man gjenskaper de statistiske egenskapene.

I MCs brukes risikonøytral verdsetting der man antar at den gjennomsnittlige avkastningen er risikofri rente.

### 8.3.1 MCs av en europeisk opsjon

En europeisk opsjon er en opsjon som bare kan utøves på forfallsdatoen. Har man en europeisk callopsjon vil dens verdi ved forfall være

$$\max(0, S_T^i - K) = \max\left(0, S_0 e^{(r-\delta-0,5\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}Z_i} - K\right); \quad i = 1, \dots, N$$

For å finne gjennomsnittet av alle verdiene

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \max(0, S_T^i - K)$$

Dette uttrykket gir oss et forventet estimat av payoffen til opsjonen ved tid T. Gjennomsnittlig payoff neddiskonteres med risikofri rente, og estimatet av opsjonsverdien blir

$$\bar{C} = e^{-rT} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \max(0, S_T^i - K) \quad (\text{McDonald, 2006})$$

### 8.3.2 MCs av en asiatisk opsjon

En asiatisk opsjon er en opsjon hvor payoffen er en funksjon av gjennomsnittet av prisen på det underliggende i perioden. Hvis  $K$  er kontraktsprisen og  $\bar{S}$  snittet av prisen på det underliggende, vil en asiatisk opsjon ha

$$\text{Payoff} = \begin{cases} \max(\bar{S} - K, 0) & (\text{Kjøpsopsjon}) \\ \max(K - \bar{S}, 0) & (\text{Salgsopsjon}) \end{cases}$$

Intuitivt vil asiatiske opsjoner redusere sannsynligheten for stor gevinst og tap. Payoffen for slike opsjoner vil reflekteres i lavere priser, siden sannsynligheten for stor gevinst blir mindre. Dersom vi tenker oss en 1,2 og 3 måneders aksjepris

$$S_1 = 40e^{r-\delta-\sigma^2/2)T/3+\sigma\sqrt{T/3}Z(1)}$$

$$S_2 = S_1e^{r-\delta-\sigma^2/2)T/3+\sigma\sqrt{T/3}Z(2)}$$

$$S_3 = S_2e^{r-\delta-\sigma^2/2)T/3+\sigma\sqrt{T/3}Z(3)}$$

Hvor  $Z(1)$ ,  $Z(2)$  og  $Z(3)$  er uavhengige tilfeldige trekk fra en normalfordeling. Dette gjennomføres mange ganger og vi trekker mange  $Z_t$ . Verdien av en asiatisk callopsjon blir da

$$C_{Asiatisk} = e^{-rT} E\left(\max\left[\frac{S_1 + S_2 + S_3}{3} - K, 0\right]\right)$$

### 8.4 Monte Carlo-simuleringer av differansen mellom områdeprisen i Trondheim og systemprisen

Ved hjelp av statistikkprogrammet OxMetrics estimerte vi modeller for

$$\ln\left[\frac{(T_t / S_t)}{(T_{t-1} / S_{t-1})}\right] \text{ og } \ln\left[\frac{S_t}{S_{t-1}}\right].$$

Med utgangspunkt i modellenes estimerte parametre, kjørte vi Monte Carlo-simuleringer for alle våre modeller i OxMetrics. I samråd med veileder valgte vi å simulere 1000 serier med 100 observerte perioder. Ideelt sett kunne flere simuleringer gitt en bedre opsjonsprisindemodell, men vi har begrenset tid og ressurser, og har derfor valgt denne begrensningen. Vi mener i imidlertid at omfanget er nok til å belyse det vi ønsker i denne oppgaven, en annen vinkling for prising av differansen. Bearbeiding av de simulerte seriene har i all hovedsak foregått i statistikkprogrammet Excel. Våre simulerte rådata er på formen

$$\ln \left[ \frac{(T_t / S_t)}{(T_{t-1} / S_{t-1})} \right] \text{ og } \ln \left[ \frac{S_t}{S_{t-1}} \right].$$

For å oppnå  $\frac{T_t}{S_t}$  og  $S_t$  har vi gjennomført følgende transformasjoner

$$\ln \left[ \frac{(T_t / S_t)}{(T_{t-1} / S_{t-1})} \right] \rightarrow \frac{T_t}{S_t} : T_0 e^{\ln \left[ \frac{(T_t / S_t)}{(T_{t-1} / S_{t-1})} \right]} = \frac{T_t}{S_t} \text{ og } \ln \left[ \frac{S_t}{S_{t-1}} \right] \rightarrow S_t : S_0 e^{\ln \left[ \frac{S_t}{S_{t-1}} \right]} = S_t$$

En nødvendighet for disse to transformasjonene er de initielle referanseverdiene (startverdier) for forholdet  $\frac{T_0}{S_0}$  og  $S_0$ . Vi har benyttet historiske gjennomsnittsverdier for T og S for å unngå ekstreme referanseverdier. En alternativ tilnærming kan være å benytte siste kjente verdi, som kan benyttes dersom det er ønskelig å ha et spesifikt grunnlag for simuleringene. Siden vi har en generell prisingsmodell, mener vi imidlertid at gjennomsnittsverdiene gir et bedre utgangspunkt for generell opsjonsprising enn siste kjente verdi. For at vi skulle ha priset denne risikoen ved en perfekt hedge vil en implisert forutsetning være at referanseverdien er lik en, altså at områdeprisen er lik systemprisen.

Med utgangspunkt i de simulerte verdiene for  $\frac{T_t}{S_t}$  og  $S_t$ , har vi foretatt en siste transformasjon

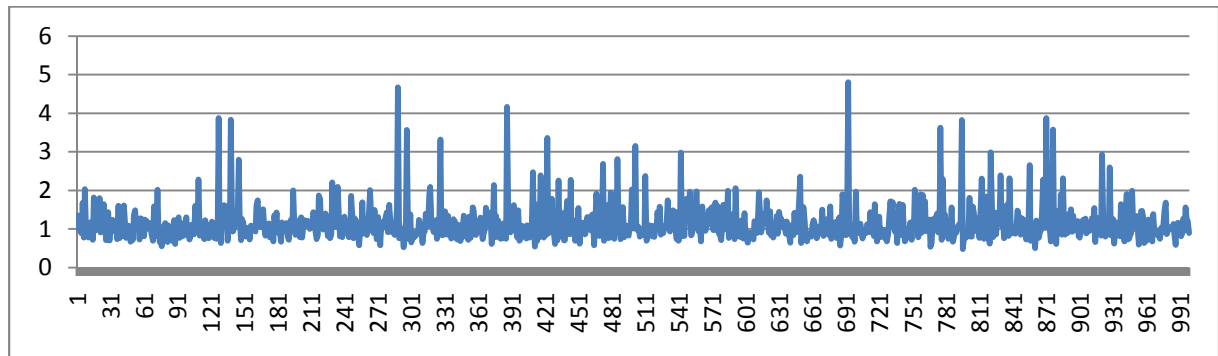
for å løse ut differansen mellom områdeprisen til Trondheim og systempris:

$$\frac{T_t}{S_t} S_t - S_t = T_t - S_t.$$

Vi har nå lagt grunnlaget for opsjonsprising av differansen, gjennom 1000 simuleringer med 100 observasjoner av  $T_t - S_t$ .

### 8.4.1 Simulering av forholdet mellom Trondheim og systempris

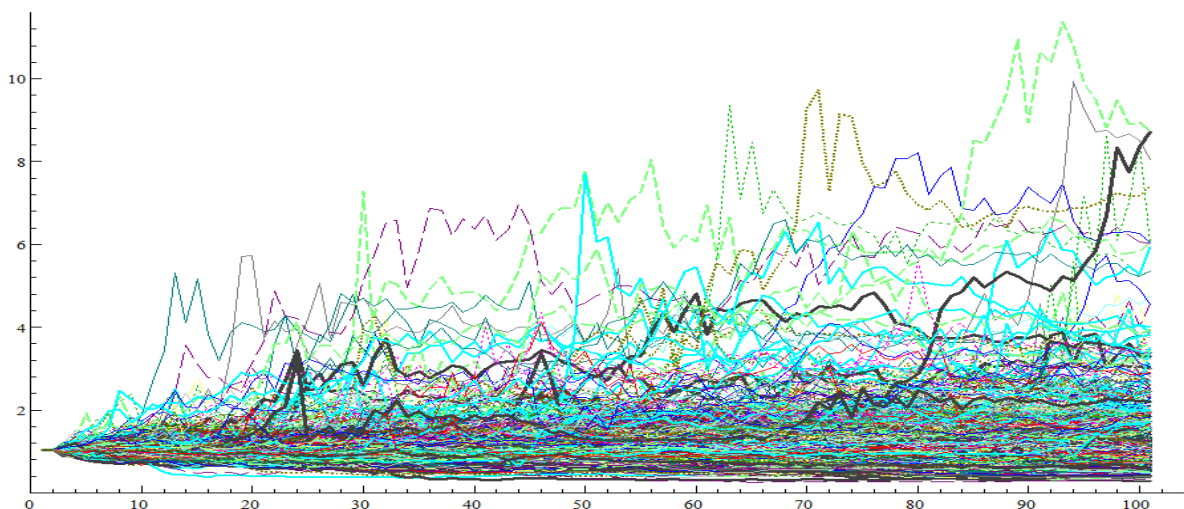
En Monte Carlo-simulering av forholdet mellom Trondheim og systemprisen basert på vår GARCH-modell gav oss følgende gjennomsnitt av hver simulerte serie



Figur 8. 2 1000 simulerte stier med 100 observasjoner for gjennomsnittet av t/s

Grafen over viser gjennomsnittet til 1000 simulerte serier. Naturlig nok svinger de fleste seriene rundt 1, noe som forteller oss at prisen i Trondheim stort sett er lik systemprisen. Den simulerte grafen viser også at det kan oppstå differanser, og i noen av seriene er forskjellene ekstreme. Ekstremverdiene vi har fått ut av denne simuleringen ligger opp mot 5, noe som vil si at i svært få tilfeller kan områdeprisen bli 5 ganger større enn systemprisen.

Under ser vi spredningen i de 1000 simulerte stiene med 100 observasjoner, i forholdet mellom områdepris og systempris.



Figur 8. 3 Spredningen i de 1000 simulerte stiene, med 100 observasjoner

Stiene som stikker seg ut ved å være langt over majoriteten av stiene, er ekstremverdier. De simulerte stiene som er mest ekstreme har observasjoner som viser at områdeprisen kan bli 10 ganger systemprisen. I 1000 simuleringer kan slike ekstremverdier oppstå, men det er svært få av disse. De fleste stiene går i området mellom 0 og 2, noe som virker fornuftig i forhold til virkeligheten. I følge simuleringen er altså områdeprisen og systemprisen stort sett like, men det kan oppstå serier der den ene kan bli dobbelt så høy som den andre, sett bort i fra de få ekstremverdiene vi har.

Under finner vi en tabell for beskrivende statistikk for de simulerte seriene i forhold til den historiske serien.

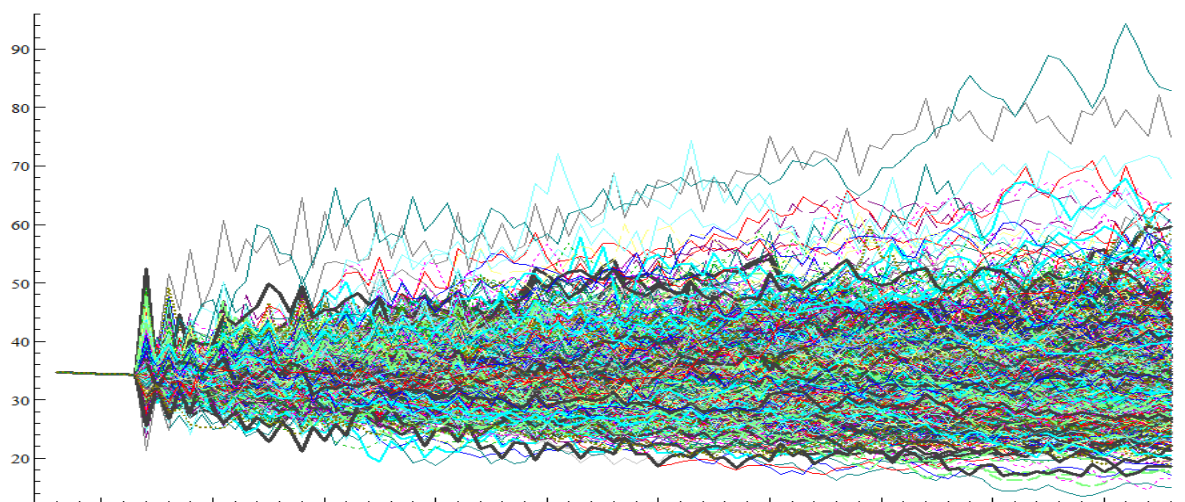
	<b>Min</b>	<b>Mean</b>	<b>Max</b>	<b>Std</b>
<b>Simulerte T/S</b>	0,26	1,14	11,37	0,61
<b>Historisk T/S</b>	0,57	1,04	2,37	0,13

**Tabell 8. 1** Deskriptiv statistikk for simuleringen

Ut i fra simuleringen får vi at prisen i Trondheim gjennomsnittlig er høyere enn systemprisen. Dette stemmer i forhold til historiske data. Differanseprisene kan variere mye fra dag til dag, som gjør datamaterialet svært komplekst, og vaskeligheten med å finne treffsikre modeller er stor. Simuleringen har et gjennomsnitt som er over det historiske med områdepris, henholdsvis 14% og 4%, over systempris. I de siste åra kan det se ut som differanseprisene har økt, slik at å forvente en fremtidig gjennomsnittsdifferanse høyere enn den historiske, kan være naturlig for vår oppgave.

#### **8.4.2 Simulering av systempris**

Figuren under viser hvordan spredningen for de simulerte systemprisene ble ved bruk av den utvalgte GARCH-modellen. I figuren har vi 1000 simulerte prisserier på 100 observasjoner per prisserie.



**Figur 8. 4 Spredningen i simulerte stier av systemprisen**

Prisene ligger stort sett i området 20-70, med størst tetthet mellom 20 og 50. I forhold til de historiske prisene kan denne simuleringen se ut til å ha truffet relativt bra. For å se hvor god prediksjonskraft denne simuleringen eventuelt har, kan vi sammenligne enkel beskrivende statistikk som vises i tabellen under.

	<b>Min</b>	<b>Mean</b>	<b>Max</b>	<b>Std</b>
<b>Simulerte Systempris</b>	13,55	34,69	94,29	6,08
<b>Historisk Systempris</b>	8,80	34,73	114,61	13,93

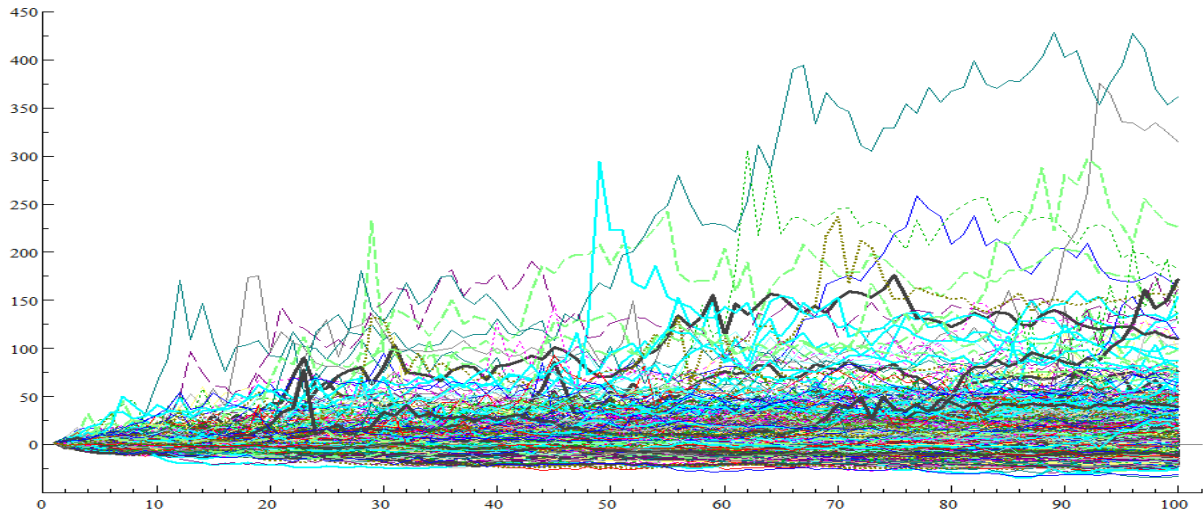
**Tabell 8. 2 Deskriptiv statistikk for simulerte systempriser**

Selv om gjennomsnittet for den simulerte og den historiske systemprisen er svært like, vil det ikke dermed være slik at modellen har god prediksjonskraft kun basert på dette. Den høyeste simulerte observasjonen er på 94,29, mens den høyeste historiske observasjonen er på 114,61. Standardavvikene for simuleringen og den historiske er på henholdsvis 6,08 og 13,93. Vår simulering kan altså virke mindre volatil enn de historiske prisene. Intervallet for maksimums- og minimumsobservasjoner for simulerte og historiske systempriser er relativt like. Summen av dette gjør at vi har en god simulering for systemprisen. Den kan derfor benyttes som referanse for å regne ut de simulerte differanseprisene, ved hjelp av forholdstallet mellom Trondheim og systempris.



### 8.4.3 Simulering av områdepris - systempris (T - S)

Basert på simuleringene på forholdstallet  $\frac{T}{S}$  med systempris som referanse, får vi følgende simulering på (T - S) med 1000 simulerte stier à 100 observasjoner.



Figur 8. 5 Spredningen for simulert T-S

Med unntak av noen få ekstremverdier ligger majoriteten av differanseprisene i området mellom -25 og 40. De mest ekstreme verdiene simuleringen gir oss, avviker fra historiske data. Utover disse, sammenfaller de resterende simuleringene godt med historiske differanser.

	Min	Mean	Max	Std
Simulerte T-S	-34,48	4,88	428,32	21,82
Historisk T-S	-17,98	1,23	31,48	3,63

Tabell 8. 3 Deskriptiv statistikk for simulert T-S

Vi ser at maksimumsverdien fra simuleringen gir betydelig høyere differansepris enn den historiske. Dette skyldes i stor grad, det som tidligere har blitt belyst, de få ekstremverdiene vi får av simuleringen på T/S. Gjennomsnittsdifferansen fra simuleringen ligger på 4,88 sammenlignet med 1,23 for historiske data. Vår simulering finner altså at områdeprisen ligger gjennomsnittlig over systemprisen, noe som vi også har sett fra simuleringene på T/S.

## 8.5 Prising av syntetiske forwardkontrakter

McDonald (2006) gir et rammeverk for prising av opsjoner og syntetiske forwardkontrakter, som vi har valgt å benytte på våre simulerte serier av T-S.

$$\text{SyntetiskFW}_{\text{europeisk}} = P - C = e^{-rT} \sum_{i=1}^N \max \left[ 0, K - (T_T^i - S_T^i) \right] - e^{-rT} \sum_{i=1}^N \max \left[ 0, (T_T^i - S_T^i) - K \right]$$

$$\text{SyntetiskFW}_{\text{asiatisk}} = P - C = e^{-rT} \sum_{i=1}^N \max \left[ 0, K - (\bar{T}_t^i - \bar{S}_t^i) \right] - e^{-rT} \sum_{i=1}^N \max \left[ 0, (\bar{T}_t^i - \bar{S}_t^i) - K \right]$$

I prisingen har vi tatt utgangspunkt i en teoretisk risikofri rente  $r_f$ . Siden vi ønsker en generell prisingsmodell har vi benyttet en utøvelseskurs (K), lik det historiske gjennomsnittet for differansen mellom områdeprisen for Trondheim (T) og systempris (S). Alternativt kan denne settes til 0 eller siste kjente differansepris. Prising av CfD er ingen eksakt vitenskap, men gjenspeiler markedets forventning om fremtidig differanse. For å sette en pris på denne forventningen, benytter vi i denne oppgaven to ulike opsjonsmodeller. Begge modellene prises relativt likt. Forskjellen ligger i at europeiske opsjoner benytter sluttverdier, mens asiatiske benytter et gjennomsnitt. Derfor kan vi forvente en høyere opsjonspris ved europeisk opsjonsprising, enn med asiatisk.

Årlig risikofri  $r_{\text{årlig}} = 5\% \rightarrow$  Risikofri rente for hundre dager:  $r_f = 5\% \left( \frac{100}{365} \right) \approx 1,37\%$

$i \in [1, 2, \dots, 1000]$ ,  $t \in [1, 2, \dots, 100]$ ,  $K = 1,2303$

Med utgangspunkt i overnevnte prising og simuleringer av differansen, ved ARMA(7,7)-GJR for systemprisen og AR1-EGarch for T/S, får vi følgende syntetiske forwardpriser.

Syntetisk asiatisk forward (lang posisjon):  $SFW_{\text{asiatisk}} = [P - C]_{\text{asiatisk}} = 3,14 - 6,74 = -3,60$

Syntetisk europeisk forward (lang posisjon):  $SFW_{\text{europeisk}} = [P - C]_{\text{europeisk}} = 5,39 - 12,54 = -7,15$

Våre simuleringer gir en pris på en europeisk salgsoptjon på 5,39, det vil si at man selger en rettighet på å dekke prisdifferansen til en motpart for denne prisen. Dersom vi har en kort posisjon i denne salgsoptjonen vil maksimal fortjeneste være 5,39. Prisen på en europeisk kjøpsopptjon fant vi til å være 12,54. I en lang posisjon for denne kjøpsopptjonen kan vi altså maksimalt tape 12,54, men vi tjener dersom differanseprisen blir stor. Med disse prisene

finder vi en syntetisk forwardpris på 7,15. Man betaler altså 7,15 for å sikre seg for differanseprisen om 100 dager.

For å sikre seg mot differansen mellom områdepris og systempris (T-S) for en periode på 100 dager, kan en aktør kjøpe seg en lang posisjon i en  $SFW_{asiatisk}$  til 3,60. Gjennom denne handelen kvitter aktøren seg med risikoen tilknyttet differanseprisen i denne perioden. Med andre ord betaler en kjøper av strøm 3,60 for prisdifferansen gjennom perioden. Kombineres dette med kjøp av en forwardkontrakt på systemprisen på tilsvarende tid og volum, oppnår kjøperen en hedge av områdeprisen som til syvende og sist tilsvarer forwardprisen på systempris. Differansekontrakten utbetaler differansen mellom områdepris og systempris.

Vi har ikke noe reelt sammenligningsgrunnlag for våre CfD priser, siden det ikke eksisterer CfD for området Trondheim (NO2). Basert på våre simuleringer kan differansen i ekstreme tilfeller være nede i -34,5 og oppe i 428. Derfor er det i følge simuleringene en stor risiko vedrørende differansene, og 3,60 kan virke som en rimelig pris for å hedge denne risikoen.

### 8.5.1 Andre modeller for systempris

Våre simuleringer av T-S kommer fra simuleringer for modeller på henholdsvis S og T/S. Vi har kjørt en modell for T/S og fire mulige modeller for S. Modellene for S er alle GJR-modeller som følger ulike ar-/arma-prosesser. Under er sammendraget fra de simulerte modellene for S.

Simulert	S			
	Min	Mean	Max	Std
Egarch og S_arma77_gjr	13,5491775	34,68698449	94,2918823	6,07807428
Egarch og S_ar7_gjr	12,5684576	34,83629995	76,9099102	6,52484621
Egarch og S_ar1_gjr	11,5717804	33,60857441	100,765779	7,91043239
Egarch og S_arma11_gjr	8,92912991	33,98160195	118,915173	8,13522527

Tabell 8. 4 Deskriptiv statistikk for våre simulerte modeller på systempris

Simuleringene gir gjennomsnittlig observerte verdier på  $34 \pm 1$ , med tilhørende standardavvik som ligger rundt  $6,5 \pm 1$ . Minimums- og maksimumsverdiene varierer noe for de fire modellene. Gjennomgående har modellene som følger en AR1- og ARMA(1,1)-prosess større svingninger og et noe lavere gjennomsnitt enn de som følger AR7- og ARMA(7,7)-prosess.

De fire simuleringene av systemprisen varierer noe, men har relativt like verdier. Våre modeller for systemprisen virker derfor til å påvirke differanseprisen mindre enn modellen for T/S. Fra de simulerte modellene for systemprisen og T/S får vi følgende oversikt over syntetiske forwardpriser.

	TS_ar1_egarch og S_arma77_gjr	TS_ar1_egarch og S_ar7_gjr	TS_ar1_egarch og S_ar1_gjr	TS_ar1_egarch og S_arma11_gjr
Gjennomsnittspris syntetisk asiatisk FW	-3,603515591	-3,59	-3,358040838	-7,49
Gjennomsnittspris syntetisk europeisk FW	-7,149272455	-7,42	-6,47084725	-15,08

**Tabell 8. 5 Simulerte CfD-priser**

Med unntak av ARMA(1,1)-modellen for systemprisen, får vi relativt like verdier for de syntetiske forwardkontraktene. Modellene som følger ARMA(7,7)- og AR7-prosesser gir tilnærmet like priser på SFW-kontraktene og AR1 prosessen ligger noe lavere i pris. ARMA(1,1)- prosessen avviker fra de andre og gir nesten dobbelt så høy pris på SFW-kontraktene. En forklaring på de høye prisene kan være at ARMA(1,1)-GJR-modellen har de største maksimums- og minimumsverdiene samt det høyeste standardavviket av de fire modellene.

Våre simulerte tall for forholdet T/S har høyere gjennomsnitt og standardavvik enn de historiske tallene. Vårt gjennomsnitt og standardavvik ligger henholdsvis på omtrent 10 % og hele 360 % høyere enn de historiske tallene, noe som kommer fram i figur 8.3. Den høye volatiliteten i simuleringen for T/S påvirker den simulerte differanseprisen og derfor også prisene på de syntetiske forwardkontraktene. Simuleringene av T/S har maksimums- og minimumsobservasjoner på 11,38 og 0,26. Historisk sett har forholdet T/S, i perioden 2002-2008, aldri vært under 0,57 eller over 2,37. Våre ekstremverdier er derfor høye med tanke på at simuleringene kun går over 100 dager. For å illustrere hvor mye ekstremverdiene påvirker prisingen av de syntetiske forwardkontraktene, har vi satt begrensninger i våre simuleringer. Våre simuleringer baserer seg på historiske data for perioden 2002-2008, og begrensningene vi har valgt er derfor laveste og høyeste observerte verdi (0,57 og 2,37) i denne perioden. Rent regneteknisk har vi benyttet "if" funksjonen i Excel for å sette inn disse begrensningene. Ved denne framgangsmåten har vi tatt vare på egenskapene til AR1-EGARCH-modellen, men satt et "tak" for maksimumsverdier og en "bunn" for minimumsverdier.

Fra tabellen under ser vi utslaget i prisene for SFW-kontrakter ved å sette begrensninger i simuleringene for T/S.

Modell		Uten begrensninger		Med Begrensninger		Differanse	
S	T/S	Asiatisk SFW	Europeisk SFW	Asiatisk SFW	Europeisk SFW	Asiatisk SFW	Europeisk SFW
Arma77-Gjr	Ar1-Egarch	-3,60	-7,15	-2,36	-4,38	-1,24	-2,77
Ar7-Gjr	Ar1-Egarch	-3,59	-7,42	-2,39	-4,51	-1,20	-2,91
Ar1-Gjr	Ar1-Egarch	-3,36	-6,47	-2,21	-3,98	-1,15	-2,49
Arma11-Gjr	Ar1-Egarch	-7,49	-15,08	-5,18	-9,50	-2,31	-5,58

**Tabell 8. 6 Simulerte CfD-priser med og uten begrensninger**

Begrensningene i simuleringen av T/S, vil som tabell 8.6 viser, redusere de syntetiske forwardprisene betraktelig. Med denne tabellen ser vi hvor mye de simulerte ekstremverdiene av T/S, utover de historiske ekstremverdiene, spiller inn i prisingen av de syntetiske forwardkontraktene for differansen.

## 9. Konklusjon, diskusjon og videre arbeid

### Konklusjon

Målet med denne oppgaven var å gjennomføre en økonomisk analyse av differansen mellom områdeprisen til Trondheim og systemprisen, for å kunne lage et prisingsverktøy for CfD. Vi har diskutert ulike modeller og metoder som tar hensyn til de spesielle egenskapene i kraftmarkedet, samt hvordan modellene brukes til prising av CfD. Vi har avdekket skjevhet i våre data, og derfor tatt utgangspunkt i asymmetriske GARCH-modeller. For alle modellene har vi benyttet minimum et lag (AR), for å eliminere autoregresjon i modellen. Dette har gitt oss følgende modeller:

- For  $\ln\left[\frac{T_t / S_t}{T_{t-1} / S_{t-1}}\right]$ : En AR-EGARCH-modell som presterer godt under simulering.

Andre modeller er prøvd ut, men ble forkastet.

- For  $\ln\left[\frac{S_t}{S_{t-1}}\right]$ : Vi fant fire GJR-modeller som ga gode simulerte verdier. Modellen vi

fant best, er en GJR-modell med syv lags ARMA-prosess for ukeslutt.

Gjennom simuleringer av disse modellene har vi priset europeiske og asiatiske syntetiske forwardkontrakter på differansen. Ved å modellere T-S indirekte gjennom T/S og S, har vi tatt vare på korrelasjonen mellom områdepris og systempris, noe som styrker modellen.

Vi har kommet frem til et prisingsverktøy som er enkel å implementere, og har potensial til å gi gode estimat på fremtidig differansepris.

## Diskusjon og videre arbeid

Vår modell vil hovedsakelig gi et risikobilde av differansen mellom områdeprisen til Trondheim og systemprisen. Vårt prisingsverktøy kan hjelpe aktører i Trondheim ved inngåelse av billetrale CfD-handler. Selv om modellen priser fremtidige differanser, har den også egenskapene til å predikere framtidig systempris. Med tanke på at strøm leveres over en gitt tidsperiode, vil vi anbefale syntetiske forwardkontrakter med asiatisk opsjonsprising for å estimere CfD.

Vi har estimerte modeller som ikke tar hensyn til sesongvariasjonene i årstider, derfor brukte vi et tidsperspektiv på 100 dager i våre simuleringer. Prisingsverktøyet passer derfor til pricing av CfD med kort tidshorisont. Selve rammeverket vi har benyttet for pricing kan imidlertid også benyttes for langsiktige CfD, dersom modeller for S og T/S, som tar hensyn til sesongvariasjoner, legges til grunn.

Modellen for logaritmisk endring av forholdet  $\frac{\text{områdepris}}{\text{systempris}}$  har større utslag enn historiske

data, og våre priser kan derfor bære preg av noe høye CfDs verdier. Denne størrelsen er vanskelig å modellere, og her kreves det videre forskning for å finne modeller med bedre prediksjonskraft. For å illustrere utslaget av ekstrempriser i simulerte T/S, har vi satt begrensninger i henhold til historiske tall. Dette gir naturlig nok lavere opsjonspriser.

Våre modeller har relativt få parametre, og baserer seg kun på historiske strømpriser. Det har derfor vært interessant for videre arbeid å trekke inn andre faktorer i multivariate modeller. I mer komplekse modeller kan for eksempel hydrobalanse, tilsig, gasspris og lignende trekkes inn.

## 10. Litteraturliste

Brooks, C., 2008. *“Introductory Econometrics for Finance”*. Cambridge

Eydeland, A. and Wolyniec, K., 2003. *“Energy and Power Risk Management: New Developments in Modeling, Pricing and Hedging”*. New York: John Wiley & Sons

Fleten, S.-E. and Lemming, J., 2003. *“Constructing forward price curves in electricity markets”*. Energy Economics, 25, 409-424

Gjølberg, O., Johnsen, T., 2001, *“Electricity Futures: Inventories and Price Relationships at Nord Pool”*, Norges landbrukshøgskole.

Hjelset, K. og Monsbakken, L., 2005. *“Analyse av områdepriser på NordPool”*.  
Masteroppgave,  
NTNU

Johnsen, T., S.Verma e C. Wolfram (1999), *“Zonal, pricing and demand-side bidding in the Norwegian electricity market”*, Department of Economics, Harvard University, mimeo.

Kristiansen, T., 2004b. *“Pricing of Contracts for Difference in the Nordic Market”*. Energy Policy 32, 1075-1085

Lucia, J. and Schwartz, E., 2002. *“Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange”*. Published Review of Derivatives Research

McDonald, R., 2006. *“Derivatives Markets”*. Pearson Education, Inc.

NordPool, 2004. *“Trade at NordPools financial market”*.



NordPool, 2004b. *The Nordic Power Market*.

Pilpovic, D., 1998. "Energy Risk: Valuing and Managing Energy Derivatives". New York: McGraw-Hill

Statnett, 2008. "Nettutviklingsplan for sentralnettet".

Weron, R., 2006. "Modeling and Forecasting Electricity Loads and Prices: A Statistical Approach". Wiley

Internettsider:

[www.norwatt.no](http://www.norwatt.no)

[www.noordpool.com](http://www.noordpool.com)

[www.energifakta.no](http://www.energifakta.no)

[www.nordel.org](http://www.nordel.org)

[www.regjeringen.no](http://www.regjeringen.no)

[www.statnett.no](http://www.statnett.no)

## 11. Appendiks

Vedlegg på cd: Pdf-fil, Word-fil, og simuleringer/prisingsmodeller i Excel

### Appendiks A: Statistiske begreper og tester

#### Skjevhet

Skjevhet er et mål på asymmetri i en sannsynlighetsfordeling i forhold til en normalfordeling, og uttrykkes på følgende måte:

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^3$$

hvor  $\hat{\sigma}$  er estimatoren for varians

Normalfordeling er symmetrisk og har en skjevhet på 0. Negativ skjevhet har lang hale mot venstre, mens positiv skjevhet har lange haler mot høyre.

#### Kurtose

Kurtose er et mål på spissheten i en fordeling. Kurtosen til en normalfordeling er 3. Overstiger den 3, indikerer det at dataene har en kurve som er spissere enn en tilsvarende normalfordelt kurve. Hvis kurtosen er under 3, er fordelingen flat i forhold til normalfordelingen. Kurtosen beregnes på følgende måte:

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^4$$

hvor  $\hat{\sigma}$  er estimatoren for varians

#### AIC

AIC står for Akaike information criteria og er et mål for hvor bra den statistiske modellen er tilpasset dataene. Formelen for AIC er gitt ved:

$$AIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$$

hvor  $\hat{\sigma}^2$  er variansen til feilleddene,  $k$  antall estimerte parametre og  $T$  antall observasjoner i dataserien. AIC skal finne modellen som forklarer data best med et minimum av frie parametre, slik at testen straffer modeller med mange parametre. Den foretrukne modellen er den med lavest AIC-verdi.

### Jarque-Bera

Jarque-Bera er en test for normalitet, og uttrykkes som

$$JB = \frac{N}{6} \left[ S^2 + \left( \frac{K - 3}{4} \right)^2 \right]$$

Hvor  $S$  og  $K$  er henholdsvis skjevhet og kurtose. Testobservatoren er kjikvadratfordelt med 2 frihetsgrader.

### Korrelasjon

Korrelasjon er et numerisk mål på styrkeforholdet mellom to tilfeldige variable.

Korrelasjonskoeffisienten  $\rho_{xy}$  mellom to tilfeldige variable  $X$  og  $Y$  med forventningsverdi  $\mu_x$  og  $\mu_y$  og standardavvik  $\sigma_x$  og  $\sigma_y$  er gitt ved

$$\rho_{xy} = \frac{cov(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{E((X - \mu_x)(Y - \mu_y))}{\sigma_x \sigma_y}$$

Siden  $\mu_x = E(X)$ ,  $\sigma_x^2 = E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - E^2(X)$  og likeså for  $Y$ , kan vi også skrive

$$\rho_{xy} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{E(X^2) - E^2(X)}\sqrt{E(Y^2) - E^2(Y)}}$$

Korrelasjon er kun definert hvis begge standardavvikene er endelige, og ulik null.

Hvis korrelasjonen er 1 er det et økende lineært forhold mellom variablene, og -1 avtagende lineært forhold. En verdi mellom indikerer graden av lineær avhengighet mellom variablene. Er korrelasjonskoeffisienten lik 0 er variablene lineært uavhengige av hverandre.

### Autokorrelasjonsfunksjonen (acf)

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}$$

hvor  $\bar{y}$  er rekkens gjennomsnittsverdi av de observerte dataene  $y$ ,  $k$  er antall lags og  $T$  er antall observasjoner.  $r_k$  er korrelasjonskoeffisienten for verdier av rekken som er  $k$  perioder fra hverandre. Hvis  $r_k$  ikke er null, betyr det at verdiene er 1. ordens autokorrelerte. Hvis  $r_k$  synker geometrisk med økende lag  $k$ , er det et tegn på at rekken følger en autoregressiv (AR) prosess. Hvis funksjonen faller til null etter kun et lite antall lags, er dette et tegn på at rekken følger en moving average (MA) prosess.

### Den partielle autokorrelasjonsfunksjonen (pacf)

Den partielle autokorrelasjonsfunksjonen,  $\tau_{kk}$ , måler korrelasjonen mellom en observasjon  $k$  perioder siden og dagens observasjon, altså korrelasjonen mellom  $y_t$  og  $y_{t-k}$ , etter å ha fjernet effekten av  $y_{t-k+1}, y_{t-k+2}, \dots, y_{t-1}$ .

Ved lag 1 er acf og pacf koeffisientene like siden det er ingen mellomliggende lag effekter å eliminere. For lag 2  $\tau_{22} = (\tau_2 - \tau_1^2)/(1 - \tau_1^2)$ , hvor  $\tau_1$  og  $\tau_2$  er autokorrelasjonskoeffisienten til henholdsvis lag 1 og 2.

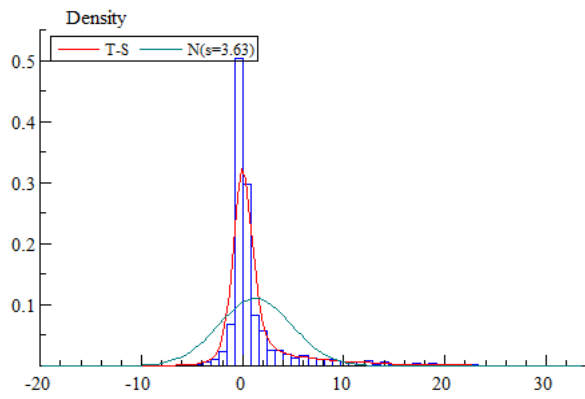
### Augmented Dickey-Fuller-test (ADF)

I oppgaven har vi benyttet ADF-test for å avgjøre om prisrekkene har enhetsrøtter. Denne testen er på følgende form:

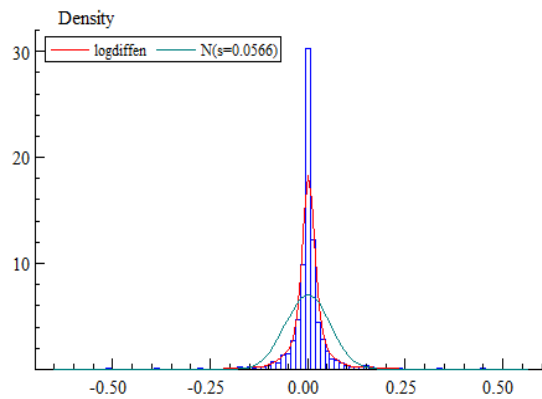
$$\Delta x_t = \theta x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Hvis  $\theta = 0$  og  $\varepsilon$  er stasjonær så er  $x_t$  en prosess av første orden  $I(1)$ . Hvis  $-2 < \theta < 0$  er  $x_t$  en stasjonær AR-prosess. Hvis  $\theta > 0$  eller  $\theta < -2$  er  $x_t$  en ikke-stasjonær AR-prosess.

## Appendiks B: Histogram Histogram for T/S transformasjoner

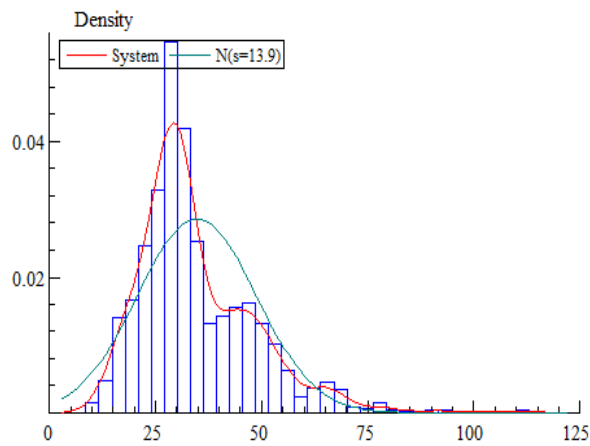


Figur B.1: Histogram for T-S

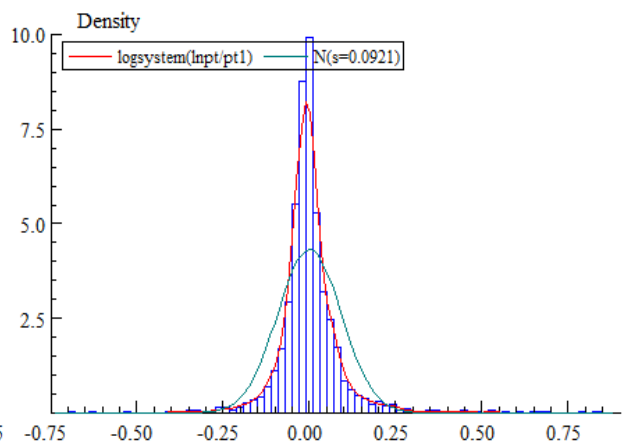


Figur B.2: Histogram for  $\ln\left(\frac{(T-S)_t}{(T-S)_{t-1}}\right)$

## Histogram for Systempris

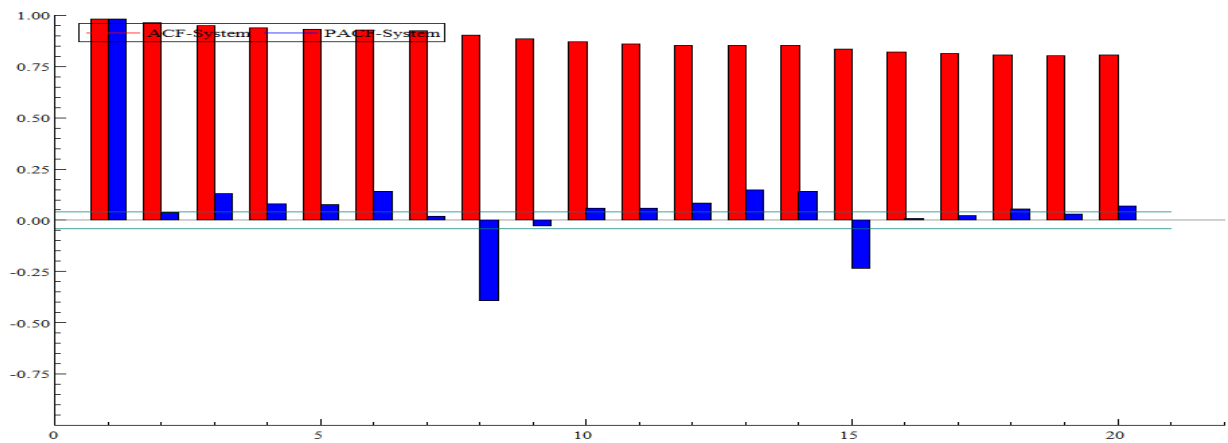


Figur B.3: Histogram for  $S_t$

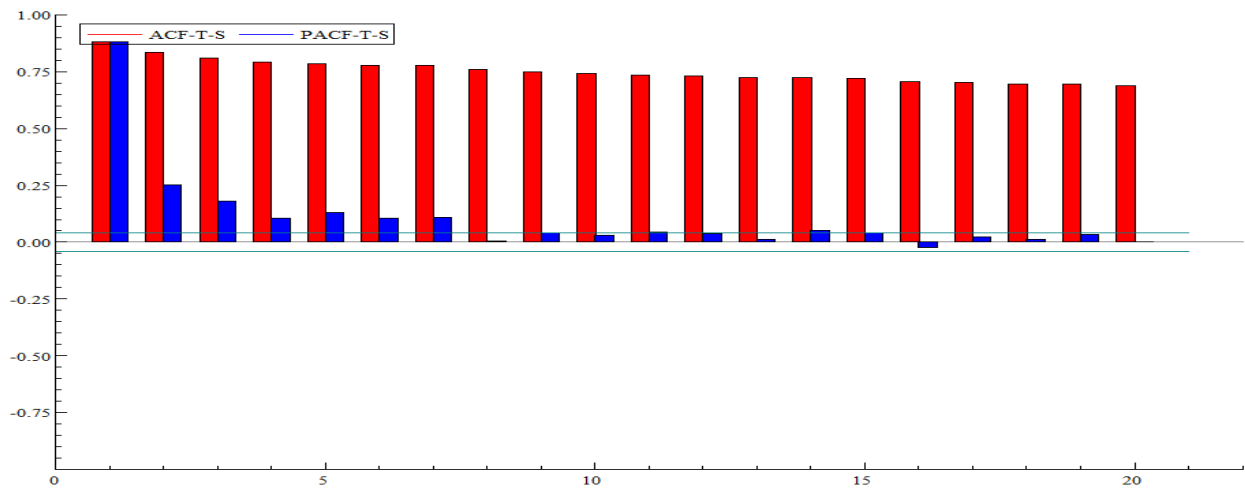


Figur B.4: Histogram for  $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$

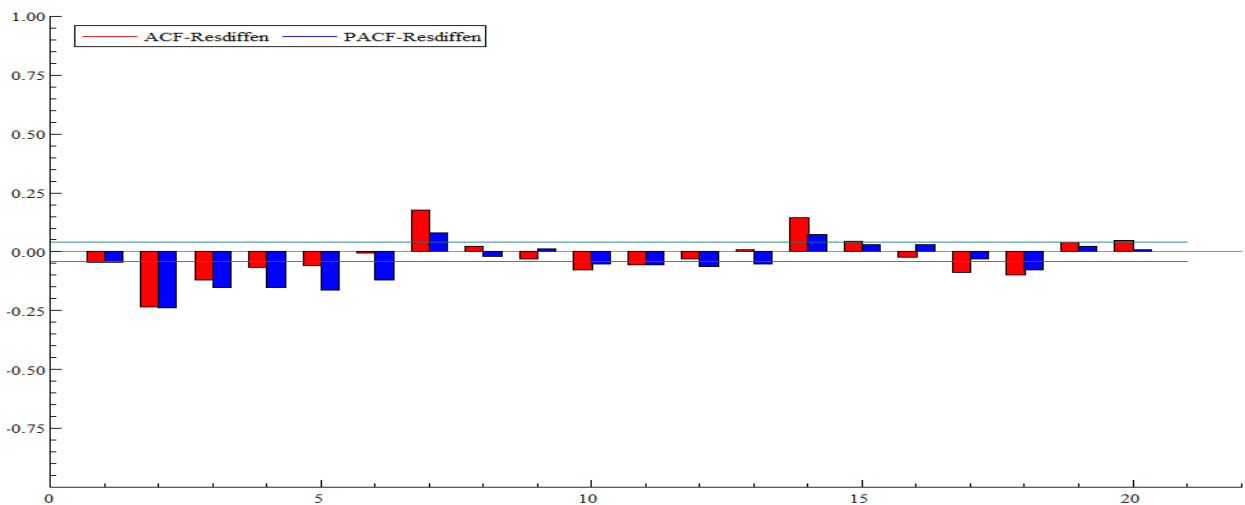
## Appendiks C: Korrelogram



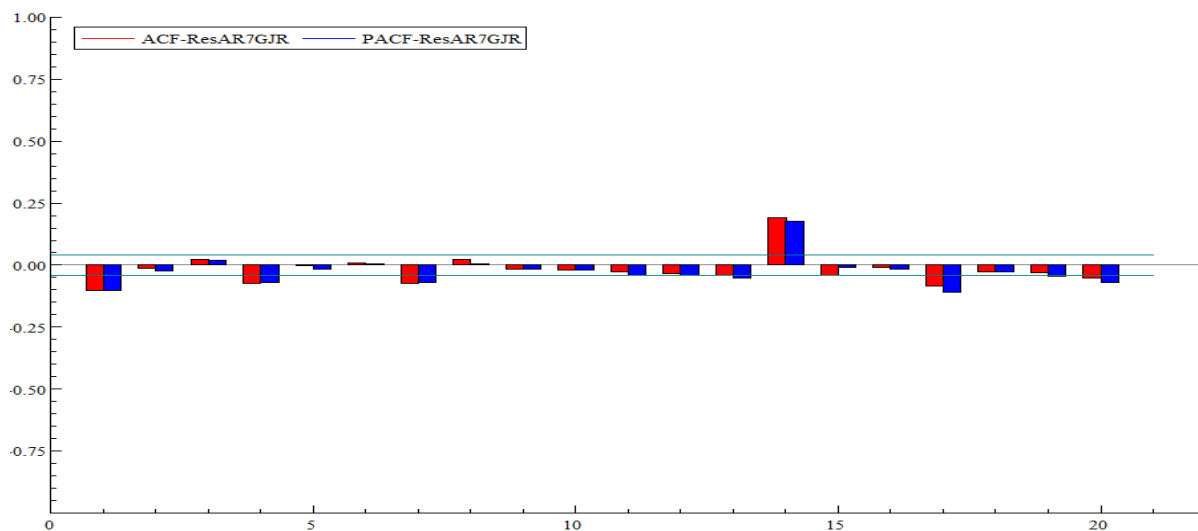
Figur C.1: Korrelogram for  $S_t$



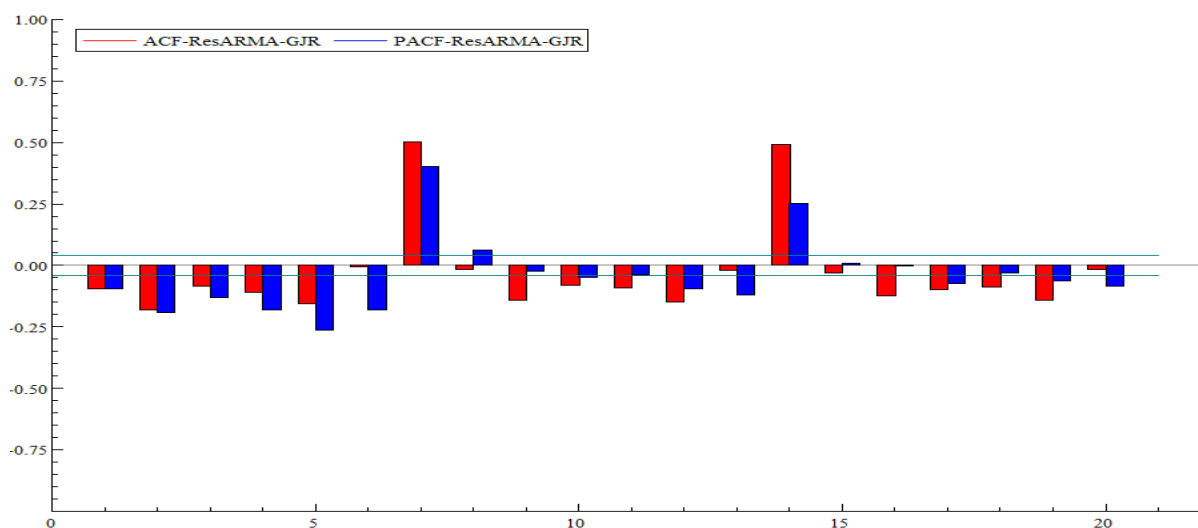
Figur C.2: Korrelogram for T-S



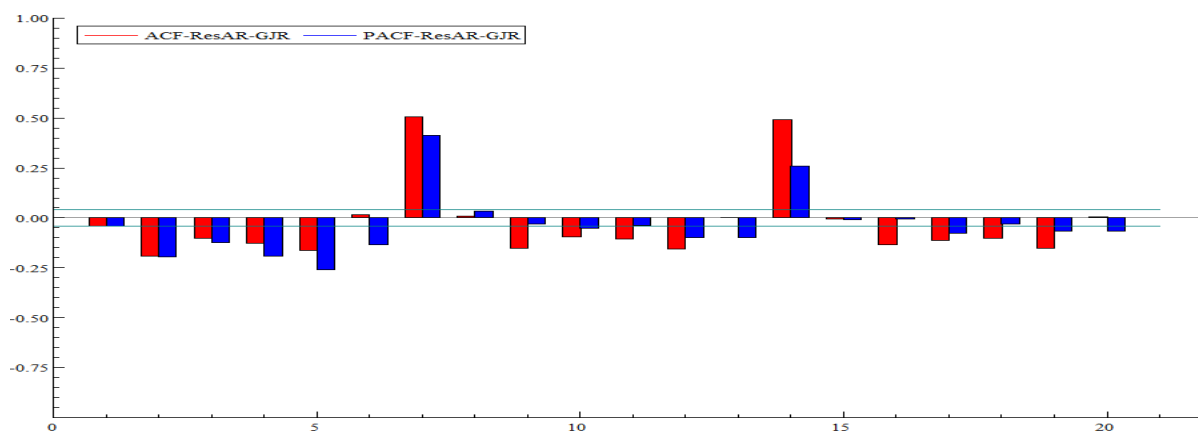
Figur C.3: Korrelogram for residualene til modell AR-EGARCH for  $\ln\left(\frac{(T-S)_t}{(T-S)_{t-1}}\right)$



Figur C.4: Korrelogram for residualene til modell AR7-GJR for  $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$



Figur C.5: Korrelogram for residualene til modell ARMA-GJR for  $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$



Figur C.5: Korrelogram for residualene til modell AR-GJR for  $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$

# Appendiks D Det nordiske kraftmarkedet (Grid nett)





## Appendiks E: Basistester på rådataene

Series #1/1: T-S

-----

Normality Test	Statistic	t-Test	P-Value
Skewness	2.9430	60.789	0.00000
Excess Kurtosis	11.905	123.00	0.00000
Jarque-Bera	18791.	.NaN	0.00000

-----

ARCH 1-2 test:  $F(2,2552) = 3726.0 [0.0000]**$

ARCH 1-5 test:  $F(5,2546) = 1685.6 [0.0000]**$

ARCH 1-10 test:  $F(10,2536) = 910.78 [0.0000]**$

-----

Q-Statistics on Raw data

$Q(5) = 8657.85 [0.0000000]$

$Q(10) = 16121.4 [0.0000000]$

$Q(20) = 29207.8 [0.0000000]$

$Q(50) = 59684.1 [0.0000000]$

H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [ $Q < \text{Chisq}(\text{lag})$ ]

-----

Q-Statistics on Squared data

$Q(5) = 7827.76 [0.0000000]$

$Q(10) = 14172.3 [0.0000000]$

$Q(20) = 24196.4 [0.0000000]$

$Q(50) = 41503.9 [0.0000000]$

H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [ $Q < \text{Chisq}(\text{lag})$ ]

Series #1/1: System

-----

Normality Test	Statistic	t-Test	P-Value
Skewness	1.3961	28.837	7.3842e-183
Excess Kurtosis	3.3156	34.257	3.4253e-257
Jarque-Bera	2001.9	.NaN	0.00000

-----

ARCH 1-2 test:  $F(2,2552) = 37252. [0.0000]**$   
ARCH 1-5 test:  $F(5,2546) = 15084. [0.0000]**$   
ARCH 1-10 test:  $F(10,2536) = 8660.7 [0.0000]**$

-----

Q-Statistics on Raw data

Q( 5) = 11647.8 [0.0000000]  
Q( 10) = 22126.8 [0.0000000]  
Q( 20) = 39894.2 [0.0000000]  
Q( 50) = 77229.9 [0.0000000]

H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]

-----

Q-Statistics on Squared data

Q( 5) = 11398.5 [0.0000000]  
Q( 10) = 20254.2 [0.0000000]  
Q( 20) = 33535.1 [0.0000000]  
Q( 50) = 58276.2 [0.0000000]

H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]

## **Appendiks F: Batch-koder for våre modeller**

### AR-EGARCH for $\ln(t/s)$

```
{ Y = logdiffen; }  
CSTS(1,1);  
DISTR(0);  
ARMA_ORDERS(1,0);  
ARFIMA(0);  
GARCH_ORDERS(1,1);  
MODEL("EGARCH");  
MLE(2);  
MaxControl(1000,0,0);  
MaxControlEps(0.0001,0.005);  
estimate("BFGS", 2002-01-02, 0, 2008-12-31, 0);
```

### ARMA(7,7)-GJR for $\ln(s)$

```
{ Y = logsystem(lnpt/pt1); }  
CSTS(1,1);  
DISTR(0);  
ARMA_ORDERS(7,7);  
ARFIMA(0);  
GARCH_ORDERS(1,1);  
MODEL("GJR");  
MLE(2);  
MaxControl(1000,0,0);  
MaxControlEps(0.0001,0.005);  
estimate("BFGS", 2002-01-02, 0, 2008-12-31, 0);
```

AR(7)-GJR for ln(s)

```
{ Y = logsystem(lnpt/pt1);}  
CSTS(1,1);  
DISTR(0);  
ARMA_ORDERS(7,0);  
ARFIMA(0);  
GARCH_ORDERS(1,1);  
MODEL("GJR");  
MLE(2);  
MaxControl(1000,0,0);  
MaxControlEps(0.0001,0.005);  
estimate("BFGS", 2002-01-02, 0, 2008-12-31, 0);
```

ARMA-GJR for ln(s)

```
{ Y = "logsystem(lnpt/pt1)";}  
CSTS(1,1);  
DISTR(0);  
ARMA_ORDERS(1,1);  
ARFIMA(0);  
GARCH_ORDERS(1,1);  
MODEL("GJR");  
MLE(2);  
MaxControl(1000,0,0);  
MaxControlEps(0.0001,0.005);  
estimate("BFGS", 2002-01-02, 0, 2008-12-31, 0);
```

AR-GJR for ln(s)

```
{Y = "logsystem(lnpt/pt1)";}
CSTS(1,1);
DISTRI(0);
ARMA_ORDERS(1,0);
ARFIMA(0);
GARCH_ORDERS(1,1);
MODEL("GJR");
MLE(2);
MaxControl(1000,0,0);
MaxControlEps(0.0001,0.005);
estimate("BFGS", 2002-01-02, 0, 2008-12-31, 0);
```

## Appendiks G Utvikling av problemstilling

Prosessen startet med et ønske om å analysere derivater ved hjelp av opsjonsteori. Dette førte til at vi begynte å lese tidligere masteroppgaver, og fattet tidlig interesse for det nordiske elektrisitetsmarkedet. Mange av avhandlingene tok for seg forward- og futuremarkedet, men svært lite gikk på Contracts for Difference.

Etter hvert som vi begynte å lese teori om kraftmarkedet, bestemte vi oss for å se nærmere på risikoen aktørene i det nordiske elektrisitetsmarkedet står ovenfor, samt finne ut hvilke finansielle derivater de kan benytte til å hedge risiko. Hovedsakelig er det to typer risiko, endringer i systempris og differansepris. Finansielle kontrakter på systemprisen er relativt godt dekt av tidligere masteravhandlinger og andre publikasjoner. Det eksisterer imidlertid lite kunnskap rundt prisingen av differansen (CfD). Disse kontraktene har dårlig likviditet, omsettes sjeldent og eksisterer ikke for alle områdene på Nord Pool. CfD eksisterer ikke for området Trondheim på Nord Pool, og prising av disse kontraktene virker derfor ekstra interessant. Dette ledet oss fram til følgende problemstilling:

*”Hvordan lage et prisingsverktøy for fremtidig forventet differanse mellom områdeprisen til Trondheim og systemprisen?”*